UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS ENVOLVENDO CONCEITOS DE FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU A PARTIR DAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Orientador: Prof. Dr. Edcarlos Miranda da Souza
Coorientador: Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva

Rio Branco
2017

LÍVIA DA SILVA HOYLE

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS ENVOLVENDO CONCEITOS DE FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU A PARTIR DAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Edcarlos Miranda da Souza
Coorientador: Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva

Rio Branco
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

H868s Hoyle, Lívia da Silva, 1982 -

Sequência didática envolvendo conceitos de funções do primeiro grau a partir das orientações curriculares nacionais: perspectivas para o ensino de matemática / Lívia da Silva Hoyle. – 2017.

170 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Centro de Ciências Biológicas e da Natureza, Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Rio Branco, 2017.

Inclui referências bibliográficas e apêndice.

Orientador: Prof. Dr. Edcarlos Miranda da Souza.

Coorientador: Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva.

1. Matemática – Ensino. 2. Jogos educacionais. 3. Didática de ensino. I. Título.

CDD: 540.7

Bibliotecária: Alanna Santos Figueiredo CRB-11/1003

LÍVIA DA SILVA HOYLE

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS ENVOLVENDO CONCEITOS DE FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU A PARTIR DAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: ____/____/____

Banca Examinadora

Prof. Dr. Edcarlos Miranda de Souza
Universidade Federal do Acre
Orientador

Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva
Universidade Federal do Acre
Coorientador

Prof. Drª Salete Maria Chalub Bandeira
Universidade Federal do Acre
Membro Interno

Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior
Universidade Federal do Acre
Membro Externo

Rio Branco
2017

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Lúcia e Sidney, que sempre incentivaram e acreditaram em mim. Aos meus irmãos, Lídia e Alan, pelo apoio e torcida, e ao meu querido filho, João Kevin, pelo amor e compreensão nos momentos que estive ausente na elaboração deste trabalho.

AGRADECIMENTO

Em primeiro lugar, agradeço à Deus, por minha vida e por traçar caminhos que jamais imaginei percorrer, me proporcionando crescimento e superação.

Agradeço a minha família pelo amor incondicional, em especial minha mãe que caminhou junto comigo, apoiando e incentivando para que eu não desistisse, sei que não foi fácil.

Agradeço aos meus colegas pelas palavras de carinho e estímulos que ajudaram esta jornada ficar menos pesada.

Agradeço aos colegas de trabalho pela paciência nos momentos de ausência e contribuição na elaboração deste trabalho.

Agradeço aos meus professores pelos conhecimentos que me proporcionaram.

Agradeço aos meus colegas e professores do MPECIM pelas trocas de experiência e aprendizagem, principalmente, pelas palavras de incentivos que eram constantes tanto nas aulas como no grupo de Whatsapp.

Agradeço meu orientador, Dr. Edcarlos Miranda de Souza, pela compreensão, confiança, apoio e dedicação para comigo e meu trabalho. Uma pessoa de uma simplicidade, carisma, inteligência e paciência que tive a honra de conhecer e compartilhar momentos de muito aprendizado.

Agradeço meu coorientador, Dr. Itamar Miranda da Silva, pelas orientações e reflexões compartilhadas para o direcionamento deste trabalho.

Agradeço também, esta oportunidade ao IFAC, pelo incentivo e apoio a qualificação que dispensam aos seus servidores.

“Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes.”

(Isaac Newton)

RESUMO

Este estudo teve como objetivo construir uma sequência didática com atividades diversificadas que auxiliem os professores de matemática no desenvolvimento dos conceitos e representações da Função do 1º grau. O presente trabalho se baseia em pesquisa bibliográfica e nos embasamos, principalmente, na teoria dos Registros de Representações Semióticas desenvolvida por Raymond Duval (2013) para a compreensão das transformações do objeto matemático e nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN´s) do Ensino Médio.Foi desenvolvida uma oficina pedagógica com um grupo de 6 alunos do Curso Técnico de Informática integrado ao Ensino Médiodo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre/Campus Sena Madureira, em fevereiro de 2016, norteada pela metodologia da Engenharia Didática que consiste em quatro fases: a primeira fase é constituída de uma análise preliminar; a segunda de estruturação da sequência didática e análise a priori; a terceira é composta pela experimentação e a quarta fase e última de uma análise posteriori e avaliação, com a intenção de explorar a multiplicidade de representações da Função do 1º grau e diagnosticar as dificuldades frente ao objeto de pesquisa e facilitar a definição de algumas propostas de atividades. Para atender o objetivo principal da pesquisa, o produto educacional compreende-se na elaboração de um material didático orientado, que envolve aplicações dos *softwares* GeoGebra e Excel, situações problemas utilizando a interdisciplinaridade, acervo de questões do ENEM que aborda os conceitos de Função do 1º grau, um jogo educacional e a utilização dos conceitos axiomáticos e propriedades matemáticas inerentes.O material apresenta também, sempre que possível, o uso de vídeos auxiliares no desenvolvimento de algumas atividades, tornando o texto mais iterativo para algumas explicações. Nosso intuito é proporcionar várias opções de abordagem do objeto pesquisado para o professor de matemática, onde o mesmo possa utilizá-lo conforme sua necessidade.

PALAVRAS-CHAVE: Função do 1º grau; Sequência didática; *Software* GeoGebra; Excel; Jogo educacional.

ABSTRACT

The main purpose of this study was to construct a didactic sequence with diversified activities that help Mathematics´ teachers in the development of concepts and representations of the first-degree Function. The present work is based on bibliographical research and, we take into account, mainly, in the theory of Registers of Semiotic Representations developed by Raymond Duval (2013) in order to understand the transformations of the mathematical object and the recommendations of the National Curricular Parameters (PCNs) for Secondary School. It was developed a workshop with a group of 6 students of the Technical Computer Course integrated to High School of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Acre/Campus Sena Madureira, in February 2016, guided by the Didactic Engineering methodology that consists of four phases: the first stage consists of a preliminary analysis; the second of structuring the didactic sequence and a priori analysis; the third is composed of experimentation and the fourth and last phase of a posteriori analysis and evaluation, with the intention of exploring the multiplicity of representations of the first-degree Function and identify the difficulties facing the object of research and to facilitate the definition of some proposals of activities. To fulfill the main goal of the research, the educational product implies the elaboration of a directed didactical material, that involves applications of the software GeoGebra and Excel, problem situations using an interdisciplinary approach, collection of issues of the ENEM which addresses the concepts of first-degree Function, an educational game and the application of axiomatic concepts and inherent mathematical properties. The material also presents, whenever possible, with the use of auxiliary videos for the development of some activities, making the text more interactive for some explanations. Our intention is to provide a number of approaching options concerning to the researched object for the Mathematics teacher, making it possible for her/him to use it according to the reality.

KEYWORDS: First-degree Function; Didactic sequence; Software GeoGebra; Excel; Educational game.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE IMAGENS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

CSM	Campus Sena Madureira
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FIC	Formação Inicial e Continuada
IFAC	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre
MPECIM	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
SD	Sequência Didática
TD	Tecnologia Digital
UFAC	Universidade Federal do Acre

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A Matemática sustenta-se como um conhecimento fundamental para o ser humano, pois está presente em vários momentos do nosso dia a dia. Aplica-se em diversas atividades diárias, como também, em outras áreas da ciência fornecendo soluções a problemas reais. Ela possui uma linguagem própria e universal possibilitando uma melhor comunicação e abrangência para todos, sendo considerada uma ferramenta rica e importante para compreender e transformar nossa realidade.

No tocante a educação básica, temos um conteúdo amplo e bastante diversificado. Entretanto, destaca-se, no nono ano do Ensino Fundamental bem como no primeiro ano do Ensino Médio, o conteúdo de funções. Conteúdo este que tem vasta possibilidade de representar e modelar fenômenos reais. De fato, é necessário que os alunos compreendam bem suas particularidades e aprendam a explorar e utilizar seus conhecimentos em situações do seu cotidiano.

Na perspectiva de contribuir com a prática docente de professores de matemática, delimitou-se em explorar alternativas no ensino de Função do 1º grau para sua demonstração, visualização e compreensão de suas propriedades e definições.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio/Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+) contemplam que o estudo de funções permite ao aluno compreender a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, onde ele é capaz de criar modelos descritivos de fenômenos, compreendê-los e depois utilizá-los na realização de conexões com outros conhecimentos. E enfatiza que,os estudos dos vários tipos de funções devem priorizar os conceitos e suas propriedades, a compreensão de seus gráficos e suas aplicações. (1998, p. 121).

O objetivo desta pesquisa é construir sequências didática com atividades diversificadas que auxiliem os professores de matemática no desenvolvimento do conteúdo de função do primeiro grau. Para isso, realizou-se uma pesquisa bibliográfica a fim de buscar embasamento teórico para sustentar o estudo, foi desenvolvida também, uma oficina com um grupo de 6 alunos do Ensino Médio com a intenção de diagnosticar as dificuldades frente ao objeto de pesquisa e facilitar a definição de algumas propostas de sequências didáticas.

A pesquisa e o resultado do produto educacional serão apresentados neste trabalho em cinco capítulos, organizados da seguinte forma:

No capítulo I apresentamos os motivos que levaram a escolha do tema e os objetivos da pesquisa. Este capítulo é importante, pois entendemos que na escrita e proposição de um produto educacional, carregamos diretamente nossa visão sobre o conteúdo e as formas de como achamos e acreditamos que o mesmo possa vir a contribuir na e para a comunidade. Neste sentido, será exposto um pouco desta trajetória até chegarmos ao produto final.

O capítulo II se constitui do embasamento teórico que nortearam a pesquisa, sendo composto de várias partes. Na primeira aborda os desafios e possibilidades do ensino de matemática. No segundo aborda o objeto matemático (Função do 1º grau) e suas formas de representações semióticas. No terceiro enfatiza a matemática de forma interdisciplinar. E no quarto uma análise de alguns livros didáticos sobre o ensino de Função do primeiro grau.

No capítulo III apresentamos a importância do uso dos recursos didáticos no ensino de matemática e a delimitação de quais farão parte do estudo.

No capítulo IV apresentamos a metodologia de pesquisa, em especial, a metodologia utilizada para analisar a realização de uma oficina pedagógica, a Engenharia Didática. Descrevemos a estrutura da oficina, sua aplicação e seus resultados.

No capítulo V trazemos nosso produto educacional, dez sequências didáticas construídas a partir dos objetivos propostos nesta pesquisa.

O produto educacional deste trabalho está inserido na linha de pesquisa “Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática” por se tratar da construção de materiais didáticos para auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

1 JUSTIFICATIVA

A autora deste trabalho é licenciada em Matemática[1]e, ainda quando acadêmica, especificamente no final do curso em 2004 foi ofertada a disciplina Oficina da Matemática e o professor que a ministrou executou um projeto que teve como culminância uma exposição de atividades matemáticas elaboradas e apresentadas pelos acadêmicos para a comunidade externa na praça central da cidade. O objetivo do projeto era demonstrar a aplicabilidade da matemática e sua importância em diversas áreas do conhecimento por meio de materiais concretos.

O grupo que participei[2] trabalhou com jogos. Confeccionamos um tabuleiro gigante que envolvia trilha, cartas e roletas. Adaptamos conteúdos de radiciação, potenciação, expressão algébrica e as operações básicas da matemática. Ficou bem colorido e atrativo visualmente (pelo menos em nossa visão). A avaliação do grupo dependia da visitação e aceitação do público, mas para nossa surpresa, o nosso material didático foi o mais procurado, faziam filas para jogarem, tanto o público jovem como adulto. Alguns enfrentavam a fila mais de uma vez para participarem das jogadas. Houve um caso de um senhor que gostou tanto que “quis pagar” por ter participado (lógico que recusamos) e disse que nunca tinha visto a matemática de uma maneira tão divertida. Para o grupo foi gratificante a culminância do projeto, pois tivemos a oportunidade de vivenciar, que ensinar e aprender matemática pode acontecer de maneira significativa e gratificante.

Ainda no ano de 2004 fui convidada para lecionar a disciplina de Física na Escola Estadual de Ensino Médio Dom Júlio Mattioli[3], era comum as disciplinas serem ministradas por professores de qualquer outra área de formação, existia carência de professores graduados, principalmente na área das exatas. Como na época estavam sendo ofertados quatro cursos de Licenciatura (Matemática, História, Geografia e Educação Física) e a maioria dos acadêmicos eram professores efetivos, tanto do estado como do município, os gestores das escolas convidavam os acadêmicos que se destacavam nas aulas e que não possuíam vínculo com a educação para lecionar nas escolas. Para mim foi um desafio, pois estava cursando Matemática e deveria ministrar aula de Física.

---

[1] Primeira turma do Curso de Licenciatura em Matemática do Município de Sena Madureira. No final do ano de 2000 houve um processo de seleção para cursar Licenciatura em Matemática em alguns municípios do Acre. Era um programa voltado para a formação de professores de matemática em exercício ofertado pela Universidade Federal do Acre – UFAC em parceria com o governo do Estado e Município, sendo que o mesmo abria vagas para a comunidade externa.

[2] Utilizo verbo em primeira pessoa do singular por se tratar de experiências pessoais.

[3] Na época era a única escola de nível médio do município

No início tive muita dificuldade, pois haveria de aprender os conteúdos e planejar as aulas de Física. Além disso, deparava-me sempre com dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos em conteúdos básicos da matemática que eram necessárias para o ensino de Física. Eles consideravam a disciplina difícil e não manifestavam muito interesse e importância para seu aprendizado.

Foi então, que comecei a trabalhar com pequenos grupos de alunos que ficavam responsáveis para desenvolverem atividades experimentais e auxiliar na explicação de cada assunto abordado em sala de aula. Atribuindo essas responsabilidades aos alunos verificou-se que demonstravam mais empolgação e interesse de pesquisar o assunto para poder compreender, realizar as atividades experimentais e auxiliar nas explicações.

Depois de um ano de experiência no exercício da docência, os conteúdos trabalhados foram tornando-se mais fácil de serem ensinados. Então ousamos em realizar a 1ª exposição de experimentos de Física (sugestão dos alunos e depois de muita insistência por parte deles) com o tema eletricidade envolvendo apenas os alunos do terceiro ano. Foi uma experiência muito rica, era visível a entusiasmo dos alunos, a dedicação, participação e a busca de novos conhecimentos. Cada grupo queria dar o melhor de si, fazer uma boa apresentação dos experimentos. As demais turmas ficaram encantadas com a exposição dos trabalhos dos colegas, faziam perguntas, observavam com atenção, era um aprendizado diferente, dinâmico e significativo.

A escola, todavia, não tinha realizado uma atividade dessa natureza com a disciplina de física, foi uma atividade rica em conhecimentos e bem aceita pela comunidade interna escolar, passando a ter adesão de outros colegas que também trabalhavam a mesma disciplina.

Ao realizar atividades diversificadas na disciplina de Física os alunos passaram a mudar seu posicionamento sobre os conteúdos trabalhados nessa disciplina, as dificuldades no aprendizado passaram a ser menor e o desinteresse também. O estudo de Física passou a ser visto de outra maneira, ou seja, os alunos passaram a compreender os fenômenos físicos, suas aplicações no cotidiano e a importância desses conhecimentos.

As experiências vivenciadas no curso de Matemática enquanto aluna e na Física enquanto professora, me possibilitou verificar que o aprendizado pode ocorrer de maneira diferenciada, motivadora, concreta e significativa.

Trabalhei nessa escola durante cinco anos e as experiências adquiridas foram bastante expressivas. Fiquei afastada da Educação por 4 anos e retornei em 2013, desta vez através de concurso público, mas agora como Técnica em Assuntos Educacionais do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre/Campus Sena Madureira – IFAC/CSM.

No IFAC/CSM é ofertado regularmente o Curso Técnico de Informática integrado ao Ensino Médio, Licenciatura em Física e Bacharelado em Zootecnia, dentre outros (cursos à distância e cursos de Formação Inicial e Continuada - FICs). No entanto, o curso de informática é onde recebemos o maior número de alunos, e também compreende o maior número de professores, pois é um curso que reúne professores das disciplinas básicas do Ensino Médio e professores das disciplinas técnicas. Os alunos deste curso demandam mais atenção por se tratarem de um público de adolescentes. Dessa maneira, o foco deste estudo é direcionado ao ensino e aprendizagem dos alunos do Ensino Médio.

Em vários momentos, na sala dos professores e em reuniões, presenciei e participei de discussões sobre dificuldades de aprendizagem[4]. Alguns professores atribuíam essa problemática aos estudos anteriores, ou seja, a falta de uma boa base no ensino fundamental, pois os conhecimentos considerados essenciais como as quatro operações matemáticas, potenciação, radiciação, fração, leitura, escrita e interpretação de texto, a maioria dos alunos não apresentavam domínio satisfatório. Dificuldades essas, diagnosticadas pelos professores e comprovados através de trabalhos e provas, principalmente nas turmas do primeiro ano, onde há baixo rendimento dos alunos, sobretudo nas áreas[5] de Física, Química, Informática e Matemática.

No IFAC/CSM temos quatro professores de matemática que lecionam nas turmas do curso de Informática e distribuídos nos demais cursos da instituição. No ano de 2017 dispomos apenas de seis turmas do Ensino Médio (um quarto ano, um terceiro ano, dois segundos anos e dois primeiros anos) devido o pouco número de salas para alocar mais alunos, pois compartilhamos as salas com outros cursos que são distribuídos nos três turnos.

No intuito de participar da seleção do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática ofertado pela Universidade Federal do Acre – MPECIM/UFAC no final do ano de 2014 apresentei como proposta de projeto de pesquisa a ideia de trabalhar a aplicação de jogos como recursos didáticos no ensino de conceitos e representações da Função do 1º grau. Tal proposta surgiu da necessidade de buscar alternativas para amenizar as dificuldades percebidas no aprendizado de matemática apresentadas pelos alunos que ingressavam no Curso Técnico[6] de Informática integrado ao Ensino Médio da instituição que trabalho.

---

[4] Principalmente sobre os alunos do 1º ano do Curso Técnico de Informática.

[5] As áreas que mais fazem uso desses conhecimentos para trabalharem conteúdos de suas disciplinas.

[6] Para facilitar a comunicação passaremos a nos referir como curso de informática

Porém, durante as experiências vivenciadas nas disciplinas cursadas no mestrado, e especificamente, nas aulas da disciplina Tecnologia e Materiais Curriculares para o Ensino de Matemática, onde tive a oportunidade de desenvolver uma oficina usando o *software* educacional GeoGebra e outras atividades que me induziu ao aprofundamento de suas diversas ferramentas e possibilidades de exploração em distintos conteúdos da matemática e me fez acreditar no potencial de ensinar e desenvolver atividades matemáticas utilizando o *software* GeoGebra no ensino de função do 1º grau.

Ressaltamos também, que os alunos do Ensino Médio dessa instituição fazem parte de um curso técnico em informática e o uso de ferramentas computacionais para seu aprendizado mostra-se relevante na sua prática escolar. Dessa forma, pretendemos construir atividades que façam uso de alguns recursos didáticos, principalmente os que envolvam as Tecnologias Digitais (TD) que servirão como sugestões para os professores na exploração dos conteúdos ensinados.

Os estudos na matemática relacionados a Funções dividem-se em vários tipos, a Função Polinomial do 1º grau ou Função Afim é um dos primeiros a ser estudado, sendo o conceito básico e importante para entender e progredir no estudo dos demais tipos de funções. Considerando que esse assunto engloba a maior parte dos conteúdos a serem explorados no primeiro ano do Ensino Médio e que as turmas do referido ano são compostas de alunos ingressantes e são os que apresentam maior nível de notas baixas e reprovação, demonstra-se a relevância de contribuições para amenizar essa problemática.

A escolha do objeto de pesquisa Função do 1º grau partiu da necessidade de buscar alternativas para os professores de matemática na regência de sua docência. Acredita-se que trabalhando com recursos que possibilitem a construção, visualização e demonstração dos conceitos e representações da função do 1º grau e que contribuam no desenvolvimento da capacidade de analisar, relacionar, interpretar, indagar, compreender e solucionar problemas matemáticos mostra-se como escolhas promissoras na consolidação do aprendizado.

O assunto “Funções” é considerado um assunto abstrato e de difícil assimilação por parte dos alunos. Essa lacuna quando não preenchida ou superada, prejudica a compreensão de novos conteúdos, causando desmotivação e desinteresse no aprendizado da disciplina.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio/Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCNEM) defendem que “o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 1998, p. 43). Desse modo, o aprendizado do conceito de funções é importante, pois além de ser utilizado nos mais diversos conteúdos da matemática, é também aplicado em outras áreas do conhecimento. É relevante que o aluno consiga dominar esses conhecimentos para que possa compreender e progredir em outros conteúdos da matemática, bem como em outras áreas da ciência.

Partindo dessa problemática, nos apoiaremos nas seguintes questões norteadoras para nossa pesquisa:

Quais dificuldades os estudantes apresentam para aprender os conteúdos de função do 1º grau? Será que as dificuldades dos conhecimentos básicos da matemática impossibilitam esse aprendizado? Ou o problema está na abstração dos registros das representações desse conteúdo?

E para responder a problemática de nossa pesquisa trabalharemos com uma hipótese:

A utilização de "atividades diversificadas" pode auxiliar os professores de matemática na exploração e compreensão dos conceitos e representações da Função do 1º grau.

Assim, com o intuito de contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem dos alunos, pretendemos direcionar este estudo para o desenvolvimento de atividades de ensino sobre o conceito e representações da função do primeiro grau através de sequências didáticas.

1.1 Objetivos

A fim de explorar a multiplicidade de representações de uma função do primeiro grau e buscar alternativas para os professores na abordagem deste assunto, a realização deste trabalho baseou-se nos objetivos a seguir.

1.2 Objetivo Geral

Desenvolver atividades diversificadas para auxiliar os professores de matemática na exploração dos conceitos e representações da Função do 1º grau nas turmas de 1º ano do Curso Técnico de Informática integrado ao Ensino Médio do IFAC/CSM. A elaboração deste material é norteada pelas perspectivas e orientações nacionais para o currículo do ensino médio (PCNs), a partir de criação de sequências didáticas que envolvam os aspectos tecnológicos, lúdicos e aplicados deste conteúdo, bem como a utilização dos conceitos axiomáticos e propriedades matemáticas inerentes.

