



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA - CCBN  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**INAYARA RODRIGUES DE CARVALHO**

**MANIFESTAÇÕES DO SABER PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO  
ESPECÍFICO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA: O CASO DA  
PROFESSORA QUE ATUA NO PROGRAMA DE FORMAÇÃO  
CONTINUADA - PORONGA MÉDIO**

**RIO BRANCO - AC**

**2018**



**INAYARA RODRIGUES DE CARVALHO**

**MANIFESTAÇÕES DO SABER PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO ESPECÍFICO DE  
ANÁLISE COMBINATÓRIA: O CASO DA PROFESSORA QUE ATUA NO  
PROGRAMA DE FORMAÇÃO CONTINUADA - PORONGA MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado no Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Acre, sob a orientação do Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

**RIO BRANCO - AC**

**2018**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

---

C331m Carvalho, Inayara Rodrigues de, 1979-

Manifestações do saber pedagógico do conteúdo específico de análise combinatória: o caso da professora que atua no Programa de Formação Continuada – Poronga médio / Inayara Rodrigues de Carvalho. – 2018.

160 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação. Mestrado Profissional Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM). Rio Branco, 2018.

Inclui Referências bibliográficas, anexos e apêndices.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves Melo.

Possui Produto Educacional resultado da pesquisa.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Saber pedagógico – Mobilização. 3. Análise combinatória. 4. Formação continuada. I. Título.

CDD: 510.7

---

Bibliotecária: Vivyanne Ribeiro das Mercês Neves CRB-11/600



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ATA DE SESSÃO DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE **INAYARA RODRIGUES DE CARVALHO**, DISCENTE DO CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, REALIZADA NO DIA 13 DE ABRIL DE 2018 NA UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE.

Às nove horas, do dia treze de abril de dois mil e dezoito, na sala de Vídeo Conferência do Bloco de Mestrados da Universidade Federal do Acre, tiveram início os trabalhos da sessão pública de defesa de mestrado da discente **Inayara Rodrigues de Carvalho** com o Título: “**Manifestações do Saber Pedagógico do Conteúdo Específico de Análise Combinatória: o caso da professora que atua no Programa de Formação Continuada – Poronga Médio**”. A banca examinadora foi composta pelos docentes: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo – Cap/UFAC (Orientador/Presidente), Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Simone Maria Chalub – CCET/UFAC (Membro Interno); Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Mônica Lana da Paz – IFMG/MG (Membro Externo) e Prof. Dr. José Ronaldo Melo- CCET/UFAC (Membro Suplente) Após a exposição oral, a discente foi arguida pelos examinadores. Ao final da arguição, a sessão foi suspensa às 11 h 25 min e, em sessão secreta, os examinadores atribuíram o resultado. Reaberta a sessão pública, foi anunciado o resultado. A discente foi considerado aprovada. Nada mais havendo a tratar, foi lavrada a presente ata que segue assinada.

PARECER DA BANCA EXAMINADORA

*O trabalho foi considerado relevante para a área de Educação Matemática. Todavia, deve ser contemplado as observações indicadas pela banca.*

Com base nos artigos 9 e 14 da Resolução N.º 002/2016 - MPECIM

Aprovado      ( ) Reprovado

  
Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo  
Orientador/Presidente (CAp/UFAC)

  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Simone Maria Chalub Bezzera  
Membro Interno (CCET/UFAC)

  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Mônica Lana da Paz  
Membro Externo (IFMG/MG)

Prof. Dr. José Ronaldo Melo  
Membro Suplente (CCET/UFAC)

  
Inayara Rodrigues de Carvalho  
Mestranda MPECIM

**Dedico** este trabalho a minha mãe Alusiner Rodrigues, pelo amor incondicional, maior torcedora por minhas conquistas, meu porto seguro.

Aos meus filhos Igor Rodrigues Crispim e Sara Rodrigues Crispim que me motivam a ser uma pessoa melhor a cada amanhecer, que geram as alegrias e os desafios de ser mãe e me fazem compreender a plenitude do amor.

Ao meu esposo Rutembergue Crispim, que acredita e apoia as minhas decisões e torce pelo meu sucesso. Que é o melhor pai que pode ser para os nossos filhos.

Aos meus irmãos, Iryá Rodrigues e Inauã Rodrigues, que torcem por mim, me veem como exemplo de pessoa e me ajudam nos momentos que preciso.

A amiga Vanya Regina, por dispor de seu vasto conhecimento e emprestar os seus olhos e seu tempo para me auxiliar. Pelo apoio, conselhos e orientações. Serei sempre grata pela valiosa contribuição.

## AGRADECIMENTOS

À Deus pela bondade infinita e a graça de poder está vivendo um momento como este. Pelo zelo e amparo nos momentos mais difíceis da vida. Sinto fortemente a presença da Trindade Santa em minha vida.

À minha mãe, Alusiner Rodrigues, por me incentivar sempre na busca do conhecimento.

Aos meus filhos Igor e Sara, e esposo Rutembergue Crispim, por compreenderem a minha ausência e meus momentos de estresse durante a pesquisa.

À minha irmã Iryá Rodrigues, por emprestar suas habilidades nas correções e edição deste trabalho.

Ao meu pai (avô), *in memoriam*, Aluizio Rodrigues, um grande homem e umas das pessoas mais sábias que já conheci.

À toda minha família, meu irmão Inauã Rodrigues, meu “paidrasto” Adalberto, tias Haydée e Efisa, aos primos e ao tio Gleydison e tia Pamela, pela torcida e vibrações positivas.

Ao projeto Poronga, nas pessoas de Emilly Areal e Seraias Ailud que acreditaram em mim e contribuíram com meu crescimento profissional e consequentemente pessoal. Gratidão sempre.

Aos meus colegas da 2ª e 3ª turma do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Ufac, com os quais vivenciei momentos ricos de aprendizagem e também de descontração.

À professora participante desta pesquisa, Djallene Rebêlo, pela adesão voluntária e contribuição dada para efetivação deste trabalho. Sou extremamente grata pelo seu carinho, sua gentileza e atenção dispensada a mim durante todos esses meses de realização do mestrado.

Aos professores do programa de pós-graduação em ensino de Ciências e Matemática.

Ao meu orientador, professor Gilberto Melo, por ter me acolhido como sua orientanda, mostrando o verdadeiro sentido de ser educador. Com sua paciência e confiança, e também comprometimento com minha pesquisa, passou a ser um exemplo de profissional.

À banca examinadora pela excelente contribuição com o meu trabalho.

À amiga Danielly Nóbrega, que é a principal motivadora por essa pós-graduação em minha vida. Desde o início me incentivou a ingressar nesta jornada de mestrado e me fez acreditar que era possível.

A todas as pessoas que de alguma forma estiveram e estão perto de mim, ajudando a construir a minha história.

## RESUMO

A pesquisa Manifestações do Saber Pedagógico do Conteúdo Específico de Análise Combinatória: o caso da professora que atua no programa de formação continuada - Poronga médio, objetiva descrever e analisar como uma professora de Matemática mobiliza, produz e/ou ressignifica saberes pedagógicos do contexto específico. Com base na natureza do objeto de estudo, optou-se pelo desenvolvimento de uma investigação fundada na abordagem qualitativa, notadamente por meio do estudo de caso, em que se utiliza autores como Ponte (2006), Bell (1997), entre outros. Para a produção das informações, recorre-se a instrumentos de construção de dados: a entrevista semiestruturada, os planejamentos e planos de aula elaborados e as observações de aulas. Nesta perspectiva, para a realização desse estudo, tomou-se como apoio as contribuições de autores, tais como: Charlot (2000), Shulman (1986, 2005), Fiorentini (1995), Tardif (2008), Freire (2011), dentre outros que abordam os conhecimentos necessários à prática docente. Para estudo do conteúdo específico, recorreu-se a Esteves (2001), Costa (2003, 2011), Santos (2005), Morgado *et al.*; (1991), Sabo (2010), Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011) que tratam a formação tanto inicial, quanto continuada e a prática educacional no Ensino Fundamental e Médio. Os resultados apontam que Análise Combinatória é um conteúdo pouco tratado no Ensino Fundamental e no Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio (PEEM). Assuntos de contagem de um número, permutação, arranjo e demais conteúdos do campo de Análise Combinatória são ensinados sem profundidade. Com relação às manifestações do saber pedagógico do conteúdo específico reveladas pela professora participante da pesquisa, destacam-se: o ensino a partir de uma realidade concreta, e com uso de materiais manipuláveis e a relação dialógica estabelecida em sala a fim de refletir sobre a razão de ser do conteúdo, sua função social, configurando-se uma prática reflexiva. Para contribuir com o PEEM, elaborou-se o Produto Educacional, intitulado: "Análise Combinatória - Sugestão de atividades com uso da ferramenta Power Point para anos iniciais do Ensino Fundamental e Médio", composto por texto em formato Word com orientações pedagógicas e situações problemas e, sequência de atividades em Power Point, organizada em CD, que apresentam de maneira dinâmica questões de combinatória.

**Palavras – chave:** Saber pedagógico do conteúdo específico. Análise Combinatória. Formação Continuada.

## ABSTRACT

The research Manifestations of Pedagogical Knowledge of Specific Content on Combinatorial Analysis: the case of the teacher who works in a continuing education program - *Poronga médio*, aims to describe and analyse how a Math teacher mobilizes, produces and/or resignifies the pedagogical knowledges of the specific context. Based on the nature of the study object, the option was the development of an investigation founded on the qualitative approach, mainly through the case study, in which were consulted some sources as Ponte (2006), Bell (1997), and others. For informations production, it was resorted to data construction instruments: a half structured interview, the pedagogical meetings and lessons plans and classes watching. In this perspective, to conduct this study, this authors' contributions were used as support,: Charlot (2000), Shulman (1986, 2005), Fiorentini (1995), Tardif (2008), Freire (2011), and others who discuss about the necessary knowledge to teaching practice. For specific contets study, it was necessary to resort to Esteves (2001), Costa (2003, 2011), Santos (2005), Morgado *et al.*; (1991), Sabo (2010), Bortoloti, Wagner and Ferreira (2011) who talk about both initial and continuing formations, and Middle and High School practices. The results point out that the Combinatorial Analysis is an almost untreated content in Middle School and in Learning Acceleration Special Program of High School. Counting of number, permutation, arrangement and other matters of Combinatorial Analysis field are taught superficially. In relation to the manifestations of pedagogical knowledge of specific content revealed by the teacher who was the participant researcher, the points that should be highlighted are: teaching from a concrete reality, with the use of materials that can be manipulated and the discussion in classrooms about reason of the content, its social function, forming a reflexive practice. The Educational Product was developed to contribute with PEEM, which was called: "Combinatory Analysis - Suggestions for using of Power Point program for Middle and High School teaching", composed of texts made in Word Program containing pedagogical guidances and problematizing situations and, sequences of activities developed in Power Point, recorded on CD, that represents in a dynamic way many questions about Combinatorial.

**Key-words:** pedagogical knowledge of specific content. Combinatorial Analysis. Continuing Education

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Árvore de Possibilidades. ....	57
<b>Figura 2.</b> Conteúdos 1º e 2º ano do Ensino Fundamental. ....	58
<b>Figura 3.</b> Conteúdos 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. ....	59
<b>Figura 4.</b> Conteúdos 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. ....	60
<b>Figura 5.</b> Árvore de Possibilidades com um cardápio. ....	62
<b>Figura 6.</b> Conteúdos 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. ....	63
<b>Figura 7.</b> Tabela de dupla entrada. ....	72
<b>Figura 8.</b> Árvore de possibilidades. ....	73
<b>Figura 9.</b> Dupla de aluno/Árvore de possibilidades. ....	74
<b>Figura 10.</b> Estratégia de Combinação. ....	75
<b>Figura 11.</b> Maneiras de combinar. ....	75
<b>Figura 12.</b> Problema de combinação. ....	77
<b>Figura 13.</b> Linguagem Matemática. ....	78
<b>Figura 14.</b> Problema de permutação com repetição. ....	79
<b>Figura 15.</b> Atividade de problematização/conteúdo. ....	90
<b>Figura 16.</b> Planejamento Pedagógico. ....	94
<b>Figura 17.</b> Registro Aula: Princípio Multiplicativo e permutação. ....	99

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1.</b> Organização modular. ....	35
<b>Quadro 2.</b> Exemplo 1.....	56
<b>Quadro 3.</b> Exemplo 2.....	56
<b>Quadro 4.</b> Orientações Curriculares E.F II Análise Combinatória.....	68
<b>Quadro 5.</b> Orientações Curriculares Ensino Médio - Análise Combinatória. ....	71

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>E.F.</b>	Ensino Fundamental
<b>EJA</b>	Educação de Jovens e Adultos
<b>E.M.</b>	Ensino Médio
<b>ENEM</b>	Exame Nacional do Ensino Médio
<b>FRM</b>	Fundação Roberto Marinho
<b>IBGE</b>	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
<b>INEP</b>	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
<b>L.D.</b>	Livro Didático
<b>OCs</b>	Orientações Curriculares
<b>PCNs</b>	Parâmetros Curriculares Nacionais
<b>PEEM</b>	Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio (Projeto Poronga Médio)
<b>PFC</b>	Princípio Fundamental da Contagem
<b>PISA</b>	Programme for International Student Assessment
<b>PNLD</b>	Programa Nacional do Livro Didático
<b>SAEB</b>	Sistema de Avaliação da Educação Básica
<b>SEE</b>	Secretaria de Estado de Educação e Esporte

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
<b>CAPÍTULO 1. JUSTIFICATIVA E CONSTRUÇÃO DA PESQUISA</b> .....	<b>21</b>
1.1.O processo de construção da pesquisa frente à trajetória da pesquisadora....	21
1.2. Problema e Questão de Pesquisa.....	32
1.3. Objetivo Geral e específicos .....	33
<b>CAPÍTULO 2. BREVE PANORAMA DO PORONGA – ENSINO FUNDAMENTAL II E MÉDIO</b> .....	<b>34</b>
2.1. Proposta e Política de Formação Continuada da Secretaria de Estado de Educação e Esporte do Estado do Acre .....	34
2.2. O projeto de formação continuada Poronga destacando o Ensino Fundamental II e Ensino Médio .....	36
<b>CAPÍTULO 3. PRÁTICA DOCENTE E SABER PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO ESPECÍFICO</b> .....	<b>41</b>
3.1. Saber, identidade e relações pedagógicas .....	41
3.2. A mobilização dos saberes docentes para ensino de Análise Combinatória: algumas abordagens.....	52
3.3. Análise Combinatória: abordagem nos documentos oficiais .....	64
<b>CAPÍTULO 4. METODOLOGIA DA PESQUISA</b> .....	<b>81</b>
4.1. Abordagem teórica e metodologia da pesquisa .....	81
4.2. Local e critérios de escolha e perfil do participante da pesquisa .....	82
4.2.1. Perfil da Professora Patrícia .....	82
4.3. Etapas do trabalho de Campo .....	84
4.4. Descrição do Produto Educacional .....	85
<b>CAPÍTULO 5. MANIFESTAÇÕES DOS SABERES PEDAGÓGICOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA</b> .....	<b>87</b>
5.1. Manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória durante o planejamento/produção das aulas .....	87
5.2. Manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória durante o desenvolvimento das aulas.....	89
5.2.1. Análise dos saberes e do conteúdo específico: observação de aula.....	89

5.3. Análise dos saberes e do conteúdo 2016: observação do planejamento pedagógico e observação de aula .....	93
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>102</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>105</b>
<b>APÊNDICE 1. PRODUTO EDUCACIONAL.....</b>	<b>112</b>
<b>APRESENTAÇÃO .....</b>	<b>116</b>
<b>ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE ENSINAR-APRENDER COMBINATÓRIA .....</b>	<b>117</b>
<b>SITUAÇÕES PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA .....</b>	<b>120</b>
Atividade 1. Problema de partição .....	120
Atividade 2. Problema de combinação .....	121
Atividade 3. Problema de combinação.....	124
Atividade 4. Problemas de permutação .....	127
Atividade 5. Problemas de permutação com repetição .....	129
Atividade 6. Problema de combinação .....	130
Atividade 7. Problema de combinação.....	132
Atividade 8. Problema de permutação .....	133
Atividade 9. Problema de arranjo .....	134
Atividade 10. Problema de permutação .....	134
<b>CONSIDERAÇÕES SOBRE O SABER PEDAGÓGICO .....</b>	<b>137</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>139</b>
<b>APÊNDICE 2. Estado da Arte “Obras consultadas” .....</b>	<b>140</b>
<b>Anexo 1. Roteiro do Questionário semiestruturado aplicado a Professora ....</b>	<b>144</b>
<b>Anexo 2. PLANO DE AULA .....</b>	<b>145</b>
<b>Anexo 3. TERMO DE AUTORIZAÇÃO .....</b>	<b>158</b>
<b>Anexo 4. AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL .....</b>	<b>159</b>
<b>Anexo 5. TERMO DE CONSENTIMENTO .....</b>	<b>160</b>

## INTRODUÇÃO

A pesquisa busca refletir sobre a importância do saber pedagógico do conteúdo específico que o (a) professor (a) desenvolve na sala de aula, com o intuito de produzir e/ou ressignificar saberes a partir das diversas maneiras que desenvolve determinado conteúdo específico.

Importante destacar que não é todo conteúdo matemático que permite ao professor mostrar a sua aplicabilidade no dia a dia, mas ainda assim, qualquer que seja o conteúdo, há possibilidade de ser desenvolvido e construído de forma dinâmica, sem causar desânimo nos alunos, desta forma, a seleção do conteúdo – objeto desta pesquisa - se deu durante os estudos realizados no mestrado.

A escolha do conteúdo específico, Análise Combinatória, deu-se durante a disciplina Fundamentos Teóricos Metodológicos da Pesquisa em Educação<sup>1</sup>, cursada no MPECIM, que proporcionou a procura de estudos que tinham similaridade com a temática saber pedagógico do conteúdo específico, dessa forma, estimulou-se a pesquisa em artigos, dissertações e teses que tratassem do tema da investigação para identificar o Estado da Arte, ou seja, avanços ou dificuldades no ensino que repercutem na aprendizagem.

Este objeto matemático sempre foi considerado pela autora um conteúdo difícil de ser ensinado. Visto que, em suas lembranças, não há registros desse assunto durante a formação inicial, sobretudo como ensiná-lo. Lendo livros didáticos, foi possível perceber que esse conteúdo é desenvolvido sem a devida importância ao longo do ensino fundamental e médio, tendo em vista que, a abordagem do assunto aparece no decorrer do material, mas muitas vezes não vem citado no sumário. Percebe-se que fica a critério de cada autor de livro, o quê e como abordar, sendo que algumas vezes, aparece nos livros de forma bem resumida.

Durante o exercício da profissão, foi possível perceber que esse conteúdo é tratado quando está no livro didático em uso, sendo explorado na maioria das vezes,

---

<sup>1</sup> Disciplina oferecida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, pela Universidade Federal do Acre – Ufac, que tem como ementa: o processo de produção do conhecimento em educação; pesquisa em educação: conceitos; referencial teórico; metodologia de investigação. Abordagens qualitativa e quantitativa de pesquisa em educação e ensino. Elaboração do Projeto de Pesquisa em Ensino. Estado da Arte da Pesquisa em Ensino.

o aspecto mais formal, ou seja, priorizando o uso de fórmulas, sem a utilização de estratégias diferenciadas no que diz respeito à forma que o professor soluciona uma situação problema. Acredita-se, que essa postura se dá como consequência da abordagem adotada na formação inicial.

Compreende-se que a constituição da profissão docente é permanente e sobretudo, peculiar a cada professor o domínio de saberes e conhecimentos teórico e prático, acreditando assim que, o acúmulo de experiência na profissão contribui significativamente, para que a exploração do conteúdo (a cada ano que se passa) dê prioridade a interpretação e compreensão do problema, reconhecendo a sua relação com o dia a dia e com outros conteúdos matemáticos e, assim, as possíveis maneiras de resolução, onde uma delas, e não necessariamente a única é a utilização das fórmulas.

Com essa concepção, ao assumir a supervisão do Projeto Poronga Ensino Fundamental na cidade de Rio Branco, Acre, tornou-se claro que a metodologia utilizada no projeto está focada na exploração de situações problemas que requer provocar a participação ativa e reflexiva do aluno. Elaborar situações problemas significa que o professor deve dominar o conteúdo, mas também, saber justificar porque escolheu este ou aquele assunto, esta ou aquela estratégia, esta ou aquela técnica matemática e porque esse conteúdo é importante no currículo escolar e para a vida do aluno.

Nesse contexto, busca-se o aporte teórico Bernard Charlot (2000) que trata a relação com o saber e o aprender, neste estudo nomeado de saber-aprende<sup>2</sup>, que por sua vez é permeado pelas relações professor - aluno e, Lee Shulman (1986, 2005) que traz alguns domínios necessários à prática docente, sendo eles: domínio do conteúdo, domínio pedagógico do conteúdo e domínio curricular. Acredita-se estes, imprescindíveis para a relação saber-aprende ao tratar especificamente do saber do conteúdo específico atribuído por Fiorentini *et. al.*; (1995) para o ensino do objeto escolhido para este estudo.

Para melhor compreensão dos problemas relacionados ao ensino e aprendizagem de Análise Combinatória buscou-se levantar pesquisas para estudo do

---

<sup>2</sup> Saber-aprende: forma reduzida de traduzir sobre as ideias de Charlot (2000) ao tratar da relação com o saber e o aprender. Onde o saber, enquanto conteúdo intelectual, está num sentido mais estrito e o aprender num sentido mais amplo, já que existe várias formas de aprender.

Estado da Arte sobre tal temática. Das muitas pesquisas mapeadas apresenta-se um recorte de Esteves (2001), Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011), Costa (2003), Santos (2005), Morgado *et al.*, (1991) e Sabo (2010) que tratam das dificuldades para o ensino e a aprendizagem do objeto deste estudo.

Em seus estudos, Esteves (2001) investigou os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos na 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental. Com estudo de dois grupos experimental e de referência com alunos, utilizando metodologia experimental, os resultados mostram que os alunos apresentaram dificuldades em resolver problemas, devido à confusão sobre a relevância da ordem, principalmente em problemas de combinação, devido à falta de organização para enumerar os dados sistematicamente.

Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011), em seu artigo: “Formação de professores: erros em Análise Combinatória”, investigaram 41 estudantes universitários do curso de Matemática com objetivo de compreender o porquê dos erros cometidos por universitários em questões envolvendo conceitos de álgebra, geometria e análise combinatória a fim de evidenciar as dificuldades de aprendizagem. Utilizaram abordagem qualitativa. Os resultados mostraram que nenhum dos 41 estudantes resolveu as questões de forma correta, 31 erraram e 10 não responderam. O primeiro erro evidenciado foi não perceberem que a questão se resolve pensando em duas possibilidades, outra falha, foi a dificuldade de agrupamentos e a escrita das fórmulas aplicada ao contexto. Desta forma, concluiu-se que falta habilidade para o estudante resolver problemas de contagem usando ou o princípio multiplicativo ou a aplicação de fórmulas.

Já a pesquisa de Costa (2003), que trata das concepções dos professores de Matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental, investigou professores do ensino fundamental e médio utilizando metodologia numa perspectiva qualitativa. Como resultado, constatou-se dificuldades de se estabelecer um procedimento sistemático, justificar as respostas, não uso ou pouco uso de representações e dificuldades para reconhecer na formação dos agrupamentos, se a ordem é relevante ou não.

Santos (2010) na pesquisa: “Os saberes pedagógicos e a prática de professores de Matemática: uma relação possível?”, estudou professores do E.F do 6º ao 9º ano com objetivo de investigar como os professores de Matemática constroem os saberes pedagógicos na perspectiva de realçar que a prática requer o saber para

ensinar e o saber ensinar, com abordagem qualitativa. Os resultados demonstraram que ensinar exige saber o conteúdo e, particularmente, requer o saber pedagógico, a fim de que os conteúdos sistematizados se tornem ensináveis e que os professores não conheçam com profundidade a literatura acerca dos saberes pedagógicos embora reconheçam sua importância. Isso reforça, em entendimento, o pensamento de Esteves (2001) e Costa (2003) sobre tal saber ser abordado na formação superior.

Morgado *et al.*, (1991) em seu estudo (publicado em um Livro digital) sobre Análise Combinatória, como parte de um treinamento de professores de Matemática do 2º grau, investigou dificuldades apontadas por professores ao ensinar combinatória. Neste estudo, procurou resolver problemas de contagem através do uso de alguns princípios fundamentais, evitando sempre que possível, recorrer ao uso de fórmulas. Segundo os autores, além de ser difícil de ensinar, os alunos têm dificuldades de encontrar a fórmula correta para cada problema.

Sabo (2010), na pesquisa intitulada: “Saberes Docentes: Análise Combinatória no Ensino Médio”, com objetivo de investigar saberes dos professores de Matemática do E.M, com relação a esse tema a intenção era discutir e entender a complexidade e a singularidade dos saberes, valores, percepções e significados do professor com relação ao ensino de Análise Combinatória. Para isso, utilizou metodologia qualitativa. Como resultado, evidenciou a importância das oportunidades de participação em grupos de formação continuada ou grupos de discussão que propiciem uma reavaliação dos saberes docentes e a construção de novos saberes, podendo favorecer neste sentido, mudanças da prática docente, uma vez que constatou que os professores demonstram dificuldades para distinguir, quando leem os enunciados dos problemas, se a ordem dos elementos é ou não relevante.

Nota-se que tais pesquisas apontam dificuldades na aprendizagem de Análise Combinatória relacionadas a ordem em decorrência da falta de organização para enumerar os dados sistematicamente.

Tal dificuldade parece ser também no ensino superior e perpassa a Educação Básica, relacionada com a leitura de enunciados e na identificação se a ordem é ou não relevante. Por isso, acredita-se na importância da abordagem do conteúdo no viés teórico e pedagógico deste objeto matemático, pois, combinatória é um conceito do raciocínio multiplicativo no campo multiplicativo. Destaca-se que no período

cursado pela pesquisadora (2000 a 2004), não se traz recordações<sup>3</sup> se a temática era ensinada e tão pouco como era ensinada.

Entende-se, que a partir da prática do (a) professor (a) na sala de aula e da maneira como o mesmo realiza a mediação do conteúdo é possível apresentar situações do dia a dia que contribua para o desenvolvimento do raciocínio lógico e a compreensão e resolução de problemas de combinatória.

Diante deste contexto apresenta-se a questão da Pesquisa: **Como a professora manifesta o saber pedagógico do conteúdo específico para aprender e ensinar Análise Combinatória?**

Nesse intuito, objetiva-se compreender como uma professora licenciada em Matemática que exerce a docência no Programa de Aceleração do Ensino Médio – PEEM, mobiliza saberes para ensinar Análise Combinatória. Busca-se assim identificar e descrever como se dá a mobilização do saber pedagógico do conteúdo específico; identificar e analisar o conteúdo específico e estratégias de ensino para desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Assim, o trabalho de pesquisa se encontra organizado da seguinte maneira:

Introdução, onde trata-se da justificativa da escolha do tema e a motivação para este estudo; o aporte teórico, que serviu de apoio para responder à questão da pesquisa; as pesquisas mapeadas com proximidade a temática desse estudo e finaliza com o pensamento da pesquisadora a fim de justificar a escolha de Análise Combinatória.

Capítulo I, apresenta-se a justificativa e construção da pesquisa, os referenciais teóricos, a questão da pesquisa, assim como o objetivo geral e os específicos.

Capítulo II, discute-se de forma breve o histórico sobre o Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Fundamental II e Ensino Médio – Projeto Poronga.

Capítulo III, apresenta-se o referencial de base que trata do tema prática docente e saber pedagógico, um breve panorama sobre estudos que tratam de Análise Combinatória.

---

<sup>3</sup> No currículo passado (2000 a 2004), o enfoque era tradicional e a forma do aluno estudar também. Não se tem recordação, por parte da pesquisadora, sobre o estudo de Análise Combinatória, porém não se descarta a possibilidade de ter sido apresentado na disciplina de Introdução a Estatística ou em Matemática Elementar II, oferecida naquele período pela Universidade Federal do Acre.

Capítulo IV, trata-se da Metodologia de Pesquisa situando o referencial teórico e metodológico, escolha da participante, local da pesquisa, instrumentos utilizados e descrição do produto educacional como parte integrante deste estudo.

Capítulo V, apresenta-se a descrição e análise dos dados e informações da parte empírica da pesquisa, aproximando do referencial teórico assumido.

Nas considerações finais, retoma-se à questão da pesquisa para respondê-la, apontando indicações para repensar o papel dos saberes pedagógicos do conteúdo específico de Análise Combinatória no contexto da prática docente, além de sugerir outras questões para continuidade de pesquisas.

## **CAPÍTULO 1. JUSTIFICATIVA E CONSTRUÇÃO DA PESQUISA**

Neste primeiro capítulo, apresenta-se o processo de construção, o problema e questão, e os objetivos da pesquisa. Buscou-se contextualizar essa primeira parte do trabalho com a trajetória da pesquisadora e principais teóricos que subsidiaram o decorrer dessa pesquisa.

### **1.1. O processo de construção da pesquisa frente à trajetória da pesquisadora.**

O interesse em pesquisar a matéria já mencionada, nasceu nas reflexões realizadas acerca da trajetória pessoal e profissional da pesquisadora, vivenciada no período da Educação Básica, no Curso de Licenciatura em Matemática e nas experiências como professora do Ensino Fundamental II. Na Educação básica ocorreram momentos desafiadores no que diz respeito à aprendizagem e conflitos criados entre os (as) professores (as) e aluna devido as dificuldades apresentadas na compreensão de alguns conteúdos.

Natural de Rio Branco – Acre (1979), a pesquisadora iniciou a trajetória escolar, cursando o Ensino Fundamental I (atual 1º ao 5º ano), no ano de 1985. Com exceção da 2ª série - cursado numa escola pública - as demais séries do Ensino Fundamental I e II foram realizadas em escola particular.

Já no início do Ensino Fundamental II, a assimilação dos conteúdos matemáticos era bastante sofrida, desde a simples tabuada, esta disciplina representava algo extremamente difícil e complexo de se entender. A dificuldade de compreensão refletia nas notas bimestrais de forma negativa, pois eram medianas, de 5,0 a 7,0 pontos no máximo. Na tentativa de resolver a dificuldade de aprendizagem na disciplina de matemática, recorreu-se a aulas particulares, porém, não obteve os resultados desejados.

Durante reflexões para esta dissertação, acabou ficando evidenciado que não era dado significado aos conteúdos estudados, visto que estes eram transmitidos de forma mecânica, seguindo a dinâmica da repetição exaustiva. Como a professora que ministrava aula na escola era a mesma da aula particular, as explicações dos assuntos eram dadas de maneira igual, o que se diferenciava era o uso da palmatória na aula particular. Cada vez que a professora perguntava a tabuada e recebia uma resposta errada, ela batia na mão como forma de punição.

Assim, não era possível perceber o saber pedagógico do conteúdo específico, tendo em vista que, independente do assunto em questão, a prática da professora parecia ser a mesma. Não eram apresentadas estratégias diferentes de interpretação e resolução para nenhum conteúdo, a professora não utilizava analogias com o cotidiano, não levava material manipulável nem mesmo na oralidade conseguia atingir a compreensão dos problemas propostos. Assim, Aranhã afirma que:

[...] a interação do indivíduo se dá com algo concreto, ou seja, seu conhecimento é construído à medida que se relaciona e interage com materiais concretos (objetos) e com pessoas. Nessa interação, não só o indivíduo age sobre o meio, mas este também intervém em seu modo de agir (ARANÃO, 2011, p.15).

Pode-se dizer que a professora parecia não se preocupar com as especificidades dos alunos e sim em repassar os conteúdos. Portanto, o ensino independia do aluno, pois este não tinha o poder de contestar e nem de dar a sua opinião e, neste caso, cabia ao aluno a função da aprendizagem decorativa, e ao professor a função do ensino direto e sem sentidos.

Na oportunidade de estudo com outra professora que trazia costumes menos tradicionais, isso já nas séries/anos finais do ensino fundamental (7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries/ 8<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> anos), o desenvolvimento dos conteúdos tornou-se menos sofrido e a compreensão começava a acontecer.

Durante o Ensino Médio, iniciado em 1994 e concluído em 1996, uma nova decepção escolar foi vivenciada pela autora, visto que o professor de matemática tinha a mesma postura<sup>4</sup> daquela professora da 5<sup>a</sup> série, atual 6<sup>o</sup> ano. O docente tratava os alunos de forma fria, não estabelecia uma relação agradável, tendo em vista que se detinha apenas ao que o livro didático orientava para dar suas explicações e, na sequência, os estudantes tinham que resolver as listas exaustivas de exercícios.

Diante das experiências frustrantes com relação à disciplina, o desejo de estudar matemática foi diminuindo a cada conteúdo que se passava, pois, na maioria deles e, principalmente, no conteúdo de Função, tinha dificuldades de compreensão e não aprendia.

---

<sup>4</sup> A noção de posição remete à de lugar (no sentido em que um exército toma suas posições), mas também à de postura (no sentido de: uma má posição provoca fadiga) Charlot (2000, p. 22)

Uma das justificativas da falta de compreensão, pode ser atribuída a falta de maturidade dos alunos frente aos conteúdos, uma vez que, a maioria tinha idade igual a 14 anos e apresentavam dificuldades de perceber, naquela época, a aplicabilidade dos conteúdos no dia a dia, talvez por alguma lacuna deixada nas séries/anos anteriores. O fato é que os assuntos do primeiro ano pareciam impossíveis de serem aprendidos. Entretanto não se percebia o interesse por parte do professor em fazer os alunos entenderem o conteúdo.

O que chamava mais atenção era a prática do professor, que por sua vez não se aproximava dos alunos, a correção das atividades, por exemplo, era realizada da mesma forma que a explicação do conteúdo, desenvolvia as explicações/correções no quadro. Com uma postura sempre muito séria e fechada, o professor acabava intimidando os alunos, e por sua vez, não tinham coragem de pedir explicações sobre as dificuldades em relação aos conteúdos. Pode-se dizer que não existia uma boa relação entre aluno e professor, a comunicação era estritamente seguida por um “roteiro”, que era o livro didático.

Os conteúdos, por sua vez, eram demasiadamente descontextualizados, não havia por parte do professor a sensibilidade de fazer relação da temática com algo do dia a dia, mesmo que fosse só uma problemática, ou ainda, de estabelecer uma relação com outro conteúdo matemático a fim de sugerir um contexto adotado, como afirma Spinelli (2011):

[...] os contextos de ensino são agentes que dão vida às abstrações, na medida em que configuram o objeto de estudo sobre uma rede de significações em que diversos conceitos se associam, permitindo, dessa forma, que o objeto do conhecimento seja visto como um feixe de relações, estabelecido a partir do conjunto de circunstâncias que caracteriza o contexto adotado. (SPINELLI, 2011, p. 5).

No instante em que se introduziam os conteúdos, logo em seguida, vinha a exigência da resolução dos exercícios seguida de avaliação.

Devido à falta de comunicação, a relação desagradável entre professor-aluno e vice-versa e o risco de reprovação no 1º ano do Ensino Médio, foi preciso a transferência de escola, antes mesmo de encerrar o ano letivo, pois, diante do contexto relatado, a situação parecia mesmo ter se tornado um trauma com a disciplina.

A partir desse contexto, permite refletir que alguns professores seguiam uma Tendência Formalista Clássica<sup>5</sup>, dado a caracterização dessa Tendência segundo Fiorentini (1995):

Didaticamente, o ensino nessa tendência pedagógica foi acentuadamente livresco e centrado no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo através de preleções ou de desenvolvimentos teóricos na lousa. A aprendizagem do aluno era considerada passiva e consistia na memorização e na reprodução (imitação/repetição) precisa dos raciocínios e procedimentos didáticos pelo professor ou pelos livros (FIORENTINI, 1995, p. 7).

Diante deste modelo, é possível associar àquilo que a pesquisadora vivenciou como aluna, pois, sentiu-se meramente um depósito de conteúdo, cuja assimilação parecia se concretizar, na medida em que eram realizadas as resoluções de exercícios. O professor fazia a sua parte de “passar” o conteúdo pronto e acabado, estes já estavam sistematizados num livro didático. O papel dos alunos era de copiar, reter e devolver na avaliação assim como tinha sido passado.

Ao mudar de escola em 1994, a experiência foi diferente, percebeu-se outra forma de tratamento na relação professor-aluno, visto que os estudantes ficavam à vontade para questionar e expor as dúvidas. Ao explicar novamente determinado conteúdo, ele era repassado de maneira tranquila sem nenhuma demonstração de impaciência por parte do professor. Tinha-se a atenção dele, sentia-se a liberdade de chegar perto ou ir até a sua mesa quando, por ventura, estava-se intimidada em expor fragilidades, no que diz respeito às dúvidas.

Dessa forma, mesmo apresentando dificuldades em compreender os conteúdos matemáticos, era possível envolver-se nas situações apresentadas e aos poucos o entendimento ia acontecendo. Os dois últimos anos foram mais agradáveis no que diz respeito ao entendimento e estudo da matemática, já que era o mesmo professor, deixando de lado o sentimento anteriormente despertado de que se tratava

---

<sup>5</sup> Tendência Formalista Clássica – A concepção platônica de Matemática, por sua vez, caracteriza por uma visão estática, a-histórica e dogmática das ideias Matemáticas, como se estas existissem independentemente dos homens. Segundo essa concepção inatista, a matemática não é inventada ou construída pelo homem. O homem apenas pode, pela intuição ou reminiscência, descobrir as ideias matemáticas que preexistem em um mundo ideal e que estão adormecidas em sua mente. Fiorentini (1995, p. 6).

de uma disciplina complexa demais e praticamente impossível de ser compreendida por qualquer pessoa.

O desejo de poder contribuir com o ensino da matemática e a construção do conhecimento dos conteúdos estudados e ter a chance de possibilitar aos alunos um bom relacionamento com o professor acabou resultando no sonho de cursar licenciatura plena em matemática.

Na certeza de que a Licenciatura em Matemática possibilitaria um conjunto de saberes, aos quais a formação habilitaria desenvolver aulas acessíveis a todos os alunos e que fossem aulas criativas e dinâmicas, decidiu-se prestar o vestibular.

