



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA – MNPEF
POLO 59

Paulo Henrique Melo Coimbra

PRODUTO EDUCACIONAL

Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de
Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler:
Versão do professor e do aluno.

Rio Branco
2023

Paulo Henrique Melo Coimbra

Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de
Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler:
Versão do professor e do aluno.

Este produto educacional é parte integrante da dissertação: Manual de construção e utilização de práticas de baixo custo para aulas de Gravitação Universal com foco nas Leis de Kepler: Utilizando mapas mentais como instrumento de avaliação, desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, polo 59 – UFAC Rio Branco-AC, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Dr. George Chaves da Silva Valadares

Rio Branco
2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos...

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

Agradeço imensamente aos colegas de turma que ingressaram no programa na mesma seletiva que a minha, e que durante todo o percurso foram fundamentais para o incentivo deste trabalho.

Ao meu marido, Italo Pinto, que eu o amo muito e que tomou pra si todo o peso do apoio e incentivo a essa jornada.

Notoriamente, ao meu orientador, o Professor Doutor George Valadares que me acompanhou de uma forma quase paterna desde a graduação e foi ímpar em sempre estar incentivando.

Sumário

1. Apresentação	6
1.1 Orientação de uso	8
2. Sequências Didáticas	9
2.1 Sequência 1 - Introdução à Gravitação	9
2.2 Sequência 2 - Primeira e segunda Lei de Kepler	14
2.3 Sequência 3 - Segunda e terceira Lei de Kepler	21
3. Apêndice.....	33
4 ANEXOS	40
ANEXO A – Questionário discursivo com questões do ENEM.....	40



1. Apresentação

O sistema educacional brasileiro pode adotar diferentes facetas em contextos amplos, desde o sistema público ao sistema privado, passando pelas escolas rurais e técnicas, as práticas adotadas em sala de aula caminham em direção do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM e moldam as formas como os professores balizam os conteúdos de acordo com esse modelo que é a porta de entrada principal do estudante no ensino superior. Apesar de poucos estudantes ingressarem em Universidades, isso não impede o sistema educacional brasileiro de seguir a metodologia que mira nessas avaliações por conta do seu caráter mais crítico quando se trata de analisar questões-problemas.

A difusão da importância em desenvolver o senso crítico do aluno, apesar de essencial nos últimos anos nem sempre foi assim, as escolas antigamente pertenciam a um contexto histórico em que as políticas eram mais incisivas e sustentam práticas menos sensíveis a natureza do aluno com métodos mais tradicionais de ensino, esses métodos não permitiam o aluno desenvolver individualidade e explorar suas habilidades. Essas escolas inclusive disponibilizavam de alguns estudos mais específicos em conteúdos técnicos e profissionalizantes que moldavam ainda mais os estudantes de acordo com as necessidades de mão de obra dos empreendedores.

As mudanças no sistema de ensino foram necessárias e importantes para o desenvolvimento do país como potência por aprimorar o senso crítico dos estudantes, criação de mais universidades e suporte à ciência que desenvolveu todas as áreas adjacentes do mercado. Visto a atualização das práticas de ensino nos moldes do ENEM se deu de maneira rápida e benéfica, surge então uma demanda constante por essas atualizações que coloquem a escola no mesmo cenário social atual, em que as discussões políticas são pertinentes nas aulas por apresentarem a vivência direta dos alunos, do uso da tecnologia disponível por fazer parte da rotina desses estudantes, do diálogo coerente com a realidade de cada instituição.

As atividades que exploram o protagonismo do aluno como detentor do seu próprio saber têm sido o ponto chave para uma educação mais eficaz por colocar o aluno para aprender com o seu próprio ambiente e informações literais, palpáveis e próximas. A contextualização dos conteúdos e adaptação para a realidade da escola se torna essencial nesse sentido.

No percurso que avança os estudos sobre a gravitação universal com os alunos do ensino médio, é escasso de práticas metodológicas que aproximem o aluno do conteúdo e o atraia.



Normalmente, já é desafiador para o professor estar em constante adaptação nas salas de aula com ferramentas e métodos que convidem o interesse dos estudantes nas aulas e conteúdo de física. Pensando nessa aproximação, este manual surge para ajudar professores e alunos, a desenvolver habilidades que participem da construção dos saberes dentro do conteúdo aqui sugerido.

Este produto se propõe a auxiliar tanto docentes quanto discentes ao longo do desenvolvimento dos estudos dentro do conteúdo de gravitação universal. Este conteúdo se inicia nos modelos adotados ao longo da história para descrever a organização dos objetos celestes e o nosso lugar nele. O formato deste produto educacional conta com intervenção na forma de práticas em que os alunos construirão maquetes dos modelos astronômicos, modelos geométricos para entendimento das trajetórias e o motivo de sua revisão ao longo dos anos.

Este material conta também com um vídeo de orientação para a construção dos materiais e contido no mesmo arquivo, uma simulação que pretende auxiliar o entendimento dos conceitos mais robustos contidos nas leis de Kepler



1.1 Orientação de uso

Este material orienta o professor e conta com partes que poderão ser distribuídas diretamente aos alunos (Anexo), sendo cinco páginas que podem ser disponibilizadas na forma impressa ou digital nato.

Após as três folhas de conteúdos com as principais informações sobre cada uma das três leis e as práticas que serão realizadas para verificação destas, contém a última página que é o molde utilizado na segunda prática que será construída a maquete para testar a segunda lei de Kepler. Esta página orienta as proporções que serão medidas, então orienta-se que ao menos estas sejam entregues na forma física (impressa) sem alteração na proporção que por se tratar do alvo do experimento, qualquer variação poderá comprometer a prática.

A sugestão é que o professor imprima todo o manual do aluno e distribua, ou disponibilize a versão em .PDF, porém com a última página impressa para assegurar que esta não será modificada, basta imprimir este documento e selecionar apenas a folha molde do jeito que se dispõe nos anexos.

Caso haja dificuldade dos alunos acessarem o formulário online sugerido ao fim deste trabalho (Link em anexo), é sugerido também que seja feita a impressão e distribuição aos alunos. Porém, se possível for o acesso por meio de computador ou Smartphone será melhor aproveitado pelo professor pois a própria plataforma do Google disponibiliza os resultados tanto gerais como individuais que facilitam a coleta de dados para registro do professor.

Este trabalho é projetado para a aplicação em grupos de estudo, sendo viável a aplicação individual, porém pela logística do uso de materiais e tempo dos processos, será otimizado o tempo se for aplicado em grupos.

A seguir serão apresentadas as sequências didáticas com a apresentação de toda a estrutura deste trabalho, desde materiais utilizados ao referencial na Base Nacional Comum Curricular - BNCC e as formas de avaliação, aqui foram utilizados questionários pré-teste, um após cada sequência, mapas conceituais e o formulário online, mas fica a critério do docente adotar o melhor método para sua realidade ou, caso haja necessidade, adaptar os modelos aqui apresentados para outro diferente que melhor favoreçam possíveis individualidades encontradas em salas de aula diversas.



2. Sequências Didáticas

2.1 Sequência 1 - Introdução à Gravitação

Introdução à Gravitação Universal	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> ● Provocar os alunos a um debate através de uma situação problema que o façam refletir sobre a história da gravitação. ● Mostrar as várias visões de sistema solar de diversos filósofos e pesquisadores ao longo dos séculos. ● Mostrar que o conhecimento científico é produzido sob um rígido controle, e que não se é permitido especulações, sem provas concretas para manter uma teoria .
Habilidade	<p>(EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.</p> <p>(EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).</p>
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> ● Coleta de dados (com os alunos) ● Representação de dados
Materiais e Recursos	Quadro branco, pincel, manual prático impresso (Anexo)
Quantidade de aulas: 01	Tempo: 50min



Aula 1

O livro começa tratando já a das definições dos modelos geocêntrico e heliocêntrico, porém o professor pode iniciar a aula falando sobre as observações feitas dos corpos celestes a olho nu, como as constelações do zodíaco, a posição da lua e do sol, a existência de galáxias e formações cósmicas.

É importante mostrar para os alunos que existem diversos entendimentos sobre a origem do universo, vale aqui colocar contos comuns do folclore que descrevem bem algumas das estruturas mais conhecidas como lua, sol e outras estrelas. Vale também falar dos conceitos bíblicos de origem do universo, o que é muito comum entre os alunos, então permite uma maior interação que resgata o estudante para o conteúdo no começo da discussão.

Um ótimo complemento nesse sentido de diversificação das versões de origem do universo, é o livro *O Universo: Teorias sobre sua Origem e Evolução* do autor Roberto de Andrade Martins, disponível no site da USP. A lenda Amazônica mostrada no primeiro capítulo conta pela visão *nheengatu*, a origem do céu, da terra e do sol.

Após apresentar essas discussões e deixarem abertas as possibilidades para as interpretações de origem do universo, partimos então para o livro didático que começa falando da influência grega na ciência que foi muito influente especificamente nessa parte de cosmologia e a primeira grande descrição dessas organizações do sistema solar que foi a do modelo geocêntrico, em que a terra era o centro do universo e o restante dos corpos celestes o orbitavam.

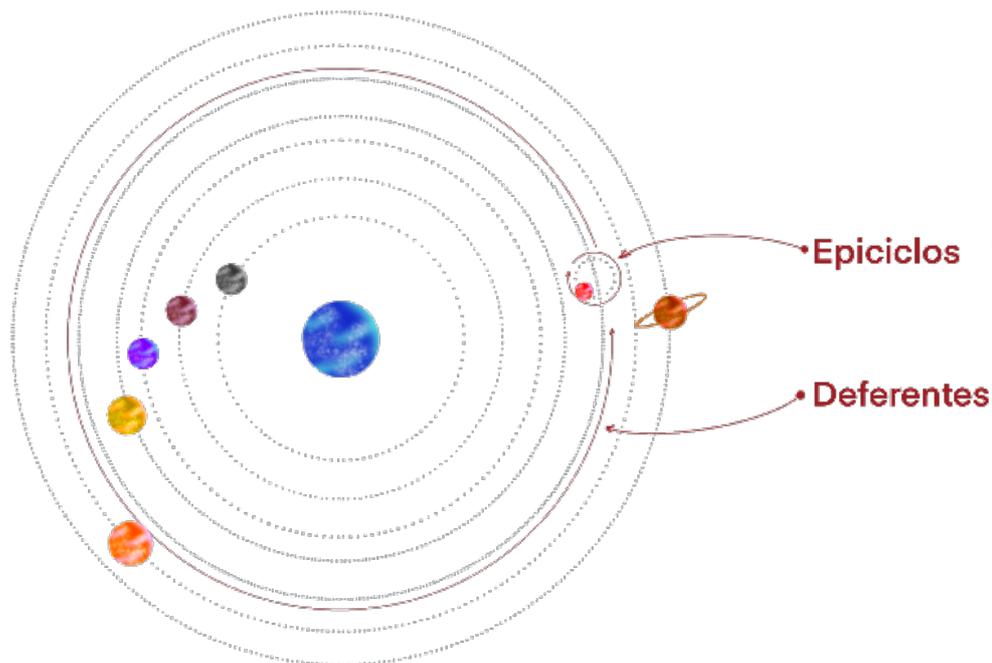
Como os planetas e outros astros não caem nem se afastam da terra, seriam formados por um quinto elemento, o éter, e seus movimentos naturais deveriam ser circulares e uniformes. (Bonjorno et al. 2016, v.1, p. 201)

É importante aqui que o professor enfatize nesta definição o termo “circulares” das órbitas dos planetas que orbitavam a terra na teoria geocêntrica. Após esclarecer a etimologia da palavra geocêntrica o material segue com a apresentação do sistema descrevendo a ordem dos corpos que orbitam a terra que é: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. É preciso também, apresentar as definições breves de epiciclos e os deferentes, em que os epiciclos são círculos menores que são os movimentos que os planetas faziam em volta de um centro que circulava a terra, esse círculo maior são os deferentes, e essas descrições foram os



artifícios encontrados por Ptolomeu para explicar as imprevisões de Marte por exemplo, que em algumas épocas do ano parecia estar indo para frente e para trás no céu, não descrevendo uma trajetória linear. E encerrando o modelo, havia uma esfera com as estrelas fixadas pois segundo esse modelo o universo é finito.