1.3 Objetivos Específicos

a) Construir sequências didáticas envolvendo conceitos e representações da função do 1º grau utilizando o software GeoGebra ou programa Excel como recursos didáticos;
b) Construir sequências didáticas em que o conceito e a representação da função 1º grau possam ser apresentados a partir de um jogo educacional;
c) Produzir vídeos explicativos sobre algumas atividades das sequências didáticas e gabarito online de questões do ENEM sobre Função do 1º grau.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS QUE NORTEARAM A CONCEPÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo apresentaremos os caminhos que conduziram a investigação deste assunto e a concepção do produto educacional.

Iniciamos abordando os desafios de ensinar Matemática, um conhecimento baseado em estruturas abstratas que acabam tornando-se mais difícil pelo modo estático e abstrato como são explorados. Depois é apresentado como se caracteriza o estudo de Função do 1º grau, objeto matemático que pode ser representado de várias maneiras, tanto na linguagem natural, algébrica, gráfica e tabular. Em seguida, trazemos um tópico da importância de explorarmos conteúdos matemáticos de maneira interdisciplinar estabelecendo uma relação a outras áreas do conhecimento. Trazemos também, um estudo da forma como o ensino de função do primeiro grau é abordado nos livros didáticos, muitas informações abordadas de forma mecânica, sem contextualização e uso da interdisciplinaridade.

2.1 O Ensino de Matemática: desafios e possibilidades

O papel fundamental da escola na construção do conhecimento é desenvolver no aluno a capacidade de reflexão, de análise, pensamento crítico e criativo, bem como, saber tomar decisões baseadas em fundamentos lógicos e coerentes. Formar cidadãos conscientes, transformadores e aptos para aplicarem os conhecimentos aprendidos na competitividade do mercado de trabalho e o exercício da cidadania. Os PCNEM nos dizem que: "A educação deve estar comprometida com o desenvolvimento total da pessoa" (BRASIL, 1998, p. 16).

Nessa perspectiva, dentre as várias disciplinas que contribuem para a formação do indivíduo, destacamos a Matemática como uma das principais desencadeadoras dessa concepção. Para Lara (2011, p. 9) esta disciplina "é efetivamente central na formação dos indivíduos e sua inserção social". Selbach (2010, p. 37) também corrobora com essa ideia e acredita que "deve visar à construção de um saber que capacite nossos alunos a pensar e refletir sobre a realidade, assim como agir e transformá-la". Bezerra e Bandeira (2014, p. 714) acreditam que "a Matemática faz parte da vida social de cada um de nós, é impossível separá-la da realidade". Portanto, acreditamos que ela é capaz de desenvolver o pensamento e o raciocínio do ser humano, proporcionando a compreensão e construção de novos conhecimentos.

No entanto, sabemos que os conhecimentos da matemática são diferentes de outras áreas do conhecimento, pois os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção visual ou instrumental, ela é algo abstrato. E para compreender e ter acesso aos objetos matemáticos muitas vezes necessitamos de representações perceptuais concretas constituídas, geralmente, por símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos ou desenhos. Para Muniz (2007, p. 18) "a construção desses objetos matemáticos é realizada a partir de um processo progressivo de abstração do mundo concreto. O pensamento não opera a partir de elementos do mundo concreto, o homem pensa a partir de representações, de abstrações de seu mundo".

A Matemática é uma produção humana, seu desenvolvimento foi se concretizando conforme a necessidade de explicar e representar os objetos a sua volta. Azevedo (1999, p. 24) nos remete que "a Matemática é inegavelmente uma abstração. Ela tem a capacidade de representar eficazmente muitos aspectos do mundo real, ou "realidade concreta", criando estruturas abstratas que têm propriedades e atributos semelhantes aos fatos que representam".

De acordo com Azevedo (1999) na matemática utilizamos representações para descrever modelos mentais de objetos matemáticos que descrevem situações reais e que operamos sobre elas, por exemplo, os números são representações mentais que nós formamos na nossa mente para expressar experiências no mundo físico e social.

Raymond Duval (2013, apud FREITAS; REZENDE, 2013) foi quem desenvolveu um estudo específico sobre Registros de Representações Semióticas, ele buscou mostrar o funcionamento do pensamento racional de uma pessoa para compreender e manipular os vários processos matemáticos que lhe são propostos. Para Duval (2013) não existe

> acesso perceptivo, direto ou instrumental (microscópio, telescópio, osciloscópio, espectroscópio, etc.) aos números, às funções, às relações geométricas, ou seja, aos objetos matemáticos. Para termos acesso a esses objetos, precisamos de uma atividade de produção semiótica (RAYMOND DUVAL, 2013, apud FREITAS; REZENDE, 2013, p. 16).

Para Duval (1995, apud KALEFF, 2007) os objetos matemáticos são representações semióticas que possibilitam a comunicação entre os indivíduos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de diferentes representações de um mesmo objeto matemático.

No entanto, percebe-se que em cada fase do ensino muitos alunos apresentam dificuldades em assimilar e registrar as representações dos objetos matemáticos estudados em sala de aula. Alguns apresentam dificuldades em abstrair, relacionar e (re)formular seus registros sobre um determinado conhecimento e transformá-lo em representações semióticas de um dado objeto matemático. Tal fato pode ser uma das causas, entre tantas, que contribui para as dificuldades no aprendizado dessa disciplina.

Dentre outros fatores que também contribuem para essa situação temos o modo que a matemática ainda é abordada por alguns professores - de maneira mecânica, com muitas regras e sem contextualização e relação com o cotidiano - contribuindo para a disseminação e concepção de uma disciplina difícil para a maioria dos estudantes, provocando desmotivação, distanciamento e dificuldade de compreensão e, quando as dificuldades não são sanadas causa o desinteresse e a rejeição no seu aprendizado, ocasionando muitas vezes, baixo desempenho, reprovação e desistência dos estudos. Sadovsky (2007, p. 7) nos alerta para "a necessidade urgente de avaliar, questionar e repensar os métodos de ensino da disciplina, a despeito das dificuldades e condições adversas do meio escolar".

Acredita-se que a escola tem que buscar soluções para mudar sua realidade, pois enquanto o ensino for realizado de forma mecânica, principalmente o de matemática, os alunos continuarão a receber conhecimentos prontos e acabados. Bezerra e Bandeira (2014) chamam-nos a repensar de como ensinar essa disciplina, enfatizando que devemos buscar novos caminhos e olhares ao ensiná-la devendo ser abordada como um conhecimento vivo e dinâmico, possibilitando o aluno ser o centro do processo educacional, fazendo com que ele seja um elemento ativo na construção de seu conhecimento, criando condições para que possa desenvolver o pensamento lógico e estruturar seu raciocínio matemático.

Todavia, durante a nossa trajetória profissional, percebemos que várias pessoas têm uma concepção errada da matemática, e por isso, acaba sendo difundindo um conceito de disciplina difícil e inacessível para muitos, fazendo com que percam o interesse no seu aprendizado, o que entendemos ser um limitante para o desenvolvimento e estruturação do pensamento lógico matemático. Contribuindo com nossa percepção, Lara (2011) nos chama a atenção sobre o modo que vemos e concebemos a Matemática:

> [...] se não entendermos que a Matemática é somente como um conhecimento universal em todo o seu corpo teórico de definições, axiomas, postulados e teoremas, mas, também, como um **conhecimento dinâmico que pode ser percebido, explicado, construído e entendido de diversas maneiras, reconhecendo que cada aluno/a possui a sua forma de matematizar uma situação**, estaremos contribuindo para um novo modo de ver a Matemática, até então considerada uma disciplina vista como um "bicho-papão" (LARA, 2011, p. 18, grifo nosso).

Entendemos ser fundamental a compreensão do conhecimento matemático como dinâmico pelo professor, sem essa compreensão, o ensino de matemática tornar-se-á fragmentado, extremamente abstrato e sem sentido social para o aluno. Diante dessa situação, é importante o professor repensar as metodologias que emprega durante suas aulas; e possibilidades de buscar novas formas de ensinar matemática. Por isso, Sadovsky (2007) defende que o ensino de matemática não se reduz em memorizar fórmulas, resolver exercícios ou repassar conteúdos prontos. É necessário saber como e por que aplicá-las, e acima de tudo, compreendê-las, pois o que é mais prazeroso e interessante na matemática é o jogo da argumentação: discutir ideias e desafios. Portanto, ensinar matemática vai muito além disso, é promover situações que levem o aluno a explorar seu potencial e conduzir experiências desafiadoras e significativas.

2.2 Função do 1º grau: o objeto matemático e suas formas de representações semióticas

Os conhecimentos matemáticos foram e, ainda continuam sendo, importantes para o desenvolvimento da humanidade, sem a matemática não teríamos evoluído e conquistado inúmeros benefícios, recursos tecnológicos e científicos que auxiliam na facilitação desde as mais simples até as mais complexas atividades do nosso cotidiano. Seus conhecimentos constituem-se indispensável para a vida em sociedade.

Em relação ao ensino de Matemática, os PCNEM chamam atenção para a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento intelectual e social do aluno.

> Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional (BRASIL, 2000, p. 40).

Dessa maneira, a Matemática deve ser vista com valor formativo que contribui para a estruturação do pensamento e o raciocínio dedutivo, como também, uma ferramenta que auxilia na vida cotidiana e de várias outras atividades específicas da ciência.

Assim, é necessário que o aluno perceba a Matemática como ciência, a qual possui suas características específicas. Um sistema de códigos, definições, um conjunto de conceitos e demonstrações que auxilia na formulação e desenvolvimento de outros conceitos, permitindo uma comunicação e interpretação de ideias.

Os conhecimentos matemáticos fazem uso de representações semióticas para estabelecer uma comunicação entre os sujeitos (alunos) e as atividades cognitivas do pensamento. Porém, muitos desses conhecimentos são de difícil compreensão, principalmente o estudo sobre funções.

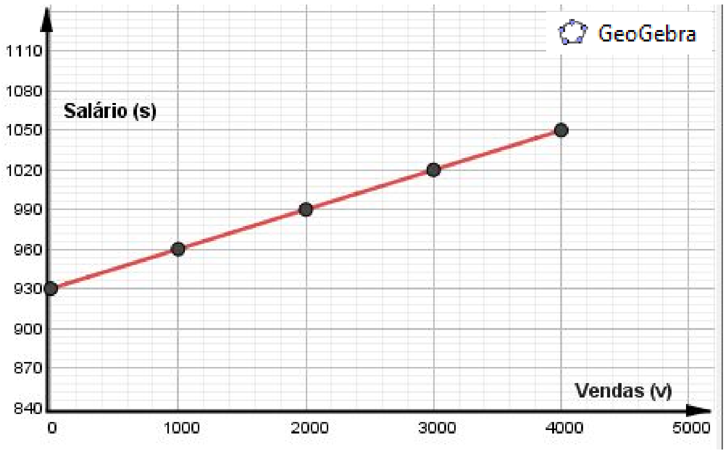
Segundo Duval (2005, apud DELGADO, 2010), os registros de representações são formas de representar um objeto matemático, esse sistema de comunicação chama-se de registro semiótico. Eles também são importantes por permitirem a organização de informações do objeto representado. Desse modo, deve-se enfatizar que o objeto matemático pode passar por duas transformações de representação semiótica totalmente diferentes – os tratamentos e as conversões.

As transformações no tratamento são quando permanece no mesmo sistema, ou seja, mesmo registro semiótico. Nas transformações por conversões ocorre a mudança de sistema, isso quer dizer mudança no registro semiótico, mas conservando a referência aos mesmos objetos implicando em coordenar registros mobilizados, assim, na conversão o objeto representado no registro de chegada não terá o mesmo significado que a representação no registro de partida.

Para Duval (2003) a compreensão do objeto matemático implica no transito de diversos registros, pois, "a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento; de registro de representação" (DUVAL, 2003, p.14).

Portanto, ao estudar Função do 1º grau percebe-se que esse objeto matemático pode ser representado de várias maneiras, tanto na linguagem natural, algébrica, gráfica ou por tabelas. Classificamos essas formas de representação semiótica. Veja no quadro 1 a representação do objeto matemático.

Quadro 1 – Formas de registros de representação semiótica.

<table>
<tr><th>Linguagem natural</th><th>Linguagem algébrica</th></tr>
<tr><td>Lúcia ganha de salário em uma loja de sapatos R$ 930,00 mais 3% de toda venda realizada por ela mensalmente.</td><td>$s(v) = 0{,}03v + 930$</td></tr>
<tr><th>Tabela</th><th>Gráfica</th></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>Vendas</th><th>Salário</th><th>(V, S)</th></tr>
<tr><td><i>0</i></td><td><i>930</i></td><td><i>(0, 930)</i></td></tr>
<tr><td>1000</td><td>960</td><td>(1000, 960)</td></tr>
<tr><td>2000</td><td>990</td><td>(2000, 990)</td></tr>
<tr><td>3000</td><td>1020</td><td>(3000, 1020)</td></tr>
<tr><td>4000</td><td>1050</td><td>(4000, 1050)</td></tr>
</table>
</td><td>


</td></tr>
</table>

Fonte: Dos autores

Em relação às transformações de representação semiótica do objeto matemático Função do 1º grau entende-se:

Tratamento – quando tentamos efetuar cálculos de vários elementos do domínio em uma mesma função, ela apresenta transformações de tratamento, mas mantém o mesmo sistema algébrico. Conforme o quadro 2.

Quadro 2 – Transformação de representação semiótica por tratamento

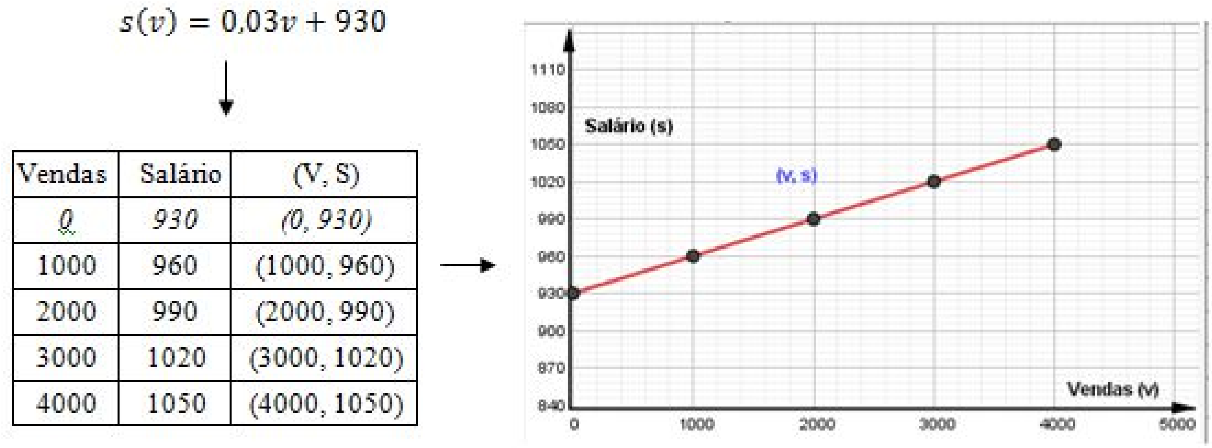
Vendas (v)	Salários $(v) = 0{,}03v + 930$
0	$s(0) = 0{,}03(0) + 930$ $s(0) = 930$ R$ 930,00
1000	$s(1000) = 0{,}03 . 1000 + 930$ s(1000) = 30 + 930 s(1000) = 960 R$ 960,00
2000	$s(2000) = 0{,}03 . 2000 + 930$ s(2000) = 60 + 930 s(2000) = 990 R$ 990,00

3000	$s(3000) = 0{,}03\,.3000 + 930$ s(3000) = 90 + 930 s(3000) = 1020 R$ 1020,00
4000	$s(4000) = 0{,}03\,.4000 + 930$ s(4000) = 120 + 930 s(4000) = 1050 R$ 1050,00

Fonte: Dos autores

Conversão – temos como exemplo a construção de um gráfico de uma função a partir de sua lei de formação (linguagem algébrica e dos dados da tabela para linguagem gráfica). Vide figura 1.

Figura 1 - Transformação de representação semiótica por conversão



$s(v) = 0{,}03v + 930$

Vendas	Salário	(V, S)
0	930	(0, 930)
1000	960	(1000, 960)
2000	990	(2000, 990)
3000	1020	(3000, 1020)
4000	1050	(4000, 1050)

Fonte: Dos autores

Percebe-se o grande valor sobre os estudos de funções, porém, é um assunto que exige um grande grau de abstração por abordar várias formas de representações e, quando não é bem explorado incide no contexto de conteúdos de difícil compreensão e assimilação. As pesquisas de Tozo (2016), Almeida (2013) e Lopes Júnior (2013) relatam que:

> Muitos alunos conseguem fazer as conversões da forma algébrica ou tabular para a gráfica com alguma facilidade, mas o caminho inverso apresenta uma dificuldade muito maior. Os alunos não conseguiram analisar um gráfico de forma satisfatória, é apenas um monte de pontos ligados por uma reta. Em questões que envolveram interpretação de gráfico, a maioria dos erros ocorreu pela não associação das variáveis, da situação-problema, com os valores representados por cada ponto, pertencente no Plano Cartesiano (TOZO, 2016, p.74-75).
> Com base na análise dos registros dos alunos foi possível verificar que foram poucas as conversões realizadas. Observamos que o aluno, no registro do caderno optou por realizar tratamento algébrico conforme figuras exibidas, e apresentar os gráficos, mas não retiraram as fórmulas deles. Quando o exercício requeria um

> registro específico, ouve poucas variações de caminhos percorridos no que diz respeito às conversões de registros realizados (ALMEIDA, 2013, p. 55).
> A experiência de colegas professores tem mostrado que tanto no Ensino Médio como no Superior os alunos têm apresentado dificuldades em assimilar o conceito de função, suas propriedades e associar sua aplicabilidade com diversas áreas do conhecimento, como Agronomia, Engenharias, Física, Farmacologia, entre outros (LOPES JUNIOR, 2013, p. 12).

Então, é necessário que o aluno perceba a importância do conceito de função, pois a mesma possui grande abrangência e aplicações, tanto na matemática como em outras áreas do conhecimento, possui importância científica e social.

Seu estudo quando realizado a reconhecer e representar função por meios de linguagem algébrica, tabelas e gráficos, de maneira contextualizada e ligada a situações diárias, possibilita o aluno a observação, descrição, interpretação e desenvolvimento do pensamento abstrato, dedutivo e reflexivo, permitindo uma nova compreensão e aplicação desses conhecimentos.

Assim, com o intuito de reunir subsídios para o trabalho pedagógico do professor, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio/Caderno 1 – Matemática (OCEM) da Secretaria de Educação do Estado do Acre orienta que os objetivos do ensino de função do primeiro grau a ser alcançados no final do 1º ano são:

> - Identificar relações de proporcionalidade direta, inversa e de não proporcionalidade e representá-las por meio de linguagem algébrica, tabelas e gráficos.
> - Analisar, interpretar e descrever as características fundamentais de uma função e da função do primeiro grau e resolver situações-problema representadas por funções do primeiro grau (OCEM, 2010, p. 30).

Além disso, os PCNEM abordam a necessidade de apresentar situações que leve o aluno a investigar e encontrar maneiras diferentes para expressar o seu conhecimento. Chama a atenção para a utilização de problemas contextualizados e interdisciplinares ao apresentar o estudo de funções.

> Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2000, p. 44)

Considerando a importância do tema, delimitou-se nesta pesquisa realizar um estudo sobre o conteúdo de Função do 1º grau pelo fato de ser um dos primeiros conteúdos que fazem parte do currículo escolar do 1º ano do Ensino Médio e ser considerado o conceito básico e importante para entender e progredir no estudo dos outros tipos de funções.

Resumidamente, no estudo da Função do 1º grau o estudante observa modelos lineares, que envolvem ideia de proporcionalidade direta entre duas grandezas, inclui a compreensão de que a sua taxa de variação é constante, observa como se dá sua linguagem algébrica, identifica os coeficientes e suas aplicações, compreende as propriedades de seu gráfico e o comportamento do mesmo (a reta).

2.3 Trabalhando com a interdisciplinaridade

Que a matemática está presente em nossas atividades diárias isso é indiscutível, bem como sua importância e aplicação. Seus conhecimentos são utilizados em vários ramos da ciência para auxiliar na execução, representação, sistematização e compreensão de fenômenos ou ações, porém, percebemos que no ensino escolar sua abordagem e exploração ainda ocorrem de maneira isolada, os conhecimentos da matemática não são ensinados e aprofundados fazendo uma relação com outros conteúdos disciplinares. Faz-se necessário um planejamento interdisciplinar.

Para entendermos melhor como se dá o planejamento interdisciplinar, Zabala (1998, p. 143) ao descrever como é a organização dos conteúdos na escola, refere-se a três formas e quando define o modo interdisciplinar, sintetiza que "é a interação entre duas ou mais disciplinas, que pode ir desde a simples comunicação de ideias até a integração recíproca dos conceitos fundamentais e da teoria do conhecimento, da metodologia e dos dados da pesquisa."

Percebe-se então, a relevância de como apresentar os conteúdos em sala de aula. Ao se tratar do ensino de Matemática, os PCNEM destacam a importância da contextualização e interdisciplinaridade dos temas, pois, dessa maneira, é possível oferecer uma maior significação aos alunos, visto que, são estabelecidas diversas conexões entre "conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência."

Trabalhando de maneira interdisciplinar é possível mostrar que os conteúdos estão interligados, superando o tratamento isolado e fragmentado do conhecimento. Dessa forma, quando um assunto é abordado estabelecendo-se uma relação a outras áreas do conhecimento o ensino tornar-se mais valioso, pois ao tentar solucionar uma situação problema ou compreender um determinado assunto o aluno terá vários pontos de vista ao realizá-lo, isto é, terá uma melhor compreensão dos fenômenos devido o enriquecimento interpretativo promovido pelo modo interdisciplinar.

Para Selbach (2010, p. 153) o professor deve provocar no aluno essa percepção do vínculo significativo da matemática a outros assuntos, mostrando que seus conhecimentos não se isolam dos demais.

> Mesmo não sendo necessário que o professor "conheça a fundo" conteúdos das demais matérias, é essencial que leia e releia o planejamento do curso, saiba o que seus alunos estudam com seus colegas e, dessa forma, possa dar uma direção mais inteligente as suas perguntas e seus desafios interdisciplinares.