Ao chegar à universidade, (2000 – 2004), foi possível perceber o porquê daquela maneira utilizada durante o ensino regular, visto que a maioria dos professores explicava os conteúdos, de forma mecânica, e ali era como se após a explicação todos os alunos tivessem compreendido, muitos passavam trabalho, marcavam as provas e aquele conteúdo já tinha sido dado. Muitos docentes que fizeram parte da formação da pesquisadora na Educação Básica, apenas colocavam em prática aquilo que haviam aprendido na Licenciatura em Matemática, da época em que fizeram a licenciatura, no século XX.

Foi um choque de realidade e ao mesmo tempo uma injeção de ânimo para que tivesse uma prática diferente, no momento oportuno de desenvolver a profissão na escola. Diante disso, ficou constatado que o conhecimento matemático poderia e tinha a necessidade de ser desenvolvido e estimulado de maneira mais prazerosa e atrativa. Isso por que era claro que Matemática é algo presente no dia a dia das pessoas, nas situações mais simples, como comprar um pão, àquelas mais complexas, como por exemplo, no avanço da medicina ou na área tecnológica. Diante disto, torna-se fundamental usar situações do cotidiano a favor do ensino e aprendizagem da Matemática e estabelecer relações entre os próprios conteúdos.

Durante o Curso de Licenciatura, compreendeu-se que era obrigação do aluno buscar meios para o entendimento dos assuntos, já que nos momentos da explicação o conteúdo na maioria das vezes era complexo. Assim, tinha-se grupos de estudo<sup>6</sup>, onde sempre procuravam-se compreender os conteúdos passados em sala.

---

<sup>6</sup> Na turma de alunos havia sempre aquele que compreendia melhor a explicação do professor, então aos finais de semana reunia-se, na própria Universidade Federal do Acre, ou na casa de algum colega.

Com o encerramento da Licenciatura em Matemática, veio a expectativa de assumir uma turma de alunos e, a partir de uma aula atrativa, dinâmica e reflexiva<sup>7</sup> levá-los a se envolverem, de forma participativa e reflexiva nas aulas.

Quando se reporta ao ensino superior, o conteúdo Análise Combinatória, destacado nessa pesquisa, não está presente nas lembranças da pesquisadora e por ser um período em que prevalecia o ensino tradicional, o fazer pedagógico também não faz parte das memórias. A impressão que se tinha, no geral, era que os aspectos teóricos eram desvinculados do como ensinar. No 2º grau, atual Ensino Médio, também não existe a lembrança de se ter estudado esse conteúdo, o que mais se destacou, na época, foram os conteúdos de Função, Matrizes, Progressão Aritmética e Geométrica. Mais uma vez, acredita-se ser um reflexo da formação em Matemática, que não traduz a importância do ensino de combinatória a nível de Ensino Superior e Educação Básica, uma vez que até o início do século XXI o currículo vigente tinha o enfoque no ensino tradicional.

Em 2004, na primeira oportunidade de trabalho, iniciou-se a docência em duas escolas (uma escola particular e outra pública). Na ocasião, a pesquisadora assumiu o ensino fundamental II, seguimento este que leciona até hoje. Na escola particular, trabalhou com o ensino regular e na pública com o Programa de Aceleração.

Esta última experiência em 2004 contribuiu bastante para o desenvolvimento profissional da pesquisadora, ao trabalhar com alunos em distorção idade/série, na Escola São Luiz Gonzaga, situada no Distrito de Vila Campinas, Município de Plácido de Castro/AC. Naquele ano, ministrou-se aula no Projeto Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Fundamental – PROJETO PORONGA<sup>8</sup> onde era aplicada a

---

Aquele que havia compreendido, explicava a matéria e a partir do entendimento exercitava-se resolvendo exercícios.

<sup>7</sup> Acredita-se, na visão da pesquisadora, que uma aula composta por esses elementos é aquela em que o aluno se envolve na discussão sobre o conteúdo e na situação problema, pois é chamado a isso, mediante a relação que se estabelece com o professor; reflete e realiza associações para compreender determinado conteúdo.

<sup>8</sup> O Projeto Especial de Aceleração da Aprendizagem do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental Projeto Poronga é destinado aos alunos em distorção idade/série, sendo oferecido pela Secretaria de Estado de Educação e Esporte, através de dois cursos. O Projeto original que tem duração de 11 meses é indicado aos alunos que já possuem habilidades e competências compatíveis com as do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. E a modalidade de 02 anos destinada aos alunos que tenham habilidades compatíveis com as do 5º ano e estejam com a idade mínima de 13 (treze) anos completos, (ACRE, 2013, p. 31)

metodologia do Telecurso, através do uso de teleaula, marca registrada da Fundação Roberto Marinho/FRM.

Após essa experiência em Vila Campinas, no ano seguinte, passou-se a ministrar aulas no Município de Rio Branco. Paralelo a esse trabalho, na escola do estado, continuou-se lecionando em uma escola particular.

Nas duas escolas, procurou-se ter um perfil de professora que se apresentava mais flexível nas relações pessoais, uma professora capaz de produzir com os (as) alunos (as) situações do exercício efetivo da democracia, sensível para ler a realidade do aluno e uma professora com habilidade de criar situações que reviam atos de violências, se necessário fosse nas telessalas do Poronga. Isso porque, a clientela deste programa de aceleração da aprendizagem, trazia, na maioria das vezes, o peso de estar à margem da sociedade.

Seguido da experiência de sala de aula do estado, a pesquisadora foi convidada em 2006 a participar da supervisão pedagógica do Projeto Poronga, onde acompanhava em média 8 (oito) professores, nas diferentes escolas de Rio Branco. O acompanhamento dava-se basicamente em socializar, analisar, verificar e sugerir melhorias nos planos de aula e nas aulas dos professores, e também visitá-los durante suas aulas.

Estudava em grupo (Supervisor Pedagógico e Professores), todo sábado, a respeito dos assuntos das aulas da semana seguinte, e de maneira especial àqueles que os próprios professores achavam complexo em compreender e construir conhecimento com os alunos.

Cada função exercida foi permeada de muito aprendizado, mas também, de situações bastante desafiadoras, pois ministrava aula de diferentes disciplinas e não só de matemática. As disciplinas eram organizadas em 360 teleaulas, sendo distribuídas em 03 módulos. O cômputo da carga horária dos três módulos totalizava em 932 horas, desenvolvido em 200 dias letivos. Conforme a Proposta Pedagógica do Projeto Poronga distribui-se nos:

Módulo I – Compreende as disciplinas de Língua Portuguesa e Ciências com duração de 93 dias letivos e carga horária de 372 horas, com jornada semanal de 20 horas, incluindo avaliações, recuperações e Projetos Complementares “Ler é um Prazer”, “Projeto Prevenção”, “Percurso Livre” e “Projeto Educação Ambiental na Escola”.

Módulo II – Compreende as disciplinas de Matemática, Geografia com duração de 71 dias letivos e carga horária de 284 horas, com jornada

semanal de 20 horas, incluindo avaliações, roteiros de leitura, complementos, recuperações e Projeto Complementar “Percurso Livre” e “Projeto Ler é um Prazer”.

Módulo III - Compreende as disciplinas de História e Língua Estrangeira (Inglês) com duração de 50 dias letivos e carga horária de 276 horas, com jornada semanal de 20 horas, incluindo avaliações, recuperações, roteiro de leitura, complementos e Projeto Complementar “Minha África Brasileira”, “Projeto Ler é um Prazer” (ACRE, 2013, p. 49-50).

Após a vivência de aproximadamente 30% (trinta por cento) de cada disciplina é que se sentia mais confortável com tal circunstância, mesmo após vivenciar as capacitações realizadas no início de cada módulo.

Essa capacitação pode ser relatada em dois momentos diferentes, o primeiro quando era realizada pela equipe da Fundação Roberto Marinho (FRM), período em que a pesquisadora exercia a função de professora, e o segundo momento, quando ficou sob responsabilidade da Secretaria de Educação do Estado do Acre, por meio da equipe pedagógica do Projeto Poronga.

De acordo com o módulo do momento, chegava à cidade de Rio Branco, uma equipe multidisciplinar com professores das áreas dos respectivos módulos e que discutissem com propriedade sobre os conteúdos inseridos nos projetos complementares (Sexualidade Prazer em Conhecer, Educação à Mesa) para ministrar aulas dos referidos assuntos.

Uma das características das capacitações e também presente em todas as telessalas, era o chamado kit pedagógico onde os materiais como: cartolina, papel color set, lápis de cor, giz de cera, dentre outros se faziam presente e contribuía com a metodologia e com os estudos ministrados pela equipe da FRM.

Eram enfatizadas as dinâmicas de grupo, interações que proporcionavam o lúdico e as relações sociais onde era levado sempre em consideração a dinâmica da telessala que precisam ter algumas características como: as cadeiras dispostas em semicírculo, agenda de atividades escrita no quadro ou em um cartaz, atividade integradora (com dinâmicas, como: leituras de texto, canções, brincadeira, dança entre outras), teleaula (vídeo do telecurso 2000), leitura de imagem (abordava os assuntos tratados no vídeo com auxílio de tarjetas, cartazes, debate), atividades complementares (paródias, cartazes, teatro, mímicas), atividades do livro do telecurso, síntese (relato escrito, oral ou teatral do que ocorreu na aula) e avaliação (reflexão dos sentimentos e aprendizagem do dia).

Esses momentos eram únicos, momento de descontração, interação, que renovavam as energias para iniciar o módulo e continuar os trabalhos na sala de aula, porém, deixavam a desejar no que diz respeito aos conteúdos, que não eram aprofundados e priorizados nas formações. Que proporcionava momento de insegurança que se gerava quando no início dos trabalhos, na telessala, era necessário ministrar um conteúdo que não era da área de formação específica do professor.

Um outro momento de capacitação de professores foi quando passou a ser planejada, elaborada e executada pela equipe pedagógica do Projeto Poronga da Secretaria de Estado de Educação e Esporte – SEE, onde a pesquisadora fez parte desta equipe e se tornou formadora.

Nas capacitações locais manteve-se a essência das capacitações da Fundação Roberto Marinho com as principais características e com a dinâmica da telessala, porém, foi acrescida a importância dos conteúdos e foi oportunizado um momento de ensinar e aprender, onde os conteúdos eram levados em consideração com um aprofundamento, mediante as oficinas e grupos de trabalho para proporcionar ao professor subsídios necessários para aprender e ensinar em sua telessala.

Exemplo disso eram as capacitações de matemática onde feita uma sondagem dentre os professores e suas principais dificuldades, tais dificuldades eram passadas para equipe pedagógica do Projeto Poronga e feito um planejamento onde eram abordadas estratégias de como ensinar os conteúdos de mais dificuldades, com intervenções pedagógicas, atividades lúdicas como jogos e brincadeiras. Esse planejamento era desenvolvido nas capacitações e replicados nas telessalas pelos professores.

Outra situação preocupante, ainda na função de professora, foi quando se percebeu o nível de conhecimento da maioria dos alunos, uma vez que traziam habilidades mínimas. Era uma clientela que, na maioria das vezes, se encontrava desiludida com os estudos, já havia parado de estudar por diversos motivos, ou eram alunos repetentes. Trabalhou-se com turma onde a faixa etária de idade dos alunos era de 18 a 24 anos.

Diante do nível de conhecimento do aluno, os docentes acabavam sendo exigidos muito mais e, desta forma, o plano de aula deveria ser elaborado e executado da maneira mais criativa possível. Então, em primeiro lugar em Matemática, tinha-se

a incumbência de tornar o conteúdo prazeroso e acessível para a construção do conhecimento.

Desta forma, fazia-se necessário um estudo minucioso dos conteúdos para que fosse desenvolvido com propriedade e conseguisse fazer contextualizações e analogias ao cotidiano. Foi um período marcado por muito estudo e aprendizado.

Para ensinar Análise Combinatória o desafio era organizar aulas utilizando material concreto para estudo de um tipo de problema envolvendo princípio multiplicativo como o número de possibilidades para realizar determinadas escolhas, base para o estudo de combinatória. Utilizar material concreto pode contribuir para facilitar a interpretação do problema e resolvê-lo. Acredita-se que por meio da mediação do professor e a compreensão das situações de abstrações que determinado problema exige, é possível estabelecer relações que possibilitem a compreensão do conteúdo específico.

Como mencionado anteriormente, após a função de professora, foi exercido a função de supervisão pedagógica, cuja atribuição era estar à frente de um grupo de professores, em média, 8 (oito) docentes, dando o suporte necessário para a execução das aulas. Momento muito rico em aprendizado, com a oportunidade de participar diretamente do ano letivo com diversos professores e perceber os possíveis avanços das turmas que acompanhava.

No entanto, vale ressaltar a complexidade desse acompanhamento, tendo em vista que, muitas das vezes os professores viam a equipe de supervisores como responsável oficial por tudo, a pessoa que estava ali para resolver os problemas. Como por exemplo, aquele aluno que precisa de uma atenção especial por diferentes motivos, caía sob o supervisor a responsabilidade de uma sugestão que mudasse tal situação. Muitas vezes, até um vídeo (teleaula) que não funcionava direito, o supervisor era cobrado, dentre outras situações.

Mais uma vez, houve a mudança de cargo e a pesquisadora passou a fazer parte da equipe que compunha a coordenação pedagógica do programa. Na função, participava do grupo que elaborava, produzia material e ministrava formações aos professores e também elaborava as avaliações para os Municípios do Estado. Na ocasião, viveu-se uma mistura de sentimentos, já que estando nessa posição, acabava sendo bem mais cobrada pelos professores do Projeto, e assim, era necessário estudar mais que o de costume para desenvolver as demandas exigidas.

Sobretudo, debruçar-se em leituras sobre Análise Combinatória, pensar e elaborar problemas adaptados ao nível e compreensão da turma.

As avaliações eram unificadas e aplicadas no mesmo dia. Além de Rio Branco, o programa tinha sido implantado nos municípios acreanos: Sena Madureira, Bujari, Cruzeiro do Sul, Feijó, Tarauacá, Brasiléia, Epitaciolândia, Xapuri e Senador Guomard, para os quais era feito o deslocamento da equipe pedagógica da SEE para que fossem executadas as formações.

A maioria das sugestões para serem vivenciadas nas telessalas eram oriundas da coordenação, daí vinha algumas críticas, por parte de alguns professores, como: “enviam essa atividade para realizarmos em sala, mas não sabem a nossa realidade”. Por isso a equipe tinha muito cuidado ao elaborar os complementos para as aulas, buscando ser sensível às necessidades das turmas. Depois era aberto o espaço para um feedback dos professores, sobre aquela atividade, com alguns questionamentos: Foi possível realizar a atividade? Em que momento apareceu dificuldades por parte do professor e/ou do aluno? O objetivo principal, com foco na aprendizagem do aluno foi atingido? Vale a pena deixar essas atividades para as próximas aulas ou anos seguintes? O que deve ser modificado? Ou vamos pensar em algo melhor e descartá-la? Era a partir dessas conversas e avaliações que eram montadas as diferentes estratégias de construção do conhecimento em sala de aula. Ou seja, de mobilizar e/ou produzir saberes pedagógicos para explorar os conteúdos, dentre os quais Análise Combinatória.

Cada momento vivenciado no Projeto Poronga era planejado e tinha seu objetivo, o professor estava na telessala munido de informações e estratégias para mediar o aprendizado com o seu aluno. Naquilo que havia falha, o supervisor pedagógico, que poderia estar em sala no momento, já registrava fazendo anotações, para que não ocorresse mais. E quando o supervisor não estava em sala, o próprio professor socializava aos sábados, com o grupo de estudo, que determinada atividade e/ou teleaula deveria ser melhorada.

Com isso, foi possível perceber que uma dinâmica de rotina como a do Projeto torna o ensino mais prazeroso, por ambas as partes, tanto pelo professor quanto pelo aluno. Tendo em vista que, o zelo e o cuidado para que cada atividade fosse vivenciada favorecia para tornar a aula agradável.

Diante dessas experiências, como aluna, professora, supervisora e membro de uma coordenação pedagógica é que surgiu o desejo de investigar o conhecimento

pedagógico do conteúdo específico Análise Combinatória por uma professora formada em Matemática, do Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM.

## 1.2. Problema e Questão de Pesquisa

Ao analisar e refletir sobre a sua trajetória pessoal e profissional, nasceu o desejo de aprofundar um pouco sobre aquilo que é realizado em sala de aula e que contribui de forma direta na construção do conhecimento matemático dos alunos e o papel do professor enquanto alguém que deve possuir um domínio de conhecimento teórico e prático maior que os alunos, capaz de envolvê-los e estimulá-los a gostar e saber aplicar a matemática nas diversas situações da vida. Então, a pesquisadora resolveu disputar e conquistou uma vaga no Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM, oferecido pela Universidade Federal do Acre, para desenvolver uma pesquisa acerca do saber pedagógico do conteúdo específico de Análise Combinatória no contexto do Poronga Médio.

Como grande parte da experiência profissional vem de um Programa de Aceleração, percebeu-se a oportunidade de desenvolver a pesquisa com foco no programa e na prática dos professores.

Na disciplina cursada no MPECIM, Fundamentos Teóricos Metodológicos da Pesquisa em Educação, os mestrandos foram estimulados a fazer levantamento em artigos, dissertações e teses, que tratassem do tema de sua investigação, para identificar o Estado da Arte, ou seja, as contribuições sobre o tema, trazido pelas pesquisas.

Com base no Estado da Arte realizado, percebeu-se que a pesquisa sobre saber pedagógico do conteúdo específico de Análise Combinatória, aponta lacunas, dentre elas, a ausência de estudos que tivessem o foco nesse conteúdo e na prática pedagógica de professora que atua em Programa de Aceleração da Aprendizagem.

Esse estudo possibilitou perceber limitações sobre o objeto de pesquisa e contribuiu para possíveis reflexões acerca do processo de ensino e aprendizagem. Também excitou a pensar melhor sobre uma questão de pesquisa que desse conta de ser um condutor para agregar teóricos que contribuíssem sobre discussão dos saberes necessários, prática pedagógica e o ensino de Análise Combinatória. Neste contexto, emergiu a questão da pesquisa: **Como a professora manifesta o saber**

## **pedagógico do conteúdo específico ao aprender e ensinar Análise Combinatória?**

### **1.3. Objetivo Geral e específicos**

Compreender como uma professora licenciada em Matemática que exerce à docência no Programa de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM, mobiliza saberes do conteúdo específico e pedagógico para ensinar Análise Combinatória.

Entre os objetivos específicos da pesquisa estão: identificar e descrever como se dá a mobilização do saber pedagógico do conteúdo específico; identificar e analisar o conteúdo específico e estratégias de ensino para desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Após situar a construção da pesquisa frente à trajetória da pesquisadora, elegeu-se a questão e objetivos. Assim, no capítulo a seguir, apresenta-se um breve histórico do Programa Especial de Aceleração do Ensino Médio – PEEM, no qual a pesquisa foi desenvolvida.

## **CAPÍTULO 2. BREVE PANORAMA DO PORONGA – ENSINO FUNDAMENTAL II E MÉDIO**

### **2.1 Proposta e Política de Formação Continuada da Secretaria de Estado de Educação e Esporte do Estado do Acre**

Com o intuito de corrigir a distorção idade/série de muitos alunos e apoiada em dados estatísticos que comprovam ser um número elevado de casos, a Secretaria de Educação e Esporte do Estado do Acre (SEE), no governo de Jorge Viana, em parceria com a Fundação Roberto Marinho, implantou em 2001 o Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem - Ensino Fundamental II e, em 2005 estendeu ao Ensino Médio.

Segundo a proposta pedagógica do Programa de Aceleração do Ensino Médio, elaborado pela SEE, os dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) /2003, nas últimas quatro décadas apontam que 47,2% da população rural do Estado do Acre, migrou para a zona urbana. Dentre esse público, há um número significativo de alunos que se encontram em distorção idade/série (ACRE, 2013).

Aliado a migração, há outros fatores que contribuíram com a distorção de idade/série como reprovação e abandono. No entanto, a SEE, concluiu a partir dos resultados das avaliações realizadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP), como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e Programa Internacional de Avaliação de estudantes (PISA) que a reprovação e repetência não melhoram o rendimento do aluno. E ainda, uma avaliação realizada pela SEE em 1999 (Rede Estadual e Municipal) apontava também a mesma tendência.

Assim, o Programa denominado Aceleração da Aprendizagem é ofertado para alunos a partir de 17 anos completos ou mais, ou seja, alunos que estejam fora da faixa etária do Ensino Médio Regular. Esse programa foi desenhado como uma proposta de experiência educacional, alternativa para atender alunos que estavam dois ou mais anos atrasados em sua escolaridade. Por seu intermédio, é oferecida a

esses alunos a oportunidade de uma experiência de aprendizagem significativa<sup>9</sup> que elimina a discrepância idade/série em sua educação escolar.

Desta forma, em parceria<sup>10</sup> com a Fundação Roberto Marinho (FRM) o Programa se apoia numa metodologia que permite aos alunos da Rede Estadual, o resgate da sua autoestima e, por conseguinte, a mudança de perspectivas para que possam fazer planos em relação à vida, aos estudos, trabalho e profissão.

O Programa tem a duração de 18 meses, divididos em 04 módulos e contempla uma carga horária de 1.520 horas e 13 disciplinas, organizados em quatro módulos e em eixos temáticos que se articulam e objetivam construir o sujeito que pensa, que se percebe, conhece seu entorno e nele interfere.

Módulo	Eixo temático	Disciplinas
1	O ser humano e sua expressão – Quem sou eu?	Língua Portuguesa, Filosofia, Biologia e Educação Física.
2	O ser humano interagindo com o espaço – Onde estou?	Matemática, História Geral e do Brasil, Espanhol e Educação Física.
3	O ser humano em ação – Para onde vou?	Geografia, Física, Inglês e a Educação Física.
4	O ser humano e sua participação social – Qual é a minha missão?	Artes, Sociologia, Química, Empreendedorismo e Educação Física.

**Quadro 1.** Organização modular.

**Fonte:** (ACRE, 2013).

Assim como no Ensino Fundamental II, a cada início de módulo, o (a) professor (a), recebe a capacitação<sup>11</sup> planejada pela equipe pedagógica da Secretaria de

---

<sup>9</sup> Baseado nas ideias de AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN (1980), à medida que se valoriza os conhecimentos prévios dos alunos se estabelece uma relação para a construção de novos conhecimentos.

<sup>10</sup> Essa parceria foi efetiva, no sentido de ter pessoas/equipe da Fundação Roberto Marinho (FRM) no Estado do Acre para ministrar as capacitações e/ou fazer visitas nas telessalas, do ano de 2001 quando foi implantado o Poronga Fundamental II até o ano 2005. Em 2006, a equipe pedagógica do Projeto Poronga do Estado do Acre, passou a conduzir as formações dos professores, para dar início a cada módulo, e a FRM somente realizava visitas às telessalas a fim de verificar a aplicação da metodologia. Em 2011 a Secretaria de Educação desvinculou-se da FRM.

<sup>11</sup> Verificou-se, *in loco*, que a capacitação do Módulo II, realizada em 2015 (momento em que a professora pesquisada deste estudo foi identificada), tinha como tema principal Jogos Matemáticos. Os professores foram recepcionados ao som da música “Os Números” do cantor Raul Seixas, à medida que entravam na sala recebiam a letra da música para que acompanhassem cantando. Dessa forma,

Educação com objetivo de subsidiar o seu trabalho. E ainda, durante o período letivo oportunizam momentos de estudos nos planejamentos pedagógicos. Tanto as capacitações quanto os planejamentos são considerados momentos de construção e ressignificação de saberes para a prática pedagógica.

Nota-se que cada módulo desenvolve um eixo temático por meio das disciplinas, que se encontram organizadas/sistematizadas numa Matriz Curricular de Conteúdos e Habilidades específica do Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio. Nessa matriz está descrito o número da aula, de acordo com os vídeos do Telecurso, o título da aula, os conteúdos e as habilidades que devem ser desenvolvidos pelo (a) professor (a) do Programa.

## **2.2. O projeto de formação continuada Poronga destacando o Ensino Fundamental II e Ensino Médio**

A principal experiência da pesquisadora foi no Programa de Aceleração da Aprendizagem – Projeto Poronga - do Ensino Fundamental II, na função de professora, posteriormente, supervisora pedagógica e por último integrante da equipe de coordenação.

Observou-se que a orientação teórico-prática tem por fundamento a pedagogia crítico-social dos conteúdos defendidas por Libâneo (1990), Luckesi (1994) e Saviani (2001), dentre outros teóricos brasileiros.

Tal tendência ressalta a relação educação-sociedade com ênfase no processo de construção do conhecimento, que por sua vez, está alicerçado nos conteúdos acumulados pela humanidade. Portanto, o ensino pauta-se na realidade histórico-cultural, do mundo do trabalho e nas vivências sociais de cada aluno. Sendo assim, os conteúdos não se desassocia da realidade e são concebidos como instrumental através do qual o aluno compreende a realidade. A escola, portanto, é espaço de difusão e construção do saber e saber-fazer, conforme pensamento de Luckesi (1994):

---

foi dado o início à formação onde discutiram sobre a história dos números e resolveram atividades, envolveram expressões numéricas de números inteiros por meio de jogos; com troca de conhecimentos entre os participantes e o responsável pela formação.

[...] a principal tarefa da escola é a difusão de conteúdos, não de conteúdos abstratos, mas vivos, concretos, indissociáveis das realidades sociais; a escola deve contribuir para eliminar a desigualdade social e tornando-a mais democrática. Sua atuação consiste na preparação do aluno para o mundo adulto e suas contradições, fornecendo-lhe um instrumental, por meio da aquisição de conteúdos e da socialização, para uma participação organizada e ativa na democratização da sociedade [...] (LUCKESI, 1994, p. 69)

Concorda-se com Luckesi (1994) que a escola é o lugar para difusão dos conteúdos, relacionando-os ao cotidiano dos alunos, estimulando a reflexão e a posicionar-se de forma crítica. Percebeu-se que tal pedagogia parece ser o eixo de orientação do Programa de Aceleração para os professores.

Assim, a metodologia pactua o princípio que o professor e o aluno podem posicionar-se, por meio das várias etapas da teleaula, e de maneira especial, nos momentos destinados a problematização, onde se oportuniza o debate sobre questões que precisam ser resolvidas à luz de conhecimentos necessários para dominar e instrumentalizar no viés teórico-prático, de forma que adquiram capacidades para equalizar problemas detectados e incorporar tais instrumentos a sua prática social (SAVIANI, 2001), “sendo a difusão de conteúdos” tarefa primordial para “eliminar a seletividade social” e tornar a escola mais democrática, no pensamento de Libâneo (1990, p. 69) parece ser outro princípio do programa.

Entende-se que cabe ao profissional do ensino gerar ambiente no qual o aluno possa interagir com o aprendizado que oferece, a partir de sua vivência, experiências e práticas do cotidiano. Aliado a esse pensar, a metodologia de ensino do Poronga Fundamental é a mesma do Ensino Médio e, portanto, segue a dinâmica de rotina diária na sala a qual se organiza da seguinte maneira:

- a) Atividade Integradora: momento de acolhida da turma que pode ser conduzido pelo (a) professor (a), mas o ideal é que seja organizado pelos componentes da equipe de socialização. A atividade pode ser uma dinâmica com música, leitura de um texto e na sequência reflexão, dentre outras sugestões.
- b) Problematização: momento em que o (a) professor (a) busca suscitar no aluno (a) o interesse por assistir determinada aula; nesse instante extrai-se aquilo que ele sabe sobre o assunto em questão, levantando os conhecimentos prévios. A condução pode ser realizada a partir de imagens,

com perguntas chaves, direcionando para o conteúdo, a partir de um vídeo, dentre outras estratégias planejadas previamente. Depois de uma discussão, convida-se os (as) alunos (as) para assistirem a teleaula.

- c) Leitura de Imagem: momento da construção do conhecimento a respeito do conteúdo específico. A partir do que foi visto no vídeo, e seguindo uma dinâmica previamente planejada, o (a) professor (a) sistematiza os conceitos a partir das situações problema e acrescenta informações necessárias ao assunto.
- d) Atividade com o livro texto e outros: momento de resolução dos exercícios.
- e) Atividades Extras: Momento em que é sugerido atividades destinadas a fortalecer e desenvolver os conteúdos oportunizando através da resolução de exercícios para melhor fixar os assuntos desenvolvidos, podendo ser realizadas sob a orientação do professor ou extraclasse e posteriormente apreciada pelo mesmo, dessa forma, auxiliam o aluno no aprofundamento do assunto, bem como, esclarecer as suas dúvidas pontuais.
- f) Atividades Complementares: momento em que desencadeiam atitudes prazerosas, críticas, reflexivas, criadoras e produtivas, promovendo o fazer coletivo; o exercício e a descoberta de habilidades cognitivas e o conhecimento contextualizado e formador de cidadania.

Observou-se que os três primeiros tópicos eram realizados diariamente, mas na hora das atividades, os momentos se confundiam e algumas delas eram suprimidas. O aluno tinha o livro do telecurso e outros livros didáticos que o (a) professor (a) poderia usar, mas este último não tinha o suficiente para cada aluno, sendo necessário se organizarem nas equipes de trabalho<sup>12</sup> ou dentro da equipe o (a)

---

<sup>12</sup> Faz parte da metodologia do programa, a telessala estar organizada em 4 equipes de trabalho, com atribuições distintas, que objetivam desenvolver nos alunos competências pessoais, interpessoais e gerenciais. São elas: Equipe de Coordenação, responsável por organizar o ambiente, monitorar o tempo de atividades em sala, assim como o horário e a frequência, e incentiva a participação de todos; Equipe de Socialização, que tem a função, por meio de dinâmicas, integrar o ambiente, divulgar as atividades realizadas e mobilizar a participação de todos; Equipe de Síntese, que prepara por escrito a síntese dos temas estudados, apresentando-os com novos enfoques, adapta situações reais aos assuntos discutidos e ilustra de maneira criativa e objetiva os conteúdos estudados; e a Equipe de Avaliação, que avalia a participação de cada aluno, as técnicas utilizadas, observando pontos positivos e negativos, verificando seus objetivos e os resultados alcançados, e procura ver o crescimento e a produtividade do grupo. (PROJETO PORONGA – PEEM, 2013).

professor (a) sugeriria uma subdivisão. Desta forma, o (a) professor (a) priorizava os exercícios complementares e extras.

Nota-se que via de regra, seguia-se uma metodologia que não se comportava em uma única teleaula. Ao priorizar uma atividade ou outra, fica evidente que o tempo didático<sup>13</sup> era insuficiente para o desdobramento dos dois momentos destinados as atividades (Extra, realizada individualmente e complementar, desenvolvida nas equipes de trabalho), causando, um aligeiramento no processo de ensino e na aprendizagem, situação está que se considera negativa no âmbito do Programa. Porém, reconhece como positiva a orientação pedagógica de como abordar e tratar o assunto em cada atividade.

Além disso, acredita-se que a utilização do termo metodologia é a proposta de seguir a estrutura apresentada, aproxima-se à ideia de Bordenave e Pereira (1982) acerca da problematização “[...] a educação problematizadora [...] apresenta a solução de problemas como uma forma de participação ativa e de diálogo constante entre alunos e professores para atingir o conhecimento (BORDENAVE; PEREIRA,1982, p.10) o que se entende como positivo para aprendizagem.

É importante destacar o papel da Coordenação Pedagógica do Programa pelo fato dos docentes não lecionarem somente em sua área específica. Neste sentido, supervisores pedagógicos são elos entre os professores e a coordenação geral do Programa. A função da supervisão é acompanhar e monitorar os planejamentos e dar sugestões quando preciso durante os encontros de sábado e durante as visitas às telessalas. Depende muito do (a) professor (a), ler e se aprofundar no assunto.

Areal (2016)<sup>14</sup>, em sua dissertação: “Projeto Poronga: uma política educacional de aceleração da aprendizagem”, identificou algumas dificuldades no contexto da prática: falta de apoio da escola, preconceito com os alunos do projeto, indisciplinas dos alunos, uso de drogas, baixa autoestima, falta de apoio da família, desmotivação e ainda, dificuldade em aprender. Para minorar a situação, os professores, buscam apoio na supervisão e na coordenação do Projeto Poronga. A autora sustenta “[...] que a falta de apoio de algumas escolas tem dificultado a superação desses desafios, tudo

---

<sup>13</sup> Considera-se o tempo didático as 4h/a de telecurso.

<sup>14</sup> Coordenadora Projeto Poronga até 2016.

isso contribui sobremaneira para a manutenção de desigualdades [...]” (AREAL, 2016, p. 80-1).

Coloca ainda, que as teleaulas são uniformes e atendem a um calendário próprio do Projeto Poronga que “determina” um rito da metodologia diária, sem que o professor tenha liberdade para alterar, os livros didáticos são da Fundação Roberto Marinho e os professores consideram distante da realidade do Acre. Portanto, a falta de apoio das escolas, falta de autonomia do professor para alterar o currículo quebrando o rito determinado e livros didáticos fora do contexto local são aspectos negativos do Projeto, identificado por Areal (Ibid.:

A autora acrescenta que o Programa se configura em um recorte curricular com metodologia a fim de corrigir fluxos específicos para superar distorção idade/série, por um determinado período e não pode perpetuar-se ou substituir o papel do ensino regular. No entanto, a escola continua produzindo distorção em detrimento da situação socioeconômica dos alunos e as dificuldades da prática já citadas.

Adverte-se que o rito metodológico causa o aligeiramento do tempo didático para desenvolver o conteúdo específico e o fazer pedagógico do professor; inibe a capacidade em manejar o tempo em relação ao assunto a ensinar e o tempo de aprender de cada aluno, passando uma ideia homogênea da turma. Considera-se a metodologia da problematização um aspecto, em parte, positivo, porém negativa quando engessada em um rito no Projeto Poronga.

Portanto, neste capítulo descreveu-se o porquê da implantação do Programa de Aceleração de Aprendizagem do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, e como é a dinâmica de funcionamento, e ainda, foi apresentado como acontece a prática diária no Programa de Aceleração da Aprendizagem – Ensino Fundamental II, e como essa rotina se assemelha ao Programa do Ensino Médio. O capítulo tratou ainda dos pontos positivos e negativos da metodologia do programa.

No capítulo seguinte, discorre-se sobre o referencial teórico assumido, na perspectiva de tratar sobre o saber pedagógico do conteúdo específico de Análise Combinatória.

## **CAPÍTULO 3. PRÁTICA DOCENTE E SABER PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO ESPECÍFICO**

Este capítulo apresenta o referencial teórico de base como Charlot (2000); Shulman (1986, 2005); aproximando das ideias de Fiorentini *et. al.*; (1995) e Tardif (2008) para estudo dos saberes e conhecimentos necessários à função docente. Buscou-se algumas pesquisas sobre saberes, especialmente, as que tratam do objeto em estudo para refletir sobre os avanços e as dificuldades e ainda, relacionar com os saberes pedagógicos do conteúdo de Análise Combinatória na prática pedagógica da professora.

### **3.1- Saber, identidade e relações pedagógicas**

Nesta pesquisa assume-se como referencial teórico de base, Bernard Charlot (2000), que trata a dimensão entre saber e identidade construída na relação com o outro aproximando dos três conceitos que dão suporte: mobilização de conhecimentos, atividade organizada e sentido atribuído, base para análise da relação do saber, ao assumir que,

[...] qualquer relação com o saber comporta também uma dimensão com identidade: aprender faz sentido por referência a história do sujeito, às suas expectativas, às suas referências, à sua concepção de vida, às suas relações com os outros, à imagem que tem de si e à que quer dar de si aos outros [...]. Toda relação com o saber é também relação com o outro. Esse outro é aquele que me ajuda a aprender a matemática, aquele que me mostra como desmontar um motor, aquele que eu admiro ou detesto (CHARLOT, 2000, p. 72)

Nota-se que define o saber enquanto conteúdo intelectual num sentido mais estrito, enquanto aprender é mais amplo, já que existem várias formas de aprender. Aprender corresponde a adquirir um saber (intelectual), dominar um objeto ou uma atividade (mais operacional), entrar em relação saber - aprende. Por isso aprender não se restringe apenas a obtenção do conteúdo intelectual, mas sim, a todas as relações que o sujeito (professor ou aluno) estabelece para adquiri-lo. O teórico com isso, amplia a questão da relação do saber com o aprender (CHARLOT, 2000). Para este teórico o saber é uma forma de representação de uma atividade, de relações do

sujeito com o mundo, com ele mesmo e com outros. Assim, “não há saber que não esteja inscrito em relações de saber” (CHARLOT, 2000, p. 63).

Portanto, observa-se a partir de tais ideias, as relações pedagógicas entre o saber - aprende no viés do ensino. Entende-se que tais relações são construídas a partir de um determinado conteúdo de ensino, neste caso específico de Análise Combinatória.

A partir do entendimento da relação saber – aprende de Charlot (2000) amplia-se para outros conhecimentos necessários à prática e a constituição da identidade do professor, apresentadas nos estudos de Lee Shulman (1986, 2005), como linha teórica base deste estudo.

Pode-se ampliar e relacionar as contribuições de Charlot (Ibid.) aos estudos de Shulman (1986, 2005) que apontam três categorias de conhecimentos necessários à prática docente: do assunto que contenha o conhecimento do conteúdo e/ou conhecimento do conteúdo específico; pedagógico do conteúdo; e o curricular. Tais conhecimentos são como plataformas para desenvolvimento de um determinado conteúdo específico relacionado a um assunto (SHULMAN, 1986, p. 8). Considera-se que essas três categorias são essenciais à relação saber – aprende, na dimensão do ensino que convergem para as categorias de conhecimentos.

- Conhecimento do conteúdo

Diz respeito a como o professor pensa e organiza o assunto, as diferentes maneiras em que os conceitos básicos e princípios básicos do conteúdo é estruturado para incorporar ou descartar, para validar ou invalidar fatos estabelecidos, um tópico particular como central e outro considerado periférico, ou seja, tal conhecimento será importante, segundo esse teórico para posteriores julgamentos pedagógicos sobre ênfase curricular relativa, do que está posto pela sociedade e pela escola.