Figura 1 Epíclis e Deferentes



Fonte: autoral, 2021

Puxando a discussão anterior de modelos que os alunos conhecem, aqui cabe um gancho do modelo bíblico que sustentava o geocentrismo por considerar a maior obra de deus no centro do universo, e na época, o poder político era da igreja e por conta então dessa grande influência, o modelo foi aceito e defendido por muitos estudiosos naquele período.

Na apresentação do modelo heliocêntrico, se faz válido ressaltar que antes mesmo do modelo geocêntrico ser aceito já havia a ideia de heliocentrismo defendida por Aristarco de Samos (310-210 a.C.). De acordo com a etimologia da palavra (*helios*, em grego, significa Sol; portanto o sol como centro do universo) foi mostrada então uma nova organização dos corpos celestes com o sol no centro do universo com os planetas orbitando ele, a lua orbitando a terra e as estrelas ainda fixas em uma esfera envolta por toda essa estrutura que foi herdada da teoria passada. Após a publicação do livro *A Revolução dos Orbes Celestes* pelo polonês Nicolau



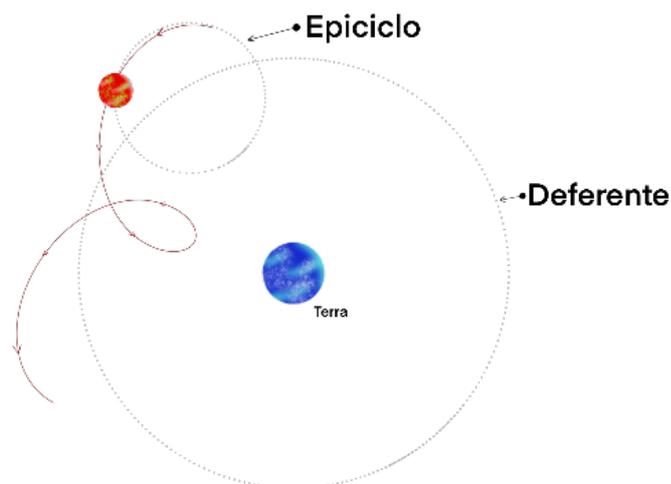
Copérnico ficou estabelecido o sol como fonte de luz e calor no centro, iluminando tudo à sua volta. Ia de confronto com o que a igreja dizia, mas ainda tinha o elemento de luz que representava algo positivo ainda no formato das ideias bíblicas.

Vale lembrar que, segundo os textos da Igreja Católica, a luz sempre foi vista como algo bom. Em Gênesis, do Antigo Testamento, encontra-se escrito que Deus disse: “façam-se luzes no firmamento do céu para separar o dia da noite. (Bonjorno et al. 2016, v.1, p. 202)

O modelo proposto por Copérnico causou uma certa confusão nas estruturas da sociedade na época que trouxe uma nova visão de mundo mais difícil de ser aceita no começo, mas não impediu que os pesquisadores usassem seu modelo quase semelhante ao que conhecemos hoje.

A apresentação da descrição dos movimentos do planeta Marte que não pareciam completos, é importante ser frisada para que seja sustentada a trajetória histórica que impulsionou o alemão Johannes Kepler (1571-1630) a se interessar pelas pesquisas da época, como a parceria com Tycho Brahe (1546-1601) em que o dito astrônomo dinamarquês esboçou melhor o modelo para descrever a trajetória do planeta.

Figura 2 Trajetória dos epiciclos



Fonte: autoral, 2021



Entramos então nas pesquisas de Kepler e na descrição de suas importantes leis elaboradas através da observação e análise das teorias anteriores. Kepler sustentou seus trabalhos na teoria heliocêntrica e continuou a fortificando mesmo após a morte de Brahe. Kepler precisou se mudar para Praga por conta da perseguição aos protestantes, e lá desenvolveu mais suas ideias de aperfeiçoamento do modelo Copérnico.

Pela sua apreciação a um universo harmônico, Kepler percebeu evidências que sustentaram o modelo heliocêntrico e pode resolver muitos problemas que Copérnico não conseguiu.



2.2 Sequência 2 - Primeira e segunda Lei de Kepler

Primeira Lei de Kepler e introdução à segunda Lei	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentar o conceito de elipse. • Enunciar a primeira Lei de Kepler. • Realizar experimento de construção de uma elipse. • Enunciar a Segunda Lei de Kepler. • Iniciar a montagem da maquete sobre a Segunda Lei.
Habilidade	<p>(EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.</p> <p>(EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).</p>
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Representação de dados
Materiais e Recursos	Quadro branco, pincel, manual prático impresso (Anexo), meia folha de isopor de 20mm por grupo de aluno, palitos de churrasco, barbante, pincel permanente, estilete, folha de acetato, cola branca.
Pré-requisitos	Teorema de pitágoras
Quantidade de aulas: 02	Tempo: 100 min

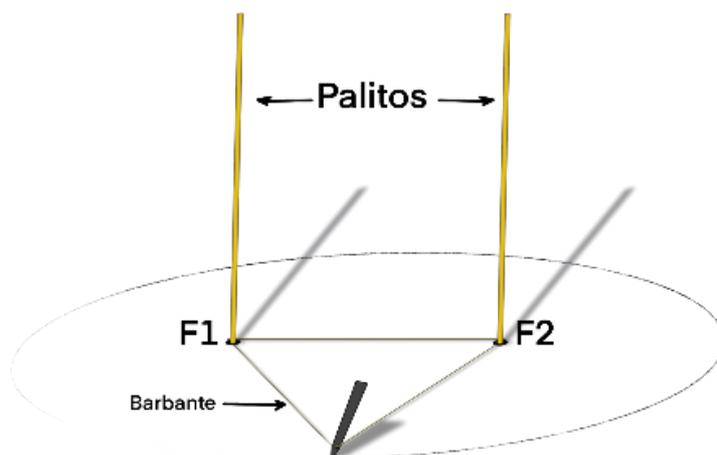
Aula 1

É realizado então aqui a prática da construção de elipses, para apresentação da descrição da forma geométrica adotada por Kepler para sustentar sua primeira lei. Essa definição foi a primeira grande quebra de paradigmas em relação às teorias passadas por desconsiderar a organização em órbitas circulares e moldar então, um formato mais complexo com descrições matemáticas de como se comportam os astros.

Em grupos, é pedido para que os alunos no centro do isopor, fixem dois percevejos ou palitos e amarre neles uma linha com comprimento dois dedos maior que o dobro da distância F_1F_2 , e com a ponta de um lápis (P), mantendo o barbante sempre esticado, podemos traçar na folha uma curva fechada chamada de elipse (Figura 3).



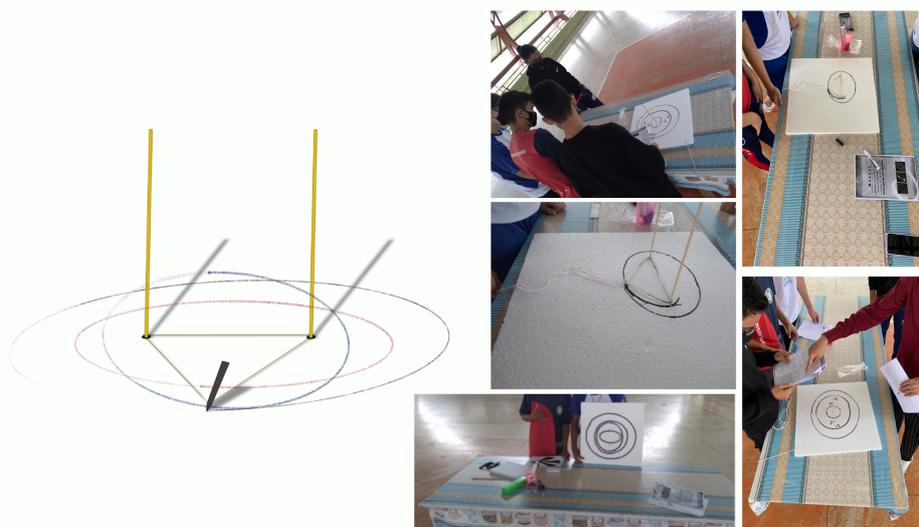
Figura 3 Prática das elipses



Fonte: autoral, 2021

Depois de construída a primeira elipse, é solicitado que os alunos mudem a distância F_1F_2 e façam outra elipse, e em seguida, que retirem um dos palitos e refaçam o experimento com apenas um palito, obtendo então ao final, três figuras desenhadas em uma superfície do isopor sendo duas elipses de tamanhos diferentes e um círculo.

Figura 4 Resultado esperado do desenho de duas elipses e um círculo.

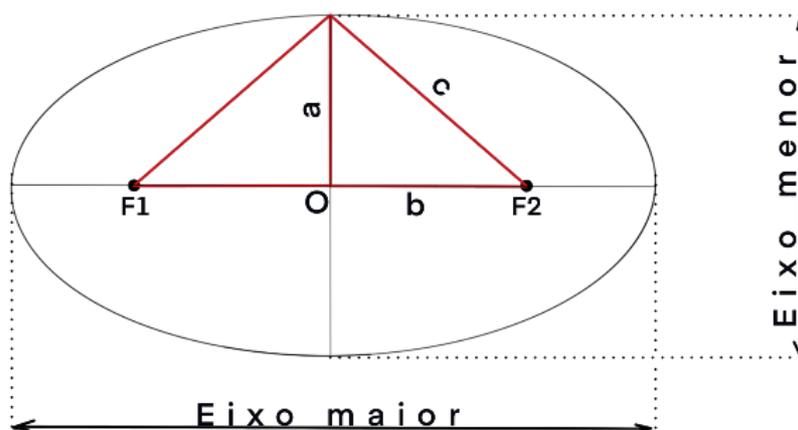


Fonte: autoral, 2021



Com as figuras desenhadas no plano do isopor, agora pode-se descrever então as características de uma elipse (Figura 5) como a identificação dos dois eixos (maior e menor), onde estão os focos e a distância entre eles, conhecida como distância focal. Apresenta-se também a excentricidade de uma elipse e como calcular ela, e concluir que como essa grandeza calculada representa o achatamento da forma geométrica, se ela for igual a zero, então a distância focal será igual a zero.