Assim, "conduzir o ensino dando realidade e unidade é compreender que muitos aprendizados científicos devem ser promovidos em comum, ou de forma convergente" (BRASIL, 2000, pg. 24), proporcionando um aprendizado mais integrado, significativo e motivador.

Porém, a interdisciplinaridade em matemática não deve ser vista apenas com o objetivo de interação com as demais disciplinas, mas, pela importância e essência de sua própria natureza, seus conhecimentos que nos permitem compreender e utilizá-los em situações de nosso cotidiano.

A matemática não pode ser concebida como uma disciplina que é apenas para aprender a fazer cálculos, mas também, um conhecimento que te permita desenvolver um pensamento lógico-matemático, racional, reflexivo, dedutivo, comparativo, participativo e capaz de compreender e fazer uma leitura crítica dos mais diversos assuntos. Sadovsky (2007) compartilha dessa ideia e acrescenta o papel fundamental do professor numa função essencial para os intercâmbios gerados no fazer pedagógico.

> Pensar a sala de aula como um contexto no qual se desenvolve a atividade matemática requer também pensar em condições para que os alunos sejam levados a formar conjeturas, procurar formas de validá-las, produzir argumentos dedutivos, arriscar respostas para as questões que se formulam, criar formas de representação que contribuam para chegar às soluções que se buscam, reformular e reorganizar os velhos conhecimentos à luz dos novos conhecimentos produzidos, generalizar as ferramentas que vão surgindo e também definir os seus limites.(SADOVSKY, 2007, p. 55).

Por isso, o professor deve abordar os conteúdos de matemática, sempre que possível, com aplicações em outras áreas e em situações reais para que o aluno possa enxergar a necessidade e importância dessa ciência em diversos ramos profissionais, como também em seu cotidiano para que possa lhe oportunizar um olhar crítico do mundo em que vive.

Pretendemos que o estudo de função afim seja desenvolvido e explorado nas mais diversas formas possíveis de representações, tanto em uma linguagem natural, linguagem algébrica, tabular ou gráfica, como também nas distintas aplicações cotidianas. Como por exemplo, os conhecimentos de função são muito vistos em forma de tabelas e gráficos nos jornais e *internet* para demonstrar um crescimento populacional, localização geográfica, juros ao atrasar uma conta, dados sobre distribuição de alimentos, bem como, as fórmulas que são muito utilizadas em lojas para averiguar certa venda, gastos ou salários. Do mesmo modo, a matemática ao ensinar o conteúdo de função, deve buscar exemplos de sua utilização no ensino de Física, Biologia, Geografia, Química e dentre outros, para solidificar e potencializar seu aprendizado.

Assim sendo, podemos explorar na Física os conteúdos de Cinemática, principalmente no ensino sobre Movimento Uniforme. Fica mais fácil compreender que a velocidade média de um corpo depende do espaço percorrido e do tempo gasto nesse deslocamento, que sua função horária é semelhante ao estudo de Função Afim na matemática, pois envolvem funções polinomiais do 1º grau onde uma grandeza varia em função da outra. É possível realizar associações, por exemplo, o coeficiente linear "b" com a posição de origem do movimento, o coeficiente angular "a" com o valor da velocidade do corpo, função crescente e decrescente com o movimento progressivo ou retrógrado.

Essa exploração também é bastante realizada através de tabelas e gráficos podendo ser uma alternativa na possibilidade de melhorar a compreensão e a importância dos aspectos matemáticos nas ciências da natureza. Percebesse que a Física está fortemente relacionada à Matemática para poder qualificar e quantificar os fenômenos abordados por ela.

Na Química quando estudamos as escalas termométricas, onde há a necessidade de conversão da temperatura da escala Celsius para a temperatura na escala Fahrenheit faz-se a utilização dos estudos da matemática na compreensão desse fenômeno.

São duas escalas muito utilizada, a Celsius aqui no Brasil e a Fahrenheit em países que falam a língua inglesa. Essas escalas termométricas utilizam dois pontos fixos para graduar seus termômetros, ponto de fusão e ebulição da água, 0º e 100º para Celsius, com variação de 100 unidades entre esses pontos e 32º e 212º para Fahrenheit, com variação de 180 unidades entre esses pontos. Dessa maneira, é estabelecida uma relação que nos permite construir uma função afim do tipo $f(x) = 1{,}8x + 32$(em que x é a temperatura na escala Celsius e $f(x)$ é o resultado equivalente na escala Fahrenheit) para realizar essa conversão, deixando evidente a aplicação desse conhecimento para a exploração de outro.

Outra disciplina que faz grande utilização da matemática no ensino é a Geografia, através de gráficos e tabelas para aprofundar cada vez mais o estudo do espaço geográfico em suas análises sociais, humanas, culturais, naturais e político-econômicas. Nessas análises e comparações são abordadas várias situações problemas envolvendo o uso dos conhecimentos de função quando uma grandeza é relacionada à outra, devido sua variação.

Na Biologia se faz uso de muitos gráficos para explicar o comportamento dos seres vivos. Por exemplo, quando se estuda o crescimento dos artrópodes, animais que possuem um exoesqueleto responsável pela sustentação e proteção de seus corpos, formado pela substância quitina que auxilia o bloqueio do seu crescimento. Esse bloqueio do crescimento é dado em um intervalo de tempo para que seja possível que os artrópodes mudem de exoesqueleto e voltem a crescer. Esse crescimento e pausa podem ser expressos em um gráfico, levando em consideração que no momento de seu crescimento pode ser representada por um gráfico de uma função afim.

Pode ser utilizado também para mostrar o crescimento de uma planta em função dos dias, o comportamento da quantidade de água no indivíduo que sofre uma variação conforme a sua idade, a variação da velocidade de uma enzima em função da temperatura, variação do antígeno em função do número de anticorpos produzidos, e assim por diante.

A seguir faremos uma abordagem desses conhecimentos e a maneira como são apresentados nos livros didáticos para os alunos a partir das ideias de Youssef, Fernandes e Soares (2000); Paiva (2004) e Iezzi et al. (2013).

2.4 O ensino de Função do 1º grau: analisando alguns livros didáticos

Para especificar como é abordado o conceito de Função do 1º grau aos estudantes do ensino médio, escolhemos três livros didáticos de autores distintos, sendo o primeiro - Matemática: volume único: ensino médio, de Antonio N. Youssef, Vicente P. Fernandes e Elizabeth Soares (2000); o segundo - Componente curricular: Matemática, de Manoel Paiva (2004); e por último, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida (2013).

Os autores Youssef, Fernandes e Soares (2000) propõem a definição de função iniciando pelo conceito de relação entre dois conjuntos A e B através de exemplos utilizando diagramas. A ideia dos autores é que "dados dois conjuntos A e B, chamamos **função** toda relação f: A → B na qual, para todo elemento de A, existe um único correspondente em B" (IBID, 2000, p. 34). Classificando os elementos de cada conjunto em domínio, contradomínio e os correspondes de A em B de imagem. "O conjunto A é chamado de **domínio** (D) e o B, de **contradomínio** (CD). O conjunto formado pelos correspondentes de A em B é a **imagem** (Im)" (YOUSSEF, FERNANDES E SOARES, 2000, p. 35).

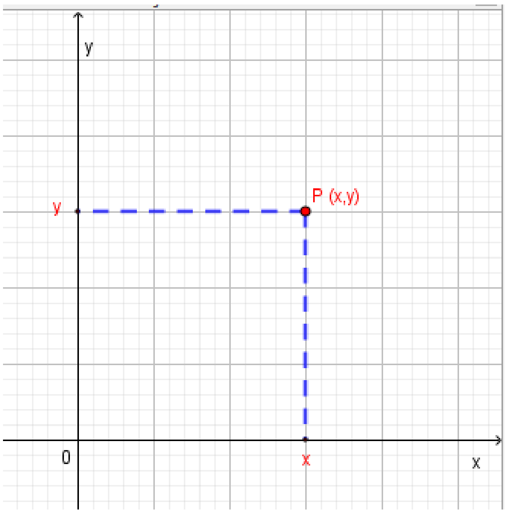
Quando esses mesmos autores passam a definir a Função do 1º grau já fazem uso da linguagem algébrica e gráfica ao mesmo tempo.

Youssef, Fernandes e Soares (2000, p. 69) conceituam que “uma função *f*: ℝ → ℝ dada por $f(x) = ax + b$, **a** e **b** constantes não-nulas, denomina-se função afim”, ou seja, uma Função do 1º grau é dada por $f(x) = ax + b$ e que a ∈ $\mathbb{R}^*$ e b ∈ ℝ**.** Citam também que, suas características principais são: domínio D = ℝ**,** imagem $Im = \mathbb{R}$ e o gráfico da função é uma reta e “cada um dos coeficientes numéricos da função afim caracteriza um elemento do gráfico dessa função” (YOUSSEF, FERNANDES E SOARES, 2000, p. 70), sendo que o coeficiente **a**, também chamado de coeficiente angular, indica a inclinação da reta e o coeficiente **b** indica o ponto (0*, b*) em que a reta intercepta o eixo das ordenadas.

Eles continuam os estudos de função, suas características e suas variações numa abordagem sistemática e formal utilizando representações algébricas, gráficas e com tabelas. Os exemplos empregados para ilustrar os conceitos e exercitá-los ocorrem da mesma maneira, sem se apropriarem de situações problemas mais contextualizados.

No segundo livro didático, o autor Paiva (2004), inicia os estudos de função mostrando situações cotidianas que necessitam de um sistema de informações para se obter a localização de um determinado ponto, chamando essas informações de coordenadas. Apresentando o sistema cartesiano ortogonal de coordenadas**,** que é formado por dois eixos reais, 0*x* e 0*y*, perpendiculares entre si no ponto 0. Classificando os valores do eixo 0*x* de abscissa e os valores do eixo 0*y* de ordenada**.** Sendo que para localizarmos um ponto *P* em um plano cartesiano, traçamos por *P* as perpendiculares a 0*x* e 0*y,* obtendo um número em cada eixo que é chamado de par ordenado (*x, y*), conforme figura 2.

Figura 2 – Plano cartesiano



Fonte: Dos autores

Paiva (2004) passa a formalizar o conceito de função iniciando primeiro o conceito de relação entre conjuntos, depois chama atenção para um tipo particular de relação entre conjuntos por possuir uma propriedade especial que o define como função. "Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Uma relação f de A em B é função se, e somente se, todo elemento de A estiver associado, por meio de f, a um único elemento de B" (Paiva, 2004, p. 92). Baseada nessa definição, o autor afirma que uma função é uma relação, mas nem toda relação pode ser classificada como uma função.

Tratando de conceituar uma Função do 1º grau, Paiva (2004, p. 119) define que "toda função do tipo $f(x) = ax + b$**,** com {a, b} $\subset \mathbb{R}$ e a $\neq 0$, é denominada função polinomial do 1º grau ou função afim" e demonstra através de gráficos que toda função que obedece essa lei será uma reta, pois obtendo-se dois pontos distintos de f traçamos uma reta que passa por eles.

Paiva (2004) nos mostra que em toda função afim o gráfico é uma reta por se tratar de valores que variam proporcionalmente. O autor aborda o assunto sobre proporcionalidade dentro da função afim da seguinte maneira:

> - Toda função afim do tipo $y = ax$ (o gráfico é uma reta que passa pela origem) é chamada de **função linear**.
>
> Em toda função linear os valores de x são proporcionais aos valores correspondentes de y, [...] isto é, se (m, n) é um ponto da função, então (km, kn) também é ponto da função, para qualquer k real. Isso ocorre em qualquer função linear.
>
> - Em toda função afim $y = ax + b$, a razão entre a variação dos valores de y, Δy, e a variação correspondente dos valores de x, Δx, é uma constante não-nula k, isto é, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = k$, ou ainda, $\Delta y = k \cdot (\Delta x)$. Portanto, a função que expressa Δy em função de Δx é linear e, por isso, dizemos que em toda função afim $y = ax + b$ os valores de x e y variam **linearmente (**PAIVA, 2004, p. 121, grifo do autor).

O autor inicia intuitivamente a noção de Função do 1º grau por meio de situações do cotidiano e aos poucos vai inserindo o conceito e suas representações. Depois para melhor compreensão e fixação do assunto estudado passa a explorar alguns problemas matemáticos.

O terceiro livro didático analisado é de Gelson Iezzi et al. (2013). Os autores iniciam os estudos de função através da resolução de problemas envolvendo situações rotineiras do dia-a-dia e relacionando-as a outras áreas do conhecimento. Em seguida, recorrem à teoria dos conjuntos para iniciar a noção de função como relação entre conjuntos, onde passam a definir o conceito de função da seguinte maneira: "Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento $x \in$ A um único elemento $y \in$ B recebe o nome de função de A em B" (IEZZI et al., 2013, p. 40).

Logo depois, os autores apresentam a notação f: A $\rightarrow$ B, onde f é um conjunto de pares ordenados (x, y) que determina uma função de A em B, sendo que $x \in$ A e $y \in$ B, chamando-se o conjunto A domínio de *f,* o conjunto B contradomínio de *f,* e chama-se conjunto imagem de *f* o subconjunto (*Im*) do contradomínio formado pelos elementos *y*. Passam a definir funções através de fórmulas (algebricamente) e representá-las com gráficos e tabelas.

Especificamente nos estudos da Função do 1º grau, os autores Iezzi et al. (2013, p. 68) a definem da seguinte maneira: "Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, qualquer função *f* de $\mathbb{R}$ em$\mathbb{R}$ dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais dados e $a \neq 0$", onde o valor de a é chamado de coeficiente de x e o valor de b é chamado de termo constante ou independente. Eles chamam atenção para um caso particular da função afim que é quando o termo independente for igual a zero ($b = 0$), ou seja, a função afim é dada pela lei $f(x) = ax$ com a real e $a \neq 0$, sendo chamada de função linear.

Iezzi et al. (2013) demonstram também que, qualquer gráfico de uma Função do 1º grau é uma reta oblíqua aos eixos 0x e 0y; que a reta intercepta o eixo das abscissas quando a função $f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$, ou seja, $x = \frac{-b}{a}$ é a solução da função e chama-se raiz ou zero da função polinomial do 1º grau, onde teremos o ponto A = $(\frac{-b}{a}$, 0); que o coeficiente angular a está ligado a inclinação da reta em relação ao eixo 0x, e quando os valores de $a > 0$ teremos uma função crescente, mas quando os valores de $a < 0$ teremos uma função decrescente; que o termo constante b é chamado de coeficiente linear da reta, ou seja, para $x = 0$, temos $y = a \;.\; 0 + b = b$, onde encontraremos o ponto B = (0, b) que indica a ordenada que a reta corta o eixo 0y.

Este último livro didático apóia-se de uma linguagem mais clara, a abordagem do estudo de função ocorre de forma contextualizada e interdisciplinar, os problemas matemáticos apoiam-se de exemplos do cotidiano facilitando a compreensão da variação e a dependência das grandezas de uma função.

Na análise dos livros citados anteriormente, percebemos algumas lacunas que poderão ser preenchidas no decorrer deste trabalho. Por exemplo, a inserção de *softwares* para a execução e análise dos gráficos; o estudo de funções a partir de planilhas eletrônicas; a exploração do conceito de função do primeiro grau a partir de outros domínios que não sejam somente os reais por completo; o uso de jogos que possam mobilizar os conceitos de função do primeiro grau; a interdisciplinaridade entre as áreas de formação do aluno no ensino médio: Química, Física, Biologia e etc., bem como em outras áreas da ciência que possam ser compreendidas pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio. Além dessas propostas, pretende-se também abordar os conceitos algébricos sem abandonar o rigor que a matemática axiomática exige.

Além dos aspectos mencionados anteriormente, contemplaremos também, o estudo da função do primeiro grau em situações iguais ou semelhantes aquelas apresentadas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

No próximo capítulo descreveremos as possibilidades de exploração desse conteúdo associados a alguns recursos didáticos, sobretudo às tecnologias aplicadas na demonstração e visualização desses conceitos e representações a partir da abordagem das ideias de Moran, Masetto e Behrens (2013), Carvalho e Ivanoff (2010), Grando (2008), Lara (2011) e Smole et al. (2008) e colaboradores.

3 ALGUNS RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Sabemos que os alunos são curiosos, cheios de energias, dinâmicos e criativos, e ainda por cima, vivem rodeados de grandes estímulos, como por exemplo, os recursos tecnológicos, *internet* e redes sociais, que por muitas vezes, acabam desviando suas atenções dos estudos. Diante de tantos atrativos externos, os professores vivem um grande desafio, que é despertar o interesse e a motivação nos alunos pela disciplina de matemática. Mas como fazer isso?

O professor de matemática de hoje deve lançar desafios aos alunos, criar um ambiente que os levem a pensar, analisar, deduzir, relacionar, buscar estratégias e soluções dentro e fora do contexto escolar. Mas para isso, o professor deve procurar alternativas que o auxilie em suas aulas, tornando mais dinâmicas e ricas em situações problemas do convívio do aluno, para que o mesmo se sinta desafiado e estimulado a fazer parte desse processo.

Pensando dessa maneira, neste estudo, assumimos o aplicativo GeoGebra, o programa Excel, jogos educacionais e a criação de alguns vídeos no viés tanto da motivação para o ensino e aprendizagem da matemática, quanto como recurso didático, com potencial pedagógico para o desenvolvimento dos conceitos e representações que envolvem o estudo da Função do 1º grau.

Temos a compreensão de que a heterogeneidade da sala de aula pode dificultar a aprendizagem de alguns aspectos conceituais sobre o tema. Por exemplo, um aluno pode apresentar dificuldades quando não consegue relacionar o tema com outras áreas, ao passo que outro aluno pode relacionar muito bem o tema apenas com a compreensão dos conceitos abstratos e das propriedades matemáticas em si, ou outro aluno em que a possibilidade de visualização rápida de gráficos pelos *softwares* fará com que ele assimile com mais rapidez os conteúdos do que quando estes são abordados somente no quadro.

Não podemos dizer a priori qual destas ideias serão mais ou menos eficazes, pois afinal, não existe uma metodologia perfeita ou outra totalmente imperfeita. Sempre alguém irá agregar conhecimento mesmo com metodologias bem distintas, ao passo que outros se sentirão mais a vontade com determinados métodos. Neste sentido, desejamos apresentar uma gama de possibilidades de se trabalhar tais conteúdos. Ou seja, desejamos fornecer como produto educacional, sequências didáticas que possam ajudar o professor de matemática sobre vários olhares. É claro que o professor, fará as escolhas possíveis de acordo também com a realidade de seus alunos e da própria escola e dele mesmo (com relação as suas limitações). Por exemplo, em uma escola que não há computadores ou *internet* (comum na zona rural ou no interior do estado do Acre), a nossa expectativa é que outras ideias, como por exemplo, os jogos educacionais possam ajudar nesta compreensão.

3.1 O potencial do jogo

Nossa intenção aqui não é tratar sobre a origem ou definição do que é o jogo, mas, classificar os tipos de jogos e o potencial que ele possui ao ser utilizado como recurso didático ou metodologia de ensino, principalmente da matemática, conforme os referenciais.

O ato de jogar faz parte da necessidade do homem independentemente da idade, classe social ou cultura, e não pode ser vista apenas como um momento de diversão, mas de aprendizado. Huizinga (1971, apud AZEVEDO, 1999, p. 45) considera que “é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve, isso porque pelo jogo o homem ultrapassa as necessidades puramente materiais e imediatas da vida, conferindo um sentido à ação”. Para Muniz (2007, p. 14) “o jogo é visto como um instrumento de aquisição da cultura do seu contexto social, cultura que engloba conhecimentos e representações acerca da Matemática: seus valores, sua aprendizagem, seus poderes”. Portanto, ao jogar é criado um ambiente de socialização, cooperação, comunicação, criatividade, afetividade e troca de conhecimento.

Nesta direção Grando (2008), Lara (2011) e Smole et al. (2008) compartilham a ideia de que o jogo tem a característica de proporcionar o desenvolvimento social, cooperativo e também o cognitivo. Ele desperta no aluno estímulo desafiador de querer buscar estratégias e soluções para avançar cada jogada, e em cada jogada, é criado momentos de reflexão, análises, comparações e decisões.

Alguns educadores utilizam o jogo como recurso didático no desenvolvimento de suas aulas, por outro lado, há educadores que se apoiam como uma metodologia de ensino. Além disso, são vários os tipos de classificações que se atribuem ao jogo, sendo que alguns fatores devem ser levados em conta pelos professores ao utilizá-los, podendo ser, desde a idade dos alunos que serão trabalhados com o uso dos jogos, a intenção do seu uso e os objetivos que pretende alcançar.

Grando (2008) acredita que um jogo que é conhecido e dominado pelos alunos pode ser explorado pelo professor, quando ele entende que esse jogo espontâneo pode ser transformado em jogo pedagógico, utilizando-o para desenvolver ou resgatar um conceito. Portanto, quando o professor utiliza os jogos associados aos conteúdos ele cria um ambiente de conhecimento que são absorvidos pelo aluno de maneira dinâmica, prazerosa e significativa. Ela acredita também, na possibilidade de inserção dos jogos no contexto educacional numa perspectiva de resolução de problemas, pois ambos evidenciam vantagens no processo de criação e construção de conceitos e que, psicologicamente, envolvem o pensar, o estruturar-se cognitivamente a partir do conflito gerado pela situação-problema.

Lara (2011) dedica-se aos estudos da matemática e classifica os jogos para essa disciplina em quatro tipos: jogos de construção, jogos de treinamento, jogos de aprofundamentos e jogos estratégicos.