Para Shulman, a forma como certas questões e problemas são organizados e adaptados pelo professor vai depender dos diversos interesses e capacidades dos alunos que estão expostos ao seu ensino. Por isso, espera-se que o profissional do ensino entenda as estruturas, princípios de organização conceitual, as ideias que geram conhecimento, as que devem ser incorporadas e/ou descartadas (SHULMAN, 2005).

Essa expertise, considera-se fundamental reforçado por Costa (2013) que remete a formação inicial a responsabilidade dos “[...] futuros professores de

matemática saibam os conteúdos a serem ensinados na escola básica e os fundamentos daquilo que vão ensinar [...]”. Para este autor, a formação inicial pode contribuir quando os formadores ensinam tanto as disciplinas específicas quanto as pedagógicas aos futuros professores. No entanto, aponta que é dado maior importância ao conhecimento específico que ao pedagógico, sendo tal conhecimento útil a prática profissional (COSTA, 2013, p. 32).

- Conhecimento pedagógico do conteúdo

Para ensinar um conteúdo específico, o profissional identifica e analisa o que é essencial para aquela sala de aula, as características e o nível de conhecimento dos alunos. Ou seja, é mais que conhecer o assunto em si para dimensionar o ensino, mas a forma particular de conhecimento de conteúdo que incorpora os aspectos mais relevantes e cria estratégias para ensinar e aprender, pois,

Dentro da categoria de conhecimento pedagógico de conteúdo eu incluo, **para os temas mais regularmente ensinados em uma área de assunto, as formas mais úteis de representação dessas ideias as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações, e de ações em uma palavra, as formas de representar e formular o assunto e torná-lo compreensível para os outros.** Uma vez que não há nenhuma única forma mais poderosa de representação, o professor deve ter em mãos um verdadeiro arsenal de alternativas formas de representação, alguns dos quais derivam de pesquisa, considerando que os outros têm origem na sabedoria da prática [...] **conhecimento pedagógico de conteúdo também inclui um entendimento do que faz a aprendizagem de tópicos específicos, fácil ou difícil:** as concepções e preconceitos que alunos de diferentes idades e origens trazem com eles para o aprendizado daqueles que mais frequentemente ensinam tópicos e lições. Se esses preconceitos são evocados, que tantas vezes, os professores precisam de conhecimentos das estratégias (SHULMAN, 1986, p. 8-9. Grifo e tradução nossa)

Embora o conhecimento do conteúdo seja importante nesta pesquisa, a segunda categoria (pedagógico do conteúdo) traz elementos para analisar a prática pedagógica de uma professora licenciada em Matemática para ensinar o conteúdo específico, objeto deste estudo.

- Conhecimento curricular

Além do conhecimento do conteúdo e pedagógico, alia-se o conhecimento curricular, que pode ser definido como uma bússola que guia o olhar do professor para

saber qual conteúdo específico a sociedade e a escola estão priorizando e como justifica tal enfoque. Shulman (1986, 2005) define seu entendimento de currículo como,

[...] representado por toda a gama de programas concebidos para o ensino de assuntos específicos e tópicos em um determinado nível, a variedade de instruções e materiais disponíveis em relação a esses programas e o conjunto de características que servem como tanto as indicações e contra-indicações para o uso de materiais de curriculum ou programa particulares em circunstâncias particulares [...] (SHULMAN, 1986, p.10. Tradução nossa)

O autor considera o currículo – Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Orientações Curriculares Locais, da escola e livro didático - e materiais de instrução - textos alternativos, software, programas, materiais visuais, filmes, laboratório demonstração, dentre outros - como ferramentas de trabalho do professor, por isso ressalta a importância desse conhecimento. O currículo traz uma orientação pedagógica desejável do conteúdo a ser ensinado. Por isso usa analogia para comparar profissão do professor e do médico e afirma a necessidade de dominar esse conhecimento.

[...] o médico maduro para entender toda a gama de elementos disponíveis para melhorar um determinado distúrbio, bem como, a gama de alternativas para a circunstância particular de sensibilidade, custo, em interação com outras intervenções, conveniência, segurança ou conforto. Da mesma forma, devemos esperar do professor maduro [...]. Eu esperaria que um professor profissional esteja familiarizado com os materiais do currículo em estudo pelos alunos dele ou em outros assuntos que estão a estudar ao mesmo tempo [...] subjaz o professor ter a capacidade de relacionar o conteúdo de um determinado curso ou lição para tópicos ou questões a serem discutidas simultaneamente - aprimoraram em outras classes. É conhecer o conhecimento vertical do currículo, que equivale a familiaridade com os temas e questões que tem sido e serão ministrados na mesma área de assunto durante os anos anteriores e posteriores na escola e os materiais que eles relacionam [...] (SHULMAN, 1986, p.10. Tradução nossa)

Percebe-se, no entanto que esse conhecimento não é considerado importante no sentido de tê-lo como ferramenta para prática no cotidiano escolar, uma vez que o currículo vai além do conhecimento de um determinado assunto ou tópico dentro de um ano, mas em seu desdobramento nos anos anteriores e posteriores. Geralmente,

centra-se na elaboração de planos de curso, que muitas vezes são elaborados para cumprir o protocolo da escola.

Assim cada professor elabora o seu plano de aula, na maioria das vezes de forma solitária, sem compartilhar com colegas de anos anteriores ou posteriores, além disso, o uso do livro didático, percebe-se como o mais consultado ou mesmo aplicado como única ferramenta para selecionar e organizar conteúdos, assuntos e tópicos a ensinar.

Acredita-se que esse distanciamento dos professores do currículo nacional e local pode ser decorrente da formação inicial em Matemática que também pode não tratar tal domínio como componente aliado ao conhecimento do conteúdo, assim como também pode não considerar parte da formação a abordagem pedagógica do conteúdo.

Nesta pesquisa adota-se o conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman já citado, aliados às ideias de Fiorentini, Souza Jr e Melo (2005), onde acrescentam que o conteúdo específico vai além do sintático (regras e processos relativos ao conteúdo), trazendo a dimensão da natureza e significado no desenvolvimento histórico das ideias que os fundamentam, bem como, os diferentes modos de organizar conceitos e princípios básicos da disciplina, compreendendo as concepções e crenças que legitimam tal saber<sup>15</sup> (FIORENTINI, SOUZA Jr, MELO, 2005, p. 38-9). Os autores recorrem a Fiorentini (1998) que assim explica:

[...] a forma como conhecemos e concebemos os conteúdos de ensino tem fortes implicações no modo como os selecionamos e os reelaboramos didaticamente em saber escolar, especialmente no modo como os exploramos/problematizamos em nossas aulas. (FIORENTINI, 1998 apud FIORENTINI, SOUZA Jr, MELO, 1998, p. 316-7)

As ideias de Fiorentini (1998) aproximam-se das ideias de conhecimento<sup>16</sup> pedagógico do conteúdo de Shulman (1986, 2005), por isso, neste estudo busca-se

---

<sup>15</sup> Conceito de saber: [...] é uma forma de representação de uma atividade, de relações do sujeito com o mundo, com ele mesmo e com outros. Assim, 'não há saber que não esteja inscrito em relações de saber' (CHARLOT, 2000, p. 63).

<sup>16</sup> Conceito de conhecimento para o ensino: "[...] um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensinar e de aprender, em diferentes áreas de conhecimento, níveis, contextos e modalidades de ensino [...] envolve conhecimentos de diferentes naturezas, todos necessários e indispensáveis para a

identificar o saber pedagógico do conteúdo específico de Análise Combinatória na prática pedagógica da professora, considerando os estudos de Fiorentini, Souza Jr e Melo (1998), os quais denominam saber pedagógico do conteúdo específico de prático, que diz respeito às diferentes estratégias que o professor recorre para desenvolver o conteúdo Análise Combinatória e torná-lo compreensível ao aluno.

Acredita-se que sem dominar minimamente um conteúdo, não tem como desenvolver e tornar um assunto compreensível, o que pode vir a ocasionar resistência e a própria dificuldade inerentes ao quê e a como ensinar, que são essenciais aos conhecimentos pedagógicos.

Associado a ele, o conhecimento curricular, todo professor ao chegar a uma escola, deveria deparar-se com os PCNs, com as Orientações Curriculares Locais (OCs)<sup>17</sup> e ainda, os livros didáticos. E por fim, o próprio currículo da escola que utiliza para elaborar seu plano de aula. Por isso, conhecer como os conteúdos matemáticos essenciais são colocados pela sociedade e imprescindíveis ao ensino é papel do professor, nisso concorda-se com Shulman (1986).

Dessa maneira, o conhecimento do conteúdo a ensinar aprende-se antes de ingressar na escola, durante Educação Básica e fundamentalmente, nas Licenciaturas, (Pedagogia ou Matemática), embora pesquisas tenham evidenciado que nem sempre, nesta última, estabelece-se relação academia-escola, sobretudo em relação ao objeto desta pesquisa.

Ressalta-se que o conhecimento prático se adquire através de formação inicial, continuada e experiências pessoais. No caso da professora pesquisada, ou seja, sujeito desta pesquisa, entende-se que possui domínio do conteúdo, sendo, portanto, fundamental a análise da dimensão pedagógica de como organiza tal assunto. Para Santos (2010) o professor é um profissional que detém saberes diversos, por isso, considera saber profissional como orientador da prática,

“[...] o saber profissional que orienta a atividade do professor insere-se na multiplicidade e complexidade própria do trabalho dos profissionais que atuam em diferentes situações e que, portanto,

---

atuação profissional”(MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti, 2004, p.1) Disponível em: <<http://coralx.ufsm.br/revce/revce/2004/02/a3.htm>>.

<sup>17</sup> Os documentos oficiais são subutilizados nas escolas, tendo em vista, a pouca ou nenhuma importância ao domínio deste conhecimento que Shulman (1986, 2005) considera como ferramenta de trabalho do professor.

precisam agir de forma diferenciada, mobilizando, diferentes teorias, metodologias e habilidades. **Dessa forma, o saber profissional dos professores é constituído, não por um saber específico, mas por vários saberes de diferentes origens, aí incluídos também, o saber fazer e o saber da experiência [...]** (SANTOS, 2010, p. 57 Grifo nosso).

De acordo com Santos, percebe-se que o professor na sua prática desenvolve saberes que vão além do saber específico, mas, reforça a necessidade do domínio pedagógico ao referir-se ao saber fazer que se entende, como parte da experiência que o professor adquiri no exercício da prática.

Ao referir-se especificamente à modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), Medrado (2014, p. 156) faz críticas ao currículo do curso de Licenciaturas em Matemática, ao dizer que dificilmente integra “[...]estudos voltados ao EJA e as práticas pedagógicas necessárias para a promoção do processo de ensino e aprendizagem [...]”. Por isso, a autora acredita na formação continuada como ação fundamental ao exercício da docência.

Da mesma maneira, acredita-se que a formação inicial não contempla, além da EJA, o Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio, sendo fundamental a formação continuada que aborde essencialmente o saber fazer como parte integrante e permanente da constituição do profissional do ensino, assim defendida por Chimentão (2009) ao sustentar que:

[...] A formação continuada de professores tem sido entendida como um processo permanente de aperfeiçoamento dos saberes necessários à atividade profissional, realizado após a formação inicial, com o objetivo de assegurar um ensino de melhor qualidade aos educandos [...] a formação continuada não descarta a necessidade de uma boa formação inicial, mas para aqueles profissionais que já estão atuando, há pouco ou muito tempo, ela se faz relevante, uma vez que o avanço dos conhecimentos, tecnologias e as novas exigências do meio social e político impõem ao profissional, à escola e às instituições formadoras, a continuidade, o aperfeiçoamento da formação profissional. Mas, para que realmente a formação continuada atinja seu objetivo, precisa ser significativa para o professor [...] (CHIMENTÃO, 2009, p. 3)

É importante destacar que o caráter permanente da formação deve ter como base o cotidiano do professor e suas necessidades, bem como, a valorização do saber

do conteúdo específico e também do saber pedagógico, que por sua vez, mobiliza a ação educativa na relação com o saber, consigo mesmo e com o mundo, no pensamento de Charlot (2000):

[...] um saber só tem sentido e valor por referência as relações que supõe e produz com o mundo, consigo mesmo e com os outros [...]. Se o saber é relação, o processo que leva a adotar uma relação de saber com o mundo é que deve ser o objeto de uma educação intelectual e, não é puramente cognitivo e didático [...] as situações de aprendizado não é apenas marcado pelas pessoas, mas também pelo momento [...] um momento de minha história, mas, também, em um momento de outras histórias: as da humanidade, da sociedade na qual eu vivo, do espaço no qual eu aprendo, das pessoas que estão encarregadas de ensinar-me. 'A relação pedagógica é um momento, isto é, um conjunto de percepções, de representações, de projetos atuais que se inscrevem em uma apropriação dos passados individuais e das projeções que cada um constrói do futuro'. (CHARLOT, 2000, p. 65-8)

Para esse autor, aprender é sobretudo, estabelecer relação e posições na sociedade, levando em consideração a história de vida, as percepções e representações e sentido atribuídos por cada um. Por isso, é significativo o professor ter essa compreensão. Sobretudo, oportunizar o diálogo na relação pedagógica entre saber, professor e aluno para coberta crítica da realidade, no entendimento de Freire (1996).

"A construção de relações dialógicas sob os fundamentos da ética universal dos seres humanos, enquanto prática específica humana implica a conscientização dos seres humanos, para que possam de fato inserir-se no processo histórico como sujeitos fazedores de sua própria história". (FREIRE, 1996, p.10.)

Portanto, a valorização do conhecimento que os alunos trazem de suas experiências já vividas é fundamental, já que por meio de vivências se aprende muito, sendo que todas as pessoas, alunos ou professores sabem muitas coisas, diferentes e juntos podem aprofundar maiores conhecimentos, associados a experiência do professor para gerar diálogo e reflexão, que vão constituindo-se em saberes profissionais.

No entendimento de D'Ambrósio (1993, 1991), tal reflexão tem caráter multicultural, pois o ensino e a aprendizagem ocorrem quando se lança mão de diversos meios e culturas para explicar a realidade e compreender dificuldades que surgem no dia a dia. Ou seja, parte (inicia) da realidade para chegar ao enfoque cognitivo, fundamentado na ação pedagógica, sendo, pois, papel do profissional do ensino gerar dinâmicas para comportamento interativo, proposto no ambiente de ensino e aprendizagem na construção e consolidação dos saberes.

Tais saberes são frutos de antes da escola, durante a formação inicial e continuada e no exercício da carreira. Tardif (2002, p. 63), assim os categoriza: saberes pessoais, da formação escolar, da formação em magistério, nos programas e livros didáticos e na própria experiência da profissão em sala de aula. O autor, coloca ainda que os saberes profissionais são personalizados e situados, por isso a importância da formação, quer seja inicial ou continuada, considera a relevância de práticas contextualizadas, ou seja, na ação de ensinar, pois,

[...] no ensino, esse fenômeno é de suma importância, pois as situações de trabalho colocam na presença uns dos outros seres humanos que devem negociar e compreender juntos o significado de seu trabalho coletivo. Essa compreensão comum supõe que os significados atribuídos pelos professores e pelos alunos às situações de ensino sejam elaborados e partilhados dentro dessas próprias situações; noutras palavras, eles estão ancorados, situados nas situações que ajudam a definir. (TARDIF, 2002, p. 266).

Novamente, nota-se a relação com o saber, consigo mesmo e com o mundo, que segundo Charlot (Ibid.), se atribui significado a própria situação de ensino. O que reforça o saber experiencial que Fiorentini, Souza e Melo (2003); Melo (2005) consideram como fundamento da competência da profissão, ou seja, modo particular de ser e agir de cada professor em sala de aula.

Para Shön (1992), a experiência profissional adquire-se por base experimentação na prática (sala de aula), mas também, nas noções de pesquisa que embasam seu saber fazer e fazer pedagógico, que Nóvoa (1991) se pauta na ação-reflexão-ação para construção da identidade profissional. Acredita-se que tais competências são tratadas na formação inicial e continuada e mesmo na auto formação:

[...] a formação deve estimular uma perspectiva crítico-reflexiva, que forneça aos professores os meios de um pensamento autônomo e que facilite as dinâmicas de autoformação participada. Estar em formação implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projectos próprios, com vistas à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional (NÓVOA, 1991, p. 25).

Dessa maneira, será observado como a participante da pesquisa estrutura e representa o conteúdo específico, Análise Combinatória, aplicado em sala de aula; quais estratégias de ensino utilizadas motivadoras do diálogo que despertam o interesse dos alunos, ou seja, numa prática docente pautada na ação-reflexão-ação, considerada fundamental para a construção da identidade pessoal e profissional.

Nesta perspectiva a formação e tempo de experiência e aspectos relacionados à prática pedagógica serão observados para responder à questão da pesquisa: “Como a professora manifesta o saber pedagógico do conteúdo específico para aprender e ensinar Análise Combinatória? A manifestação de tal conhecimento releva-se no conhecimento pedagógico que se assume na prática docente.

Notadamente, ter domínio do conteúdo específico constitui-se nesta pesquisa, base para desenvolver a competência pedagógica ou domínio pedagógico do conteúdo. Considera-se condição *sine qua non* para que o professor selecione, organize assuntos, conforme a necessidade de cada ano de ensino, de cada turma e até mesmo de cada aluno, além disso, saiba justificar o porquê de suas escolhas, pois, conhecimentos matemáticos empíricos adquire-se antes de entrar na escola. Porém, na escola, tais conhecimentos servem de âncoras para o ensino e aprendizagem dos conhecimentos matemáticos acumulados e sistematizados pela humanidade, que o professor tem acesso na formação inicial para exercício da profissão.

Dessa maneira, ensinar combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental é responsabilidade de professores Licenciados em Pedagogia e, nos anos finais e Médio, por Licenciados em Matemática. Em ambas as licenciaturas, o conteúdo Análise Combinatória é pouco explorado, conforme pesquisa de Vazquez (2011), o que reflete, no período da Educação Básica, dificuldades tanto em formular problemas quanto no que diz respeito a interpretar situações que envolvem ‘escolher’ ‘arrumar’ e ‘contar’ objetos de um conjunto.

Tal dificuldade está relacionada a “flexibilidade de pensamento, ou seja, para resolvê-los [os problemas] é necessário parar, concentrar, discutir e pensar”, o que

abre possibilidades para diálogo entre professor-aluno e aluno-aluno e permite acompanhar o raciocínio dos alunos durante as tentativas de resolução e as várias maneiras de representação encontradas ao fazer permutações, combinações e partições, a depender do enunciado para verificar “o número de possibilidades lógicas de certo evento ocorrer” (Ibid., p. 35-7).

Porém, para ensinar Análise Combinatória é imprescindível o domínio teórico e prático do princípio fundamental da contagem ou princípio multiplicativo e, as três ideias fundamentais: **a ideia de correspondência biunívoca, as relacionadas a adição e as relativas a multiplicação**, de acordo com Vazquez (2011) tais ideias são desenvolvidas em sala de aula nos anos iniciais e retomadas nos anos finais do Ensino Fundamental e Médio. Em conformidade com o autor, o estudo de combinatória inclui: permutações, combinações e partições (VAZQUEZ, 2011, p. 36).

Tais conteúdos envolvem o conhecimento específico do princípio fundamental da contagem e assuntos como: permutações e arranjos simples, permutações com repetições, combinações, permutações circulares e combinações completas ou combinações com repetição (Ibid.) com menor ou maior grau de complexidade a depender do ano de estudo.

O conhecimento desse princípio capacita o professor a transformar, adaptar um conteúdo específico em um conteúdo de ensino. Concorde-se com Vasquez ao relacionar eficiência no ensino com questões de cunho pedagógico mais geral, a depender de cada profissional pois,

“[...] a organização de processos de ensino mais eficientes do que outros depende da ideologia do professor, como conhecimento que tem sobre os alunos e mesmo tomando atitudes próprias em relação ao próprio ‘saber fazer’, sua prática é regida por normas coletivas” (Ibid. p. 46)

Neste sentido, o conhecimento pedagógico do conteúdo tem viés individual e também coletivo, conectado a identidade da escola, loco da prática e do desenvolvimento profissional. Tal conhecimento é uma competência inerente ao trabalho docente, na qual demonstra saber articular temas aparentemente desconexos, integrar múltiplos conteúdos, aproximá-los, estabelecendo relação e significado, conforme Machado (2009). Inclui ainda, a capacidade de saber mobilizar conhecimentos em sala de aula em tempo real, isso significa,

“[...] antecipar o que é possível que os alunos pensem sobre o que está sendo ensinado, o que inclui os aspectos escutar e interpretar o pensamento inacabado do estudante, expresso por uma linguagem imperfeita; e também suas escolhas em prol do melhor desenvolvimento das discussões em sala, direcionando os alunos para a obtenção de conhecimento da matéria, ou seja, o foco deste conhecimento está no professor, não bastando ao mesmo saber apenas o conteúdo [...] (CARVALHO, 2015, p.7)

Concorda-se com Carvalho que não basta apenas saber o conteúdo, mas também, ter o conhecimento pedagógico, sendo este, dimensão da competência profissional. Reforça-se que saber o conteúdo constitui-se a primeira competência profissional, sem a qual, o saber pedagógico não encontra âncora para gerar diálogo entre saber-professor-aluno ou vice-versa.

Neste contexto, se dará a análise dos dados e informações construídas durante a observação de aulas confrontando-se ao referencial assumido para responder à questão da pesquisa.

Com este entendimento, o item seguinte aborda a mobilização dos saberes do conteúdo para o ensino de Análise Combinatória em conformidade com as pesquisas de Esteves (2001), Costa (2003, 2011), Santos (2005), Morgado *et al.*; (1991), Sabo (2010), Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011), por serem exatamente pesquisas que se aproximam desse objeto de estudo. Realizou-se ainda, pesquisas em site da Unicamp e Brasil Escola.

### **3.2 A mobilização dos saberes docentes para ensino de Análise Combinatória: algumas abordagens**

Durante o desenvolvimento da disciplina Fundamentos Teóricos Metodológicos da Pesquisa em Educação, oferecida no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM, pela Universidade Federal do Acre (Ufac), os mestrandos foram estimulados a pesquisar sobre o Estado da Arte em dissertações, teses, que tratam sobre o objeto da pesquisa. Com o trabalho, foi possível identificar alguns teóricos que tratam da formação inicial e continuada, bem como, sobre Análise Combinatória.

Dessa maneira apresenta-se os principais teóricos que orientam esta pesquisa e sua relação com a formação inicial e continuada a luz das pesquisas Esteves (2001), Costa (2003, 2011), Costa (2001), Santos (2005), Morgado *et al.*; (1991), Sabo (2010),

Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011), realizou-se ainda, pesquisas em site da Unicamp e Brasil Escola.

Esteves (2001) faz uma análise da origem e desenvolvimento do conteúdo Análise Combinatória, na ciência da Matemática, numa perspectiva histórica apontando as necessidades e objetivos da época que contribuíram para criação e ampliação do conceito para resolver dificuldades de cálculo relacionadas ao ensino e a aprendizagem, ao colocar que:

[...] acredita-se que o conceito de número e o processo de contagem foram os primeiros registros históricos[...]. A necessidade de se efetuarem contagens mais extensas provocou uma sistematização do processo de contar. Assim, surgiram sistemas de agrupamentos simples (hieróglifos egípcios), que talvez sejam o mais antigo sistema de numeração, os multiplicativos (sistema chinês-japonês tradicional), os cifrados (conhecidos como jônicos ou alfabético, cujas origens, situam-se por volta de 450 a.c.) e o posicional (nosso sistema) [...] O desenvolvimento do binômio  $(1 + X)^n$  está entre os primeiros problemas ligados à análise combinatória. O caso  $n + 2$  já pode ser encontrado nos elementos de Euclides, em torno de 300 a.C. O triângulo de Pascal era conhecido por Chu Shi-Chieh, na China (em torno de 1300) e antes disso, pelos hindus e árabes [...] (ESTEVEES, 2001, p. 12-5)

Ao longo da história das sociedades, os processos de cálculo para contagens extensas constituíram dificuldades a serem estudadas e resolvidas pela Análise Combinatória, no entanto, Esteves (Ibid.;) aponta entraves presentes que dificultam a aprendizagem dos alunos de 14 anos em uma escola de São Paulo, como:

Falta de um procedimento recursivo que os levasse à formulação de todas as possibilidades. Isso acontecia quando os alunos resolviam problemas por enumeração, mediante tentativa e erro [...] Algumas vezes apresentavam uma solução numérica errônea, sem explicar de onde veio tal número ou ainda, sem indicar o caminho percorrido para encontrá-lo. O não uso da árvore de possibilidades ou a sua construção inadequada, a qual levava a uma interpretação errônea. Nos problemas de permutação e arranjo, apareceu a interpretação da palavra distribuir como dividir. Nos problemas de distribuição e arranjo os alunos esqueciam os critérios que deveriam ser usados em cada situação e as vezes decidiam considerar a ordem importante quando esta não era ou vice e versa [...] (ESTEVEES, 2001, p. 200-1).

A autora atribui tais dificuldades a valorização pela escola, e pela professora do processo formal, ou seja, utilização do algoritmo que segundo ela costuma acontecer a partir do 3º ano do Ensino Fundamental, com quase ausência do cálculo

mental e certa cobrança do uso correto dos algoritmos. Muitas vezes a partir do 6º ano introduz-se resolução de problemas sem uso de variáveis ou incógnitas como “x” e “y”, pobre e de forma errada.

A representação para fazer uso do algoritmo é entendida pelos alunos do 8º ano, como praticadas por alunos atrasados, porém, a autora acredita que o uso da representação é de fundamental importância para o ensino e a aprendizagem do objeto em estudo. Esse erro, segundo a autora, decorre de os estudantes terem dificuldades de distinguir as diferenças entre problemas que envolviam arranjo e combinação.

Para superar tais dificuldades Costa (2004) considera que problemas de Análise Combinatória devem compreender todo o Ensino Fundamental pois,

O contato com problemas de contagem [...] tem por objetivo levar o aluno a compreender o princípio multiplicativo e utilizar várias representações possíveis como: árvore de possibilidades, tabelas e diagramas. Para isto é necessário e suficiente que o professor de matemática esteja familiarizado com este conteúdo [...] a valorizarem a resolução de problemas de contagem, afim de desenvolver a habilidade de raciocínio combinatório. Valorizando o desenvolvimento da capacidade de elaborar estratégias para a resolução dos problemas, tendo em vista que a simples aplicação de fórmulas não nos permite resolver a maior parte dos problemas de contagem [...] (COSTA, 2004, p.1).

Nota-se, ser imprescindível o professor conhecer e dominar o princípio multiplicativo e suas várias representações para desenvolver habilidades de raciocínio combinatório, pelo uso da metodologia de resolução de problemas de contagem. Sem esse conhecimento acredita-se que terá dificuldades em ensinar fatorial, permutação e arranjo no Ensino Médio, como desdobramento desse estudo.

Em pesquisa realizada por Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011) com estudantes universitários que teve por objeto investigar erros cometidos por alunos de formação inicial em questões envolvendo álgebra, geometria e análise combinatória, concluíram que os alunos parecem esquecer o que estudaram na Educação Básica. Não lembram conceitos e procedimentos para resolver problemas que envolvem sobretudo, raciocínio combinatório, erros em arranjos, no emprego de fórmulas para combinação e/ou arranjo, com prevalência do cálculo numérico sobre o relacional. Os autores concluíram que os estudantes apresentaram ausência de habilidade de resolver

problemas de contagem usando o princípio multiplicativo ou ao aplicar fórmula na resolução de uma situação problema, quando contextualizada.

Costa (2003) em seu estudo: “As concepções dos professores de Matemática sobre uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental”, levantou como o Ensino de Análise Combinatória é tratado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 1º ao 9º ano. Demonstra ainda, a evolução do conteúdo, em cada ciclo; dado este primordial para esta pesquisa, por entender que para ensinar o professor tem que conhecer o desdobramento ano a ano, para organizar a retomada e aprofundamento de estudos dos alunos.

Assim, coloca que no primeiro ciclo do Ensino Fundamental (E.F) correspondente ao 1º e 2º ano, o Pensamento Combinatório, é tratado no campo aditivo e multiplicativo, sendo priorizado situações problemas de adição e subtração, por exemplo: de quantas maneiras diferentes podemos somar dois números, cuja soma dê 20? (COSTA, 2003).

É preciso salientar que o primeiro princípio, denominado Princípio Aditivo, pode ser enunciado da seguinte maneira, em conformidade com a Revista On-line Brasil Escola.

[...] Considerando A e B como conjuntos finitos disjuntos, ou seja, com a sua intersecção vazia, a união do número de elementos é dada por:  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$   
 $n(A \cup B) \rightarrow$  União do número de elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B;  
 $n(A) \rightarrow$  Número de elementos do conjunto A;  
 $n(B) \rightarrow$  Número de elementos do conjunto B [...]. (OLIVEIRA, [2016-2017] SP)

Para melhor compreender, elaborou-se o seguinte exemplo:

**Problema:** Numa pesquisa sobre as eleições 2018, os pais dos alunos do 1º ano da escola Arco-Íris colocaram as suas preferências, 06 pais disseram que irão continuar votando no candidato da situação, 08 afirmaram que votam na oposição. Considerando que todos os pais deram suas opiniões, quantas pessoas participaram dessa pesquisa?

Nessa questão temos dois conjuntos finitos, que são os seguintes:

$n(A)$ : Pais que preferem o candidato da situação;

$n(B)$ : Pais que preferem o candidato da oposição;

Para calcular a união desses dois conjuntos deve-se fazer o seguinte:

$$n(A \cup B): n(A) + n(B) = 06 + 08 = 14$$

Assim, 14 pais foram entrevistados.

**Quadro 2.** Exemplo 1.

**Fonte:** Elaboração da autora.

No entanto, quando se trata de princípio multiplicativo, este constitui-se numa ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos, assim expresso na aula 48 encontrada no site da Unicamp no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica:

“[...] Se uma decisão  $d_1$  pode ser tomada de  $n$  maneiras e, em seguida, outra decisão  $d_2$  puder ser tomada de  $m$  maneiras, o número total de maneiras de tornarmos as decisões  $d_1$  e  $d_2$  será  $n \cdot m$ . (SITE UNICAMP, [s.d])

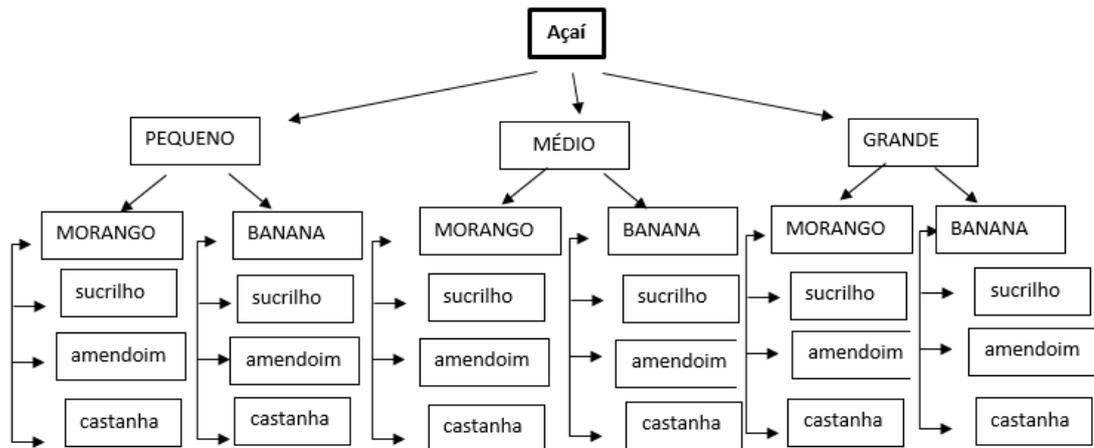
Para melhor compreensão deste princípio, elaborou-se o seguinte exemplo:

<b>Problema:</b> Letícia foi a uma lanchonete e fez o pedido de um açaí cremoso para lanchar. O garçom mostrou o cardápio com as seguintes opções de escolha para que a cliente monte seu próprio açaí. Observe:
✓ Tamanho: pequeno, médio ou grande.
✓ Fruta picada: banana ou morango.
✓ Adicional: sucrilhos, amendoim ou castanha
Quantas combinações diferentes Letícia têm para solicitar seu açaí ao garçom?
Esse é um dos problemas matemáticos de Análise Combinatória que pode ser resolvido utilizando o procedimento da árvore de possibilidades.

**Quadro 3.** Exemplo 2.

**Fonte:** Elaboração da autora.

Problema representado por uma “árvore”:



**Figura 1.** Árvore de Possibilidades.  
**Fonte:** Da autora, 2017.

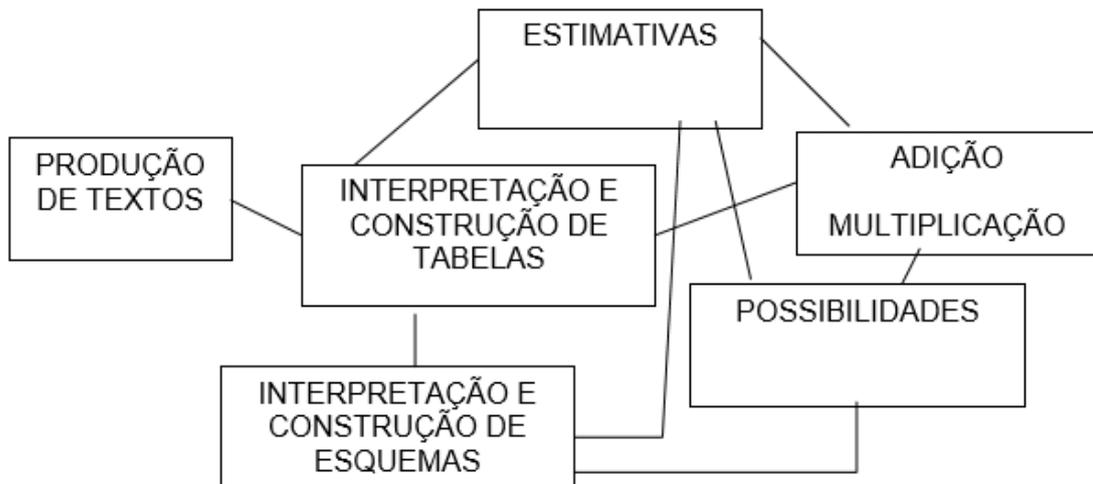
Observe que neste problema temos três opções de escolha:

- E1:** Optar por um tamanho dentro os três oferecidos;
- E2:** Optar por uma fruta dentre as duas oferecidas;
- E3:** Escolher um adicional entre os três oferecidos.

Então, usando o Princípio Multiplicativo temos:  $3 \times 2 \times 3 = 18$  combinações de açaí cremoso.

Retornando a Costa (2003), no primeiro ciclo utiliza-se muitos materiais manipulativos para resolver o problema, no entanto, o autor acredita ser necessário estimular os alunos a resolver sem uso do material, mas, sim, pelo processo da abstração que considera como passo para a Modelagem.

Para o autor, o conhecimento do conteúdo Análise Combinatória está interconectado no Bloco Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal e no Bloco Tratamento da Informação, para que o aluno desenvolva competência para “Resolver situações problema que envolvam contagem e medida, significado das operações e seleção de procedimentos de cálculo, e também que construa conceitos matemáticos” relativos ao objeto deste estudo. Assim representa a interconexão (COSTA, 2003):



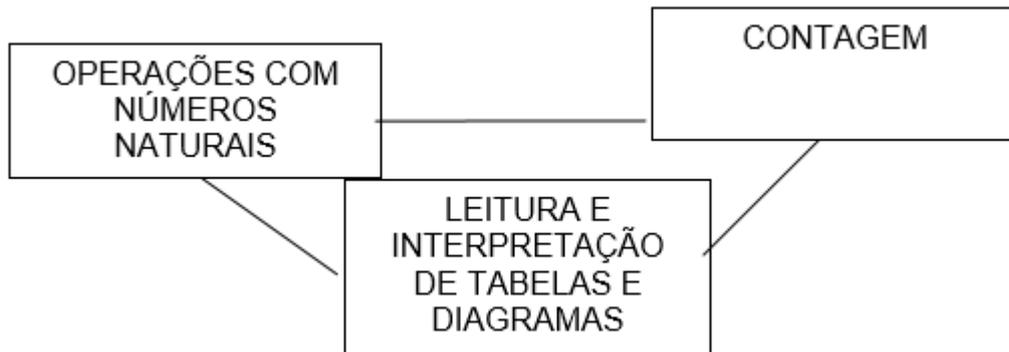
**Figura 2.** Conteúdos 1º e 2º ano do Ensino Fundamental.  
**Fonte:** Extraído de COSTA (2003, p.32)

Quanto ao segundo ciclo do E.F, correspondente ao 3º, 4º e 5º ano, na leitura dos PCNs, o autor constatou que o documento deixa entender a presença da flexibilidade no pensamento dos alunos. Como se a competência e habilidade houvesse sido adquirida no ciclo anterior possibilitando a ampliação do uso de representações feita antes, com desenhos e símbolos para “aos poucos começar a usar a escrita matemática [...] tal ampliação deve ser gradual e não se esgota” considerando que generalizações feitas ainda são elementares, sem chegar ainda a formalização de conceitos. Há interconectividade entre os blocos operações com números naturais, ampliando para os racionais e o bloco tratamento da informação (Ibid.; p. 32-3).

Continuando com Costa (2003), identifica-se critérios diretos e indiretos ligados ao desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas ao conhecimento combinatório, trazendo reflexões a respeito do ensinar, tais como:

- Resolver situação-problema que envolvam a contagem, medidas, o significado das operações, utilizando estratégias pessoais de resolução e selecionando estratégias de cálculo.
- Recolher dados sobre fatos e fenômenos do cotidiano, utilizando procedimentos de organização, e expressar o resultado utilizando tabelas e gráficos.
- Espera-se que o aluno saiba coletar, organizar e registrar informações por meio de tabelas e gráficos, interpretando essas formas de registros para fazer previsões (COSTA, 2003, p. 35).

