



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA – MNPEF
POLO 59

Paulo Henrique Melo Coimbra

Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler: Utilizando mapas mentais como instrumento de avaliação.

Rio Branco

2023

Paulo Henrique Melo Coimbra

Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler: Utilizando mapas mentais como instrumento de avaliação.

Dissertação apresentada ao Polo 59 do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física da Universidade Federal do Acre como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física. Área de concentração: Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler.

Orientador: Dr. George Chaves da Silva Valadares

Rio Branco, AC

2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

- C679m Coimbra, Paulo Henrique Melo, 1996-
Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler: Utilizando mapas mentais como instrumento de avaliação / Paulo Henrique Melo Coimbra; orientador: Prof. Dr. George Chaves da Silva Valadares. – 2023.
113 f.: il.; 30 cm.
- Mestrado (Dissertação) – Universidade Federal do Acre, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), Rio Branco, 2023.
Inclui referências bibliográficas, apêndices e anexos.
1. Ensino de física. 2. Leis de Kepler. 3. Gravitação. I. Valadares, George Chaves da Silva (orientador). II. Título.

CDD: 530

Bibliotecário: Uéliton Nascimento Torres CRB-11º/1074.

Paulo Henrique Melo Coimbra

Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler: Utilizando mapas mentais como instrumento de avaliação.

Dissertação apresentada ao Polo 59 do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física da Universidade Federal do Acre como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física. Área de concentração: Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler.

Aprovada em 14 de julho de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. George Chaves da Silva Valadares - Orientador
Universidade Federal do Acre

Prof. Dr. Tiago de Jesus Santos – Examinador 1
Universidade Federal do Acre

Prof. Dr. Deyse Gomes da Costa – Examinadora 2
Universidade Federal de Viçosa

AGRADECIMENTOS

No percurso deste trabalho, fui muito agraciado em diversas esferas, desde profissionais a pessoais distantes, sou grato a todos, mas em especial:

Agradeço imensamente aos colegas de turma que ingressaram no programa na mesma seletiva que a minha, e que durante todo o percurso foram fundamentais para o incentivo deste trabalho.

Ao meu marido, Italo Pinto, que eu o amo muito e que tomou pra si todo o peso do apoio e incentivo a essa jornada.

Notoriamente, ao meu orientador, o Professor Doutor George Valadares que me acompanhou de uma forma quase paterna desde a graduação e foi ímpar em sempre estar incentivando.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001, o qual me torna extremamente feliz em poder ter sido contemplado.

RESUMO

Para a construção de materiais utilizados no ensino é necessário integrá-lo com ferramentas tecnológicas de imagens digitais por facilitarem o compartilhamento, armazenamento e sustentabilidade desses materiais. No ensino de Gravitação, mais especificamente na parte das Leis de Kepler, pode ser difícil encontrar materiais de instrumentações dessa aula por tratar fenômenos muito distantes da realidade da maioria dos alunos, porém, empreender **a produção personalizada de produtos de ensino que permitam o acesso via dispositivos eletrônicos** podem vir a aprimorar a capacidade do docente em transplantar conteúdos de ensino para a realidade digital além de **poder tornar temas como o da Gravitação mais próximo do discente**. Este trabalho foi aplicado em uma turma de ensino médio de uma escola pública e o produto dele **é um manual prático para que professores possam usar os meios de produção digital de materiais didáticos e fazerem uso exclusivo desse produto educacional no ensino das Leis de Kepler**.

Palavras-chave: ensino de física; leis de Kepler; gravitação; baixo custo; materiais digitais.

ABSTRACT

To the construction of materials used in teaching, it is necessary to integrate them with technological tools of digital images, as they facilitate the sharing, storage and sustainability of these materials. In the teaching of Gravitation, more specifically in the part of Kepler's Laws, it can be difficult to find instrumentation materials for this class because it deals with phenomena that are very distant from the reality of most students, however, undertaking the personalized production of teaching products that allow access via electronic devices can improve the teacher's ability to transfer teaching content to digital reality, in addition to being able to bring topics such as Gravitation closer to the student. This work was applied in a high school class at a public school and its product is a practical manual so that teachers can use the means of digital production of teaching materials and make exclusive use of this educational product in teaching Kepler's Laws.

Keywords: physics teaching; Kepler's Laws; gravitation; low cost; digital materials.

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Cada figura representa um quadro que depois será passado na velocidade de oito quadros por segundo, formando ao final uma animação. _____	30
Figura 2 Epiciclos e Deferentes _____	34
Figura 3 Trajetória dos epiciclos _____	35
Figura 4 Prática das elipses _____	36
Figura 5 Componentes de uma elipse _____	37
Figura 6 Órbitas elípticas _____	38
Figura 7 Áreas iguais _____	39
Figura 8 Equação geral da gravitação _____	45
Figura 9 Simulação de forças agindo entre si _____	45
Figura 10 Estrutura do produto (versão do aluno) _____	49
Figura 11 Aplicação do produto _____	51
Figura 12 kits entregues aos alunos _____	51
Figura 13 Prática I: elipses _____	52
Figura 14 Prática II: lei das áreas _____	53
Figura 15 Simulação de uma órbita elíptica. _____	54
Figura 16 Interface do software de desenho utilizado na construção das animações. _____	56
Figura 17 Representação da sequência de quadros que compõem a animação que mostra o quadrado do período. _____	57
Figura 18 Representação da sequência de quadros que compõem a animação que mostra a representação de um cubo. _____	58
Figura 19 Prática II: depois de passada a cola branca _____	61
Figura 20 Prática II: Maquetes montadas secando _____	62
Figura 21 Prática II: Iniciando a inserção do líquido para medir a altura _____	63
Figura 22 Exemplo de mapa mental _____	66

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 DESAFIO	14
1.2 SINESTESIA	15
1.3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	16
1.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA	18
1.5 OPORTUNIDADES	19
1.6 GRAVITAÇÃO UNIVERSAL	20
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO	21
2.2 PRIMEIRA LEI DE KEPLER: LEI DAS ÓRBITAS	22
2.3 SEGUNDA LEI DE KEPLER	24
2.4 TERCEIRA LEI DE KEPLER	25
3 CONSTRUÇÃO DOS MATERIAIS	26
3.1 VÍDEOS	27
3.2 ÁUDIO	27
3.3 SOFTWARE DE EDIÇÃO	28
3.4 TABLET	28
3.5 <i>SOFTWARE</i> DE DESENHO	29
4 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	30
4.1 QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE	31
4.1.1 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO	31
4.1.2 PRÁTICA	40
4.1.3 LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL	44
4.1.4 CAMPO GRAVITACIONAL	46
5 PRODUTO	47
5.1 AS AULAS DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL (DESCRITA NAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS)	49
5.2 APLICAÇÃO DO PRODUTO	49
6 MAPAS MENTAIS	58
6.1 APLICAÇÃO DOS MAPAS MENTAIS	60
7 RESULTADOS OBTIDOS	61
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
9 REFERÊNCIAS	71
10 APÊNDICES	73

1 INTRODUÇÃO

A dificuldade de relacionar os conhecimentos do cotidiano do aluno com o movimento dos planetas no sistema solar descrito através das equações de gravitação e das leis de Kepler pode vir a ser o motivo de não priorizar o ensino deste tópico.

Apesar do uso de softwares em que os alunos têm a chance de manipular os movimentos e determinar valor para as grandezas definidas nesta teoria, seu conteúdo ainda pode vir a gerar um distanciamento do que o aluno conhece.

Para CARUSO, 2002 os alunos apresentam muita dificuldade no ensino por terem medo das matérias como as de ciências da natureza, e a criatividade possui papel central na ciência, isso sugere que a produção de materiais visuais para a aprendizagem valoriza o aluno como protagonista.

O uso dos gibis nas salas de aula, são mais comuns no ensino infantil (KAWAMOTO, 2014) e trazem uma interação para o aprendiz entre o ensino e algo descontraído. Já que hoje os alunos consomem mais conteúdo visual graças ao artifício da tecnologia, para CAVALCANTE, 2015 o uso de imagens como quadrinhos, nas aulas de ciência tornam o conteúdo mais próximo dos discentes.

A importância da interação com imagens revela uma vertente das várias formas de leitura do mundo como ele é e de acordo com DE CASTRO (2004) já é esperado do aluno que se prepara para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) consiga desempenhar esse atributo de interpretação de informações contidas em imagens.

O uso das imagens no ensino de física são de suma importância, não só na forma de gráficos que representam diretamente a figuração de equações que permitem prever alterações em fenômenos como a movimentação dos planetas em torno do sol, por exemplo, como também as próprias representações gráficas dos planetas e sistemas, feitos ajustes que aproximam o leitor de uma interpretação como o uso da mudança de escala em que é possível identificar com mais facilidades quais corpos estão interagindo junto com as marcações que simbolizam sua trajetória.

Os ajustes feitos nas imagens que auxiliam a compreensão dos conceitos são ótimos aliados para fortalecerem o processo de ensino e aprendizagem, e esses ajustes, quanto mais próximos da realidade do aprendiz, melhor será a sua interação com aquele conteúdo, por fazer mais sentido para ele e dessa forma o guiar para interpretações matemáticas que é um dos alvos da física. Nesse sentido, quando um formato que interage com o interesse do aluno

é apresentado, é possível estabelecer então uma relação do aprendizado que considere as particularidades cognitivas.

As formas hoje usadas de digitalização do ensino consistem mais comumente em literalmente apenas digitalizar algum material passado, desta forma, alterando a forma como será usado o material, mas de um ponto que viabiliza facilitar a distribuição. A forma mais adequada para uso de ferramentas digitais pode ser elaboração desses materiais de uma forma mais orgânica e intuitiva, uma vez que a apropriação feita das ferramentas digitais se caracteriza pela interação com os conteúdos.

Durante a pandemia foram identificados desafios no ensino presencial (SOBAIH, et al., 2020) e a necessidade de integração do ensino com mídias digitais foi primordial para o funcionamento do processo de aprendizagem.

Na produção de materiais gráficos é fundamental um conhecimento técnico acerca de disposição dos elementos, conteúdos e formatos, visando ressaltar aspectos relacionados à informação contida. Para FRANCISCHETT (2011) que mostra o uso da cartografia no ensino, a configuração das imagens utilizadas em mapas transmite informações e concepções da realidade científica.

É fundamental um desenvolvimento das ferramentas digitais em sua forma original por permitirem maior interação. Como ressaltado por ARAÚJO (2020) existem a literatura digital e a digitalizada, em que a primeira se compõe de instrumentos de interação e a segunda é mais próxima da obra física permitindo o *download* e a interação na forma *off-line*.

Ambas as literaturas digitais e digitalizadas são ferramentas poderosas no ensino e possuem apenas formas de interação diferentes, o que vale uma reflexão na melhor forma a ser usada na sala de aula.

Os conteúdos lúdicos que amenizam as maçantes fórmulas e estruturas complexas do ensino da ciência quase sempre são eficazes no tocante a aproximação dos alunos e o despertar do interesse dos mesmos nas atividades realizadas, quando se sugere o uso de experimentos na instrumentação das aulas de física por exemplo, são tentativas de aproximar os alunos dos conteúdos através das interações físicas que permitem controlar aspectos do ambiente a fim de encontrar as previsões descritas pelas teorias.

A utilização de imagens na sala de aula permite novas possibilidades de organizar os conteúdos com a aproximação da linguagem usada pelo público-alvo, e no caso dos materiais de produção própria, permitem ainda infinitas moldagens de situações e realidades que podem corresponder de maneira muito próxima ao que os alunos vivenciam. As produções dos estudantes também são de suma importância por refletirem de forma gráficas seus pontos de

vista, suas percepções de si e de mundo, seus interesses e como se deram as figurações de conteúdos abstratos como, por exemplo, o dia, que diferentes alunos apresentam diferentes ou similares interpretações, relacionando o sol com claridade, com vegetações que necessitam dos mesmos e até mesmas rotinas de trabalho na forma de esquemas de personagens atuando nos desenhos referentes ao conceito de dia.

1.1 DESAFIO

No ensino de física se fazem presentes as várias interações do indivíduo com as experiências com o ambiente físico, escolar, familiar e social. Essas interações, entre outras também presentes, geram uma corrente de conhecimento que constrói a visão de mundo do aluno, servem para situar seu papel e interações naquele determinado momento que podem guiar para um futuro posicionamento similar ou diferente.

Os experimentos em sala de aula, quando incentivada a participação dos alunos, são para ARAÚJO & ABIB (2003) algo que motiva um ambiente agradável de estudo, com novas situações e menores dificuldades de aprendizado. Para MORAES (2014) os experimentos de física também precisam ser condizentes com a realidade do aluno, precisam interagir com o que eles já sabem e assim formar conhecimentos que façam mais sentido.

A escola consiste num papel de muita influência neste processo pois é responsável por apresentar uma grande parte dos conteúdos científicos que integram nessa construção de saberes, o que agrega diretamente no seu espaço de convívio, fazendo com que a escola contribua não só com o aluno, mas fundamentalmente a física assim como a escola contribua com o desenvolvimento social.

Por tratar de fenômenos reais e que fazem parte da vivência dos alunos, é comum que em todos os conteúdos da física os alunos possuam conhecimentos prévios de alguns conceitos que fazem parte daquele estudo, o papel da escola e do professor está então em organizar esses conhecimentos com as informações trazidas nos livros e demais materiais de apoio ao ensino de forma a enraizar uma coletânea de conteúdos que não necessariamente se anulam, mas se complementam pelo menos.

Pode vir a ser bastante dificultoso o ensino de física quando se trata de prender a atenção dos alunos ou o despertar do interesse nos assuntos trabalhados, parte talvez se dê por hoje em dia estarmos mais facilmente convivendo com um grande fluxo de informações e imagens de entretenimento que quando posto frente às práticas de sala de aula tornam estas

talvez mais monótonas e mais lentas, o que não gera um interesse imediato por parte dos alunos.

Pretende-se então trazer à tona um ensino que tenha o intuito de fazer parte da construção como cidadão do aluno e ressalte suas habilidades e o posicionamento na natureza como ser participante ativo.

O ensino de Física deve ser capaz de preparar o aluno para além do âmbito escolar, desenvolvendo na escola, habilidades que lhe permitam atuar consciente e racionalmente fora do contexto escolar, estabelecendo julgamentos e opiniões sobre assuntos variados que afetam sua vida (CARVALHO, 2010, p.107).

Ao apresentar o conteúdo de gravitação aos alunos, torna viável uma reflexão do aluno quanto ao histórico das pesquisas que chegaram nos conteúdos apresentados hoje, a influência da cultura e sociedade que influenciaram nessa construção e o papel do cidadão quanto ao recebimento dessas informações, tudo isso junto a possibilidade de entendimento do funcionamento de sistemas experimentados por nós no cotidiano que podem se expandir até descrições de fenômenos cosmológicos visíveis em eventuais situações. Tem-se então, atrelado ao conteúdo de ciências, uma série de informações que agregam na formação do indivíduo como cidadão.

1.2 SINESTESIA

As formas de ensino que envolvem o experiencial do aluno aos conteúdos ou a descoberta dos saberes através de práticas laboratoriais têm ganhado cada vez mais força nas salas de aula por envolver o aluno e mostrar seu protagonismo no processo de aprendizagem, para BERGANTINI (2019, p.226), “a palavra sinestesia é hoje tanto utilizada na ciência quanto na Arte para descrever experiências de união sensorial” e o ensino através da construção de modelos imagéticos ou físicos, trazem a percepção do processo ao aluno enquanto o mesmo o faz, construindo uma maquete ele evidencia as estruturas não só externas mas alguns mecanismos internos que não seriam perceptíveis sem a etapa da construção manual.

A sinestesia como fenômeno neurológico é caracterizada pela presença de experiências perceptivas não estimuladas em um domínio que são desencadeadas por elementos oriundos de outro domínio, por

exemplo: sentir cheiros ao ouvir sons ou associar letras a cores específicas.

A combinação não só de componentes curriculares, mas de práticas também auxiliam no aprofundamento dos conteúdos a serem aprendidos, é criada uma cadeia de associações que serão mais facilmente acessadas e ancoradas ao mesmo tempo em que reconhece o aluno como detentor da responsabilidade do seu aprendizado, por ter construído e evidenciado como se deu um determinado fenômeno.

1.3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

O psicólogo David Ausubel (1918-2008), filho de família judia e que cresceu no Brooklyn, vivenciou ainda na infância as dificuldades de aprendizagem devido ao sistema de ensino não considerar o que o aluno já sabia antes de chegar na escola.

Para Ausubel, a aprendizagem deve se dar a partir de conhecimentos já presentes na estrutura cognitiva do aluno, chamados de subsunçores, e estes, se relacionar ao novo conteúdo, isso fará uma ancoragem do novo saber e constituirá o que o autor chamou de Aprendizagem Significativa, e para que ocorra, os organizadores prévios que o autor define, atuarão como ponte do novo conhecimento com o já existente e esses organizadores são as informações e recursos introdutórios que devem ser apresentados antes do novo conteúdo para que sejam definidos os objetivos a serem alcançados.

Dentro da psicologia, na área do cognitivismo ou psicologia cognitiva, a preocupação com o processo de compreensão, transformação e armazenamento de informação é o alvo das análises envolvidas na cognição segundo MOREIRA e MANSINI (2006), e isso permite entender melhor o mapeamento do aprendizado e auxiliar na construção dos sistemas de ensino que se relacionam com o saber já existente.

Para os autores então, a estrutura cognitiva que organiza e aporta as informações de todas as naturezas, as informações que o aluno leva consigo, suas vivências e referenciais passados é que farão conexão com o conteúdo novo. O conteúdo previamente armazenado do aluno é quem terá papel fundamental por estabelecerem a proporção qualitativa que as novas informações serão armazenadas em detrimento da estrutura cognitiva já estabelecida (MOREIRA; MASINI, 2006).

Para AUSUBEL (1973), a Aprendizagem Significativa consiste em um processo em que as informações novas se relacionam de maneira não arbitrária e não literal à estrutura

cognitiva que já existe no aluno, fazendo com que, de uma forma significativa as novas informações se relacionem e propiciem uma mudança na estrutura cognitiva do aluno.

Um processo através do qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de "conceito subsunçor" ou, simplesmente "subsunçor", existente na estrutura cognitiva de quem aprende (Moreira, 2009, p. 8)

A sinestesia envolve então um relacionamento do experiencial construído pelo estudante, uma vivência que permite a apresentação de novas informações ao mesmo tempo em que ele evidencia sua aplicação e pode de maneira significativa inferir um fenômeno e comparar com outros fenômenos relacionados que não condizem com a vivência dele. Como construir uma elipse num papel para identificar os focos e comparar com a órbita elíptica da terra em que o sol está em um dos focos e entender o lugar de cada um no sistema solar, com as tecnologias atuais o estudante não pode observar o sistema solar de fora dele, mas ele pode inferir através da analogia adotada na prática de construção de uma elipse.

A atuação de métodos que valorizem a aprendizagem significativa tende a por em evidência uma possível transformação no modo de aprender que difere do modelo mais catedrático de memorizar conteúdos, o que é mais comumente visto em sala de aula e que os alunos tendem a recorrer. No entanto, uma vez apresentada e incentivada, a aprendizagem que vincula o saber trazido pelo aluno com novos conhecimentos, agrega não só ao professor no processo de transmissão de saberes como também para a vida do estudante, visto que este pode se perceber como protagonista dos processos de aprendizado e relacionar com quaisquer conteúdos vistos posteriormente.

O método proposto por Ausubel conversa com o que é previsto na Base Nacional Comum Curricular que orienta a aplicação dos conteúdos de forma múltipla que facilite as multifaces disciplinares, o que pode ser dito como inter-transdisciplinar. No momento que os assuntos vistos em sala de aula consideram mais aspectos do que os diretamente relacionados ao tema da aula, permitem o desenvolver de habilidades e favorece uma ancoragem menos mecânica, ao mesmo tempo que relaciona e incentiva essa diversidade de conteúdos serem mais profundamente compreendidas.

Para Bachelard (1996), a ciência foi perdendo desde o século XIX, a preocupação com a investigação, e vem uma nova forma de repasse de conteúdo mais técnicos e mais engessados quando visto o olhar crítico, isso reflete em muito do que é visto hoje em modelos

de ensino que preparam alunos para testes técnicos. A importância do saber histórico é um grande aliado ao combate no ruído caracterizado pelos conhecimentos mais simples da física por exemplo, que deixam de ser contemplados e pula-se para a parte mais robusta a fim de fazer as aulas avançarem mais rápido, isso pode gerar uma perda na compreensão mais ampla como aspectos do ensino de gravitação que avança rápido e as vezes esquece de citar que os modelos astronômicos já foram muito discutidos e houve avanços significativos.

1.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A forma mais comum de apresentação de conteúdos no ensino é a resolução direta de problemas, por motivos variados o professor acaba optando por uma maior aplicação desse formato para os alunos. MIGUEL (2008) traz à tona que esse tipo de resolução vem a ser desmotivadora, que o aluno não vem a atribuir maior importância ao tema trabalhado.

A sequência didática vem como organizador das intenções de aula ao mesmo tempo que permite uma continuidade no caso de outro agente apresentar os conteúdos importantes para os alunos, assim como o registro e apontamento que auxilia nas avaliações do material exposto. MASCARIN (2017) fala que ao preparar uma sequência didática com maior número de recursos e atividades práticas envolvendo conceitos, o professor possibilita uma que os alunos despertam um maior interesse que poderá levar a um desenvolvimento dos conhecimentos e habilidades.

O recurso do manual com diferentes tipos de informações, levando em consideração vários aspectos como analogias visuais e práticas experimentais que colocam o aluno como protagonista na criação de seus próprios protótipos seguindo as orientações, valorizam a interação entre aluno e professor que permitem ambos experienciar novos recortes e obter diferentes informações. O produto construído possui uma roupagem atual que interage com diferentes ferramentas e a construção digital deles permite uma qualidade estética ao material, e somadas essas configurações, o manual sugere um uso autônomo baseado nos princípios da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2006) disponibilizando uma coletânea de saberes e práticas que permita ao aluno e ao professor manusear de forma individual e coletiva.

Na organização do trabalho pedagógico, o planejamento formata as unidades a serem alcançadas e os formatos de apresentação de conteúdos, garantindo não só ao aluno o acesso ao roteiro de aprendizagem como também permite ao professor a continuidade dos conteúdos por outro docente. As unidades didáticas apresentam uma forma do estudante adquirir uma autonomia em relação aos estudos (ZABALA, 2010) podendo flexibilizar as maneiras que ele

irá interagir nas aulas, possibilitando adquirir uma nova habilidade que favoreça o alcance de novos conhecimentos.

As sequências didáticas sugeridas no produto desse trabalho se organizam em três planos de aula que melhor se encaixam em quatro aulas de cinquenta minutos, sendo utilizada para levantamento de dados uma aula de cinquenta minutos, duas seguidas de cinquenta minutos cada em um segundo dia, e no terceiro dia uma última aula de cinquenta minutos para fechar os conteúdos e avaliações. Esta sequência pode ser flexibilizada de acordo com as necessidades que o professor identifique como necessárias de intervenção como uma oficina direta com todos os conteúdos no mesmo dia, ou o aumento na quantidade de aulas para que o conteúdo seja ministrado mais calmamente.

1.5 OPORTUNIDADES

As aulas de física apresentam dificuldades muito comuns quando discutidas entre professores da área que convergem geralmente no fator tempo. As aulas no ensino brasileiro são divididas em blocos de cinquenta minutos duas vezes na semana e às vezes juntos, resultando em um encontro semanal de cem minutos.

Pode parecer um grande intervalo, mas levando em conta as atividades rotineiras de troca de professor em salas de aula, listagem e conversa com os alunos antes das aulas para esclarecer dúvidas, apresentar os novos conteúdos e desenvolver discussões e atividades, faz com que o tempo fique relativamente apertado para desenvolver todos esses tópicos.

A vantagem aqui da inversão da sala de aula é que os conteúdos que seriam expostos pelo professor na sala de aula serão convertidos em vídeos instrutivos do conteúdo em que o aluno possa assistir em qualquer lugar a qualquer tempo e entrega para o aluno a noção de responsabilidade para organizar seus estudos e outras atividades.

Essa forma de inversão para BERGMANN, JHONATAN 2012 permite que o aluno use os recursos disponíveis do vídeo para pausar a explicação do professor para tomar notas ou voltar o conteúdo e ouvir novamente, permitindo disponibilizar esse tempo que seria usado na sala de aula para o professor explicar novamente para os alunos com mais dificuldade, e poderia frustrar os mais avançados. Aqui, os estudantes avançam estudando em casa no seu próprio tempo e na sala de aula disponibiliza um maior intervalo para esclarecimento de outras dúvidas ou desenvolvimento de atividades.

Os materiais produzidos neste cenário foram todos autorais mesmo tendo conteúdos similares já disponíveis na internet, porém a construção manual deles permite que o professor

ao se deparar com um conteúdo de difícil desenvoltura de modelos visuais, ele possa com suas próprias interpretações construir esses modelos de imagem, vídeo ou outra atividade única que aproxime o conteúdo dos alunos.

1.6 GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

O conteúdo de gravitação universal no ensino médio está alinhado com duas habilidades descritas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC que orienta discussões e análises de teorias propostas em diferentes épocas para evidenciar como houve o desenvolvimento da ciência até o que sabemos hoje. Prevê também o uso de tecnologias que explorem os conhecimentos sobre movimentos de objetos na terra, sistema solar e como ocorrem essas interações gravitacionais no universo.

(EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.

(EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).

BRASIL, 2018, p. 557

O ensino de gravitação universal normalmente se inicia com uma discussão do histórico das principais teorias que explicaram durante muito tempo o funcionamento do sistema solar, passando pelo geocentrismo e suas dificuldades de explicar os movimentos retrógrados de Marte que não se encaixavam nas órbitas circulares e mesmo após os epiciclos de Ptolomeu continuaram com erros nas previsões.

Até o astrônomo polonês Nicolaus Copernicus completar uma vasta quantidade de registros a partir de observações dos céus e propor o modelo que ficou conhecido como heliocêntrico e considerou o sol no centro do universo enquanto os outros planetas o orbitavam em trajetórias circulares, o que permitiu o Dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601) juntar sua própria coletânea de registros e medir com mais precisão o problema da trajetória do planeta Marte.

Nascido em 27 de dezembro de 1571, em Weil der Stadt, Württemberg, podendo ser considerado de Capricórnio pela configuração estelar da época, Johannes Kepler se tornou aprendiz de Tycho após ser graduado mestre em 1591 pela Universidade de Tübingen e ter sido expulso em 1600 pela segunda vez de Graz após ser perseguido por motivos religiosos.

Kepler juntou todo o acervo existente de cálculos e observações e lançou suas três leis em duas publicações sendo a primeira em 1609 chamada de Astronomia nova e contendo a primeira e segunda, demonstrando que as órbitas eram elípticas e não circulares e que as áreas varridas pelos planetas eram proporcionais nos mesmos intervalos de tempo. Em 1619 publicou Harmonice mundi contendo sua terceira lei que mostrava a relação existente entre a distância de um planeta ao sol e o tempo que levava para completar um período.

Essas três leis ficaram conhecidas como Leis de Kepler e até hoje regem os estudos sobre cosmologia orientando discussões e análises de assuntos que envolvem órbitas e mecânicas de funcionamento das trajetórias dos corpos celestes.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O modelo proposto por Kepler se relaciona com as deduções feitas por Newton e a atuação de forças externas em um corpo podem levar as formulações que condizem com as conclusões das leis das elipses, das áreas e dos períodos. No livro III do Principia de Newton, o autor explica com grande maestria sobre a gravitação universal, expandindo sua teoria a referenciais fora da terra, unindo muitas das formalizações conhecidas.

As demonstrações descritas a seguir não estão no formalismo adequado ao ensino médio, por tanto, não são de contato direto com os alunos nas aulas de gravitação universal, mas servem de subsídio para que o professor capacitado em formação de ciências da natureza possa se munir com os principais percursos que demonstram algebricamente a construção das Leis de Kepler.

No contexto de programas de pós-graduação, o formalismo utilizado se encaixa nas discussões em componentes curriculares específicos que tratam do conteúdo de gravitação universal e permitam ao graduando desenvolver competências a respeito da área que poderá vir a ser sua área de concentração.

2.1 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Partindo da lei da gravitação e a relacionando com a segunda lei de Newton (2) para o movimento, as leis de Kepler podem ser obtidas como apresentado a seguir.