Os jogos definidos por Lara (2011) são na seguinte perspectiva:

> **Jogos de construção**: Aqueles que trazem ao/à aluno/a um assunto desconhecido fazendo com que, através da manipulação de materiais ou de perguntas e respostas, ele/a sinta a necessidade de uma nova ferramenta, ou se preferirmos, de um novo conhecimento para resolver determina situação-problema proposta pelo jogo. E, na procura desse novo conhecimento ele/a tenha a oportunidade de buscar por si mesmo/a uma nova alternativa para sua resolução. Jogos desse tipo permitem a construção de algumas abstrações matemáticas que, muitas vezes, são transmitidas pelo/a professor/a e memorizadas sem uma real compreensão pelo/a aluno/a prejudicando, assim, o aprendizado. (p. 24)
>
> **Jogos de treinamento**: [...] é necessário que o/a aluno/a utilize várias vezes o mesmo tipo de pensamento e conhecimento matemático, não para memorizá-lo, mas, sim, para abstraí-lo, estendê-lo, ou generalizá-lo, como também, para aumentar sua autoconfiança e sua familiarização com o mesmo.
>
> O treinamento pode auxiliar no desenvolvimento de um pensamento dedutivo ou lógico mais rápido. Muitas vezes, é através de exercícios repetitivos que o/a aluno/a percebe a existência de outro caminho de resolução que poderia ser seguido aumentando, assim, suas possibilidades de ação e intervenção.
>
> Além disso, o jogo de treinamento pode ser utilizado para verificar se o/a aluno/a construiu ou não determinado conhecimento, servindo como um "termômetro" que medirá o real entendimento que o/a aluno/a obteve. Entretanto, com a participação do/a aluno/a nos jogos e sua necessária participação ativa, o/a professor/a poderá perceber as suas reais dificuldades, auxiliando-o a saná-las. (p. 25)
>
> **Jogos de aprofundamentos**: Depois que o/a aluno/a tenha construído determinado assunto, é importante que o/a professor/a propicie situações onde o aluno/a aplique-o. A resolução de problemas é uma atividade muito conveniente para esse aprofundamento, e tais problemas podem ser apresentados na forma de jogos.
>
> Quando elaboramos um jogo com diferentes níveis, é interessante colocarmos situações - problema simples que vão tornando-se cada vez mais complexas com o decorrer do jogo, exigindo um raciocínio a mais daquele que foi aprendido pelo aluno/a ou que apresente um desafio novo para ele/a. Será, também, através dos jogos de aprofundamento que poderemos fazer uma articulação entre diferentes assuntos já estudados e, principalmente, uma articulação com as demais ciências. (p. 26)
>
> **Jogos estratégicos:** muitos jogos que nosso/a aluno está acostumado a jogar com seus/suas amigos/as, entre eles, Dama, Xadrez, Batalha Naval, Cartas, ou com o computador como Paciência, Freecell, Campo Minado e muitos outros, são jogos estratégicos. Podemos desenvolver, no ensino da Matemática, jogos desse tipo. Jogos que façam com que o/a aluno/a crie estratégias de ação para uma melhor atuação como jogador/a. Onde ele/a tenha que criar hipóteses e desenvolver um pensamento sistêmico, podendo pensar múltiplas alternativas para resolver um determinado problema (LARA, 2011 p. 27, grifo nosso).

Além dessas quatro classificações de uso didático do jogo, designados por Lara (2011); outras classificações encontramos em Smole et al. (2008) que os definem em dois tipos de jogos matemáticos que podem ser utilizados em sala de aula com os alunos de ensino médio: os jogos de estratégias e os de conhecimento. Na concepção dos autores, esses jogos são descritos da seguinte maneira:

> **Os jogos de estratégias** são aqueles como xadrez, dama, nim, entre outros, nos quais o objetivo é encontrar jogadas que levem a estratégias vencedoras. [...] têm importância para simular com os alunos processos de investigação matemática, estratégias de resolução de problemas, levantamento, comprovação ou refutação de hipóteses.
> **Os jogos de conhecimentos** são, fundamentalmente, um recurso para um ensino e uma aprendizagem mais rica, mais participativa e problematizadora dos temas matemáticos, tais como funções, geometria ou trigonometria. Servem para que os alunos construam, adquiram e aprofundem de modo mais desafiador os conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos em matemática no ensino médio. Sua utilização pode ocorrer no momento em que se introduz um novo tema, nas situações em que se deseja aprofundar esse tema ou nos casos em que se procede a uma revisão. (SMOLE et al. 2008, p. 12, grifo nosso).

Com Smole et al. (2008) o jogo adquiri a dimensão pedagógica de investigação matemática e problematizadora dos conhecimentos matemáticos. Ou seja, aponta para um ensinar e aprender matemática de forma dinâmica.

Compreendemos que a aprendizagem só será significativa para o estudante quando o mesmo se sentir desafiado e estimulado a fazer parte do processo que está inserido. Apropriar-se dos conteúdos matemáticos relacionando com situações problemas ligados à sua realidade permite-o construir conhecimentos de forma compreensiva e satisfatória.

Portanto, acreditamos que o jogo possui característica de desencadear a imaginação e se mostra um excelente recurso para se trabalhar conteúdos matemáticos mais complexos e de difícil compreensão, pois através das jogadas o aluno é conduzido a elaborar estratégias, construir hipóteses, estimular o pensamento lógico, leva a dedução e estabelecimento de relações entre o concreto e o abstrato.

O jogo e a matemática possuem objetivos que se complementam, pois, a matemática proporciona ao ser humano ferramentas que estimula e desenvolve as estruturas cognitivas, bem como, os prepara e dar condições de explorar o mundo ao seu redor e, o jogo auxilia no desenvolvimento do pensamento lógico, raciocínio rápido e estratégico. Para Bezerra e Bandeira (2008, p. 4) “os jogos estão em correspondência direta com o pensamento matemático. Em ambos, existem regras, instruções, operações, definições, deduções, desenvolvimento, utilização de normas e novos conhecimentos (resultados).”

O jogo desperta a curiosidade e interesse dos alunos para realizar as jogadas, e jogando, os conteúdos são trabalhados de maneira espontânea e os conhecimentos são absorvidos e interiorizados. “Matemática se aprende resolvendo problemas e nada melhor que bons jogos para esse estímulo, contextualizando operações com situações reais e significativas" (SELBACH, 2010, p. 106).

Ao se adotar o uso do jogo para trabalhar conteúdos da matemática em sala de aula é necessário alguns cuidados que devem ser refletidos e assumidos pelo professor. Grando (2008, p. 31) nos alerta para algumas vantagens e desvantagens ao desenvolver um trabalho com jogos, conforme o quadro 3.

Quadro 3 - Vantagens e desvantagens no uso de jogos.

Vantagens	Desvantagens
- **(re) significação de conceitos** já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - **introdução e desenvolvimento de conceitos** de difícil compreensão; - desenvolvimento de **estratégias de resolução de problemas** (desafio dos jogos); - aprender a **tomar decisões** e saber **avaliá-las**; - **significação** para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (**interdisciplinaridade**); - o jogo requer a **participação ativa do aluno** na **construção** do seu próprio **conhecimento**; - o jogo favorece a **integração social** entre os alunos e a consciencialização do **trabalho em grupo**; -a utilização dos jogos é um fator de **interesse** para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da **criatividade**, do **senso crítico**, da **participação**, da **competição** "sadia", da **observação**, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do **prazer em aprender**; - as atividades com jogos podem ser utilizadas para desenvolver habilidades de que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos.	- quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um **carácter puramente aleatório**, tornando-se um **"apêndice" em sala de aula**. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, **sem saber porque jogam**; - o tempo gasto com as atividades de jogo na sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - as **falsas concepções** de que se devem **ensinar todos os conceitos através do jogos**. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros casinos, também sem sentido algum para o aluno; - **a perda da "ludicidade" do jogo** pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a **coerção do professor**, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, **destruindo a voluntariedade** pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Extraído e adaptado de Grando (2008, p. 31-32).

Dentre as vantagens citadas pela autora podemos destacar também, que através dos jogos os conhecimentos matemáticos podem ser assimilados pelos alunos de forma dinâmica e significativa, o professor pode instigar e ajudar o aluno a encontrar a resposta quando observar que este possui alguma dificuldade. Mas para que esse processo aconteça é necessário que o professor questione o aluno sobre suas jogadas e estratégias, estimule a formar conceitos ou relacionar ideias e estabelecer relações lógicas. Dessa maneira o professor atua como mediador da aprendizagem.

Entretanto, entendemos que às desvantagens abordadas pela autora devem ser analisadas e tomadas como alerta ao planejar uma aula utilizando o jogo para se trabalhar um certo conteúdo. Verificar o que realmente queremos atingir e o que pretendemos desenvolver com seu uso. Nesse mesmo sentido, Lara (2011, p. 28) enfatiza que "é importante que tenhamos claros os objetivos que queremos alcançar, os pré-requisitos necessários para participar do jogo, as regras, os diferentes modos de jogá-los e as perguntas que podem emergir desse jogo". Portanto, uma aula de matemática quando bem elaborada com atividades desafiadoras e que possuam significados ao aluno torna-se mais estimulante e leva-o a buscar estratégias para resolvê-las e encontrar a solução. Dessa maneira é constituído o aprendizado, pois proporciona o desenvolvimento da reflexão sobre o que está aprendendo.

Podemos verificar que cada autor enfatiza a importância do uso dos jogos em sala de aula, classifica os jogos conforme o objetivo que pretende desenvolver e os cuidados que o professor deve ter ao adotar este recurso no ensino. Neste estudo, entendemos os jogos como subsídios viáveis para transmitir e construir os conhecimentos matemáticos com os alunos levando os mesmo a desempenhar um papel ativo no seu próprio aprendizado.

Portanto, as ideias que mais se aproximam do foco deste trabalho são as de Smole et al. (2008), pois, ao classificar os tipos de jogos para o ensino da matemática, os jogos de conhecimento estão de acordo com o que pretendemos desenvolver. Este tipo de jogo quando adotado pelo professor pode ter como objetivo iniciar um novo conteúdo, aprofundar ou realizar uma revisão. Estes autores possuem grande experiência em proporem atividades para se trabalhar conteúdos de matemática para alunos do ensino médio, qual fazem parte também, do foco deste estudo.

3.2 As Tecnologias Digitais

Os recursos tecnológicos estão cada vez mais acelerados e fazendo parte do dia a dia e do trabalho em todas as áreas sociais. "O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas" (BRASIL, 1998, p. 41). As tecnologias digitais (TD) estão se difundindo em grande escala e, sem dúvida a escola como base dos conhecimentos essenciais não pode se excluir ao uso dessas tecnologias. A escola precisa apoderar-se dessas ferramentas e utilizar no seu contexto escolar apresentando aos alunos aplicações e situações práticas com os conteúdos ensinados. Para Moran, Masetto e Behrens (2013, p. 41) "As tecnologias caminham na direção da integração, da instantaneidade, da comunicação audiovisual e interatividade".

Mas afinal, o que podemos entender por tecnologia digital? De maneira simples e geral encontramos a definição de TD no glossário *online* do Ceale como:

> Um conjunto de tecnologias que permite, principalmente, a transformação de qualquer linguagem ou dado em números, isto é, em zeros e uns (0 e 1). Uma imagem, um som, um texto, ou a convergência de todos eles, que aparecem para nós na forma final da tela de um dispositivo digital na linguagem que conhecemos (imagem fixa ou em movimento, som, texto verbal), são traduzidos em números, que são lidos por dispositivos variados, que podemos chamar, genericamente, de computadores. (FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFMG, 2017).

As tecnologias digitais classificam-se em diversos formatos e utilidades, como os blogs, *softwares* educacionais, redes sociais, simuladores, YouTube, sites, aplicativos para celulares, editores de vídeos, dentre outros. Carvalho e Ivanoff (2010, p. 117) enfatizam que "As tecnologias representam oportunidades e o professor deve saber explorar essas oportunidades". Dessa maneira, cabe ao professor apropriar-se desses recursos e utilizá-los como ferramentas no desenvolvimento e exploração de suas aulas.

O professor pode usas as tecnologias digitais para fazer pesquisas, criar vídeos, postar fotos das atividades realizadas pelos alunos, compartilhar tarefas e informações, fazer demonstração de um conceito ou realizar atividades práticas no laboratório de informática da escola. Existem inúmeras possibilidades de trabalhar com esses recursos de forma muito rica, estimulante e significativa.

No entanto, para que o ensino através do uso das tecnologias digitais apresente resultados satisfatórios Kenski (2012, p. 46) destaca que "elas precisam ser compreendidas e incorporadas pedagogicamente. [...] que é preciso respeitar as especificidades do ensino e da própria tecnologia para poder garantir que seu uso, realmente, faça diferença".

Moran, Masetto e Behrens (2013, p. 42) acreditam que os professores ao utilizarem as TD "pode diminuir o tempo dedicado a passar informações, a dar aulas expositivas, concentrando-se em atividades mais criativas e estimulantes, como as relativas a contextualização, interpretação, discussão e realização de novas sínteses".

Nesse sentido, os recursos tecnológicos, especificamente as TD, possibilitam o professor diversificar, ousar e inovar no planejamento de suas aulas, saindo do tradicional e despertando a motivação dos alunos para um estudo mais expressivo.

Dos mais diversos recursos tecnológicos disponíveis na escola, destacamos o computador uma ótima ferramenta para o ensino de matemática, pois através de *softwares* educacionais é possível trabalhar conceitos através de demonstrações visuais e dinâmicos, auxiliando para uma melhor compreensão e abstração dos objetos matemáticos. Dessa forma, “muitos conceitos ganham evidência a partir dessas propostas”. (CARVALHO E IVANOFF, 2010, p. 23).

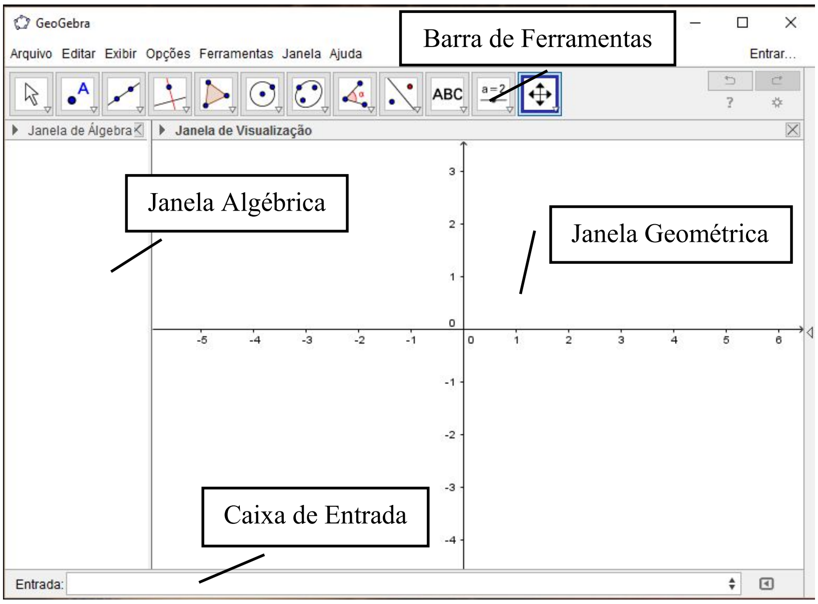
Existe uma variedade de *softwares* educacionais livres que podem ser baixados no computador, sendo que depois não é necessário o uso da *internet* para seu funcionamento. Por tanto, compete ao professor analisar e escolher o programa educacional adequado que atenda aos objetivos do conteúdo que pretende desenvolver.

Para o desenvolvimento de nosso estudo escolhemos o *software* educacional GeoGebra 5.0, ele é gratuito e usa a linguagem Java, o que lhe permite funcionar em várias plataformas (*Windows, Linux, Mac OS X*) e o programa Excel 2007 da *Microsoft* que utiliza o sistema operacional da *Microsoft Windows*. Esses dois aplicativos não precisam de *internet* para funcionar e podem ser utilizados também em aparelhos celulares inteligentes com sistemas operacionais *Windows Phone*, *Android* ou o iOS.E para postar os vídeos explicativos das atividades desenvolvidas nas sequências didáticas utilizaremos o site YouTube.

3.2.1 Conhecendo o *Software* GeoGebra

O GeoGebra é um *software* livre de matemática dinâmico, que possibilita ao professor demonstrar virtualmente aos alunos aplicações dos conceitos matemáticos. O criador do programa Markus Hohenwarterda Universidade de Salzburg o desenvolveu em 2001 para ser usado em sala de aula para aprender e ensinar matemática, e desde então, vem sempre passando por atualizações com o intuito de melhorar seu desempenho. Seus estudos reúnem recursos de geometria, álgebra e cálculo. A figura 3 apresenta a tela e as ferramentas do *Software.*

Figura 3 - Tela inicial do GeoGebra.



Fonte: Tela do *software* GeoGebra- Computador pessoal do autor.

Hohenwarter classifica o *software* como um sistema dinâmico, porque:

> Por um lado, o GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica. Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do GeoGebra. Assim, o *software* tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Essas duas visões são características do GeoGebra: uma expressão em álgebra corresponde a um objeto concreto na geometria e vice-versa (HOHENWARTER, 2007, p. 4).

O GeoGebra é um *software* educacional gratuito, disponível em vários idiomas e pode ser baixado para uso no computador pelo endereço <http://w.w.w.geogebra.org>, e também para uso em *tablets* e celulares. Uma de suas características fundamentais é a possibilidade de visualizar simultaneamente expressões algébricas e geométricas permitindo uma melhor abordagem do conteúdo e consequentemente compreensão por parte do aluno.

O uso de novas tecnologias no ensino, além de potencializar o aprendizado torna a aula mais motivadora, dinâmica e deixa de lado aquela monotonia, faz com que o aluno tenha interesse em aprender e construir seu conhecimento. Através da manipulação do programa GeoGebra o aluno é capaz de compreender conceitos matemáticos abstratos e de difícil assimilação, pois é possível associar os conteúdos a uma visualização gráfica e algébrica com os recursos de animação.

Nos estudos realizados por Almeida (2013) utilizando o *software* GeoGebra no ensino de função do primeiro grau, ele pode constatar que os alunos

> ao passarem informações para o *software*, recebem instantaneamente as respostas que correlacionam às representações algébricas, gráficas, tabular. Assim as interações entre o *software* GeoGebra e educandos, permite a autonomia para realização de resoluções das atividades manipulando vários tipos de representações de Função Afim (ALMEIDA, 2013, p. 55).

Boschetto (2015, p.74) ao propor a seus alunos resoluções de problemas através do GeoGebra constatou que "o mais interessante é que o programa permite ao aluno investigar e sanar suas dúvidas, construindo gráficos de outras funções afins, com coeficientes variados, até convencer-se de que os resultados obtidos são verdadeiros.

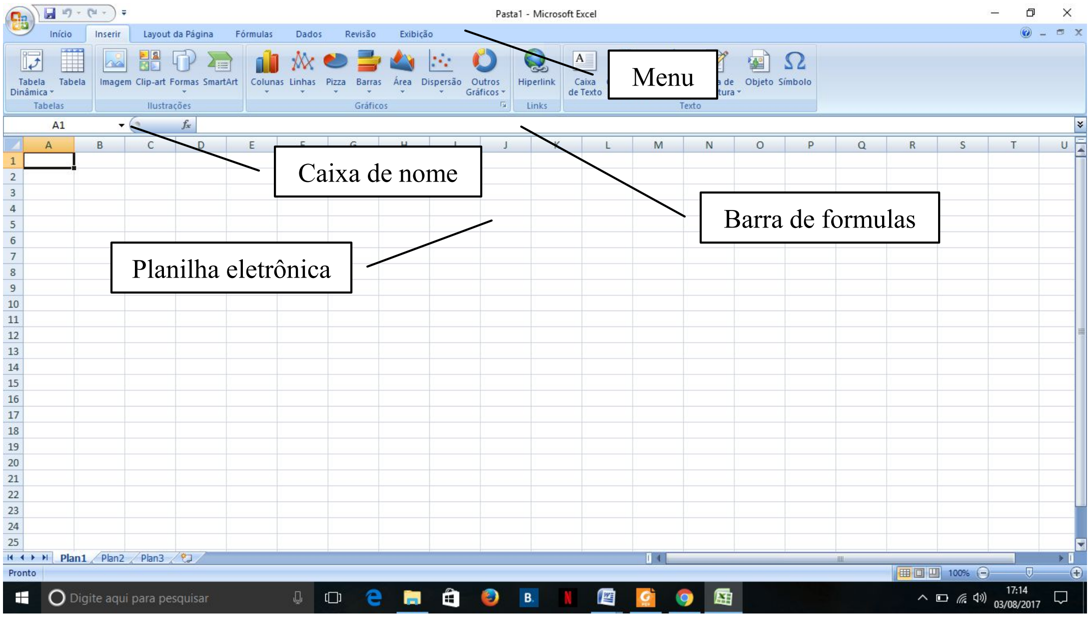
Partindo da necessidade de desenvolver um ensino de qualidade, motivador e significativo faz-se necessário apoiar-se em recursos didáticos que auxilie na experimentação, visualização e demonstração de conceitos e representações do objeto matemático em estudo, assim, nada mais propício do que o *software* GeoGebra para aproximar os alunos ao conhecimento trabalhado nas aulas de matemática.

3.2.2 Conhecendo o Programa Excel

O Excel é um programa que foi criado pela empresa Microsoft em 1987 para computadores. Ele serve para trabalhar com planilhas, tabelas, gráficos, fazer cálculos complexos, armazenar dados, dentro outras funções. Sua tela inicial é uma planilha eletrônica composta por células organizadas por linhas e colunas, cada célula serve como um localizador determinando o local onde os dados foram inseridos.

Este programa é muito utilizado em empresas, repartições escolares ou uso doméstico na criação de lista de dados (nomes ou valores) podendo organizar em ordem alfabética, crescente ou decrescente, elaboração de relatórios e gráficos sofisticados, realizar projeções e análise de tendências, análises estatísticas e financeiras. Vide figura 4.

Figura 4 - Tela inicial do programa Excel.



Fonte: Tela do *Excel*- Computador pessoal do autor.

O professor poder fazer uso deste programa em suas aulas, ele pode desenvolver atividades para que os alunos possam criar tabelas e organizar os pares ordenados de uma determinada função afim, calcular e observar o comportamento desses pares ao ser inseridos em uma função, criar gráficos simples e dinâmicos, fazer análises desses gráficos, e etc.

Schu e Pacini (2013) ao realizarem uma pesquisa com 28 alunos de uma turma de 3º ano utilizando o referido programa em seu estudo de caso concluíram que:

> o *software Excel* pode proporcionar para o aluno uma autonomia ao buscar o conhecimento, ao fazer suas próprias hipóteses e confirmá-las ou refutá-las. [...] O conteúdo, embora importante, passa a ficar em segundo plano, dando lugar para a capacidade de descoberta, de fazer relações, de buscar soluções (SCHU e PACINI, 2013, p. 16).