Embora, os PCNs orientem a organização dos conteúdos em blocos e a possibilidade da interconexão, nota-se que os professores desconsideram na sua prática tal orientação. Para este ciclo Costa (2003) assim apresenta a interconexão:



**Figura 3.** Conteúdos 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental  
**Fonte:** Extraído de Costa (2003, p. 35)

Já o terceiro ciclo, correspondente ao 6º e 7º ano, Costa (2003) aponta para uma ruptura no currículo, desenvolvido nos ciclos anteriores, marcado pela presença do professor de Matemática como especialista, com Licenciatura Plena em Matemática e não mais Pedagogo. Por isso, o autor considera que o professor de Matemática, no ensino de Combinatória, tenha conhecimento dos PCNs para desenvolver competências e habilidades necessárias ao pensamento combinatório<sup>18</sup>. Assim expressa o autor “[...] numa reflexão sobre o ensino de Matemática é fundamental que saiba conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais” (Ibid.; p.36).

Dessa forma, neste ciclo os objetivos da Matemática são “ampliados e alguns dos blocos de conteúdos têm seu estudo aprofundado” como no bloco tratamento da informação que desenvolve o “raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico por meio de situações de aprendizagem” para que habilidades sejam identificadas, no entendimento de Costa (Ibid. ;) como:

- Coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas, gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas.

---

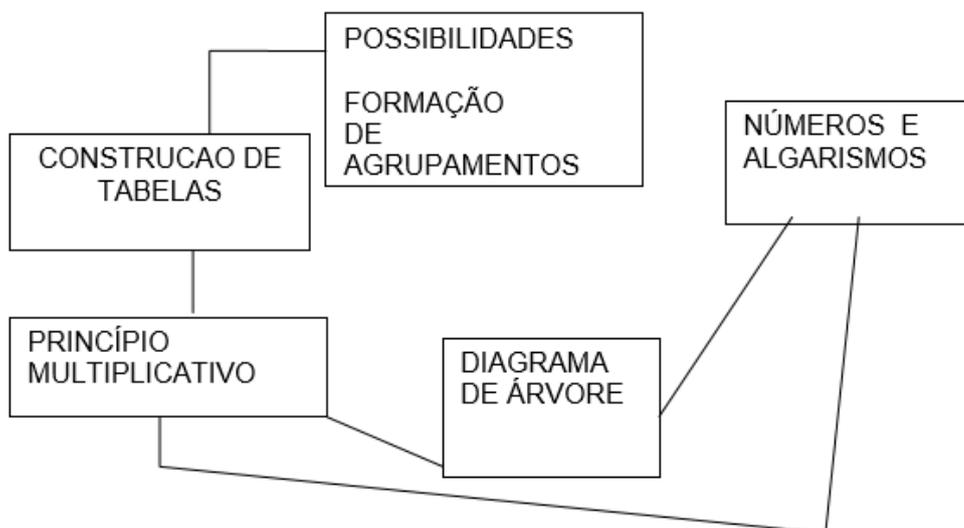
<sup>18</sup> Entende-se tal pensamento como formas de contagem que envolvem combinações. É a capacidade de saber interpretar enunciado do problema e combinar a ordem dos elementos dados.

- Resolver situações problemas que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação de probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão.  
Com relação especificamente à Combinatória [...] ‘levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para a sua aplicação no cálculo de probabilidades. Reiteramos [o autor] que a Combinatória não pode ser vista apenas como uma ferramenta para o cálculo de probabilidade (COSTA, 2003, p. 36-7)

Portanto, para este autor, o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória deve estar interligada com a Estatística e a Probabilidade para que o aluno desenvolva habilidades para:

- “-Construir, ler e interpretar tabelas e gráficos e escolher tipo de representação gráfica mais adequada para expressar dados estatísticos.
- Resolver problemas de contagem e indicar as possibilidades de sucesso de um evento por meio da razão” (COSTA 2003, p. 37-8)

Considerando o desenvolvimento de tais habilidades pelo aluno, Costa (Ibid.;) apresenta o que considera uma “rede de conhecimentos e técnicas para o ensino:



**Figura 4.** Conteúdos 6º e 7º ano do Ensino Fundamental.  
**Fonte:** Extraído de Costa (2003, p. 39)

Das técnicas indicadas, é bastante comum perceber o ensino do diagrama da árvore para ensinar Análise Combinatória. No Fundamental II esse conteúdo inicia pelo Princípio Fundamental da Contagem, mas conhecido como Princípio

Multiplicativo, a Permutação, o Arranjo e a combinação, assim descrito por Morgado et al.; (1991):

[...] o Princípio Fundamental da Enumeração ou Princípio da Multiplicação diz que se uma decisão d1 pode ser tomada de x maneiras e se uma decisão d2 pode ser tomada de y maneiras, então o número de maneiras de se tomarem decisões d1 e d2 é xy. (Morgado *et al.*; 1991, p.18).

Como pode ser notado, tal princípio se diferencia da permutação, que para Michaelis (2004), significa ato ou efeito de trocar, mudança de um pelo outro, misturar.

Dessa forma, agrupamentos podem se formar com uma quantidade definida de elementos, de modo que o agrupamento formado se diferencie dos demais pela ordem dos elementos.

Ressalta-se que nas situações problemas de combinação e permutação aparecem nos problemas em que se utilizam todos os elementos disponibilizados e, trocando esses elementos de posição, pode-se formar novos subconjuntos do conjunto dado.

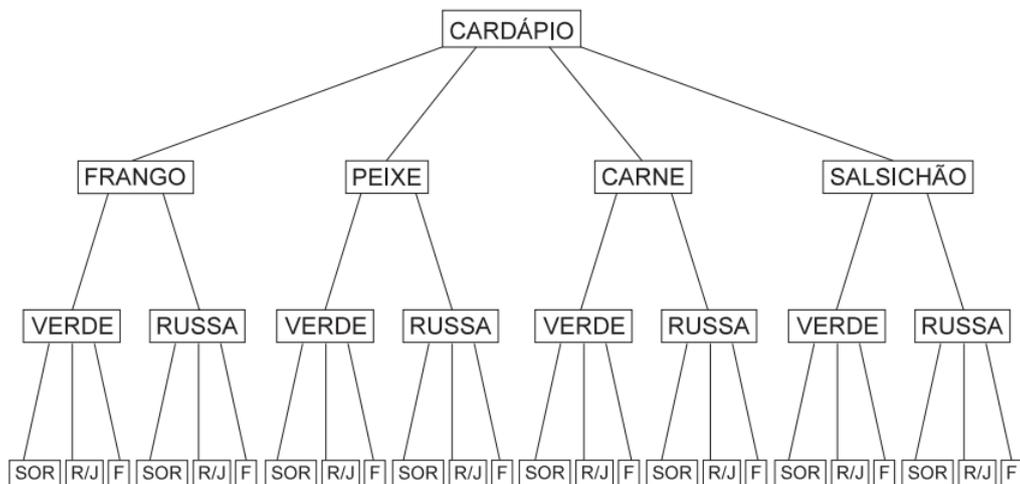
[...] para resolver o problema das combinações simples basta notar que selecionar p entre os n objetos equivale a dividir os n objetos em um grupo de p objetos, que são os selecionados, e um grupo de n – p objetos, que são os não selecionados[...]" (Morgado *et al.*; 1991, p.18).

Retornando a Esteves (2001) a utilização de diagramas de árvores na resolução de problemas combinatórios pode ser caracterizada como um processo recursivo, isto é, uma representação.

A aula 48 da Unicamp, já citada, traz um exemplo de um problema destacando a técnica árvore de possibilidades com a seguinte situação:

[...] um restaurante prepara 4 pratos quentes (frango, peixe, carne assada, salsichão), 2 saladas (verde e russa) e 3 sobremesas (sorvete, romeu e julieta, frutas)". Nota-se que de quantas maneiras diferentes um freguês pode se servir consumindo um prato quente, uma salada e uma sobremesa? (SITE UNICAMP [s.d])

Um outro exemplo de árvore, exemplificada pelo autor:



**Figura 5.** Árvore de Possibilidades com um cardápio.

**Fonte:** Extraído de site UNICAMP [s.d]

Diagrama como esse observou-se usado no PEEM, pela professora, participante deste estudo, o que pode ser compreendido que para avançar para conteúdo do Ensino Médio, são retomados o princípio multiplicativo e a ideia de agrupamento, em combinações simples.

Continuando com Costa (2003, p. 39) o quarto ciclo que corresponde ao 8º e 9º ano, finda da primeira etapa da Educação Básica o “Bloco Tratamento da Informação, visa o desenvolvimento do raciocínio estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações problemas”. Dessa forma o autor apresenta as habilidades para que estratégias de ensino sejam organizadas:

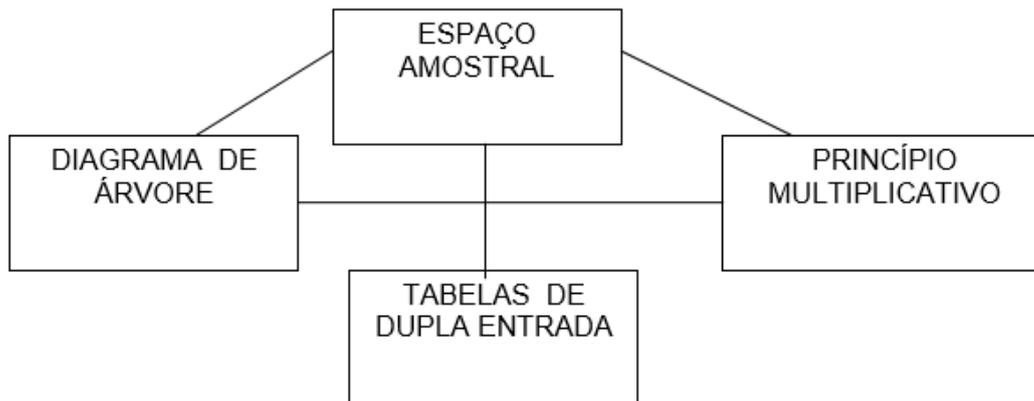
“-Construir, tabelas com frequência e graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como, elaborar conclusões a partir da leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos.

-Construir um espaço de amostra de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos [...]

- Construção do espaço amostral” (COSTA, 2003, p. 39-40).

Para este autor (p. 40), os objetivos acima, denota um “aspecto intraconectivo [...] entre as diferentes áreas da matemática, mais especificamente a Combinatória [...]”. Nota-se a ampliação para representação de quantidades maiores para que os alunos “percebam o princípio multiplicativo” e escolham recursos que sejam mais fáceis, para resolver os problemas. Ou seja, empreguem estratégias mais

econômicas, conforme exemplificado por Esteves (2001) apud Costa (2003, p. 40): “De quantos modos podemos distribuir 8 presentes para 8 pessoas, dando um presente para cada um”. Da mesma forma Costa (p.40) apresenta a “rede de conhecimentos mínimos a ser construído neste ciclo:



**Figura 6.** Conteúdos 8º e 9º ano do Ensino Fundamental  
**Fonte:** Extraído de Costa (2003, p. 41)

Diante dos conteúdos indicados nos diagramas para os quatro ciclos Costa (2003) considera desafio preparar professores, no exercício profissional, uma vez que a formação inicial não contempla atividades essenciais à atividade docente, como do conhecimento pedagógico do conteúdo, que acredita-se envolver e entender o que a sociedade espera que os professores ensinem e os alunos aprendam, presentes nos PCNs, não utilizados na formação como instrumento de compreensão entre a formação acadêmica e a escolar na Educação Básica.

É importante ressaltar que Costa (2011) da mesma forma que Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011) constata que a formação inicial não proporciona “subsídios suficientes para realizar o trabalho didático-pedagógico” no que diz respeito ao raciocínio combinatório por meio da modelagem e resolução de problemas. Observou ainda, que a formação é centrada no tecnicismo, com conhecimento de conteúdos apenas por meio de fórmulas que, segundo o autor, não contribui para “a construção de um conhecimento combinatório significativo” (COSTA, 2011, p. 2).

Ao pesquisar como os professores incorporam os temas ligados a combinatória, probabilidade e estatística na Educação Básica, Santos (2005) constata que de modo geral, os professores do E.F e Médio não consideram viável o ensino de

tal objeto por considerar complexo demais, são resistentes ao tema ao afirmarem não ter conhecimento por não ter estudado na graduação.

Apresenta-se alguns conteúdos para ensino de Análise Combinatória que Sabo (2010) identifica como pertinentes ao Ensino Médio envolvendo situações-problemas relacionados ao agrupamento de simples objetos pelo Princípio Fundamental da Contagem (PFC), Arranjo simples, Permutação simples e com Repetição e Combinação (SABO, 2010).

Da mesma forma que Esteves (2001) e Costa (2003), Sabo (2010) atribui significativo valor a resolução de problemas, no entanto, julga como 'caminho nutritivo' [...] as fórmulas deixarão de ser ponto de partida na construção do conhecimento [...], a fim de desenvolver, discutir e generalizar algumas noções referentes ao estudo de Análise Combinatória, que usualmente são desenvolvidas nas aulas de Matemática do Ensino Médio. Para este autor, cada técnica utilizada deve ser discutida, mostrando a fórmula como resultado do processo e não o contrário (SABO, 2010, p. 86).

Por fim, considera-se que a abordagem do raciocínio combinatório desde os primeiros ciclos do ensino é de essencial importância e se faz necessária, tendo em vista que, envolve os Princípios Aditivo e Multiplicativo, que são essenciais para a evolução do raciocínio matemático e conseqüentemente para compreensão de situações problemas. Assim, compreende-se o motivo pelo qual esse conteúdo está presente em toda a Educação Básica e tal referencial contribui significativamente para compreender o saber do conteúdo específico e pedagógico mobilizado pela professora envolvida neste estudo.

No item seguinte, apresenta-se uma rápida abordagem sobre problemas envolvendo o princípio multiplicativo e estratégias de solução e registros como o objeto deste estudo é tratado nos documentos oficiais.

### **3.3. Análise Combinatória: abordagem nos documentos oficiais**

No Ensino Fundamental I o raciocínio multiplicativo é desenvolvido em tipos de problemas de *correspondência um-a-muitos*, que traz também a ideia de proporção e trabalha a ação de replicar, com que apresenta três subtipos: multiplicação, problema inverso de multiplicação e produto cartesiano; este último desenvolve o raciocínio combinatório (NUNES, BRYANT, 1997), como exemplo: Paulo vai viajar levando 6

shorts e 8 blusas. Quantos trajes diferentes ele pode vestir mudando seus shorts e blusas?

As escolas organizam sua proposta de ensino de Matemática com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para os anos iniciais (BRASIL, MEC, 1997). Nesse documento traz os conceitos da multiplicação essenciais para o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo, dentre eles, o combinatório.

Segundo os PCNs, para desenvolver o raciocínio sugere-se situações problemas denominados combinatórios ou combinação, a exemplo: para festa de São Pedro na rua da Igreja São Peregrino, tem 08 homens e 10 mulheres para dançar quadrilha. Quantos pares diferentes posso formar se todos os homens dançarem com todas as mulheres? Esse problema guarda semelhança com o produto cartesiano classificado por Nunes e Bryant (Ibid.;

Para Vergnaud (1983,1991), problemas envolvendo raciocínio combinatório denomina-se como produtos de medidas, a exemplo: Tenho 3 blusas (azul, amarela e verde) e 2 shorts (bege e preta). Quantas combinações de roupas posso fazer, usando todas as blusas e shorts? Essa situação se assemelha com o produto cartesiano de Nunes e Bryan (1997) e combinatória presentes nos PCNs de Matemática (BRASIL, 1997).

Por isso, é fundamental o professor atentar para diferenças conceituais mesmo quando os procedimentos de cálculos são iguais, no pensamento de Vergnaud (1991). Para esse teórico, a ampliação da perspectiva conceitual de uma criança exige competência para realização do cálculo relacional (envolvem operações de pensamento necessárias para compreender as relações envolvidas na operação) que traduz a capacidade da criança para escolha da operação adequada ao que o problema propõe e para a realização do cálculo numérico. Cabe, pois, ao professor a observação do desenvolvimento do raciocínio do aluno para avaliar sua aprendizagem.

Dessa maneira, entende-se que os problemas que envolvem possuem denominações diferentes, tais como: produto de medidas (VERGNAUD,1983, 1991); produto cartesiano (NUNES; BRYAN,1997) e combinatória, nos PCN (BRASIL, 1997) envolvem a ideia de *raciocínio combinatório* (termo utilizado neste estudo) sobretudo, presentes no currículo do Ensino Fundamental I e nos livros didáticos.

É importante salientar e reforçar que nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o estudo dos problemas elaborados ou selecionados pelo professor para o ensino de

combinatória “devem ser resolvidos de modo intuitivo e integrado ao princípio multiplicativo da contagem [...] para dar sentido ao conceito de multiplicação (FREITAS; BITTAR, 2004, p. 221). Os autores apontam alguns exemplos:

- Em uma lanchonete, o cliente pode comprar um sanduiche e um refrigerante por R\$ 3,00. Para o sanduiche, ele pode optar entre um hambúrguer ou um cachorro quente e, para o refrigerante, as opções são: coca-cola, guaraná ou fanta. Quantos lanches diferentes são possíveis [sic]fazer?
- Com os algarismos 1, 2 e 3, quantos números de dois algarismos podem ser formados?
- Cinco pessoas se encontram em uma festa e trocam apertos de mão. Cada pessoa aperta a mão de cada uma das outras apenas uma vez. Quantos apertos de mão serão dados?
- Quantos grupos diferentes, com 3 participantes, podemos formar com os alunos Pedro, João, Cláudia, Marta e Carlos. E se Pedro deve obrigatoriamente participar do grupo, quantas possibilidades teremos? (FREITAS; BITTAR, 2004, p. 221)

Em conformidade com os autores já citados, tais exemplos trabalham o aspecto combinatório da multiplicação e está relacionado diretamente ao estudo da multiplicação. No entanto, o entendimento do problema é fundamental por parte dos alunos para resolver, sem decorar uma regra a ser usada. Sugerem o uso de materiais concretos para descobertas das possibilidades, sobretudo, quando utilizadas situações do cotidiano dos alunos.

Quanto a probabilidade, pode ser tratada na previsão do tempo, no planejamento de um piquenique, em programações de partida de futebol. Para determinar se determinado evento vai acontecer pode ser explorado em vários níveis de escolaridade.

Nos anos iniciais o objetivo é que o aluno perceba que em seu cotidiano acontecimentos são de natureza aleatória ou casual, sendo possível identificar prováveis resultados de um determinado evento.

Nas Orientações Curriculares do Acre, o desenvolvimento do raciocínio combinatório é proposto nos anos iniciais do Ensino Fundamental I com o estudo dos números e a observação de regularidades e resolução de situações problemas no campo aditivo e multiplicativo estimulando diferentes registros para explicar o resultado encontrado. No campo multiplicativo de 1º ao 4º ano não consta como conteúdo a exigência de ensinar ideias de combinatória. No entanto, no 4º ano é colocado como sugestão de atividade “situações problema que envolvam o significado

de combinatória, realizados oralmente e por escrito, para que as crianças explorem formas de solução, encontrem a resposta e a validem” (ACRE, 2009, p. 57).

Nota-se que este conteúdo matemático apresenta lacunas nos anos iniciais, pois acredita-se que por não está descrito no documento de forma explícita, o professor pode não vir a desenvolver questões simples como as citadas por Nunes e Bryant e Vergnoud, o que compromete o desenvolvimento do ensino e aprendizagem, já que são conhecimentos necessários e imprescindíveis para abordagem e entendimento das ideias de combinatória, neste caso específico, probabilidade e estatística.

Nos PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) contém a orientação para o desenvolvimento do raciocínio combinatório de 5ª a 8ª série (atual 6º ao 9º ano). Dessa forma, os primeiros contatos do aluno deve ser com problemas do tipo “De quantas maneiras diferentes podemos somar dois números cuja soma dê 10?”, ou seja, os problemas são elaborados no eixo números e operações explorando situações que envolvam contagens, medidas de códigos numéricos para que o aluno construa o pensamento numérico e ao mesmo tempo, já utilize estratégias de contagem por combinação de números, introduzido no bloco números naturais, sistema de numeração decimal e no bloco tratamento da informação (BRASIL, 1998, p. 50-2).

Já nas Orientações Curriculares Locais (OCs) (ACRE, 2010) ao tratar de como avaliar a aprendizagem do 6º ano, indicam algumas habilidades que o aluno deve adquirir: saber analisar, interpretar e resolver situações problemas envolvendo combinatória com estudo dos números naturais, bem como, apresentar formas de solução, encontrar a resposta e validá-la. No 7º ano amplia-se para os números racionais. Já no 8º ano inicia-se o termo matemático “eventos, espaço amostral” e uso dos recursos, tabela e árvore de possibilidade, continua-se no estudo dos racionais centrado em porcentagem, no 9º ano, retoma e aprofunda (ACRE, 2010), conforme apresenta-se no Quadro 4.

Ano /Modalidade	Objetivo aprendizagem (capacidades a serem desenvolvidas)	Conteúdo a ensinar
6º E.F II	Análise, interpretação, formulação, resolução e validação de respostas em situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações dos campos aditivo e multiplicativo, envolvendo números naturais e racionais.	Análise, interpretação e resolução de situações-problema que envolvem combinatória, para que os alunos precisem discutir formas de solução, encontrar a resposta e validá-la.
7º E.F II	Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.	Análise, interpretação e resolução de situações-problema, usando números inteiros e racionais que envolvem os diferentes significados da adição e da subtração envolvendo combinação.
8º E.F II	Indicar a possibilidade de sucesso de um evento, indicando-a pelo uso de uma razão ou expressando-a pelo uso de porcentagem.	Situações que explorem simulações e experimentações para indicar a possibilidade de ocorrência de um determinado evento.
9º E.F II	Resolução de situações problema com aplicações do princípio multiplicativo da contagem para determinação do número de elementos do espaço amostral e do evento, sem a utilização de fórmulas.	Atividades em que o aluno constrói tabelas ou árvores de possibilidades para apresentação do espaço amostral de um determinado experimento; Situações problema que explorem números um pouco maiores para que o aluno perceba que o princípio multiplicativo é um recurso que auxilia a resolver mais facilmente muitos problemas que envolvam contagem. Atividades que podem ser resolvidas pela aplicação do princípio multiplicativo da contagem para determinação do número de elementos do espaço amostral e do evento, sem a utilização de fórmulas.

**Quadro 4.** Orientações Curriculares E.F II Análise Combinatória.

**Fonte:** Extraído e Adaptado Orientações Curriculares do Acre (2010).

O tempo pedagógico necessário para os outros conteúdos curriculares, limitam o trabalho didático - principalmente do 6º ao 9º ano - para o desenvolvimento das ideias de combinatória a partir de situações problemas, probabilidade e estatística na sala de aula<sup>19</sup>.

No que tange ao Ensino Médio, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) recomenda-se que o bloco Análise de dados e probabilidade seja ensinado em toda Educação Básica, sobretudo, no ensino médio com abordagem de “ideias de incerteza e de probabilidade, associadas aos chamados fenômenos aleatórios [...] presente nos mundos natural e social”. (BRASIL, 2006, p. 78).

De acordo com o documento, isso possibilita a ampliação e formalização dos conhecimentos “sobre o raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico” para que os alunos tenham acesso a variados modelos de ação e traz como exemplo:

“[...] é possível simular o que ocorre em certa pesquisa de opinião estimando, com base em uma amostra, a fração de balas de determinada cor em uma caixa. O estudo da estatística viabiliza a aprendizagem da formulação de perguntas que podem ser respondidas com uma coleta de dados, organização e representação. Durante o ensino médio, os alunos devem aprimorar as habilidades adquiridas no ensino fundamental no que se refere à coleta, à organização e à representação de dados. Recomenda-se um trabalho com ênfase na construção e na representação de tabelas e gráficos mais elaborados, analisando sua conveniência e utilizando tecnologias, quando possível. Problemas estatísticos realísticos usualmente começam com uma questão e culminam com uma apresentação de resultados que se apoiam em inferências tomadas em uma população amostral [...]” (BRASIL, 2006, p. 78).

Percebe-se que os três tipos de raciocínio: combinatório, probabilístico e estatístico são abordados no E.M, para aprimoramento de habilidades já adquiridas no Ensino Fundamental; isto quando trabalhado. No caso da Combinatória além da função de auxiliar o cálculo das probabilidades é fundamental para compreensão das “ideias de experimento composto a partir de um espaço amostral discreto e as operações combinatória” (BRASIL, p. 79) como exemplo:

---

<sup>19</sup> Posicionamento pessoal da pesquisadora a partir da sua experiência pedagógica, pois, no 6º ano, com exceção de 02 conteúdos, os demais são todos um aprofundamento dos anos anteriores. A partir do 7º ano são conteúdos novos exigindo assim, um tempo maior que torna a carga horária anual insuficiente.

[...] ao extrair aleatoriamente três bolas de uma urna com quatro possibilidades, esse experimento aleatório tem três fases, que podem ser interpretadas significativamente no espaço amostral das variações.

A utilização do diagrama de árvores é importante para clarear a conexão entre os experimentos compostos e a combinatória, pois permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento [...]” (Ibid, p.79)

É possível observar que este documento não traz sistematizado o que se deve trabalhar dentro do denominado “bloco de análise de dados e probabilidade” não estando, portanto, explícito. Por exemplo, no texto não é abordado ensino de fatorial, permutação e arranjos, comumente encontrado nos livros didáticos (Ibid., p. 78).

Nas OCs para o Ensino Médio (E.M), o ensino de Análise Combinatória no 1º ano retoma os conteúdos trabalhados no 8º e 9º ano, a ênfase é dada ao estudo da probabilidade e o uso dos termos árvores de possibilidades e espaço amostral (ACRE, s.d).

De acordo com o documento, o ensino de Análise Combinatória será abordado no 2º ano, cujo objetivo é possibilitar adquirir e aplicar conhecimentos que envolvem o princípio fundamental da contagem, sendo introduzido noções de fatorial para identificação de problemas de contagem (permutações simples); princípio multiplicativo de contagem pelas permutações com repetição com agrupamentos (arranjos simples) e pelo princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem e que envolvem subconjuntos com  $n$  elementos (combinação simples) bem como, resolução de problemas que utilizam o binômio de Newton. Todavia, a realidade da aprendizagem e do ensino não condiz com a descrição da orientação, pois observou-se que noções de fatorial não é tratada nos anos finais do E.F, e nem no 1º ano do E.M.

Ressalta-se que somente no 2º ano do Ensino Médio aparecem os termos anagramas, representações em diagrama de árvore, tabelas, em que é usada princípio fundamental contagem, o que deixa entender que o professor deve ter domínio do conteúdo para saber organizar assuntos e observar as técnicas de solução que os alunos utilizam para dar resposta aos problemas propostos. No terceiro ano, não consta orientação para a retomada ou aprofundamento de tal conteúdo específico (ACRE, s.d). Apresenta-se como o conteúdo é colocado nas Orientações Curriculares do Acre no Ensino Médio, no Quadro 5.

Ano /Modalidade	Objetivo aprendizagem (capacidades a serem desenvolvidas)	Conteúdo a ensinar
1º ano	Não indica	Não indica
2º ano	Compreender e aplicar o princípio fundamental da contagem, aplicar as noções de fatorial, identificar a natureza dos problemas de contagem, compreender e utilizar as noções de permutação, arranjo, combinação e binômio de Newton na resolução de problemas com uso de técnicas como Anagramas, representações em diagrama de árvore, tabelas, em que é usada princípio fundamental contagem	<p>-Interpretação e identificação de problemas que necessitam de contagem para sua resolução. -Interpretação e resolução de problemas que utilizam o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem e que não envolvem repetição de elementos (permutação simples).</p> <p>- Interpretação e resolução de problemas que utilizam o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem e que envolvem repetição de elementos (permutação com repetição).</p> <p>- Interpretação e resolução de problemas que utilizam o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem e que envolvem duas etapas de agrupamento (arranjos simples). -Interpretação e resolução de problemas que utilizam o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem e que envolvem subconjuntos com n elementos (combinação simples).</p> <p>-Interpretação e resolução de problemas que utilizam o binômio de Newton.</p>
3º ano	Não indica	Não indica

**Quadro 5.** Orientações Curriculares Ensino Médio- Análise Combinatória.

**Fonte:** Extraído e Adaptado Orientações Curriculares do Acre (s.d)

No que se refere aos Livros Didáticos (LD) no PEEM, até o ano de 2016 os professores usavam o livro do Novo Telecurso – Livro Matemática da Fundação Roberto Marinho. Porém, a orientação da coordenação geral do Programa, foi de suspender o uso justificando está obsoleto e de que fugia a metodologia, já explicada anteriormente e ainda, fora da realidade local.

Nesse contexto, cada professor do PEEM pesquisa em livros didáticos diversos para selecionar e organizar o assunto de cada teleaula. Assim, para desenvolver esta pesquisa, elegeu-se aleatoriamente, uma coleção do Fundamental I, II e Médio, todos do mesmo autor, Luiz Roberto Dante, a fim de evidenciar se o objeto em estudo é abordado no Ensino da Educação Básica, assim como, identificar tipos de assuntos e o capítulo em que é tratado.

O Livro Didático para o 1º ano Dante (2014, p. 165) Coleção Projeto Ápis, tem 8 capítulos, não traz descrito no sumário a proposta de desenvolver a ideia de raciocínio combinatório, no entanto, aparece no capítulo 6 que trata da adição e subtração. O autor traz uma orientação ao professor, ao lado do item, quanto ao ensino da tabela de dupla entrada que segundo ele, informalmente o aluno faz um cálculo de possibilidades usando o raciocínio combinatório. Nota-se que é utilizado um termo “Vamos ver de novo” apresenta um exemplo, sem desenvolver outras atividades, conforme Figura 7.

OBSERVE AS FORMAS E AS CORES E COMPLETE A TABELA.

**FORMAS E CORES**

Completar tabelas é uma tarefa importante, mas não muito simples para as crianças dessa faixa etária. Dê um tempo maior para entenderem e completarem a tabela de dupla entrada desta atividade. Se necessário, peça que a completem em duplas. Informalmente, o aluno faz um cálculo de possibilidades usando o raciocínio combinatório.


**Figura 7.** Tabela de dupla entrada  
**Fonte:** Extraído de Dante (2014, p. 165)

Na Obra do 2º ano Dante (2014, p.169), tem 10 capítulos, sendo que a ideia de raciocínio combinatório aparece no capítulo 7, que trata da Multiplicação, no subitem combinando possibilidades. O autor apresenta uma situação problema para formar combinação de pares, em seguida ideia de árvore de possibilidades, sem uso do nome dessa técnica, e, a partir dessas ideias, a elaboração do algoritmo da multiplicação. Na sequência, apresenta uma tabela de dupla entrada denominada pelo autor, tipos de sorvetes e sabores para o aluno interpretar a partir das imagens, quantificar o número de escolhas e escrever as duas possibilidades do algoritmo e outras situações sempre a partir de dois pares para escolha, apresentado na Figura 8.

Para aproveitar o próximo feriado, Cátia e sua turma programaram dois passeios: um de manhã e outro à tarde. Fizeram uma votação para decidir aonde ir. As opções eram estas abaixo e uma das possibilidades era teatro e cinema (T-C).

A ideia de contagem de todas as possibilidades é trabalhada nesta atividade.



manhã  $\left\{ \begin{array}{l} \text{teatro (T)} \\ \text{show de música (M)} \end{array} \right.$

tarde  $\left\{ \begin{array}{l} \text{cinema (C)} \\ \text{parque (P)} \\ \text{lanchonete (L)} \\ \text{jogar voleibol (V)} \end{array} \right.$

**a)** Escreva todas as possibilidades de escolha que cada criança teve.

T-C, T-P, T-L, T-V, M-C, M-P, M-L e M-V

**Figura 8.** Árvore de possibilidades.  
**Fonte:** Extraído de Dante (2014, p. 190)

Diferente do 1º ano percebe-se que o conteúdo já vem sistematizado, traz uma orientação ao professor quanto ao ensino da tabela de dupla entrada que segundo ele, informalmente o aluno faz um cálculo de possibilidades usando o raciocínio combinatório. Entende-se que a forma como é abordado o autor compreende a importância de desenvolver todos os conceitos de multiplicação.

Na Obra do 3º ano Dante (2014, p. 152), tem 9 capítulos e verifica-se que o autor não especifica o desenvolvimento de raciocínio combinatório no sumário, porém, no decorrer dos capítulos 01, 05 e 06 há diversas situações problema com o objetivo de aplicar a ideia de combinatória. Essas atividades propostas são denominadas de Possibilidades e são exibidas por meio de tabela, árvore de possibilidades e esquema de desenhos, apresentada na Figura 9.

**Possibilidades**

Para representar a classe do 3º ano **A** será escolhida uma dupla de alunos formada por um menino e uma menina. Veja os candidatos.



Viviane Augusto Mara Lurdes Carlos Júlia

- Para saber todas as possibilidades de duplas, podemos usar uma árvore de possibilidades. Observe e complete:



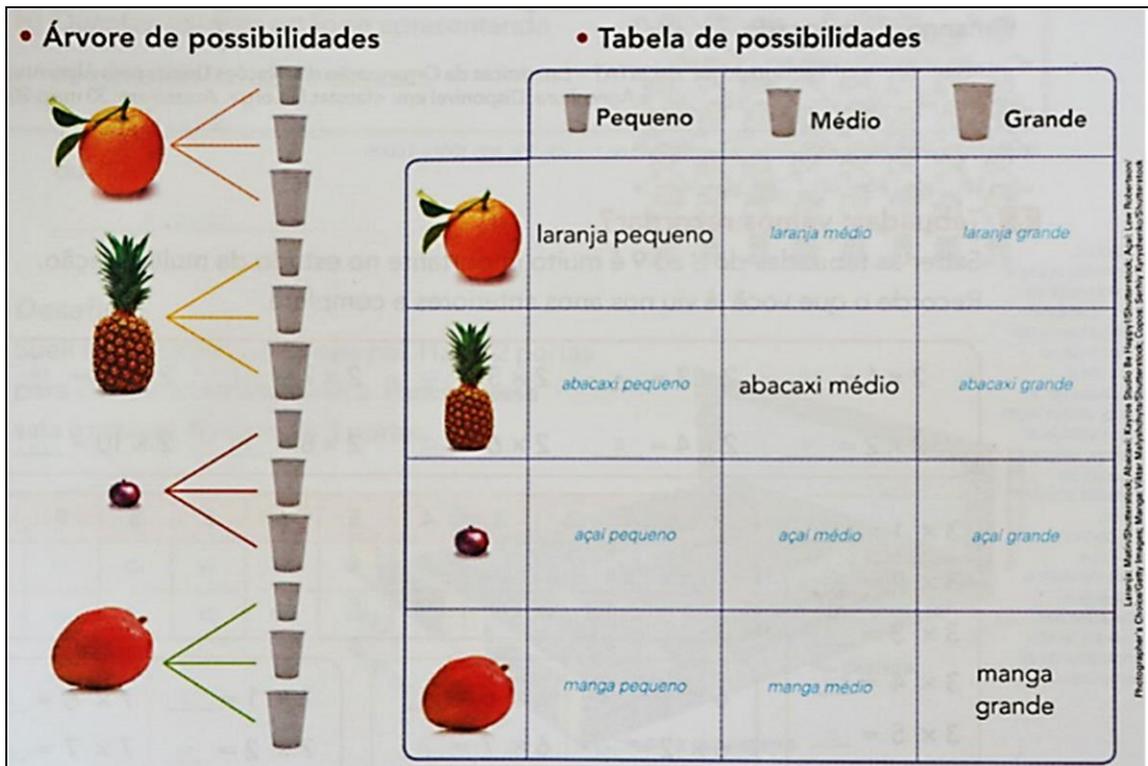
```

graph TD
    Augusto[Augusto] --- Viviane1[Viviane]
    Augusto --- Mara1[Mara]
    Augusto --- Lurdes1[Lurdes]
    Augusto --- Julia1[Júlia]
    Carlos[Carlos] --- Viviane2[Viviane]
    Carlos --- Mara2[Mara]
    Carlos --- Lurdes2[Lurdes]
    Carlos --- Julia2[Júlia]
  
```

**Figura 9.** Dupla de aluno/Árvore de possibilidades.

**Fonte:** Extraído de Dante (2014, p. 152)

Na obra do 4º ano Dante (2014, p.169), tem 11 capítulos. Não traz descrito a ideia de raciocínio combinatório, no entanto, aparece no capítulo 6 que trata da Multiplicação com números naturais, e utiliza o termo “Combinando possibilidades” apresenta as diferentes maneiras de chegar a uma resposta, utilizando a técnica árvore de possibilidades, tabela de possibilidades e a multiplicação. Nota-se que amplia a possibilidades de escolhas, aumentando assim, o grau de complexidade, apresentada na Figura 10.



**Figura 10.** Estratégia de Combinação.  
**Fonte:** Extraído de Dante (2014, p. 190)

Nota-se que o autor apresenta várias atividades e técnicas. Já a Obra do 5º ano, possui 8 capítulos, não vem descrito no sumário as ideias de raciocínio combinatório, porém, é abordado no capítulo 1 que trata do Sistema de Numeração Decimal, relação de ordem 4 no conteúdo Multiplicação e divisão com números naturais, com possibilidades de um evento acontecer, para observação e organização da ordem e o seguinte, a atividades de possibilidades de escolhas, figura 11.

**Possibilidades**

De quantas maneiras diferentes, em relação à ordem, 3 pessoas podem se sentar em um sofá de 3 lugares?

*6 maneiras diferentes (ABC, BAC, CAB, ACB, BCA, CBA).*

**Figura 11.** Maneiras de combinar.  
**Fonte:** Extraído de Dante (2014, p. 36)

Percebe-se que no 5º ano o autor apresenta poucas atividades espalhadas nos capítulos citados e define seu entendimento como “cada fato que tem chance de ocorrer em uma situação” do glossário da Obra (DANTE, 2014, p.372).