Figura 5 Componentes de uma elipse



a =semi-eixo menor	c =semi-eixo maior
$2a$ = eixo menor	$2c$ = eixo maior
b =metade da distância focal	$F1$ e $F2$ = focos da elipse
$2b$ = distância focal	O = centro da elipse

Fonte: autoral, 2021

A primeira Lei de Kepler foi definida graças aos esforços de Tycho Brahe que possuía grande aparato astronômico para observações e notou que o movimento de Marte não poderia descrever uma rota circular, precisando então do auxílio de um matemático para formular a resolução desse problema. Foi aí então que Kepler se propôs a participar desse processo e com muito sucesso conseguiu descrever a trajetória do planeta através de uma elipse matematicamente correta e daí então expandiu sua descoberta relacionando com os outros planetas, afirmando que todos os planetas descrevem trajetórias elípticas ao redor do sol, e que este, por sua vez estaria localizado em um dos focos (**Figura**). Configurando esse enunciado como 1ª Lei de Kepler.

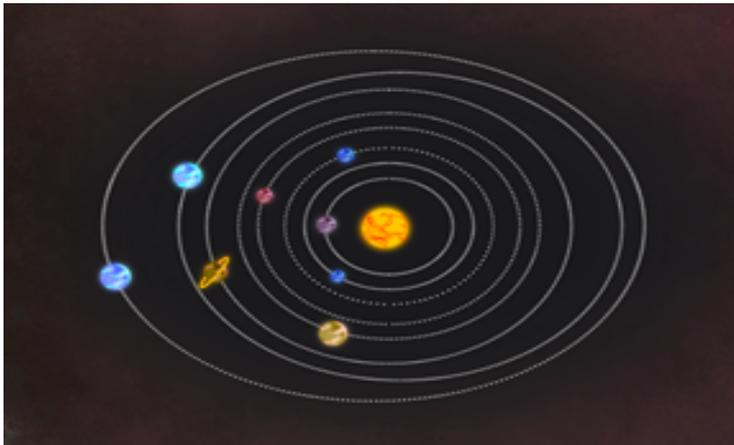


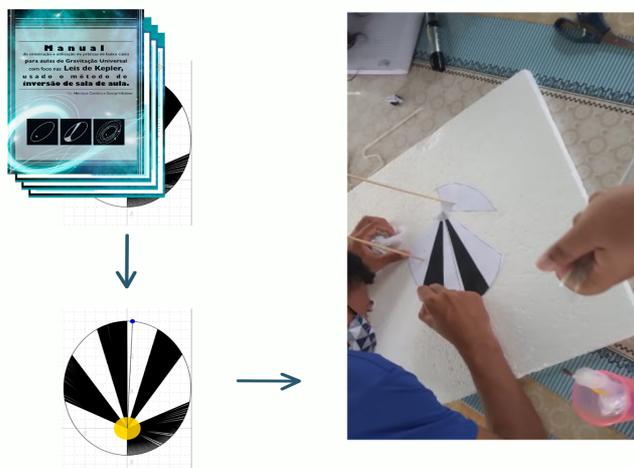
Figura 6 Órbitas elípticas

Fonte: autoral, 2021

Questionário avaliativo II:

1. usando uma régua, qual o valor da maior distância entre duas extremidades opostas da figura desenhada? E a menor?
2. Qual é o valor da distância focal que é formada pelos pontos F_1 e F_2 representados pelos furos dos palitos?
3. Usando o teorema de Pitágoras, e considerando que valem $OB_1 = 3\text{cm}$ e $OF_1 = 4\text{cm}$. Quanto vale, em cm, o segmento identificado por “a”?
4. O que acontece se você diminuir o tamanho da distância focal da elipse desenhada?

Ao final da prática das elipses, inicia-se a montagem da maquete para a explicação da Segunda Lei, por precisar que alguns elementos com cola sequem, de um dia para o outro, mas preferencialmente de uma semana para outra, como é sugerido no vídeo de montagem (**Link em anexo**). Com o outro verso da folha de isopor, os alunos fazem as marcações do molde de uma elipse obtida através de *software* que será melhor explicado na próxima sequência. Com a folha sobre a superfície do isopor, os alunos podem fixar a folha de molde com os próprios



palitos de churrasco usados anteriormente, furando a folha na parte de fora do desenho da figura para não atravessar o isopor com furos.

Após isso serão feitas as marcações com o estilete, cortando o papel, a figura escolhida pelos alunos para fazer a medição da área e esta pode cortar

a folha, só não pode a lâmina atravessar o isopor, pois será preenchido com líquido nas próximas aulas. depois de marcado bem superficialmente, retira-se a folha de molde e

aprofunda-se os cortes feitos no isopor usando o estilete pois ali nas fissuras serão inseridas as folhas de acetato e posteriormente passada a cola branca para vedar por dentro e por fora e assim conter o líquido ali inserido futuramente.



Figura 7 Maquete após montagem do primeiro dia.

Fonte: autoral, 2021

Depois de feitos os sulcos no isopor formando uma elipse com quatro divisões dentro, serão inseridas as folhas de acetato. As folhas de acetato devem ter não mais que 5 cm de



largura, pois além de economizar material, quanto menos larga for, mais fácil será a fixação, não precisa ser uma parede muito alta pois será inserido um baixo volume de líquido.



Figura 8 Folha de acetato dobrada

Fonte: autoral, 2022

Durante a fixação do acetato, faz-se primeiramente o contorno da elipse e depois as paredes das áreas internas com a menor quantidade e emenda possível, pois isso ajudará na vedação depois. A folha de acetato

pode ser inserida nos sulcos, medida e depois retirada e cortada para ficar o mais alinhada possível. As paredes internas podem ser medidas em pares e feito um vinco no acetato para diminuir a quantidade de emendas. Depois de posicionar todas as paredes de acetato no isopor,

passa-se então a cola branca em todos os cantos que a água possa escoar e na superfície do isopor também por conter as vezes pequenas fissuras naturais do material.



Figura 9 Folha de acetato com vinco após dobrar.

Fonte: autoral, 2022

As maquetes são então reservadas para que a cola seque bem, e sugerido aos alunos, caso haja um intervalo de uma semana entre os encontros, que repassem a cola após três dias e



passo em possíveis furos no isopor. No vídeo de instrução é possível ver com mais detalhes o procedimento, o link está nos anexos.



2.3 Sequência 3 - Segunda e terceira Lei de Kepler

Segunda e terceira Lei de Kepler	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> ● Finalizar a montagem da maquete. ● Enunciar a segunda Lei de Kepler. ● Realizar o experimento de verificação das áreas iguais. ● Enunciar a terceira Lei de Kepler. ● Assistir o vídeo explicativo do significado da fórmula da terceira Lei de Kepler.
Habilidade	<p>(EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.</p> <p>(EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).</p>
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> ● Representação de dados; ● experimento.
Materiais e Recursos	Quadro branco, pincel, manual prático impresso (Anexo), Maquete montada na aula anterior, seringa (sem agulha), corante, copo, água.
Pré-requisitos	Cálculo de área e volume de figuras planas, exponenciação.
Quantidade de aulas: 01	Tempo: 50 min

Aula 1

Na segunda lei, Kepler já temos uma nova relação no movimento dos planetas que sustentavam sua busca pelo universo harmônico, nela, aqui é necessário a dedução através de imagem que possua definida uma elipse com pelo menos um dos dois focos identificados e que representa o sol, nela é destacado um arco de deslocamento de um determinado planeta que ao ligar seu ponto inicial e final ao sol que está em um dos focos, formando uma área que possa ser relacionado de maneira oposta com o arco de tamanho diferente e distâncias entre pontos iniciais e finais também diferentes em relação ao sol, mas que ao serem interligados, formem uma área que possua o mesmo valor da anterior.

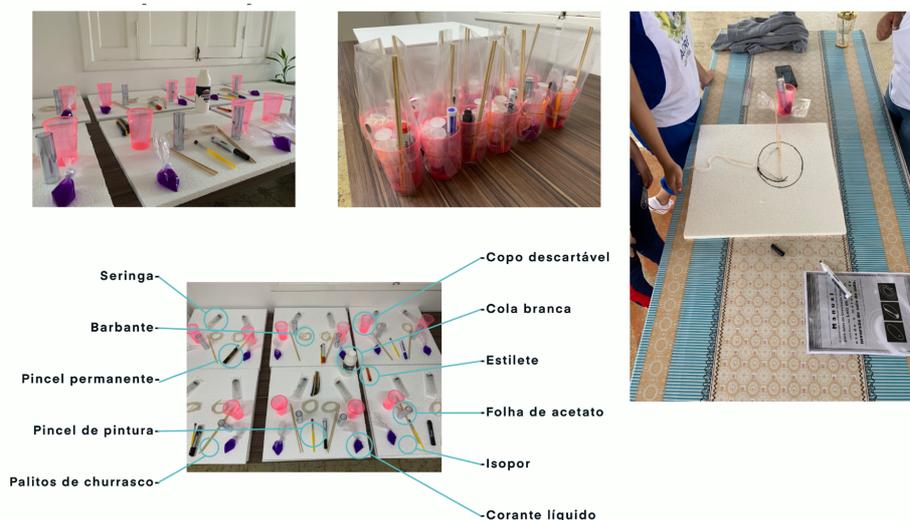


Para esta prática faremos a construção de uma maquete de uma elipse com proporções próximas de um real obtido através de *softwares* online. O *software* usado é bem intuitivo e através de ajustes feitos na própria interface onde é possível ajustar a excentricidade da elipse e a proporção dos corpos que estão sendo simulados (**Link nos anexos**). É disponibilizado então um modelo com as marcações correspondentes a segunda lei de Kepler em que são representações das áreas proporcionais varridas pelos mesmos intervalos de tempo dentro das condições que ajustamos.

O modelo obtido pelo *software* é então salvo como imagem que faz parte do material impresso disponibilizado aos alunos, e que podemos imprimir em diferentes tamanhos desde que se mantenham as proporções originais por conta dos ângulos das marcações de áreas que faremos a constatação se condiz com intervalos iguais. É sugerido então que não altere o tamanho do manual, apenas o imprima com margens padrão.