Percebe-se que o uso de tecnologias, neste caso os *softwares* disponíveis no computador, pode viabilizar a exploração de conteúdos abstratos beneficiando o processo de ensino e aprendizagem do aluno. Com o uso do programa *Excel* é possível visualizar várias formas de representações semióticas e facilitar a percepção das transformações tanto por tratamento como conversões de uma Função do 1º grau. Dessa maneira, é possível analisar e compreender a interatividade entre o objeto matemático e suas representações.

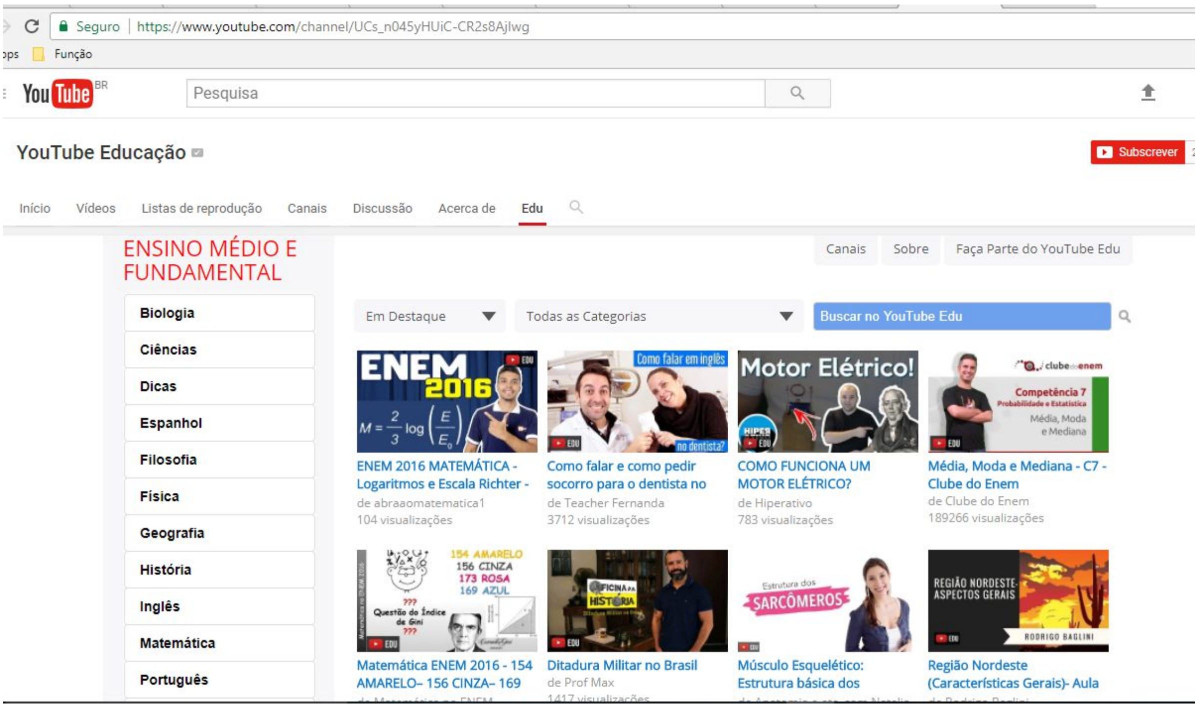
3.2.3 Conhecendo o YouTube

YouTube é um site de compartilhamentos de vídeos, ele permite que qualquer usuário carregue, assista e compartilhe vídeos em formato digital. Qualquer pessoa pode colocar seus vídeos na rede, mediante a realização de um cadastro, depois poder ser visualizado por qualquer pessoa. Segundo Dantas (2017) este site foi criado em fevereiro de 2005, por Chad Hurley e Steve Chen, dois funcionários de uma empresa de tecnologia situada em São Francisco, EUA.

Existem infinidades de vídeos com os mais variados conteúdos e finalidades. Podemos encontrar muitos vídeos educacionais, como por exemplo, um documentário, uma vídeo aula, um tutorial de como realizar um experimento, apresentação de um trabalho, resolução de um problema, entres outros.

Podemos encontrar muitos conteúdos educacionais em uma página exclusiva para educação no YouTube, onde, basta selecionar por nível de escolaridade e disciplinas. Selecionando na disciplina de matemática aparecerão vários conteúdos onde haverá vídeos sobre esse tema. Veja na figura 5 a página do YouTube Educação, disponível no endereço: https://www.youtube.com/channel/UCs_n045yHUiC-CR2s8AjIwg.

Figura5 - Página do YouTube Educação.



Fonte: Disponível em: <https://www.youtube.com/channel/UCs_n045yHUiC-CR2s8AjIwg>. Acesso em: 28/07/20017.

Portanto, esta ferramenta pode ser bastante vantajosa no processo de ensino e aprendizagem de Função do 1º grau. O professor pode pedir que os alunos façam pesquisas de vídeo aulas que contemplem o conteúdo como forma de revisar o assunto já estudado, assistam vídeos de resoluções de problemas do ENEM (por exemplo) e construção de tabelas e gráficos, ou o próprio professor pode postar vídeo aula de conteúdos complementares e resoluções de exercício como forma de reforço ou aulas extraclasse, já que a carga horária é incompatível com os conteúdos a serem lecionados durante o ano.

Os vídeos podem ser realizados pelos próprios alunos também, cabe o professor orientá-los e atribuir um propósito.

4 METODOLOGIA ADOTADA NA CONCEPÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Optamos por realizar uma pesquisa do tipo bibliográfica por possuir uma característica de colocar o pesquisador em contato direto sobre tudo o que já foi estudado sobre um determinado assunto, assimilando os conceitos e interpretações realizadas por outros estudiosos e permitindo conceber um novo modo de explorá-lo e colocá-lo em prática.

Segundo Barros e Lehfeld (2010) "a pesquisa bibliográfica é a que se efetua tentando-se resolver um problema ou adquirir conhecimentos a partir do emprego predominante de informações advindas de material gráfico, sonoro e informatizado." E para Marconi e Lakatos (2010) a pesquisa bibliográfica permite "oferecer meios para definir, resolver, não somente problemas já conhecidos, como também explorar novas áreas onde os problemas não se cristalizaram suficientemente" (MARCONI; LAKATOS, 2010, p. 166).

Este estudo nos possibilitou realizar uma investigação sobre as contribuições e as perspectivas da utilização de atividades diversificadas para o ensino de Função do 1º grau.

Assim, nossa intenção nesta pesquisa se baseia na construção de uma sequência de atividades para auxiliar os professores de matemática na exploração do conteúdo de Função de 1º grau. Para isso, optou-se pela realização de uma oficina para diagnosticar as dificuldades apresentadas pelos alunos em compreender o conceito e as formas de representações do tema e, verificar o potencial de algumas propostas didáticas que possam subsidiar o ensino e aprendizagem do conteúdo mencionado.

A concepção desse material foi obtida em duas etapas:

a) A realização de uma oficina em que o estudo de função do primeiro grau foi considerado a partir do uso do aplicativo GeoGebra e dos jogos;
b) A elaboração aposteriori de sequências didáticas a partir das experiências da oficina.

Para o desenvolvimento desta oficina, a metodologia utilizada para o seu desenvolvimento foi à utilização de procedimentos da Engenharia Didática, por ser uma metodologia capaz de relacionar concepções teóricas e práticas, experimentações e intervenções.

Escolhemos esta metodologia por envolver uma parte experimental, na qual, vem sendo muito utilizada em pesquisas sobre o ensino de matemática com a finalidade de analisar as situações didáticas. Portanto, ela pode nos proporcionar um diagnóstico das dificuldades apresentadas pelos alunos e nos auxiliar na forma de como buscar alternativas para amenizar o problema.

Esta oficina ocorreu no mês de fevereiro no ano de 2016 no IFAC/CSM com um grupo de 06 alunos que já haviam concluído o 1º ano do Ensino Médio, portanto, já haviam estudado os conteúdos propostos. A escolha dos sujeitos da pesquisa deu-se a partir da manifestação de interesse de cada um, sendo que de uma turma de 32 alunos, apenas 06 se interessaram em participar. Alguns deles relataram que tinham interesse em revisar o conteúdo, outros se mostraram curiosos em conhecer essas atividades "diferentes" para aprender. A oficina ocorreu no contraturno da aula dos alunos e teve a duração de 3 horas.

4.1 Engenharia Didática

A Engenharia Didática surgiu de uma linha de pesquisa francesa denominada Didática da Matemática no início da década de 1980. Ela consiste em um trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro durante a realização de um projeto. Trata-se de uma metodologia de investigação que se caracteriza por um esquema experimental baseado em ações pedagógicas na sala de aula, ou seja, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. (ARTIGUE, 1988, apud ALMOULOUD, 2007)

A Engenharia Didática caracteriza-se como produto didático, pois utiliza-se de uma sequência didática que abrange plano de ensino, a confecção de materiais didáticos e esquema experimental fundamentado nas realizações didáticas em sala, ou seja, sobre o diagnóstico de concepção, a realização, a intervenção, a observação e a avaliação do fazer pedagógico na sala de aula.

Segundo Artigue (1992, apud OLIVEIRA, 2013) a Engenharia Didática compreende quatro fases: a 1ª fase é constituída de uma análise preliminar; a 2ª de estruturação da sequência didática e análise a priori; a 3ª é composta pela experimentação e a 4ª fase e última de uma análise posteriori e avaliação. Destacando as principais características de cada fase conforme a autora temos:

1ª Fase - Análises preliminares: dos vários objetivos dessa fase está à realização da fundamentação teórica do estudo a ser realizado, envolvendo a análise epistemológica dos conteúdos de ensino, análise do ensino usual e os seus efeitos, análise das concepções dos estudantes, dificuldades e obstáculos encontrados pelos alunos dentro deste contexto de ensino, análise do ambiente onde ocorrerá a pesquisa e delinear os objetivos específicos da pesquisa.

2ª Fase – Estruturação das sequências didáticas e análise a priori: nesta fase o pesquisador deverá delimitar as variáveis de comando, que são a macro didáticas ou globais relativas a organização geral da Engenharia Didática e a micro didáticas ou locais, relativas a organização local, ou seja, relacionada aos conteúdos didáticos de cada sessão ou fase das sequências didáticas.

3ª Fase – Experimentação: é a realização da sequência didática com os sujeitos predefinidos e os registros das observações sobre cada sessão, identificação das concepções e produções sobre o conteúdo pesquisado, realização de intervenções quando necessário. Os dados aqui recolhidos servirão de reflexões para a próxima fase. Pode-se fazer uso também de outros materiais externos para coleta dos dados, como a aplicação de questionários, entrevistas individuais ou em grupos.

4ª Fase – Análise a posteriori e validação: esta fase é focada em todo o processo da sequência didática, é o tratamento das informações colhidas e a confrontação com a análise a priori, permitindo a interpretação dos resultados e se as questões levantadas foram respondidas e se os objetivos propostos com que regularidade foram alcançados, então, a partir daí validar o projeto da engenharia didática.

4.1.1 Fases da pesquisa da oficina pedagógica

Descreveremos a seguir como procedeu ao desenvolvimento da oficina baseando-se na metodologia da Engenharia Didática.

Na primeira fase delimitou-se o problema a ser estudado; realizamos pesquisas sobre propostas de atividades que envolvam a exploração dos conteúdos de Função do 1º grau através do software GeoGebra e o jogo; realizamos alguns estudos sobre como o conteúdo de função do 1º grau é abordado nos livros didáticos e definimos os objetivos das sequências da oficina.

Na segunda fase delimitamos as variáveis de comando, sendo que as macros didáticas foram: diagnóstico de possível local para a realização das atividades da oficina; verificou-se o número de computadores em funcionamento do laboratório de informática da instituição; procedemos a instalação do *software* GeoGebra; seleção dos sujeitos da pesquisa foi realizada através da manifestação de interesse, onde apenas 06 alunos participaram; – e as micro didáticas: elaboração de um roteiro das atividades e registros da oficina; construção de sequências didáticas para explorar o tema e elaboração de um questionário avaliativo da oficina.

A terceira fase é a etapa destinada à realização da oficina onde as sequências didáticas foram aplicadas a um grupo de 06 alunos do 1º ano do curso de Informática da referida instituição; para a coleta de dados foi realizado registros através de fotografias, diário de bordo, questionários e resoluções das atividades por parte dos alunos.

Na última fase, análise aposteriori e validação: analisamos as produções dos alunos numa abordagem qualitativa confrontando com os dados da análise a priori, observando se os resultados encontrados contemplam a intenção da oficina e se os objetivos propostos atendem com que regularidade o foco do estudo.

4.1.2 Estruturada oficina pedagógica (análise a priori)

Para a realização da oficina pensou-se numa sequência didática que envolvesse a aplicação de um jogo e o uso do *software* GeoGebra.O jogo confeccionado baseou-se nos estudos de Smole et al. (2008) e, conforme a classificação realizada pelos autores sobre os tipos de jogos, optamos por utilizar um jogo de conhecimento,pois, este tipo de jogo adquire a dimensão pedagógica de investigação, assim, atendendo nosso objetivo que é diagnosticar, aprofundar e realizar uma revisão sobre o tema da pesquisa. E o GeoGebra por ser um programa dinâmico e interativo capaz de associar os conteúdos a uma visualização gráfica e algébrica com os recursos de animação proporcionando ao aluno uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos abstratos.Esta sequência didática foi elaborada para ser desenvolvida em aproximadamente 3 horas.

A oficina foi dividida em três momentos. O **primeiro momento** foi disponibilizado material impresso, um resumo sobre função de 1º grau, onde a pesquisadora realizou uma discussão a partir da revisão teórica sobre o assunto, o que durou aproximadamente 30 minutos. O **segundo momento** foi destinado a testar o primeiro recurso didático, um jogo de tabuleiro “Jogando com Funções”, criado pela pesquisadora para estudar os conceitos e representações do tema, durando aproximadamente 1 hora e 30 minutos. O **terceiro momento** os alunos foram levados para o laboratório de informática a fim de explorar o *software* GeoGebra, já instalado e os computadores também já ligados, bem como, a utilização de um projetor de imagem para demonstrar os passos a passo que os alunos deveriam seguir.

4.1.3 Sequência didática

Primeira atividade – Exploração dos conceitos de Função do 1º grau através de um jogo de tabuleiro denominado “Jogando com Funções”, conforme Figura 6.

Recurso didático:	Jogo de tabuleiro
Conteúdo:	Função do 1º grau.
Objetivos:	• Diagnosticar os caminhos (erros e acertos) encontrados pelos alunos para solucionar e representar algumas situações problemas relacionados ao conceito de Função do 1º grau; • Verificar os conhecimentos consolidados (ou não) sobre o conteúdo.
Estratégia do recurso:	As equipes tentarão buscar solucionar os desafios do jogo utilizando os conhecimentos relacionados ao tema, quem acertar mais ou concluir primeiro o jogo é o vencedor.
Tempo:	Aproximadamente 1 hora e 30 minutos.
Avaliação:	Através das estratégias e dos registros escritos pelos alunos para as resoluções dos problemas propostos no jogo.

Figura 6 - Produto Educacional "Jogando com Funções".

Fonte: Produto da pesquisa, 2016.

Este jogo é uma trilha e por todo o percurso são distribuídos dois tipos de cartas: Primeiro tipo de carta chamada de "Desafio você" que contempla 15 questões de situações problemas; o segundo tipo de carta é chamado "Quem sou eu" que aborda 30 questões com representações semióticas de função de 1º grau, ou seja, onde o aluno terá que identificar propriedades, gráficos, tabelas e características das funções. Cada tipo de carta possui uma carta resposta. É distribuído na trilha também, casas com alguns tipos de funções do primeiro grau que terão que ser resolvidas e, para que seja possível, possui no tabuleiro duas roletas com números inteiros (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4) distribuídos de maneira aleatória, onde cada jogador terá que girar a roleta e, o número que for apontado será o valor substituído na função.

Este jogo é recomendado para ser jogado por dois ou quatro jogadores, onde cada um ou a dupla ficará em lados opostos. Para iniciar o jogo deve-se posicionar o pino na casa "Início" e girar a roleta, aquele que tirar número maior inicia a jogada. Avança uma casa e tenta responder o que pede a carta, para saber se a resposta está correta o oponente verificará comparando com a "carta resposta" correspondente aquele que foi retirada do tabuleiro. Caso o jogador acerte, ele avançará uma casa e continuará jogando, só para de jogar quando não conseguir acerta, aí terá que voltar uma casa e passará a vez para o oponente. Somente avançará mais de uma casa quando cair nas casas onde possui as funções no tabuleiro, depois de resolvido avançará ou voltará o número de casas correspondente ao resultado da função, ou seja, se o valor for positivo avançará conforme a resposta se for negativo voltará o valor correspondente.

Ambas as cartas possuem gráficos construídos no *software* GeoGebra e as perguntas foram retiradas do livro Matemática, ciências e aplicações, volume 01, Ensino Médio (IEZZI et al., 2013). A escolha deste livro didático ocorreu devido ser o livro utilizado pelos alunos da referida instituição.

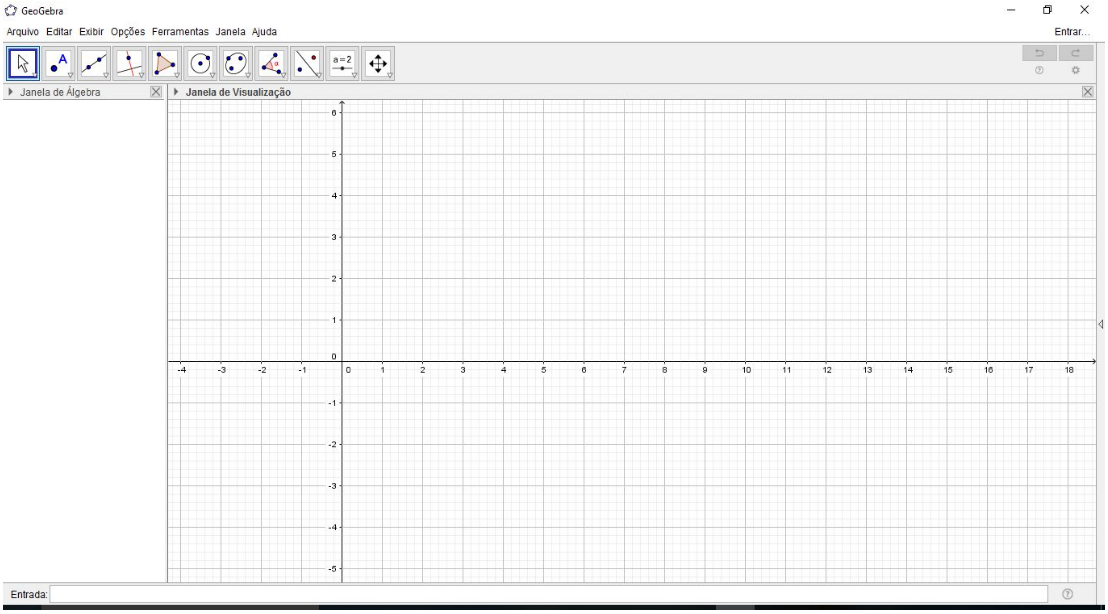
Segunda atividade - Exploração das características de uma Função do 1º grau através do *software* GeoGebra.

Recurso didático:	*Software* GeoGebra
Conteúdo:	Função do 1º grau.
Objetivo:	• Demonstrar e construir de forma dinâmica a linguagem algébrica e gráfica da Função do 1º grau; • Identificar e perceber a importância dos coeficientes no comportamento de um gráfico.
Estratégia do recurso:	Os alunos acompanharão o passo a passo dos procedimentos para exploração dos comandos do programa e depois realizarão algumas atividades.
Tempo:	Aproximadamente 1 hora.
Avaliação:	Através da manipulação e execução das atividades.

Passo a passo dos comandos na exploração do programa GeoGebra:

1º - Abra o GeoGebra. Aparecerá na tela inicial duas janelas, uma de Álgebra e outra de Visualização, uma barra de menu e outra de ícones, conforme figura 7.

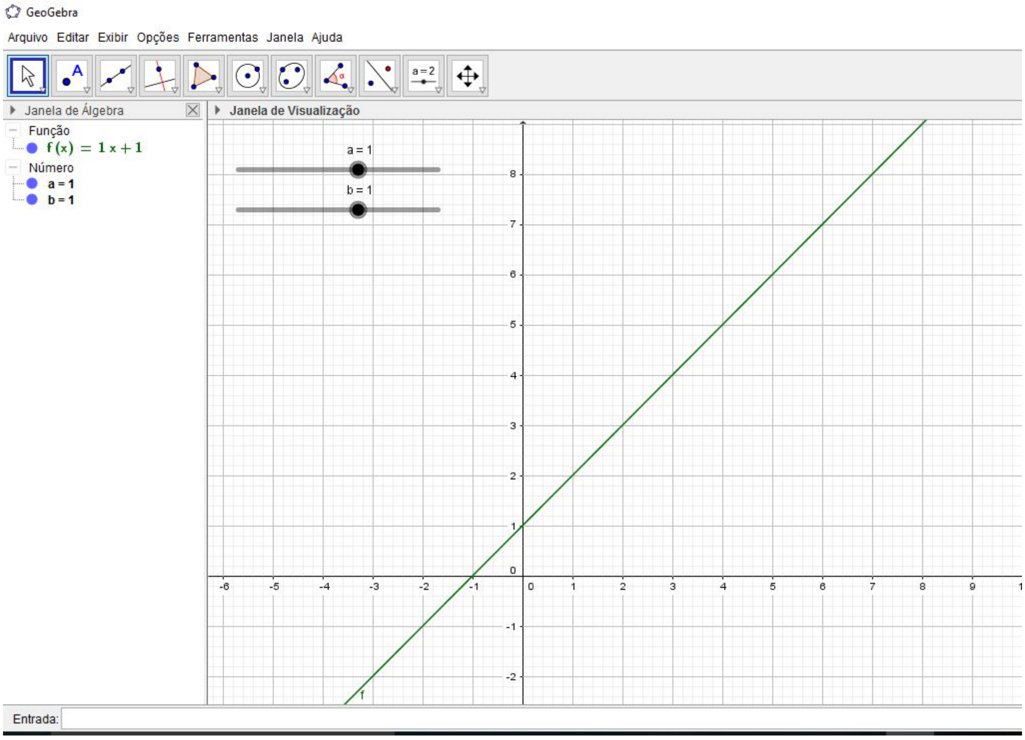
Figura 7 - Tela inicial do GeoGebra.