É importante ressaltar que os PCNs de Matemática orientam para o ensino de Combinatória do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental I, no entanto, não especifica o que deve ser abordado. Na OCs do Acre, não orienta de nenhuma maneira, no entanto, Vergnaud (1983, 1981), Nunes e Bryan (1997) e Freitas e Bittar (2004), consideram fundamental o desenvolvimento do pensamento combinatório nos anos iniciais. Talvez isso explique em alguns livros didáticos, a presença da abordagem de combinatória.

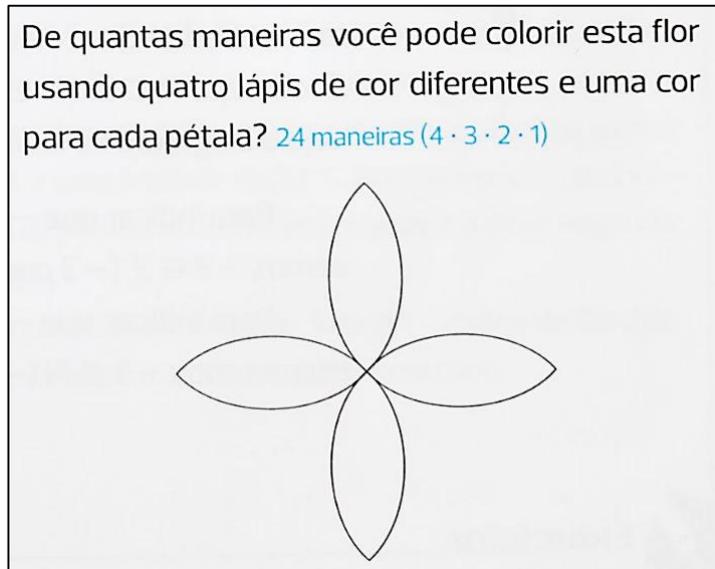
Embora este estudo centra-se no conhecimento pedagógico do conteúdo específico, concorda-se com Shulman (1986, 2005) que o conhecimento curricular seja uma ferramenta essencial de trabalho do professor. Ressalta-se que o PEEM utiliza a matriz curricular específica para subsidiar a elaboração dos planos de aula do (a) professor (a) e eles realizam consultas em livros didáticos variados para preparação de suas aulas, seguindo modelo de plano de aula do Programa que já traz as competências e habilidades, cabendo ao professor, organizar, selecionar e aplicar estratégias de ensino que colaborem para o alcance de tais competências/habilidades pelos alunos.

Os Livros Didáticos para o Ensino Fundamental II do 6º ao 9º ano são os que fazem parte coleção Projeto Teláris de Dante (2012). A Obra do 6º ano possui 9 capítulos e as ideias de combinação são tratadas no Capítulo 2, denominado “Operações fundamentais com números naturais e descrito no subitem “Multiplicação: ideias associadas e algoritmos, neste caso específico, é apresentado como a 3ª ideia associada à multiplicação: número de possibilidades ou combinações (DANTE, 2014, p. 51-2).

A Obra do 7º ano não traz ideia de combinatória, trata apenas das noções de estatística e probabilidade. No entanto, as OCs do Acre sugerem o desenvolvimento de conteúdos que tratam das noções de combinatória.

Já a Obra do 8º ano possui 9 capítulos e as ideias de combinação não estão sistematizadas no sumário, mas, encontra-se atividades trabalhando tal ideia no capítulo 1. O autor parte da compreensão que o aluno já domina tal conteúdo e apresenta apenas uma sequência de atividades. Observa-se que retoma os conhecimentos tratados nos anos anteriores intensificando a exigência da interpretação do problema, já introduzindo a ideia de fatorial com uso da multiplicação pela adição e pela multiplicação, sem uso desse termo. Vale ressaltar que a Obra traz

06 (seis) situações problemas com maior grau de abstração (DANTE, 2012) como apresenta a figura 12.



**Figura 12.** Problema de combinação.

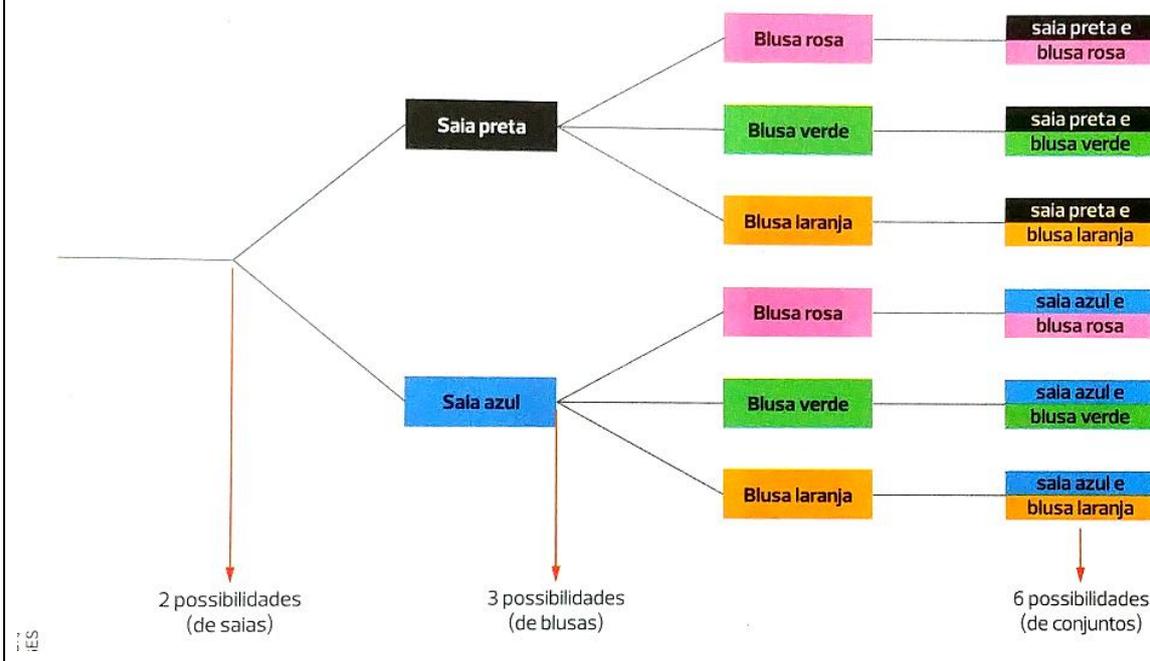
**Fonte:** Extraído de Dante (2012, p. 15)

Na Obra do 9º ano as ideias de combinatória são tratadas no último capítulo, denominado “Estatística, Combinatória e Probabilidade” e no subitem 3 traz especificamente - Combinatória: métodos de contagem. O autor apresenta um pouco da história de combinatória e atividades envolvendo o Princípio Multiplicativo da Contagem, utiliza o método de organização dos dados na tabela e a árvore de possibilidades para chegar a solução do problema. Diferente dos anos anteriores, onde se desenvolve a ideia de combinatória a partir da interpretação do problema, no 9º ano o autor apresenta a linguagem da matemática. Como exemplificado na Figura 13.

Se uma decisão  $D_1$  pode ser tomada de  $m$  modos e, qualquer que seja essa escolha, a decisão  $D_2$  pode ser tomada de  $n$  modos, então, o número de maneiras distintas de se tomar consecutivamente as decisões  $D_1$  e  $D_2$  é igual a  $m \cdot n$ .

No exemplo acima, tivemos duas decisões:  $D_1$  (escolher a saia, na qual há 2 opções) e  $D_2$  (escolher a blusa, na qual há 3 opções). Portanto, o número de maneiras distintas de tomarmos consecutivamente as decisões  $D_1$  e  $D_2$  é  $6 (2 \cdot 3)$ .

Podemos representar essa situação por meio de um diagrama chamado *árvore de possibilidades* (ou diagrama da árvore ou árvore de enumeração), que você já conheceu no 7º ano. Trata-se de uma maneira muito útil para apresentar todos os modos de uma decisão.



**Figura 13.** Linguagem Matemática.

**Fonte:** Extraído de Dante (2012 p. 338)

Ainda neste ano, Dante (2012) propõe situações problemas com o grau de complexidade mais elevado e traz atividades que desenvolve o conteúdo de Fatorial, mas não expõe ao aluno essa nomenclatura, tão pouco o conceito de tal conteúdo. Não traz orientação ao professor esclarecendo o estudo de Fatorial.

É importante ressaltar que nos PCNs de Matemática não evidenciam os conteúdos específicos que estão inseridos em Combinatória, pois é tratado de forma geral, dentro dos raciocínios Probabilístico, Estatístico e Combinatório e cabe ao professor formalizar, sistematizar os conteúdos e ampliar o raciocínio do aluno. Da mesma forma OCs do Acre, também não especifica de forma detalhada, trazendo um

único objetivo comum para desenvolver os três raciocínios (Probabilístico, Estatístico e Combinatório) cujos são tratados no Capítulo 2, denominado “Operações fundamentais com números naturais e descrito no subitem “Multiplicação: ideias associadas e algoritmos, neste caso específico, é apresentado como a 3ª ideia associada à multiplicação: número de possibilidades ou combinações (DANTE, 2012, p. 51-2).

No Ensino Médio observou-se o Livro Didático do Projeto Voaz de Dante (2012) volume único do 1º ao 3º ano. O estudo de Análise Combinatória não é tratado no 1º e 3º ano, apenas no 2º e da mesma forma estão nas OCs local. Esse livro é dividido em três volumes, cada um direcionado a um ano. O do 2º ano inicia no capítulo 11 e vai até o 21 e se apresenta com o tema “Trigonometria e Álgebra”.

Análise Combinatória é desenvolvida no capítulo 19 organizada a partir dos subtemas: fatorial, princípio fundamental da contagem, permutações simples, permutações com repetição, arranjos simples, combinações simples e problemas que envolvem vários tipos de agrupamentos. Destaca-se que o vocabulário se amplia, o conceito e fórmulas é tratado através do desenvolvimento de inúmeras situações problemas com maior grau de complexidade. A figura 14 exemplifica um problema de permutações com repetição.

Quantos são os anagramas da palavra BATATA?

Se os **As** fossem diferentes e os **Ts** também, teríamos as letras **B, A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>**, e o total de anagramas seria  $P_6 = 6!$ .

Mas as permutações entre os 3 **As** não produzirão novo anagrama. Então precisamos dividir  $P_6$  por  $P_3$ . O mesmo ocorre com os dois **Ts**: precisamos dividir também por  $P_2$ .

Portanto, o número de anagramas da palavra BATATA é:

$$\frac{P_6}{P_3 \cdot P_2} = \frac{6!}{3!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = 60$$

**Figura 14.** Problema de permutação com repetição.

**Fonte:** Extraído de Dante (2012, p. 345)

Observa-se que há uma concentração de conteúdos no 2º ano que poderiam ser distribuídos nos três anos. Além disso, é tratado no antepenúltimo capítulo e talvez não comporte o tempo escolar para desenvolvê-lo. Se observado os PCNs Matemática E.M (BRASIL, 2006) não define um ano para ser desenvolvido a temática. Deixa em aberto e a critério do Estado da Federação, o mesmo acontece com os autores de Livros Didáticos, que chegam às escolas distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Percebe-se que durante a Educação Básica este objeto de estudo apresenta lacunas no que diz respeito a distribuição do conteúdo nos documentos oficiais (PCNs, OCs Locais e Livro Didático) refletindo na forma como o professor desenvolve ou não em sala de aula. Situação que pode vir a influenciar de forma negativa no desenvolvimento do pensamento matemático e, em especial no estudo de probabilidade e estatística.

Este capítulo apresentou o referencial teórico de base que trata sobre prática docente e saber pedagógico do conteúdo específico como domínios necessários ao exercício da docência, trazendo reflexões sobre como se constitui o saber e a identidade profissional, bem como, as relações pedagógicas permeadas pelo uso dos documentos oficiais (PCNs, OCs e Livro Didático), principalmente o uso do LD como principal ferramenta para orientação do trabalho.

No capítulo seguinte descreveremos a metodologia da nossa pesquisa, bem como o local e critérios de escolha do sujeito, as etapas do trabalho de campo e a descrição do Produto Educacional.

## **CAPÍTULO 4. METODOLOGIA DA PESQUISA**

Este capítulo apresenta os caminhos percorridos para desenvolver a pesquisa, o referencial teórico e metodológico, local e escolha, perfil do participante da pesquisa bem como, instrumentos de construção de dados e informações e a descrição do produto educacional.

### **4.1. Abordagem teórica e metodologia da pesquisa**

Com base na natureza do objeto de estudo, optou-se pelo desenvolvimento de uma investigação fundada na abordagem qualitativa notadamente por meio do Estudo de Caso como metodologia a ser seguida:

“[...] um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade [...]” (PONTE, 2006, p. 125).

Ainda segundo Ponte:

“[...] na Educação Matemática os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e continuada de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, etc. [...]” (PONTE, 2006, p. 126).

Aproxima-se das contribuições de Shulman (1986, 2005), no que se refere analisar e interpretar os conhecimentos mobilizados pela participante da pesquisa sobre o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, e ainda, como organiza e aborda o objeto em estudo. Isso na busca de compreender como se dá a relação conhecimento pedagógico do conteúdo nas práticas do (a) professor (a).

Também Bell (1997) aponta uma vantagem dessa metodologia que é o investigador pesquisar sobre um caso específico. Cohen e Marion (1990) refere-se que o estudo de caso permite explorar a subjetividade dos fenômenos educativos e Yin (1989) analisa que essa investigação permite um estudo holístico e significativo de um acontecimento.

## **4.2. Local e critérios de escolha e perfil do participante da pesquisa**

Para a realização da pesquisa utilizou-se como critério principal, a escolha de 1 (uma) professora que exerce a função no Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM, e que por sua vez também é do quadro efetivo do Estado do Acre. Para identificação dessa professora, a pesquisadora participou, por um período de 4 h, da capacitação do ano letivo de 2015, que tinha o objetivo de subsidiar, de maneira geral, as disciplinas (Matemática, História Geral e do Brasil, Espanhol e Educação Física) que seriam desenvolvidas no Módulo II.

Os locais de construção dos dados foram nas escolas de lotação da professora e nos locais de planejamento pedagógico, que por sua vez eram definidos pela SEE.

A opção foi de pesquisar o Ensino Médio, já que no período da submissão do projeto de pesquisa o Ensino Fundamental II, não contava com nenhum profissional licenciado em Matemática.

### **4.2.1. Perfil da Professora Patrícia**

A professora Patrícia (nome fictício) é Licenciada em Matemática e atua na educação há 20 anos, dos quais 13 anos são dedicados a este Programa. É licenciada em Matemática, com conclusão em 1996 e pós-graduada a nível de especialização em Educação e Trabalho, concluída em 2000. Com idade de 44 (quarenta e quatro) anos e 20 (vinte) anos de prática didática no Ensino Médio; destes, 13 (treze) anos no PEEM, noturno, trabalhando com as disciplinas de Matemática, Biologia, Química e Física. Destaca-se como importante esse tempo que exerce a função de professora, apoiando-se em Tardif (2008), que reforçado por Fiorentini, Souza e Melo (2003) e Melo (2005) consideram relevantes à prática o saber experiencial e como fundamento da competência da profissão, ou seja, ao seu modo de ser e agir, neste estudo, considerado como saberes da prática de ensinar Análise Combinatória.

Na atividade docente, tem contrato de 30 horas semanais incluído planejamento, sendo 17 horas e 30 minutos em sala de aula. Além dessa atividade docente, Patrícia é Pesquisadora na Unidade Central de Geoprocessamento e Sensoriamento Remoto (UCEGEO), na Fundação de Tecnologia do Estado do Acre (FUNTAC), desde 1991 em horário integral (manhã/tarde). Embora com dois contratos diferentes, constatou-se que a professora planeja semanalmente, com o supervisor pedagógico que integra a coordenação do Programa na SEE, aos sábados por um

tempo de 4 horas aulas semanais, que reúne todos os professores de várias escolas para estudo do conteúdo específico, durante o planejamento.

Certamente, o planejamento pedagógico é o momento em que o grupo da professora Patrícia, composto por 11 (onze) professores e mediado pelo supervisor pedagógico que chega ao local do planejamento com uma pauta impressa, para cada professor, e a partir daí desenvolve-se tal planejamento, que compreende em:

- a) organizar e socializar os planos de aula da semana seguinte e a ainda, distribuição para cada professor das próximas aulas a serem planejadas;
- b) realizar um breve momento de estudo acerca de conteúdos que os próprios professores julgam mais complexos e que serão desenvolvidos na semana;
- c) entregar e socializar de complemento de aula (Textos informativos e sugestão de atividades) para determinado conteúdo, caso a equipe pedagógica tenha elaborado;
- d) compartilhar as dificuldades encontradas no dia a dia da escola e também para alinhar as informações entre secretaria e professor.

Dado o objetivo geral da pesquisa: Compreender como uma professora licenciada em Matemática que exerce à docência no Programa de Aceleração da aprendizagem do Ensino Médio – PEEM, mobiliza saberes do conteúdo específico e pedagógico para ensinar Análise Combinatória, e ainda, a experiência da pesquisadora no programa de aceleração do fundamental II – Projeto Poronga<sup>20</sup>, foi que motivou o interesse em desenvolver a pesquisa, a partir das observações e estudo de caso desta professora.

Como informantes da pesquisa, a coordenadora pedagógica<sup>21</sup> e os supervisores pedagógicos<sup>22</sup> do Programa de Aceleração do Ensino Médio – PEEM em duas escolas estaduais de Rio Branco, uma aula observada em 2015 e em 2016 observou-se um planejamento e duas aulas, em outra escola, com a mesma professora, no que se refere ao objeto deste estudo.

---

<sup>20</sup> Poronga - É uma luminária, uma lamparina que os seringueiros usam na cabeça para percorrer as estradas da seringa na floresta amazônica.

<sup>21</sup> Em resumo é a pessoa responsável pelas questões pedagógicas do PEEM, no Estado do Acre.

<sup>22</sup> Sinteticamente o supervisor é o responsável por manter as informações entre escola, professor e SEE; manter o grupo de professores integrado, motivado e em permanente produção. (ACRE, 2013)

Neste contexto, a investigação foi realizada em diferentes escolas estaduais do Município de Rio Branco. Para garantia de sigilo o nome das escolas as quais foram observadas as aulas e planejamento utiliza-se nomes fictícios. Os levantamentos da parte empírica da pesquisa ocorreram nos anos de 2015 e 2016.

No primeiro ano da pesquisa (2015), acompanhou-se a professora na Escola Estadual Palmares, no segundo ano (2016) continuou-se a pesquisa, após uma pausa<sup>23</sup>, na Escola Estadual Bem-Te-Vi e, atual local de lotação da professora Patrícia.

### **4.3. Etapas do trabalho de Campo**

Para a construção da pesquisa, desenvolveu-se investigação a partir de três etapas: levantamento do perfil e conhecimentos da professora sobre conteúdo e prática pedagógica, através de aplicação de entrevista semiestruturada para breve levantamento de dados para elaboração e aplicação de questionário 2016; observação em planejamento pedagógico em 2016 e observação de aula, em 2015<sup>24</sup> e 2016.

A primeira etapa ocorreu em 11 de novembro de 2016 com 1h de duração para levantamento de informações sobre perfil profissional (nome, idade, série/anos em sala de aula, ano de conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, dentre outros), conhecimentos da prática pedagógica do conteúdo específico do objeto deste estudo, concepções de ensino e aprendizagem e, o papel do PEEM e da formação continuada. Para isso, utilizou-se questionário semiestruturado instrumento de construção de informações e dados (Anexo 1).

A segunda etapa ocorreu a partir das observações do planejamento pedagógico nos dias 27 de agosto e 10 de setembro de 2016, com objetivo de verificar como ocorre as orientações para o ensino do objeto em estudo e/ou outras orientações. Para isso, foi realizado registro das falas dos professores presentes. Neste estudo, descreveremos apenas a forma como ocorre tal planejamento, por acreditar ser uma maneira diferente voltada à formação pedagógica.

---

<sup>23</sup> Por motivo de gravidez, solicitei o trancamento da matrícula por um período de 6 (seis) meses.

<sup>24</sup> Esta etapa foi determinante para a escolha do objeto de estudo. Até então, pensava ficar apenas na formação continuada sem definir um conteúdo específico.

Já a terceira etapa, observação das aulas ocorreram no ano de 2015 e 2016 teve como objetivo identificar e descrever o conhecimento pedagógico quanto ao ensinar e aprender Análise Combinatória. As observações foram organizadas em registros escritos, no que se denomina diário de campo, por meio de fotos em duas escolas diferentes, conforme a lotação da professora participante da pesquisa.

Por fim, na medida que se construiu o texto da pesquisa articulou-se ao referencial teórico assumido e ainda, refletiu-se sobre o Produto Educacional intitulado “Análise Combinatória – Sugestão de atividades com uso da ferramenta Power Point para anos iniciais do Ensino Fundamental e Médio.”

#### **4.4. Descrição do Produto Educacional**

Diante da importância do assunto, das aulas observadas e da questão de pesquisa - **Como a professora manifesta o saber pedagógico do conteúdo específico para aprender e ensinar questões de Análise Combinatória?**

O produto educacional construído no percurso do desenvolvimento desta pesquisa Produto Educacional, intitulado: “Análise Combinatória - Sugestão de atividades com uso da ferramenta Power Point para anos iniciais do Ensino Fundamental e Médio”, compõe texto em formato Word com orientações pedagógicas e 10 (dez) situações problemas e, sequência de atividades em Power Point, organizada em CD.

As sugestões de atividades são apresentadas com diferentes estratégias de resolução com base na interpretação do enunciado, tais como, árvore de possibilidades, tabela de dupla entrada, anagrama, fatorial. As orientações como desenvolvê-las busca contemplar maneiras de desenvolver o raciocínio combinatório nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio sobretudo, destacando os princípios fundamentais da Contagem que são pilares do pensamento combinatório, pondo em evidência o saber pedagógico ao selecionar e propor situações problemas tratados em sala de aula durante a observação da aula da professora Patrícia, mas, sobretudo, sequências com ênfase em 1) Combinação 2) Permutação 3) Arranjo 4) Partições.

Desta forma, o produto educacional tem como objetivo contribuir com a formação continuada de professores da Educação Básica do Estado, no que diz respeito à Análise Combinatória (Apêndice 1).

Por fim, neste capítulo buscou-se apresentar um panorama da metodologia que a pesquisa está se embasando, sendo ela o Estudo de Caso; o local e critérios de escolha dos sujeitos; quais as etapas do trabalho de campo e a descrição do produto educacional.

No capítulo seguinte, está apresentado a análise dos dados construídos, visando responder à questão de pesquisa.

## CAPÍTULO 5. MANIFESTAÇÕES DOS SABERES PEDAGÓGICOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

O objetivo deste capítulo consiste em responder à questão de pesquisa “- **Como a professora manifesta o saber pedagógico do conteúdo específico ao ensinar e aprender Análise Combinatória?**”

Construiu-se categorias de análise, ou seja, confrontou-se os dados construídos (questionário; observações de planejamento e de aulas) com o referencial teórico de saber pedagógico do conteúdo específico.

De modo especial, se obteve como categoria principal: **manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória** e, como subcategorias: a) durante o planejamento e, b) no desenvolvimento da aula.

Esta categoria compreende com base nos autores Charlot (2000), Shulman (1986, 2005) e Freire (1996) os quais tratam o que a professora manifesta em relação ao modo como produz e desenvolve sua aula. Ou seja, a relação dos saberes e identidade e domínio do conteúdo pedagógico específico e relação dialógica entre professor, aluno e saber.

Embora há interesses neste saber em especial, a compreensão se articula aos demais saberes (TARDIF, 2008) sobretudo, no planejamento/produção e desenvolvimento das aulas.

### **5.1. Manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória durante o planejamento/produção das aulas**

Ao analisar as respostas da professora Patrícia, no questionário aplicado, pode-se descrever aspectos relacionados a prática pedagógica em Matemática e especificamente, Análise Combinatória. A professora situa dois momentos antes e depois do PEEM. Ao referir-se ao antes respondeu que “*de forma resumida considero [a professora em estudo] que antes do PEEM, trabalhava de forma mais tradicional, apresentando inicialmente conceitos e explorando o assunto através de exercícios que apresentavam questões variadas, mas que continham uma tendência repetitiva*”.

Segundo a mesma, as formações realizadas antes do início do Módulo e a experiência contribuíram para um novo fazer pedagógico, quando expressa “*após as formações e minha experiência no PEEM procuro problematizar o conteúdo a ser*

*apresentado, antes das definições e, também, exemplificar com situações práticas*". Ou seja, evidenciou-se a problematização como um passo do programa presente em todo início de aula, que colabora com a aprendizagem pelo diálogo entre professor e aluno, conforme Bordenave e Pereira (1982).

Para diferenciar esses dois momentos de seu aprendizado, Patrícia exemplifica que antes *"levava para sala de aula exercícios repetitivos com objetivo de trabalhar o raciocínio multiplicativo, com tabelas de dupla entrada, interpretações para saber números possíveis de combinações extraídos de livros didáticos. Hoje, apresento exemplos com situações possivelmente vividas por eles [os alunos] e faço uma abordagem problematizada, através da manipulação de tarjetas, e outras formas sensoriais que os envolvam e os leve a sentirem parte do problema e capazes de buscar soluções"*. Nota-se, que a professora acredita na resolução de problemas e na manipulação de objetos como determinantes para aprendizagem da contagem, à compreensão do raciocínio multiplicativo e as várias possibilidades de representação, aproximando sua prática, às ideias de Costa (2004).

No Programa um professor desenvolve múltiplas disciplinas, por isso Patrícia acredita *"na importância de um professor especialista"*. Porém, atualmente diz *"ter consciência que um planejamento sistematizado e multidisciplinar pode romper essa barreira [do especialista] e preparar, enriquecer e fortalecer o professor para desempenhar seu papel com sucesso, mesmo que este não seja especialista na área em que atua"* para desenvolver o processo de ensino e aprendizagem.

Além dessa concepção acredita ainda, que *"quando o professor de Matemática conhece a história da humanidade e a história da Matemática, tem mais facilidade para compreender e associar os conteúdos didáticos e suas aplicações e assim, vivenciar o ensino e aprendizagem de forma bilateral, proporcionando ao aluno uma participação ativa neste processo, ou seja, uma simbiose onde ambos se beneficiam aprendendo mutuamente"*, aproximando assim, as ideias de Charlot (2000) da relação pedagógica como um conjunto de percepções, de representações de cada um.

Na visão de Patrícia o PEEM *"contribui significativamente na formação continuada dos professores, principalmente: ampliando habilidades multidisciplinares, proporcionando reflexões e intercâmbios que capacitam o professor no planejamento e execução das aulas, de forma problematizadora e crítica e percepção humanizada do histórico dos saberes dos alunos"* (Grifo nosso).

Ao referir-se ao planejamento de forma problematizadora e crítica evidencia-se que a professora desenvolve sua prática amparada na Pedagogia Crítico Social dos Conteúdos de acordo com Saviani (2001), Libâneo (1991) e Luckesi (1994) no que tange a prática social de problematizar a matéria de ensino para apropriação de conhecimentos teórico e prático.

Para a professora, a formação continuada é considerada de extrema importância *“para o fortalecimento e aprofundamento do conhecimento adquirido na graduação, assim como, para a concretização do perfil profissional do professor. Faz-se necessário vivenciar o processo ensino e aprendizagem para relacionar melhor o conhecimento adquirido na graduação e, também, a contínua investigação e auto avaliação do conhecimento e das práticas”*. O pensamento de Patrícia corresponde ao de Santos (2002) de que formação continuada funciona como parte integrante para a constituição do profissional, sendo esta, um processo contínuo.

Por fim, a maneira descrita por Patrícia ao responder ao questionário, revela sua percepção em relação a formação, atuação profissional, concepção e prática pedagógica em Matemática. Tal percepção observou-se em 03 (três) aulas observadas, 2015 (uma aula) e 2016 (duas aulas) para análise de sua prática.

## **5.2. Manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória durante o desenvolvimento das aulas**

### **5.2.1. Análise dos saberes e do conteúdo específico: observação de aula**

#### **○ Observação da aula - Saber Pedagógico aula 1**

No ano de 2015, observou-se 01 (uma) aula do conteúdo específico Análise Combinatória, no dia 13 de agosto de 2015 na Escola Estadual Palmares, conforme Plano de Aula (Anexo 02).

A observação da aula 48 tratou do tema o princípio multiplicativo com abordagem dos conteúdos previstos: Raciocínio Combinatório, Contagem, Aplicações e Propriedades e Fatorial de um Número com a mediação da metodologia da problematização, ao recorrer a situações e temas relacionados a realidade dos alunos, que Bordenave e Pereira (1982) consideram ideal para estudo e trabalho com que tratam da vida em sociedade.

Embora tenha aplicado a problematização, a Professora Patrícia não seguiu na íntegra todos os itens do rito metodológico (AREAL, 2016) mas, fez adaptações priorizando as situações problemas. Dinamizou a participação e integração dos alunos ao levar materiais concretos e criou uma situação problema para introduzir o conteúdo de Análise Combinatória, especificamente o assunto de raciocínio multiplicativo, contagem e fatorial de um número. A professora convidou dois alunos, Pedro e Sabrina (nomes fictícios) para irem à frente observar os acessórios organizados em cima da mesa: 3 óculos, 4 chapéus e 3 bolsas.

Nota-se que Patrícia não iniciou a aula propiciando debate sobre o conceito de combinação. Mas, já utilizando um problema. Supõe-se, que acredita que os alunos dominam tal conceito.

A professora questionou: quantas maneiras diferentes a Sabrina poderia combinar seu visual (look) com aqueles acessórios. Pedro fazia as combinações na Sabrina e com a ajuda da turma de alunos e as provocações da professora, eles foram tirando as suas conclusões. Apresenta-se imagens desse momento de estudo na figura 15.



**Figura 15.** Atividade de problematização/conteúdo.  
**Fonte:** Registro da autora, 13 de agosto de 2015.

Percebe-se que a metodologia propiciou envolvimento dos alunos na proposta da aula. Portanto, evidenciou-se que facilitou a compreensão e desenvolvimento do conteúdo e assunto abordado em sala, de maneira a contextualizar a matemática como um produto cultural e das relações sociais, do conhecimento de mundo que resulta de tal interação (D'AMBROSIO, 1993, 1991), (CHARLOT, 2000).

Portanto, procura-se fazer as possíveis correlações das ideias de Freire (2011) com o saber pedagógico do conteúdo específico, onde a sugestão é que o professor, a partir da localização que desenvolve atividades profissional reflita, construa conhecimento sobre o ambiente em que vive.

A esse saber, Shulman (1986, 2005), define como conhecimento necessário ao fazer pedagógico, imprescindível o professor dominar. Porquanto, observou-se que a professora manifestou esse domínio de conteúdo ao estabelecer relação entre sujeito-mundo com o saber, assim colocado por Charlot (2000), ou seja, colocar-se em relação saber – mundo - eu - os outros.

Na relação com o mundo constrói-se um conjunto de significados, como também a representação da atividade, que expressa um saber, no pensamento de Charlot (2000, p. 63) que o professor seleciona, organiza e desenvolve em sala de aula.

Com Freire (1996) e Charlot (2000) compreende-se ser necessário o professor, saber que a curiosidade move o desejo de aprender; sem a qual não se aprende e nem se ensina. Na aula, a professora assumiu essa postura instigadora no diálogo envolvendo o saber, professor e aluno.

Deste modo é fundamental que professor assuma postura dialógica, com abordagem epistemológica<sup>25</sup> do conhecimento, ou seja, sua origem e evolução social, problematize e estimule a curiosidade enquanto fala ou ouve.

Durante o planejamento da professora realizado em 2015, percebeu-se o cuidado e a atenção pedagógica no tratamento dos assuntos, à medida que elaborava exemplos e analogias com o cotidiano dos alunos. Tal atenção pedagógica Freire (1996), afirma ser fundamental, por oportunizar, conhecer e organizar o conhecimento existente para o ensino.

Dessa forma, a professora Patrícia que trabalha no Programa de Aceleração há 12 anos, planeja semanal aos sábados, como parte da dinâmica e rotina do Programa. Traz em seus planejamentos pedagógicos, orientações para os professores melhorarem suas aulas, no intuito de envolver os alunos, dado o histórico de baixa autoestima devido a diversos fatores como reprovação, período longo sem estudar e outros; para tornar significativo o trabalho que é desenvolvido diariamente.

---

<sup>25</sup> Entende-se como a evolução do saber ano a ano, ou seja, seu desdobramento.

Acredita-se que para o desenvolvimento dos conteúdos em sala de aula há necessidade de fato do professor aproximá-los à realidade concreta, bem como reflita e associe a razão de ser do saber específico ao organizar o ensino, implica numa ação de aprender a aprender (FREIRE, 1996) e refletir sobre sua prática na ideia de Shön (1992) e Nóvoa (1991).

Neste sentido ao observar, no dia 13 de agosto de 2015, a aula da professora Patrícia, percebeu-se em sua prática didática, manifestação de interesse de aportar o ensino a partir de uma realidade concreta. Notou-se que fez associações ao conteúdo específico, ao trazer para o debate número de placas de carro, jogos de Mega-Sena e possibilidades de combinações de vestuários para estudo de Análise Combinatória, que reforça a afirmação de Freire (Ibid.;) sobre discutir a razão de ser do conteúdo, sua função social e numa prática reflexiva, por parte da professora.

Por fim, acredita-se que na aula observada a professora utilizou metodologia de problematização que promove o diálogo e o envolvimento dos alunos na abordagem de Análise Combinatória, conforme referencial teórico assumido neste estudo, no qual Charlot (2000) trata o saber-aprende envolvido em uma relação nos aspectos individuais e sociais do sujeito para produzir significados.

Nesta dimensão, aproxima-se às ideias de Charlot (2000) saber-aprende e também às de Shulman (1986, 2005) sobre conhecimentos necessários para a constituição da profissionalização docente, uma vez que o professor mobiliza conhecimentos para adaptar o saber adquirido na sua trajetória de vida, escolar e acadêmica em saber de ensino, regulado ao nível de escolaridade e ainda, aos conhecimentos da cultura dos alunos. Entende-se que a professora construiu relações entre saber-aprende e ao mesmo tempo, demonstrou capacidade de mobilizar conhecimentos e adaptá-los para o ensino de Análise Combinatória na observação realizada.

Notou-se o domínio por parte da professora do conteúdo específico e pedagógico do conteúdo, ou seja, conhecimento prático segundo Fiorentini (1998) e Fiorentini, Souza Jr e MELO (1998), que por sua vez se aproximam das ideias de Shulman (Ibid.;) sobretudo ao considerarem que o conhecimento do conteúdo específico do professor vai além do sintático; mas sim, diz respeito a compreensão do significado, da natureza histórica, mas inclui ainda crenças e concepções particulares de cada profissional.

Ao trazer placas de trânsito para ensinar combinatória, a professora fez uma escolha, de assunto e estratégia de abordagem. Demonstrou domínio do conteúdo específico além do pedagógico, aproximando-se das ideias dos autores já citados. Acredita-se que esses saberes contribuíram para manutenção da atenção, participação e sinergia entre professor, aluno e conteúdo em estudo.

Ensinar fórmulas matemáticas não foi o ponto de partida, mas sim, o de chegada, o que contribuiu sobremaneira para que os alunos se sentissem capazes de ir a frente e demonstrar seu aprendizado ensinando como fizeram para obter o resultado.

Além disso, percebeu-se a dimensão do saber-aprende individual e social de Charlot (2000) como parte da cognição do professor, que se constitui na identidade profissional de cada docente que se expressa nos diferentes modos de organizar conceitos, assuntos essenciais a Matemática, que envolvem concepções e crenças que podem ser percebidos no modo que cada professor explora e na problemática de cada assunto, no pensamento de Fiorentini (1998) e Melo (2003) no qual os autores denominam de saber prático ou da prática.

### **5.3. Análise dos saberes e do conteúdo 2016: observação do planejamento pedagógico e observação de aula**

#### **○ Observação Planejamento Pedagógico mês agosto**

Ao participar do planejamento observou-se que a supervisão pedagógica distribui antes do encontro, os conteúdos do Bloco de aula a ser desenvolvido na semana. Tal plano de aula é elaborado e levado para o encontro de planejamento para ser apresentado e socializado entre os demais.

Percebe-se com clareza, que o propósito é gerar diálogos, reflexões e ajustes no plano de cada professor, de forma compartilhada, se aproximam às ideias de Freire (1996) sobre aprender a aprender, partindo de uma relação dialógica, neste caso, entre os professores durante o planejamento, e, às ideias de Charlot (2000) que saber-aprende se constrói na relação com o outro.

Porém, observou-se que o tempo de planejamento não é suficiente para leitura e discussão de todos os planos de aula da semana, o que de certa forma. Sendo assim, a equipe prioriza as aulas que julgam ser essenciais para discussão, colocando como critério a complexidade dos conteúdos e não, o planejamento individual para gerar o diálogo, aprendizagem do conteúdo específico sobre Análise Combinatória,

sobretudo para tirar dúvidas dos professores licenciados em outras áreas e que não dominam o conteúdo e seus desdobramentos.

Cabe ressaltar que no ano letivo de 2016, o planejamento deixou de ser semanal e passou para o formato de encontros quinzenais, pois os professores deixaram de receber a remuneração específica - aulas complementares - para esse planejamento aos sábados. Dessa forma, verificou-se que a demanda de trabalho permaneceu a mesma, e essa situação gerou insatisfação e desmotivação por parte dos professores.

Durante o planejamento realizado no dia 27 de agosto de 2016, já explicado anteriormente, os professores do Programa reuniram-se na escola Estadual Novo Horizonte e o supervisor pedagógico deu os informes sobre como seria esse Módulo que estava iniciando. Comunicou que os projetos complementares seriam vivenciados ao final do módulo; que a coordenação daria um apoio nas aulas que os professores apresentam mais dificuldades para conduzirem. Apresenta-se imagem do planejamento pedagógico na figura 16.