Segunda lei do movimento e da ação e reação: $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$ (1),

Aplicando na lei da gravitação, tem-se: $m\ddot{\vec{r}}_m = -G \frac{Mm}{r^3} \vec{r}$ (2), de acordo com a terceira lei de Newton, da ação e reação,

$$M\ddot{\vec{r}}_M = G \frac{Mm}{r^3} \vec{r}, \quad (3)$$

Onde $\vec{r} = \vec{r}_m - \vec{r}_M$, e os vetores de posição de m e M com relação a um sistema inercial são \vec{r}_m e \vec{r}_M . Podemos então, escrever as equações da seguinte forma:

$$\ddot{\vec{r}}_m = \frac{GM}{r^3} \vec{r}, \quad (4a)$$

$$\ddot{\vec{r}}_M = \frac{Gm}{r^3} \vec{r} \quad (4b)$$

Da diferença das equações (4a) e (4b) tem-se:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{G(M+m)}{r^3}\vec{r}. \quad (5)$$

Fazendo uso da substituição no numerador do segundo membro por μ , sendo $\mu = G(m + M)$, resultará então, na equação:

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3}\vec{r} = 0 \quad (6)$$

A equação (6) é a equação diferencial vetorial do movimento relativo de dois corpos, resolvendo-a, tem-se a órbita relativa de dois corpos, bem como, descreve a variação de \vec{r} no tempo. Porém, por se tratar de uma equação diferencial vetorial de segunda ordem, serão necessárias seis constantes para obter sua solução por constituir uma operação que envolve a segunda derivada de vetores.

2.2 PRIMEIRA LEI DE KEPLER: LEI DAS ÓRBITAS

Para chegarmos na primeira lei de Kepler, vamos partir da equação (6) e fazer seu produto vetorial por \vec{h} , temos:

$$\ddot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\mu}{r^3}(\vec{h} \times \vec{r}) \quad (7)$$

A segunda parte da equação (7) pode ser reescrita e considerando que $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$, temos:

$$\frac{\mu}{r^3}(\vec{h} \times \vec{r}) = \frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \times \vec{v}) \times \vec{r}. \quad (8)$$

Considerando a regra do produto vetorial misto:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c}),$$

Tem-se então que

$$\frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \times \vec{v}) \times \vec{r} = \frac{\mu}{r^3}\vec{v}r^2 - \frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})\vec{r} = \frac{\mu}{r}\vec{v} - \frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})\vec{r}.$$

$$\mu \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{\mu}{r}\vec{v} - \frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})\vec{r},$$

Logo, tem-se que:

$$\frac{\mu}{r^3}(\vec{h} \times \vec{r}) = \mu \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right).$$

O lado esquerdo da equação (7), $\ddot{\vec{r}} \times \vec{h}$, pode ser escrito como:

$$\ddot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}),$$

já que:

$$\frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \ddot{\vec{r}} \times \vec{h} + \dot{\vec{r}} \times \dot{\vec{h}},$$

e como \vec{h} é constante, $\dot{\vec{h}} = 0$. A equação (7) pode, portanto ser escrita como:

$$\frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \mu \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right),$$

ou seja, integrando-se sobre t:

$$\dot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\mu}{r} \vec{r} \times \vec{\beta} \quad (7a)$$

onde $\vec{\beta}$ é um vetor constante. Como \vec{h} é perpendicular ao plano da órbita, $\dot{\vec{r}} \times \vec{h}$ está no plano da órbita, junto com \vec{r} , de modo que $\vec{\beta}$ também. Na verdade, $\vec{\beta}$ está na direção do pericentro, como veremos a seguir.

Até agora encontramos 2 vetores constantes, \vec{h} e $\vec{\beta}$, e um escalar constante, ϵ , de modo que já temos 7 integrais. Entretanto, elas não são todas independentes. Por exemplo, como $\vec{\beta}$ está no plano da órbita, e \vec{h} em um plano perpendicular a este, $\vec{\beta} \cdot \vec{h} = 0$.

Multiplicando-se (7a) escalarmente por \vec{r} , temos:

$$\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\mu}{r} \vec{r} \cdot \vec{r} + \vec{\beta} \cdot \vec{r}.$$

Como

$$\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c},$$

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} \cdot \vec{h} = \frac{\mu}{r} r^2 + \beta r \cos \gamma,$$

onde γ é o ângulo entre \vec{r} e $\vec{\beta}$ e $\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h}$, temos:

$$h^2 = \mu r + \beta r \cos \gamma,$$

ou

$$h^2 = r \mu \left(1 + \frac{\beta}{\mu} \cos \gamma\right),$$

e finalmente:

$$r = \frac{\frac{h^2}{\mu}}{1 + \frac{\beta}{\mu} \cos \gamma}.$$

Esta forma de equação pertence as definições do geômetra Apolônio de Perga (c. 262 a.C.- c. 190 a.C.) em 200 a.C. das cônicas em que podemos obter elipses, parábolas, hipérbolas ou circunferências com o foco delas localizado na origem e em coordenadas polares.

Na equação em coordenadas polares das cônicas tem-se chamado de *semi-lactus rectum*, e seria a reta perpendicular ao eixo, e tocando o foco. O e corresponde a excentricidade, ou seja, o achatamento da órbita. E o θ corresponde ao ângulo entre o foco, na direção do periélio, e o vetor posição \underline{r} , é chamado de *anomalia verdadeira*. Vemos que **a equação da trajetória descreve uma cônica em geral**, mas se periódica, como a órbita da Lua em torno da Terra ou dos planetas em torno do Sol, uma elipse com:

$$\frac{h^2}{\mu} \equiv p = a(1 - e^2).$$

Podemos interpretar que um círculo corresponde à uma elipse com $e = 0$ e $a = b$. Já para a parábola notamos que pode ser interpretada com uma elipse com $e = 1$ e $a = \infty$. E por fim, a hipérbole pode ser mostrada como uma elipse com $e > 1$ e $a < 0$.

Tem-se que p é o semi-lactus rectum, e é a excentricidade da elipse, e $\theta = \gamma$ é o ângulo entre o ponto da elipse mais próximo do foco (pericentro) e o vetor posição \vec{r} . **Esta é a demonstração de que a órbita, se periódica, é elíptica, como diz a primeira lei de Kepler.**

Concluimos que se o objeto tem movimento periódico, como planetas, sua trajetória será circular ou elíptica; se o movimento for não periódico, como alguns cometas e asteroides, a trajetória será parabólica ou hiperbólica.

2.3 SEGUNDA LEI DE KEPLER

De acordo com a primeira lei de Kepler que diz que as trajetórias dos planetas que orbitam o sol são elipses e o sol se localiza em um dos focos. Esse movimento ao redor do sol ocorre devido a força gravitacional dada pela interação dos dois corpos e essa força atua paralelamente à reta que une os dois corpos.

A partir da conservação do momentum angular (3),

$$\vec{r} \times \vec{v} = \vec{h},$$

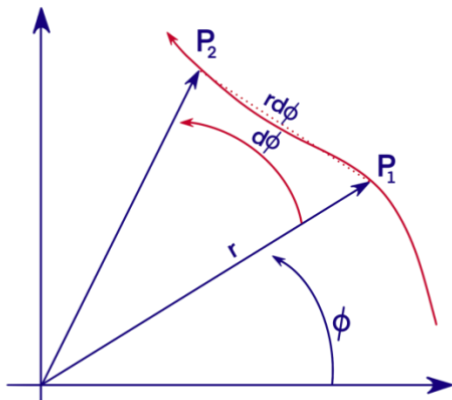
e escrevendo em coordenadas polares, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{rd\phi}{dt} \hat{e}_\phi + \frac{dr}{dt} \hat{e}_r$, onde \hat{e}_r é o vetor unitário na direção de \vec{r} e \hat{e}_ϕ o vetor unitário na direção de $\vec{\phi}$, temos

$$|\vec{r} \times \vec{v}| = h = r \cdot r \frac{d\phi}{dt} \text{sen}(\hat{e}_r, \hat{e}_\phi)$$

Como \hat{e}_r e \hat{e}_ϕ são perpendiculares entre si, segue que

$$h = r^2 \dot{\phi} = \text{constante}$$

Sejam P_1 e P_2 duas posições sucessivas do corpo num intervalo δt .



O elemento de área nesse intervalo de tempo é:

$$\delta A = \frac{r \cdot r \delta \phi}{2},$$

ou

$$\frac{\delta A}{dt} = \frac{r^2 \delta \phi}{2 \delta t}.$$

Para $\delta t \rightarrow 0$,

$$\frac{\delta A}{dt} = \frac{r^2 \dot{\phi}}{2} = \frac{h}{2} \quad (5)$$

Como a conservação do momentum angular (3) prova que h é uma constante, dA/dt é uma constante, que é a lei das áreas. A lei das áreas de Kepler é, portanto, uma consequência direta da lei de conservação do momento angular.

2.4 TERCEIRA LEI DE KEPLER

Duas relações das elipses são:

$A = \pi ab$, onde A é a área, a o semi-eixo maior e b o semieixo menor, e $b = a(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}$. Da lei das áreas, (5), temos:

$$dA = \frac{h}{2} dt.$$

Integrando-se sobre um período, P ,

$$\pi ab = \frac{h}{2} P \quad (6)$$

Substituindo-se b acima, e a definição do semi-lactus rectum,

$$b = a (1 - e^2)^{1/2} = (pa)^{1/2} = \left(\frac{ah^2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Elevando-se (6) ao quadrado:

$$\pi^2 a^2 \frac{a}{\mu} h^2 = \frac{h^2}{4} P^2$$

ou

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{\mu}.$$

Esta é a terceira lei de Kepler, generalizada por Newton,

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m+M)} a^3 \quad (7)$$

Desta forma fica demonstrado que as três leis de Kepler podem ser deduzidas das leis de Newton.

A "constante" de Kepler depende portanto da soma das massas dos corpos. No caso dos planetas do sistema solar, que orbitam o Sol, esta soma é praticamente igual à massa do Sol e, portanto, aproximadamente constante.

3 CONSTRUÇÃO DOS MATERIAIS

A construção dos materiais próprios como imagens, vídeos e impressos envolve intimamente o professor ou os alunos com os resultados, esse desenvolvimento dos recursos torna possível a adaptação dos conteúdos trabalhados em sala de aula com a realidade de quem o disponibilizará.

Dentro do contexto escolar, pode ser muito enriquecedor para o ensino fazer uso de métodos sinestésicos por além de envolver toda uma experiência sensorial de produção dos instrumentos usados para o estudo de uma matéria, como também facilita os participantes usarem seus saberes já pré-existentes como auxílio nessas tarefas mais práticas.

É comum surgir algum discente com aptidão no desenho das formas ou na montagem de maquetes, assim como é comum também os que não encontram a facilidade para o manuseio dos materiais, mas sim na abstração dos conceitos ali estudados e o posterior auxílio aos demais colegas.

Essas formas de estudo que consistem um pouco mais de lúdico e atividades mais práticas fornecem várias condições para o bem-estar do desenvolvimento dos saberes respeitando os espaços e tempos de cada integrante. No entanto, é importante que exista uma figura de referência que domine as técnicas ali envolvidas para que possam ser melhor

guiados os discentes, daí surge a importância do professor somado ao seu conhecimento específico do componente curricular, propor ferramentas do tipo.

Vejam a seguir algumas dicas importantes adotadas neste produto que foram essenciais na sua construção e como elas podem ser replicadas, desde o desenvolvimento das imagens à construção dos vídeos e à montagem das maquetes. A maioria dessas dicas podem ser substituídas de maneiras criativas e cheguem no resultado similar.

3.1 VÍDEOS

Os vídeos produzidos para estas aulas foram gravados de um celular *smartphone* e editados no mesmo, a qualidade da imagem pode ser melhorada com o uso de lâmpadas ou luz natural. A luz natural é uma das melhores fontes luminosas a serem usadas e trazem grande nitidez e qualidade nas imagens.

Uma observação importante caso seja utilizada a luz natural do sol é sobre os ambientes abertos que podem interferir na qualidade do áudio, algumas correntes de vento ou sons externos como de insetos e sons urbanos podem afetar na gravação, então é muito importante fazer o teste para ver se compensa gravar com luz natural ou luz artificial com auxílio de lâmpadas.

Os vídeos produzidos com câmeras de *smartphones* podem ser editados em programas de edição próprios e gratuitos disponibilizados na biblioteca de aplicativos dependendo do sistema operacional, no caso deste trabalho que foi gravado em aparelhos com o sistema iOS, o aplicativo utilizado foi o *perfect vídeo* que é comprado por R\$27,90 (valor único, em 2019) mas tem a versão gratuita.

Os aplicativos de edição de vídeos são geralmente bem intuitivos quanto a interface e de fácil manuseio, as ferramentas utilizadas para edição de videoaulas são: corte de vídeos, transição, título, legenda, adicionar imagens e silenciar. Com essas ferramentas é possível o controle na forma mais simples de editar um vídeo e disponibilizar para compartilhamento do resultado.

Os vídeos ficam melhor aproveitados se gravados na horizontal por permitirem espaços para inserção de imagens com mais facilidade e compatibilidade com telas de computadores e televisores.

3.2 ÁUDIO

O áudio obtido nas gravações das aulas foi obtido através de fones sem fio que são conectados facilmente via *bluetooth* no celular e isso permite ao microfone que fique mais

próximo de quem vai falar, o microfone dos celulares são de qualidade considerável também, mas não são muito bons em filtrar ruídos sonoros como insetos e sons urbanos, o que os fones sem fio fazem um melhor trabalho e permite um resultado mais limpo no vídeo final.

O fone utilizado possui alta capacidade de filtragem de ruídos o que proporciona um som mais limpo quando captado pelos microfones, porém com alto custo, o preço dele é a partir de U\$ 260,00 (valor em fevereiro de 2021), mas pode ser substituído por microfones de lapela que são vendidos a partir de R\$70,00 e possuem alta capacidade de filtragem de ruídos quando usados corretamente.

3.3 SOFTWARE DE EDIÇÃO

A edição dos vídeos foi feita com o auxílio de um aplicativo para celulares e *tablets* chamado *Perfect Video* que é pago, mas se mostra útil pela facilitação na edição dos vídeos, a ferramenta é bem instrutiva e intuitiva e é ótima para pequenos ajustes como unir, dividir, cortar, ampliar vídeos, adicionar imagens e textos, fundos sonoros, e outros ajustes mais simples e rápidos.

Dependendo da origem das gravações que normalmente são feitas em *smartphones* e editadas no mesmo dispositivo, o uso de ferramentas de edição varia por conta do sistema operacional utilizado. No caso de gravações em câmeras de vídeo específicas, será necessário um *software* de computador para edição que no caso serão enviados os arquivos de vídeo para o computador e lá serão editados, o que demanda um pouco mais de aptidão com informática por questões de conversão de formato do arquivo por exemplo.

3.4 TABLET

O uso de tablets como ferramenta faz muito sentido nas matérias de exatas e ciências da natureza, por tratarem questões de cálculo ou identificação de estruturas, que o professor faria as demonstrações no quadro, o uso do *tablet* é fator chave por permitir o professor continuar fazendo essas demonstrações de forma fluída enquanto grava a tela com ferramenta nativa do sistema que foi usado aqui (iOS). É recomendada também uma caneta digital que se conecta ao *tablet* e permite desenhar com mais precisão na tela para a construção das imagens e resoluções a serem usadas nas aulas.

Existem outras opções de marcas com sistemas operacionais diferentes e relativamente de mais fácil manuseio, alguns dispositivos Android e até com Windows podem facilitar o enriquecimento das aulas. Existem também disponíveis no mercado as mesas digitalizadoras que são superfícies sensíveis a canetas específicas que projetam no

computador as interações da caneta com essa superfície, permitindo escrever, desenhar e manusear a ferramenta como quiser durante as aulas.

As ferramentas que facilitam as explicações durante as aulas contidas em *tablets* podem também ser substituídas por ferramentas de *desktops*, porém, o manuseio destas como por exemplo na demonstração de alguma equação, permitem uma maior agilidade quando interagindo direto na tela, escrevendo, o que no caso dos computadores, é necessário que o professor faça anteriormente as aulas.

A montagem das equações por levar mais tempo em suas construções, mas a nitidez, bem como a possibilidade de leitura por *softwares* de transcrição, são melhor identificadas nas estruturas originalmente feitas nos *desktops*, sendo as que forem feitas de forma manual dificultarem essa leitura por programas de leitura.

3.5 SOFTWARE DE DESENHO

O recurso usado para construir as imagens foi um aplicativo para iPads chamado *Procreate* que também é pago (R\$27,90) mas de fácil utilização, é importante o uso da caneta digital para dar mais precisão nos desenhos e escritas, para iPads existe também o aplicativo *Sketchbook* que é gratuito para usuários do equipamento e muito fácil de utilizar também, ambos foram utilizados neste trabalho.

A dica é que ao terminar as imagens, salvem como arquivos *TIFF* que não possuem fundo, assim, ao serem inseridas no vídeo, as imagens não ocupam tanto espaço de tela, caso seja melhor uma imagem quadrada normal, basta salvar no formato padrão de *JPEG* ou *PNG*.

Estes aparatos se fazem muito úteis, porém não obrigatórios, a primeira aula aplicada com o produto aqui descrito se fez com a apostila e questionário digital, construção da maquete e discussão dos temas, então é possível flexibilizar a ordem das ações e a forma como se desenvolvem de acordo com a realidade identificada no ambiente de estudo.

A ferramenta de desenho aliada a persistência possibilita ainda a produção de pequenas animações que podem ser usadas como vídeos e disponibilizar uma experiência de imagens e transições para facilitar o entendimento de alguns percursos teóricos.

Figura 1 - Cada figura representa um quadro que depois será passado na velocidade de oito quadros por segundo, formando ao final uma animação.



Fonte: acervo pessoal, 2023

No modelo utilizado neste trabalho por exemplo, foi construída uma animação de cinco quadros por segundo, ou seja, foram feitas algo em torno de cinquenta imagens para um vídeo de vinte segundos, mas as imagens consistiam de formas bem parecidas então para descrever uma órbita foi preciso apenas duplicar uma imagem e mover ela com a ferramenta de seleção para alguns pixels a frente na direção e sentido determinados pela órbita.

4 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

1º Aplicação do pré-teste

Objetivos:

- Verificar os conhecimentos trazidos pelos alunos quanto seus entendimentos sobre gravitação universal através do pré-teste.
- Obter dados para trabalhar o assunto de Gravitação com mais proximidade da vivência dos alunos.

Materiais:

Caneta e material impresso para responder.

Orientações Metodológicas

Explicar aos alunos que o questionário possui o intuito de saber apenas o que eles já possuem de conhecimento sobre os assuntos a serem trabalhados. As questões são de múltipla escolha para facilitar os alunos na escolha das respostas de acordo com os conhecimentos trazidos por eles.

Uma das questões é discursiva para que os alunos tenham a liberdade de expressar o que possuem de entendimento mais específico e individual do conteúdo apresentado.

4.1 QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE

O questionário a ser utilizado (anexo) faz uso de perguntas objetivas com interpretações reflexivas, para que o professor tenha uma noção prévia de como os alunos possuem seus conhecimentos organizados em relação ao conteúdo de gravitação, ao mesmo tempo em que permite também, caso o docente opte por discutir as questões com a turma, estabelecer algum possível principal ponto de partida para entrar no conteúdo baseado no que os alunos já trazem em seus saberes.

A vantagem da discussão aberta é que permite o ganho de tempo para o professor, o que ajuda a aperfeiçoar as atividades para o caso de uma turma com muitos alunos. A aplicação do teste num intervalo mínimo permite que o professor possa identificar de forma mais específica às dificuldades de cada aluno ou facilidades, para que possa orientar de forma mais sucinta o direcionamento das aulas.

2º Utilização do livro didático

Objetivos.

- Conhecer o conteúdo do livro didático adotado, fazendo a leitura dos textos;
- Responder às atividades propostas.
- Utilizar material como textos e artigos para complementar o assunto do livro, e conhecer um pouco mais da história.

Material Didático.

Livro didático, caderno, quadro, giz, vídeos indicados no texto.

4.1.1 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

O uso do livro didático auxilia de forma mais prática a transmissão dos saberes por contar com a organização linear dos conteúdos definindo melhor a origem e os objetos de estudo, e através de representações e analogias, é reunida então uma coletânea de possibilidades que permitam diferentes tipos de compreensão e estudo, seja mais matemática ou mais contextualizada.

O livro utilizado na turma onde o produto foi aplicado é o Física: Mecânica, 1º ano. - 3. ed. - São Paulo: FTD, 2016. - (Coleção Física). Os conteúdos são organizados a partir do Capítulo 12, página 201 e seguem nas ordens a seguir:

CAPÍTULO 12: Gravitação Universal **201**

1. Os sistemas geocêntricos e heliocêntricos **201**
 - Observando o céu **201**
 - Sistema geocêntrico **201**
 - Sistema heliocêntrico **202**
2. Leis de Kepler **203**
 - 1º lei de Kepler - lei das órbitas **204**
 - 2º lei de Kepler - lei das áreas **204**
 - 3º lei de Kepler - lei dos períodos **205**
3. Lei da Gravitação Universal **207**
 - Pensando as ciências: A força gravitacional **208**
4. Campo Gravitacional **210**
5. Corpos em órbita **212**
 - Mais atividades **214**
 - A História conta: A dinâmica do conhecimento **216**

O livro começa tratando das definições dos modelos geocêntrico e heliocêntrico, porém o professor pode iniciar a aula falando sobre as observações feitas dos corpos celestes a olho nu, como as constelações do zodíaco, a posição da lua e do sol, a existência de galáxias e formações cósmicas.

É importante mostrar para os alunos que existem diversos entendimentos sobre a origem do universo, vale aqui colocar contos comuns do folclore que descrevem bem algumas das estruturas mais conhecidas como lua, sol e outras estrelas. Vale também falar dos conceitos bíblicos de origem do universo, o que é muito comum entre os alunos, então permite uma maior interação que resgata o estudante para o conteúdo no começo da discussão.

Um ótimo complemento nesse sentido de diversificação das versões de origem do universo, é o livro *O Universo: Teorias sobre sua Origem e Evolução* do autor Roberto de Andrade Martins, disponível no site da USP. A lenda Amazônica mostrada no primeiro capítulo conta pela visão *nheengatu*, a origem do céu, da terra e do sol.

Após apresentar essas discussões e deixarem abertas as possibilidades para as interpretações de origem do universo, partimos então para o livro didático que começa falando da influência grega na ciência que foi muito influente especificamente nessa parte de cosmologia e a primeira grande descrição dessas organizações do sistema solar que foi a do modelo geocêntrico, em que a terra era o centro do universo e o restante dos corpos celestes o orbitava.

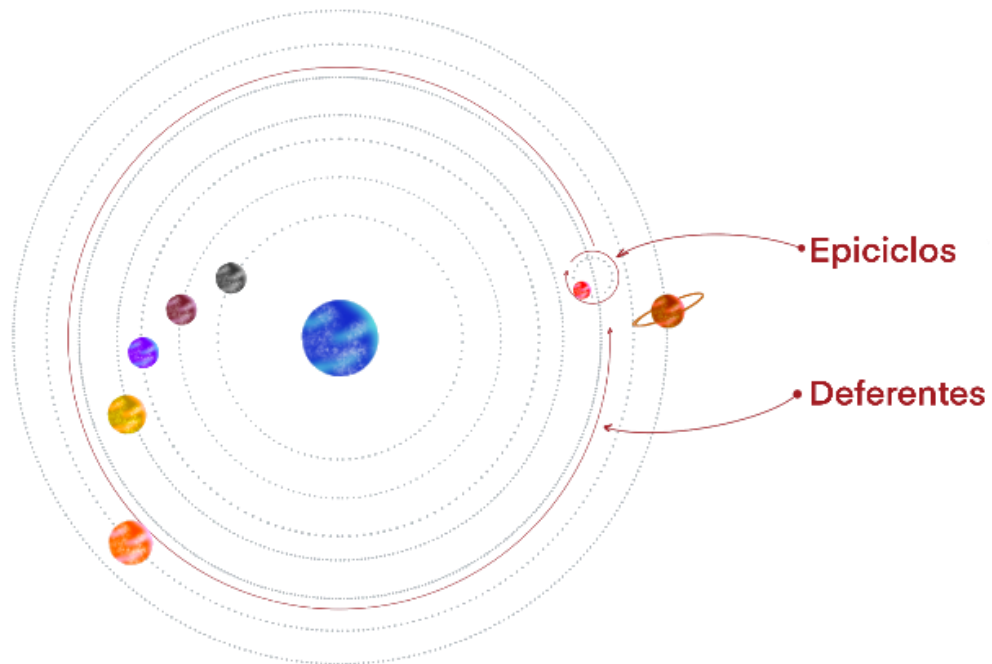
Como os planetas e outros astros não caem nem se afastam da terra, seriam formados por um quinto elemento, o éter, e seus movimentos naturais deveriam ser circulares e uniformes. (Bonjorno et al. 2016, v.1, p. 201)

É importante aqui que o professor enfatize nesta definição o termo “circulares” das órbitas dos planetas que orbitavam a terra na teoria geocêntrica. Após esclarecer a etimologia da palavra geocêntrica o material segue com a apresentação do sistema descrevendo a ordem dos corpos que orbitam a terra que é: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno.

É preciso também, apresentar as definições breves de epiciclos e os deferentes, em que os epiciclos são círculos menores que são os movimentos que os planetas faziam em volta de um centro que circulava a terra, esse círculo maior são os deferentes.

Essas descrições foram os artifícios encontrados por Ptolomeu para explicar as imprevisões de Marte por exemplo, que em algumas épocas do ano parecia estar indo para frente e para trás no céu, não descrevendo uma trajetória linear. E encerrando o modelo, havia uma esfera com as estrelas fixadas pois segundo esse modelo o universo é finito.

Figura 2 Epiciclos e Deferentes



Fonte: autoral, 2021

Puxando a discussão anterior de modelos que os alunos conhecem, aqui cabe um gancho do modelo bíblico que sustentava o geocentrismo por considerar a maior obra de deus no centro do universo, e na época, o poder político era da igreja e por conta então dessa grande influência, o modelo foi aceito e defendido por muitos estudiosos naquele período.

Na apresentação do modelo heliocêntrico, se faz válido ressaltar que antes mesmo do modelo geocêntrico ser aceito já havia a ideia de heliocentrismo defendida por Aristarco de Samos (310-210 a.C.).

De acordo com a etimologia da palavra (*helios*, em grego, significa Sol; portanto o sol como centro do universo) foi mostrada então uma nova organização dos corpos celestes com o sol no centro do universo com os planetas o orbitando, a lua orbitando a terra e as estrelas ainda fixas em uma esfera envolta por toda essa estrutura que foi herdada da teoria passada.

Após a publicação do livro *A Revolução dos Orbes Celestes* pelo polonês Nicolau Copérnico ficou estabelecido o sol como fonte de luz e calor no centro, iluminando tudo à sua volta. Ia de confronto com o que a igreja dizia, mas ainda tinha o elemento de luz que representava algo positivo ainda no formato das ideias bíblicas.

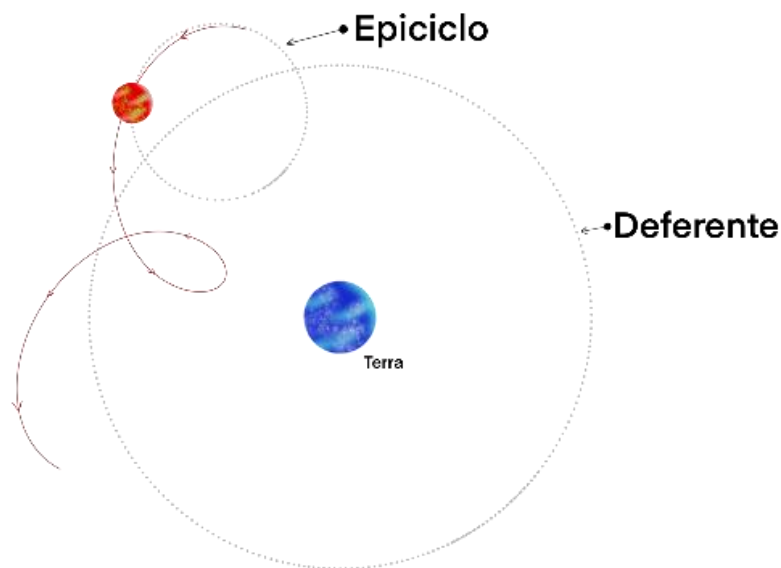
Vale lembrar que, segundo os textos da Igreja Católica, a luz sempre foi vista como algo bom. Em Gênesis, do Antigo Testamento,

encontra-se escrito que Deus disse: “façam-se luzeiros no firmamento do céu para separar o dia da noite.” (Bonjorno et al. 2016, v.1, p. 202)

O modelo proposto por Copérnico causou uma certa confusão nas estruturas da sociedade na época que trouxe uma nova visão de mundo mais difícil de ser aceita no começo, mas não impediu que os pesquisadores usassem seu modelo quase semelhante ao que conhecemos hoje.