Com a maquete da aula anterior pronta, os grupos de alunos irão usar um copo (*kit* exemplificado na Figura 10) em que irão misturar o corante diluído com água. Aqui já se faz necessário a introdução do enunciado da segunda Lei de Kepler, em que diz que “Num referencial fixo no sol, a reta que une o planeta ao sol varre áreas iguais em tempos iguais”.

Figura 10 kits para montagem da maquete



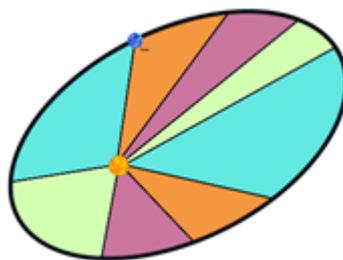
Fonte: acervo pessoal, 2021

Dito isso, pode ser exemplificado no quadro uma elipse com as marcações de dois arcos em que tanto o ponto inicial como o final sejam ligados ao sol como mostrado na **Figura**



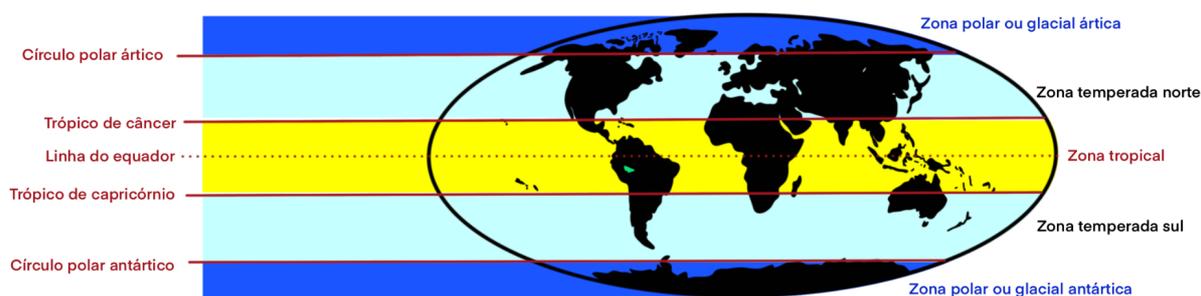
em que as áreas são todas iguais, implicando no planeta percorrendo cada arco destacado no mesmo intervalo de tempo.

Figura 11 Áreas iguais

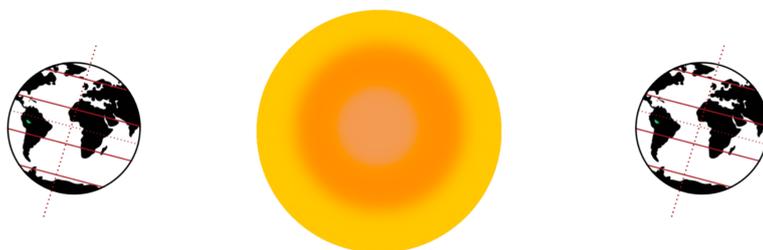


Fonte: autoral, 2021

A partir dessa explicação, pode-se já apresentar sobre a velocidade de órbita dos planetas que é maior quando mais próximos do sol, e menor quanto mais distante, sendo periélio e afélio, respectivamente, e que podem ser notados na figura já que precisam percorrer



os arcos nos mesmos períodos de tempo, logo, precisará compensar a maior distância com maior velocidade. Os efeitos disso são as estações do ano que somadas a inclinação da terra,



ocasionam quatro configurações climáticas durante o ano sendo de três meses aproximadamente, cada. E aproveitando o tema, pode ser discutido

também as estações do ano no Norte do Brasil com foco no Acre, que por estar mais próximo da linha do Equador, entre os trópicos de câncer e capricórnio, essa variação é menos perceptível do que nas regiões fora dessa zona tropical, e influenciada também pelos biomas encontrados que favorecem chuvas em florestas úmidas.



Para verificar a segunda Lei de Kepler com a maquete, usa-se a imagem obtida pelo *software* que simula uma órbita de uma planeta podendo ser manipulado por meio da inserção de valores escolhidos pelo usuário para massa dos corpos, velocidade média de translação entre outras características. É possível também escolher um intervalo de tempo que o *software* cuidará de fazer as marcações precisas das áreas varridas pelo planeta naquele intervalo de tempo escolhido, restando apenas verificar se as áreas realmente são iguais como descrito na Segunda Lei de Kepler.

Figura 12 Simulação de uma órbita elíptica com as configurações escolhidas.

Elliptical Orbits & Kepler's 2nd Law



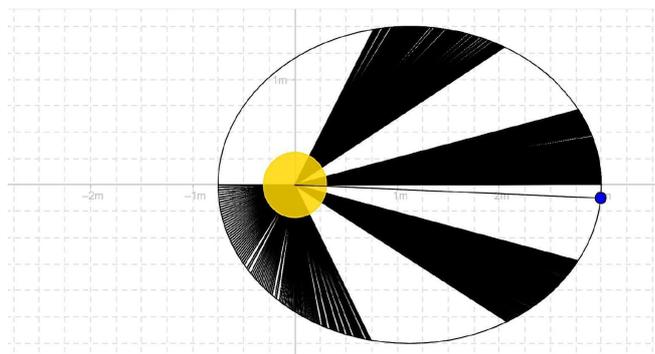
Description

This is a simulation of a planet orbiting a sun. Initial conditions can be adjusted. Use the sliders to adjust the

Fonte: *Software on-line, oPhysics: Interactive Physics Simulations*. Acesso em 17/06/2021



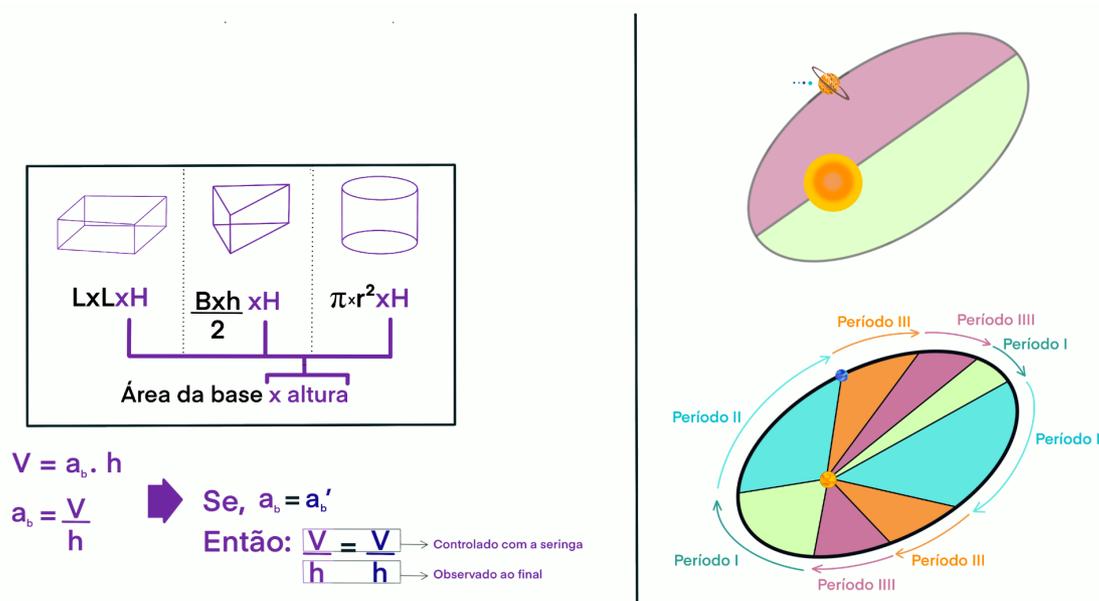
Figura 13 Simulação de uma órbita elíptica com as marcações de intervalos de tempo equivalentes



Fonte: *Software on-line, oPhysics: Interactive Physics Simulations*. Acesso em 17/06/2021

Como essas áreas são formadas por duas arestas e um arco, o cálculo dessas áreas pode ficar extenso e de difícil compreensão, a maquete entra nesse cenário então para fazermos a verificação dessas áreas de forma visual. Com os modelos feitos na aula anterior e com os grupos reunidos, explica-se o conceito das fórmulas utilizadas para cálculo de volume de figuras regulares, que consistem no produto da área da base pela altura.

Figura 14 a) exemplos de fórmulas para calcular volume regulares; b) Áreas iguais num plano de uma órbita elíptica.



Fonte: autoral, 2022



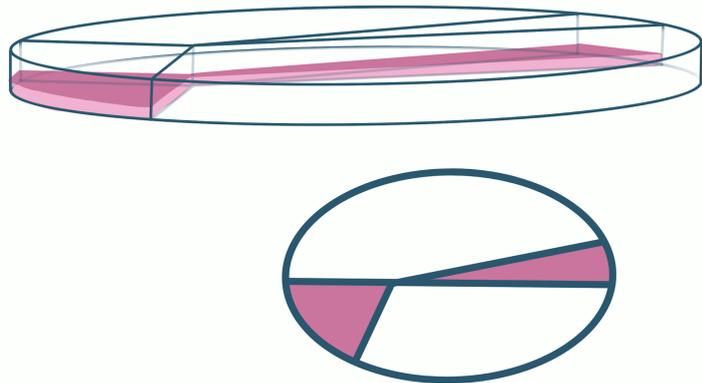
Tendo clara a relação de que o volume (V) é igual ao produto da área da base (A) pela altura (h), e se tivermos isolado o valor da área da base, nos resta a diferença do volume pela altura:

$$V_1 = A_1 \cdot h_1 \Rightarrow A_1 = \frac{V_1}{h_1}$$

e igualando duas áreas de base que serão verificadas se são iguais, tem-se que:

$$A_1 = \frac{V_1}{h_1} \text{ e } A_2 = \frac{V_2}{h_2} \Rightarrow \text{Se } A_1 = A_2,$$

$$\text{então } \frac{V_1}{h_1} = \frac{V_2}{h_2}$$



Nessas condições, se tivermos dois volumes equivalentes e duas alturas também equivalentes, teremos duas bases com os mesmos valores de área, comprovando a segunda Lei de Kepler para o modelo utilizado de molde na construção da maquete.

O que será feito em seguida será diluir o corante com água em um copo, e com o auxílio da seringa ser colocado aos poucos nas áreas isoladas da maquete, pode ser de 10 ml em 10 ml, assim os alunos terão controle do volume inserido em cada área.