**Figura 16.** Planejamento Pedagógico.

**Fonte:** Registro da autora, 27 de agosto de 2016.

Observou-se que houve socialização das angústias da semana, em relação ao nível de aprendizagem dos alunos, principalmente na disciplina de Matemática. Os professores elencaram pontos para que fossem priorizados no decorrer do Módulo, tais como: conhecimento da tabuada, sistema de equações, nas operações multiplicação e divisão, mínimo múltiplo comum (MMC) e regras de sinal.

No caso das operações de multiplicação, destaca-se que essa deficiência pode vir a dificultar o entendimento e resolução de situações problemas que trabalha o raciocínio multiplicativo, que Costa (2003) e Morgado *et al.*; (1991) consideram que sem tal conhecimento os alunos terão dificuldade de desenvolver o raciocínio combinatório, sendo, pois, imprescindível sua compreensão por parte dos professores.

Neste planejamento não houve elaboração e/ou socialização das aulas da semana, devido ser o início do Módulo.

- **Observação Planejamento Pedagógico mês setembro**

Este planejamento ocorreu na Escola Estadual Bem-te-vi com objetivo de socializar e discutir as aulas das próximas duas semanas. Notou-se a preocupação dos professores que não são especialistas em Matemática para desenvolver os conteúdos: semelhanças de triângulos, cálculo de áreas e problemas de equação do 2º grau. O conteúdo de combinatória foi tratado em outro planejamento pedagógico<sup>26</sup>. Grande parte dos professores mencionou que pesquisa no YouTube para compreender melhor as aulas que irão desenvolver.

Tal ferramenta traz vídeos de Matemática que podem contribuir com o entendimento dos assuntos. Entretanto, Shulman (1986, 2005) coloca que dominar o conhecimento do conteúdo específico é fundamental para saber abordar um assunto, ou seja, sem dominar esse conhecimento fica comprometido o desenvolvimento pedagógico.

Esse pensamento é compartilhado por Sabo (2010) que aponta a necessidade de o professor discutir com os alunos cada técnica utilizada e as fórmulas. O encontro de planejamento é considerado essencial como espaço para saber-aprender, quando utilizado com essa finalidade, pois Santos (2005) afirma que o tema Análise Combinatória é ignorado na maioria das vezes pelos professores que consideram complexo.

Neste sentido, acredita-se que o professor que não é especialista em Matemática, terá dificuldades em selecionar, organizar o assunto e elaborar o Plano

---

<sup>26</sup> A pesquisadora principal não pode estar presente, mas, observou a aula apresentada pela professora Patrícia e a descrição do Plano de aula.

de Aula que apresenta dentro da estrutura adotada na problematização e leitura de imagens, (dados da Instituição, tema, conteúdo, habilidades, acolhida, atividade integradora, **problematização, leitura de imagens** e atitudes de cidadania), os outros itens não destacados, já vem numa matriz pré-determinada, que por sua vez é organizada em 04 (quatro) módulos e eixos temáticos para trabalhar com as disciplinas, sendo que o segundo eixo, o ser humano interagindo com o espaço direcionado as disciplinas de Matemática, História geral e do Brasil, Espanhol e Educação Física.

Cabe assim ao professor a capacidade de problematizar o conteúdo e selecionar imagens relacionadas aos temas das aulas do dia para desenvolver dentro do que Areal (2016) denomina de rito metodológico. Geralmente são desenvolvidas duas videoaulas, cada uma com temática diferente em um tempo de 4h/a assim prevista no Projeto. No entanto, devido ao ensino noturno ter tempo de 3h/a, reduzindo o tempo pedagógico, comprometendo o desenvolvimento do planejado. Somam-se a esse fato, o aligeiramento do processo que pode vir a comprometer o ensino e a aprendizagem.

Por fim, notou-se que espaço destinado ao planejamento constitui-se em um momento oportuno de reflexão pedagógica voltado ao aprender a aprender com o compartilhamento de informações, dúvidas e angústias com os outros professores do programa, sobretudo refletir sobre a própria prática, afinado com o pensamento de Nóvoa (1991) onde a formação ou formação continuada, no caso, o espaço de planejamento deve ser crítico-reflexiva numa perspectiva da auto formação.

#### ○ **Observação da aula: Saber Pedagógico Aula 2**

No ano no dia 28 de novembro de 2016, observou-se a segunda aula da professora Patrícia em uma nova turma do PEEM, na Escola Estadual Bem-te-vi. O conteúdo desenvolvido foi o de permutações, com abordagem de assuntos como fatorial.

A professora iniciou a teleaula colocando a palavra FLOR no quadro e questionou os alunos quantos fatoriais tinham essa palavra? É importante ressaltar que a professora já havia trabalhado raciocínio multiplicativo com essa turma, Anexo 2. (Planos de aula 48/49 e 50).

Um aluno respondeu que a palavra possuía 24 fatorial o que demonstra que Patrícia havia desenvolvido o conteúdo e o assunto anterior de forma que o aluno

tivesse base para responder. Isso revela que a professora domina tal conhecimento de acordo com Shulman (1986, 2005) que considera que sem esse domínio fica difícil ensinar, o conteúdo específico, no caso em estudo Análise Combinatória.

Prosseguindo a aula, a professora para certificar-se se os alunos estavam entendendo o assunto, escreveu no quadro magnético a palavra ARARA e perguntou: “- *E essa palavra que tem letras iguais?*”

Um outro aluno respondeu: “Fatorial de 3! e 2!? (Resposta de um aluno).

A professora questionou: “- *Tem o fatorial desses dois, mais não só isso!*” Observou-se que a partir da colocação de Patrícia o mesmo aluno, conclui a resposta, formulando o resultado assim descrito e confirmado pela professora:

$$\frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = \frac{20}{2} = 10$$

Com esse exemplo, da palavra FLOR e ARARA a professora pedagogicamente conduziu o processo de raciocínio dos alunos para por fim, introduzir fórmulas, como diz Esteves (2001), Costa (2003) e Sabo (2010) que elas não devem ser compreendidas como ponto de partida, mas sim discutida, como resultado do processo e não o contrário.

Após exemplificações participativas, a professora elaborou uma sequência de atividades no quadro e convidou os alunos a resolverem, sempre dialogando e mantendo uma relação onde foi possível perceber o bom relacionamento entre professor, aluno e saber, conforme Charlot (2000); Freire (1996) estimulado pela participação e o diálogo.

Na teleaula seguinte de nº 53, a professora abordou o conceito de probabilidades. Nota-se um desdobramento na construção do conhecimento curricular, que Shulman (1986) considera essencial.

Para iniciar a aula, a professora pediu um real emprestado de um aluno, de forma aleatória. Ocorre que dois alunos entregam dois reais. A professora de posse das moedas, questionou sobre os lados das moedas perguntando: “-*Como é conhecido cada lado da moeda?*”. A resposta dos alunos foi unanime: “- *Cara e coroa.* (Transcrito Diário de campo, novembro de 2016)

No momento seguinte, a professora pediu que assistissem a aula e ficassem atentos a duas situações: o que é probabilidade e como a gente chama o total de chance de a possibilidade acontecer.

Notou-se que durante a exibição da teleaula, Patrícia ia fazendo paradas, neste estudo denomina-se momentos, destacando os pontos já citados e, acrescentando outros importantes para a compreensão do conceito de probabilidade.

Observou-se que o conceito de probabilidade, nesta aula, foi colocado pela professora. No entanto, não foi elaborado a partir das experiências dos alunos, na sua relação com o saber (CHARLOT, 2000); acredita-se que em decorrência do tempo utilizado na primeira aula, e de certa maneira, não há flexibilidade no Programa, as aulas tem que ocorrer nas datas pré-estabelecidas; acredita-se limitar a prática pedagógica dessa professora. Houve neste momento de estudo, um aligeiramento no processo didático.

É importante ressaltar devido o tempo didático maior para a exercitação das atividades da teleaula 53<sup>27</sup>, considerados necessários, não foi possível desenvolver atividades para se trabalhar e aprofundar as questões discutidas na teleaula.

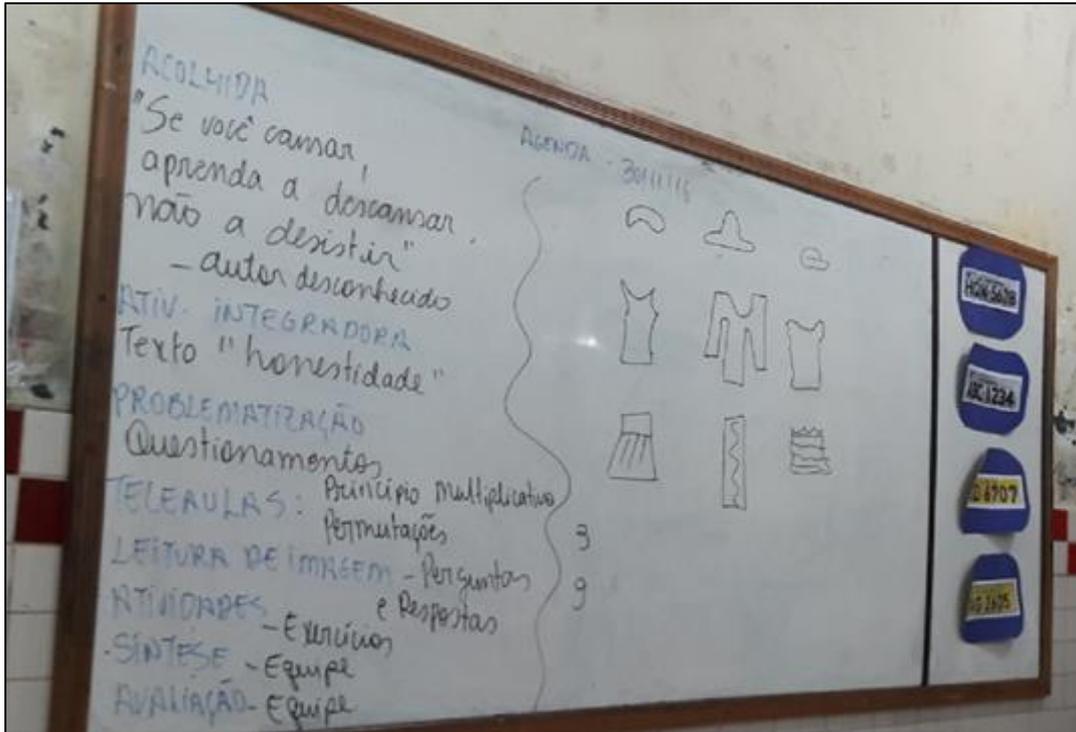
Como a pesquisadora atuou no Programa e vivenciou situações de não cumprir o planejado para a teleaula, afirma-se que o comum em situações como essa, era desenvolver em aulas posteriores, acredita-se que possivelmente isso tenha ocorrido.

- **Observação da aula: Saber Pedagógico Aula 3**

No dia 30 de novembro de 2016 observou-se a aula 48 de outra turma do PEEM, na Escola Estadual Bem-te-vi. O conteúdo desenvolvido foi raciocínio multiplicativo e permutação. Iniciou-se a aula com a atividade integradora e em seguida a problematização com a simulação de uma situação (oral) pela Professora Patrícia assim transcrita: A Raquel [aluna da sala] nossa modelo, foi pega de supressa para fazer um desfile e vai ter essas peças para se vestir. Quantas possibilidades vai ter para combinar? Fez o desenho no quadro magnético, apresentado na Figura 17.

---

<sup>27</sup> Teleaula que desenvolveu o conceito de probabilidade.



**Figura 17.** Registro Aula: Princípio Multiplicativo e permutação.  
**Fonte:** Da autora, 2016.

É importante ressaltar que diferente da aula 48 (2015) a professora não fez uso de material concreto, com exceção de tarjetas representando placas de trânsito. Mesmo assim, buscou contextualizar a partir da realidade, amparada no desfile da aluna que havia competido na escola.

Notou-se que os alunos participaram e tentaram resolver apontando respostas como: “um falou: 3 maneiras, outro 9 e outro falou: mais de 9” (Transcrição diário de Campo). Mas, somente com a intervenção da professora conseguiram resolver a situação. Percebeu-se que o uso de material concreto facilita o entendimento do conteúdo, embora nesta modalidade de ensino, o aluno não necessite mais apoiar raciocínio em material concreto, pois, subentende-se que já adquiriu raciocínio abstrato.

Considerando que o desenvolvimento do raciocínio combinatório na Educação Básica não é abordado em todos os anos, e quando abordado é tratado nas últimas unidades do LD (ACRE, 2008, 2009, 2010, s.d) e os PNCs de Matemática (BRASIL, 1997, 2006) apenas mencionam a importância de desenvolver raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico, deixando a critério de autores e especialistas definir como e o que ensinar.

Soma-se a essa ausência de evolução ano a ano, a distorção idade/série presente na clientela do Projeto e as dificuldades socioeconômicas e pedagógicas apresentadas por Areal (2016) contribuem para compreensão do porquê os alunos desta turma necessitam ainda de material concreto.

Destaca-se ainda, que na aula 48 o horário escolar de 4h/a do Projeto, além de ter seu tempo reduzido para 3h/a em função do horário noturno, tornou-se mais reduzido para 2h30 minutos por determinação da coordenação da escola.

Com este tempo reduzido, a professora buscou cumprir o rito fez uma segunda problematização com placas de trânsito, sem muita exploração didática, na sequência, apresentou a videoaula sobre permutação.

Em um determinado trecho do vídeo deu uma pausa para reforçar a ideia de permutação. Uma aluna fez a seguinte declaração: “nas aulas é uma maravilha. Mas na hora da prova, meu Deus do céu!” (Transcrito Diário de campo, novembro de 2016)

Essa fala leva a acreditar que os alunos muitas vezes decoram fórmulas, mas não aprendem e quando precisam aplicar, não conseguem interpretar e resolver problemas de contagem pela dificuldade de organizar, enumerar os dados, sistematizar; sendo percebido nas turmas observadas a dificuldade dos alunos. Para Esteves (2001), Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011) as dificuldades apresentadas pelos alunos decorrem de erros cometidos na formação inicial dos professores.

No PEEM, os professores são de licenciaturas diversas e não apenas Matemática, por isso, o conhecimento adquirido na educação básica e no momento do encontro de planejamento pode vir a se constituir como um espaço não só de formação, mas de auto formação.

Torna-se importante frisar, que a professora demonstrou domínio do conteúdo específico e pedagógico. Buscou problematizar as situações problemas recorrendo a situações da realidade, abrindo espaço para o diálogo entre professor-aluno, aluno-aluno e aluno-professor, criando um ambiente propício ao aprendizado.

Porém, nas aulas observadas verificou-se que o plano de aula sofria adaptações, do início ao fim, para efeito de aplicação. Considera-se uma limitação do Programa, pois acontece a socialização dos planos no planejamento pedagógico, mas a adaptação é feita na dinâmica da aula e não antes. Mesmo que a professora tenha estabelecido uma relação dialógica com os alunos e tenha apresentado exemplos comuns do dia a dia que está no campo de Análise Combinatória, essas adaptações são vistas como um ponto a melhorar.

Por fim, observou-se que possuir tais domínios não são suficientes, no caso específico do PEEM, por de certa forma “engessar” o desenvolvimento do saber e saber fazer, a exploração de conceitos e sobretudo a exercitação e práticas Matemáticas para consolidar /incorporar aprendizado dos conteúdos de ensino.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa ora realizada ***MANIFESTAÇÕES DO SABER PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO ESPECÍFICO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA: O CASO DA PROFESSORA QUE ATUA NO PROGRAMA DE FORMAÇÃO CONTINUADA - PORONGA MÉDIO*** é resultado de um estudo realizado a fim de compreender como uma professora licenciada em Matemática que exerce a docência no Programa de Educação do Ensino Médio – PEEM, mobiliza saberes do conteúdo específico e pedagógico para ensinar Análise Combinatória.

Constatou-se neste estudo que a professora realiza planejamento pedagógico, pois faz parte do compromisso contratual do professor do Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM. Essa rotina quinzenal contribui para um bom desenvolvimento da aula, pois Patrícia entra na sala com um plano munido de estratégias, analogias, comparações e exemplificações dos assuntos que fazem parte do tema maior Análise Combinatória. Desta forma, a professora vai além do conhecimento do assunto em si para a dimensão do conhecimento pedagógico. Demonstrou saber organizar assunto, propor estratégias de ensino e, sobretudo, estabelecer relação dialógica entre saber, conteúdo e alunos, com apoio em material concreto, a sua tática, a forma como torna o assunto compreensível colabora com a construção do conhecimento.

Patrícia elabora problematizações dinâmicas, atrativas, utiliza situações do dia a dia e material concreto, a exemplo: bolsa, chapéu, óculos e tarjetas, destacando a temática. Verificou-se um feedback positivo uma vez que imprime em seus alunos, o desejo de compreender o conteúdo específico. Vale ressaltar que esses alunos trazem em seus históricos, reprovação escolar, alguns estão há anos sem estudar, outros já passaram por uma desistência no decorrer do ano letivo, a autoestima é baixa, ou seja, a maioria da clientela está à margem da sociedade. Nesse contexto, a forma como a professora elabora e conduz a sua aula faz a diferença na vida do aluno, no sentido de ensinar e aprender, ou seja, estabelece relação entre o saber, o professor e o aluno.

Este estudo sugere possíveis contribuições para repensar o currículo de formação inicial e continuada, com foco no saber pedagógico de Análise Combinatória na Educação Básica:

- Contribuições da pesquisa: ao identificar lacunas tanto no currículo oficial e seu desdobramento nos livros didáticos, evidenciou-se que o conteúdo Análise Combinatória não é tratado como importante no currículo, além disso, percebeu-se que essa concepção parte da Licenciatura e chega às escolas. Este conteúdo fica a depender da compreensão e entendimento de cada professor, conforme revelado nas pesquisas presentes neste estudo.
- Observa-se lacunas no currículo oficial e nos livros didáticos que foram observadas quanto ao objeto de estudo que podem vir a comprometer o desenvolvimento de outros conteúdos como probabilidade.
- Quanto ao PEEM identificou-se que o tempo didático do Programa é incompatível com o tempo didático individual e social entre saber-aprende o que limita a ação do professor como protagonista do processo ensino e aprendizagem devido a presença de um “engessamento” do tempo de execução da teleaula e do Módulo como um todo. O ensino de Análise Combinatória observado neste estudo de caso foi sistematizado da seguinte forma: 1) Raciocínio Multiplicativo/Combinatório; 2) Contagem; 3) Aplicações e propriedades; 4) Permutações; 5) Número de Permutações; 6) Aplicações e Propriedades; 7) Permutações com repetição e 8) Simplificação de fatoriais. Esse conteúdo, é tratado tanto no Fundamental II quanto no médio. Percebe-se que não foi realizado um aprofundamento dos conteúdos, questões com grau de complexidade mais elevadas não foram abordadas. Acredita-se que isso se deve ao tempo pedagógico destinado para o desenvolvimento das aulas e, nesse contexto, fica a cargo do aluno aprofundar o seu conhecimento acerca do conteúdo.

Neste estudo apresentou algumas **limitações e ainda, aponta-se questões consideradas imprescindíveis para o desenvolvimento de outras pesquisas:**

- No que tange às limitações, não foi possível o acompanhamento do conteúdo, perceber a sua evolução, numa única turma, pois necessário observar a professora em diferentes escolas e turmas, devido às questões contratuais;

- Não foi possível verificar no planejamento o tratamento específico do objeto de estudo, o olhar da professora Patrícia e dos demais professores do seu grupo em relação ao ensino de combinatória, e sua evolução/desdobramento. Percebe-se nos estudos que tratam o objeto desta pesquisa que Análise Combinatória se confunde com probabilidade e acredita-se que a primeira é pré-requisito para última, e por isso, se faz necessário o desenvolvimento das questões de combinatória para a compreensão de probabilidade e estatística;
- O conteúdo Análise Combinatória não traz uma sistematização precisa/clara nos documentos oficiais, assim é tratado nos livros didáticos de acordo como cada autor considera importante. Percebe-se nesse contexto, que o professor deve conhecer o currículo, reconhecer as lacunas e assim, buscar em sua prática pedagógica compensar em seus planos de aulas, a fim de contemplar raciocínio combinatório como “um todo”.

Diante do exposto, recomenda-se que outras pesquisas possam vir a ser desenvolvidas nesse campo de estudo, com o intuito de analisar e refletir o porquê das lacunas mencionadas anteriormente, tanto as do livro didático, assim como sobre o fazer pedagógico do professor para superar as suas limitações.

Sugere-se ainda, estudar o tratamento atribuído ao tema Análise Combinatória na graduação, a sua dimensão pedagógica, a sua evolução dentro do ensino de 3º grau. Assim como, uma discussão maior sobre os currículos oficiais, o que pode ser reestruturado para colaborar com o desenvolvimento dessa temática na sala de aula da Educação Básica.

## REFERÊNCIAS

- ACRE (ESTADO). **Orientações curriculares para o ensino de 1º e 2º ano.** Secretaria de Estado, Esporte e Educação, SEE. Rio Branco, 2008.
- ACRE (ESTADO). **Orientações curriculares para o ensino de 4º ao 5º ano.** Secretaria de Estado, Esporte e Educação, SEE. Rio Branco, 2009.
- ACRE (ESTADO). **Orientações curriculares para o ensino de 6º ao 9º ano.** Secretaria de Estado, Esporte e Educação, SEE. Rio Branco, 2010.
- ACRE (ESTADO). **Orientações curriculares para o ensino Médio 1º ano 3º ano.** Secretaria de Estado, Esporte e Educação, SEE. Rio Branco, s.d.
- ARANÃO, I.V.D. **A matemática através de brincadeiras e jogos.** 7. ed. Campinas: Papyrus, 2011.
- AREAL, Emilly G. **Projeto Poronga:** uma prática educacional de aceleração da aprendizagem. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Acre. Rio Branco, 2016.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Trad. Eva Nick e outros. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BELL, J. **Como Realizar um Projecto de Investigação.** Lisboa: Gradiva, Publicações Lda, 1997.
- BORDENAVE, Juan Diaz; PEREIRA, Adiar Martins. **Estratégias de ensino aprendizagem.** 4º ed. Petrópolis: Vozes, 1982.
- BORTOLOTTI, WAGNER e FERREIRA. **A formação dos professores:** erros em análise combinatória. In: XIII Conferência Internacional de Educação Matemática, 2011. Recife. *Anais eletrônicos...* Disponível em <<http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/1610.pdf>>. Acesso em: 10 de set. de 2017.
- BRASIL. Orientações Curriculares para o Ensino Médio. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. **Matemática. 1ª a 4ª série.** Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC- SEF, 1998.
- CARVALHO, Hudney A. F. de. **Investigando o conhecimento matemático para o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental em um curso de licenciatura**

**em pedagogia mineiro.** Universidade Federal de Ouro Preto, 2015. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/>>. Acesso em 10 de dez. de 2017.

CHIMENTÃO, Lilian Kemmer. **O significado da Formação Continuada Docente.** 4º CONFEF. In: Congresso Norte Paranaense de Educação Física Escolar. Londrina – PR, 2009. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <[http://www.uel.br/eventos/confef/confef4/trabalhos/comunicacaooralartigo/artigoco\\_marti2.pdf](http://www.uel.br/eventos/confef/confef4/trabalhos/comunicacaooralartigo/artigoco_marti2.pdf)>. Acesso: 05 de out. de 2017.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber:** elementos para uma teoria. Trad. Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

COHEN, L.; MANION, L. **Métodos de investigación educativa.** Madrid: Editora La Muralla, 1990.

COSTA, C. A. **As concepções dos professores de Matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental.** São Paulo, 2003, 163 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.

\_\_\_\_\_. **Análise Combinatória:** Como aborda-la a partir do ensino fundamental. In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004. Universidade Federal do Pernambuco, Recife. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <<http://www.sbem.com.br>>. Acesso em 17 de jun. de 2017.

\_\_\_\_\_. **As concepções de ensino e aprendizagem em testes de hipóteses no desenvolvimento do pensamento inferencial.** In: XI Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2011. Apucarana, PR. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <<http://sbemparana.com.br>>. Acesso em 17 de jun. de 2017.

COSTA, Rodrigo Tadeu, P da. **Competências e habilidades na formação inicial do futuro professor:** uma análise de projetos pedagógicos de cursos de licenciatura em matemática (Dissertação). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. UFMS, Campo Grande, 2013.

COHEN, L.; MANION, L. **Métodos de investigación educativa.** Madrid: Editora La Muralla, 1990.

D'AMBRÓSIO, U. **As matemáticas e seu entorno sócio-cultural.** Memórias del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Paris, 1991.

\_\_\_\_\_. Etnomatemática: Um Programa. **Educação Matemática em Revista,** Blumenau, n. 1, p. 5-11, 1993.

DANTE, Luis Roberto. **Projeto Ápis:** Matemática. Ensino Fundamental I. 2. Ed. São Paulo, Ática, 2014. 1º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Ápis:** Matemática. Ensino Fundamental I. 2. Ed. São Paulo, Ática, 2014. 2º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Ápis:** Matemática. Ensino Fundamental I. 2. Ed. São Paulo, Ática, 2014. 3º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Ápis:** Matemática. Ensino Fundamental I. 2. Ed. São Paulo, Ática, 2014. 4º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Ápis:** Matemática. Ensino Fundamental I. 2. Ed. São Paulo, Ática, 2014. 5º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Teláris:** Matemática. Ensino Fundamental II. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012. 6º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Teláris:** Matemática. Ensino Fundamental II. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012. 7º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Teláris:** Matemática. Ensino Fundamental II. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012. 8º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto Teláris:** Matemática. Ensino Fundamental II. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012. 9º ano.

\_\_\_\_\_. **Projeto VOAZ:** Matemática. Ensino Médio – Parte I. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012.

\_\_\_\_\_. **Projeto VOAZ:** Matemática. Ensino Médio – Parte II. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012.

\_\_\_\_\_. **Projeto VOAZ:** Matemática. Ensino Médio – Parte III. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012.

ESTEVEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam no raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos - 8ª série do ensino fundamental.** São Paulo, 2000, 194 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2000.

FERREIRA, M. C. C. **Conhecimento Matemático específico para o ensino na Educação Básica: A Álgebra na escola e na formação do professor.** 2014. 184 f. Tese de doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. 2014.

FIORENTINI, Dário. **Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil.** Zetetike. Universidade de Campinas. Campinas. SP. Brasil, 1995.

FIORENTINI, Dário; SOUZA Jr. Arlindo José de; MELO, Gilberto F. A de. **Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos.** Cartografia do Trabalho Docente. Corinta Maria Crisólia Geraldi, Dario Fiorentini; Elizabeth Monteiro de Aguiar Pereira (Orgs.). São Paulo: Mercado de Letras, 2003.

FIORENTINI, Dário; SOUZA Jr, Arlindo José de; MELO, Gilberto Francisco A de. **Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos.** In: GERALDI, Corinta Maria Grisolda; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete Monteiro de (Orgs.).

Cartografias do trabalho docente: professor (a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 1998.

FIORENTINI, Dario; SOUZA JÚNIOR, Arlindo José de; MELO, Gilberto Francisco Alves de. Saberes docentes: **um desafio para acadêmicos e práticos**. In:

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes (Orgs.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: Investigando a prática docente**. Campinas: Musa, 2005. p. 33 - 48.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa** / Paulo Freire. – São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção).

FREITAS, José M.F; BITTAR, Marilena. **Fundamentos e metodologias de matemática para os ciclos iniciais do Ensino Fundamental**. Campo Grande: UFMS, 2004.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da Escola Pública**. São Paulo: Loyola, 1990.

LUCKEZI, Cipriano Carlos. **Filosofia da Educação**. São Paulo: Cortez, 1994.

MEDRADO, J. de S. **Os saberes docentes elaborados na formação inicial e a prática do professor de Matemática no contexto da EJA à luz da concepção freireana**. Dissertação de mestrado em educação em ciências e matemática. Universidade Federal de Goiás – UFG, 2014.

MELO, Gilberto F. A de. **Saberes docentes de professores de matemática em um contexto de inovação curricular**. Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. Dario Fiorentini e Adair Mendes Nacarato (Orgs.). São Paulo: Musa Editora, Capinas, SP: GEPFPEM-FE/UNICAMP, 2005. pp 34-48.

MIZUKAMI, Maria da Graça N. **Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S Shulman**. Disponível em: <<http://coralx.ufsm.br/revce/revce/2004/02/a3.htm>> Acesso em 10 de abril de 2017.

MORGADO, Augusto Cesar de O., *et al.* **Análise Combinatória e Probabilidade**. (Livro Digital) 1991. Disponível em: <<https://issuu.com/leonardof.w/docs/name9b6ec4/5>>. Acesso: 14 de abr. de 2017.

NÓVOA, Antonio. **A formação contínua de professores: realidades e perspectivas**. Aveiro: Universidade de Aveiro, 1991

NUNES, T. & BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PONTE, J. P. **Estudo de Caso em Educação Matemática**. 2006. *Bolema*, 25, 103-132.

Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – Projeto Poronga Médio. **Proposta Pedagógica**, 2013.

SÁ, P. F. **A resolução de problemas**: concepção e sugestões para aula de Matemática. *Traço: revista do centro de ciências exatas e tecnologia*. Belém: UNAMA, v.7, n.16, p. 63-77, 2005.

SABO, Ricardo D. Saberes docente: **A Análise combinatória no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC.SP. São Paulo, 2010.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**: teorias da educação, curvatura da vara e onze teses sobre educação e política. 34 ed. Campinas: Autores Associados, 2001.

SCHÖN, Donald A. **Formar professores como profissionais reflexivos**. In: NÓVOA, António (Coord.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SANTOS, C.R. **O Tratamento da informação**: currículos prescritos, formação de professores e implementação em sala de aula. São Paulo 2005, 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - PUC/SP, 2005.

SANTOS, Cleidivan A dos. **Os saberes e Práticas de Professores de Matemática**: uma relação possível? 148f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2010.

SHULMAN, L. **Those who understand**: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 1986. p. 4-14. Disponível em <<https://www.math.ksu.edu/~bennett/onlinehw/qcenter/shulmanpck86.pdf>> Acesso em 20 de jun. de 2017.

SHULMAN, L. **Conocimiento y enseñanza**: fundamentos de la nueva reforma. *Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform*. Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9, 2 (2005). Disponível em: <<https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>>. Acesso em: 09 de set. de 2017.

SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar**: o caso do ensino da matemática. 138 p. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2011.

UNICAMP. Aula 48. **O princípio multiplicativo**. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~deleo/MA220/n01.pdf>. Acesso em: 10 de junho de 2016.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

VAZQUEZ, Cristiane Maria R. **O ensino de análise combinatória no ensino de médio por meio de atividades orientadas em uma escola estadual do interior paulista**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de São Carlos: UFSCar, 2011, 88f. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar>>. Acesso em 10 de dez. de 2017.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad** - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. **Multiplicative structures**. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). *Acquisition of mathematics: Concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983.

YIN. R. **Case Study research: design and methods**. Califórnia: Sage Publications, 1994.

Inayara Rodrigues de Carvalho

# Análise Combinatória

**Sugestão de atividades com uso da  
ferramenta Power Point para anos  
iniciais do Ensino Fundamental e Médio**

Ano - 2018



## **APÊNDICE 1. PRODUTO EDUCACIONAL**

### **Análise Combinatória** **Sugestão de atividades com uso da ferramenta Power Point para** **anos iniciais do Ensino Fundamental e Médio**

Inayara Rodrigues de Carvalho

Rio Branco - AC

Abril de 2018



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA- CCBN  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

Inayara Rodrigues de Carvalho

**Análise Combinatória  
Sugestão de atividades com uso da ferramenta Power Point para  
anos iniciais do Ensino Fundamental e Médio**

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Produto Educacional elaborado a partir da dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado no Ensino de Ciências e Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre no ensino de Ciências e Matemática.

**Comissão Examinadora**

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo  
Ufac- Orientador  
Profa. Dra. Simone Maria Chalub Bandeira  
Ufac  
Profa. Dra. Mônica Lana da Paz  
IFMG

Rio Branco - Ac, 13 de abril de 2018

## **Arte da Capa - Significado**

A partir da imagem elaborada para composição da arte da capa deste produto educacional, objetivo de demonstrar que a busca do conhecimento e da aprendizagem leva o homem a descobrir caminhos diversos para dar sentido ao mundo e as informações que recebe diariamente seja pela escola ou nos vários espaços sociais que interage; conseqüentemente tais caminhos abre um leque de possibilidades a novas conquistas.

Analogamente, a Poronga, instrumento utilizado pelos seringueiros em suas caminhadas para iluminar e ver adiante, na imagem idealizada, simboliza uma luz que o professor pode manter acesa no ensino da Matemática. Os números dispostos (soltos) remetem a disciplina em si, que na maioria das vezes, é transmitida de maneira mecânica, e, portanto, não é compreendida como importante e essencial para vida em sociedade, uma vez que não se dá sentido a ela. Essa situação é diferente quando o homem, na figura do professor, “ilumina” o “caminho da Matemática” dando sentido a razão de ser dos números a partir da sua utilização diária.

## SUMÁRIO

<b>Apresentação.....</b>	<b>116</b>
<b>ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE ENSINAR-APRENDER COMBINATÓRIA.....</b>	<b>117</b>
<b>SITUAÇÕES PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA.....</b>	<b>120</b>
Atividade 1. Problema de partição .....	120
Atividade 2. Problema de combinação. ....	121
Atividade 3. Problema de combinação.....	124
Atividade 4. Problema de permutação .....	127
Atividade 5. Problemas de permutação com repetição .....	129
Atividade 6. Problema de combinação .....	130
Atividade 7. Problema de combinação .....	132
Atividade 8. Problema de permutação .....	133
Atividade 9. Problema de arranjo .....	134
Atividade 10. Problema de permutação .....	134
<b>CONSIDERAÇÕES SOBRE O SABER PEDAGOGICO .....</b>	<b>137</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>139</b>

## APRESENTAÇÃO

Este produto é fruto de uma pesquisa de mestrado<sup>28</sup> e sua finalidade é dar suporte ao trabalho docente do Projeto Poronga Ensino Médio, e também para os anos iniciais do ensino fundamental e médio, envolvendo o objeto de estudo “Análise Combinatória”, tendo por base o princípio fundamental da contagem ou princípio da multiplicação que inicia-se nos anos iniciais do Ensino Fundamental com retomada e aprofundamento nos anos finais do Ensino Fundamental e Médio.

Para isso, como produto deste estudo, apresenta-se (10) dez situações problemas, envolvendo raciocínio combinatório, 06 das quais foram aplicadas a estudantes do Programa Especial do Ensino Médio (PEEM), vinculado à Secretaria de Estado de Esporte e Educação do Acre, foi registrada e posteriormente analisada, durante a pesquisa vinculada a Universidade Federal do Acre (Ufac).

Nesta direção, apresenta-se os exemplos observados em sala de aula durante a pesquisa, enquadrando-os nos conteúdos para o Ensino Médio indicados por Sabo (2010) e elaborando outros que podem compor o acervo de situações problemas envolvendo combinação, permutação, arranjos e partições.

Desta forma, o produto educacional tem o objetivo de contribuir com a formação continuada de professores da Educação Básica do Estado, no que diz respeito à Análise Combinatória por se constituir em ferramenta para diversas áreas do conhecimento científico devido o vasto campo de aplicação e também por permitir elaborar situações problemas que possibilitam o aluno realizar conjecturas e desenvolver capacidade de argumentação para defender o caminho que percorreu para chegar a um dado resultado, conforme interpreta o enunciado.

Por fim, boa leitura e reflexões!

---

<sup>28</sup> CARVALHO (2018), pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado no Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre.

## ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE ENSINAR-APRENDER COMBINATÓRIA

Afinal ensinar-aprender<sup>29</sup> combinatória é importante para a compreensão de conceitos matemáticos? Em que este saber e conhecimento contribui? Ora, todos os dias muitos brasileiros jogam na loteria esperando ficar milionários, alguns escolhem números aleatórios para jogar, outros, repetem sempre os mesmos números para ver se um dia têm sorte, porém existem aqueles que vão além e procuram fazer combinações com números que muitas vezes foram sorteados pensando na probabilidade de acertar. Isso em se tratando de quem gosta de jogo.

No entanto, sempre há escolhas e arranjos para fazer no dia a dia: é olhando as tantas roupas que se tem à disposição para combinar peças, na linguagem da moda “*look*”, para combinar com sapato, óculos, chapéu, brincos ou outros adereços. Na sorveteria quando se dispõem vários sabores e precisa escolher os de sua preferência para fazer um arranjo, ou ainda, no restaurante *self-service* para compor um arranjo para o almoço diante de tantas opções. Enfim, todos os dias as pessoas fazem escolhas, arranjos, combinações, partições, etc.

Sabe-se que o pensamento combinatório é desenvolvido no dia a dia, muito antes da criança ingressar na escola, porém, partindo de situações do cotidiano, a escola formaliza e trata dentro do eixo números e operações ao longo de toda a Educação Básica de forma mais simples e recorrendo a material manipulativo ou visual nos anos iniciais e parte do Ensino Fundamental II, tornando mais complexos os agrupamentos, até o final do Ensino Médio.

No Ensino Médio, observa-se como conteúdo específico de Análise Combinatória a ensinar: partição, permutação, arranjo e combinação<sup>30</sup>, a partir das estratégias para agrupar coleções de objetos seguindo certos critérios de contagem, pelo caminho do princípio aditivo ou multiplicativo, base para este estudo, sobretudo para fazer cálculos extensos.

No entanto, ensinar tal conteúdo, inicialmente com agrupamentos mais simples e depois mais extensos vem demonstrando entraves no aprendizado por entendimento equivocado de conceito, por exemplo, distribuir como dividir em

---

<sup>29</sup> Para Charlot (2000) o saber-aprende só ocorre nas relações eu-outro sendo construídas a partir de um determinado conteúdo e sua forma de representar que sirva de referência.

<sup>30</sup> Sabo (2010) indica conteúdos para o ensino médio.

problemas que envolvem permutação e arranjo, dificuldade de uso de procedimentos recursivo que os leve a formulação de todas as possibilidades; o não uso da árvore de possibilidades ou sua construção inadequada, ou seja, não conseguem explicar de onde tirou qual número e caminho percorrido. Tais erros decorrem das dificuldades de distinguir as diferenças entre problemas que envolviam arranjo e combinação<sup>31</sup>.