A apresentação da descrição dos movimentos do planeta Marte que não pareciam completos, é importante ser frisada para que seja sustentada a trajetória histórica que impulsionou o alemão Johannes Kepler (1571-1630) a se interessar pelas pesquisas da época, como a parceria com Tycho Brahe (1546-1601) em que o dito astrônomo dinamarquês esboçou melhor o modelo para descrever a trajetória do planeta.

Figura 3 Trajetória dos epiciclos



Fonte: autoral, 2021

Entramos então nas pesquisas de Kepler e na descrição de suas importantes leis elaboradas através da observação e análise das teorias anteriores. Kepler sustentou seus trabalhos na teoria heliocêntrica e continuou a fortificando mesmo após a morte de Brahe. Kepler precisou se mudar para Praga por motivos maiores, e lá desenvolveu mais suas ideias de aperfeiçoamento do modelo Copérnico.

Pela sua apreciação a um universo harmônico, Kepler percebeu evidências que sustentaram o modelo heliocêntrico e pode resolver muitos problemas que Copérnico não conseguiu.

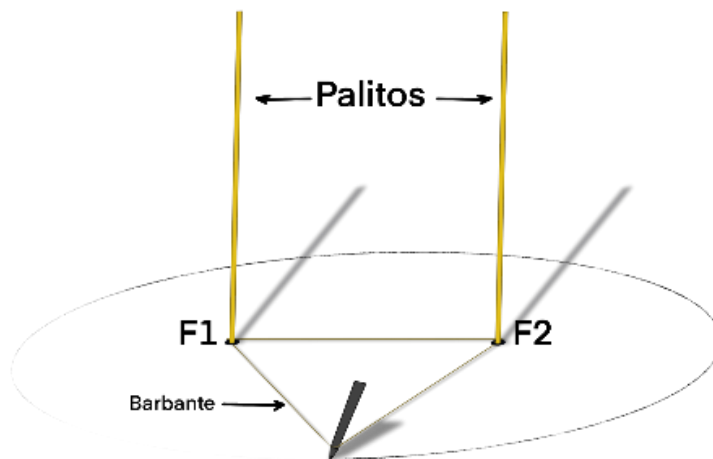
Questionário avaliativo I:

1. O que é modelo Geocêntrico?
2. O modelo heliocêntrico é considerado correto? Por quê?
3. Como você descreveria a origem do universo?
4. Como diferenciar círculo de elipse?

É realizada então aqui a prática da construção de elipses, para apresentação da descrição da forma geométrica adotada por Kepler para sustentar sua primeira lei. Essa definição foi a primeira grande quebra de paradigmas em relação às teorias passadas por desconsiderar a organização em órbitas circulares e moldar então, um formato mais complexo com descrições matemáticas de como se comportam os astros.

É pedido para que os alunos em uma folha de papel no plano, fixem dois percevejos ou palitos e amarre neles uma linha com comprimento maior que a distância F_1F_2 , e com a ponta de um lápis (P), mantendo o barbante sempre esticado, podemos traçar na folha uma curva fechada chamada de elipse.

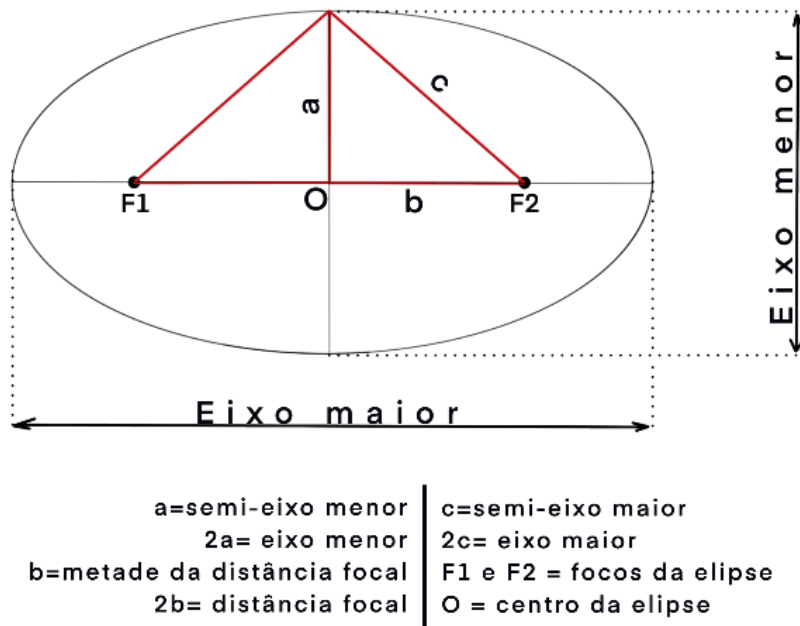
Figura 4 Prática das elipses



Fonte: autoral, 2021

Se pode descrever então as características de uma elipse como a identificação dos dois eixos (maior e menor), onde estão os focos e a distância entre eles, conhecida como distância focal. Apresenta-se também a excentricidade de uma elipse e como calcular ela, e concluir que como essa grandeza calculada representa o achatamento da forma geométrica, se ela for igual a zero, então a distância focal será igual a zero (equação).

Figura 5 Componentes de uma elipse

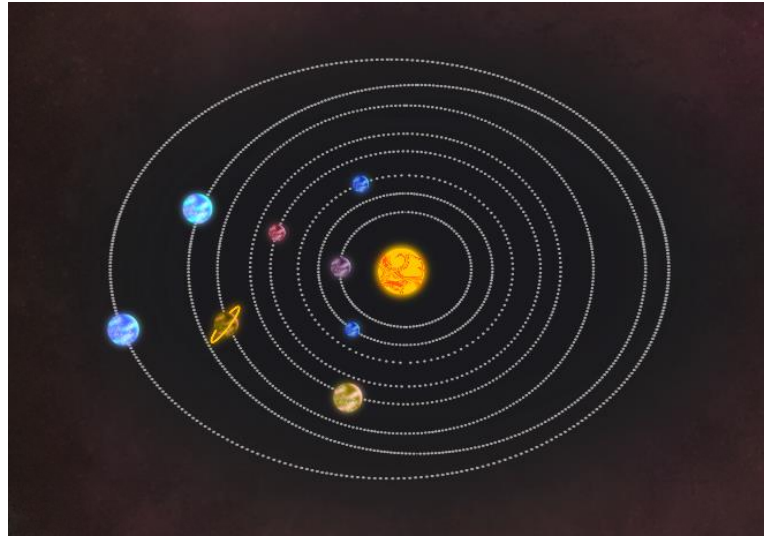


Fonte: autoral, 2021

A primeira Lei de Kepler foi definida graças aos esforços de Tycho Brahe que possuía grande aparato astronômico para observações e notou que o movimento de Marte não poderia descrever uma rota circular, precisando então do auxílio de um matemático para formular a resolução desse problema.

Foi aí então que Kepler se propôs a participar desse processo e com muito sucesso conseguiu descrever a trajetória do planeta através de uma elipse matematicamente correta e daí então expandiu sua descoberta relacionando com os outros planetas, afirmando que todos os planetas descrevem trajetórias elípticas ao redor do sol, e que este, por sua vez estaria localizado em um dos focos. Configurando esse enunciado como 1ª Lei de Kepler.

Figura 6 Órbitas elípticas



Fonte: autoral, 2021

Questionário avaliativo II:

1. Usando uma régua, qual o valor da maior distância entre duas extremidades opostas da figura desenhada? E a menor?
2. Qual é o valor da distância focal que é formada pelos pontos F1 e F2 representados pelos furos dos palitos?
3. Usando o teorema de Pitágoras, e considerando que valem $OB_1 = 3\text{cm}$ e $OF_1 = 4\text{cm}$. Quanto vale, em cm, o segmento identificado por “a”?
4. O que acontece se você diminuir o tamanho da distância focal da elipse desenhada?

Na segunda lei, Kepler já traz uma nova relação no movimento dos planetas que sustentavam sua busca pelo universo harmônico, aqui é necessário a dedução através de imagem que possua definida uma elipse com os seus dois focos identificados e um deles que representa o sol.

Nela é destacado um arco de deslocamento de um determinado planeta que ao ligar seu ponto inicial e final ao sol que está em um dos focos, forme uma área que possa ser relacionado de maneira oposta com o arco de tamanho diferente e distâncias entre pontos iniciais e finais também diferentes em relação ao sol, mas que ao serem interligados, formem uma área que possua o mesmo valor da anterior.

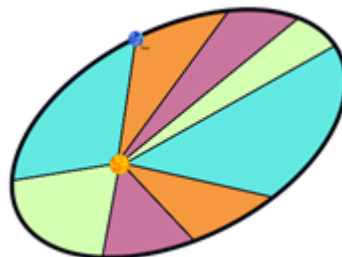
Para esta prática faremos a construção de uma maquete de uma elipse com proporções próximas de um real obtido através de *softwares* online. O *software* usado é bem intuitivo e através de ajustes feitos na própria interface onde é possível ajustar a excentricidade da elipse e a proporção dos corpos que estão sendo simulados. É disponibilizado então um modelo com as marcações correspondentes a segunda lei de Kepler em que são representações das áreas proporcionais varridas pelos mesmos intervalos de tempo dentro das condições que ajustamos.

O modelo obtido pelo *software* é então salvo como imagem que podemos imprimir em diferentes tamanhos desde que se mantenham as proporções originais por conta dos ângulos das marcações de áreas que faremos a constatação se condiz com intervalos iguais. Essa impressão será transferida manualmente para um isopor onde serão feitas novas marcações de acordo com o que está descrito na impressão, em seguidas serão feitos cortes neste isopor para encaixar as paredes de contenção com o acrílico e depois a cobertura com cola para impermeabilizar a maquete. Com as áreas marcadas e divididas, será feito o preenchimento dessas áreas proporcionais com uma solução de água colorida artificialmente com corante e o auxílio de uma seringa para a constatação dos mesmos volumes de solução que serão usados para preencher a maquete.

Uma vez que a maquete segue as proporções mais próximas possíveis da realidade, e temos áreas iguais com formatos diferentes, e adotando a ideia de volume em que normalmente é medido pelo produto da área da base e da altura, teremos então algo próximo de áreas com o mesmo valor e ao constatarmos as mesmas alturas preenchidas pela mesma quantidade de solução, sugestionamos então a comprovação de que aquelas áreas são iguais e concluímos a segunda lei de Kepler.

Seguindo então a conclusão de Kepler de que o tempo que o planeta leva para se deslocar nesses arcos é o mesmo, ou seja, ele “varre” áreas iguais em tempos iguais. Este enunciado é conhecido como segunda lei de Kepler, e dele varia a definição de que quanto mais próximo do sol, mais rápido os planetas se deslocam.

Figura 7 Áreas iguais



Fonte: autoral, 2021

4.1.2 PRÁTICA

Para esta prática faremos a instrumentação da aula com o auxílio da montagem de um modelo celeste para a rota elíptica de um planeta e para que possamos vislumbrar a aferição de um resultado que crie uma relação imagética do que seriam órbitas varridas em tempos iguais.

Material:

- Isopor (2 cm de espessura);
- Marcadores coloridos;
- Cola branca;
- Folha de acetato (usada para fazer “saia” de bolos)
- Seringas descartáveis;
- Estilete;
- Folha A4.

Procedimento:

Primeiro precisaremos de elipses com proporções reais para que se possa fazer a comparação de acordo com a realidade observada nos corpos celestes, para isso, faremos uso do *software* online ophysics.com/ff6.html em que conta com ferramentas de manipulação da excentricidade da forma bem como, mas massas envolvidas, a ferramenta entrega então uma elipse com as devidas marcações que expressam as áreas iguais divididas marcadas com os tempos iguais varridos pelo programa. Faremos então a anexação desse modelo impresso com palitos para facilitar a posterior remoção.

Após anexada no isopor, se faz o corte cauteloso para que não vaze o corte do outro lado. Os cortes serão para fazer uma marcação onde depois será inserida a folha de acetato para conter a figura.

Depois de contornar toda a elipse e as linhas dos arcos marcados, retiramos a folha de referência, cortamos a folha de acetato em tiras com 2 cm de espessura para fazer a inserção e formar paredes por toda a figura.

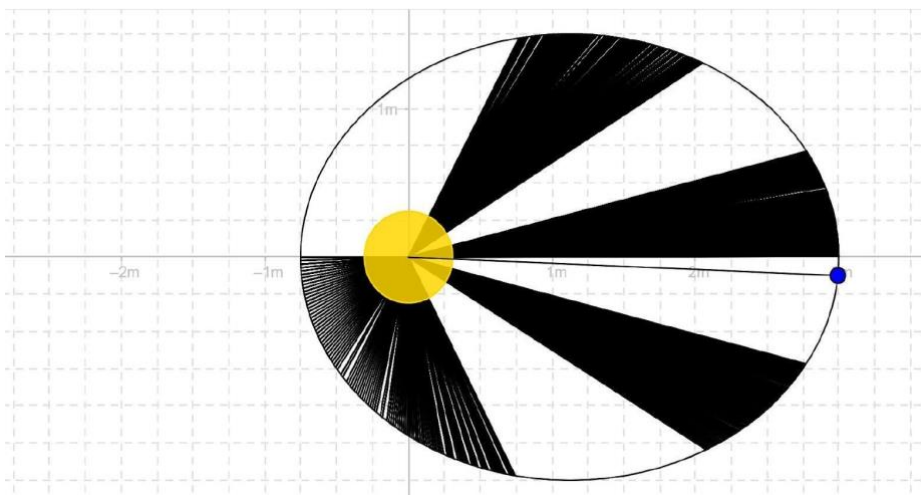
Faremos agora a cobertura com cola branca por toda a maquete para selar os possíveis furos no isopor e preenchimento das fendas cortadas para conter todo o material. Faz-se isso duas ou três vezes, fazendo intervalos de pelo menos 12h para eficaz secagem da cola.

Temos agora nossa maquete montada para uso, para o procedimento usaremos as seringas para preencher com água em quantidades iguais os espaços delimitados e assim então faremos uma ligação com as ideias pré-construídas de área e volume, sendo as áreas marcadas com intervalos de tempos iguais e se forem preenchidas com volumes iguais, poderemos então sugerir a comprovação da segunda lei de Kepler. É sugerido que nessa etapa dilua corantes na água para melhor visualização através da folha de acetato translúcida.

Após o preenchimento gradual (10ml de cada vez) faremos a aferência dos volumes que provavelmente irão coincidir.

Questionário avaliativo III:

1. Na elipse abaixo, o que representam as áreas escuras? E as claras?



2. No exercício de construção da maquete, foi necessário incluir uma parede de proteção para conter o líquido dentro da figura e poder medir quanto foi adicionado de líquido em cada espaço. Qual a importância do uso do líquido para analisar a figura da elipse?
3. O que podemos concluir com o experimento da maquete?
4. Se a elipse formada na imagem anterior fosse a descrição de uma órbita real de um planeta em torno do sol, onde o sol estaria localizado na maquete?

A lei dos períodos, que é a terceira lei de Kepler, é uma dedução matemática que tenta justificar a velocidade de um planeta que é mínima em seu ponto mais afastado do sol

(afélio) e máxima no ponto mais próximo do sol (periélio). Esta dedução relatava que essa diferença era consequência da ação do magnetismo do sol, que foi influenciada pelo livro *De Magnete* (1600), de William Gilbert (1544-1603), mas foi invalidada mais tarde pelos trabalhos de Newton.

Foi então em 15 de maio de 1618 que Kepler concluiu que o tempo que um planeta leva para dar uma volta completa em torno do sol, conhecido como período de revolução, elevado ao quadrado, e dividido pelo valor do semieixo de suas órbitas elevado ao cubo, é o constante para todos os planetas.

$$\frac{T^2}{R^3} = K \Leftrightarrow K = \frac{T_{Terra}^2}{R_{Terra}^3} = \frac{T_{Marte}^2}{R_{Marte}^3} = \frac{T_{Júpiter}^2}{R_{Júpiter}^3} \dots$$

Aqui nas definições da lei, para melhor figurar a origem das definições matemáticas, sugere-se que seja feita uma comparação de transformação do período de revolução de um planeta em volta do sol, em seguida esse período seja representado por uma linha, essa linha poderá ser convertida na forma extensa, podendo então ficar claro o seu comprimento e mensuração, essa linha reta ainda representa o valor do tempo de revolução de um corpo celeste em volta do sol.

Usando comparações matemáticas de propriedades da matemática como a que é usada para explicação do quadrado dos catetos no teorema de Pitágoras, fazemos então uma malha quadrada em que suas arestas possuem mesma dimensão que a linha do período de revolução, a ela atribuímos a nomenclatura de pôr um determinado número representado pelo valor de cada aresta, ao quadrado, literalmente colocando o valor como sendo fundamental na formação de um quadrado.

Aproximando essa resolução para chegar no cubo e explicar o valor do semieixo maior da equação, fazemos a dedução de que para determinar o quadrado, usamos o valor do tamanho da linha do período e essa linha foi dobrada para formar um quadrado, multiplicando ela por ela mesmo (o que pode ser visto e concluído a partir da contagem dos quadrados na malha).

Estendendo essa compreensão, dizemos que o cubo que é representado pelo três, pode ser resolvido através de mais uma multiplicação do valor usado, nesse caso o do tamanho do semi-eixo, fazendo ele ser multiplicado por ele mesmo e depois mais uma vez. Toda essa descrição será feita de forma visual através de uma animação independente

construída através do sequenciamento de várias imagens feitas manualmente em programas de desenho.

Após essas definições, podemos apresentar aos alunos o período de revolução de alguns corpos que formam nosso sistema solar e fazer o comparativo, entre a excentricidade das órbitas, o tempo em anos e o valor da regra da terceira lei de Kepler.

Tabela 1 Dados orbitais dos planetas (Fonte: NSSDC)

Dados atuais	Planeta	Excentricidade da órbita	T(dias)/ T(anos)	$\frac{T^2}{R^3}$
Planetas visíveis a olho nu, conhecidos por Kepler	Mercúrio	0,2056	88/0,241	$2,99 * 10^{-25}$
	Venus	0,0067	224,7/0,615	$2,99 * 10^{-25}$
	Terra	0,0167	365,2/1,0	$2,99 * 10^{-25}$
	Marte	0,0935	687/1,881	$2,99 * 10^{-25}$
	Júpiter	0,0489	4331/11,862	$2,98 * 10^{-25}$
	Saturno	0,0565	10,747/29,457	$2,97 * 10^{-25}$
Descobertos posteriores a Kepler	Urano	0,0457	30,589/84,011	$2,98 * 10^{-25}$
	Netuno	0,0113	59,8/164,79	$2,97 * 10^{-25}$

Fonte: <http://www.inpe.br/ciaa2018/arquivos/pdfs/apostila_completa_2018.pdf>. Acesso em: 31 mar. 2023.

Questionário avaliativo IV:

1. O que significa dizer “o quadrado de um valor”? E “o cubo de um valor”?
2. O que é período?
3. O que é constante na terceira lei de Kepler?

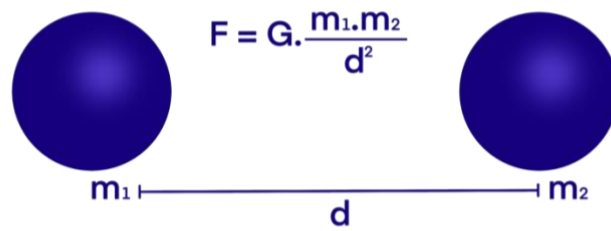
4. (Unifor-CE) A Terceira Lei de Kepler preconiza que os quadrados dos períodos de revolução dos planetas em torno do Sol são proporcionais aos cubos dos seus respectivos raios médios de órbitas. De acordo com essa lei, podemos afirmar que:
- a) quanto maior a distância do planeta ao Sol, menor a sua velocidade.
 - b) o Sol encontra-se no centro da órbita elíptica descrita pelos planetas.
 - c) quanto maior a distância do planeta ao Sol, maior a sua velocidade.
 - d) quanto maior for a massa de um planeta, menor é o seu período de revolução.
 - e) quanto menor for a massa de um planeta, menor é o seu período de revolução.

Após aplicação do questionário avaliativo e dos mapas mentais, o livro didático utilizado aqui sugere um exemplo de exercício resolvido que complementa o conteúdo visto sobre a terceira lei, pois trabalha com a proporcionalidade nela tratada e utiliza diretamente de exemplo como notação exponencial na sua resolução, no produto contém o exemplo utilizado na parte da terceira sequência utilizada.

4.1.3 LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

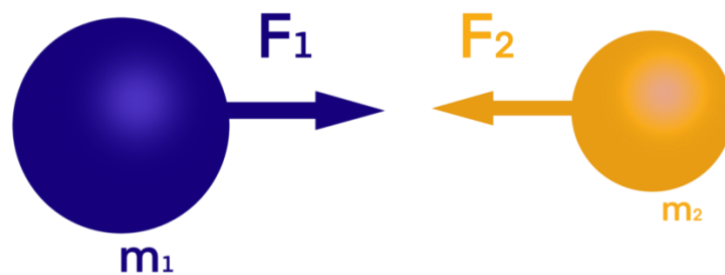
Neste estudo, começamos a entender que Newton tinha a mesma ideia de Kepler, de que alguma força atuava não só na terra, mas no restante dos planetas do sistema solar, se não, suas trajetórias de movimento seriam retilíneas e não elípticas. Surgiu então a suposição de que esta força era direcionada para o centro do sistema solar, pois por isso, os planetas orbitavam o sol, e que essa força era semelhante à força que fazia com que objetos caíssem na terra. Após algumas análises e comparações, Newton calculou a força centrípeta da lua como sendo muito pequena em relação a aceleração de objetos caindo na terra e o fez pensar sobre essa relação que diminuía com a distância dos corpos.

Newton formulou então sua teoria, baseada nos questionamentos da terceira lei de Kepler, e disse que dois corpos se atraem da mesma maneira através de uma força chamada força gravitacional, e a intensidade dessa força era diretamente proporcional ao produto das massas, então quanto maior a massa, maior é essa força, essa força também seria inversamente proporcional ao quadrado das distâncias, então quanto mais distante os corpos, menor seria essa interação.

Figura 8 Equação geral da gravitação

Fonte: acervo pessoal, 2023

Nessa fórmula então, temos o **M.m** que representa a massa, sendo o **M** a massa maior e **m** a massa menor. **G** que representa a constante de gravitação e não depende dos corpos nem do meio, e nem da distância entre eles, sendo sempre o mesmo valor, **d** que é a distância entre os corpos e **F** que é o valor da força que eles interagem. Em todos os casos teremos no mínimo um par de forças que possuem direções que passam pelo centro dos corpos, mas com os sentidos contrários.

Figura 9 Simulação de forças agindo entre si

Fonte: acervo pessoal, 2023

Após finalizado a explicação e visualização dos conteúdos, a última sequência do produto sugere a discussão de uma exercício resolvido retirado do livro, que faz uso de informações vistas na animação como o uso de exponenciais e pode também ser apoiado na **Tabela** para apresentar aos alunos as informações de cada planeta e como as informações se cruzam com a previsão da terceira lei de Kepler.

4.1.4 CAMPO GRAVITACIONAL

O campo gravitacional está presente em torno de todos os corpos e ele atua como o deslocamento que um tecido esticado faz quando é posto no meio dele uma massa qualquer e esse deslocamento é responsável por atrair objetos próximos ao centro da massa que está no meio. Quando esses campos interagem, é então que observamos a descrição anterior de atração entre eles. Na equação que descreve essa força resultante entre essas interações, vamos considerar a interação de um corpo qualquer com a massa da terra. Precisamos então do valor de G que representa o valor da aceleração da gravidade, R equivale ao raio da terra, M a massa da terra, m sendo a massa menor, F que é a força de atração, h vale a altitude da superfície da terra e P que corresponde ao peso do corpo. Quando um corpo está na superfície do planeta, o h vale 0.

O Questionário Avaliativo IIII (Questões do ENEM, que está em anexo do produto as questões possuem suas resoluções seguidas de cada questão e permitem a discussão dos assuntos tratados nesta aula a nível de vestibular, ou seja, questões contextualizadas e que podem ser mais interativas com o aluno.

Essas questões foram implementadas como oportunidade no produto deste trabalho de forma não avaliativa mas discursiva para que os alunos tenham contato com a dinâmica de provas como o Exame Nacional do Ensino Médio que organiza suas questões de forma contextualizada, ou seja, fazendo uso quase sempre de exemplos reais noticiados ou presentes na cultura e na produção de ciência atual.

Como alguns alunos podem não ter tido exemplos anteriores de perguntas de natureza mais informativa como as do ENEM utilizadas nesta pesquisa, cabe ao professor explicar de forma compassada não só a estrutura de questões desse tipo, como também a ligação delas com o conteúdo trabalhado, para que permita ao discente a oportunidade de relacionar os conteúdos e se preparar para possíveis futuros processos seletivos para ingresso em instituições de ensino superior.

Foram utilizadas quatro questões aplicadas nos exames nacionais de 2009 a 2012 e que fazem uso como conteúdo necessário para as suas resoluções a parte de gravitação universal e leis de Kepler sendo diretamente relacionadas às aulas mencionadas neste roteiro. Caso o professor opte por utilizar as questões de forma separada após cada sequência (contidas no produto) referente ao seu conteúdo específico.

5 PRODUTO

O sistema educacional brasileiro pode adotar diferentes facetas em contextos amplos, desde o sistema público ao sistema privado, passando pelas escolas rurais e técnicas, as práticas adotadas em sala de aula caminham em direção do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM e moldam as formas como os professores balizam os conteúdos de acordo com esse modelo que é a porta de entrada principal do estudante no ensino superior.

Apesar de poucos estudantes ingressarem em Universidades, isso não impede o sistema educacional brasileiro de seguir a metodologia que mira nessas avaliações por conta do seu caráter mais crítico quando se trata de analisar questões-problemas.

A difusão da importância em desenvolver o senso crítico do aluno, apesar de essencial nos últimos anos nem sempre foi assim, as escolas antigamente pertenciam a um contexto histórico em que as políticas eram mais incisivas e sustentam práticas menos sensíveis a natureza do aluno com métodos mais tradicionais de ensino, esses métodos não permitiam o aluno desenvolver individualidade e explorar suas habilidades.

Essas escolas inclusive disponibilizavam de alguns estudos mais específicos em conteúdos técnicos e profissionalizantes que moldavam ainda mais os estudantes de acordo com as necessidades de mão de obra dos empreendedores.

As mudanças no sistema de ensino foram necessárias e importantes para o desenvolvimento do país como potência por aprimorar o senso crítico dos estudantes, criação de mais universidades e suporte à ciência que desenvolveu todas as áreas adjacentes do mercado.

Visto a atualização das práticas de ensino nos moldes do ENEM se deu de maneira rápida e benéfica, surge então uma demanda constante por essas atualizações que coloquem a escola no mesmo cenário social atual, em que as discussões políticas são pertinentes nas aulas por apresentarem a vivência direta dos alunos, do uso da tecnologia disponível por fazer parte da rotina desses estudantes, do diálogo coerente com a realidade de cada instituição.

As atividades que exploram o protagonismo do aluno como detentor do seu próprio saber têm sido o ponto chave para uma educação mais eficaz por colocar o aluno para aprender com o seu próprio ambiente e informações literais, palpáveis e próximas. A contextualização dos conteúdos e adaptação para a realidade da escola se torna essencial nesse sentido.

No percurso que avançam os estudos sobre a gravitação universal com os alunos do ensino médio, é escasso de práticas metodológicas que aproximem o aluno do conteúdo e o

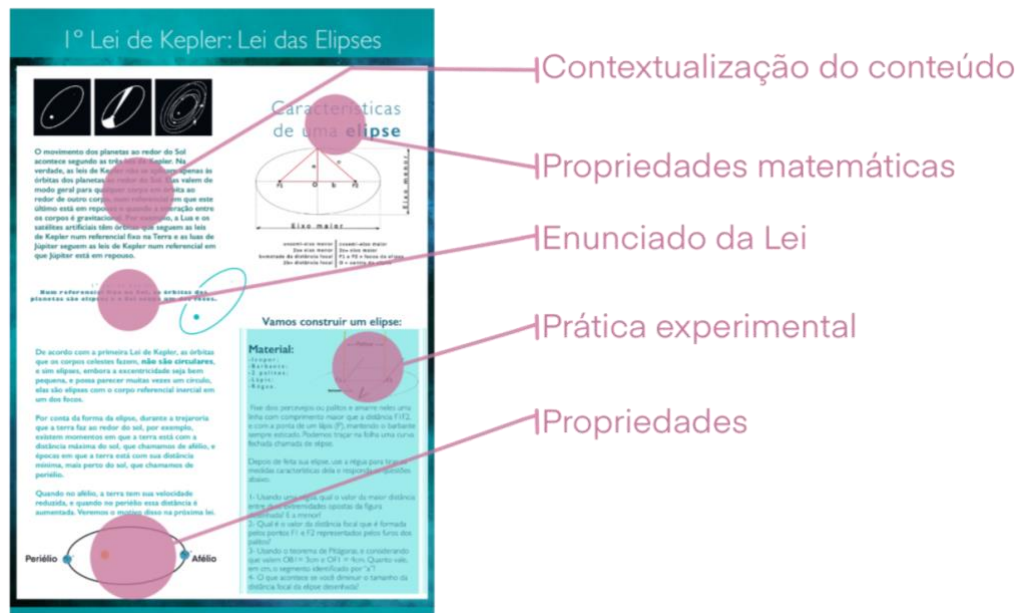
atraia. Normalmente, já é desafiador para o professor estar em constante adaptação nas salas de aula com ferramentas e métodos que convidem o interesse dos estudantes nas aulas e conteúdo de física. Pensando nessa aproximação, este manual surge para ajudar professores e alunos, a desenvolver habilidades que participem da construção dos saberes dentro do conteúdo aqui sugerido.