Figura 15 *Aplicação do líquido na maquete*

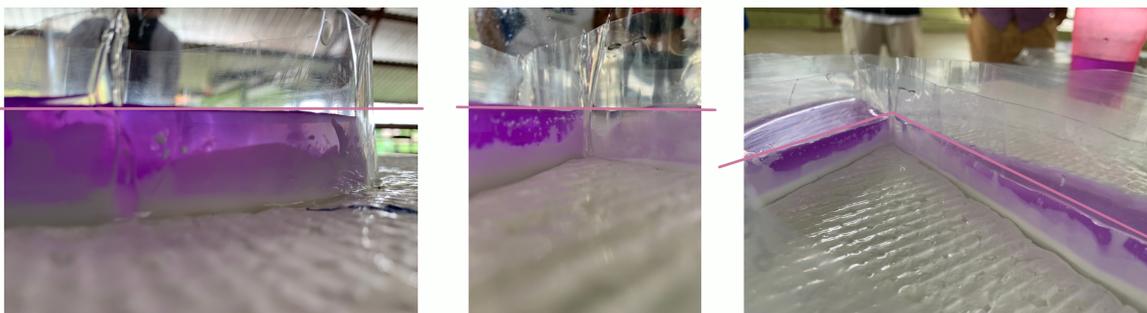
Fonte: acervo pessoal, 2021

Com o controle dos volumes sendo inserido em mesmas proporções os alunos poderão garantir que os volumes de líquido inserido são equivalentes nas áreas, restando agora a verificação visual das alturas do líquido se correspondem, por isso a necessidade do acetato por ser um material resistente



para moldar e ao mesmo tempo translúcido, podendo ver o líquido colorido por fora. Caso os alunos encontrem alturas similares, terão demonstrado as áreas iguais e por conseguinte, a segunda Lei de Kepler por analogia. Como mostrado na **Figura** é possível notar que a altura dos volumes ocupados pelo líquido colorido nas duas áreas correspondem.

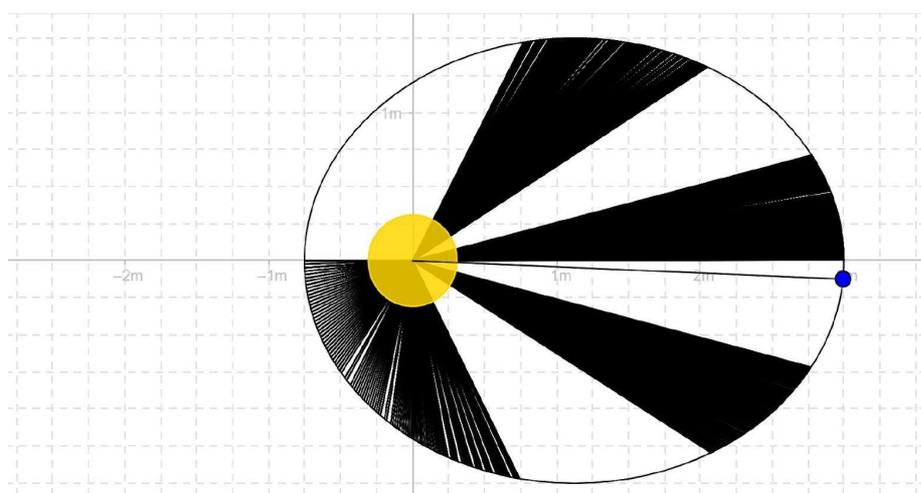
Figura 16 Visualização da altura dos volumes preenchidos na maquete



Fonte: acervo pessoal, 2021

Questionário avaliativo III:

1. Na elipse abaixo, o que representam as áreas escuras? E as claras?



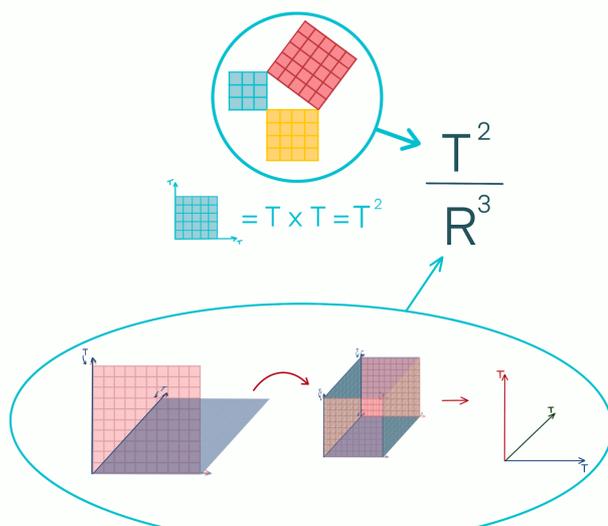


2. No exercício de construção da maquete, foi necessário incluir uma parede de proteção para conter o líquido dentro da figura e poder medir quanto foi adicionado de líquido em cada espaço. Qual a importância do uso do líquido para analisar a figura da elipse?
3. O que podemos concluir com o experimento da maquete?
4. Se a elipse formada na imagem anterior fosse a descrição de uma órbita real de um planeta em torno do sol, onde o sol estaria localizado na maquete?

Para o conteúdo da Terceira Lei de Kepler, serão utilizados aspectos visuais que permitam os alunos observarem o conceito por trás de exponenciais para que não confundam na hora de futuros cálculos. Tendo esse conceito apresentado, é enunciada a Lei dos períodos que diz “Num referencial fixo no sol, o quadrado do período de revolução de um planeta ao redor do sol é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da elipse que representa a órbita do planeta”.

O vídeo usado para a explicação da terceira lei, é uma visualização de um aspecto matemático da lei, pois uma dificuldade bem comum para os alunos é a operação com expoentes, então a visualização de como funciona um quadrado e um cubo, pode auxiliar no momento de manipulação de fórmulas. É dito então (pode até usar o exemplo do teorema de pitágoras) que o quadrado de um número é literalmente um quadrado com o valor desse número descrevendo cada uma dessas arestas.

Como mostrado ao lado, em que para o triângulo com lados 3, 4 e 5, dizer que o quadrado da hipotenusa (5) é igual a soma dos dois catetos (3 e 4), significa que o quadrado formado com lados valendo 5 (se contados dão 25 quadrados unitários) tem o mesmo valor de quadrados unitários que a junção do total de quadrados unitários que compõem os quadrados dos catetos, sendo o quadrado do cateto 4 tendo 16 quadrados

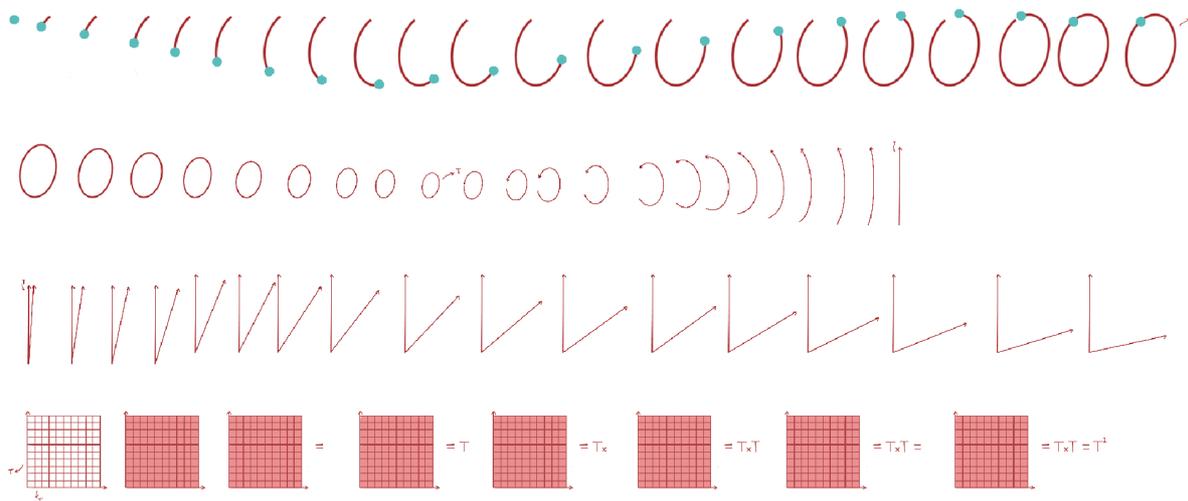




unitário e o quadrado do cateto 3 tendo 9 quadrados, e juntos tem 25 quadrados unitários, igual ao valor do quadrado da hipotenusa.

Sendo assim, para calcular o quadrado de um número, multiplica-se ele por ele mesmo, o que ocorre é que muitos alunos se pegam somando o número com ele mesmo ou até somando com dois por verem o expoente dois, e essa demonstração visual, espera que o conceito de quadrado fixe a forma como o aluno interage com operações desse tipo.

Figura 17 Sequência de quadros que compõem a animação para mostrar o quadrado de uma elipse.



Fonte: acervo pessoal, 2022

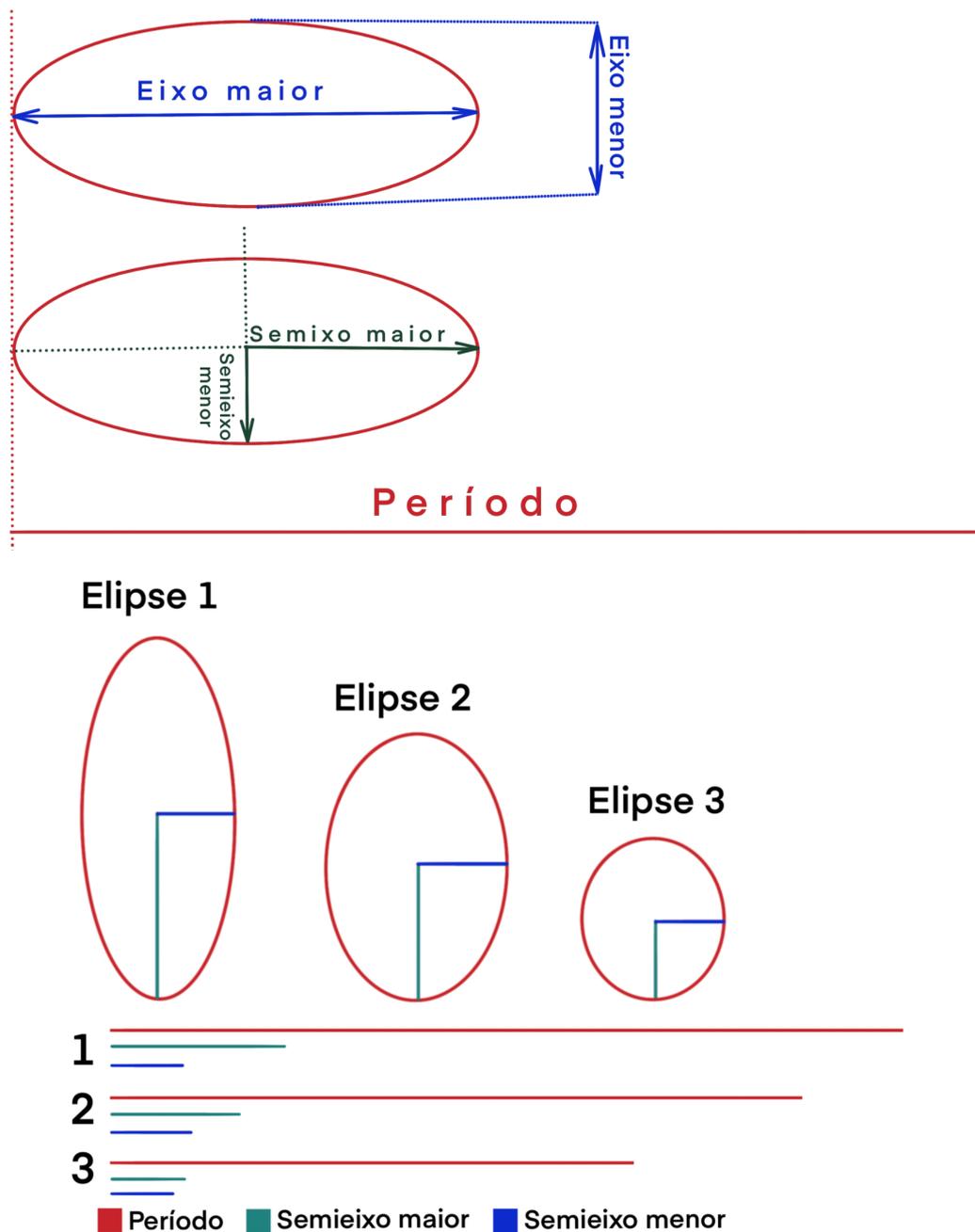
Seguindo a mesma lógica funciona também com o cubo, em que é formado literalmente um cubo com o valor do número que está na base, aqui pode ser apresentado aos alunos conceitos como eixo e figuras com três dimensões para falar que assim como no quadrado a imagem formada tinha dois eixos e por isso o número era multiplicado por ele mesmo duas vezes, agora com o cubo ele será multiplicado por ele mesmo mais uma vez.