Por isso, considera-se importante o contato com problemas de contagem desde os anos iniciais para que o aluno compreenda o princípio aditivo e multiplicativo, e utilize desde cedo várias representações possíveis para dar resposta a uma situação problema proposta em sala de aula: árvores de possibilidades, tabelas e diagramas<sup>32</sup>.

Portanto, torna-se imprescindível o profissional do ensino conhecer o conteúdo específico que propõe o estudo para desenvolver o raciocínio combinatório, para que se atenha não só a fórmulas, que em alguns momentos não permitem resolver os problemas de contagem.

Torna-se, pois, fundamental o professor dominar o conteúdo específico e o pedagógico relacionado ao porquê de ensinar e como ensinar conceitos e procedimentos para resolver problemas de raciocínio combinatório, arranjos e emprego de fórmulas sem que o cálculo prevaleça sobre o estabelecimento de relações entre os agrupamentos<sup>33</sup>.

Existem problemas combinatórios simples como aqueles que podem ser resolvidos com apenas uma operação, com ou sem repetição<sup>34</sup>, que podem ser classificados em três tipos diferentes: de partição, de colocação e de seleção. Para melhor entendimento pontua-se assim:

- Problemas de partição têm por propósito dividir grupos e subgrupos, para determinar de quantas formas diferentes podemos fazer determinada seleção;

---

<sup>31</sup> Meneses (2001) aponta as dificuldades de aprendizagem de combinatória e os principais entraves, ao realizar estudo sobre esta temática com alunos de 14 anos de uma escola em São Paulo.

<sup>32</sup> Costa (2004) traz para o centro da reflexão o papel do professor para desenvolver a habilidade de raciocínio combinatório e a importância da familiaridade com este conteúdo.

<sup>33</sup> Bortoloti, Wagner e Ferreira (2011) chamam a atenção para o esquecimento de estudantes da formação inicial de habilidades em resolver problemas de contagem usando raciocínio multiplicativo ou aplicar fórmulas para combinação e/ou arranjo quando contextualizada.

<sup>34</sup> Roa, Rafael e Navarro-Palayo (2001) define o que considera ser um problema combinatória simples.

- Problemas de colocação trazem situações de  $n$  elementos, diferentes ou não, podem ocupar determinado lugar, desde que considerem suas peculiaridades, ou seja, se os elementos são iguais ou diferentes, se os lugares possuem ou não ordenação; se os elementos serão colocados em tais lugares de acordo com uma determinada ordem existente;
- Problemas de seleção estão diretamente relacionados com amostras, sendo estes com mais grau de complexidade e mais direcionados ao ensino médio. Os problemas estão relacionados a esquemas de seleção que envolvem a apresentação de mais opções para se chegar a uma escolha.

Esta última, resulta da substituição pelos alunos da construção de tabelas, para uma resolução mais aritmética.

Assim, o produto deste estudo propõe apresentar algumas situações problemas para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, alguns conceitos de combinação, permutação e repartições, aportando em 10 (dez) situações problemas, sendo 06 (seis) observadas durante a realização da pesquisa: “Manifestações do saber pedagógico do conteúdo específico de Análise Combinatória: o caso da professora que atua no programa de formação continuada - Poronga Médio” e ainda, outros 04 (quatro) exemplos elaborados pela autora, como forma de contribuir tanto com o ensino, quanto com a aprendizagem dos professores participantes do Programa PEEM no Acre.

## SITUAÇÕES PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA

Apresenta-se 10 situações problemas e descreve em cada uma os vários recursos que o aluno pode dispor para resolver com base na interpretação do enunciado, tais como, árvore de possibilidades, tabela de dupla entrada, anagrama e fatorial.

Buscou-se assim, apresentar os problemas observados durante a pesquisa, mas também, ampliar as possibilidades ao resolver problemas de Análise Combinatória com combinação, permutação e partição.

Não é nosso objetivo propor inúmeras situações problemas, mas, demonstrar recursos e possibilidades ou caminhos possíveis para chegar a uma solução de forma mais adequada nas atividades proposta neste produto.

### Atividade 1. Problema de partição

**Contextualização:** As diferentes maneiras de organizar objetos numa instante é muitas vezes um hábito que algumas pessoas têm para dar uma nova “cara” a um determinado ambiente. Muitas vezes é preciso analisar o espaço disponível para realizar a disposição dos objetos, verificar de que forma fica mais ou menos organizado e, assim, observar qual a disposição mais viável para o que se deseja no momento. Será que cabe uma reflexão como essa quando se trata de um número? Podemos escrever um mesmo número a partir de diferentes representações? No ano de 2011 o matemático da Universidade de Emory, Ken Ono e sua equipe descobriram que as partições<sup>35</sup> de um número inteiro se comportam como fractais.

**Problematização inicial:** Imagine que você tenha cinco caixas e quer guardá-las numa estante. De quantas maneiras você pode realizar isso? Cada uma das possíveis disposições é uma maneira de partição? Claro que sim! E como essas caixas podem ser dispostas? Você pode colocar as cinco caixas em uma única pilha na vertical, ou

---

<sup>35</sup> Para entender a fórmula expressa por Ramanujan e sua história como um matemático que queria ser reconhecido pela elite inglesa recomenda-se assistir ao filme “O homem que viu o infinito”

então em uma pilha de três caixas e outra com duas, ou ainda, uma caixa ao lado da outra, dentre outras maneiras. Cada uma dessas possíveis disposições é uma maneira de partição do conjunto inicial de caixas.

### 1ª Situação problema

Em se tratando de números inteiros, a questão é saber qual o número de partições  $P(n)$  quando dado um número inteiro  $n$ ? Ou seja, no caso das caixas, qual a partição do número 5, ou seja,  $P(5)$ ?

- 1ª)  $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$
- 2ª)  $2 + 3 = 5$
- 3ª)  $3 + 2 = 5$
- 4ª)  $2 + 1 + 2 = 5$
- 5ª)  $2 + 2 + 1 = 5$
- 6ª)  $1 + 2 + 2 = 5$
- 7ª) 5

É fácil perceber que são apenas 7 possibilidades de reescrever o número 5 como uma soma de inteiros menores. Assim,  $P(5) = 7$ .

Disponível em: <http://parquedaciencia.blogspot.com.br/2013/06matematica-no-dica-fractais-na.html>

### Atividade 2. Problema de combinação

**Contextualização.** Os jovens estão sempre ligados nas tendências da moda, presentes nas novelas, seriados, filmes, etc., logo vira febre determinado tipo de vestimenta, sapatos e acessórios. No dia a dia, o jovem busca looks diferentes para incrementar sua aparência utilizando o que dispõe em seu guarda-roupa, deixando sua aparência alegre e jovial. Melhorar a qualidade do que compra, nem sempre se consegue devido aos preços altos de produtos, ditos “finos”, de “grife”. Mas é possível arrumar combinações que cabem no seu bolso.

**Problematização inicial:** O que é combinar? O que pode combinar? Dê um exemplo do seu dia a dia de como você faz. Quantas maneiras diferentes Sabrina pode organizar seu visual com o que dispõe? O que tem maior variedade? O que tem a

mesma quantidade? Faça combinações possíveis para produzir looks (objetos) que Sabrina pode usar.

## 2ª Situação problema

Sob a mesa encontra-se três acessórios com as seguintes quantidades: 3 óculos, 4 chapéus e 3 blusas. De quantas maneiras diferentes **Sabrina** poderá combinar seu visual (look) com tais acessórios?

### 1ª estratégia de resolução:

O professor poderá levar para a sala de aula os acessórios mencionados no problema, convidar dois alunos à frente da sala de aula para que eles mesmos, com a ajuda/participação de todos, montem as diferentes combinações, utilizando os 3 óculos, os 4 chapéus e as 3 bolsas. A medida que forem realizando a montagem dos looks, farão as suas anotações para que, ao final de todas as combinações possíveis, respondam à questão proposta.

Representação de algumas combinações:



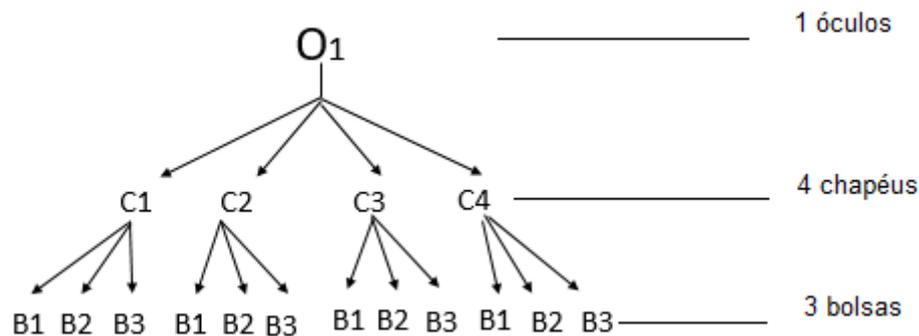
**Fonte:** elaboração da autora, 2018.

Importante os alunos serem estimulados a desenvolverem o raciocínio matemático após as combinações dos primeiros looks. Observe que com um mesmo chapéu há 9 maneiras de combinar os acessórios, logo por dedução, e ainda, pelo princípio fundamental da contagem ou princípio da multiplicação, temos:

9 combinações x 4 chapéus = 36 maneiras diferentes de compor esses acessórios.

2ª estratégia de resolução:

Outra maneira de destacar as diferentes combinações possíveis com esses acessórios, é utilizando a árvore de possibilidades ou diagrama de árvore. Deve-se estar atento à quantidade de elementos, que são: 3 óculos, podendo ser descritos como  $O_1$ ,  $O_2$  e  $O_3$ ; 4 chapéus, simbolizados como  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$  e por último, mas não necessariamente nessa ordem, as 3 bolsas, representadas por  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$ , ficando assim esquematizado:



**Fonte:** elaboração da autora, 2018

Assim, realizando a combinação apenas com o óculos 1 ( $O_1$ ), obtemos 12 possibilidades, pois  $1 \times 4 \times 3 = 12$ , no entanto, como a situação problema menciona 3 óculos, logo devemos multiplicar  $12 \times 3 = 36$  maneiras de combinar esses acessórios, ou ainda, somar  $12 + 12 + 12 = 36$

3ª estratégia de resolução:

Os alunos podem ser estimulados, pelo professor, a enumerar no caderno os elementos que farão parte da combinação, um a um, seja ele pelo nome do acessório, por sigla (nomeada pelo próprio aluno), ou desenho e ao final realizar a contagem.

4ª estratégia de resolução:

Utilizando o Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio da Multiplicação, ao multiplicar a quantidade de elementos de cada objeto. Ficando assim, descrito:  $3 \times 4 \times 3 = 36$  possibilidades de compor os acessórios descritos na questão problema.

É muito importante que o professor utilize material concreto quando se trata de pequenas quantidades, mas amplie para situações problemas que o aluno não precise mais operar com auxílio de material concreto, mas interprete o problema e construa respostas possíveis usando diferentes recursos.

### Atividade 3. Problema de combinação

**Contextualização.** Tem dias em Rio Branco que o calor deixa qualquer um de cabeça e corpo quente, quando marca  $30^{\circ}\text{C}$  com sensação térmica de  $40^{\circ}\text{C}$ . Haja suor. Uma das possíveis saídas é tomar algo gelado, como sorvete, por exemplo. Procurar uma sorveteria, escolher um ou mais sabores e os adicionais é uma ótima opção para matar o calor, pelo menos, momentaneamente. Escolher as várias opções vai do gosto de cada pessoa.

**Problematização inicial:** Quantas maneiras são possíveis de montar um sorvete se optar pelo tamanho? Se optar dentre os sabores oferecidos? Se optar pelos adicionais oferecidos? Como podemos resolver de forma rápida se optarmos pelo princípio multiplicativo para achar as combinações de açaí cremoso? Recursos para resolução: árvore das possibilidades? Como você resolveria através da árvore de possibilidades?

### 3ª Situação problema

Letícia foi a uma lanchonete e fez o pedido de um açaí cremoso para lanchar. O garçom mostrou o cardápio com as seguintes opções de escolha para que a cliente monte seu próprio açaí. Veja:

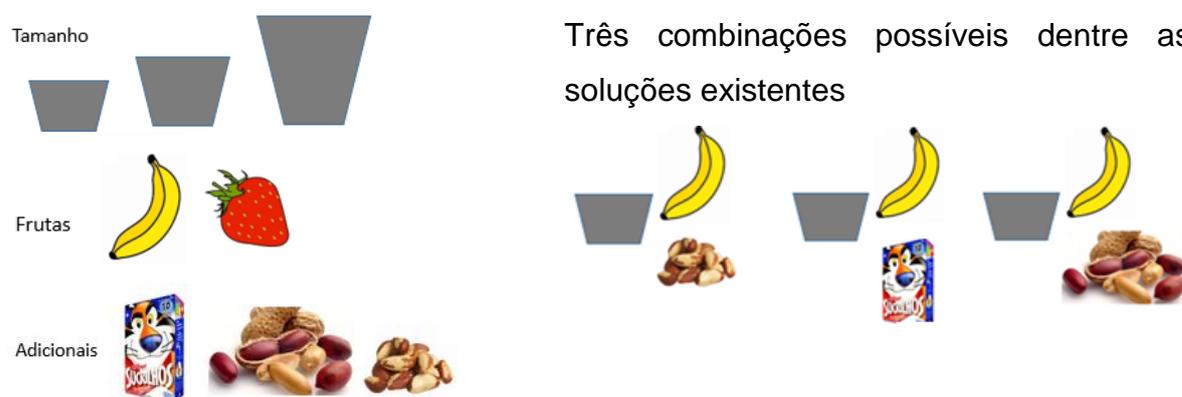
- ✓ Tamanho: pequeno, médio ou grande;
- ✓ Fruta picada: banana ou morango;
- ✓ Adicional: sucrilhos, amendoim ou castanha.

Quantas combinações diferentes Letícia tem para solicitar seu açaí ao garçom?

Esta situação é mais complexa que a anterior, pois requer que o aluno faça observação do tamanho, os tipos de frutas disponíveis e o que pode ser adicional.

1ª estratégia de resolução:

Pode-se recorrer a representação dos elementos por meio de desenhos para realizar as diferentes combinações.



Fonte: da autora, 2018.

Interessante o aluno perceber que utilizando o mesmo tamanho de copo e fruta e apenas alterando as opções de adicionais (amendoim, sucrilhos e castanha), é possível realizar 3 combinações distintas. Então, ao mudar apenas o tamanho do copo já se conclui que há 9 possibilidades, no entanto, como temos mais uma opção de fruta (morango) para realizar essas combinações, teremos o dobro das possibilidades mencionadas, ou seja,  $2 \times 9 = 18$ .

### 2ª estratégia de resolução:

Há possibilidade de desenvolver inicialmente a contagem das possibilidades com dois grupos de elementos, como por exemplo as frutas e os tamanhos de recipientes disponíveis, utilizando uma tabela de dupla entrada, e posteriormente considerar o outro grupo de elementos, nesse caso os adicionais, e efetuar a multiplicação.

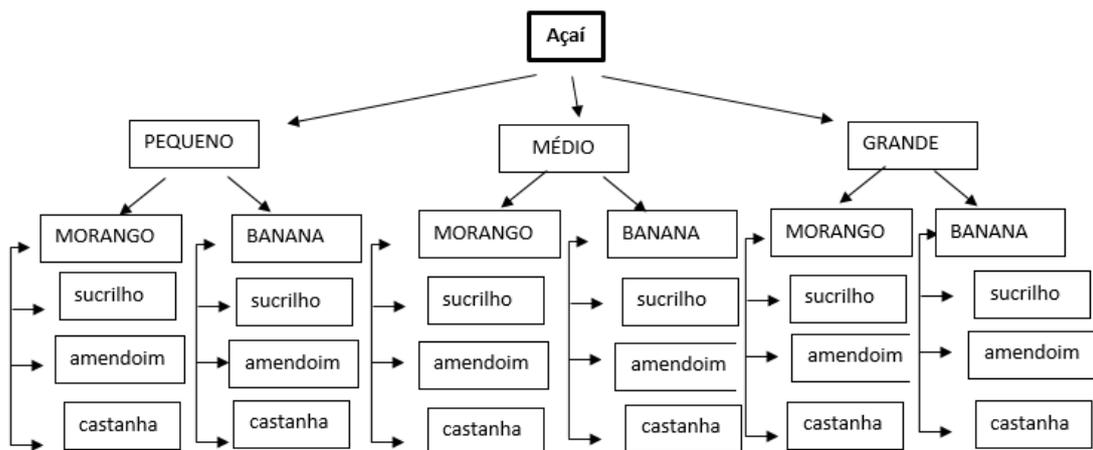
Tabela de dupla entrada			
Frutas	Vaso pequeno (p)	Vaso médio (m)	Vaso grande (g)
Banana (B)	Bp	Bm	Bg
Morango (M)	Mp	Mm	Mg

Observando a tabela verifica-se que com os dois grupos considerados inicialmente, há 6 possibilidades de combinação, no entanto, é necessário incluir os adicionais oferecidos. Dessa forma, como são 03 elementos nesse grupo de

adicionais faz-se  $6 \times 3 = 18$ . Assim, há 18 possibilidades de escolha para a montagem do açaí.

### 3ª estratégia de resolução:

Para facilitar a compreensão pode ser utilizado o esquema denominado árvore de possibilidades ou diagrama de árvore:



Fonte: Da autora, 2017 (p. 47)

Utilizando essa estratégia visualizamos as diferentes maneiras de montar o açaí, e a partir desse esquema podemos responder à questão proposta.

### 4ª estratégia de resolução:

Observe que neste problema temos três opções de escolha (E1, E2 e E3):

- E1:** Optar por um tamanho dentro os três oferecidos;
- E2:** Optar por uma fruta dentre as duas oferecidas;
- E3:** Escolher um adicional entre os três oferecidos.

Então, usando o Princípio Multiplicativo temos:  $3 \times 2 \times 3 = 18$  combinações de açaí cremoso.

Vale lembrar que desde os anos iniciais situações problemas com quantidades menores são tratadas quer envolvendo coleções de objetos, formas geométricas ou números para desenvolver o raciocínio combinatório.

#### Atividade 4. Problemas de permutação

É importante conceituar partições para que o aluno não confunda com operação de divisão. É importante ainda retomar o Princípio Fundamental da Contagem para que o aluno possa dizer quantas sequências é possível formar, trazendo cálculo aritmético, ou seja, saiba expressar o fatorial.

**Contextualização.** Existem diferentes formas de ordenar os elementos distintos de um conjunto. Essa ordenação e reordenação configura-se numa permutação de números ou de palavras. As de palavras são chamados anagramas, que é um jogo de palavras que utiliza a transposição ou rearranjo de letras de uma palavra, com o intuito de formar outras palavras com ou sem sentido. É calculado através da propriedade fundamental da contagem, utilizando o fatorial de um número de acordo com as condições impostas pelo problema. É fácil e bom de aprender. Vamos exercitar!

**Problematização inicial:** Para propor a atividade que envolve problemas de permutação é importante explorar o conceito: o que é permutar? O que é fatorial de um número? Como calcular? Como você pode calcular o fatorial da palavra Flor e Arara? Você utiliza o princípio aditivo ou multiplicativo? ...

#### 4ª Situação problema

Quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) poderei formar usando as letras da palavra Flor?

#### 1ª estratégia de resolução:

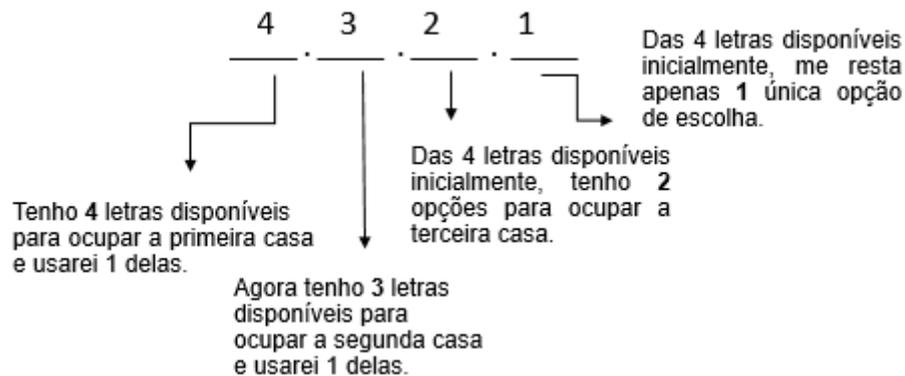
Realizando a troca de posições das letras, formando diferentes palavras (com ou sem sentido):

FLOR	LOFR	ORFL	ROLF
FLRO	LORF	ORLF	ROFL
FOLR	LFOR	OFRL	RLOF
FORL	LFRO	OFLR	RLFO
FRLO	LROF	OLFR	RFOL
FROL	LRFO	OLRF	RFLO

Ao final de todas as possibilidades possíveis, verificar a quantidade de anagramas formados. Nesse caso específico, formou-se 24 maneiras diferentes de dispor as letras da palavra FLOR.

2ª estratégia de resolução:

Compreendendo que a palavra FLOR é composta por quatro letras, temos a “casa” onde cada uma delas pode ocupar:



**Fonte:** elaboração da autora, 2018

Portanto, seguindo essa ideia pode-se realizar a multiplicação:  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ , ou seja, permutar os 4 elementos (letras) da palavra FLOR, matematicamente simbolizado ou representado por  $P_n = n!$  onde o  $n$ , representa um número natural, nesse caso específico, ao número de elementos da palavra FLOR. Dessa forma, se temos  $n$  elementos distintos, então o número de agrupamentos ordenados que podemos obter com todos esses  $n$  elementos é dado por:

$$n(n - 1)(n - 2) \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Esses agrupamentos ordenados (diferem pela ordem), recebem o nome de permutação simples. Indicamos por:

$$P_n = n(n - 1)(n - 2) \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Ou seja,  $P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  possibilidades de escrita com as letras da palavra FLOR.

## Atividade 5. Problemas de permutação com repetição

### 5ª Situação problema

Quantos anagramas têm a palavra ARARA?

#### 1ª estratégia de resolução

Realizando a troca de posições das letras, formando diferentes palavras (com ou sem sentido):

ARARA	ARAAR	RAARA	RARAA
AARRA	AAARR	RRAAA	
ARRAA	AARAR	RAAAR	

Então, verifica-se que a palavra ARARA tem 10 anagramas.

Essa é um tipo de situação que alunos dos anos finais do Ensino Fundamental II, devem resolver sem dificuldades, pois desde o Fundamental I é comum os livros didáticos proporem questões do tipo: quantos números são possíveis de escrever utilizando os algarismos 2, 5 e 6?

O que acrescenta no comando da questão é a utilização do termo anagrama, pois agora a combinação é feita também com letras. Assim a compreensão e aplicação da fórmula para tornar a resolução mais prática e rápida pode ser mais aceitável por parte dos alunos.

#### 2ª estratégia de resolução:

A maneira mais prática de resolução é por meio da utilização da fórmula matemática. Porém, para melhor compreensão é importante destacar que a palavra ARARA, há letras que se repetem e por esse motivo a fórmula se difere da permutação sem repetição. A quantidade de vezes que determinada letra se repete deve ser considerada, nesse caso, observa-se que a palavra ARARA tem a letra A que se repete 3 vezes e a letra R que se repete 2 vezes, portanto usando as informações na fórmula, temos:

$$P_5^{3,2} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}2!} = 10$$

Assim a permutação (com repetição) de  $n$  elementos dos quais  $\alpha$  é um tipo,  $\beta$  é outro e  $\gamma$  é outro ainda, com  $\alpha + \beta + \gamma = n$ , é dada por:

$$P_n^{\alpha+\beta+\gamma} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \gamma!}$$

### Atividade 6. Problema de combinação

**Contextualização:** Sugere-se que o (a) professor (a) contextualize a atividade realizando uma discussão sobre a quantidade de letras e números que há numa placa de veículo. Se sempre foram essas quantidades de letras e números. Será que antes era de um jeito a placa e depois mudou? Que ano? Questionar o porquê de tal mudança. Cada estado tem letras diferentes? Porque?

**Lembrete:** É importante ao aluno compreender que com essa modificação fica possível uma maior possibilidade de combinações, ficando subentendido que daqui alguns anos, é certo que aconteça uma nova alteração, pois as combinações se esgotarão.

**Problematização inicial:** Quantas letras tem o alfabeto? Os algarismos simples vão de 0 a 9. Quantos totalizam? As letras e os números podem se repetir? Quantas consoantes? Quantas vogais? Quantos números pares? Quantos números ímpares? Quantos números primos? Após a discussão, lançar o problema.

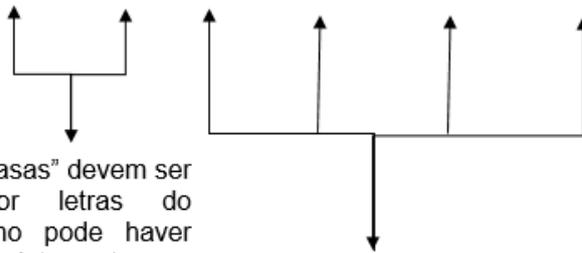
#### 6ª Situação problema

Quantas placas diferentes são possíveis formar com o modelo antigo, ou seja, com duas letras (A G) e quatro algarismos (2605)?



Reconhecendo que no nosso alfabeto tem 26 letras e o nosso sistema de numeração decimal é composto por 10 algarismos e precisamos ocupar dois lugares na placa de trânsito utilizando letras e quatro lugares com números, e ainda, que pode haver repetição de letras e números, podemos inicialmente dispor os espaços para os encaixes desses elementos, observe:

$$\underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10}$$



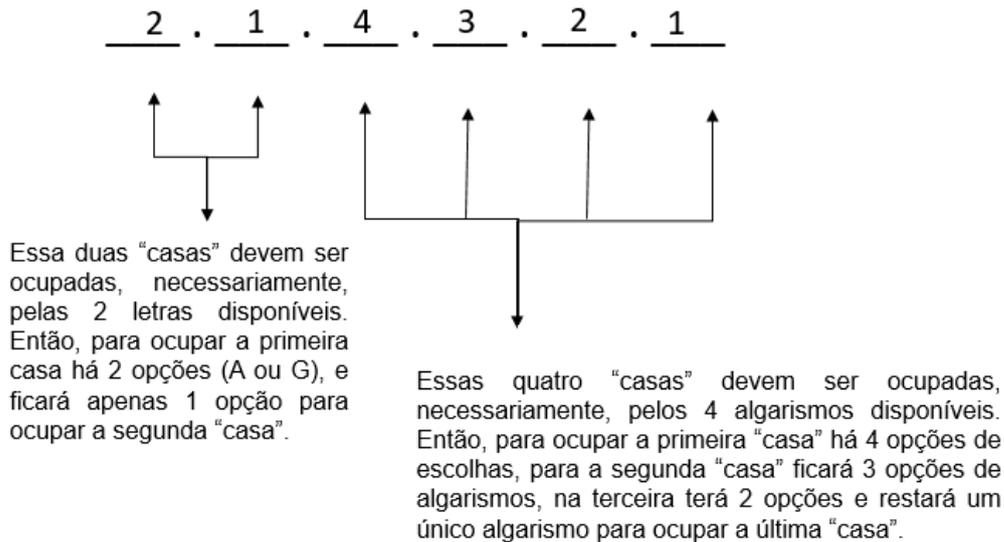
Essas duas "casas" devem ser ocupadas por letras do alfabeto. Como pode haver repetição das letras, tem-se 26 opções de escolha para a 1ª e 2ª "casa".

Essas quatro "casas" devem ser ocupadas por algarismos. Como pode ocorrer repetição, tem-se 10 opções de algarismos para cada uma dessas "casas".

**Fonte:** da autora, 2018

Então, deve-se calcular o produto desses fatores  $26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 6\,760\,000$ , possibilidades que haviam anterior a atual exigência do Detran para a composição das placas

Porém, nessa situação problema específica, como tem disponível somente duas letras, A e G, e ainda, 4 algarismos (2, 6, 0 e 5), esse produto é bem menor, pois:



**Fonte:** da autora, 2018

Assim,  $2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$ , possibilidades que há para a composição das placas, utilizando as 2 letras e os 4 algarismos.

## Atividade 7. Problema de combinação

### 7ª Situação problema

Quantas placas diferentes são possíveis formar com o modelo atual com as letras H, Q, W e os algarismos 5, 6, 7 e 8?



Atualmente, o Detran exige três letras para a formação das placas de trânsito, isso ocorreu para aumentar o número de possibilidades para formação dessas placas. No caso de três letras, o cálculo ficaria:

$$26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 175\,760\,000$$

Mas, especificamente a questão enunciada onde só pode ser utilizado as 3 letras (Hqw) e os 4 algarismos, pode se resolver da seguinte forma:

$3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 144$  maneiras de compor uma placa de trânsito, utilizando 3 letras e 4 algarismos.

Importante perceber que mesmo colocando restrições do tipo “usar somente duas ou três letras específicas e sem repetição”, e ainda, “quatro algarismos sem repetição”, a quantidade de combinações possíveis aumenta consideravelmente, levando a compreensão da necessidade que se teve em aumentar uma letra na atual composição das placas, tendo em vista, uma maior quantidade de veículos rodando nas ruas. Vale ressaltar que em alguns anos terá uma nova modificação, devido ao crescimento acelerado do país, no que diz respeito a quantidades de veículos.

### **Atividade 8. Problema de permutação**

**Contextualização:** A Mega-Sena consiste em um jogo onde o jogador tem que acertar 6 números dos 6 que são sorteados entre os 60 disponíveis (01 até 60). Nesse tipo de jogo não é permitido repetição de números! Quem aqui já jogou ou joga na Mega-Sena? Já acertou quantos números?

**Problematização inicial:** O jogador pode combinar quantos números numa única aposta? (de 6 a 15). Quantos números são sorteados pela Caixa Econômica Federal (CEF) em cada concurso? Na combinação da mega-sena é possível haver número repetido? Quem faz a quadra acerta quantos números? Quem acerta a sena em qualquer sorteio acerta quantos números? Existe algum número de ordem na sequência dos números sorteados em cada concurso? Que valor o jogador paga em 6 números? E em 15? Após a discussão, lançar o problema.

### **8º Situação problema**

Os resultados do último sorteio da mega-sena foram os números 04, 10, 26, 37, 47 e 57. De quantas maneiras distintas pode ter ocorrido essa sequência de resultados?
--

### Estratégia de Resolução:

Interessante o professor verificar a interpretação do aluno questionando se tal situação problema se trata de uma questão de permutação, combinação ou arranjo. Nesse sentido, uma conversa indagando-os se o número de objetos/elementos é igual ao número de posições, pode contribuir para a compreensão e conseqüentemente resolução da questão. Isso porque, ao perceber que o número de objetos/elementos

é igual ao número de posições, o aluno pode aplicar a ideia de permutação, ou seja,  
 $P_n = n!$

Desta forma,

$$P_6 = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{ maneiras pode ter ocorrido essa sequência.}$$

### Atividade 9. Problema de arranjo

#### 9º Situação problema

Em uma urna de sorteio de prêmios existem dez bolas numeradas de 0 a 9. Determine o número de possibilidades existentes num sorteio cujo prêmio é formado por uma sequência de 6 algarismos.

Estratégia de Resolução:

Mais uma vez é comum a dúvida sobre como resolver a situação problema, mas o professor pode iniciar refletindo, novamente, se o número de objetos é igual ao número de posições.

Nesse caso, o aluno deve perceber que não, pois há 10 bolas e 6 posições. Isso leva a descartar a hipótese de permutação. Então como podemos resolver o problema? Um outro questionamento que o professor deve recorrer para estimular a interpretação é se a ordem dos elementos importa. Na questão citada, a resposta é sim, pois uma sequência como 1, 2, 4, 6, 8, 9 é diferente de 9, 8, 6, 4, 2, 1. Assim, nos casos em que a sequência é relevante deve-se utilizar arranjo, então:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$n$  é o número de objetos, nesse caso,  $n = 10$ ;

$p$  é o número de posições, assim,  $p = 6$

Portanto,

$$A_{10,6} = \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10!}{4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 151\,200 \text{ possibilidades existentes.}$$

### Atividade 10. Problema de permutação

**Contextualização:** O Brasil é o único país que tem o título de pentacampeão na copa do mundo. Conquistou o título nos anos de 1958, 1962, 1970, 1994 e 2002, por isso não é à toa que ele é conhecido como país do futebol. Importante reconhecer que a

copa do mundo não é apenas um evento esportivo, envolve questões políticas e financeiras e mexe com a economia do país que sedia os jogos.

**Problematização inicial:** Há investimento para se ter bons jogadores em um time de futebol? Você sabia que o jogador Neymar é considerado o mais valioso do mundo, segundo as últimas notícias de janeiro de 2018? Uma seleção é composta por quantos componentes? Se dentre 8 jogadores é preciso selecionar 3, como poderá ser feita essa escolha? Após a discussão, propor a resolução do problema.

### 10º Situação problema

Um técnico de futebol precisa escolher aleatoriamente, dentre 8 jogadores, 3 atletas para participar de um curso no exterior. Determine o número de maneiras que ele pode realizar essa escolha.

#### Estratégia de resolução:

Percebe-se que a interpretação do problema é essencial para determinar a maneira de se resolver. Retomando os questionamentos feitos nas duas questões anteriores, verifica-se que nos deparamos com outra situação, veja:

O número de objetos é igual ao número de posições? E a resposta é não, pois há 8 jogadores e serão escolhidos um total de 3.

Mas então porque não podemos usar a ideia de permutação? Ora, vamos tentar responder ao próximo questionamento, ou seja, a ordem importa? E a resposta também é não. Note que se organizarmos os jogadores de 1 a 8, e escolhermos os jogadores 5, 3 e 4 é o mesmo que escolher os jogadores 3, 5 e 4.

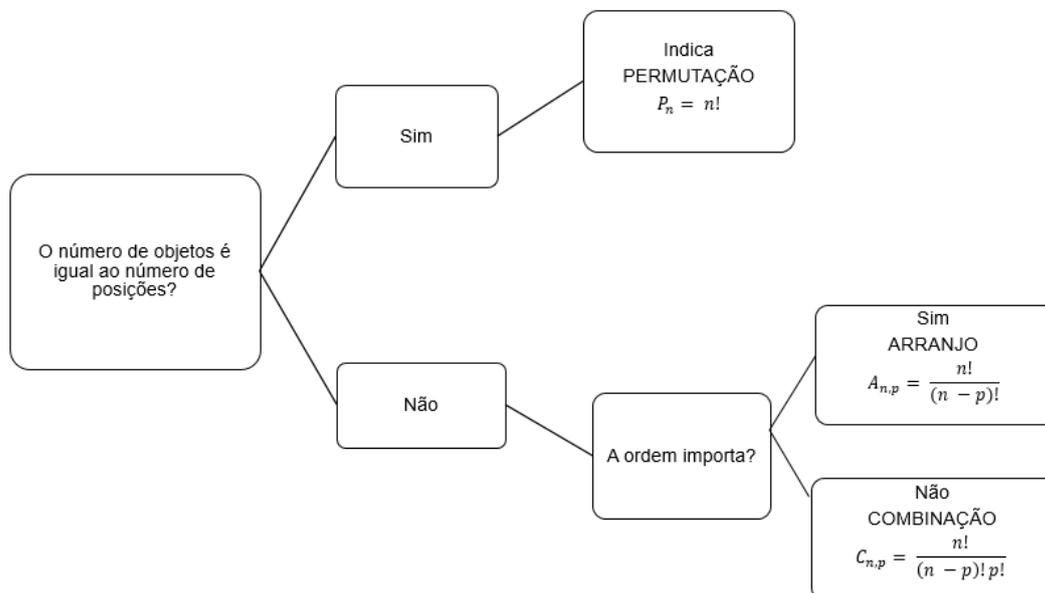
Portanto, nos deparamos com uma situação de combinação simples, onde o número de elementos é 8 e o número a ser escolhido é 3, ou seja,  $n = 8$  e  $p = 3$ . E para encontrar o número total de combinações fazemos:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!p!}$$

$$C_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{5!} \times 2} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{6}} = 56$$

Assim, o técnico desse time tem 56 maneiras de escolher os três jogadores para a participação do curso.

A partir dessas questões é interessante organizar/destacar as dicas que foram mencionadas por meio das perguntas sugeridas nas três últimas questões. Veja:



**Fonte:** da autora, 2018

## CONSIDERAÇÕES SOBRE O SABER PEDAGÓGICO

Diante das situações propostas, percebe-se que com o aumento dos objetos/elementos e com as problemáticas trazidas nas questões, a compreensão do princípio fundamental da contagem é elemento essencial, mas não único para a compreensão e resolução de todos os problemas de combinatória.

Essa sugestão de atividades/produto educacional, elaborada a partir da pesquisa, mostrou que o desenvolvimento do raciocínio combinatório deve ser trabalhado desde o Fundamental I, como orienta os documentos oficiais, mas que os livros didáticos não trazem de forma clara, ao pedagogo, que é responsável por esse trabalho. Ainda, nos anos iniciais do Ensino Fundamental II essa prática permanece.

Verificou-se que a maioria dos autores desenvolvem de forma explícita nos anos finais do Ensino Fundamental II, compreendendo assim que o trabalho no campo Análise Combinatória, fica a cargo do professor desenvolver ou não e por esse motivo deixa lacunas que conseqüentemente refletem no desempenho (ou falta dele) do aluno ao ingressar no ensino médio, onde o conteúdo é cobrado.

Reconhecendo essa lacuna no aprendizado do aluno, no que diz respeito às questões de combinatória, torna-se importantíssima a forma como a professora vai conduzir esse conteúdo em sala de aula. De fato, orienta-se que haja uma construção de conhecimento em que o aluno seja provocado a perceber questões de combinatória a partir de situações problemas do cotidiano e de maneira intuitiva (inicialmente), consiga interpretar e resolver problemas, como nas questões iniciais sugeridas nesse trabalho.