Este produto se propõe a auxiliar tanto docentes quanto discentes ao longo do desenvolvimento dos estudos dentro do conteúdo de gravitação universal. Este conteúdo se inicia nos modelos adotados ao longo da história para descrever a organização dos objetos celestes e o nosso lugar nele. O formato deste produto educacional conta com intervenção na forma de práticas em que os alunos construíram maquetes dos modelos astronômicos, modelos geométricos para entendimento das trajetórias e o motivo de sua revisão ao longo dos anos.

Este material conta também com um vídeo de orientação para a construção dos materiais e contido no mesmo arquivo, uma simulação que pretende auxiliar o entendimento dos conceitos mais robustos contidos nas leis de Kepler.

O produto oriundo deste trabalho pode ser usado diretamente em sala de aula destacando as partes que o aluno terá acesso direto (anexo) como a capa que é opcional, uma página instrutiva para cada uma das três leis de Kepler e uma página de molde para a prática da maquete. As páginas instrutivas de cada uma das leis são bem similares estruturalmente (Figura), contam com a contextualização da lei, o enunciado, a propriedade matemática e as instruções para a montagem das práticas experimentais.

Figura 10 Estrutura do produto (versão do aluno)



Fonte: acervo pessoal, 2023

5.1 AS AULAS DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL (DESCRITA NAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS)

As aulas de gravitação, são ministradas logo após a finalização da aplicação do último teste depois do estudo da terceira lei de Kepler. Como essa parte vem de forma breve no livro adotado, ela pode ser ministrada numa aula junto com uma possível contextualização de todo o conteúdo visto até aqui como aplicação e discussões sobre o que foi visto em uma forma de revisão.

A equação de gravitação é estruturalmente parecida com a da lei de Coulomb que caso os alunos já tenham conhecimento na turma aplicada, pode ser relacionada de forma conceitual, ressaltando a constante, os dois elementos de proporções diferentes e a distância sendo variada pelo quadrado, e aqui no quadrado, enfatiza-se com as propriedades de potências vistas na prática da terceira lei.

5.2 APLICAÇÃO DO PRODUTO

As condições para aplicação do produto podem ser diversas, desde um aluno apenas, até grupos com maior quantidade de alunos. Com um aluno ou a menor quantidade possível, todos podem acabar se envolvendo mais com cada processo enquanto que turmas muito

volumosas, como as que foram alvo da aplicação feita, alguns alunos tendem a não se interessar por não terem como interagir com a pouca quantidade de material. Logo, cada grupo com três alunos é suficiente para haver uma interação tendo em vista a quantidade de processos a serem feitos.

O uso dos *smartphones* ficam suscetíveis as políticas de cada escola, no caso das que foram testadas o produto, os alunos podiam utilizar à vontade o dia todo (ensino integral). Mas para instituições mais rígidas, os principais períodos de utilização são no acesso inicial ao material que pode ser compartilhado todo digitalmente, e na montagem da maquete. Interessante seria a utilização durante todo o horário da aula de física ou pelo menos da metade para o final após o professor fazer todas as explicações necessárias.

O acesso a internet, caso haja, a escola pode disponibilizar *wi-fi* durante as aulas, ou os alunos podem se direcionar aos laboratórios de informática para fazer a investigação no material, e retornarem para montar o material munidos das informações de como deve ficar de acordo com os vídeos que estão no apêndice deste material. Aqui será necessário o professor conhecer bem o produto pois quando os alunos tiverem alguma duvida e sem acesso a internet ou ao material digital, cabe ao professor orientar, e/ou disponibilizar o material no formato impresso.

O tempo das aulas bem como, o tempo de montagem da maquete pode levar alguns dias por conta da fase de impermeabilização e secagem da cola, os alunos podem iniciar e terminar em casa passando as últimas demãos de cola em casa, ou deixando na escola como foi feito aqui, e por ser ensino integral, eles podiam no intervalo ou em horários posteriores mexerem na maquete só para passar cola e depois guardar para uso nas aulas futuras. Para facilitar ao professor com muitas turmas e pouco tempo, vale a dedicação nas turmas iniciais na confecção dos materiais, e caso os estudantes permitam a doação dos materiais prontos, o professor leva as maquetas já prontas das turmas anteriores para as turmas seguintes para ser feita apenas as explicações e praticas, sem a parte da montagem.

Figura 11 Aplicação do produto



Fonte: acervo pessoal, 2021

Figura 12 kits entregues aos alunos



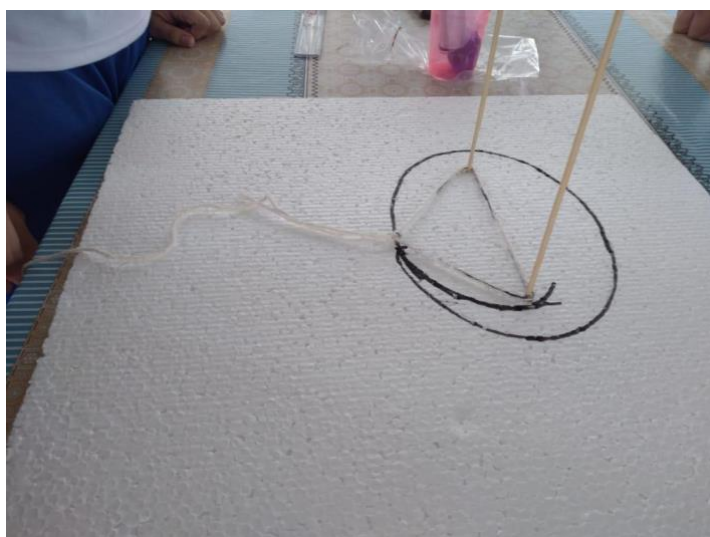
Fonte: acervo pessoal, 2021

Depois de distribuídos os *kits* foi feita a leitura do manual entregue impresso para cada grupo mas individualmente em versão PDF disponibilizado para os alunos e autorizado pela direção da escola o uso dos celulares durante a prática, foi explicado também que o questionário seria respondido *on-line* após a prática (Anexo).

Foi explicado então do que se tratavam as leis de Kepler e uma breve passagem histórica de como elas surgiram. Dito o que eram as três leis e lido o enunciado da primeira lei, foi dito o que eram elipses com conhecimentos resgatados da matemática sobre estruturas dessas figuras geométricas e ressaltado o que eram os focos pois seria útil na próxima prática.

Os grupos iniciaram a montagem do material de um lado do isopor em que fizeram cada grupo suas próprias elipses (figura III) e puderam perceber então todas as suas estruturas enquanto as faziam, após a primeira foi pedido que mudassem a distância dos palitos (focos) e fizessem outra e depois uma só com um palito para verem como são diferentes de círculos em que o raio é sempre igual para qualquer direção do centro.

Figura 13 Prática I: elipses



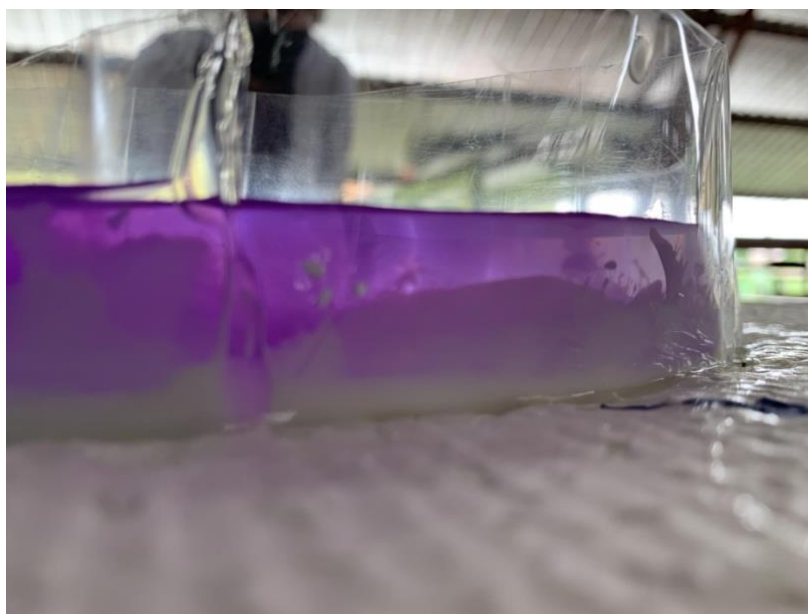
Fonte: acervo pessoal, 2021

Enquanto uns grupos iam mais rápidos que outros foi aproveitado o momento para entregar o questionário impresso para que adiantassem as respostas e discutem entre si pois o preenchimento posterior seria feito de forma individual, essa saída segue um formato de sala de aula invertida em que os conhecimentos vão se apresentando como fases em que os alunos que logo alcançaram as metas já lhe são apresentadas outras etapas sem interferir no desenvolvimento dos outros alunos, e assim foi feito.

Quando todos os grupos terminaram as montagens das elipse, viraram o isopor e começaram a montagem da segunda prática sobre a segunda lei de Kepler. A prática agora consiste na construção de uma espécie de maquete a partir de imagem (Anexo) obtida através

do *Software on-line* ophysics.com/f6.html que permite alterar as proporções de corpos em órbitas e ele faz as marcações de tempos iguais e o que precisa ser feito com a maquete é só a constatação das áreas iguais usando as definições de volume, e se os volumes forem os mesmos e as alturas também (figura IV), teremos as áreas da base iguais e que foram varridas em tempos iguais, como descreve a segunda lei de Kepler.

Figura 14 Prática II: lei das áreas



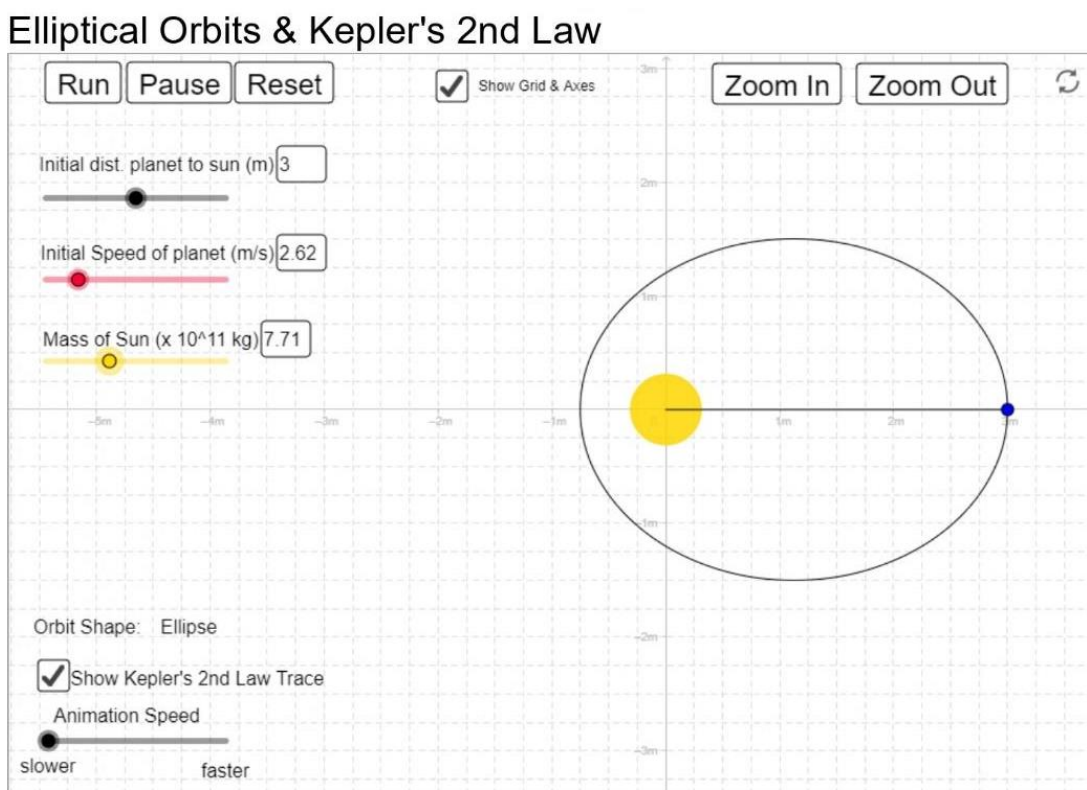
Fonte: acervo pessoal, 2021

A protagonista destas aulas com certeza foi a prática da segunda lei de Kepler por não haver antes alguma instrumentação do tipo para o assunto ou experimento que pudesse de forma acessível permitir que o aluno tivesse um vislumbre dos efeitos de um fenômeno da magnitude tratada, justamente por conta desses estudos serem de fenômenos apresentados fora da terra então seus efeitos dificilmente são notados e muito menos sentidos, visto que a explicação das estações, por exemplo, usada muito para explicar essa lei, é mais complicada para o norte por possuir um clima bem específico em que as estações não são exatamente divididas em quatro.

Foi necessário então o desenvolvimento e criação de um experimento que pudesse evidenciar uma analogia desses fenômenos, e por se tratar de uma atividade inédita, é comum que haja falhas não previstas no planejamento, e que de fato aqui ocorreram como será descrito mais à frente.

Mas a parte teórica se baseia no molde de uma órbita virtual feita por um *software* que cria um modelo mais próximo do real com as condições que o manipulador do programa bem desejar (Figura 15), ele também cria as marcações de áreas nos intervalos de tempo determinados pelo controlador, nesse caso foi usado um segundo, então tínhamos ao final uma imagem com as áreas “varridas” a cada um segundo pelo planeta imaginário orbitando a estrela imaginária, só o que tinha de ser feito agora era calcular as áreas e constatar seus valores iguais.

Figura 15 Simulação de uma órbita elíptica.



Description

This is a simulation of a planet orbiting a sun. Initial conditions can be adjusted. Use the sliders to adjust the

Fonte: *Software on-line, oPhysics: Interactive Physics Simulations*. Acesso em 17/06/2021

O cálculo dessas áreas se tornaria muito complexo por envolver arcos em uma das arestas dos triângulos formados pelas marcações de tempo, o que precisaria dividir a figura em vários setores e calcular com várias ferramentas matemáticas que deixariam ainda mais robusto o conteúdo. Surgiu então a tentativa de inovar usando a ideia de preencher essas marcações com as mesmas quantidades de coisas, passando a ideia de que as mesmas áreas só que em formatos diferentes, mas preencher como?

A fórmulas de volume mais usuais como as de cilindros, cubos, prismas triangulares entre outras várias formas, são basicamente calculadas pelo produto da área pela altura, então para uma figura ser idêntica a outra, elas teriam o mesmo volume, mesma área da base e mesma altura, porém, elas podem também não serem idênticas mas serem semelhantes se tiverem os mesmos volumes e mesmas áreas da base, teríamos então as Figura 16 mesmas alturas, e só o que precisaríamos fazer aqui era medir as alturas e constatar que eram iguais.

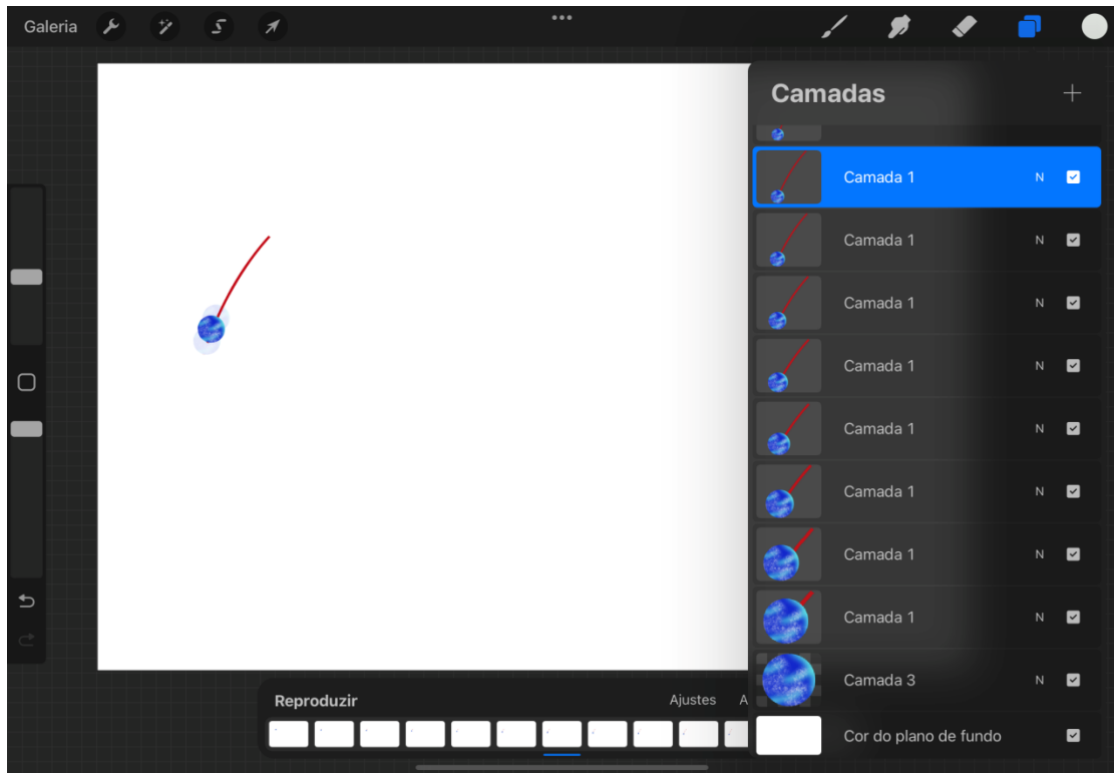
$$V_{cilindro} = (\pi r^2) \cdot H ; V_{cubo} = l^3 ; V_{prisma\ triangular} = \left(\frac{bh}{2}\right) H$$

Para o tamanho do experimento realizado, em que suas proporções eram menores que a metade do comprimento de uma folha de isopor, o erro relativo comum em práticas de laboratório seria mínimo. Lapidando mais a ideia foi feito o uso de “paredes” para conter algo que viria a preencher como água com corante, e aqui foram usadas folhas de acetato, as mesmas usadas na confeitaria para conter coberturas de bolo.

Então foi só colocar as paredes nas marcações exatas do molde obtido pelo *software* que era uma elipse mais próxima do real possível para as proporções usadas, e preencher com as mesmas quantidades de líquido, se tínhamos as mesmas alturas e mesmas quantidades de volumes, tínhamos então as mesmas áreas da base e estava constatada a segunda lei de Kepler.

Para terceira lei de Kepler foi construída uma animação 2D com o mesmo *Software* de desenho usado para a construir todas as ilustrações deste trabalho, usando a ferramenta de duplicar camada (Figura 16) e depois movimentando a figura dessa camada para uma direção arbitrária e depois repetindo isso, tem-se ao final uma animação em que o próprio programa cria com o sequenciamento e reprodução dessas figuras em ordem e podendo alterar o tempo entre uma e outra com a definição de quadro por segundo.

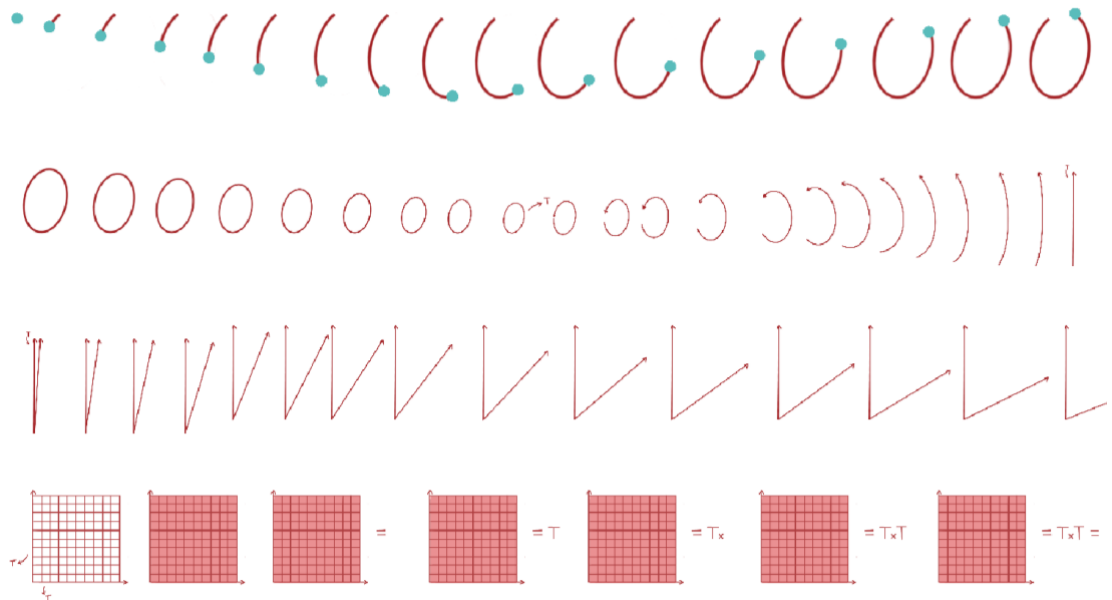
Figura 17 Interface do *software* de desenho utilizado na construção das animações.



Fonte: acervo pessoal, 2021

A animação consiste em um planeta percorrendo uma determinada órbita em que é marcado o seu rastro formando uma elipse que representa um período, em seguida essa elipse reduz de tamanho e aparecem outras duas elipses para mostrar que existem tamanhos diferentes de elipse e por conseguinte, períodos diferentes, depois essas duas elipses somem e aquela inicial se abre formando uma reta, essa reta sai uma outra reta de mesmo tamanho que se posiciona de forma ortogonal em relação a inicial com ambas saindo do mesmo ponto que será a origem formando uma imagem quadriculada e mostrando o que seria o quadrado de um número para que assim os alunos relacionem quadrado de um número com área e calcular da forma correta multiplicando o número por ele mesmo duas vezes ao invés de somar com dois um multiplicar por dois que são erros matemáticos muito comuns na sala de aula.

Figura 18 Representação da sequência de quadros que compõem a animação que mostra o quadrado do período.

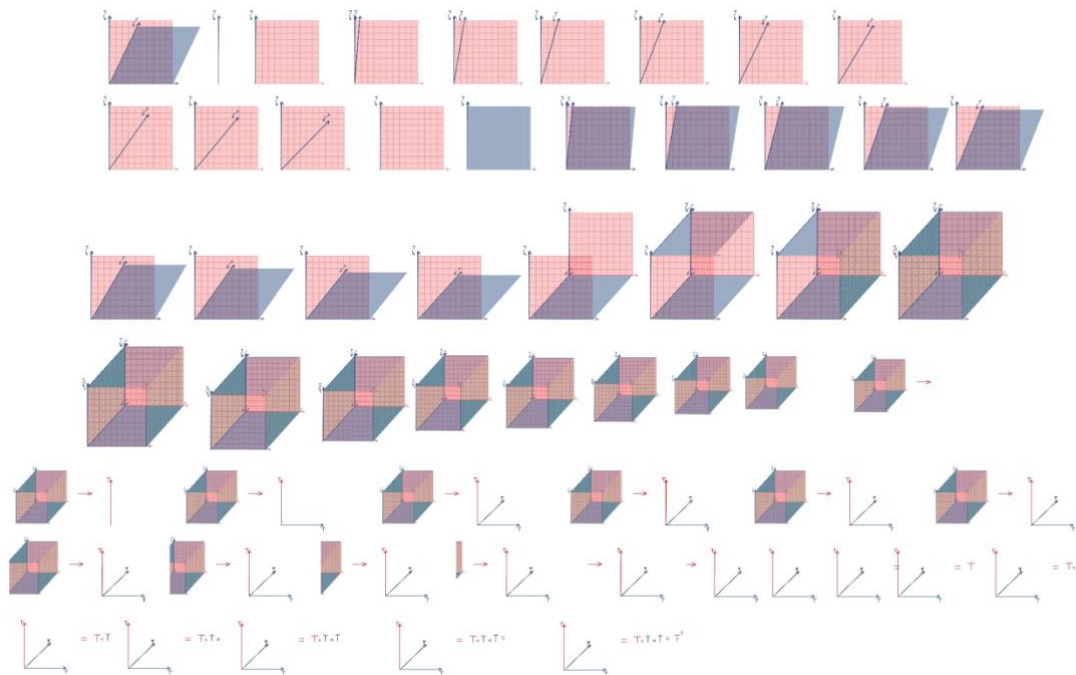


Fonte: autoral, 2021

Temos então o entendimento do que é o quadrado do período que é dito na segunda lei e a animação continua mostrando uma terceira reta que faz o papel de um terceiro eixo para o quadrado anterior formando um cubo que será vinculado ao valor da distância média entre o sol que é dito na terceira lei de Kepler e assim voltamos as duas elipses de tamanhos diferentes para dizer que por essa lei tratar da proporcionalidade e harmonia dos sistemas.

Teremos então um aumento proporcional para a distância o quadrado do período e o cubo da distância média entre o planeta e o sol, e a razão deste quadrado por esse cubo será o mesmo o mais próximo para todos os planetas que orbitam o sol e para outros corpos em condições dependentes de outras estrelas em outros sistemas fora do solar.

Figura 19 Representação da sequência de quadros que compõem a animação que mostra a representação de um cubo.



Fonte: autoral, 2021

Essa interpretação para a terceira lei é bem teórica e lúdica, mas a animação tira um pouco o peso da parte teórica e cálculos mais pesados, passando os conceitos que são o objetivo do ensino de física. Para os alunos que avançam muito rápido nas aulas podem ser passados exercícios de cálculo desta lei e questões de vestibular para discutir os efeitos do fenômeno, isso deixando claro que o mesmo material está disponível para todos os alunos recorrerem depois a ele.

6 MAPAS MENTAIS

Se mostrando como uma ferramenta no ensino que propõe uma aprendizagem que possua maior significado e seja mais efetiva, sendo utilizado pelos estudantes, os mapas mentais orientam na organização dos conhecimentos e conexão das informações, mostrando uma disposição espacial dos conteúdos apresentados, ou que já existem. De maneira paralela, permite ao professor acessar como as informações podem estar sendo compreendidas pelos

alunos, orientando assim algum possível suporte e implementação de alguma medida mais direta nos problemas apresentados.

Após observar como alguns estudantes organizavam suas anotações, Tony Bunzan desenvolveu a técnica dos mapas mentais como estratégia de organização de ideias (BUZAN, 2002) e notou que os alunos que utilizavam essa organização tinham melhores desempenhos. Para BOVO, 2005 a utilização dos dois hemisférios do cérebro no momento da aprendizagem, pode proporcionar melhores resultados, logo, os mapas mentais sugerem uma articulação entre as partes teóricas e a criatividade dos alunos.

O processo de criação de mapas mentais se relaciona com aspectos mais funcionais da mente que relaciona, classifica e sistematiza um conjunto de informações, tendo como caminho a construção visual e coesa dessas informações com o intuito de interagir e processar essas informações (GOSSACK-KEENAN et al, 2019). Os mapas mentais possuem então uma característica muito mais flexível de organização e maior liberdade criativa para inserção de ferramentas organizacionais.

A utilização dos mapas mentais não é exclusivo de aprendizagem e pode ser utilizado em diversas áreas (DOS SANTOS, 2016) justamente por não se ater a ordem hierárquica dos conteúdos e dispor de forma livre e intuitiva quaisquer rede de informação.

Já os mapas conceituais, para AGUIAR & CORREIA, 2013 possuem uma complexidade mais conceitual de organizar ideias chave que se inter-relacionam, formando uma apresentação desses conceitos de uma forma mais geral, contendo uma hierarquia mais estrutural das informações relacionadas. Os mapas mentais em seu aspecto mais amplo, condizem mais com o intuito do produto deste trabalho por ser mais simples em linhas gerais, e demandar menos critérios organizacionais sem comprometer a produção dos alunos.