Fonte: Tela do *software* GeoGebra - Computador pessoal do autor.

2º - No campo de entrada, localizado na parte inferior da figura 8, digite a lei da função$f(x) = ax + b$. Dê um Enter. Aparecerá uma caixa de mensagem perguntando se é para criar controles deslizantes, clique em criar.

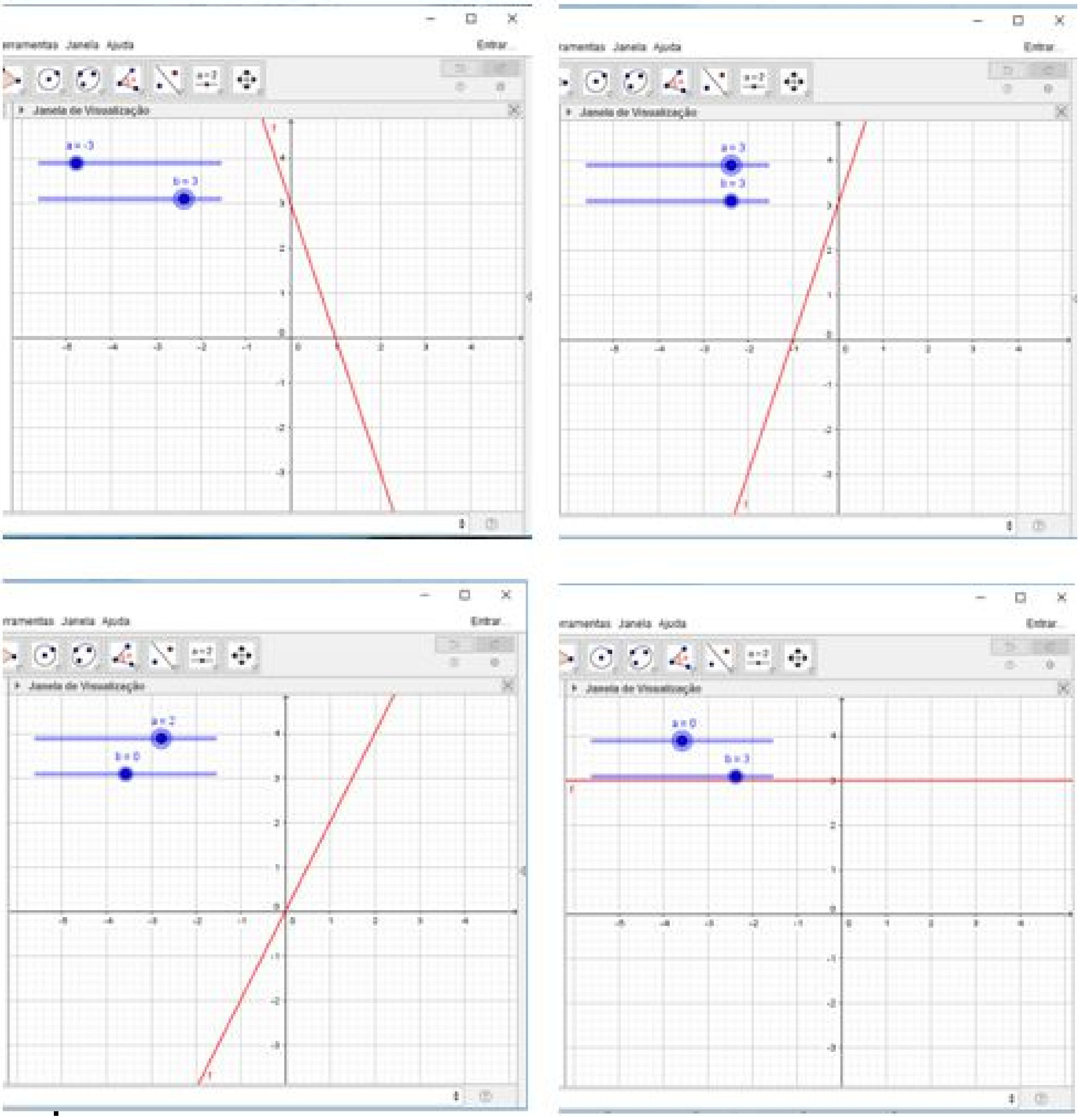
Figura 8 - Inserindo uma função na caixa de entrada.



Fonte: Tela do *software* GeoGebra - Computador pessoal do autor.

3º - Observe o gráfico. Movimente os seletores e observe o comportamento da reta. Tente verificar quais as modificações que ocorre devido à movimentação de cada seletor e seus valores (positivos, negativos e igual a zero) conforme a figura 9.

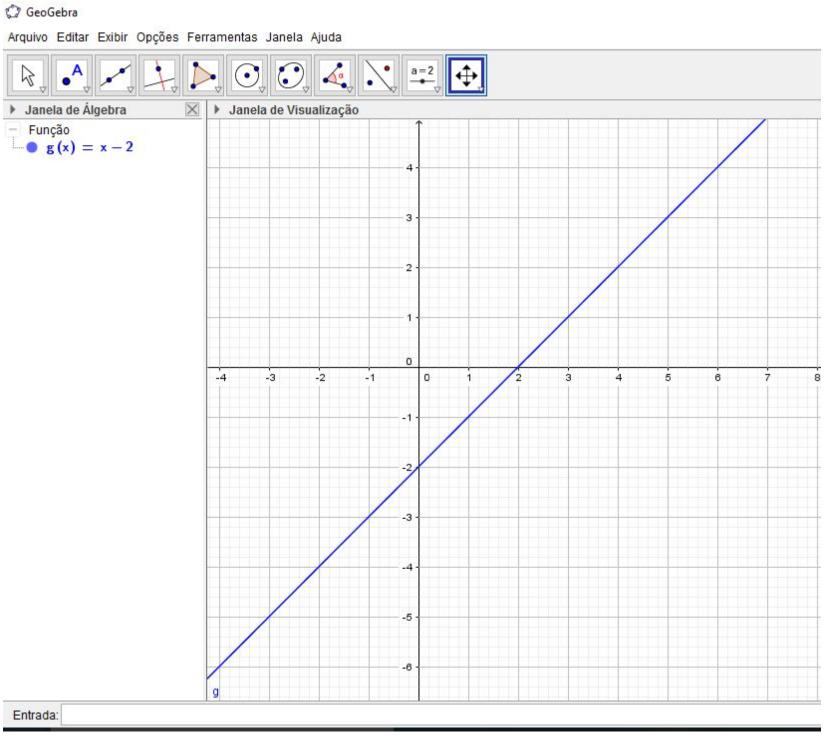
Figura 9 - Movimentando os seletores.



Fonte: Tela do *software* GeoGebra - Computador pessoal do autor.

4º - Depois, peça aos alunos para clicar no menu Arquivo, escolher a opção novo. Aparecerá um caixa de mensagem perguntando se é para salvar as modificações, clicar em não gravar. Em seguida digite no comando de entrada, a função $g(x) = x - 2$. Dê um Enter. Surgirá o gráfico dessa função como na figura 10. Responda: Quais os coeficientes a e b da função*?* Qual a raiz da função? A função é crescente ou decrescente? Onde o gráfico da função intercepta o eixo *y?*

Figura 10 - Inserindo uma função na caixa de entrada.

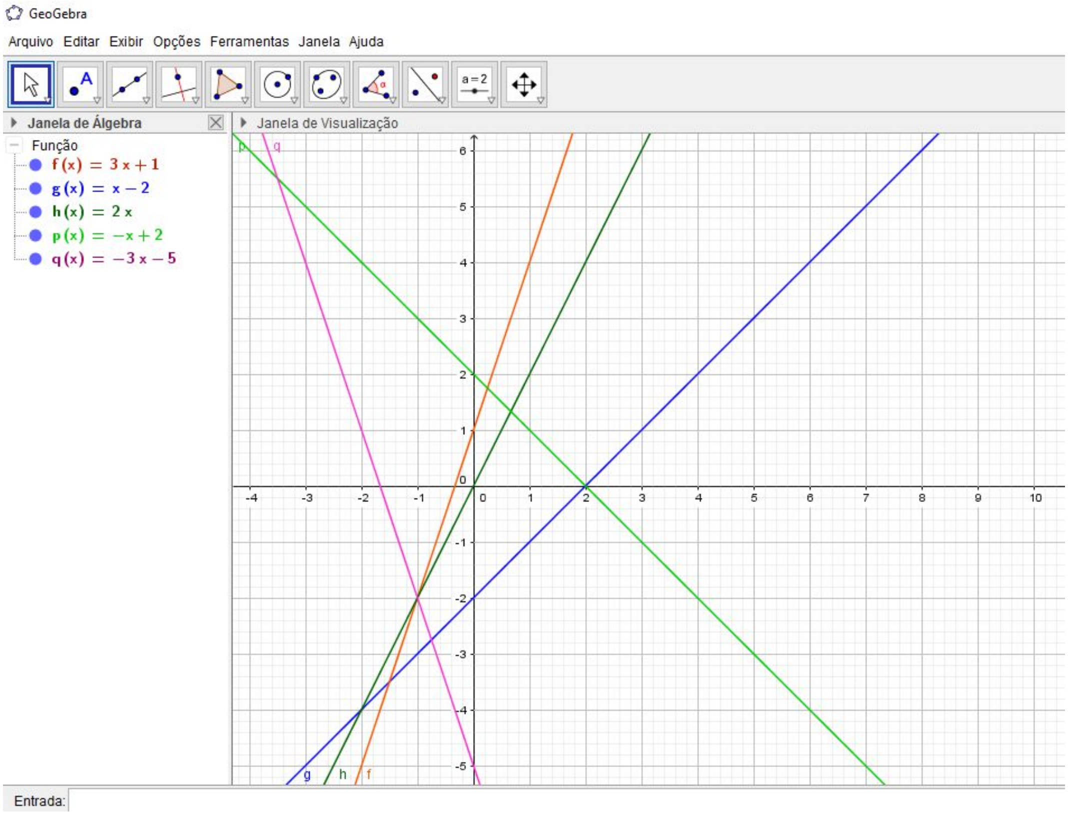


Função
$g(x) = x - 2$

Fonte: Tela do *software* GeoGebra - Computador pessoal do autor.

5º - Insira na caixa de entrada as seguintes funções $f(x) = 3x + 1$, $h(x) = 2x$, $p(x) = -x + 2$ *e* $q(x) = -3x - 5$. Aparecerá o gráfico de todas essas funções simultaneamente como mostra a figura 11. Depois responda: Quais características em comum existem em relação ao coeficiente *a?* Que propriedade gráfica possui o coeficiente *b?*

Figura 11- Inserindo várias funções na caixa de entrada.



Função

- $f(x) = 3x + 1$
- $g(x) = x - 2$
- $h(x) = 2x$
- $p(x) = -x + 2$
- $q(x) = -3x - 5$

Fonte: Tela do *software* GeoGebra - Computador pessoal do autor.

4.1.4 Resultado da oficina (experimentação)

Inicialmente, explicou-se como ocorreria a dinâmica da oficina e a importância da participação de cada um. O primeiro momento da oficina ocorreu em uma sala de aula onde destinamos a revisar o conteúdo de Função do 1º grau, assunto já estudado por eles. Foi entregue a cada um material impresso sobre o assunto, realizamos uma rápida explanação e esclarecimentos de algumas dúvidas, em seguida, nos dirigimos ao pátio da escola para a realização do segundo momento da oficina.

O grupo foi dividido em equipes, depois se realizou a distribuição do material do jogo e seus procedimentos, folhas de papel para realizar as resoluções dos problemas propostos no jogo. Em seguida, passamos para o momento do jogo a fim de verificar suas possibilidades.

Estas são imagens de alguns momentos do jogo, onde foi possível perceber a participação ativa dos alunos. Vide Imagem 1.

Imagem 1 - Momento da aplicação do jogo “Jogando com Funções”.

Fonte: Dos autores (2016).

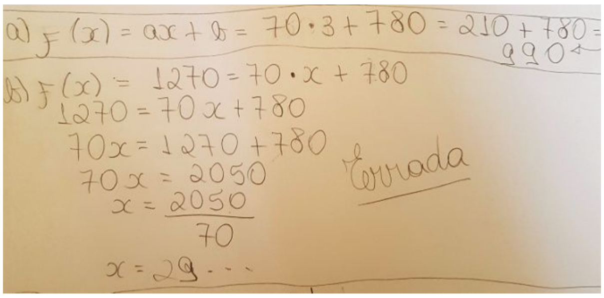
Os alunos mostraram bastante empolgação em cada jogada mesmo surgindo muitas dúvidas e obstáculos. Foi constatado que eles sentiam dificuldades na interpretação dos problemas propostos por cada carta do jogo, taiscomo, analisar e retirar alguns dados informados nas questões.

A seguir, alguns problemas propostos nas cartas do jogo e algumas imagens com as respostas dos alunos.

<u>Carta Nº 01</u> - Um segurança trabalha em uma empresa e recebe um salário mensal de R$ 780,00. Para aumentar sua renda, ele costuma fazer “extras” em uma casa noturna, onde recebe R$ 70,00 por noite de trabalho.

a) Qual será sua renda mensal em um mês que ele trabalhar 3 noites na casa noturna?
b) Em um determinado mês sua renda mensal foi R$ 1 270,00. Quantas noites ele trabalhou na casa noturna?

Imagem 2 - Resposta da carta nº01 .



a) $F(x) = ax + b = 70 \cdot 3 + 780 = 210 + 780 = 990$

b) $F(x) = 1270 = 70 \cdot x + 780$

$1270 = 70x + 780$

$70x = 1270 + 780$

$70x = 2050$

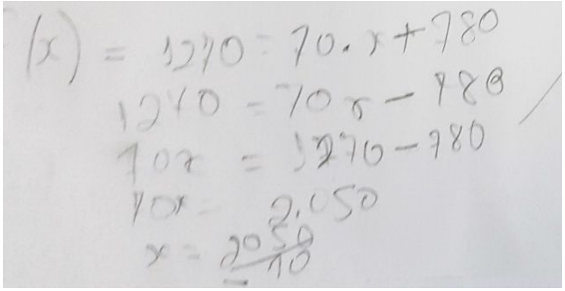
$x = \frac{2050}{70}$

$x = 29 \dots$

Errada

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

Imagem 3 - Resposta da carta nº01.



$(x) = 1270 = 70 \cdot x + 780$

$1270 = 70x - 780$

$70x = 1270 - 780$

$70x = 2.050$

$x = \frac{2050}{70}$

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

<u>Análise das respostas</u> - Nota-se nas Imagens 2 e 3 que os sujeitos aplicaram a forma algébrica correta, mas, apenas um conseguiu solucionar parcialmente o problema. Conforme a teoria de Duval (2013, apud, FREITAS; REZENDE, 2013) percebemos que os dois alunos

conseguiram realizar a conversão de registro semiótico, porém, não conseguiram concluir a transformação na forma de tratamento para encontrar a resposta do problema.

Carta Nº 04 – Considerando A = {x ϵ z / -1 < x <10}, e sendo R a relação em A formada pelos pares (x, y) tais que $y = 2x - 1$, o domínio e a imagem dessa relação correspondem, respectivamente, a

a) {0, 1, 2, 3} e {1, 3, 5, 7}

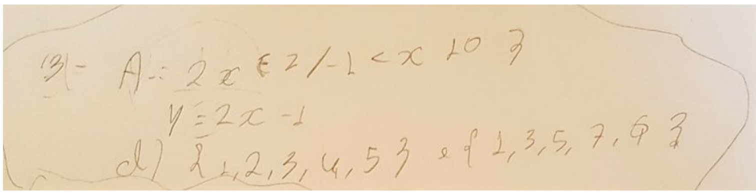
b) {1, 2, 3, 4} e {3, 5, 7, 9}

c) {0, 1, 2, 3, 4} e {0, 2, 4, 6, 8}

d) {1, 2, 3, 4, 5} e {1, 3, 5, 7, 9}

e) {1, 2, 3, 4, 5} e {0, 2, 4, 6, 8}

Imagem 4 - Resposta da carta nº04.



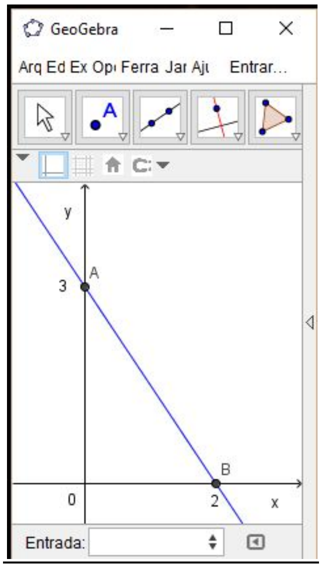
(3)- A = {x ∈ z / -1 < x < 10 }
$y = 2x - 1$
d) {1, 2, 3, 4, 5} e {1, 3, 5, 7, 9}

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

Análise das respostas–Duas duplas resolveram este mesmo problema, ambas responderam a pergunta sem apresentarem o cálculo, conforme Imagem 4.

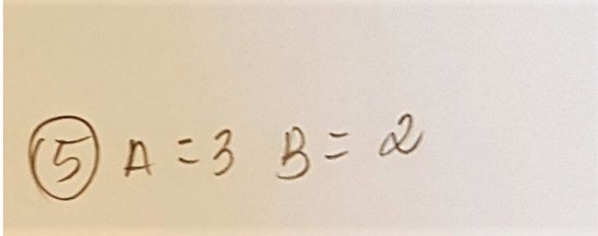
Carta Nº 05 - Determine os valores dos coeficientes angular e linear (*a* e *b*, respectivamente) da reta seguinte. Vide figura 11.

Figura 12 - Gráfico da pergunta da carta nº05.



Fonte: Dos autores.

Imagem 5 - Resposta da carta nº05



⑤ A = 3 B = 2

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

<u>Análise das respostas</u> – Dos alunos que receberam esta carta todos erraram. Pela resposta da Imagem 5 é visivel que os alunos confundiram-se ao apontar um dos elementos de cada par ordenado A e B como coeficientes *a e b.* Não conseguiram fazer a transformação por conversão da representação semiótica.

Para realisar a conversão o registro da representação semiótica deveria seguir o seguinte raciocínio:

Como A (0, 3) e B (2, 0) e o gráfico representa uma função do 1º grau decrescente. Assim, o $a < 0$ (coeficiente angular) e $b = 3$ (coeficiente linear).

Como encontrá-los:

$y = ax + b,$ com $a \; e \; b \; \neq 0, \; onde \; a, b \; \in \mathbb{R}$

Para A (0, 3), tem-se: $y = ax + b \; \Longrightarrow 3 = a.0 + b \; \Longrightarrow$

$$\boldsymbol{b} = \mathbf{3} \; (coef. \; linear).$$

Para B(2,0), tem-se: $y = ax + b \; \Longrightarrow 0 = a.2 + 3 \; \Longrightarrow 2a = -3 \Longrightarrow$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathbf{-3}}{\mathbf{2}} (coef. \; angular).$$

Logo, $y = \frac{-3}{2}x + 3.$

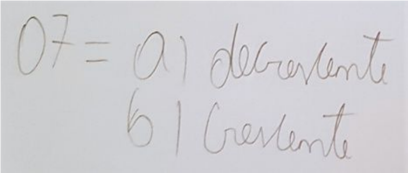
Para $x = 0 \Longrightarrow y = f(0) = \frac{-3}{2}.0 + 3 = 3, \; assim \; A \; (0, 3).$

Para $x = 2 \Longrightarrow y = f(2) = \frac{-3}{2}.2 + 3 = 0, \; assim \; B \; (2, 0).$

<u>Carta Nº 07</u> - Classifique cada uma das funções afins dadas pelas leis seguintes em crescente ou decrescente:

a) y = $\frac{5-2x}{3}$ b) y = $\frac{x}{3} - \frac{8}{2}$

Imagem 6 - Resposta da carta nº07



07 = a) decrescente
b) crescente

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

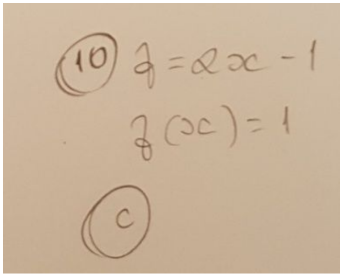
Análise das respostas – Todos responderam corretamente esta pergunta, porém não justificaram, conforme resposta da Imagem 6. Deveriam responder a classificação de cada função justificando a observação do sinal do coeficiente angular de cada um.

Assim, uma função do tipo $y = ax + b$, quando o valor do coeficiente angular (*a)* for: $a > 0$ a função será crescente, ou quando $a < 0$ a função será decrescente.

Carta Nº 10 - Qual é o coeficiente linear da função f(x) = 2x - 1?

a) – 2 b) – 1 c) 1 d) 2

Imagem 7 - Resposta da carta nº10



(10) $f = 2x - 1$
$f(x) = 1$
(c)

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

Análise das respostas – A pergunta desta carta não era necessário fazer nenhum cálculo, apenas interpretar o enunciado.Todos erraram, responderam a letra “c” como correta. Percebe-se pela Imagem 7que este aluno ao realizar o registro de sua resposta o fez de maneira equivocada, utilizando uma representação algébrica não correspondente ao coeficiente linear (*b*).

Sendo que $f(x) = ax + b,\ a, b\ \neq 0, onde\ a\ e\ b \in \mathbb{R}$. Temos que *a é o coeficiente angular e b o coeficiente linear.*

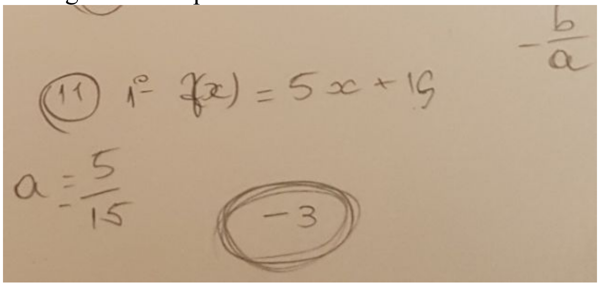
Assim, afunção do tipo $f(x) = 2x - 1$, onde *a = 2 e b = - 1.*

Logo, o coeficiente linear é – 1. Resposta correta letra b.