Assim, percebeu-se que a utilização de material concreto, a oportunidade de pegar em bolsas, chapéus e óculos e manipular as diversas combinações, e ainda, as temáticas do dia a dia do aluno (jogo da Mega-Sena, placa de um veículo, dentre outras situações) possibilitou interesse e envolvimento na temática em questão. A professora, sujeita da pesquisa, foi a peça principal para garantir a participação dos alunos e isso não se deve somente ao fato de dominar o conteúdo, mas principalmente de saber ensinar, tornar o conteúdo ensinável mesmo trabalhando com uma clientela

que é marginalizada na sociedade, e por sua vez, traz grandes dificuldades de aprendizagens.

Nesse sentido, constatou-se que quando o professor tem esses dois domínios, ou seja, o conhecimento do conteúdo e o saber pedagógico do conteúdo específico, torna-se tarefa fácil selecionar livros didáticos, pesquisas ou mesmo criar situações problemas conforme o ano de estudo e a modalidade de ensino que desenvolve a sua ação docente.

## REFERÊNCIAS

BORTOLOTTI, WAGNER e FERREIRA. **A formação dos professores: erros em análise combinatória.** In: XIII Conferência Internacional de Educação Matemática, 2011. Recife. *Anais eletrônicos...* Disponível em <<http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/1610.pdf>>. Acesso em: 10 de set. de 2017.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria.** Trad. Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto VOAZ: Matemática.** Ensino Médio – Parte II. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2012.

COSTA, C. A. **Análise Combinatória: Como aborda-la a partir do ensino fundamental.** In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004. Universidade Federal do Pernambuco, Recife. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <<http://www.sbem.com.br>>. Acesso em 17 de jun. de 2017.

ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam no raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos - 8ª série do ensino fundamental.** São Paulo, 2000, 194 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ROA, Rafael e NAVARRO-PELAYO, Virginia. **Razonamiento Combinatorio e Implicaciones para la Enseñanza de la Probabilidad.** Jornadas europeas de estadística, Ilhas Baleares, 10 e 11 de outubro de 2001.

SABO, Ricardo D. **Saberes docente: A Análise combinatória no Ensino Médio.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC.SP. São Paulo, 2010.

## APÊNDICE 2: Estado da Arte “Obras consultadas”

Tipo da Obra – Autoria - Ano	Tema	Objetivo Geral	Resultados
Dissertação de mestrado  Costa - 2003	Os saberes docentes elaborados na formação inicial	Analisar a dificuldade de resolução de problemas combinatórios dos sujeitos com uma avançada preparação matemática.	Constatou-se dificuldades de estabelecer um procedimento para reconhecer na formação dos agrupamentos se a ordem é ou não relevante.
Artigo  Costa 2011	As concepções de ensino e aprendizagem em testes de Hipóteses no desenvolvimento do pensamento inferencial	Compreender sobre a aquisição conceitual ou procedimental e os conhecimentos para a formação de competências em alunos de graduação.	Constatou-se ausência de conhecimentos prévios dos alunos em formação inicial; há um preparo para responder exercícios clássicos. Não há uma formação um enfoque para interpretação e compreensão de conceitos e procedimentos.
Dissertação de mestrado  Medrado - 2014	Os saberes docentes elaborados na formação inicial e a prática do professor de Matemática no contexto da EJA	Investigar as estratégias elaboradas pelos professores na formação inicial e a prática do professor de Matemática no contexto da EJA à luz da concepção freiriana.	Os saberes docentes desenvolvidos pelo professor de Matemática e passível de mudança diante de contradições internas (do professor) e as dificuldades externas (infraestrutura, currículo, política educacional).
Dissertação Areal - 2016	Projeto Poronga: uma política educacional da de aceleração da aprendizagem	Analisar indicadores e apontar se a implementação do projeto diminuiu a distorção idade/série no Estado.	A implementação do projeto diminuiu a correção do fluxo idade/série, mas não a erradicaram

Dissertação de mestrado Sabo -2010	Saberes Docentes:  A análise combinatória no Ensino Médio	O trabalho tem como objetivo investigar os saberes do professor de matemática do Ensino Médio com relação a este tema.	Os resultados demonstraram que alguns professores valorizam o princípio multiplicativo e outros as fórmulas, sendo que apenas os últimos demonstram saber justificar e explicar a validade das mesmas. Também dificuldades quanto a ler enunciados dos problemas, se a ordem é ou não relevante.
Dissertação de mestrado profissional Santos - 2005	O tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula.	O trabalho tem como finalidade contribuir para o entendimento de como se dá o processo de incorporação de temas ligados a combinatória, probabilidade e estatística na Educação Básica.	Formação continuada de professores
Dissertação de mestrado Esteves - 2001	Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental.	O objetivo da pesquisa consiste em estudar a aquisição e o desenvolvimento dos primeiros conceitos de análises combinatória em adolescentes de 14 anos de idade.	Os resultados mostram que os alunos apresentam dificuldades em resolver problemas. As principais causas de fracasso são referentes a confusão sobre relevância da ordem, principalmente e problemas de combinação para enumerar dados sistematicamente; dúvidas na identificação da operação aritmética

			equivalente a interpretação incorreta do problema, quando este apresenta mais de uma etapa.
Comunicação Científica - Bortoloti, Wagner, Ferreira - 2011	Formação de professores: erros em análise combinatória.	Este trabalho tem como objetivo investigar erros cometidos por estudantes universitários em questões envolvendo álgebra, geometria e análise combinatória.	Identificou-se nas 41 questões aplicadas aos professores erros de agrupamento, por não saber fazer a colocação correta, erro na aplicação das fórmulas de arranjo e combinação e erros na aplicação de fórmulas no contexto. Identificado falta de habilidade de resolver problemas de contagem usando princípio multiplicativo.
Dissertação Santos (2005)	O tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula.	Contribuir para o entendimento de como se dá o processo de incorporação de temas ligados à combinatória,	O estudo revelou que, de modo geral, esses professores não acham esses conteúdos viáveis para o Ensino Fundamental e mesmo para o Ensino Médio; apresentam certa resistência por não dominarem esses conteúdos e consideram que estes não estão previstos pelas propostas para o ensino fundamental e que são complexos. Os professores afirmam não ter conhecimento do que é proposto pelos PCN para o ensino de combinatória, probabilidade e

			estatística e declaram não ter estudado esses conteúdos no curso de graduação.
Artigo Chimentão - 2009	O significado da formação continuada docente	Compreender o significado e da importância da formação continuada docente para o exercício da prática pedagógica e, principalmente, para a transformação da mesma.	Chegou-se à conclusão de que, provavelmente, a formação continuada será significativa ao professor quando houver maior articulação entre teoria e prática.  Percebeu-se que a formação continuada poderá ser capaz de provocar mudanças na postura e no fazer pedagógico dos professores.

**Fonte:** Construída pela pesquisadora a partir dos estudos realizados em sites.

## **Anexo 1: Roteiro do Questionário semiestruturado aplicado a Professora**

### **1) Dados de Identificação**

- 1.1) Nome Completo
- 1.2) Idade
- 1.3) Séries/anos em que atua
- 1.4) Ano de Conclusão do curso de Nível Superior (Licenciatura Plena em Matemática)
- 1.5) Tempo de serviço como professora de Matemática
- 1.6) Tem outra atividade profissional além do Magistério?
- 1.7) Tempo de serviço em que atua como professora do PEEM?
- 1.8) Carga horária contratada e, em sala de aula.
- 1.9) Em relação à formação profissional continuada, fez algum curso de especialização? Em quê? E qual ano concluiu?

### **2) Prática pedagógica como professora de Matemática**

- 2.1) Como você trabalhava o conteúdo de Combinatória antes do PEEM e após o PEEM?
- 2.2) Como você desenvolve questões de combinatória (princípio multiplicativo, permutação e arranjo), de modo a torná-lo compreensível pelos alunos?
- 2.3) Em sua opinião, há diferença entre as aulas do ensino regular e as do projeto de aceleração?
- 2.4) Como você viu/concebia o ensino-aprendizagem; avaliação, papel do aluno e professor, e da construção do conhecimento matemático durante sua formação acadêmica e, durante a sua trajetória profissional de professora?
- 2.5) Como você vê o papel do PEEM na formação continuada para os professores?
- 2.6) Qual a concepção que tem de formação continuada?

### **3. Possíveis observações:**

---

---

## Anexo 2 – PLANO DE AULA

### GOVERNO DO ESTADO DO ACRE SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO PROGRAMA ESPECIAL DE ENSINO MÉDIO PEEM – PORONGA MÉDIO

#### Aula 48 – O princípio multiplicativo

##### Conteúdos

- ✓ Raciocínio multiplicativo/combinatório;
- ✓ Contagem;
- ✓ Aplicações e propriedades;
- ✓ Fatorial de um número.

##### Habilidades

- ✓ Mostra que o princípio multiplicativo constitui uma ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos;
- ✓ Desenvolve aplicações do princípio multiplicativo, construindo a conhecida árvore de possibilidades ou garfo;
- ✓ Compreende e forma os significados no estudo de análise combinatória;
- ✓ Identifica padrões numéricos ou princípios de contagem;
- ✓ Avalia a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre as informações quantitativas.

##### Acolhida

O professor entregará a mensagem abaixo para casa aluno, em seguida pedirá que um dos docentes leia e faça a reflexão da frase.

**Objetivo:** levar os alunos a refletir sobre o seu desempenho na escola para assim garantirem um bom emprego no futuro.



##### Atividade Integradora

O professor levará vários desenhos em quadrinhos, distribuirá aos alunos e pedirá que em seguida cada um faça uma pequena reflexão para os demais colegas da imagem que recebeu.

**Objetivo:** precisamos priorizar nossas atividades e administrar nossos dias, caso contrário o tempo passa e não percebemos e por final nada foi feito. O tempo não volta.



### Problematização – O princípio multiplicativo Cartaz com questionamento

Você é membro da delegação brasileira de futebol nessas olimpíadas e ficou responsável pelos uniformes. Ao consultar o estoque, verificou que a nossa seleção dispunha de 4 camisetas, 4 shorts e 4 pares de meias com as cores da nossa bandeira. Empolgado, imaginou nossa seleção entrando em campo de camiseta amarela, short azul e meias brancas, talvez por ser a combinação mais comum de presenciarmos. Ao chegar em Londres, todos os responsáveis pelos uniformes foram obrigados a preencher o seguinte questionário para o comitê olímpico.

No dia do jogo cada seleção só pode levar para o vestiário 2 pares de meias, 2 shorts e 2 camisetas, então escolha as que você irá levar e nos informes quantas combinações são possíveis de fazer com os itens escolhidos.

R: Supondo que escolhemos as camisetas amarela e azul, shorts e meias também dessas cores. Então temos as seguintes combinações:

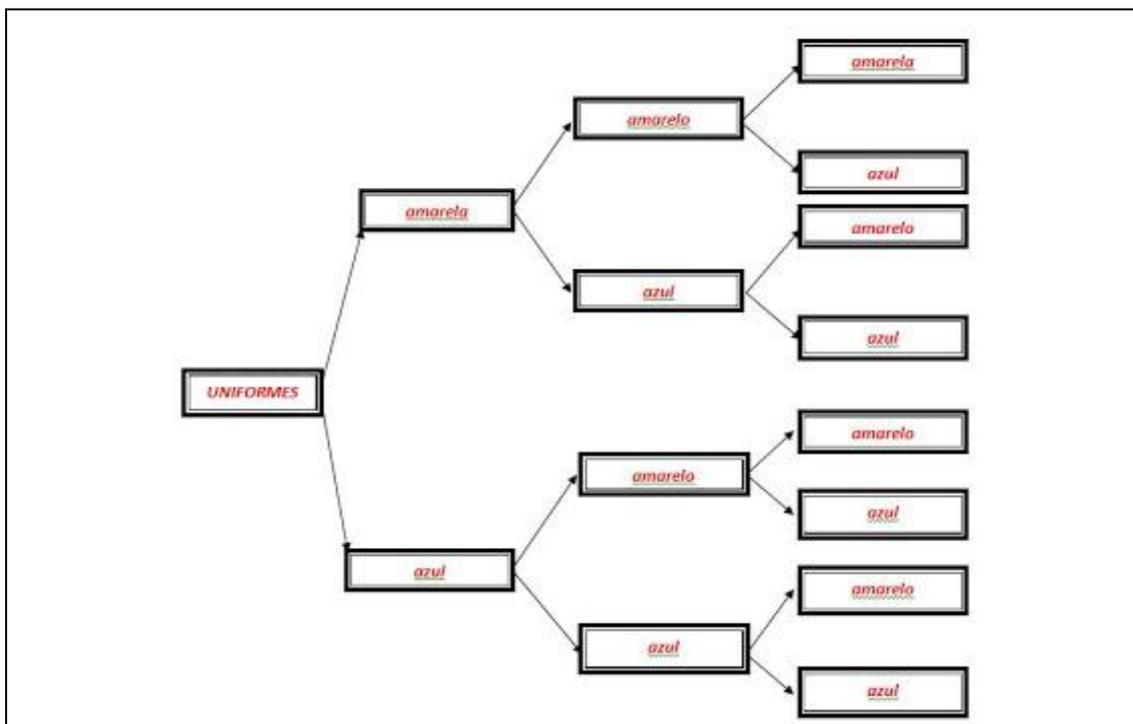
Camiseta	Shorts	Meias
Amarela	Amarelo	Amarelo
Amarela	Amarelo	Azul
Amarela	Azul	Amarelo
Amarela	Azul	Azul

Agora basta estendermos o raciocínio para as camisetas azuis e verificaremos que temos 8 combinações possíveis. Depois dessa conclusão, podemos observar que se o evento “cor de camiseta” pode ocorrer de 2 maneiras distintas e para cada uma dessas maneiras o evento “cor de shorts” pode ocorrer de 2 maneiras distintas e para cada uma dessas maneiras o evento “cor de meia” pode ocorrer de 2 maneiras distintas, então o número de possibilidades ou combinações de uniformes distintos (sendo que basta um item do uniforme ser diferente para que o uniforme seja diferente) é dado pelo produto entre as possíveis cores de camisetas (2), as possíveis

cores de shorts (2) e as possíveis cores de meias (2), que nos dá 8 combinações possíveis.

Este princípio é conhecido como princípio fundamental da contagem (P.F.C), ou princípio multiplicativo.

Uma outra maneira de determinar todas as opções de uniformes para nossa seleção é raciocinando através do diagrama da árvore ou árvore de possibilidades.



Organizamos em colunas os itens que compõe o uniforme e associamos as opções de cores com setas (as associações lembram as ramificações de galhos de uma árvore, daí o nome do diagrama), mais uma vez concluímos que são 8 as possíveis combinações.

A tabela e o digrama acima podem ser construídos junto com os alunos como opção de estratégia (podemos questioná-los, quantos itens compõe o uniforme, e colocar isso como entrada das colunas, sobre quantas cores escolhemos para cada item e alocar essa informação como entrada das linhas).

Podemos também utilizar “slots” ou “células” para cada item do uniforme e preencher com o número de possibilidades possíveis para cada item. No nosso caso temos 3 “células” e 2 possibilidades de cores para cada uma das células.

*Cor de camiseta*

*Cor de shorts*

*Cor de meias*

Podemos perguntar aos alunos quantas possibilidades de camisetas temos para compor nosso uniforme e preencher a 1ª “célula”, e assim para 2ª e 3ª “células”. Como o uniforme é composto dos 3 itens simultaneamente, o número de possibilidades é dado pelo produto das possibilidades de cada item, nos dando 8 possíveis combinações.

É importante levar em consideração as estratégias de contagem adotadas pelos grupos, e não impor nenhuma linha pronta de raciocínio.

Em seguida os alunos serão convidados a assistir a teleaula

### **Exibição da Teleaula**

- ✓ Aula 48 - O princípio multiplicativo

### **Leitura de Imagem**

Antes da leitura de imagem o professor retomará a problematização fazendo as correções necessárias;

O professor divide a turma em dois grupos lado A e lado B. Cada um deve organizar um grito de guerra. O professor organiza um cartaz ilustrativo para marcar os pontos.

Dependendo do número de questões da teleaula o professor organiza o número de provas, sendo que cada prova dependendo da habilidade poderá valer até 25 pontos. Cada questão da teleaula valerá 1,0 ponto.

A gincana será organizada num cartaz onde serão distribuídas as questões dentro de envelopes enumerados. Se a teleaula tiver 10 questionamentos serão confeccionados 10 envelopes.

A gincana inicia com o professor chamando a frente um representante de cada grupo e depois pedirá que cada um diga um número. O que falar o número maior escolherá um número no painel, se for pergunta este deverá ir até os colegas e responder adequadamente, se errar perderá 1,0 pontos. Se o número de questões for 10 são necessárias apenas três provas; se for menos apenas duas e se for maior que 10, basta quatro provas.

### **Questionamentos sobre a teleaula**

#### **1) Qual é o conteúdo da nossa teleaula?**

Resposta: Princípio multiplicativo

2) Carolina iria comprar algumas peças de roupas. Quantas possibilidades diferentes foram lançadas na teleaula?

Resposta: 6 possibilidades

3) Como se constrói o princípio multiplicativo?

Resposta:

decisão  $d_1$  -  $n$  opções  
 decisão  $d_2$  -  $m$  opções  
 $n^\circ$  total de opções =  $n \cdot m$   
 então o número total de maneiras de tomarmos as decisões  $d_1$  e  $d_2$

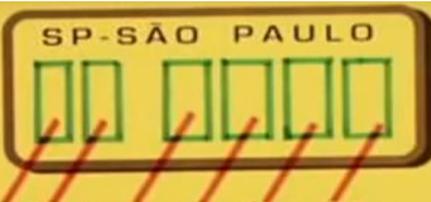
4) Quais foram às decisões a serem tomadas para a combinação das roupas?

Resposta:

$d_1$ : ESCOLHER UMA DENTRE AS 3 BLUSAS.  
 $d_2$ : ESCOLHER UMA DENTRE AS 2 SAIAS.  
 MANEIRAS DE TOMAR AS DECISÕES  $d_1$  E  $d_2 = n$   
 é igual ao número de maneiras possíveis de tomar a decisão  $d_1$

5) Quantas placas diferentes e possível formar com o modelo antigo de placas, ou seja, com 2 letras e 4 algarismos?

Resposta:

SP-SÃO PAULO  
  
 $26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$   
 vezes 10 vezes 10, que dá um total de 6 milhões e 760 mil

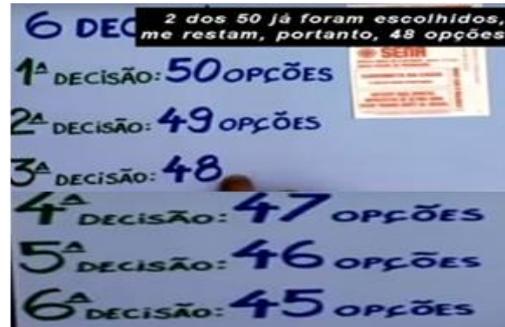
6) E com a nova placa?

Resposta:

175.760.000

7) Quantas maneiras diferentes para preencher o cartão da Sena?

Resposta:



8) Multiplica as decisões e chega ao resultado.

### Atitude de cidadania

- ✓ O princípio multiplicativo é uma base de análise combinatória, que permite resolver problemas e a criação de inúmeras placas diferentes para carros e motos.

### Atividade Extra (xerox)

Procedimento: O professor entregará os exercícios em xerox para os alunos responderem no caderno e após corrigir no quadro com o professor.

- 1) Em uma sala de aula existem 12 alunas, onde uma delas chama-se Carla, e 8 alunos, onde um deles atende pelo nome de Luiz. Deseja-se formar comissões de 5 alunas e 4 alunos. Determine o número de comissões, onde simultaneamente participa Carla e Luiz.
  - a) 10.550
  - b) 11.000
  - c) 11.550
  - d) 12.000
  - e) 12.550

Resolução:

Comissão de alunas será dada por:  $C_{11,4}$

Comissão de alunos será composta por:  $C_{7,3}$

$$C_{11,4} = \frac{11!}{4!(11-4)!} \Rightarrow \frac{11!}{4!*7!} \Rightarrow \frac{11*10*9*8*7!}{4!*7!} \Rightarrow \frac{7920}{24} \Rightarrow 330$$

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} \Rightarrow \frac{7!}{3!*4!} \Rightarrow \frac{7*6*5*4!}{3!*4!} \Rightarrow \frac{210}{6} \Rightarrow 35$$

$$C_{11,4} * C_{7,3} = 330 * 35 = 11.550$$

O número de comissões, respeitando a condição imposta, será de 11 550.

- 2) Um pesquisador científico precisa escolher três cobaias, num grupo de oito cobaias. Qual o número de maneiras que ele pode realizar a escolha.
- 50
  - 56
  - 60
  - 76
  - 86

Resolução:

$$C_{8,3} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{3! \cdot 5!} = \frac{336}{6} = 56$$

O pesquisador pode realizar a escolha de 56 maneiras.

### Atividade Complementar

O professor dividirá a turma em 4 grupos, de acordo com as equipes de humanização.

**G1** – Encenar uma situação problema na qual o engenheiro precisa construir um galpão cuja parte de sua cobertura é uma circunferência, e ele não sabe como utilizar a fórmula da circunferência.

**G2** – Criar uma história em quadrinho falando da importância da utilização da fórmula da circunferência no nosso dia a dia.

**G3** – Criar um cardápio de uma lanchonete, no qual o cliente tenha quinze opções de escolha, fazendo a combinação de salgados e sucos.

**G4** – Fazer um cartaz explicando o que é permutação e dando um exemplo de como utilizá-la no nosso dia a dia.

Apoio G4: O conceito de permutação expressa a ideia de que objetos distintos podem ser arranjados em inúmeras ordens diferentes. Por exemplo, com os números de um a seis, cada ordem possível produz uma lista dos números, sem repetições. Uma de tais permutações é: (3, 4, 6, 1, 2, 5).

### Socialização das atividades

Após o término das atividades o mediador deverá sempre fazer uma roda de conversa, na qual deverá sempre responder corretamente as atividades em conjunto com os seus alunos. E assim, garantir maior compreensão e entendimento do aluno, para ocorra a aprendizagem.

### Síntese

Serão entregues tarjetas em branco aos componentes da equipe de síntese e estes as preencherão com os passos sequenciais da aula.



### Avaliação

Entregar imagem de dois corações e pedir que completem as frases:



O meu coração bateu forte...



O meu coração parou...

### Aula 49 – As permutações

#### Conteúdo:

- ✓ Permutações;
- ✓ Números de permutações;
- ✓ Aplicações e propriedades.

#### Habilidades:

- ✓ Entende que permutações são um tipo de problema de contagem, relacionado às várias formas de arrumar os elementos de um conjunto, no qual precisamos determinar de quantas maneiras podemos organizá-los;
- ✓ Resolve utilizando o princípio multiplicativo, sendo agora formalizado com a introdução do número fatorial;
- ✓ Desafia na resolução de problemas, sem fornecer as respostas;
- ✓ Resolve situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos;
- ✓ Avalia propostas de intervenção na realidade, utilizando conhecimentos numéricos.

#### Acolhida: Cartão com mensagem reflexiva

Procedimento: A professora entregará um cartão para cada aluno, e em seguida pedirá que voluntariamente um deles leia a mensagem.

Objetivo: Levar os alunos a refletirem que tudo na vida é um momento único e precisamos aprender o que Deus quer nos ensinar em todas as situações boas e ruins.



### Atividade Integradora: cruzada matemática

Procedimento: O professor deverá entregar uma cruzada para cada aluno. Dará uns 5 minutos para que eles resolvam e o aluno que conseguir resolver tudo correto primeiro, ganhará 0,5 ponto.

**CLUBE MATEMATEENS**  
**CRUZADINHA MATEMÁTICA**  
02

1 - Nome da primeira coordenada de um ponto no plano cartesiano.

2 - Sentença matemática na qual aparecem um sinal de igual e uma ou mais letras que representam números desconhecidos chamados incógnitas.

3 - Operação em que, dado um radicando e um índice, se calcula uma raiz.

4 - Polígono de 8 lados.

5 - O mesmo que o número 1. O mesmo que um todo, quando se trata de frações.

6 - Desenho ou esquema usado para representar uma situação.

7 - Poliedro cujas faces são dois polígonos iguais ( as bases ) que são ligadas por faces laterais que são paralelogramos.

8 - Raio da circunferência inscrita num polígono regular.

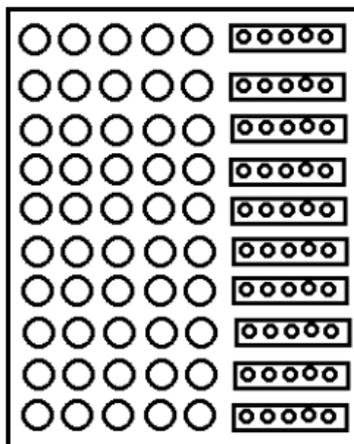
9 - Prefixo que indica seis.

10 - Segunda letra do alfabeto grego.

Arquimedes : Físico e matemático grego ( 287 – 212 a.C.), que usou pela primeira vez na história alavancas, roldanas e engrenagens. Deduziu várias fórmulas matemáticas como, por exemplo, a do volume da esfera.

### Problematização da Aula 49: questões

### Questionamento: Jogo “A Senha”



A sala será dividida em duas equipes, cada grupo recebe uma cópia e em seguida é decidido que grupo irá começar. Após determinar quem vai começar o jogo, o jogador (A) deve definir quais as cores utilizadas em sua senha de forma a mostrá-las ou deixar claro quais serão. As primeiras senhas devem conter três cores selecionadas pelo jogador A e não pode haver repetição. A ordem da senha será de acordo com a escolha de quem estiver elaborando-a. O jogador A deve pintar as três primeiras circunferências maiores de sua folha, e o outro jogador (B), que irá adivinhar as senhas, deve usar também suas três primeiras circunferências maiores para lançar seus palpites na tentativa de adivinhar a ordem das cores da senha de seu colega. Após dar um palpite, o jogador B entrega sua folha ao jogador A que vai usar as circunferências pequenas para analisar a senha que foi suposta. Se a cor estiver no lugar certo, deve preencher toda a circunferência pequena com uma caneta. Se estiver na posição errada deve marcar um X também na circunferência pequena correspondente a cor da circunferência grande.

O intuito deste jogo é que os alunos percebam que existe um número finito de possibilidades e que a cada rodada, os palpites vão ficando mais fáceis e limitados já que não poderia haver repetições de senhas.

Então o professor pergunta a turma o que eles sabem sobre permutações e associa o tema ao jogo.

O professor deverá ouvir atentamente os comentários dos alunos sem interferir nas respostas. Em seguida deverá finalizar pedindo a todos que prestem atenção na teleaula pois, após a mesma, eles responderão estes e outros questionamentos sobre a teleaula.

### Exibição da teleaula

**Leitura de imagem:** Será feito um bingo com o nome dos alunos, o nome sorteado terá que responder a uma pergunta específica.

### Questões da Teleaula 49:

1. Qual o conteúdo desta aula (aula 49)? Resposta: Análise combinatória e probabilidade.
2. O que significa permutar elementos de um conjunto? Resposta: Significa arrumá-los em várias posições.

A palavra significa trocar de lugar, reordenar, substituir.

3. O que significa calcular o número de permutações? Resposta: Significa descobrir quantas são as arrumações ou permutações possíveis.
4. Como se faz o cálculo das permutações? Resposta: Usando-se o fatorial de um número.
5. O que é fatorial de um número natural? Resposta: O fatorial de um número natural é o produto (multiplicação) dele por todos os números naturais menores que ele, excluindo o zero.

**Observação1:** Complementar a resposta comentando que o conjunto dos números naturais é formado pelos números que usamos para contar os objetos:  $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ .

**Observação2:** Se eles não comentarem lembrá-los que o símbolo do fatorial é o ponto de exclamação.

6. De quantas maneiras um grupo de quatro pessoas pode se posicionar numa fila?

**Observação:** o aluno (ou a dupla) resolverá a questão no quadro.

Resposta:  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

7. De quantas maneiras um grupo de cinco pessoas pode se posicionar numa fila?

**Observação:** o aluno (ou a dupla) resolverá a questão no quadro.

Resposta:  $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ .

8. De quantas maneiras um grupo de seis pessoas pode se posicionar numa fila?

**Observação:** o aluno (ou a dupla) resolverá a questão no quadro.

Resposta:  $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ .

9. De quantas maneiras um grupo de dez pessoas pode se posicionar numa fila?

Resposta:  $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3.628.800$  (três milhões, seiscentos e vinte e oito mil e oitocentas possibilidades).

10. De quantas maneiras diferentes é possível organizar as letras da palavra DEUS?

Resposta:  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

#### **Atitude de cidadania:**

Estimular a reflexão dos alunos sobre a importância do conhecimento matemático, direcionando para os assuntos abordados na aula (análise combinatória e probabilidade), já que estes nos auxiliam na escolha e tomada de decisões, pois nos permitem analisar possibilidades e combinações nas mais diversas áreas e situações. Além disso, desenvolve nosso raciocínio lógico e faz o cérebro trabalhar de forma mais organizada e crítica.

**Atividade Extra:** o professor entregará uma cópia para cada aluno e depois corrigir com todos da sala.

1) Quantos são os anagramas que podemos formar com a palavra PORTA?

- a) 60                      b)70                      c)80                      d)100                      e)120

Resposta: São 5 letras. Logo temos  $P_5 = 5! = 120$  anagramas.

2) Quantas palavras com significado ou não de 3 letras podemos formar com as letras A, L, I?

- a)3                      b)4                      c)5                      d)6                      e)7

Resposta: Vamos denotar o conjunto das letras A, L, I sendo  $X = \{A, L, I\}$

Como estamos trabalhando com permutações, então  $P = n$ , logo temos:

3 possibilidades para a 1º posição

3-1 possibilidades para a 2º posição

3-2 possibilidades para a 3º posição

Note que sempre que tratarmos sobre permutações, e não existir nenhuma condição para permutar os elementos do conjunto,  $P(n) = n!$

Ou seja, se temos 3 elementos, então  $P_3 = 3! = 6$  palavras diferentes.

3) Um grupo de 5 pessoas decide viajar de carro, mas apenas 2 sabem dirigir. De quantas maneiras é possível dispor as 5 pessoas durante a viagem?

- a)30                      b)40                      c)48                      d)50                      e)58

Resposta: O banco do motorista pode ser ocupado por uma das 2 pessoas que sabem guiar o carro e as outras 4 podem ser permutadas pelos 4 lugares restantes, logo:  
 $2 \cdot 4! = 2 \cdot 24 = 48$  maneiras.

### Atividade Complementar: cruzadinha da matemática

**CLUBE MATEMATEENS**  
**CRUZADINHA MATEMÁTICA**  
**03**

1 – Característica especial de uma operação ou de uma figura geométrica.

2 – Representação gráfica de uma região, cidade, bairro.

3 – Poliedro de 6 faces que são quadriláteros.

4 – Segmento de reta que une um vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto.

5 – O mesmo que demonstração.

6 – Quantidade igual a 10 unidades.

7 – Palavra de origem grega formada por geo ( terra ) e metria (medida). Ciência que estuda figuras como retângulos, cubos, esferas, etc. e que é um dos ramos fundamentais da matemática.

8 – Número ao qual se eleva a base numa potenciação.

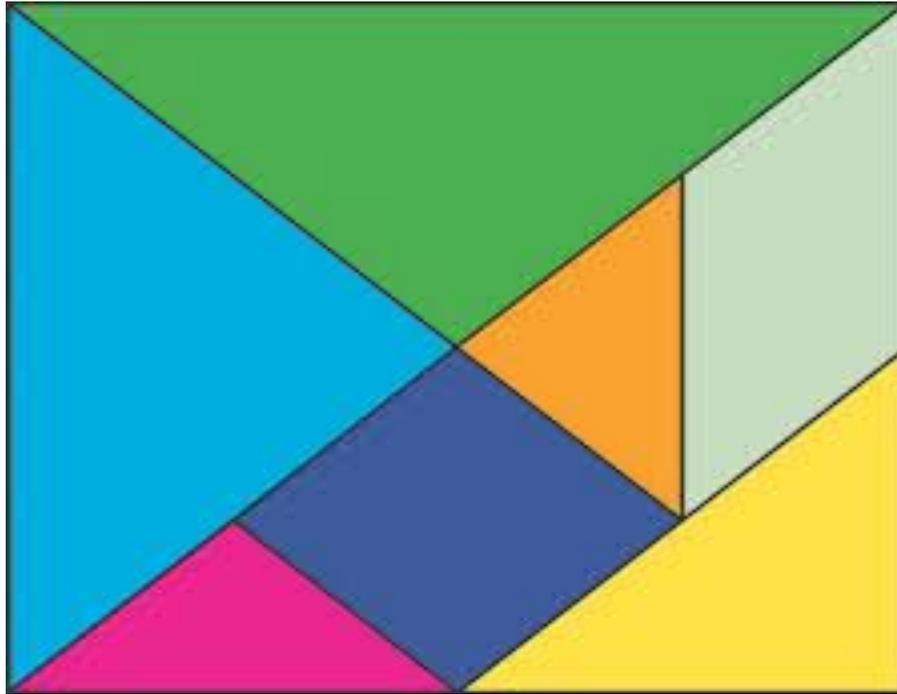
9 – Unidade de área equivalente a 100 ares ou a 10 000 m<sup>2</sup>, muito usada para expressar a área de propriedades rurais.

10 – Conceito associado à posição relativa de retas e planos.

Hiparco de Nicéia : Astrônomo e matemático grego que viveu na cidade de Nicéia ( 180 – 125 a.C., aproximadamente). É chamado o Pai da Trigonometria. Foi o primeiro a construir tabelas de senos e cossenos, as quais usou em seus estudos sobre a posição de estrelas e planetas.

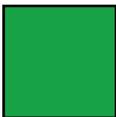
### Síntese

- ✓ O professor entregará para alguns alunos as partes do quebra cabeça abaixo onde os mesmos montarão conforme cita-se os passos da teleaula.

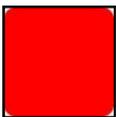


### Avaliação

- ✓ Mostrar os quadrados coloridos e um membro de cada grupo da leitura de imagem avaliará aula.



Acrescentei nos meus conhecimentos...



Ainda faltou acrescentar...

### Anexo 3. TERMO DE AUTORIZAÇÃO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PRÓ - REITORIA DE PESQUISA E PÓS - GRADUAÇÃO-PROPEG  
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA-CCBN  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – MPECIM

#### TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Agosto de 2015.

**Senhora Coordenadora**

Eu, Inayara Rodrigues de Carvalho, aluna do Mestrado em Ensino de Matemática e Ciências – MPECIM, da Universidade Federal do Acre – Ufac, venho pelo presente, solicitar vossa autorização para realizar esta pesquisa no Programa Especial de Aceleração do Ensino Médio – PEEM/ Projeto Poronga, nas escolas do estado onde a professora leciona.

A pesquisa intitulada: Manifestações do saber pedagógico do conteúdo específico de análise combinatória: o caso da professora que atua no programa de formação continuada - Poronga médio é orientada pelo Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo.

Os procedimentos adotados serão: observar as aulas da professora; participar dos planejamentos pedagógicos e aplicar entrevistas e questionários à professora. Quanto a vossa senhoria, solicito se possível, a proposta pedagógica do Programa Especial de Aceleração do Ensino Médio.

Os dados obtidos nesta pesquisa serão utilizados na elaboração da dissertação de mestrado da nossa pesquisa. Assumimos a total responsabilidade de não publicar qualquer dado que comprometa o sigilo da participação do sujeito e informantes do Programa, como nome, endereço e outras informações pessoais que não serão em hipótese alguma publicados

**Anexo 4. AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PRÓ - REITORIA DE PESQUISA E PÓS - GRADUAÇÃO-PROPEG  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – MPECIM

**Autorização Institucional**

Eu, Camila Leima da Silva

coordenadora pedagógica do Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM, declaro que fui informada dos objetivos da pesquisa acima, e concordo em autorizar a execução do mesmo neste Programa que a Secretaria de Educação e Esporte do Acre – SEE oferece a clientela que está em distorção idade/série. Caso necessário, a qualquer momento poderemos revogar esta autorização, se comprovada atividades que causem algum prejuízo a esta coordenação ou ainda, a qualquer dado que comprometa o sigilo da participação dos integrantes do programa. Declaro também, que não recebemos qualquer pagamento por esta autorização bem como o (a) sujeito (a) e informantes da pesquisa também não receberão qualquer tipo de pagamento.

Camila Leima da Silva

Coordenadora Pedagógica do Programa Especial de Aceleração da  
Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM

Inayara Rodrigues de Carvalho

Pesquisadora

Gilberto Francisco Alves de Melo

Orientador

## Anexo 5. TERMO DE CONSENTIMENTO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PRÓ - REITORIA DE PESQUISA E PÓS – GRADUAÇÃO - PROPEG  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – MPECIM

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Prezada professora Djallene Rebelo de Araújo, você está sendo convidada a participar de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática – MPECIM, sobre “Manifestações do saber pedagógico do conteúdo específico de análise combinatória: o caso da professora que atua no programa de formação continuada - Poronga médio”. Que tem como objetivo descrever e analisar como os professores de matemática mobilizam e/ou constroem saberes para aprender e ensinar questões de combinatória.

A sua participação consistirá em responder o questionário sobre sua trajetória profissional e entrevista gravada, fornecendo as informações necessárias para o desenvolvimento da pesquisa.

Gostaríamos de deixá-la ciente que os dados coletados nesse estudo poderão ser utilizados em nossas publicações. Salientamos, que sua identidade pessoal, o da instituição escolar e de seus alunos serão protegidas. Não haverá nenhuma compensação financeira pela sua participação, nenhum prejuízo pela eventual não participação, portanto, o seu envolvimento na pesquisa é inteiramente voluntário e contribuirá para os estudos na área de educação matemática. O resultado obtido nesse estudo poderá ser utilizado para fins educacionais, tais como: elaboração de artigos, para serem divulgados em revistas ou eventos da área educacional e elaboração de dissertação de mestrado.

#### Adesão

Declaro que li e entendi esse Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que todas as minhas dúvidas foram esclarecidas e que sou voluntária a tornar parte nessa pesquisa.

Djallene Rebelo de Araújo  
PROFESSORA

Rio Branco-Ac, 03 de dezembro de 2015.