Para relacionar com a terceira lei de Kepler, a última parte da animação mostra três elipses diferentes, com excentricidades diferentes, e conseqüentemente, semieixos de tamanhos diferentes, quanto maior o período, maior também será o semieixo, e quando a excentricidade é diferente, também influencia nas proporções gerais da elipse. Repete-se então o enunciado



da lei para dizer que esses valores não são arbitrários e seguem uma regra, conhecida como Lei Harmônica, e que o valor encontrado dividindo o quadrado do período de uma planeta pelo cubo da distância média entre ele e o sol, esse valor é o mesmo (ou próximo) e por isso se chama Lei Harmônica.

Figura 18 Imagens mostradas na animação para demonstrar a diferença entre elipses.



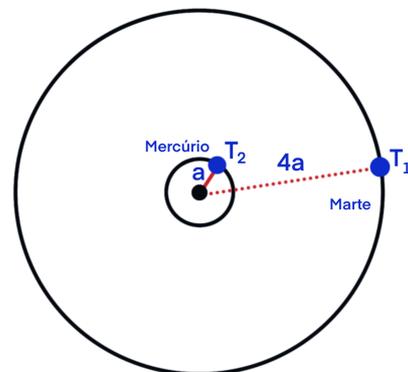
Fonte: acervo pessoal, 2022

**Questionário avaliativo IV:**

- 1- O que significa dizer “o quadrado de um valor”? E “o cubo de um valor”?
- 2- O que é período?
- 3- O que é constante na terceira lei de Kepler?
- 4- (Unifor-CE) A Terceira Lei de Kepler preconiza que os quadrados dos períodos de revolução dos planetas em torno do Sol são proporcionais aos cubos dos seus respectivos raios médios de órbitas. De acordo com essa lei, podemos afirmar que:
 - a) quanto maior a distância do planeta ao Sol, menor a sua velocidade.
 - b) o Sol encontra-se no centro da órbita elíptica descrita pelos planetas.
 - c) quanto maior a distância do planeta ao Sol, maior a sua velocidade.
 - d) quanto maior for a massa de um planeta, menor é o seu período de revolução.
 - e) quanto menor for a massa de um planeta, menor é o seu período de revolução.

Exercício resolvido

O raio médio da órbita de Marte em torno do Sol é aproximadamente quatro vezes maior do que o raio médio da órbita de Mercúrio em torno dessa estrela. Calcule a razão entre os períodos de revolução T_2 , de Marte e de Mercúrio, respectivamente.





Resolução

Aplicando a 3ª lei de Kepler, temos:

$$T_1^2 = K \cdot (4a)^3 \Rightarrow T_1^2 = K \cdot 64a^3 = 64Ka^3 \quad (1)$$

$$T_2^2 = K \cdot a^3 \Rightarrow T_2^2 = Ka^3 \quad (2)$$

Dividindo-se 1 por 2:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{64Ka^3}{Ka^3} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = 64 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{64} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 8$$

Logo, o período de revolução de Marte é oito vezes maior que o de Mercúrio.

Para finalizar, os alunos podem preencher um questionário *online* como o que está disponibilizado nos anexos e que permite a coleta de dados pelo professor de forma mais ágil na organização, sendo possível o acesso de planilha com os dados e a verificação individual dos desempenhos.

Google Formulários

1 resposta

Resumo Pergunta Individual

Informações

Mediana 0 / 12 pontos Médiana 0 / 12 pontos Intervalo 0 - 0 pontos

Distribuição do total de pontos

de respostas

Pontos marcados

Perguntas erradas com frequência

Pergunta Respostas corretas

Erros mais frequentes.

Pontuações Liberar pontuações

- Visualização de todas as respostas.
- Resultados em planilha acessível.
- Respostas individuais.
- Quantificação dos resultados e pontuações.
- Erros mais frequentes.



3. Apêndice

Vídeo instrutivo de montagem das práticas da primeira e segunda Lei de Kepler:

<https://youtu.be/MQO9H771ACA>

Vídeo de tutorial de montagem das práticas nas aulas sobre Leis de Kepler:

https://youtu.be/zYYr_9IUW2I

Formulário Google para preenchimento pós-aula:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeV7XptLc17YSjBjXLkPQMnS-3R8rVla_YTixSejTm7ysaWIA/viewform?usp=sf_link

Produto educacional (versão do aluno)

São as páginas 35 à 39 deste documento, sendo a capa, três páginas de conteúdo com a explicação e contextualização de cada prática, e uma página de molde para usar na segunda prática em que será construída a maquete.



Pré-teste - sondagem

1	<p>Por que os corpos caem?</p> <p>a) porque o chão é o lugar natural das coisas. b) Por causa de uma força gravitacional. c) em função de uma força magnética. d) Por causa do peso.</p>
2	<p>Por que a Terra fica em movimento em torno do Sol? E a Lua em torno da Terra?</p> <p>a) Devido à primeira lei de Newton. b) Devido à força gravitacional. c) Devido à segunda lei de Newton. d) não sei responder.</p>
3	<p>Os satélites são levados ao espaço e lançados horizontalmente, ficando em órbita em torno da Terra. Isso ocorre porque:</p> <p>a) A velocidade de lançamento é suficiente para colocar o satélite em órbita. b) no espaço não há força gravitacional. c) os satélites artificiais são muito leves e conseguem se manter em órbita. d) não sei responder.</p>
4	<p>Um astronauta dentro de uma nave flutua porque:</p> <p>a) não há gravidade. b) Falta de força agindo sobre o astronauta. c) em órbita a gravidade é menor. d) Falta oxigênio.</p>
5	<p>“Quando um corpo se afasta da superfície da Terra, atingindo uma posição fora da superfície terrestre, ele deixa de ser atraído pela Terra”. Essa afirmativa é:</p> <p>a) verdadeira, porque quando a distância é muito grande a força deixa de existir. b) errada, pois a Terra só exerce força para corpos que se encontram dentro da atmosfera. c) verdadeira, pois a Terra só exerce força para corpos que se encontram dentro da atmosfera. d) errada, pois a força gravitacional atua mesmo à distância.</p>
6	<p>Um planeta descreve uma órbita em torno do Sol. A velocidade de deslocamento do planeta é:</p> <p>a) Menor quando estiver mais próxima do Sol. b) Maior quando estiver mais próxima do Sol. c) Igual durante toda a trajetória. d) Maior quando estiver mais longe do Sol</p>
7	<p>Uma caneta flutua no interior de um satélite espacial em órbita em torno da Terra. Essa flutuação ocorre porque:</p> <p>a) ambos, o satélite espacial e a caneta encontram-se em queda livre; b) a aceleração da gravidade local é nula; c) a aceleração da gravidade, mesmo não sendo nula, é desprezível; d) há vácuo dentro do satélite;</p>
8	<p>A natureza da força que existe entre a Terra e o Sol é da mesma natureza que existe entre você e seu caderno. Então por que o seu caderno não vai de encontro a você?</p>

PRODUTO EDUCACIONAL

MANUAL

de construção e utilização de práticas com materiais

De baixo custo

para aulas de **Gravitação Universal**

com foco nas **Leis de Kepler**

Por: Paulo Henrique Coimbra e George Valadares

Versão do aluno



1º Lei de Kepler: Lei das Elipses



O movimento dos planetas ao redor do Sol acontece segundo as três leis de Kepler. Na verdade, as leis de Kepler não se aplicam apenas às órbitas dos planetas ao redor do Sol. Elas valem de modo geral para qualquer corpo em órbita ao redor de outro corpo, num referencial em que este último está em repouso e quando a interação entre os corpos é gravitacional. Por exemplo, a Lua e os satélites artificiais têm órbitas que seguem as leis de Kepler num referencial fixo na Terra e as luas de Júpiter seguem as leis de Kepler num referencial em que Júpiter está em repouso.

1º Lei de Kepler:

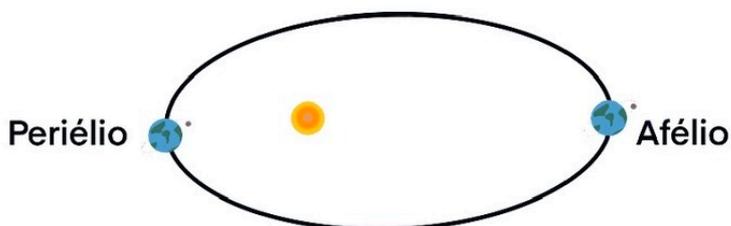
Num referencial fixo no Sol, as órbitas dos planetas são elipses e o Sol ocupa um dos focos.



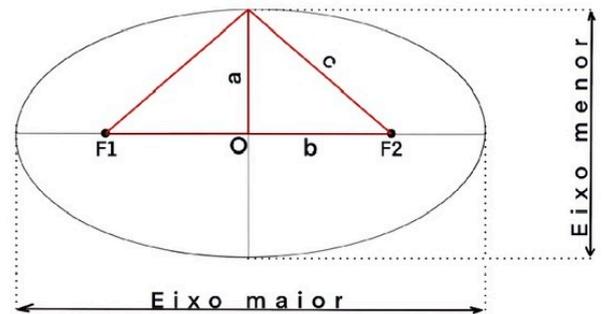
De acordo com a primeira Lei de Kepler, as órbitas que os corpos celestes fazem, **não são circulares**, e sim elipses, embora a excentricidade seja bem pequena, e possa parecer muitas vezes um círculo, elas são elipses com o corpo referencial inercial em um dos focos.