Carta Nº 11 - Qual é a raiz da função do 1º grau $f(x) = 5x + 15$?

a) – 3 b) 0 c) 5 d) 15

Imagem 8 - Resposta da carta nº11



$-\frac{b}{a}$

(11) 1º $f(x) = 5x + 15$

$a = \frac{5}{-15}$

-3

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

<u>Análise das respostas</u>- Apenas um aluno aplicou a expressão correta para determinar a raiz da função, mas mesmo assim, inseriu os dados de maneira errada, conforme consta na Imagem 8. No entanto, de forma intuitiva respondeu corretamente a questão.

Para determinar a raiz de uma função do 1ª grau ocorre quando o valor de *y = f(x)* for igual a *0*. Assim, quandouma função do tipo $f(x) = ax + b \; e \; f(x) = 0,$ substituindoo zero na função, temos:$0 = ax + b \implies x = \frac{-b}{a}.$

Logo, se substituimos os valores dos coeficientes da função na expressão $x = \frac{-b}{a}$ encontraremos o valor da raiz da função do 1º grau.

Portanto, a função $f(x) = 5x + 15,$ onde $a = 5 \; e \; b = 15,$ temos que o valor da raiz dessa função será: $x = \frac{-15}{5} \implies \boldsymbol{x = -3.}$

Através das respostas observa-se que há muitas dúvidas sobre este conteúdo, como também, dificuldades em realizarem as transformações das representações semióticas.As dúvidas que iam surgindo a mediadora através de indagações sobre o problema conseguia fazer com que eles compreendessem e identificassem as informações das questões e prosseguissem nas jogadas.

Quando surgiam cartas que pediam para localizarem os coeficientes angular e linear e determinar raiz da função de uma determinada função de 1º grau eles desenvolviam com menos dificuldades. Mas, quando era necessário fazer a transposição da linguagem natural para a algébrica percebeu-se uma dificuldade maior. As Imagens 9 e 10 mostram momentos em que o jogo foi explorado.

Imagens 9 e 10 - Momento da aplicação do jogo “Jogando com Funções”.

Fonte: Dos autores (2016).

Outra dificuldade diagnosticada pela pesquisadora era quando havia carta que exigia a identificação do coeficiente linear e a raiz de uma função no gráfico, ou seja, eles conseguiam identificar facilmente esses dados em uma linguagem algébrica, porém não apresentavam essa mesma facilidade numa representação gráfica, apenas sabiam identificar que o coeficiente angular caracterizava o gráfico em crescente ou decrescente. Só foi possível identificar essa falta de compreensão por parte dos alunos porque tinham várias cartas com representações gráficas contemplando esse assunto.

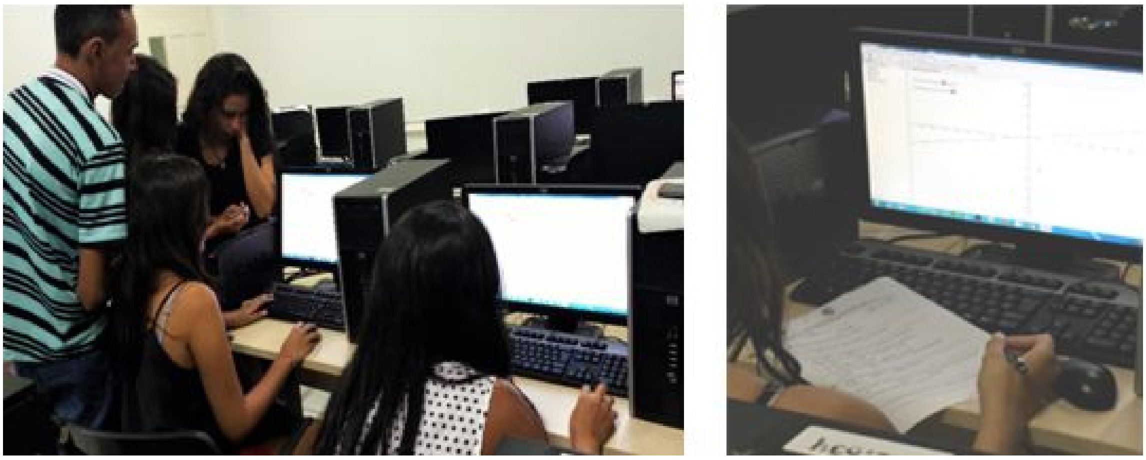
Em relação às funções que há espalhadas na trilha onde havia a necessidade de girar a roleta e o valor apontado por ela substituí-los na função, verificou-se apenas alguns erros, como o uso incorreto dos sinais e equívocos na resolução de problemas envolvendo frações. Dados estes registrados no material entregue aos alunos para que procedessem as resoluções dos problemas propostos. Situações estas, que a mediadora realizava uma breve intervenção para superar essas dificuldades.

O jogo não foi concluído, porém foi bastante explorado e os objetivos da proposta alcançada, tanto na potencialidade de diagnosticar possíveis obstáculos pedagógicos como reforçar os conceitos de Função do 1º grau.

Na sequência nos dirigimos ao laboratório de informática, onde tudo já estava preparado para explorar outro recurso didático no ensino de matemática. Os computadores já estavam ligados e com o GeoGebra já instalado e o data show com as projeções das imagens do passo a passo dos procedimentos para o manuseio do programa.

O momento da oficina de matemática com a aplicação do *software* GeoGebra no laboratório de informática foi enriquecedor, os estudantes puderam verificar virtualmente e dinamicamente as representações algébricas e gráficasde uma Função de 1º grau de maneira simultanea. Através da escrita algébrica realizada no comando de entrada do programa GeoGebra, versão 5.0, o aluno pode perceber a formação e o comportamento da reta da função quando procedia a variação dos coeficientes angular e linear de cada função digitada. As Imagens 11 e 12 mostram o momento em que os alunos exploravam o *software* GeoGebra.

Imagens 11 e 12 - Explorando o *Software* GeoGebra



Fonte: Dos autores (2016)

O aplicativo GeoGebra possui um comando que é chamado de controle deslizante, em que é possível com esta opção acionar dois controles deslizantes com variação numérica definida pelo professor, representando os coeficientes angular e linear. Ficam disponíveis na janela de visualização e com eles é possível movimentá-los e observar a mudança do comportamento do gráfico da função conforme os valores definidos no controle deslizante.

Movimentando o controle deslizante para a esquerda ou direita os valores dos coeficientes aumentam e diminuem. Quando o controle referente ao coeficiente angular (representado pela letra **a)** adquiria um valor positivo ($\boldsymbol{a} > 0$) os alunos percebiam que o gráfico da função era crescente e a quando adquiria um valor negativo ($\boldsymbol{a} < 0$) o gráfico da função era decrescente. Porém não conseguiam relacionar o valor do coeficiente com o ângulo formado entre o gráfico da função (reta) e o eixo das abscissas.

Os alunos perceberam também, que ao movimentarem o controle deslizante representado pela letra **b** para a direita ou esquerda variando os valores em números positivos, negativos ou zero, o gráfico da função (reta) sempre cortava o eixo das coordenadas no valor indicado por ele, compreendendo que esse valor está relacionado ao coeficiente linear da função, também chamado de termo independente da função.

Outra característica da Função do 1º grau que foi comprovada com o GeoGebra é a raiz ou zero da função. Segundo Paiva (2004) a raiz da função $f(x) = ax + b$ é obtida quando $f(x) = 0$, ou seja, o valor obtido por x = $\frac{-b}{a}$, com $a \neq 0$. Aqui só foi possível conceber esta propriedade ao solicitar que os alunos retirassem da função inserida no comando de entrada os valores que representavam os coeficientes e realizasse a substituição na expressão x = $\frac{-b}{a}$, encontrando o valor de $\boldsymbol{x}$ os alunos perceberam que a reta cortava o eixo das abscissas no número encontrado por essa relação.

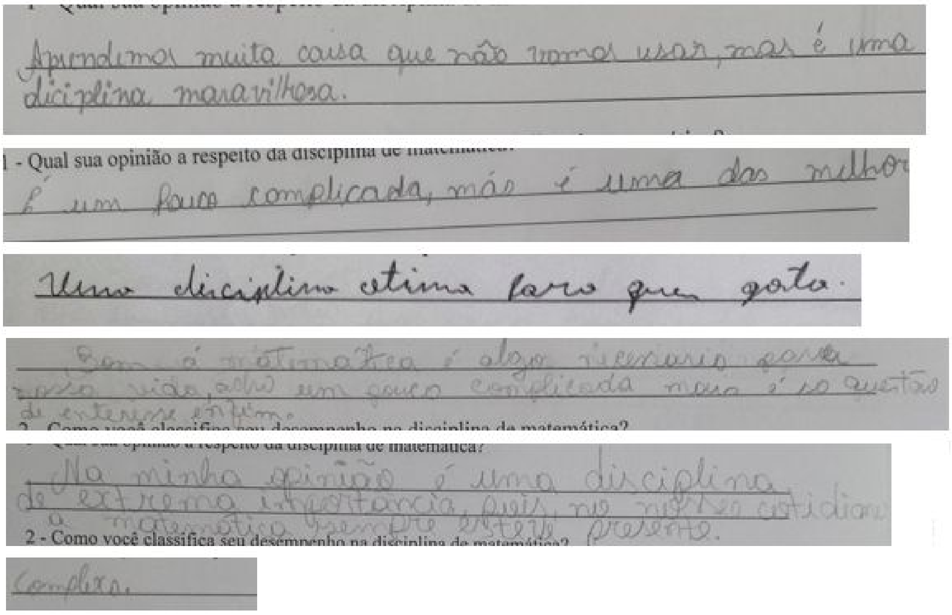
No GeoGebra foi possível consolidar o conteúdo, pois os alunos puderam observar virtualmente a escrita algébrica, o esboço dos gráficos e as propriedades das Funções do 1º grau trabalhados na oficina, possibilitando uma melhor compreensão dos objetos matemáticos através de suas várias formas de representações tornando o aprendizado mais significativo.

No final das atividades da oficina foi entregue um questionário para cada participante com o objetivo de obter uma avaliação em relação ao jogo de tabuleiro e *software* GeoGebra utilizados para abordar os conteúdos de matemática, nesse caso, o de função de 1º grau.

A seguir, as Imagens 13, 14, 15 e 16 mostram recortes de alguns trechos relatados pelos participantes em relação à Matemática, o uso do jogo e o *software* GeoGebra como recursos didáticos.

Qual sua opinião a respeito da disciplina de matemática?

Imagem 13 - Resposta dos alunos a respeito da Matemática.



Aprendemos muita coisa que não vamos usar, mas é uma disciplina maravilhosa.

1 - Qual sua opinião a respeito da disciplina de

É um pouco complicada, más é uma das melhor

Uma disciplina ótima para quem gosta.

Bom a matemática é algo necessário para nossa vida, acho um pouco complicada mas é só questão de interesse enfim.

Na minha opinião é uma disciplina de extrema importância, pois no nosso cotidiano a matemática sempre esteve presente.

2 - Como você classifica seu desempenho na disciplina de

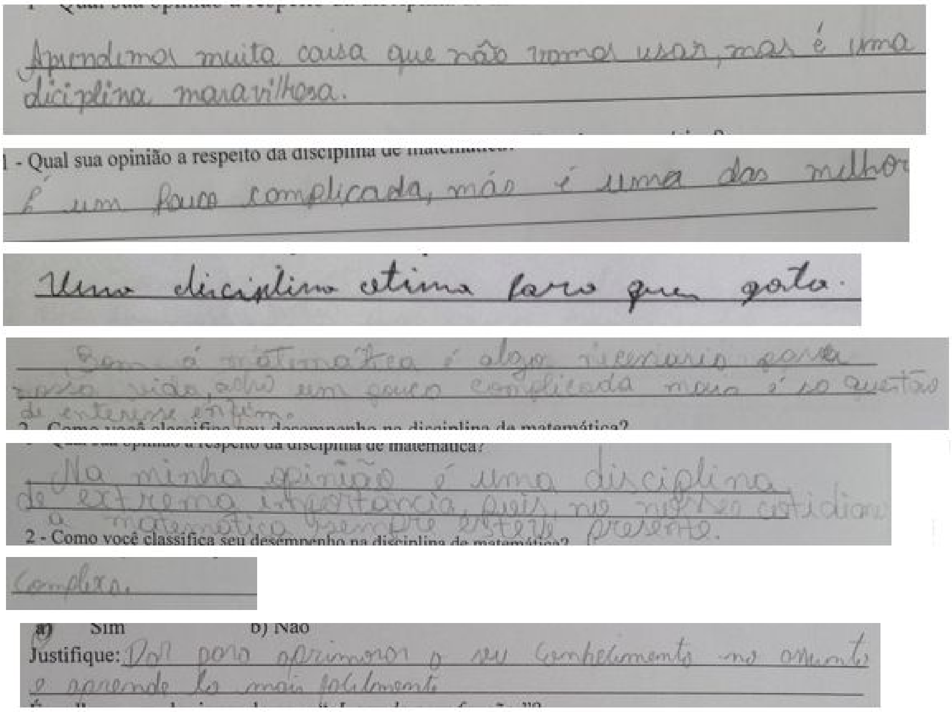
Complexa.

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

Observe que os alunos sabem da importância dos conhecimentos da matemática, mas a consideram difícil.

Você conseguiu aprender algo do conteúdo de função de 1º grau através deste jogo? Justifique.

Imagem 14 - Resposta dos alunos a respeito do jogo.



Aprendimos muita coisa que não vamos usar, mas é uma diciplina maravilhosa.

1 - Qual sua opinião a respeito da disciplina de

É um pouco complicada, mas é uma das melhor

Uma diciplina ótima para quem gosta.

Bom a matemática é algo necessario para nossa vida, acho um pouco complicada mas é só questão de enteresse enfim.

Na minha opinião é uma disciplina de extrema importância, pois, no nosso cotidiano a matemática sempre esteve presente.

2 - Como você classifica seu desempenho na disciplina de matemática?

Complexa.

a) Sim b) Não

Justifique: Dá para aprimorar o seu conhecimento no assunto e aprende-lo mais facilmente

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

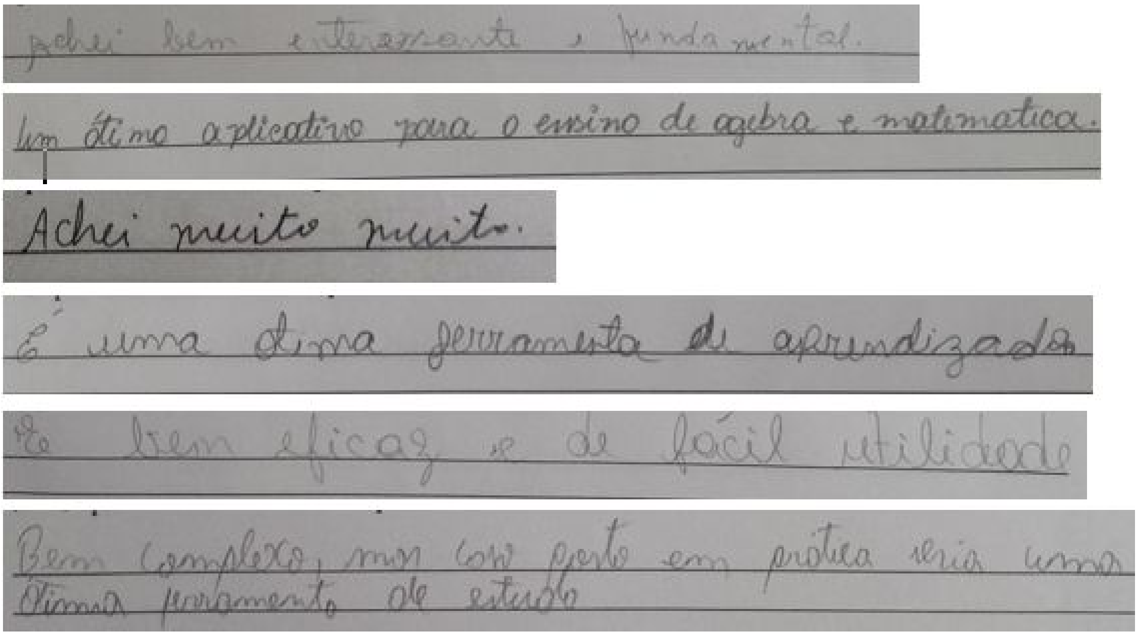
O jogo foi bem aceito, reconheceram o potencial desse recurso e em nenhum momento o consideraram como uma brincadeira ou atividade desvinculada do ato de ensinar.

Você já conhecia o software GeoGebra? Se a resposta for sim, já fez uso em sala de aula?

Todos responderam que não conheciam.

O que você achou sobre o aplicativo GeoGebra?

Imagem 15 - Resposta dos alunos a respeito do aplicativo GeoGebra.



Achei bem enteressante e fundamental.

Um ótimo aplicativo para o ensino de agebra e matematica.

Achei muito muito.

É uma ótima ferramenta de aprendizado

É bem eficaz e de fácil utilidade

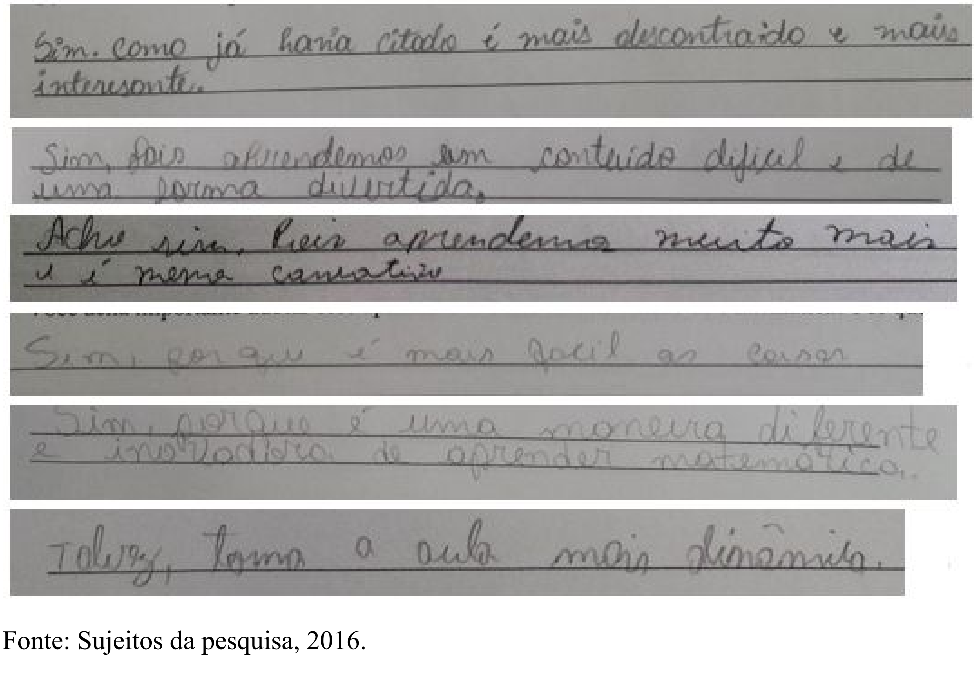
Bem complexo, mas com perto em prática seria uma ótima ferramento de estudo

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

Percebe-se que reconheceram a eficácia do aplicativo e o consideraram uma boa ferramenta para a aprendizagem.

Você acha importante adotar esse aplicativo GeoGebra no ensino de Matemática? Por quê?

Imagem 16 - Resposta dos alunos a respeito do aplicativo GeoGebra



Sim. como já havia citado é mais descontraido e mais interesante.

Sim, pois aprendemos um conteúdo dificil e de uma forma divertida.

Acho sim, pois aprendemos muito mais e é menos cansativo

Sim, porque é mais facil as coisas

Sim, porque é uma maneira diferente e inovadora de aprender matemática.

Talvez, torna a aula mais dinâmica.

Fonte: Sujeitos da pesquisa, 2016.

Reconhecem o potencial do *software* para o ensino e classificam como uma forma inovadora e dinâmica para compreender e explorar um conteúdo difícil.

Percebe-se através das respostas dos participantes da pesquisa que o ensino de matemática ainda é abordado de maneira tradicional, e que os recursos didáticos aqui abordados apresentaram aceitação e resultados positivos no ensino de matemática.

4.1.5 Análise a posteriori da oficina pedagógica

Com os resultados da oficina foi possível averiguar que os conteúdos da Função do 1º grau utilizando a sequência didática por meio do jogo e o *software* GeoGebra podem beneficiar o processo de ensino e aprendizagem, conduzindo os alunos na exploração dos conceitos e representações do conteúdo.

Através da oficina foi possível perceber que os alunos sentem dificuldades de reconhecerem e utilizarem as informações apresentadas em uma linguagem algébrica ou gráfica, realizarem a conversão de um registro semiótico para outro, interpretarem e retirarem dados de uma determinada situação problema, bem como, dificuldades na realização de alguns cálculos simples que envolvem as quatro operações.

Os alunos demonstraram bastante interesse na realização das atividades. Eles perguntavam, efetuavam cálculos e comparavam as respostas, criavam hipóteses e tiravam suas próprias conclusões. O assunto explorado através dos dois recursos didáticos foi bem aceito pelos alunos.

Na atividade envolvendo o jogo notou-se que este recurso serviu como um diagnóstico do nível do aprendizado dos alunos em relação ao tema, identificando onde os alunos mostravam dificuldades e desconhecimento do assunto. Já o programa GeoGebra mostrou-se eficaz na visualização e demonstração dos conceitos e propriedades, bem como, a conversão de um registro para outro de uma função do primeiro grau.

Portanto, o jogo pode ser utilizado como alternativa de ensino para se iniciar ou reforçar um conteúdo, detectar dificuldades no assunto abordado, avaliar o aprendizado e, como forma de superar deficiências de aprendizagem em sala de aula. E o programa GeoGebra pode viabilizar a exploração de diversos conteúdos proporcionando a interatividade nas demonstrações e aplicações. O ensino de Função do 1º grau permite condições múltiplas nas representações semióticas do objeto matemático e a visualização dos conceitos e suas conversões de maneira dinâmica e significativa.

No próximo capítulo passaremos a descrever as sequências didáticas desenvolvidas considerando as experiências obtidas através da aplicação da oficina, incorporando novos elementos que entendemos importante.

5. PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS SOBRE FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU.