Os mapas podem se mostrar de forma bastante eficaz por permitirem se utilizar como instrumento de sondagem dos conhecimentos prévios em relação a um conteúdo. Ainda não tem como de fato demonstrar a relação mais profunda que se forma no caminho de aprendizagem do aluno, porém, ao replicar os mapas com os novos conteúdos apresentados, o aluno entra como protagonista que constrói e gerencia os conhecimentos e esquematiza como possivelmente se deu esse processo nos sistemas de mapas, e ressalta a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (1963).

6.1 APLICAÇÃO DOS MAPAS MENTAIS

Antes da apresentação dos conteúdos específicos, foi explicado aos alunos o conceito de mapas mentais (ou mapas conceituais) por se tratarem de instrumentos de avaliação nesses estudos. Em resumo foi dito que era a organização dos conceitos e principais informações discutidas de determinado assunto, foi mostrado então um exemplo de um mapa mental com um conteúdo arbitrário sugerido por eles, em que o professor construiu um pequeno esquema de informações sobre o tema para figurar melhor do que se tratava esse instrumento avaliativo.

Após cada fase do estudo (uma para cada lei) foi pedido aos estudantes que fizessem um mapa mental antes de iniciar a explanação de assuntos, e um nos últimos cinco minutos de cada aula, totalizando três mapas por aluno. Todos foram avaliados com o critério de participação para registro de notas da escola, porém, para essa pesquisa, foram considerados apenas os trabalhos feitos pelos alunos que fizeram pelo menos dois mapas identificáveis, sendo que os que fizeram três, o do meio foi descartado, avaliando assim apenas o primeiro e último, de forma que fosse registrado se houve um aumento, equidade ou diminuição das informações e conceitos apresentados nos esquemas.

De acordo com a Tabela, onde o zero é considerado o mapa mental com menos informações, o um o mapa com mais informações e o X, o mapa desconsiderado ou não realizado pelo aluno. Nota-se então que houveram alunos que tiveram uma diminuição na quantidade de informações descritas em seus mapas, assim como houveram também os que permaneceram com a mesma quantidade de informação descrita e os que tiveram um aumento de informações apresentadas, sugerindo um maior conhecimento ou entendimento dos assuntos tratados dentro deste estudo.

7 RESULTADOS OBTIDOS

Algumas considerações foram feitas após as práticas da maquete, uma delas foi o tempo e forma como se deu a construção das maquetes: enquanto alguns grupos foram mais rápidos outros foram mais devagar, então a discussão das questões pelos grupos que fossem mais adiantados se aplica aqui também. A clareza na explicação também é extremamente necessária, se possível a apresentação de um exemplo físico, pois alguns grupos não fizeram todas as contenções que eram para fazer (Figura V), o que não impede a prática mas mostra a comunicação que pode ser melhorada.

Figura 20 Prática II: depois de passada a cola branca



Fonte: acervo pessoal, 2021

A espessura do isopor também precisa de atenção, pois aqui foi usado o de 15mm enquanto no modelo original foi feito com um de 20mm que custa quase o dobro do preço mas o encaixe é mais firme e mais difícil de ser furado, aconteceu de alguns grupos tirarem lascas do isopor por ser mais fino e prejudicar a impermeabilização com a cola depois.

Alguns grupos também não conseguiram concluir a maquete por dificuldades manuais mesmo, ocorre de nem todas as pessoas terem aptidão para o trabalho manual, o que deixa para o professor fazer acabamentos em casa ao invés de terminarem na próxima aula o que pode não vir a ocorrer se o problema for realmente na desenvoltura com o trabalho manual. No caso desta aplicação do produto o mestrando levou para casa para os retoques

como a segunda mão de cola que demora alguns dias para secar, o encaixe de alguma contenção necessária ou até mesmo a montagem quase completa de alguma maquete que não foi possível na aula prática.

Figura 21 Prática II: Maquetes montadas secando



Fonte: acervo pessoal, 2021

Na figura VI é possível notar que alguns grupos não completaram as maquetes, outros foram mais avançados e ficou sob responsabilidade do mestrando terminar em casa pois já não cabia mais o tempo da aula fazer os retoques finais. O tempo entre as aulas também influencia, neste caso que foi de três dias não deu tempo de a segunda camada de cola branca secar (Figura V), o que não impede de fazer a prática, mas torna um pouco mais bagunçado.

Depois de montada a maquete, agora é só os alunos colocarem as mesmas quantidades de corante (figura VII), aqui no caso foi usado pigmento roxo diluído em água, e como o pigmento usado é muito forte, foi mais seguro fazer a diluição e entregar uma parte já diluída para os alunos.

Figura 22 Prática II: Iniciando a inserção do líquido para medir a altura



Fonte: acervo pessoal, 2021

Para os grupos mais avançados, o questionário foi entregue para discutirem as questões e depois registrarem as respostas de forma individual no formulário *on-line*, no questionário havia uma pergunta sobre elipse por ser um só para as três leis, uma questão de cálculo específica que trata do teorema de Pitágoras que já serviria de gancho para a explicação da terceira lei.

A terceira lei já precisa de uma passada mais fiel ao roteiro por ser bem mais conceitual que as anteriores, é sugerido mostrar alguma simulação ou figura que auxilie o entendimento dos conceitos de quadrado e cubo, no caso foi montado pelo mestrando uma sequência de imagens que formam uma animação que apresenta o que é um período, o que seria seu quadrado, outros diferentes períodos com tamanhos diferentes, e depois o que seria o cubo deles, para então comparar suas proporcionalidades como diz a terceira lei de Kepler.

Tabela 2 Avaliação dos Mapas Mentais

1° F					
	29-jul.	10-ago.	16-set.		
Nome	I	II	III	Google Doc*	
Abraão	x	0	1	N/F	↑
Ana Caroline	x	0	1	F	↑
Anna Belly	0	x	1	F	↑
Antony F	x	0	1	F	↑
Antony V	0	x	1	F	↑
Caio	0	x	0	N/F	—
Daniel	x	0	1	F	↑
Eduardo	0	x	1	N/F	↑
Evelyn	0	x	1	N/F	↑
Francisco G	x	0	1	N/F	↑
Francisco W	0	x	1	N/F	↑
Gabrielle	x	0	1	N/F	↑
Gabriel	0	x	1	F	↑
Isabelle	0	1	x	N/F	↑
Izaine	x	0	1	N/F	↑
Lucas	1	0	x	N/F	↓
Marcus	0	1	x	N/F	↑
Maria	x	0	1	N/F	↑
Rayane	0	x	1	N/F	↑
Roberto	0	x	1	F	↑
Rodrigo	x	0	1	N/F	↑
Ruan	1	0	x	N/F	↓
Samira	0	0	x	N/F	—
Ueique	0	x	1	N/F	↑
Victor	0	1	x	N/F	↑
Wellington	0	x	1	N/F	↑

A tabela 2 dispõe as informações dos mapas mentais realizados pelos alunos. GOTARDELO, et al, 2023, mostra uma relação dos mapas mentais que se correlacionam com outras atividades avaliativas teóricas e práticas. Foram considerados então, dois dos três mapas feitos por todos os alunos, por motivos de falta ou não terem feito nada em algum deles.

Divido em ordem cronológica, foi analisado se houve aumento ou diminuição na quantidade de informações dispostas nos mapas, ou ainda se permaneceram idênticas. Caso o aluno apresentasse uma maior quantidade de conceitos e inter-relações no segundo mapa, seria indicativo que houve possivelmente um aprendizado, e foi marcado com uma seta para cima. Caso contrário a seta fica para baixo na tabela ou o traço para os que permaneceram.

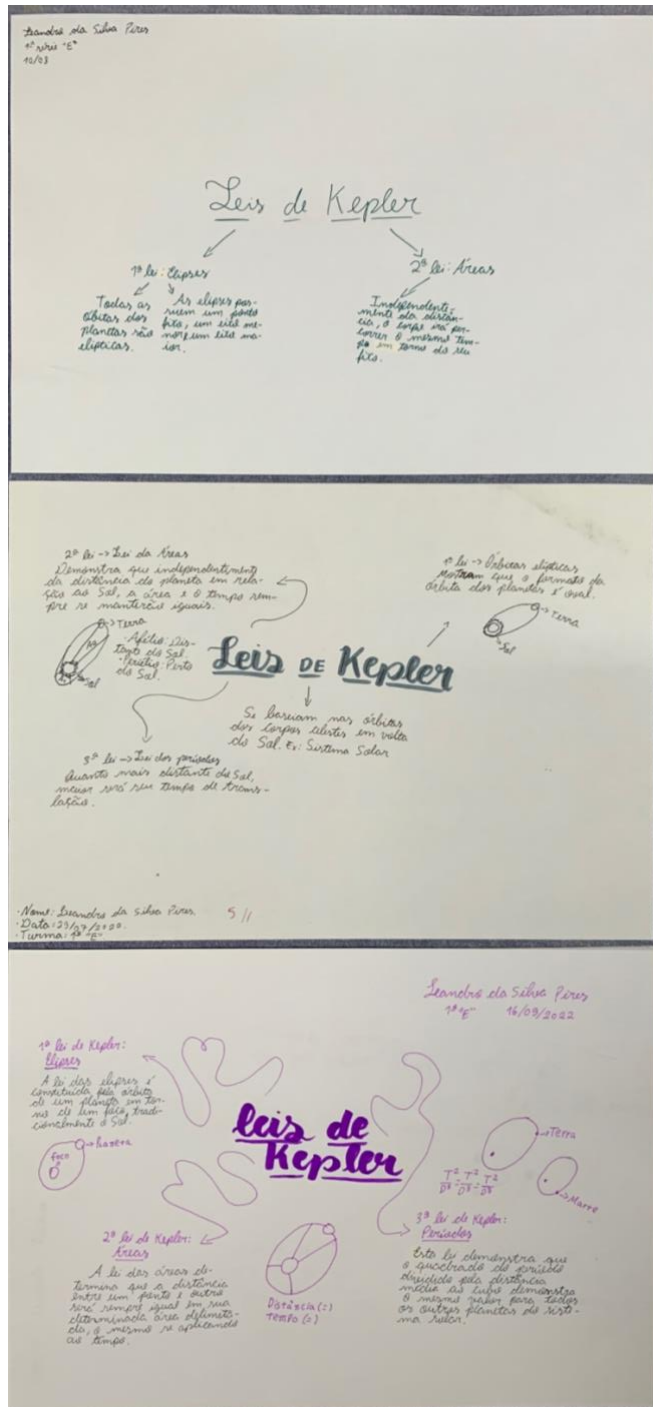
A análise do mapa mental segue as definições de BUZAN, 2009 que diz sobre as estruturas nas figuras como linhas curvas, estruturas radiais, cores e uso de imagens vão orientar para o avaliador como se deram as relações dos conteúdos trabalhados, como centralizar o tema “Leis de Kepler”, segmentar com três ramificações onde o aluno indicia ter relacionado que são três leis e assim por diante.

Na Figura 22 que consiste em um conjunto de mapas mentais produzido por uma aluna durante a aplicação do produto, é mostrado como ela organizou os conhecimentos apresentados e possivelmente como ela armazenou essa informação, visto que a criação dos mapas foi feita dias depois do conteúdo trabalhado. No início de cada aula foi feito um mapa da aula anterior que tiveram intervalos grandes por questões de agenda da escola, sendo um no dia 29 de julho, outro em 10 de agosto e o último em 16 de setembro.

Como os alunos não tinham acesso ao material com as informações, eles utilizaram a memória do que tinham visto apenas, e novamente, analisando a Figura 22 onde os três mapas foram organizados de forma cronológica e o com menos informação, foi descartado. É possível notar que a estudante apresentou a diferenciação de conceitos de cada uma das leis de Kepler, reproduziu os esquemas visuais de elipse e lei das áreas, e ainda exemplificou duas órbitas proporcionais com o que diz na terceira lei de Kepler.

A avaliação do mapa mostrado abaixo, foi positiva por conta da constatação inicial de poucos elementos no primeiro mapa em relação ao último. Os estudantes tiveram acesso a todo o material que foi discutido em sala de aula os conceitos, mas os mapas mentais iniciais careciam de informações em relação aos últimos. Isso mostra que a discussão dos conteúdos de interesse, aliados a elaboração de mapas mentais, podem ajudar na organização dos conhecimentos que sugerem uma aprendizagem significativa, visto que os resultados alcançados sugerem segundo os dados coletados, um maior armazenamento de conteúdos após a aplicação do produto.

Figura 23 Exemplo de mapa mental



Fonte: acervo pessoal, 2023

A visão de NOVAK, 2010 criados da técnica dos mapas conceituais também podem ser usadas aqui, observando a hierarquia dos conteúdos, onde o aluno produz um esquema com os conceitos principais acima e os complementos abaixo, e ainda exemplos mais abaixo, que podem indicar o entendimento das explicações vistas sobre gravitação.

As duplas de mapas mentais produzidas por alunos foram um demonstrativo quantitativo que apresenta indícios de aprendizagem por conta dos alunos, visto que mesmo sem ser explicado, alguns acrescentaram conhecimentos subjetivos que já traziam consigo, como citação a documentários relacionados ao tema, ou paradigmas populares sobre origem e forma do universo e que depois foi complementado com os conteúdos do produto educacional utilizado.

A utilização do formulário eletrônico serviu para avaliação individual dos alunos e foi comparado com os resultados dos mapas mentais, porém avaliado de forma individual, sendo instrumento de nota para o boletim dos estudantes, aqui, a praticidade da coleta de dados é bem clara, assim que terminam, já é possível extrair as notas de todos, media geral, resultados individuais para qualquer esclarecimento e compartilhamento rápido dos resultados.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante os anos de 2020 e 2021, todo o mundo foi afetado pela pandemia da COVID-19 e por consequência, várias mudanças ocorreram nos mais diversos espectros sociais, desde mercado à vivência. Com a educação não foi diferente, do ensino básico até o ensino superior (FERRINHO, 2020) ocorreram mudanças e dificuldades derivadas destas mudanças.

Segundo DO NASCIMENTO BORBA (2020), as dificuldades encontradas por professores durante a pandemia foram principalmente a sobrecarga de trabalho, ambiente doméstico inapropriado para o *home office*, receio quanto à saúde mental, problemas de internet lenta, entre vários outros. A rede estadual de ensino privado se mostrou mais preparada para lidar com as aulas remotas (INSTITUTO PENÍNSULA, 2020), o que mostra o defasamento maior na rede pública e apresenta um cenário mais escasso.

As virtualidades estiveram muito presentes conforme avança a sociedade e elas se mostram em duas principais atuações que para BARTON e LEE (2015) são: a facilidade e a convencionalidade, ou seja, ao usar um novo recurso ele pode facilitar em algum aspecto mas não necessariamente o torna convencional e essa relação foi vivenciada na aplicação deste trabalho na forma de vídeo aulas gravadas, que facilitariam o trabalho do professor mas não eram tão acessíveis pelos alunos, o que deixou o recurso de lado em primeiro momento.

Devido a esta falha encontrada no uso de ferramentas de compartilhamento de mídias na forma de vídeo, os alunos não puderam acessar o tutorial de como montarem as práticas

por ser potencialmente limitante apenas a alguns indivíduos caso não ocorresse o acompanhamento bem próximo do docente para assegurar que essas informações chegassem a cada indivíduo. O recurso foi então deixado de lado, mas se encontra disponível e publicado (Link do YouTube em apêndice).

Vários podem ser os fatores que impossibilitem o acesso de estudantes ao material virtual (CATANANTE, 2020) como a família não possuir equipamento, possuir aparelho móvel, mas não internet, ou em mau funcionamento, a família não ter informação de como manusear os aparelhos. Pela situação da turma ser de últimas aulas do ano letivo, não havia a possibilidade de colheita de dados através do questionário impresso, e o questionário *on-line* (link em apêndice) não teve como garantir que todos os estudantes pudessem o acessar.

A segunda vez que houve a aplicação do produto que gerou os resultados mostrados na Tabela 2, além das versões digitais que puderam ser acessadas pelos alunos por conta do suporte que a escola deu, também foram preparadas algumas cópias do guia na versão do aluno para possíveis estudantes que não possuíssem como interagir com o digital, porém, não chegou a ser necessário pelo cenário ser diferente do primeiro em que foi aplicado o produto.

Os mapas mentais se mostraram como instrumento versátil e dinâmico, de interesse dos alunos, e unido ao produto educacional deste trabalho, ofertam uma instrumentação inovadora não só para os alunos, mas para o professor também, visto que experimentos ou qualquer outra prática nas aulas de gravitação e em especial nas leis de Kepler podem ser difíceis de dinamizar por conta da natureza de escala do objeto alvo e percepção de aspectos visíveis do conteúdo.

Os resultados mostrados na Tabela 2 apresentam em sua maioria positivos, mas negativos também, porém mínimos, mas ao comparar os mapas mentais feitos pelos alunos depois da explicação de todos os conteúdos e os mapas construídos depois da repetição da explicação, aliada ao Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler, é possível identificar um aumento de termos e organização das informações de forma mais coerente no último.

A problemática principal deste trabalho desde o início era a de como trazer para a realidade do aluno de ensino médio da escola pública estadual, num estado afastado do restante do Brasil, a qualidade de aula que entrega o conteúdo cuidadosamente explicado, apresente uma proposta de vislumbre em cima de um conteúdo muito conceitual e que quase sempre é trabalhado de forma rápida por haver pouca opção de práticas experimentais acessíveis.

O conteúdo específico da física sobre as leis de Kepler encontrava possíveis barreiras na demonstração da segunda lei que envolve muitos cálculos que podem vir a dificultar o entendimento do aluno que carece de uma base matemática forte, aqui foi unido conceitos básicos com analogia visível de volumes para concluir parte do conteúdo da lei das áreas.

Por ter sido uma prática nova e ainda não vista em literaturas, é esperado que haja possíveis complementos ou correções que possam enriquecer ainda mais o produto educacional aqui abordado. Contudo, considerando o aumento de informação nos últimos mapas feito pelos alunos, o pouco recurso na aquisição dos materiais, sendo a maioria disponibilizada pelas escolas, pode ser identificado a eficácia objetiva do que foi proposto neste trabalho.

Os testes em anexo com questões do ENEM, não são etapas obrigatórias pois são apresentadas no intuito de serem debatidas em sala de aula para uma maior proximidade dos alunos com o formato de questões encontradas em exames do tipo. Devido a carga horária reduzida das aulas de física no ensino médio, o professor pode pular essa etapa. Mas, é recomendado, devido a abrangência deste trabalho, pelo menos a distribuição desse conteúdo para conhecimento por parte dos estudantes.

A avaliação dos mapas mentais pode ser feita de diversas formas, como citado no corpo deste trabalho, como a produção de um mapa modelo pelo professor que depois servira de gabarito para os alunos, por exemplo. No entanto, a maneira como foi feita com a utilização de tabela com signos simples que representam se houve aumento ou não na quantidade de informações relacionadas ao tema lei de Kepler, é uma forma muito prática e rápida para avaliar um grande número de resultados como os mais de 60 mapas produzidos em média por cada turma.

Os mapas conceituais também podem ser utilizados como método avaliativo do conteúdo estudado, e podem vir a gerar resultados mais acurados por fazer uma análise mais profunda de ordem dos conceitos mostrados, relação formada entre eles, hierarquização dos assuntos, entre outros fatores. Porém, a construção dos mapas mentais exige mais tempo do professor e dos alunos, não só de explicação dos conteúdos específicos, mas também a própria figuração de como funciona a estrutura dos mapas conceituais que traz mais um trabalho mental para os alunos administrarem.

Em aspectos gerais, como citado no início do trabalho, no ensino de gravitação universal e em específico nas leis de Kepler é escasso de materiais de apoio que auxiliem na instrumentação das aulas como experimentos e práticas nas aulas. O conteúdo aqui desenvolvido se propõe de forma pioneira na utilização de protótipos do tipo.

Por se tratar do início de uma forma inovadora, fica então, sujeita a aperfeiçoamento ou complemento que não foi previsto neste trabalho por várias razões como contexto de aplicação, por exemplo. Sendo assim, fica registrado a abertura do autor para disponibilidade de alinhamentos por interessados em agregar no trabalho.

O formato contemplado no programa de pós-graduação do MNPEF confere ao final uma dissertação e um produto educacional, o que desenvolve e alavanca o ensino do conteúdo disposto, no entanto, não permite tangenciar algumas outras formas mais específicas de análise do conteúdo estudado que demandam mais tempo de processamento como teses e teorias de ensino.

As atividades propostas no produto foram desenhadas para uso em sala de aula do ensino regular, podendo ser moldada para faixas-etárias diversas que estejam interessadas nas aulas, não foi previsto a aplicação na forma mais dinâmica como visto em feiras acadêmicas e eventos científicos de ensino, mas com ajustes possíveis para utilização nesses espaços, como por exemplo, a não construção dos materiais para foco no uso das maquetes já prontas.

9 REFERÊNCIAS

Kepler de Souza Oliveira Filho & Maria de Fátima Oliveira Saraiva
Modificada em 6 Abril 2000. Acessado em Janeiro de 2022

CARUSO, Francisco; CARVALHO, Miriam; SILVEIRA, Maria Cristina. Uma proposta de ensino e divulgação de ciências através dos quadrinhos. *Ciência & Sociedade*, v. 8, p. 1-9, 2002.

KAWAMOTO, Elisa Mári; CAMPOS, Luciana Maria Lunardi. Histórias em quadrinhos como recurso didático para o ensino do corpo humano em anos iniciais do Ensino Fundamental. *Ciência & Educação (Bauru)*, v. 20, n. 1, p. 147-158, 2014.

CAVALCANTE, Kiany SB et al. Educação ambiental em histórias em quadrinhos: recurso didático para o ensino de ciências. *Química nova na escola*, v. 37, n. 4, p. 270-277, 2015.

DE CASTRO, Maria Helena Guimarães; TIEZZI, Sergio. A reforma do ensino médio e a implantação do ENEM no Brasil. *Desafios*, v. 65, n. 11, p. 46-115, 2004.

SOBAIH, Abu Elnasr E.; HASANEIN, Ahmed M.; ABU ELNASR, Ahmed E. Responses to COVID-19 in higher education: Social media usage for sustaining formal academic communication in developing countries. *Sustainability*, v. 12, n. 16, p. 6520, 2020.

FRANCISCHETT, Mafalda Nesi. O significado das representações gráficas cartográficas no ensino. *Biblioteca On-line de Ciências da Comunicação–BOCC*, p. 1-12, 2011.

ARAÚJO, Mônica Daisy Vieira. Mediadores e formas de ler literatura digital e digitalizada por leitores jovens. *Revista Educação e Cultura Contemporânea*, v. 18, n. 52, p. 540-568, 2020.

AUSUBEL, D. P. *The psychology of meaningful verbal learning*, 1. ed. New York: Grune & Stratton, 1963.

MOREIRA, M. A. (2009). Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: A Teoria da Aprendizagem Significativa. Porto Alegre-RS. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/~moreira>>. Acesso em: 26 Dez. 2021.

BACHELARD, Gaston. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. 314 p.

MORAES, José Uibson Pereira; SILVA JÚNIOR, Romualdo Santos. *Experimentos didáticos no ensino de física com foco na aprendizagem significativa*. 2014.

ARAÚJO, Mauro Sérgio Teixeira de; ABIB, Maria Lúcia Vital dos Santos. Atividades experimentais no ensino de física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. *Revista Brasileira de ensino de física*, v. 25, n. 2, p. 176-194, 2003.

ZABALA, Antoni; ARNAU, Laia. *Como aprender e ensinar competências*. Penso Editora, 2015.

DE LIMA, Ana Carolina Bezerra; DOS SANTOS, Danielle Christine Moura; DOS SANTOS PEREIRA, Alanne Paula. Mapas mentais e conceituais como ferramentas para a aprendizagem significativa no ensino remoto. *IntegraEaD*, v. 2, n. 1, p. 10-10, 2020.

DOS SANTOS, Fernanda Carolina; DE CARVALHO PEDRO, Gabriel Brasil. Mapas mentais no Ensino de Geografia: trajetórias múltiplas dos terceiros anos do Ensino Médio. *Anais do Encontro Regional de Ensino de Geografia*, p. 768-780, 2016.

GOSSACK-KEENAN, K. et al. Showing Your Thinking: Using Mind Maps to Understand the Gaps Between Experienced Emergency Physicians and Their Students. *AEM Educ Train*, v. 4, n. 1, p. 54-63, 2019.

AGUIAR, J. G.; CORREIA, P. R. M. Como fazer bons mapas conceituais? Estabelecendo parâmetros de referências e propondo atividades de treinamento. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 13, n.2, p. 141-157, 2013.

FERRINHO, Paulo. Impacto da pandemia de COVID-19 na vida dos estudantes da NOVA-IHMT. *Anais do Instituto de Higiene e Medicina Tropical*, v. 19, p. 50-54, 2020.

DO NASCIMENTO BORBA, Rodrigo Cerqueira et al. Percepções docentes e práticas de ensino de ciências e biologia na pandemia: uma investigação da Regional 2 da SBEnBio. *Revista de Ensino de Biologia da SBEnBio*, p. 153-171, 2020.

INSTITUTO PENÍNSULA. Sentimento e percepção dos professores brasileiros nos diferentes estágios do Coronavírus no Brasil. Disponível em: https://www.institutopeninsula.org.br/wp-content/uploads/2020/03/Pulso-Covid-19_-Instituto-Peni%CC%81nsula.pdf. Acesso em jan. de 2022.

SANTOS, Cynthia Ranyelle da Silva; CONCEIÇÃO, Alexandre Rodrigues da; MOTA, Maria Danielle Araújo. A utilização dos mapas mentais como instrumento avaliativo no ensino de biologia. 2020.

BOVO, V.; HERMANN, W. Mapas Mentais – Enriquecendo Inteligências – Edição dos autores, 2005.

BARTON, Davi e LEE, Carmem. Aprender online todos os dias. In. *Linguagem online: textos e práticas digitais*. Tradução de Milton Camargo Mota. São Paulo: Parábola Editorial, 2015. 165-182.

CATANANTE, Flávia; DE CAMPOS, Rogério Cláudio; LOIOLA, Iraneia. AULAS ONLINE DURANTE A PANDEMIA: CONDIÇÕES DE ACESSO ASSEGURAM A PARTICIPAÇÃO DO ALUNO?. *Revista Científica Educ@ção*, v. 4, n. 8, p. 977-988, 2020.

GOTARDELO, Daniel Riani et al. Avaliação de mapas mentais elaborados em pequenos grupos: análise de correlação com outras atividades avaliativas. *Brazilian Journal of Development*, v. 9, n. 1, p. 244-247, 2023.

BUZZAN, Tony. Mapas Mentais. Rio de Janeiro; Sextante, 2009.

NOVAK, Joseph D.; CANÃS, Alberto J. A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v.5, n.1, p. 9-29, jan.-jun. 2010.

10 APÊNDICES

Vídeo de tutorial de montagem das práticas nas aulas sobre Leis de Kepler:

<https://youtu.be/MQO9H771ACA>

Vídeo de animação da terceira lei de Kepler:

https://youtu.be/zYYr_9IUW2I

Formulário Google para preenchimento pós-aula:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeV7XptLc17YSjBjXLkPQMnS-3R8rVla_YTixSejTm7ysaWIA/viewform?usp=sf_link

Produto educacional (versão do completa, a partir da próxima página)

PRODUTO EDUCACIONAL

MANUAL

de construção e utilização de práticas com materiais

De baixo custo

para aulas de **Gravitação Universal**

com foco nas **Leis de Kepler**

Por: Paulo Henrique Coimbra e George Valadares





UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA – MNPEF
POLO 59

Paulo Henrique Melo Coimbra

PRODUTO EDUCACIONAL

Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de
Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler:
Versão do professor e do aluno.

Rio Branco
2023

Paulo Henrique Melo Coimbra

Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de
Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler:
Versão do professor e do aluno.

Este produto educacional é parte integrante da dissertação: Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler: Utilizando mapas mentais como instrumento de avaliação, desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, polo 59 – UFAC Rio Branco-AC, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Dr. George Chaves da Silva Valadares

Rio Branco
2023

Sumário

1. Apresentação	5
1.1 Orientação de uso	7
2. Sequências Didáticas	8
2.1 Sequência 1 - Introdução à Gravitação	8
2.2 Sequência 2 - Primeira e segunda Lei de Kepler	13
2.3 Sequência 3 - Segunda e terceira Lei de Kepler	19
3. Apêndice	31
4 ANEXOS	38
ANEXO A – Questionário discursivo com questões do ENEM.....	38



1. Apresentação

O sistema educacional brasileiro pode adotar diferentes facetas em contextos amplos, desde o sistema público ao sistema privado, passando pelas escolas rurais e técnicas, as práticas adotadas em sala de aula caminham em direção do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM e moldam as formas como os professores balizam os conteúdos de acordo com esse modelo que é a porta de entrada principal do estudante no ensino superior. Apesar de poucos estudantes ingressarem em Universidades, isso não impede o sistema educacional brasileiro de seguir a metodologia que mira nessas avaliações por conta do seu caráter mais crítico quando se trata de analisar questões-problemas.