Por conta da forma da elipse, durante a trajetória que a Terra faz ao redor do Sol, por exemplo, existem momentos em que a Terra está com a distância máxima do Sol, que chamamos de **afélio**, e épocas em que a Terra está com sua distância mínima, mais perto do Sol, que chamamos de **periélio**.

Quando no **afélio**, a Terra tem sua velocidade reduzida, e quando no **periélio** essa distância é aumentada. Veremos o motivo disso na próxima lei.



Características de uma **elipse**

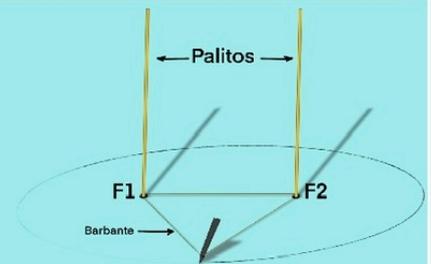


a = semi-eixo menor	c = semi-eixo maior
$2a$ = eixo menor	$2c$ = eixo maior
b = metade da distância focal	$F1$ e $F2$ = focos da elipse
$2b$ = distância focal	O = centro da elipse

Vamos construir uma elipse:

Material:

- Isopor;
- Barbante;
- 2 palitos;
- Lápis;
- Régua.



Fixe dois percevejos ou palitos e amarre neles uma linha com comprimento maior que a distância $F1F2$, e com a ponta de um lápis (P), mantendo o barbante sempre esticado. Podemos traçar na folha uma curva fechada chamada de elipse.

Depois de feita sua elipse, use a régua para tirar as medidas características dela e responda as questões abaixo.

- 1- Usando uma régua, qual o valor da maior distância entre duas extremidades opostas da figura desenhada? E a menor?
- 2- Qual é o valor da distância focal que é formada pelos pontos $F1$ e $F2$ representados pelos furos dos palitos?
- 3- Usando o teorema de Pitágoras, e considerando que valem $OB1 = 3\text{cm}$ e $OF1 = 4\text{cm}$. Quanto vale, em cm, o segmento identificado por " a "?
- 4- O que acontece se você diminuir o tamanho da distância focal da elipse desenhada?

2º Lei de Kepler: Lei das Áreas



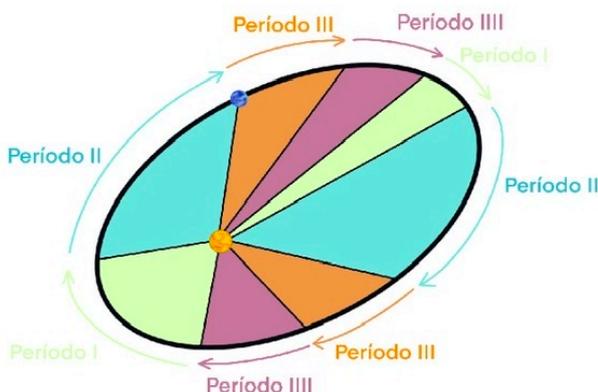
A segunda lei de Kepler decorre diretamente do princípio da conservação do momento angular. O momento angular é a quantidade de movimento relacionada aos corpos em rotação, como é o caso dos planetas que se movem em torno do Sol. O momento angular é uma grandeza vetorial, e o seu módulo depende diretamente do raio da órbita e da velocidade com que o corpo move-se. Dessa forma, se a distância entre o Sol e o planeta aumentar, sua velocidade deve diminuir e vice-versa.

2º Lei de Kepler:
num referencial fixo no Sol, a reta que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.



A segunda lei de Kepler que descreve as áreas iguais varridas em tempos iguais mostra a razão com que uma área é percorrida pelo raio vetor que liga o planeta até o Sol para um determinado intervalo de tempo e que é conhecida como **velocidade areolar**.

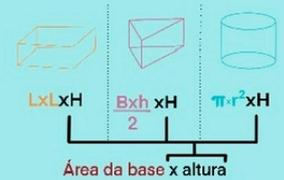
Essa lei mostra que se dividirmos a área formada pela órbita de um planeta em intervalos de tempos iguais, 30 dias por exemplo, a área percorrida nesse intervalo será a mesma para qualquer intervalo de 30 dias, como mostrado na figura abaixo.



Vamos demonstrar que as áreas são iguais:

Material:

- Isopor (15mm);
- Cola branca;
- Folha de acetato;
- Seringa;
- Corante;
- Água;
- Estilete.
- Tesoura.



Para comprovarmos que as áreas varridas são as mesmas, iremos utilizar uma ajuda das fórmulas de volumes mais simples em que normalmente são calculadas por área da base vezes a altura.

Se colocarmos paredes ao redor das áreas marcadas e elas forem preenchidas pela mesma quantidade de líquido, teremos então os volumes iguais e as alturas iguais, ou seja, as áreas das bases que são exatamente as áreas marcadas, também serão iguais. Precisaremos então constatar que ao preencher essas áreas, se a altura serem as mesmas.

Usaremos um molde feito em um *software on-line*, em que configuramos um corpo com a massa que quisermos e escolhemos os intervalos de tempo que quisermos também, ele dará então as marcações desses intervalos de tempo e essas marcações que vamos usar pois precisamos de uma elipse real, com proporções reais.

Fixe então o molde no isopor e com o estilete faça a marcação da elipse e das linhas internas (**cuidado para não atravessar o isopor**). Retire a folha e aprofunde os cortes se estiverem muito rasos.

Coloque agora com cuidado a folha de acetato formando uma parede no perímetro da elipse, corte o excesso, forme as paredes internas também. Passe a cola com o auxílio de um pincel para impermeabilizar as paredes e o líquido não vazar, após algumas horas ou de um dia para o outro, passe outra camada de cola para garantir.

Agora é só usar o corante na água, inserir com o auxílio da seringa as mesmas quantidades de líquido nas áreas marcadas e observar se vão ficar na mesma altura. Se ficarem, as áreas da base são então iguais, e comprovamos a segunda lei de Kepler.

3º Lei de Kepler: Lei dos Períodos

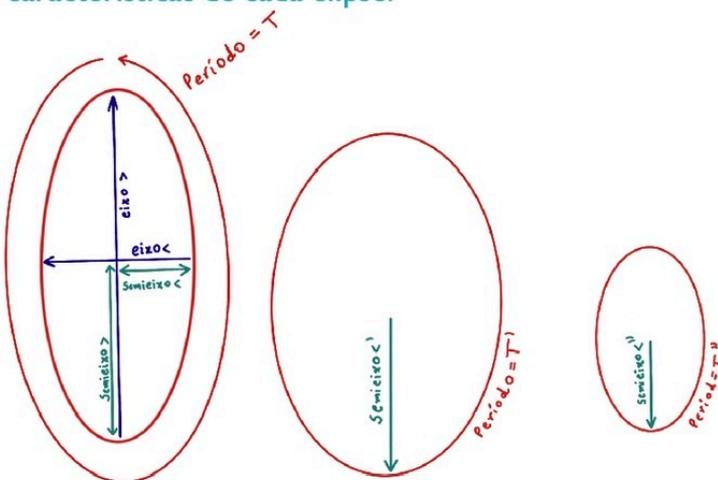


A hoje denominada terceira lei de Kepler para o movimento planetário, também conhecida como “lei harmônica” ou “lei dos períodos”, afirma que:

3º Lei de Kepler:
O quadrado do período orbital de um planeta é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol.



Para entendermos a terceira lei, vamos entender primeiro que o período corresponde a uma volta completa em torno do nosso referencial inercial, que no caso é o sol, temos então períodos diferentes para órbitas diferentes como mostrado na figura a baixo e da mesma forma, teremos então dimensões diferentes para os semi-eixos e demais características de cada elipse.



Agora precisamos saber o que são esses quadrados e cubos, para isso vamos usar uma definição lá do teorema de pitagoras que diz: o quadrado da hipotenusa usa é igual a soma dos quadrados dos dois catetos em um triângulo retângulo, ou seja, se pegarmos a hipotenusa e formarmos um quadrado com as arestas do mesmo tamanho dela, e se fizermos o mesmo com os dois catetos, essa área

formada pelo quadrado da hipotenusa será a mesma que se juntarmos os dois quadrados dos dois catetos. No exemplo abaixo, o quadrado formado pela hipotenusa forma uma área com 25 unidades e os catetos uma de 9 unidades e outra de 16 unidades e ao somarmos as duas temos uma área de 25 unidades, igual a da hipotenusa.



Vimos então o que é quadrado que é um valor, vezes ele mesmo, como no caso da hipotenusa acima em que seu quadrado é igual à 5x5=25.

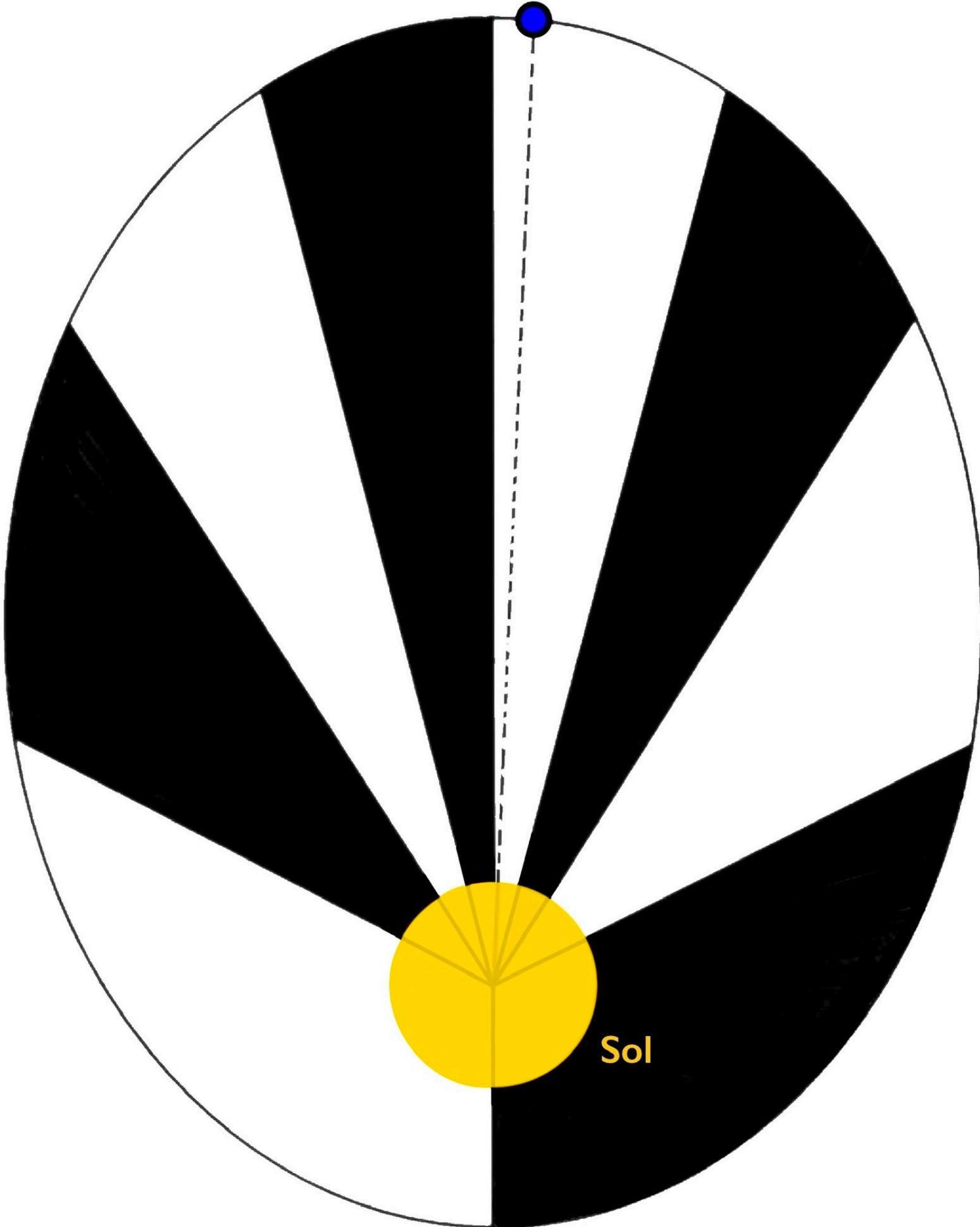
Para entendermos o que é o cubo, basta multiplicar o valor mais uma vez por ele mesmo. Se usarmos o cateto amarelo como exemplo, seu quadrado é dado por 3x3=9 e para sabermos o cubo é só multiplicar pelo 3 mais uma vez: 3x3x3=27, logo, o cubo do cateto amarelo vale 27 unidades.



Agora, voltando a nossa terceira lei, vamos usar as definições de quadrado e cubo que vimos agora a pouco. A lei fala sobre o quadrado do período orbital, então vamos pegar um período de um planeta qualquer, formado por uma elipse, e para imaginarmos o valor dessa elipse ao quadrado, basta pensarmos que essa elipse esticada forma uma aresta que podemos fazer um quadrado com esse valor. E para fazermos o cubo da distância média entre o sol, vamos pegar essa linha formada por essa distância e imaginar ela como sendo também uma aresta que multiplicaremos o seu valor por ele mesmo três vezes, como fizemos com o cubo amarelo. A terceira lei de Kepler diz que ao dividirmos esse valor quadrado por esse valor ao cubo que achamos, ele dará o mesmo resultado para qualquer órbita, e esse é o mais legal dessa lei, esse valor sempre é constante.

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{T^2}{R^3} = \frac{T^2}{R^3} = \text{Constante}$$

Planeta



Sol

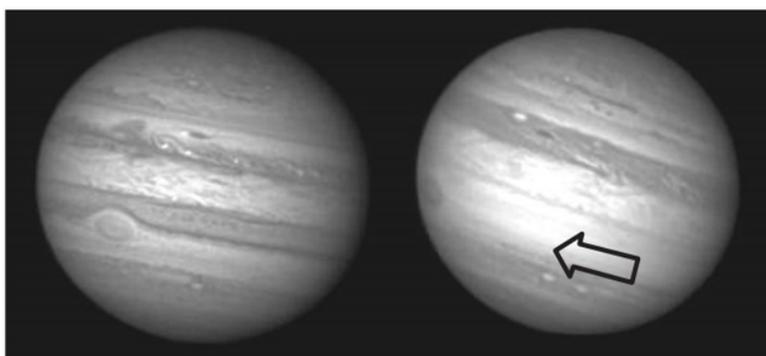


4 ANEXOS

ANEXO A – Questionário discursivo com questões do ENEM

Questionário Avaliativo III (Questões do ENEM)

1. (ENEM-2010) Júpiter, conhecido como o gigante gasoso, perdeu uma das suas listras mais proeminentes, deixando o seu hemisfério sul estranhamente vazio. Observe a região em que a faixa sumiu, destacada pela seta.



A aparência de Júpiter é tipicamente marcada por duas faixas escuras em sua atmosfera — uma no hemisfério norte e outra no hemisfério sul. Como o gás está constantemente em movimento, o desaparecimento da faixa no planeta relaciona-se ao movimento das diversas camadas de nuvens em sua atmosfera. A luz do Sol, refletida nessas nuvens, gera a imagem que é captada pelos telescópios, no espaço ou na Terra.

O desaparecimento da faixa sul pode ter sido determinado por uma alteração

- a. na temperatura da superfície do planeta.
- b. no formato da camada gasosa do planeta.
- c. no campo gravitacional gerado pelo planeta.
- d. na composição química das nuvens do planeta.
- e. na densidade das nuvens que compõem o planeta.

resolução

Conforme foi mencionado no texto, o desaparecimento da faixa sul está relacionado ao movimento das diversas camadas de nuvens em sua atmosfera e ao fato da faixa visualizada ser formada através da captação da luz solar refletida nessas nuvens. Esse movimento pode

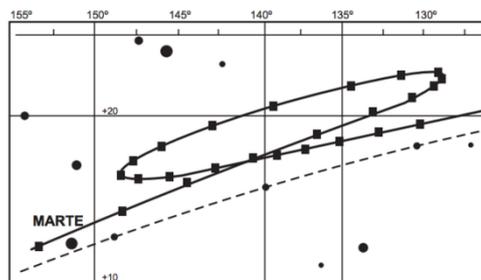


reconfigurar a distribuição das densidades das nuvens de forma a diminuir nessa região, desaparecendo a faixa escura.

RESPOSTA CORRETA:

e. na densidade das nuvens que compõem o planeta.

1. (ENEM-2012) A característica que permite identificar um planeta no céu é o seu movimento relativo às estrelas fixas. Se observarmos a posição de um planeta por vários dias, verificaremos que sua posição em relação às estrelas fixas se modifica regularmente. A figura destaca o movimento de Marte observado em intervalos de 10 dias, registrado da Terra.



Projecto Física. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980 (adaptado). (Foto: Reprodução/Enem)

Qual a causa da forma da trajetória do planeta Marte registrada na figura?

- A maior velocidade orbital da Terra faz com que, em certas épocas, ela ultrapasse Marte.
- A presença de outras estrelas faz com que sua trajetória seja desviada por meio da atração gravitacional.
- A órbita de Marte, em torno do Sol, possui uma forma elíptica mais acentuada que a dos demais planetas.
- A atração gravitacional entre a Terra e Marte faz com que este planeta apresente uma órbita irregular em torno do Sol.
- A proximidade de Marte com Júpiter, em algumas épocas do ano, faz com que a atração gravitacional de Júpiter interfira em seu movimento.

Resolução



Conforme as leis de Kepler, os planetas descrevem trajetórias elípticas ao redor do Sol. Nestes movimentos a velocidade pode ser encontrada por $v=2\pi R/T$, considerando R o raio médio da trajetória e T o período. Como T^2 é proporcional a R^3 , v é proporcional a $R^2/R^3=1/R$, portanto quanto mais distante do Sol, menor é a velocidade de translação ou orbital de um planeta. Como a Terra está mais próxima do Sol, ela apresenta maior velocidade orbital. A figura mostra o movimento de Marte em relação à Terra. Devido a maior velocidade orbital da Terra e a menor distância ao Sol a Terra “ultrapassa” Marte em certas épocas, formando o laço representado na figura.

RESPOSTA CORRETA:

a. A maior velocidade orbital da Terra faz com que, em certas épocas, ela ultrapasse Marte.

1. (ENEM-2009) O ônibus espacial Atlantis foi lançado ao espaço com cinco astronautas a bordo e uma câmera nova, que iria substituir uma outra danificada por um curto-circuito no telescópio *Hubble*. Depois de entrarem em órbita a 560 km de altura, os astronautas se aproximaram do *Hubble*. Dois astronautas saíram da *Atlantis* e se dirigiram ao telescópio. Ao abrir a porta de acesso, um deles exclamou: “Esse telescópio tem a massa grande, mas o peso é pequeno.”



Astronauta no espaço. (Foto: Reprodução/ENEM)

Considerando o texto e as leis de Kepler, pode-se afirmar que a frase dita pelo astronauta



- a. se justifica porque o tamanho do telescópio determina a sua massa, enquanto seu pequeno peso decorre da falta de ação da aceleração da gravidade.
- b. se justifica ao verificar que a inércia do telescópio é grande comparada à dele próprio, e que o peso do telescópio é pequeno porque a atração gravitacional criada por sua massa era pequena.
- c. não se justifica, porque a avaliação da massa e do peso de objetos em órbita tem por base as leis de Kepler, que não se aplicam a satélites artificiais.
- d. não se justifica, porque a força-peso é a força exercida pela gravidade terrestre, neste caso, sobre o telescópio e é a responsável por manter o próprio telescópio em órbita.
- e. não se justifica, pois a ação da força-peso implica a ação de uma força de reação contrária, que não existe naquele ambiente. A massa do telescópio poderia ser avaliada simplesmente pelo seu volume.

resolução

A sensação de ausência de peso dita pelo astronauta não é causada pela falta de gravidade, mesmo porque nesta região (560 km de altura) é de 90% da gravidade na superfície terrestre. O que acontece é que o astronauta sente o peso aparente do telescópio, resultante da subtração da força peso (centrípeta) pela centrífuga gerada pela rotação do telescópio em torno da Terra. Portanto o peso do telescópio não é pequeno e a frase não se justifica.

RESPOSTA CORRETA:

- d. não se justifica, porque a força-peso é a força exercida pela gravidade terrestre, neste caso, sobre o telescópio e é a responsável por manter o próprio telescópio em órbita.
-
1. (ENEM-2009) Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexatidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser



considerado o centro do universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571- 1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas.

A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que

- a. Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais.
- b. Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol.
- c. Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.
- d. Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.
- e. Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

resolução

Para ser generalizada, uma teoria científica deve ser testada e evidenciada através de métodos consistentes que a validem, quase sempre empíricos. Nicolau Copérnico (1473-1543) vive em uma época conturbada, período no qual se iniciou a reforma protestante, quando os dogmas da Igreja Católica começaram a ser questionados. A Alemanha passava por momentos de conflitos como esses durante a vida de Johannes Kepler (1571-1630).

RESPOSTA CORRETA:

- e. Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

PRODUTO EDUCACIONAL

MANUAL

de construção e utilização de práticas com materiais

De baixo custo

para aulas de **Gravitação Universal**

com foco nas **Leis de Kepler**

Por: Paulo Henrique Coimbra e George Valadares