A difusão da importância em desenvolver o senso crítico do aluno, apesar de essencial nos últimos anos nem sempre foi assim, as escolas antigamente pertenciam a um contexto histórico em que as políticas eram mais incisivas e sustentam práticas menos sensíveis a natureza do aluno com métodos mais tradicionais de ensino, esses métodos não permitiam o aluno desenvolver individualidade e explorar suas habilidades. Essas escolas inclusive disponibilizavam de alguns estudos mais específicos em conteúdos técnicos e profissionalizantes que moldavam ainda mais os estudantes de acordo com as necessidades de mão de obra dos empreendedores.

As mudanças no sistema de ensino foram necessárias e importantes para o desenvolvimento do país como potência por aprimorar o senso crítico dos estudantes, criação de mais universidades e suporte à ciência que desenvolveu todas as áreas adjacentes do mercado. Visto a atualização das práticas de ensino nos moldes do ENEM se deu de maneira rápida e benéfica, surge então uma demanda constante por essas atualizações que coloquem a escola no mesmo cenário social atual, em que as discussões políticas são pertinentes nas aulas por apresentarem a vivência direta dos alunos, do uso da tecnologia disponível por fazer parte da rotina desses estudantes, do diálogo coerente com a realidade de cada instituição.

As atividades que exploram o protagonismo do aluno como detentor do seu próprio saber têm sido o ponto chave para uma educação mais eficaz por colocar o aluno para aprender com o seu próprio ambiente e informações literais, palpáveis e próximas. A contextualização dos conteúdos e adaptação para a realidade da escola se torna essencial nesse sentido.

No percurso que avança os estudos sobre a gravitação universal com os alunos do ensino médio, é escasso de práticas metodológicas que aproximem o aluno do conteúdo e o atraia.



Normalmente, já é desafiador para o professor estar em constante adaptação nas salas de aula com ferramentas e métodos que convidem o interesse dos estudantes nas aulas e conteúdo de física. Pensando nessa aproximação, este manual surge para ajudar professores e alunos, a desenvolver habilidades que participem da construção dos saberes dentro do conteúdo aqui sugerido.

Este produto se propõe a auxiliar tanto docentes quanto discentes ao longo do desenvolvimento dos estudos dentro do conteúdo de gravitação universal. Este conteúdo se inicia nos modelos adotados ao longo da história para descrever a organização dos objetos celestes e o nosso lugar nele. O formato deste produto educacional conta com intervenção na forma de práticas em que os alunos construirão maquetes dos modelos astronômicos, modelos geométricos para entendimento das trajetórias e o motivo de sua revisão ao longo dos anos.

Este material conta também com um vídeo de orientação para a construção dos materiais e contido no mesmo arquivo, uma simulação que pretende auxiliar o entendimento dos conceitos mais robustos contidos nas leis de Kepler



1.1 Orientação de uso

Este material orienta o professor e conta com partes que poderão ser distribuídas diretamente aos alunos (Anexo), sendo cinco páginas que podem ser disponibilizadas na forma impressa ou digital nato.

Após as três folhas de conteúdos com as principais informações sobre cada uma das três leis e as práticas que serão realizadas para verificação destas, contém a última página que é o molde utilizado na segunda prática que será construída a maquete para testar a segunda lei de Kepler. Esta página orienta as proporções que serão medidas, então orienta-se que ao menos estas sejam entregues na forma física (impressa) sem alteração na proporção que por se tratar do alvo do experimento, qualquer variação poderá comprometer a prática.

A sugestão é que o professor imprima todo o manual do aluno e distribua, ou disponibilize a versão em .PDF, porém com a última página impressa para assegurar que esta não será modificada, basta imprimir este documento e selecionar apenas a folha molde do jeito que se dispõe nos anexos.

Caso haja dificuldade dos alunos acessarem o formulário online sugerido ao fim deste trabalho (Link em anexo), é sugerido também que seja feita a impressão e distribuição aos alunos. Porém, se possível for o acesso por meio de computador ou Smartphone será melhor aproveitado pelo professor pois a própria plataforma do Google disponibiliza os resultados tanto gerais como individuais que facilitam a coleta de dados para registro do professor.

Este trabalho é projetado para a aplicação em grupos de estudo, sendo viável a aplicação individual, porém pela logística do uso de materiais e tempo dos processos, será otimizado o tempo se for aplicado em grupos.

A seguir serão apresentadas as sequências didáticas com a apresentação de toda a estrutura deste trabalho, desde materiais utilizados ao referencial na Base Nacional Comum Curricular - BNCC e as formas de avaliação, aqui foram utilizados questionários pré-teste, um após cada sequência, mapas conceituais e o formulário online, mas fica a critério do docente adotar o melhor método para sua realidade ou, caso haja necessidade, adaptar os modelos aqui apresentados para outro diferente que melhor favoreçam possíveis individualidades encontradas em salas de aula diversas.



2. Sequências Didáticas

2.1 Sequência 1 - Introdução à Gravitação

Introdução à Gravitação Universal	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> ● Provocar os alunos a um debate através de uma situação problema que o façam refletir sobre a história da gravitação. ● Mostrar as várias visões de sistema solar de diversos filósofos e pesquisadores ao longo dos séculos. ● Mostrar que o conhecimento científico é produzido sob um rígido controle, e que não se é permitido especulações, sem provas concretas para manter uma teoria .
Habilidade	<p>(EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.</p> <p>(EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).</p>
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> ● Coleta de dados (com os alunos) ● Representação de dados
Materiais e Recursos	Quadro branco, pincel, manual prático impresso (Anexo)
Quantidade de aulas: 01	Tempo: 50min



Aula 1

O livro começa tratando já a das definições dos modelos geocêntrico e heliocêntrico, porém o professor pode iniciar a aula falando sobre as observações feitas dos corpos celestes a olho nu, como as constelações do zodíaco, a posição da lua e do sol, a existência de galáxias e formações cósmicas.

É importante mostrar para os alunos que existem diversos entendimentos sobre a origem do universo, vale aqui colocar contos comuns do folclore que descrevem bem algumas das estruturas mais conhecidas como lua, sol e outras estrelas. Vale também falar dos conceitos bíblicos de origem do universo, o que é muito comum entre os alunos, então permite uma maior interação que resgata o estudante para o conteúdo no começo da discussão.

Um ótimo complemento nesse sentido de diversificação das versões de origem do universo, é o livro *O Universo: Teorias sobre sua Origem e Evolução* do autor Roberto de Andrade Martins, disponível no site da USP. A lenda Amazônica mostrada no primeiro capítulo conta pela visão *nheengatu*, a origem do céu, da terra e do sol.

Após apresentar essas discussões e deixarem abertas as possibilidades para as interpretações de origem do universo, partimos então para o livro didático que começa falando da influência grega na ciência que foi muito influente especificamente nessa parte de cosmologia e a primeira grande descrição dessas organizações do sistema solar que foi a do modelo geocêntrico, em que a terra era o centro do universo e o restante dos corpos celestes o orbitavam.

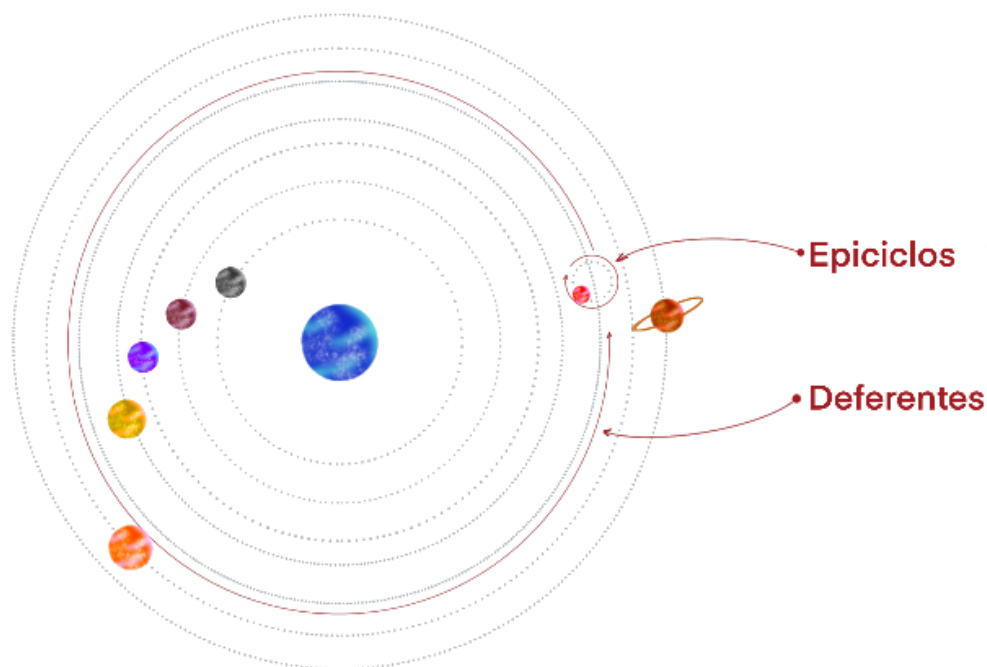
Como os planetas e outros astros não caem nem se afastam da terra, seriam formados por um quinto elemento, o éter, e seus movimentos naturais deveriam ser circulares e uniformes. (Bonjorno et al. 2016, v.1, p. 201)

É importante aqui que o professor enfatize nesta definição o termo “circulares” das órbitas dos planetas que orbitavam a terra na teoria geocêntrica. Após esclarecer a etimologia da palavra geocêntrica o material segue com a apresentação do sistema descrevendo a ordem dos corpos que orbitam a terra que é: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. É preciso também, apresentar as definições breves de epiciclos e os deferentes, em que os epiciclos são círculos menores que são os movimentos que os planetas faziam em volta de um centro que circulava a terra, esse círculo maior são os deferentes, e essas descrições foram os



artifícios encontrados por Ptolomeu para explicar as imprevisões de Marte por exemplo, que em algumas épocas do ano parecia estar indo para frente e para trás no céu, não descrevendo uma trajetória linear. E encerrando o modelo, havia uma esfera com as estrelas fixadas pois segundo esse modelo o universo é finito.

Figura 1 Epiciclos e Deferentes



Fonte: autoral, 2021

Puxando a discussão anterior de modelos que os alunos conhecem, aqui cabe um gancho do modelo bíblico que sustentava o geocentrismo por considerar a maior obra de deus no centro do universo, e na época, o poder político era da igreja e por conta então dessa grande influência, o modelo foi aceito e defendido por muitos estudiosos naquele período.

Na apresentação do modelo heliocêntrico, se faz válido ressaltar que antes mesmo do modelo geocêntrico ser aceito já havia a ideia de heliocentrismo defendida por Aristarco de Samos (310-210 a.C.). De acordo com a etimologia da palavra (*helios*, em grego, significa Sol; portanto o sol como centro do universo) foi mostrada então uma nova organização dos corpos celestes com o sol no centro do universo com os planetas orbitando ele, a lua orbitando a terra e as estrelas ainda fixas em uma esfera envolta por toda essa estrutura que foi herdada da teoria passada. Após a publicação do livro *A Revolução dos Orbes Celestes* pelo polonês Nicolau



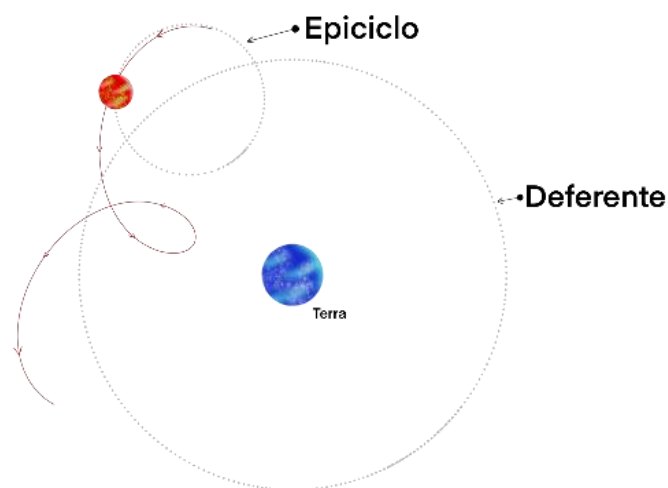
Copérnico ficou estabelecido o sol como fonte de luz e calor no centro, iluminando tudo à sua volta. Ia de confronto com o que a igreja dizia, mas ainda tinha o elemento de luz que representava algo positivo ainda no formato das ideias bíblicas.

Vale lembrar que, segundo os textos da Igreja Católica, a luz sempre foi vista como algo bom. Em Gênesis, do Antigo Testamento, encontra-se escrito que Deus disse: “façam-se luzeiros no firmamento do céu para separar o dia da noite. (Bonjorno et al. 2016, v.1, p. 202)

O modelo proposto por Copérnico causou uma certa confusão nas estruturas da sociedade na época que trouxe uma nova visão de mundo mais difícil de ser aceita no começo, mas não impediu que os pesquisadores usassem seu modelo quase semelhante ao que conhecemos hoje.

A apresentação da descrição dos movimentos do planeta Marte que não pareciam completos, é importante ser frisada para que seja sustentada a trajetória histórica que impulsionou o alemão Johannes Kepler (1571-1630) a se interessar pelas pesquisas da época, como a parceria com Tycho Brahe (1546-1601) em que o dito astrônomo dinamarquês esboçou melhor o modelo para descrever a trajetória do planeta.

Figura 2 Trajetória dos epiciclos



Fonte: autoral, 2021



Entramos então nas pesquisas de Kepler e na descrição de suas importantes leis elaboradas através da observação e análise das teorias anteriores. Kepler sustentou seus trabalhos na teoria heliocêntrica e continuou a fortificando mesmo após a morte de Brahe. Kepler precisou se mudar para Praga por conta da perseguição aos protestantes, e lá desenvolveu mais suas ideias de aperfeiçoamento do modelo Copérnico.

Pela sua apreciação a um universo harmônico, Kepler percebeu evidências que sustentaram o modelo heliocêntrico e pode resolver muitos problemas que Copérnico não conseguiu.



2.2 Sequência 2 - Primeira e segunda Lei de Kepler

Primeira Lei de Kepler e introdução à segunda Lei	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentar o conceito de elipse. • Enunciar a primeira Lei de Kepler. • Realizar experimento de construção de uma elipse. • Enunciar a Segunda Lei de Kepler. • Iniciar a montagem da maquete sobre a Segunda Lei.
Habilidade	<p>(EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.</p> <p>(EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).</p>
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Representação de dados
Materiais e Recursos	Quadro branco, pincel, manual prático impresso (Anexo), meia folha de isopor de 20mm por grupo de aluno, palitos de churrasco, barbante, pincel permanente, estilete, folha de acetato, cola branca.
Pré-requisitos	Teorema de pitágoras
Quantidade de aulas: 02	Tempo: 100 min

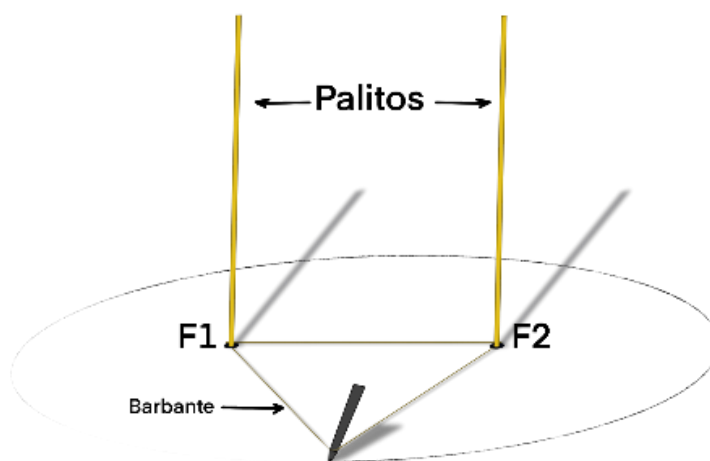
Aula 1

É realizado então aqui a prática da construção de elipses, para apresentação da descrição da forma geométrica adotada por Kepler para sustentar sua primeira lei. Essa definição foi a primeira grande quebra de paradigmas em relação às teorias passadas por desconsiderar a organização em órbitas circulares e moldar então, um formato mais complexo com descrições matemáticas de como se comportam os astros.

Em grupos, é pedido para que os alunos no centro do isopor, fixem dois percevejos ou palitos e amarre neles uma linha com comprimento dois dedos maior que o dobro da distância F_1F_2 , e com a ponta de um lápis (P), mantendo o barbante sempre esticado, podemos traçar na folha uma curva fechada chamada de elipse (Figura 3).



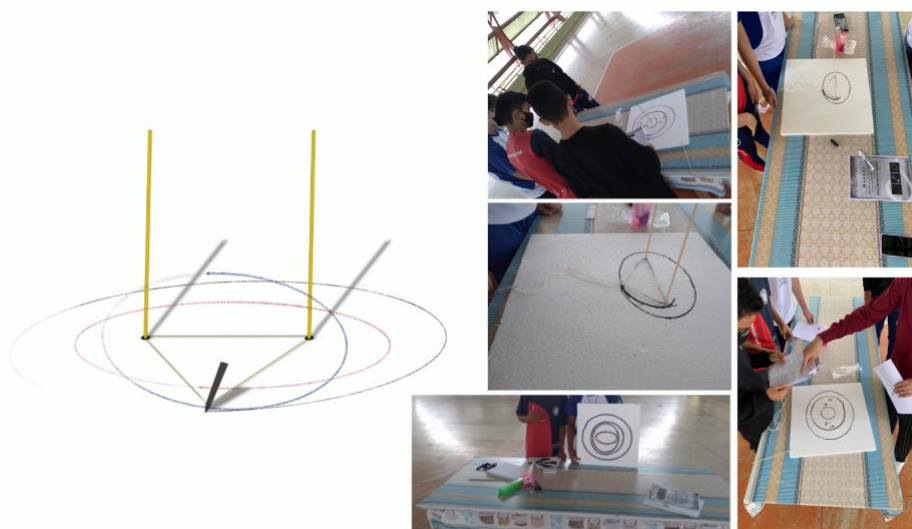
Figura 3 Prática das elipses



Fonte: autoral, 2021

Depois de construída a primeira elipse, é solicitado que os alunos mudem a distância F_1F_2 e façam outra elipse, e em seguida, que retirem um dos palitos e refaçam o experimento com apenas um palito, obtendo então ao final, três figuras desenhadas em uma superfície do isopor sendo duas elipses de tamanhos diferentes e um círculo.

Figura 4 Resultado esperado do desenho de duas elipses e um círculo.

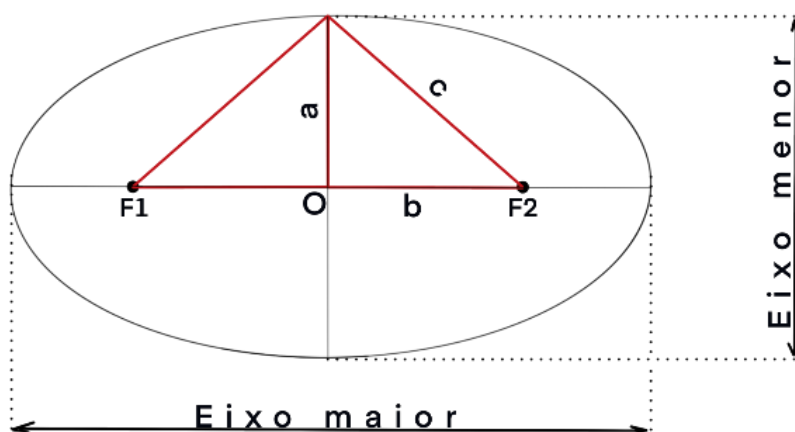


Fonte: autoral, 2021



Com as figuras desenhadas no plano do isopor, agora pode-se descrever então as características de uma elipse (Figura 5) como a identificação dos dois eixos (maior e menor), onde estão os focos e a distância entre eles, conhecida como distância focal. Apresenta-se também a excentricidade de uma elipse e como calcular ela, e concluir que como essa grandeza calculada representa o achatamento da forma geométrica, se ela for igual a zero, então a distância focal será igual a zero.

Figura 5 Componentes de uma elipse



a = semi-eixo menor	c = semi-eixo maior
$2a$ = eixo menor	$2c$ = eixo maior
b = metade da distância focal	$F1$ e $F2$ = focos da elipse
$2b$ = distância focal	O = centro da elipse

Fonte: autoral, 2021

A primeira Lei de Kepler foi definida graças aos esforços de Tycho Brahe que possuía grande aparato astronômico para observações e notou que o movimento de Marte não poderia descrever uma rota circular, precisando então do auxílio de um matemático para formular a resolução desse problema. Foi aí então que Kepler se propôs a participar desse processo e com muito sucesso conseguiu descrever a trajetória do planeta através de uma elipse matematicamente correta e daí então expandiu sua descoberta relacionando com os outros planetas, afirmando que todos os planetas descrevem trajetórias elípticas ao redor do sol, e que este, por sua vez estaria localizado em um dos focos (**Figura**). Configurando esse enunciado como 1ª Lei de Kepler.

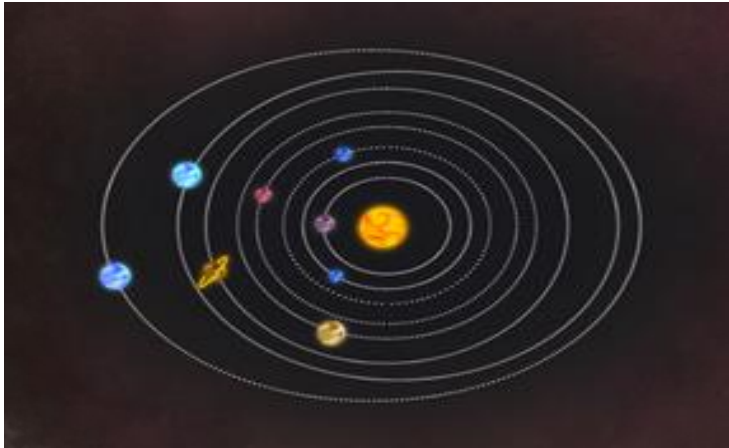


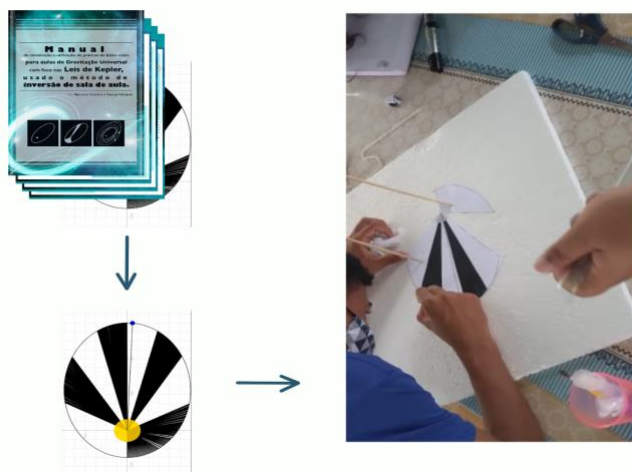
Figura 6 Órbitas elípticas

Fonte: autoral, 2021

Questionário avaliativo II:

1. usando uma régua, qual o valor da maior distância entre duas extremidades opostas da figura desenhada? E a menor?
2. Qual é o valor da distância focal que é formada pelos pontos F1 e F2 representados pelos furos dos palitos?
3. Usando o teorema de Pitágoras, e considerando que valem $OB_1 = 3\text{cm}$ e $OF_1 = 4\text{cm}$. Quanto vale, em cm, o segmento identificado por “a”?
4. O que acontece se você diminuir o tamanho da distância focal da elipse desenhada?

Ao final da prática das elipses, inicia-se a montagem da maquete para a explicação da Segunda Lei, por precisar que alguns elementos com cola sequem, de um dia para o outro, mas preferencialmente de uma semana para outra, como é sugerido no vídeo de montagem (**Link em anexo**). Com o outro verso da folha de isopor, os alunos fazem as marcações do molde de uma elipse obtida através de *software* que será melhor explicado na próxima sequência. Com a folha sobre a superfície do isopor, os alunos podem fixar a folha de molde com os próprios



palitos de churrasco usados anteriormente, furando a folha na parte de fora do desenho da figura para não atravessar o isopor com furos.

Figura 7 Montagem da maquete

Fonte: autoral, 2021

Após isso serão feitas as marcações com o estilete, cortando o papel, a figura escolhida pelos alunos para fazer a

medição da área e esta pode cortar a folha, só não pode a lâmina atravessar o isopor, pois será preenchido com líquido nas próximas aulas. depois de marcado bem superficialmente, retira-se a folha de molde e aprofunda-se os cortes feitos no isopor usando o estilete pois ali nas

fissuras serão inseridas as folhas de acetato e posteriormente passada a cola branca para vedar por dentro e por fora e assim conter o líquido ali inserido futuramente.



Figura 8 Maquete após montagem do primeiro dia.

Fonte: autoral, 2021

Depois de feitos os sulcos no isopor formando uma elipse com quatro divisões dentro, serão inseridas as folhas de acetato. As folhas de acetato devem ter não mais que 5 cm de largura, pois além de economizar material, quanto menos larga for, mais fácil será a fixação, não precisa ser uma parede muito alta pois será inserido um baixo volume de líquido.



Figura 9 Folha de acetato dobrada

Fonte: autoral, 2022

Durante a fixação do acetato, faz-se primeiramente o contorno da elipse e depois as paredes das áreas internas com a menor quantidade e emenda possível, pois isso ajudará na vedação depois. A folha de acetato

pode ser inserida nos sulcos, medida e depois retirada e cortada para ficar o mais alinhada possível. As paredes internas podem ser medidas em pares e feito um vinco no acetato para diminuir a quantidade de emendas. Depois de posicionar todas as paredes de acetato no isopor,

passa-se então a cola branca em todos os cantos que a água possa escoar e na superfície do isopor também por conter as vezes pequenas fissuras naturais do material.



Figura 10 Folha de acetato com vinco após dobrar.

Fonte: autoral, 2022

As maquetes são então reservadas para que a cola seque bem, e sugerido aos alunos, caso haja um intervalo de uma semana entre os encontros, que repassem a cola após três dias e passo em possíveis furos no isopor. No vídeo de instrução é possível ver com mais detalhes o procedimento, o link está nos anexos.



2.3 Sequência 3 - Segunda e terceira Lei de Kepler

Segunda e terceira Lei de Kepler	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> ● Finalizar a montagem da maquete. ● Enunciar a segunda Lei de Kepler. ● Realizar o experimento de verificação das áreas iguais. ● Enunciar a terceira Lei de Kepler. ● Assistir o vídeo explicativo do significado da fórmula da terceira Lei de Kepler.
Habilidade	<p>(EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.</p> <p>(EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).</p>
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> ● Representação de dados; ● experimento.
Materiais e Recursos	Quadro branco, pincel, manual prático impresso (Anexo), Maquete montada na aula anterior, seringa (sem agulha), corante, copo, água.
Pré-requisitos	Cálculo de área e volume de figuras planas, exponenciação.
Quantidade de aulas: 01	Tempo: 50 min

Aula 1

Na segunda lei, Kepler já temos uma nova relação no movimento dos planetas que sustentavam sua busca pelo universo harmônico, nela, aqui é necessário a dedução através de imagem que possua definida uma elipse com pelo menos um dos dois focos identificados e que representa o sol, nela é destacado um arco de deslocamento de um determinado planeta que ao ligar seu ponto inicial e final ao sol que está em um dos focos, formando uma área que possa ser relacionado de maneira oposta com o arco de tamanho diferente e distâncias entre pontos iniciais e finais também diferentes em relação ao sol, mas que ao serem interligados, formem uma área que possua o mesmo valor da anterior.

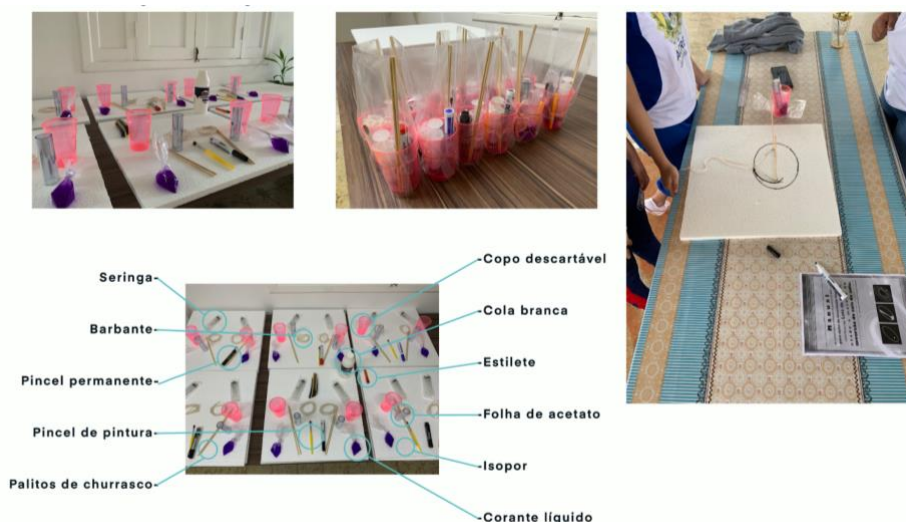


Para esta prática faremos a construção de uma maquete de uma elipse com proporções próximas de um real obtido através de *softwares* online. O *software* usado é bem intuitivo e através de ajustes feitos na própria interface onde é possível ajustar a excentricidade da elipse e a proporção dos corpos que estão sendo simulados (**Link nos anexos**). É disponibilizado então um modelo com as marcações correspondentes a segunda lei de Kepler em que são representações das áreas proporcionais varridas pelos mesmos intervalos de tempo dentro das condições que ajustamos.

O modelo obtido pelo *software* é então salvo como imagem que faz parte do material impresso disponibilizado aos alunos, e que podemos imprimir em diferentes tamanhos desde que se mantenham as proporções originais por conta dos ângulos das marcações de áreas que faremos a constatação se condiz com intervalos iguais. É sugerido então que não altere o tamanho do manual, apenas o imprima com margens padrão.

Com a maquete da aula anterior pronta, os grupos de alunos irão usar um copo (*kit* exemplificado na Figura 10) em que irão misturar o corante diluído com água. Aqui já se faz necessário a introdução do enunciado da segunda Lei de Kepler, em que diz que “Num referencial fixo no sol, a reta que une o planeta ao sol varre áreas iguais em tempos iguais”.

Figura 11 kits para montagem da maquete



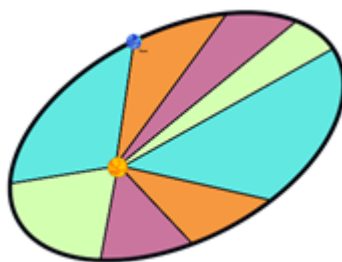
Fonte: acervo pessoal, 2021

Dito isso, pode ser exemplificado no quadro uma elipse com as marcações de dois arcos em que tanto o ponto inicial como o final sejam ligados ao sol como mostrado na **Figura**



em que as áreas são todas iguais, implicando no planeta percorrendo cada arco destacado no mesmo intervalo de tempo.

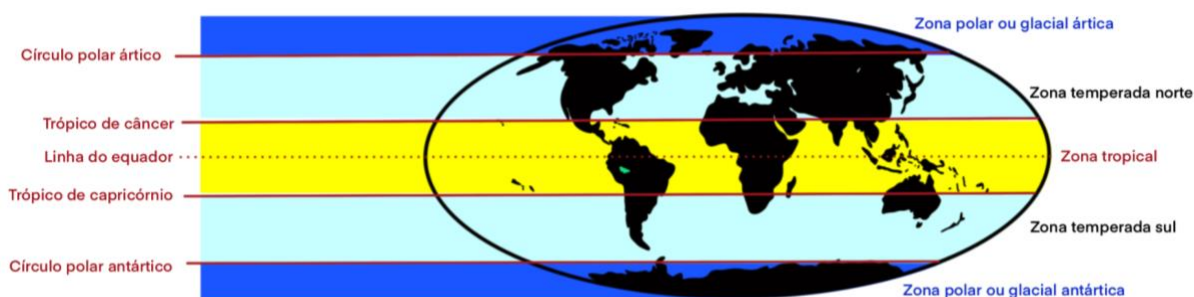
Figura 12 Áreas iguais



Fonte: autoral, 2021

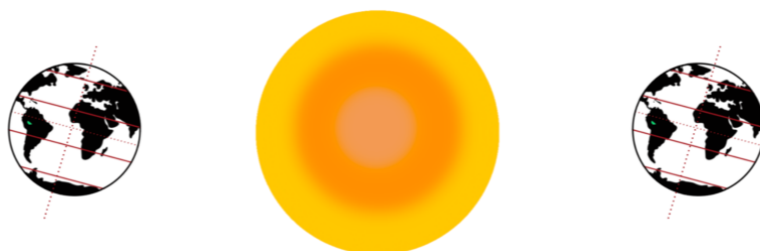
A partir dessa explicação, pode-se já apresentar sobre a velocidade de órbita dos planetas que é maior quando mais próximos do sol, e menor quanto mais distante, sendo periélio e afélio, respectivamente, e que podem ser notados na figura já que precisam percorrer

Figura 13 Zonas do planeta. Fonte: autoral, 2023



os arcos nos mesmos períodos de tempo, logo, precisará compensar a maior distância com maior velocidade. Os efeitos disso são as estações do ano que somadas a inclinação da terra,

Figura 14 Posições da Terra. Fonte: autoral, 2023



ocasionam quatro configurações climáticas durante o ano sendo de três meses aproximadamente, cada. E aproveitando o tema, pode ser discutido

também as estações do ano no Norte do Brasil com foco no Acre, que por estar mais próximo da linha do Equador, entre os trópicos de câncer e capricórnio, essa variação é menos perceptível do que nas regiões fora dessa zona tropical, e influenciada também pelos biomas encontrados que favorecem chuvas em florestas úmidas.



Para verificar a segunda Lei de Kepler com a maquete, usa-se a imagem obtida pelo *software* que simula uma órbita de uma planeta podendo ser manipulado por meio da inserção de valores escolhidos pelo usuário para massa dos corpos, velocidade média de translação entre outras características. É possível também escolher um intervalo de tempo que o *software* cuidará de fazer as marcações precisas das áreas varridas pelo planeta naquele intervalo de tempo escolhido, restando apenas verificar se as áreas realmente são iguais como descrito na Segunda Lei de Kepler.

Figura 15 Simulação de uma órbita elíptica com as configurações escolhidas.

Elliptical Orbits & Kepler's 2nd Law



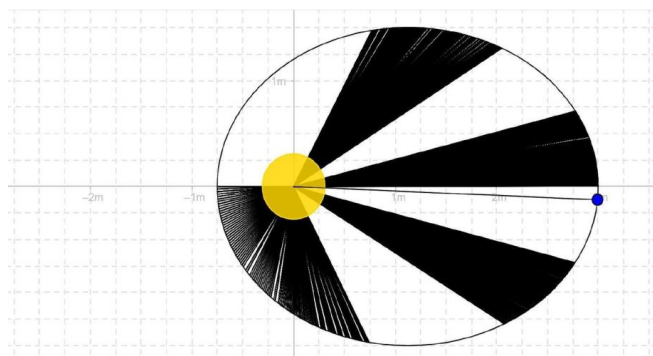
Description

This is a simulation of a planet orbiting a sun. Initial conditions can be adjusted. Use the sliders to adjust the

Fonte: *Software on-line, oPhysics: Interactive Physics Simulations*. Acesso em 17/06/2021



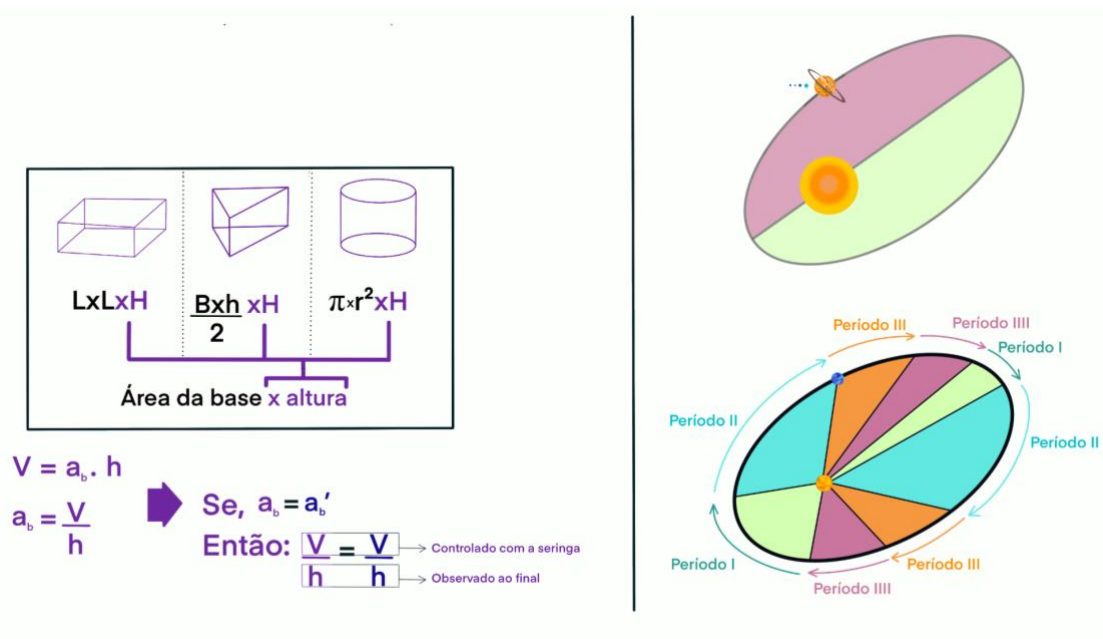
Figura 16 Simulação de uma órbita elíptica com as marcações de intervalos de tempo equivalentes



Fonte: *Software on-line, oPhysics: Interactive Physics Simulations*. Acesso em 17/06/2021

Como essas áreas são formadas por duas arestas e um arco, o cálculo dessas áreas pode ficar extenso e de difícil compreensão, a maquete entra nesse cenário então para fazermos a verificação dessas áreas de forma visual. Com os modelos feitos na aula anterior e com os grupos reunidos, explica-se o conceito das fórmulas utilizadas para cálculo de volume de figuras regulares, que consistem no produto da área da base pela altura.

Figura 17 a) exemplos de fórmulas para calcular volume regulares; b) Áreas iguais num plano de uma órbita elíptica.



Fonte: autoral, 2022



Tendo clara a relação de que o volume (V) é igual ao produto da área da base (A) pela altura (h), e se tivermos isolado o valor da área da base, nos resta a diferença do volume pela altura:

$$V_1 = A_1 \cdot h_1 \Rightarrow A_1 = \frac{V_1}{h_1}$$

e igualando duas áreas de base que serão verificadas se são iguais, tem-se que:

$$A_1 = \frac{V_1}{h_1} \text{ e } A_2 = \frac{V_2}{h_2} \Rightarrow \text{Se } A_1 = A_2,$$

$$\text{então } \frac{V_1}{h_1} = \frac{V_2}{h_2}$$

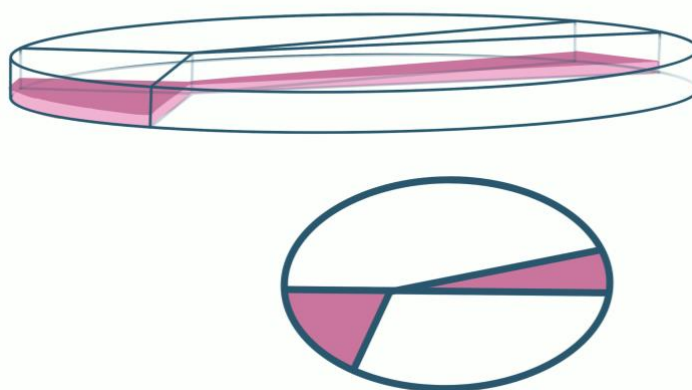


Figura 18 Modelo da maquete. Fonte: autoral, 2023

Nessas condições, se tivermos dois volumes equivalentes e duas alturas também equivalentes, teremos duas bases com os mesmos valores de área, comprovando a segunda Lei de Kepler para o modelo utilizado de molde na construção da maquete.

O que será feito em seguida será diluir o corante com água em um copo, e com o auxílio da seringa ser colocado aos poucos nas áreas isoladas da maquete, pode ser de 10 ml em 10 ml, assim os alunos terão controle do volume inserido em cada área.



Figura 19 Aplicação do líquido na maquete

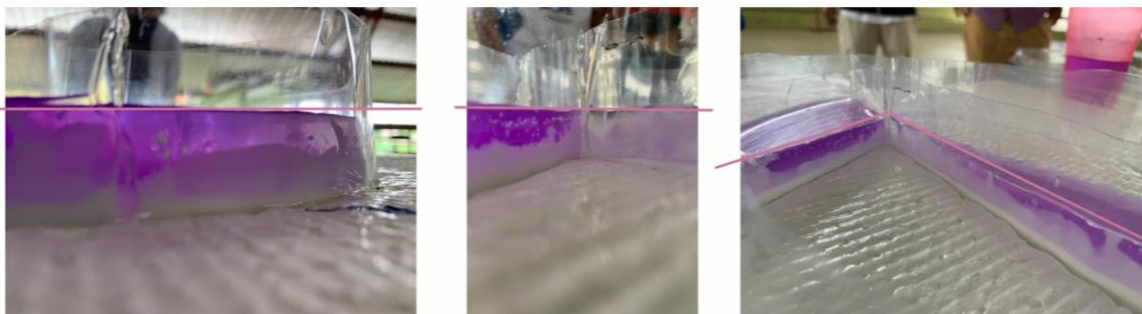
Fonte: acervo pessoal, 2021

Com o controle dos volumes sendo inserido em mesmas proporções os alunos poderão garantir que os volumes de líquido inserido são equivalentes nas áreas, restando agora a verificação visual das alturas do líquido se correspondem, por isso a necessidade do acetato por ser um material resistente



para moldar e ao mesmo tempo translúcido, podendo ver o líquido colorido por fora. Caso os alunos encontrem alturas similares, terão demonstrado as áreas iguais e por conseguinte, a segunda Lei de Kepler por analogia. Como mostrado na **Figura** é possível notar que a altura dos volumes ocupados pelo líquido colorido nas duas áreas correspondem.

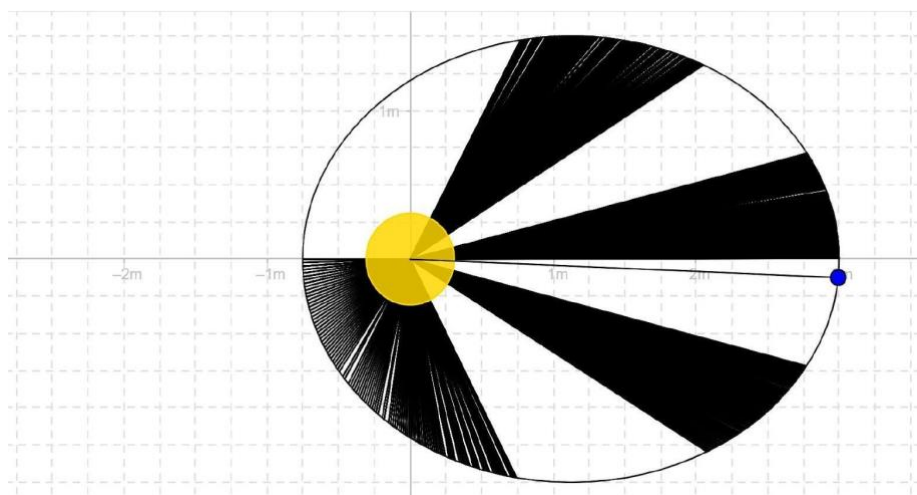
Figura 20 Visualização da altura dos volumes preenchidos na maquete



Fonte: acervo pessoal, 2021

Questionário avaliativo III:

1. Na elipse abaixo, o que representam as áreas escuras? E as claras?





2. No exercício de construção da maquete, foi necessário incluir uma parede de proteção para conter o líquido dentro da figura e poder medir quanto foi adicionado de líquido em cada espaço. Qual a importância do uso do líquido para analisar a figura da elipse?
3. O que podemos concluir com o experimento da maquete?
4. Se a elipse formada na imagem anterior fosse a descrição de uma órbita real de um planeta em torno do sol, onde o sol estaria localizado na maquete?

Para o conteúdo da Terceira Lei de Kepler, serão utilizados aspectos visuais que permitam os alunos observarem o conceito por trás de exponenciais para que não confundam na hora de futuros cálculos. Tendo esse conceito apresentado, é enunciada a Lei dos períodos que diz “Num referencial fixo no sol, o quadrado do período de revolução de um planeta ao redor do sol é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da elipse que representa a órbita do planeta”.

O vídeo usado para a explicação da terceira lei, é uma visualização de um aspecto matemático da lei, pois uma dificuldade bem comum para os alunos é a operação com expoentes, então a visualização de como funciona um quadrado e um cubo, pode auxiliar no momento de manipulação de fórmulas. É dito então (pode até usar o exemplo do teorema de pitágoras) que o quadrado de um número é literalmente um quadrado com o valor desse número descrevendo cada uma dessas arestas.

Como mostrado ao lado, em que para o triângulo com lados 3, 4 e 5, dizer que o quadrado da hipotenusa (5) é igual a soma dos dois catetos (3 e 4), significa que o quadrado formado com lados valendo 5 (se contados dão 25 quadrados unitários) tem o mesmo valor de quadrados unitários que a junção do total de quadrados unitários que compõem os quadrados dos catetos, sendo o quadrado do cateto 4 tendo 16 quadrados

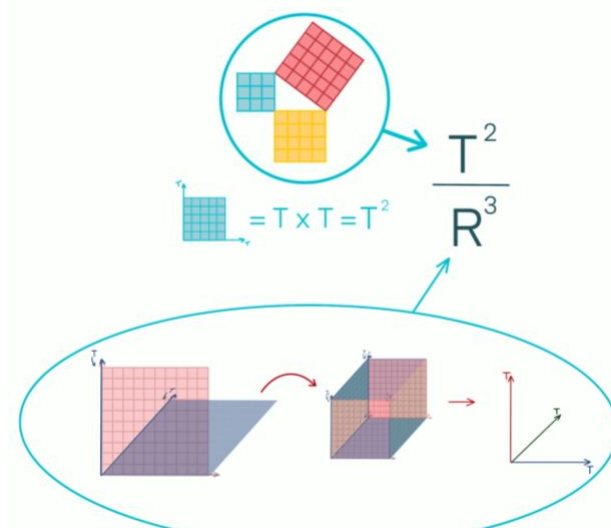


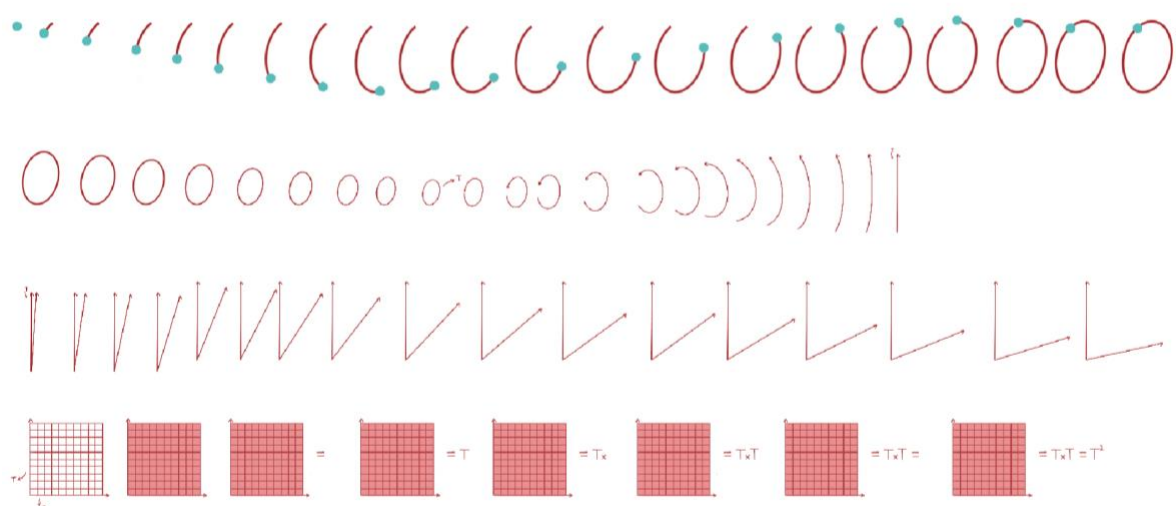
Figura 21 Representação dos quadrados e cubos. Fonte: autoral, 2021



unitário e o quadrado do cateto 3 tendo 9 quadrados, e juntos tem 25 quadrados unitários, igual ao valor do quadrado da hipotenusa.

Sendo assim, para calcular o quadrado de um número, multiplica-se ele por ele mesmo, o que ocorre é que muitos alunos se pegam somando o número com ele mesmo ou até somando com dois por verem o expoente dois, e essa demonstração visual, espera que o conceito de quadrado fixe a forma como o aluno interage com operações desse tipo.

Figura 22 Sequência de quadros que compõem a animação para mostrar o quadrado de uma elipse.



Fonte: acervo pessoal, 2022

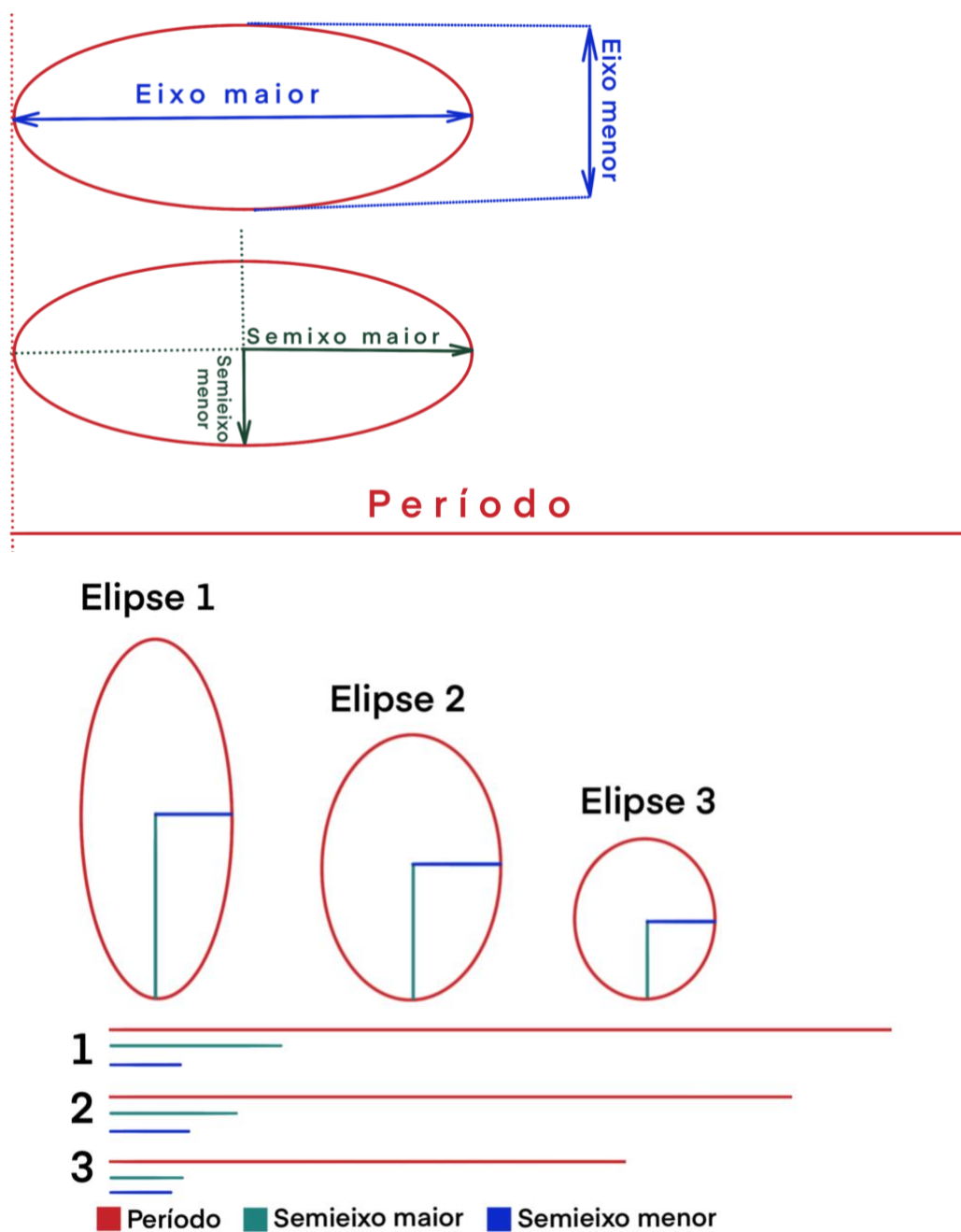
Seguindo a mesma lógica funciona também com o cubo, em que é formado literalmente um cubo com o valor do número que está na base, aqui pode ser apresentado aos alunos conceitos como eixo e figuras com três dimensões para falar que assim como no quadrado a imagem formada tinha dois eixos e por isso o número era multiplicado por ele mesmo duas vezes, agora com o cubo ele será multiplicado por ele mesmo mais uma vez.

Para relacionar com a terceira lei de Kepler, a última parte da animação mostra três elipses diferentes, com excentricidades diferentes, e conseqüentemente, semieixos de tamanhos diferentes, quanto maior o período, maior também será o semieixo, e quando a excentricidade é diferente, também influencia nas proporções gerais da elipse. Repete-se então o enunciado



da lei para dizer que esses valores não são arbitrários e seguem uma regra, conhecida como Lei Harmônica, e que o valor encontrado dividindo o quadrado do período de uma planeta pelo cubo da distância média entre ele e o sol, esse valor é o mesmo (ou próximo) e por isso se chama Lei Harmônica.

Figura 23 Imagens mostradas na animação para demonstrar a diferença entre elipses.



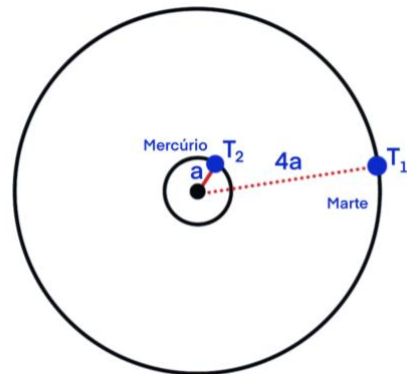
Fonte: acervo pessoal, 2022

**Questionário avaliativo IV:**

- 1- O que significa dizer “o quadrado de um valor”? E “o cubo de um valor”?
- 2- O que é período?
- 3- O que é constante na terceira lei de Kepler?
- 4- (Unifor-CE) A Terceira Lei de Kepler preconiza que os quadrados dos períodos de revolução dos planetas em torno do Sol são proporcionais aos cubos dos seus respectivos raios médios de órbitas. De acordo com essa lei, podemos afirmar que:
 - a) quanto maior a distância do planeta ao Sol, menor a sua velocidade.
 - b) o Sol encontra-se no centro da órbita elíptica descrita pelos planetas.
 - c) quanto maior a distância do planeta ao Sol, maior a sua velocidade.
 - d) quanto maior for a massa de um planeta, menor é o seu período de revolução.
 - e) quanto menor for a massa de um planeta, menor é o seu período de revolução.

Exercício resolvido

O raio médio da órbita de Marte em torno do Sol é aproximadamente quatro vezes maior do que o raio médio da órbita de Mercúrio em torno dessa estrela. Calcule a razão entre os períodos de revolução T_2 , de Marte e de Mercúrio, respectivamente.





Resolução

Aplicando a 3ª lei de Kepler, temos:

$$T_1^2 = K \cdot (4a)^3 \Rightarrow T_1^2 = K \cdot 64a^3 = 64Ka^3 \quad (1)$$

$$T_2^2 = K \cdot a^3 \Rightarrow T_2^2 = Ka^3 \quad (2)$$

Dividindo-se 1 por 2:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{64Ka^3}{Ka^3} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = 64 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{64} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 8$$

Logo, o período de revolução de Marte é oito vezes maior que o de Mercúrio.

Para finalizar, os alunos podem preencher um questionário *online* como o que está disponibilizado nos anexos e que permite a coleta de dados pelo professor de forma mais ágil na organização, sendo possível o acesso de planilha com os dados e a verificação individual dos desempenhos.

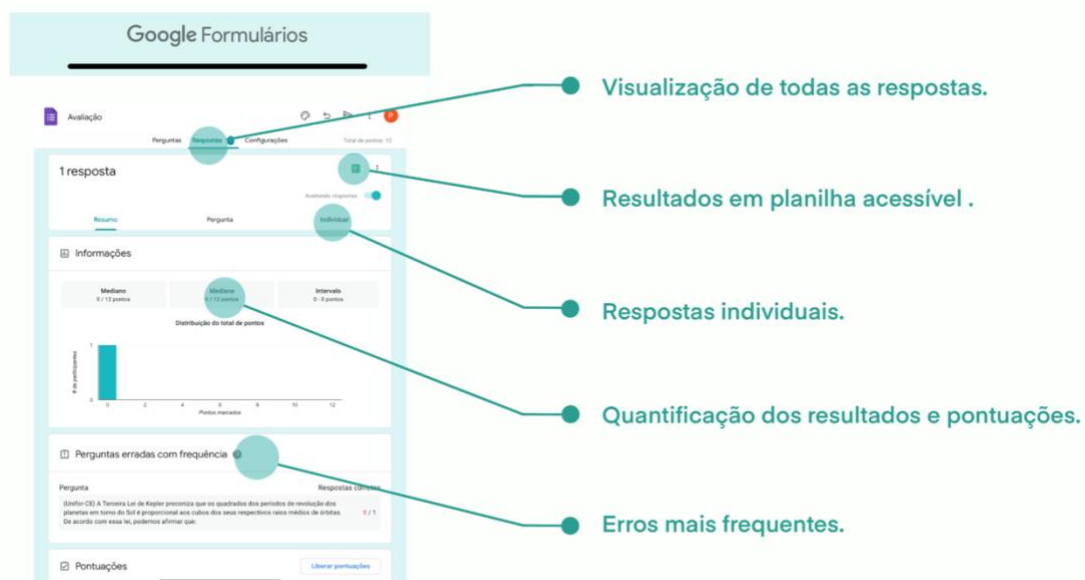


Figura 24 Formulário *on-line*. Fonte: autoral, 2022



3. Apêndice

Vídeo instrutivo de montagem das práticas da primeira e segunda Lei de Kepler:

<https://youtu.be/MQO9H771ACA>

Vídeo de tutorial de montagem das práticas nas aulas sobre Leis de Kepler:

https://youtu.be/zYYr_9IUW2I

Formulário Google para preenchimento pós-aula:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeV7XptLc17YSjBjXLkPQMnS-3R8rVla_YTixSejTm7ysaWIA/viewform?usp=sf_link

Produto educacional (versão do aluno)

São as páginas 35 à 39 deste documento, sendo a capa, três páginas de conteúdo com a explicação e contextualização de cada prática, e uma página de molde para usar na segunda prática em que será construída a maquete.



Pré-teste - sondagem

1	<p>Por que os corpos caem?</p> <p>a) porque o chão é o lugar natural das coisas. b) Por causa de uma força gravitacional. c) em função de uma força magnética. d) Por causa do peso.</p>
2	<p>Por que a Terra fica em movimento em torno do Sol? E a Lua em torno da Terra?</p> <p>a) Devido à primeira lei de Newton. b) Devido à força gravitacional. c) Devido à segunda lei de Newton. d) não sei responder.</p>
3	<p>Os satélites são levados ao espaço e lançados horizontalmente, ficando em órbita em torno da Terra. Isso ocorre porque:</p> <p>a) A velocidade de lançamento é suficiente para colocar o satélite em órbita. b) no espaço não há força gravitacional. c) os satélites artificiais são muito leves e conseguem se manter em órbita. d) não sei responder.</p>
4	<p>Um astronauta dentro de uma nave flutua porque:</p> <p>a) não há gravidade. b) Falta de força agindo sobre o astronauta. c) em órbita a gravidade é menor. d) Falta oxigênio.</p>
5	<p>“Quando um corpo se afasta da superfície da Terra, atingindo uma posição fora da superfície terrestre, ele deixa de ser atraído pela Terra”. Essa afirmativa é:</p> <p>a) verdadeira, porque quando a distância é muito grande a força deixa de existir. b) errada, pois a Terra só exerce força para corpos que se encontram dentro da atmosfera. c) verdadeira, pois a Terra só exerce força para corpos que se encontram dentro da atmosfera. d) errada, pois a força gravitacional atua mesmo à distância.</p>
6	<p>Um planeta descreve uma órbita em torno do Sol. A velocidade de deslocamento do planeta é:</p> <p>a) Menor quando estiver mais próxima do Sol. b) Maior quando estiver mais próxima do Sol. c) Igual durante toda a trajetória. d) Maior quando estiver mais longe do Sol</p>
7	<p>Uma caneta flutua no interior de um satélite espacial em órbita em torno da Terra. Essa flutuação ocorre porque:</p> <p>a) ambos, o satélite espacial e a caneta encontram-se em queda livre; b) a aceleração da gravidade local é nula; c) a aceleração da gravidade, mesmo não sendo nula, é desprezível; d) há vácuo dentro do satélite;</p>
8	<p>A natureza da força que existe entre a Terra e o Sol é da mesma natureza que existe entre você e seu caderno. Então por que o seu caderno não vai de encontro a você?</p>

PRODUTO EDUCACIONAL

MANUAL

de construção e utilização de práticas com materiais

De baixo custo

para aulas de **Gravitação Universal**

com foco nas **Leis de Kepler**

Por: Paulo Henrique Coimbra e George Valadares

Versão do aluno



1º Lei de Kepler: Lei das Elipses



O movimento dos planetas ao redor do Sol acontece segundo as três leis de Kepler. Na verdade, as leis de Kepler não se aplicam apenas às órbitas dos planetas ao redor do Sol. Elas valem de modo geral para qualquer corpo em órbita ao redor de outro corpo, num referencial em que este último está em repouso e quando a interação entre os corpos é gravitacional. Por exemplo, a Lua e os satélites artificiais têm órbitas que seguem as leis de Kepler num referencial fixo na Terra e as luas de Júpiter seguem as leis de Kepler num referencial em que Júpiter está em repouso.

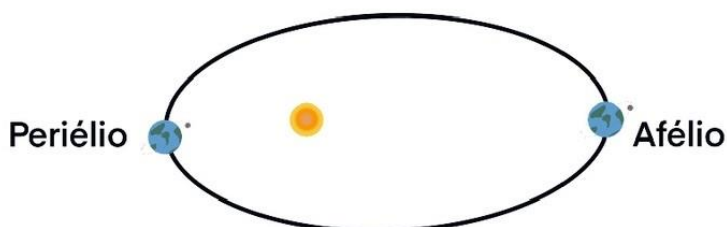
1º Lei de Kepler:
Num referencial fixo no Sol, as órbitas dos planetas são elipses e o Sol ocupa um dos focos.



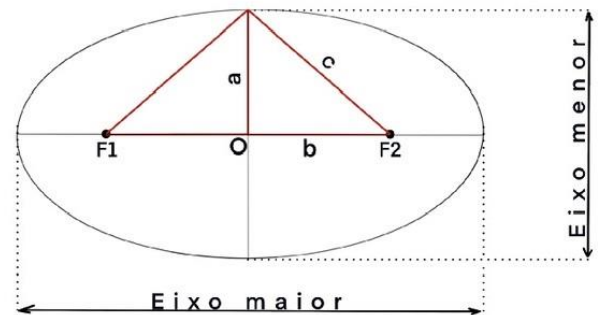
De acordo com a primeira Lei de Kepler, as órbitas que os corpos celestes fazem, **não são circulares**, e sim elipses, embora a excentricidade seja bem pequena, e possa parecer muitas vezes um círculo, elas são elipses com o corpo referencial inercial em um dos focos.

Por conta da forma da elipse, durante a trajetória que a Terra faz ao redor do Sol, por exemplo, existem momentos em que a Terra está com a distância máxima do Sol, que chamamos de **afélio**, e épocas em que a Terra está com sua distância mínima, mais perto do Sol, que chamamos de **periélio**.

Quando no **afélio**, a Terra tem sua velocidade reduzida, e quando no **periélio** essa distância é aumentada. Veremos o motivo disso na próxima lei.



Características de uma **elipse**

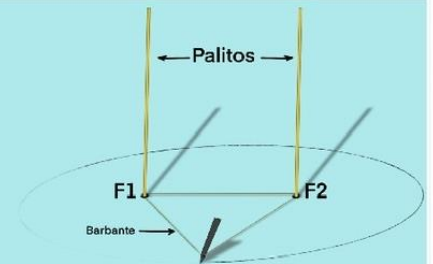


a = semi-eixo menor	c = semi-eixo maior
$2a$ = eixo menor	$2c$ = eixo maior
b = metade da distância focal	$F1$ e $F2$ = focos da elipse
$2b$ = distância focal	O = centro da elipse

Vamos construir uma elipse:

Material:

- Isopor;
- Barbante;
- 2 palitos;
- Lápis;
- Régua.

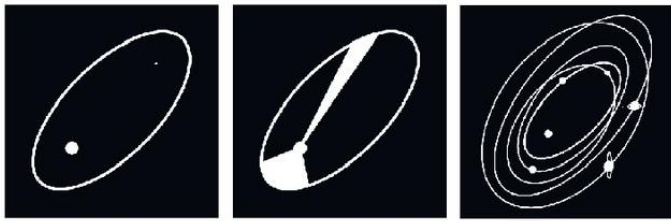


Fixe dois percevejos ou palitos e amarre neles uma linha com comprimento maior que a distância $F1F2$, e com a ponta de um lápis (P), mantendo o barbante sempre esticado. Podemos traçar na folha uma curva fechada chamada de elipse.

Depois de feita sua elipse, use a régua para tirar as medidas características dela e responda as questões abaixo.

- 1- Usando uma régua, qual o valor da maior distância entre duas extremidades opostas da figura desenhada? E a menor?
- 2- Qual é o valor da distância focal que é formada pelos pontos $F1$ e $F2$ representados pelos furos dos palitos?
- 3- Usando o teorema de Pitágoras, e considerando que valem $OB = 3\text{cm}$ e $OF1 = 4\text{cm}$. Quanto vale, em cm, o segmento identificado por " a "?
- 4- O que acontece se você diminuir o tamanho da distância focal da elipse desenhada?

2º Lei de Kepler: Lei das Áreas



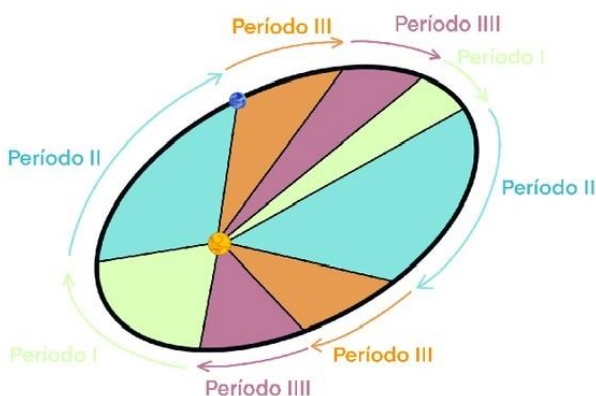
A segunda lei de Kepler decorre diretamente do princípio da conservação do momento angular. O momento angular é a quantidade de movimento relacionada aos corpos em rotação, como é o caso dos planetas que se movem em torno do Sol. O momento angular é uma grandeza vetorial, e o seu módulo depende diretamente do raio da órbita e da velocidade com que o corpo move-se. Dessa forma, se a distância entre o Sol e o planeta aumentar, sua velocidade deve diminuir e vice-versa.

2º Lei de Kepler:
num referencial fixo no Sol, a reta que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.



A segunda lei de Kepler que descreve as áreas iguais varridas em tempos iguais mostra a razão com que uma área é percorrida pelo raio vetor que liga o planeta até o Sol para um determinado intervalo de tempo e que é conhecida como **velocidade areolar**.

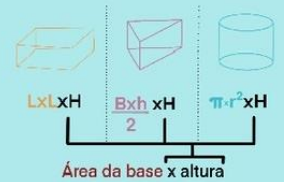
Essa lei mostra que se dividirmos a área formada pela órbita de um planeta em intervalos de tempos iguais, 30 dias por exemplo, a área percorrida nesse intervalo será a mesma para qualquer intervalo de 30 dias, como mostrado na figura abaixo.



Vamos demonstrar que as áreas são iguais:

Material:

- Isopor (15mm);
- Cola branca;
- Folha de acetato;
- Seringa;
- Corante;
- Água;
- Estilete.
- Tesoura.



Para comprovarmos que as áreas varridas são as mesmas, iremos utilizar uma ajuda das fórmulas de volumes mais simples em que normalmente são calculadas por área da base vezes a altura.

Se colocarmos paredes ao redor das áreas marcadas e elas forem preenchidas pela mesma quantidade de líquido, teremos então os volumes iguais e as alturas iguais, ou seja, as áreas das bases que são exatamente as áreas marcadas, também serão iguais. Precisaremos então constatar que ao preencher essas áreas, se a altura serem as mesmas.

Usaremos um molde feito em um *software on-line*, em que configuramos um corpo com a massa que quisermos e escolhemos os intervalos de tempo que quisermos também, ele dará então as marcações desses intervalos de tempo e essas marcações que vamos usar pois precisamos de uma elipse real, com proporções reais.

Fixe então o molde no isopor e com o estilete faça a marcação da elipse e das linhas internas (**cuidado para não atravessar o isopor**). Retire a folha e aprofunde os cortes se estiverem muito rasos.

Coloque agora com cuidado a folha de acetato formando uma parede no perímetro da elipse, corte o excesso, forme as paredes internas também. Passe a cola com o auxílio de um pincel para impermeabilizar as paredes e o líquido não vazar; após algumas horas ou de um dia para o outro, passe outra camada de cola para garantir:

Agora é só usar o corante na água, inserir com o auxílio da seringa as mesmas quantidades de líquido nas áreas marcadas e observar se vão ficar na mesma altura. Se ficarem, as áreas da base são então iguais, e comprovamos a segunda lei de Kepler.

3º Lei de Kepler: Lei dos Períodos

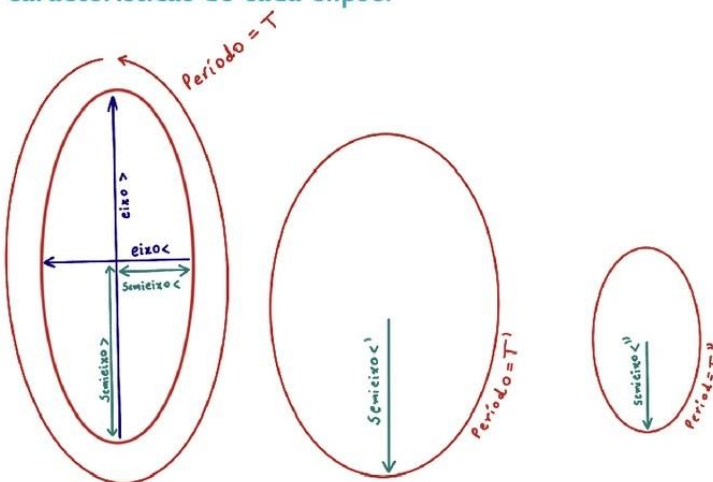


A hoje denominada terceira lei de Kepler para o movimento planetário, também conhecida como “lei harmônica” ou “lei dos períodos”, afirma que:

3º Lei de Kepler:
O quadrado do período orbital de um planeta é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol.

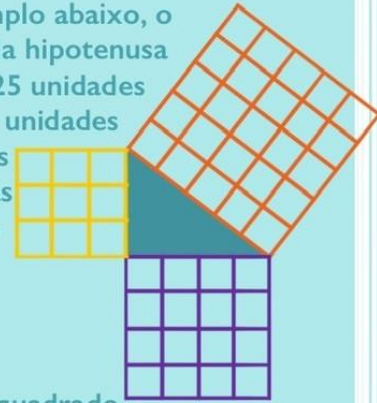


Para entendermos a terceira lei, vamos entender primeiro que o período corresponde a uma volta completa em torno do nosso referencial inercial, que no caso é o sol, temos então períodos diferentes para órbitas diferentes como mostrado na figura a baixo e da mesma forma, teremos então dimensões diferentes para os semi-eixos e demais características de cada elipse.



Agora precisamos saber o que são esses quadrados e cubos, para isso vamos usar uma definição lá do teorema de pitagoras que diz: o quadrado da hipotenusa usa é igual a soma dos quadrados dos dois catetos em um triângulo retângulo, ou seja, se pegarmos a hipotenusa e formarmos um quadrado com as arestas do mesmo tamanho dela, e se fizermos o mesmo com os dois catetos, essa área

formada pelo quadrado da hipotenusa será a mesma que se juntarmos os dois quadrados dos dois catetos. No exemplo abaixo, o quadrado formado pela hipotenusa forma uma área com 25 unidades e os catetos uma de 9 unidades e outra de 16 unidades e ao somarmos as duas temos uma área de 25 unidades, igual a da hipotenusa.



Vimos então o que é quadrado que é um valor, vezes ele mesmo, como no caso da hipotenusa acima em que seu quadrado é igual à 5x5=25.

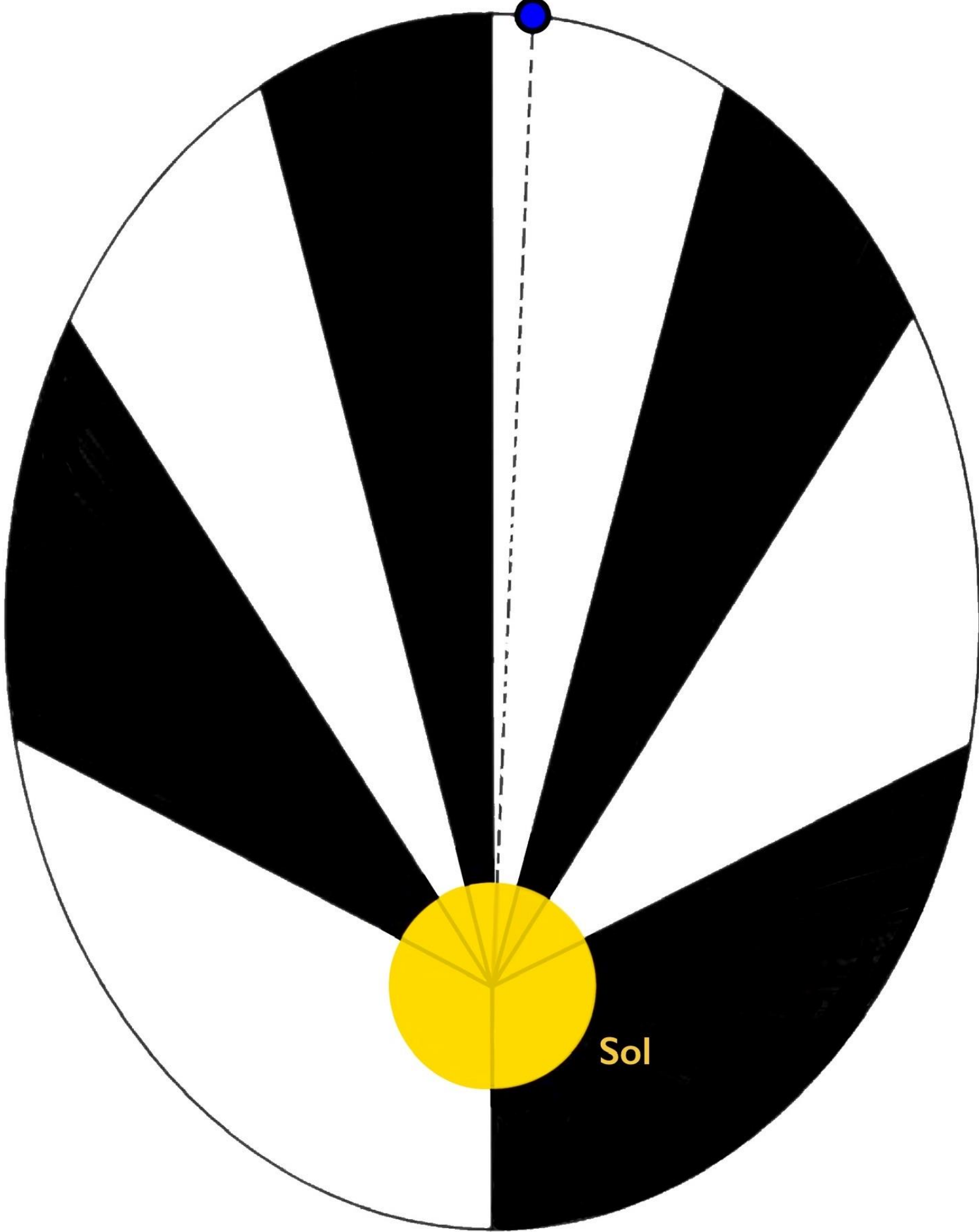
Para entendermos o que é o cubo, basta multiplicar o valor mais uma vez por ele mesmo. Se usarmos o cateto amarelo como exemplo, seu quadrado é dado por 3x3=9 e para sabermos o cubo é só multiplicar pelo 3 mais uma vez: 3x3x3=27, logo, o cubo do cateto amarelo vale 27 unidades.



Agora, voltando a nossa terceira lei, vamos usar as definições de quadrado e cubo que vimos agora a pouco. A lei fala sobre o quadrado do período orbital, então vamos pegar um período de um planeta qualquer, formado por uma elipse, e para imaginarmos o valor dessa elipse ao quadrado, basta pensarmos que essa elipse esticada forma uma aresta que podemos fazer um quadrado com esse valor. E para fazermos o cubo da distância média entre o sol, vamos pegar essa linha formada por essa distância e imaginar ela como sendo também uma aresta que multiplicaremos o seu valor por ele mesmo três vezes, como fizemos com o cubo amarelo. A terceira lei de Kepler diz que ao dividirmos esse valor quadrado por esse valor ao cubo que achamos, ele dará o mesmo resultado para qualquer órbita, e esse é o mais legal dessa lei, esse valor sempre é constante.

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{T^2}{R^3} = \frac{T^2}{R^3} = \text{Constante}$$

Planeta



Sol

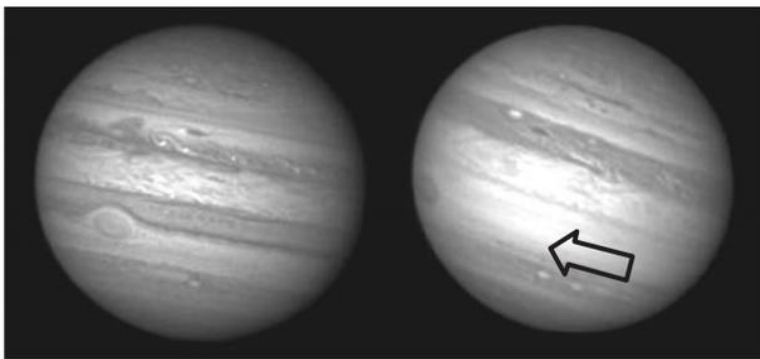


4 ANEXOS

ANEXO A – Questionário discursivo com questões do ENEM

Questionário Avaliativo III (Questões do ENEM)

1. (ENEM-2010) Júpiter, conhecido como o gigante gasoso, perdeu uma das suas listras mais proeminentes, deixando o seu hemisfério sul estranhamente vazio. Observe a região em que a faixa sumiu, destacada pela seta.



A aparência de Júpiter é tipicamente marcada por duas faixas escuras em sua atmosfera — uma no hemisfério norte e outra no hemisfério sul. Como o gás está constantemente em movimento, o desaparecimento da faixa no planeta relaciona-se ao movimento das diversas camadas de nuvens em sua atmosfera. A luz do Sol, refletida nessas nuvens, gera a imagem que é captada pelos telescópios, no espaço ou na Terra.

O desaparecimento da faixa sul pode ter sido determinado por uma alteração

- a. na temperatura da superfície do planeta.
- b. no formato da camada gasosa do planeta.
- c. no campo gravitacional gerado pelo planeta.
- d. na composição química das nuvens do planeta.
- e. na densidade das nuvens que compõem o planeta.

resolução

Conforme foi mencionado no texto, o desaparecimento da faixa sul está relacionado ao movimento das diversas camadas de nuvens em sua atmosfera e ao fato da faixa visualizada ser formada através da captação da luz solar refletida nessas nuvens. Esse movimento pode

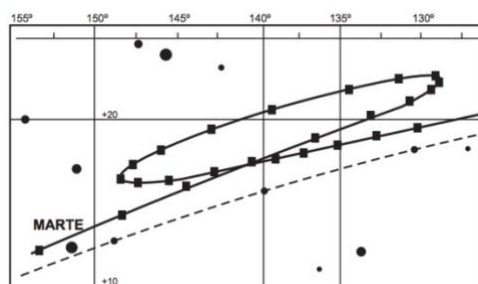


reconfigurar a distribuição das densidades das nuvens de forma a diminuir nessa região, desaparecendo a faixa escura.

RESPOSTA CORRETA:

e. na densidade das nuvens que compõem o planeta.

1. (ENEM-2012) A característica que permite identificar um planeta no céu é o seu movimento relativo às estrelas fixas. Se observarmos a posição de um planeta por vários dias, verificaremos que sua posição em relação às estrelas fixas se modifica regularmente. A figura destaca o movimento de Marte observado em intervalos de 10 dias, registrado da Terra.



Projecto Física. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980 (adaptado). (Foto: Reprodução/Enem)

Qual a causa da forma da trajetória do planeta Marte registrada na figura?

- A maior velocidade orbital da Terra faz com que, em certas épocas, ela ultrapasse Marte.
- A presença de outras estrelas faz com que sua trajetória seja desviada por meio da atração gravitacional.
- A órbita de Marte, em torno do Sol, possui uma forma elíptica mais acentuada que a dos demais planetas.
- A atração gravitacional entre a Terra e Marte faz com que este planeta apresente uma órbita irregular em torno do Sol.
- A proximidade de Marte com Júpiter, em algumas épocas do ano, faz com que a atração gravitacional de Júpiter interfira em seu movimento.

Resolução



Conforme as leis de Kepler, os planetas descrevem trajetórias elípticas ao redor do Sol. Nestes movimentos a velocidade pode ser encontrada por $v=2\pi RT$, considerando R o raio médio da trajetória e T o período. Como T^2 é proporcional a R^3 , v é proporcional a $R^2/R^3= 12R$, portanto quanto mais distante do Sol, menor é a velocidade de translação ou orbital de um planeta. Como a Terra está mais próxima do Sol, ela apresenta maior velocidade orbital. A figura mostra o movimento de Marte em relação à Terra. Devido a maior velocidade orbital da Terra e a menor distância ao Sol a Terra “ultrapassa” Marte em certas épocas, formando o laço representado na figura.

RESPOSTA CORRETA:

a. A maior velocidade orbital da Terra faz com que, em certas épocas, ela ultrapasse Marte.

1. (ENEM-2009) O ônibus espacial Atlantis foi lançado ao espaço com cinco astronautas a bordo e uma câmera nova, que iria substituir uma outra danificada por um curto-circuito no telescópio *Hubble*. Depois de entrarem em órbita a 560 km de altura, os astronautas se aproximaram do *Hubble*. Dois astronautas saíram da *Atlantis* e se dirigiram ao telescópio. Ao abrir a porta de acesso, um deles exclamou: “Esse telescópio tem a massa grande, mas o peso é pequeno.”



Astronauta no espaço. (Foto: Reprodução/ENEM)

Considerando o texto e as leis de Kepler, pode-se afirmar que a frase dita pelo astronauta



- a. se justifica porque o tamanho do telescópio determina a sua massa, enquanto seu pequeno peso decorre da falta de ação da aceleração da gravidade.
- b. se justifica ao verificar que a inércia do telescópio é grande comparada à dele próprio, e que o peso do telescópio é pequeno porque a atração gravitacional criada por sua massa era pequena.
- c. não se justifica, porque a avaliação da massa e do peso de objetos em órbita tem por base as leis de Kepler, que não se aplicam a satélites artificiais.
- d. não se justifica, porque a força-peso é a força exercida pela gravidade terrestre, neste caso, sobre o telescópio e é a responsável por manter o próprio telescópio em órbita.
- e. não se justifica, pois a ação da força-peso implica a ação de uma força de reação contrária, que não existe naquele ambiente. A massa do telescópio poderia ser avaliada simplesmente pelo seu volume.

resolução

A sensação de ausência de peso dita pelo astronauta não é causada pela falta de gravidade, mesmo porque nesta região (560 km de altura) é de 90% da gravidade na superfície terrestre. O que acontece é que o astronauta sente o peso aparente do telescópio, resultante da subtração da força peso (centrípeta) pela centrífuga gerada pela rotação do telescópio em torno da Terra. Portanto o peso do telescópio não é pequeno e a frase não se justifica.

RESPOSTA CORRETA:

- d. não se justifica, porque a força-peso é a força exercida pela gravidade terrestre, neste caso, sobre o telescópio e é a responsável por manter o próprio telescópio em órbita.
-
1. (ENEM-2009) Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexatidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser



considerado o centro do universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571- 1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas.

A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que

- a. Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais.
- b. Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol.
- c. Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.
- d. Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.
- e. Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

resolução

Para ser generalizada, uma teoria científica deve ser testada e evidenciada através de métodos consistentes que a validem, quase sempre empíricos. Nicolau Copérnico (1473-1543) vive em uma época conturbada, período no qual se iniciou a reforma protestante, quando os dogmas da Igreja Católica começaram a ser questionados. A Alemanha passava por momentos de conflitos como esses durante a vida de Johannes Kepler (1571-1630).

RESPOSTA CORRETA:

- e. Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.