Neste capítulo apresentaremos os resultados das sequências didáticas elaboradas para o ensino de função do primeiro grau (posteriormente à oficina), considerando as questões aplicadas, interdisciplinaridade, uso de *softwares* educacionais, jogos, vídeos, bem como a formalização usual dos conceitos e abstrações da função do primeiro grau. Além disso, uma sequência específica sobre questões do Exame Nacional do Ensino Médio envolvendo o tema, onde as respostas são disponibilizadas com o uso de vídeos que estarão em forma de links no texto, de modo que o texto se conecta diretamente com o YouTube.

Sempre que possível as sequências foram elaboradas com o uso de vídeos auxiliares, tornando o texto mais interativo para algumas explicações, principalmente no tocante ao uso de *softwares* educacionais. Os vídeos foram todos elaborados de acordo com a concepção deste trabalho, embora exista também vasto material na internet sobre o tema. Portanto, no trabalho estes vídeos aparecem sistematicamente organizados no texto, com sequência de exposição de conteúdos que achamos pertinente.

Apresentaremos a seguir dez sequências didáticas (SDs) elaboradas por nós e baseadas na teoria dos Registros de Representações Semiótica de Duval (2013, apud FREITAS; REZENDE, 2013). Em todas as sequências didáticas buscou-se trabalhar as conversões de registros de representações semióticas, bem como os tratamentos necessários nas resoluções dos problemas propostos. Estas atividades constituem-se em explorar ao máximo as variações entre grandezas e a identificação dos coeficientes angular (taxa de variação) e linear (valor inicial) para que compreendam os principais conceitos que envolvem a Função do 1º grau. O professor poderá utilizar conforme a necessidade e realidade escolar.

Portanto, as sequências didáticas estão organizadas da seguinte maneira: Nas sequências didáticas 1 e 2 são exploradas noções do conceito de Função de maneira simples, para seu desenvolvimento serão necessários apenas régua e papel milimetrado. As SDs 3 e 4 são abordadas as mesmas situações problemas das sequências didáticas anteriores, no entanto, são atividades em forma de roteiro com passo a passo para o aluno seguir, sendo que na 3 são explorados através do programa Excel e na 4 são explorados através do *software* GeoGebra.As SDs 5 e 6 exploram a mesma situação problema sobre grandeza inversamente proporcional, sendo que em uma é através do Excel e a outra do GeoGebra. Na SD 7 é formalizado o conceito algébrico de Função do primeiro grau, suas propriedades e características, com vários exemplos comentados. A SD 8 são alguns exemplos onde o professor poderá trabalhar de maneira interdisciplinar, mostrando a aplicação do conceito de função em outras áreas do conhecimento. A SD 9 é um acervo de questões do ENEM desde 2002 até 2016 abordando os conceitos de função do primeiro grau. E por último temos a SD 10, um jogo de tabuleiro que pode ser utilizado como forma de avaliar, revisar ou diagnosticar os conhecimentos não compreendidos pelos alunos sobre função do primeiro grau.

5.1 Primeira Sequência Didática

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	Noção do conceito de Função. (Parte 1)		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Construir tabela e gráfico.		
Tempo estimado:	01aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Papel milimetrado.		

1 – Organize a turma em dupla para resolver a seguinte situação problema (Use um projetor de imagem para mostrar o texto abaixo):

Em Sena Madureira (uma cidade do interior do Acre), uma determinada loja de roupas é bem conhecida por vender produtos de grandes marcas famosas, porém, como se trata de mercadorias chiques e caras a procura não é tanta. Os proprietários utilizam vários recursos para fazer propaganda e divulgar seus produtos para atrair seus clientes. Como forma de incentivar e estimular seus funcionários no empenho das vendas, os proprietários resolveram pagar o salário de seus empregados com base num valor fixo de R$ 930,00 mais 5% do total de vendas realizadas por cada um mensalmente (ou seja, mais R$ 0,05 por cada 1 real vendido).

a) Se em um mês uma vendedora conseguir vender R$ 1000 de mercadorias, que salário receberá no fim do mês?

b) Simule os valores caso ela consiga vender R$ 2000, R$ 3000, R$ 4000 e R$ 5000 para saber qual seria seu salário mensal.

2 – Solicite a cada dupla que organize os dados em uma tabela do salário mensal e o valor ganho nas vendas das mercadorias.

3 - Após a construção das tabelas peça a cada dupla para verificar o que está acontecendo com o salário mensal em "função" das vendas.

4 – Em seguida, o professor deve oportunizar a socialização das respostas, buscando verificar a habilidade de organização dos alunos para obtenção da resolução das perguntas acima; analisar os conceitos e comparar as diferentes maneiras utilizadas pelos alunos para encontrar as respostas;

5 – É neste momento que o professor analisa junto com a turma a relação do salário mensal em função das vendas e introduz o conceito de Função.

6 – Depois de iniciar o conceito de Função, o professor deverá propor que resolva outros tipos de situações, como por exemplo:

a) Escreva uma maneira onde as vendedoras possam fazer para calcular seus próprios salários mensalmente.
b) Uma vendedora precisa faturar R$ 1380,00 para cobrir os gastos que teve na realização do aniversário de seu filho. Quantos reais de roupas ela precisa vender para conseguir receber esse salário?

7 – Após a resolução dessas duas situações, o professor deverá pedir que os alunos socializem suas respostas para depois iniciar algumas indagações: Existe uma relação de dependência entre o salário da vendedora ao final do mês e o valor das vendas dos produtos da loja? O salário mensal varia em função de alguma coisa? Qual o valor máximo que a grandeza salário mensal pode assumir no problema acima? E qual o valor mínimo? Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança? Existe algum valor que varia em função de outro?

8 – O professor através dessas perguntas poderá observar se os alunos conseguem identificar e formular a relação de uma variável em função da outra. Nesse momento o professor deve introduzir a representação dessa função através de uma expressão algébrica, do tipo $s = 930 + 0{,}05.v$, confirmando a ideia de que 930 é um parâmetro que não varia; observando que variação do salário da vendedora está relacionada diretamente com o valor das vendas realizadas por ela. Depois o professor deverá reformular suas perguntas e observar se os alunos conseguem identificar na expressão algébrica que representa a situação problema as características de uma função. Como por exemplo: O que é dado em função do quê? Qual a variável dependente? Qual a variável independente?

9 - Após os questionamentos e discussões, apresente o conceito formal de Função do 1º Grau, sua lei de formação, a identificação das variáveis, o termo dependente e independente.

10 – Depois de conceituar a função do 1º grau, peça que os alunos esbocem os dados encontrados em um plano cartesiano (Utilize preferencialmente papel milimetrado ou régua e esquadro).

11 – Em seguida, o professor poderá pedir que os alunos socializem o que constataram na construção do gráfico.

5.2 Segunda Sequência

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	Noção do conceito de Função. (Parte 2)		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Construir de tabelas e gráficos.		
Tempo estimado:	01 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Papel milimetrado.		

Através desta situação bem comum em nossa região, procuraremos propiciar aos alunos a compreensão do conceito de Função do 1º Grau.

Momento 1

1 – Utilizando um projetor de imagem, o professor apresentará aos alunos o seguinte problema.

No Acre existem muitos municípios que ainda são considerados isolados, motivo pelo qual o único meio de acesso a esses municípios é através dos rios, e quando muito necessário aéreo. Santa Rosa do Purus é um município que fica localizado na regional Purus, fronteira com o Peru e bem distante da capital Rio Branco. Os meios de transporte para este município são através de barcos ou avião. No inverno é comum os comerciantes desse município realizarem as compras de suas mercadorias em Sena Madureira e transportá-los pelo rio Purus. Os fretes das mercadorias são feitos através de barcos e balsas. Os donos de barcos *cobram R$ 5.000 de aluguel para despesas com combustível e alimentação dos empregados mais R$ 800 por cada tonelada de mercadorias. Já os donos de balsas cobram R$ 7.000 de aluguel para as despesas mais R$ 400 por cada tonelada.*

2 – Após a leitura da situação, o professor deverá perguntar aos seus alunos: Qual dos dois aluguéis é mais vantajoso para os comerciantes transportarem suas mercadorias? (Enfatizando a importância de escreverem nos seus cadernos suas justificativas)

3 – Essa é uma pergunta que levará os alunos a construírem um registro algébrico da situação, por isso não foi utilizado nenhum valor na quantidade de mercadorias. Para ajudá-los a compreender melhor, pode-se fazer outros tipos de perguntas, do tipo: O que vocês entendem por preço do aluguel? E pelo valor de cada tonelada? O melhor frete vai depender do quê?

4 – Após essas perguntas será possível despertar algumas discussões que os levarão a criarem algumas comparações, momento este, que o professor deve oportunizar a socialização das respostas e verificar os caminhos encontrados pelos alunos para formular suas respostas, bem como, as formas distintas de representá-los.

5 - Quando os alunos conseguirem chegar a conclusão de que o frete mais vantajoso vai depender da quantidade de mercadorias que será transportada, é o momento de pedir que escrevam a expressão algébrica que relaciona a variação de um valor em função da outra e socializem com os colegas, sempre justificando suas respostas.

6 - Depois o professor poderá introduzir o conceito formal da Função do 1º Grau, sua lei de formação, a identificação das variáveis, o termo dependente e independente.

Momento 2

7 – Em seguida o professor solicitará que os alunos simulem valores para o frete nos dois transportes e identifique qual é mais vantajoso para o comerciante. Peça que organizem os dados através de uma tabela do tipo:

Quant. das mercadorias (toneladas)	Valor do frete $v = 5000 + 800.t$

Quant. das mercadorias (toneladas)	Valor do frete $v = 7000 + 400.t$

8 – Após a organização dos dados, o professor deverá pedir que construam o gráfico de cada situação em um mesmo plano cartesiano. [Aqui o professor deverá ter o cuidado de observar

que a variável dependente *t* só poderá assumir valores maiores ou iguais a zero. Sugerimos que comece com o valor $t = 0$].

9 – Depois o professor poderá pedir que os alunos socializem o que constataram na construção dos gráficos ao utilizarem o mesmo plano cartesiano e o que notaram de semelhanças.

10 – Este é o momento do professor mostrar através do projetor de imagem o gráfico dos dois fretes, mostrar quando um é mais vantajoso que o outro; em que momento os fretes possuirão o mesmo valor; mostrar o comportamento da reta e a influência dos coeficientes.

5.3 Terceira Sequência

Disciplina:	Matemática	**Série:**	1º ano
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no Excel.		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o programa Excel na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	2 aulas de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

Roteiro para o aluno

1 – Para continuar explorando as duas situações problemas anteriores utilizaremos o laboratório de informática para desenvolvermos atividades no programa Excel. A turma deverá ser dividida em dupla para que cada computador seja utilizado por no máximo dois alunos. (Deve-se utilizar um projetor de imagem para mostrar o texto e o passo a passo das atividades)

Em Sena Madureira (uma cidade do interior do Acre), uma determinada loja de roupas é bem conhecida por vender produtos de grandes marcas famosas, porém, como se *trata de mercadorias chiques e caras a procura não é tanta. Os proprietários utilizam vários recursos para fazer propaganda e divulgar seus produtos para atrair seus clientes. Como forma de incentivar e estimular seus funcionários no empenho das vendas, os proprietários resolveram pagar o salário de seus empregados com base num valor fixo de R$ 930,00 mais 5% do total de vendas realizadas por cada um mensalmente (ou seja, mais R$ 0,05 por cada 1 real vendido).*

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta.

2 – Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo $S = 930 + 0{,}05\,.V$, confirmando a ideia de que 930 e 0,05 são parâmetros que não variam, o que fará variar o salário da vendedora é o valor das vendas realizadas por elas.

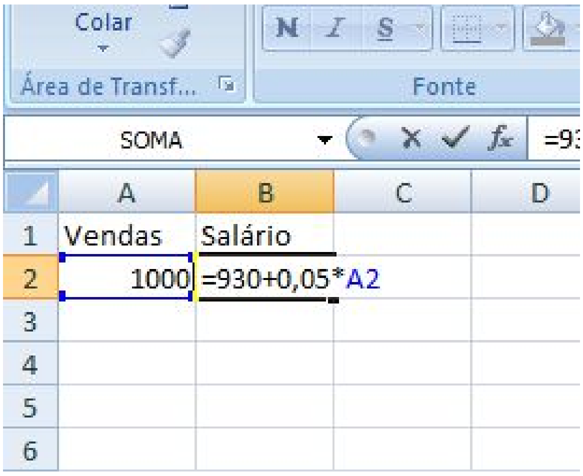
3 – Utilizando o programa Excel organize os dados abaixo em uma tabela.

a) Se em um mês uma vendedora conseguir vender R$ 1000 de mercadorias, que salário receberá no fim do mês?

b) Simule os valores caso ela consiga vender R$ 2000, R$ 3000, R$ 4000 e R$ 5000 para saber qual seria seu salário mensal.

4 – Na célula A1 digite a palavra "Vendas" e na célula B1 "Salário", conforme figura 13. Depois digite o valor de R$ "1000" na célula A2 e na célula B2 a fórmula "=930+0,05*A2", depois é só teclar Enter.

Figura 13 – Inserindo dados na planilha eletrônica.



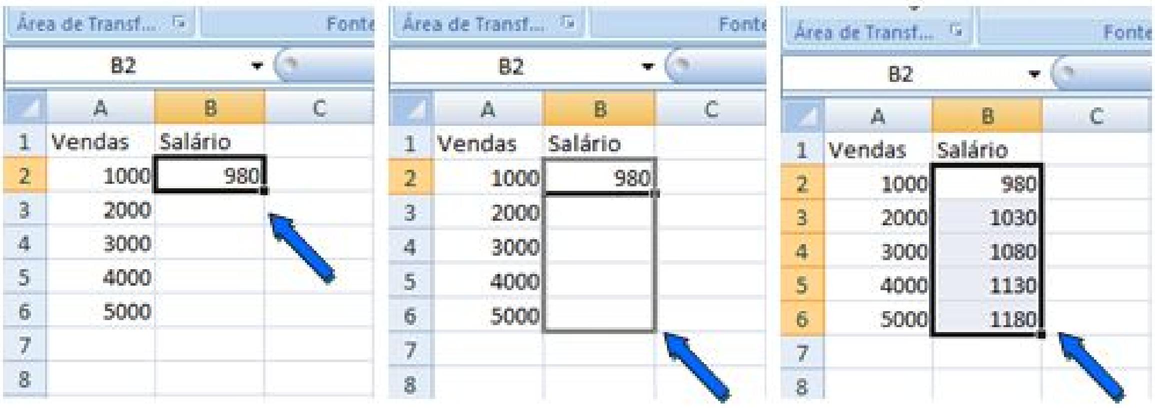
	A	B	C	D
1	Vendas	Salário		
2	1000	=930+0,05*A2		
3				
4				
5				
6				

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

5 – Como resultado surge o valor 980 na célula B2 (figura 14). Você saberia explicar por que isso ocorreu?

6 - Digite os demais valores nas células A3, A4, A5 e A6, que correspondem a coluna vendas (figura 15). Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B, conforme figura 16.

Figura 14, 15 e 16 – Inserindo dados na planilha eletrônica.



	A	B	C
1	Vendas	Salário	
2	1000	980	
3	2000		
4	3000		
5	4000		
6	5000		
7			
8			

	A	B	C
1	Vendas	Salário	
2	1000	980	
3	2000		
4	3000		
5	4000		
6	5000		
7			
8			

	A	B	C
1	Vendas	Salário	
2	1000	980	
3	2000	1030	
4	3000	1080	
5	4000	1130	
6	5000	1180	
7			
8			

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

7 - Selecione as células das colunas A e B. Clique no menu **início**, escolha o ícone **todas as bordas** que fica localizado na seção **Fonte**.

8 – Respondam as perguntas baseadas nas informações inseridas na planilha do Excel:

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre o salário da vendedora ao final do mês e o valor das vendas dos produtos da loja?

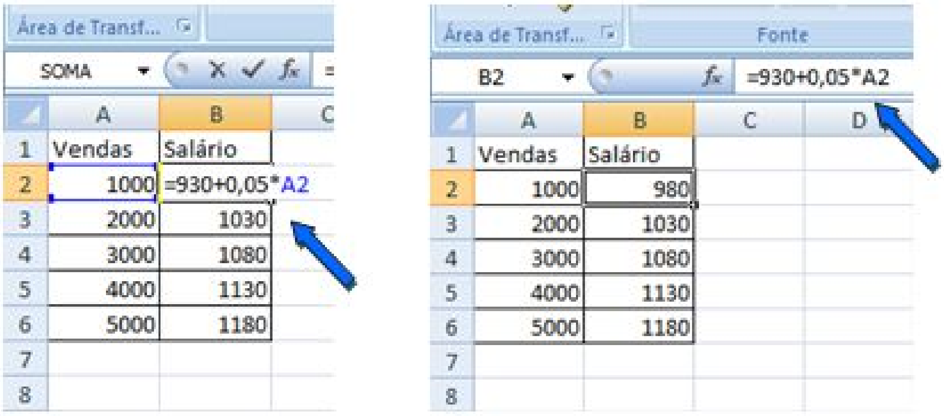
b) O salário mensal varia em função de alguma coisa?

c) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?

d) Existe algum valor que varia em função de outro?

9 – Clique o cursor duas vezes em cada célula da coluna B (conforme figura 17) e verifique que informação aparecerá. Também pode clicar uma vez e observar o que aparecerá na caixa de entrada que está localizado na parte de cima da planilha onde há um ícone f_x (veja figura 18). Depois explique o que quer dizer essas informações.

Figura 17 e 18 – Verificando informações das células.



=930+0,05*A2

	A	B
1	Vendas	Salário
2	1000	=930+0,05*A2
3	2000	1030
4	3000	1080
5	4000	1130
6	5000	1180

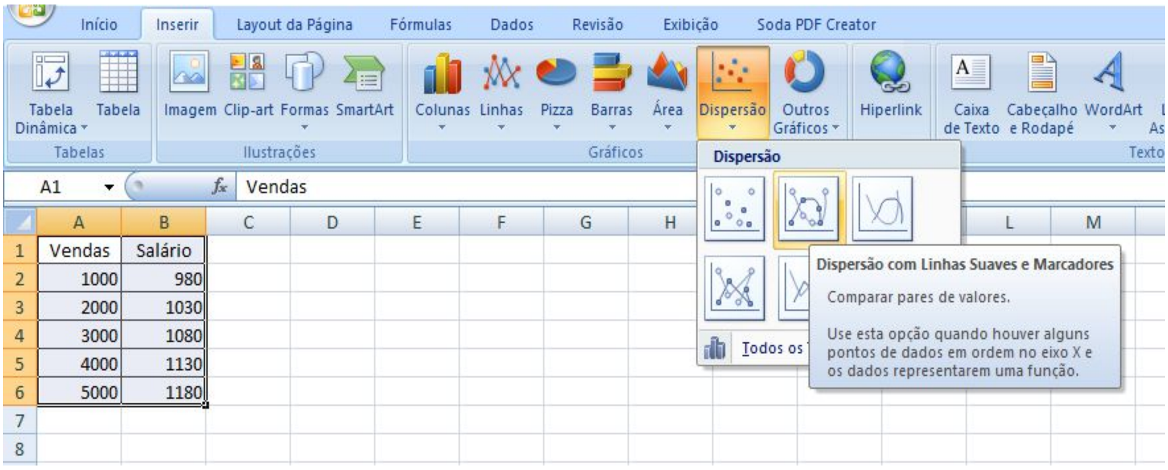
B2 =930+0,05*A2

	A	B
1	Vendas	Salário
2	1000	980
3	2000	1030
4	3000	1080
5	4000	1130
6	5000	1180

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

10 – Selecione as células das colunas A e B. Clique no menu **inserir**, **gráfico** e escolha a opção **dispersão**, subtipo **dispersão com linhas suaves e marcadores (**conforme figura 19).Clique no botão OK.

Figura 19 – Inserindo gráfico.



A1 Vendas

	A	B
1	Vendas	Salário
2	1000	980
3	2000	1030
4	3000	1080
5	4000	1130
6	5000	1180

Dispersão com Linhas Suaves e Marcadores

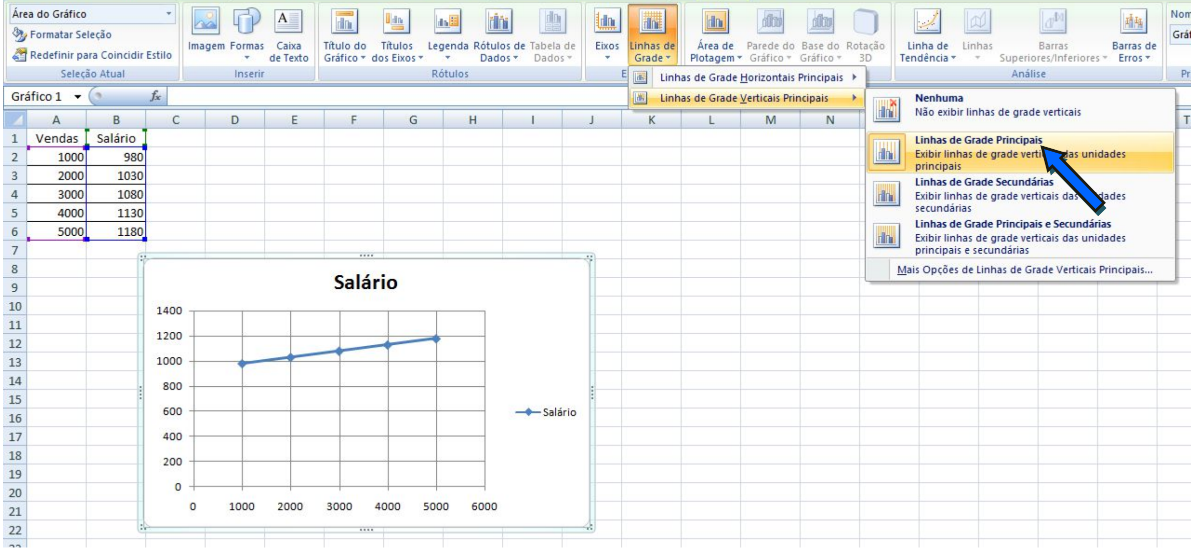
Comparar pares de valores.

Use esta opção quando houver alguns pontos de dados em ordem no eixo X e os dados representarem uma função.

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

11 – Com o mouse clique na borda da tabela onde está o gráfico, em seguida, clique no menu **layout, eixos** e escolha a opção **linhas de grade,** subtipo **linhas de grade verticais principais, linhas de grades principais.** Clique no botão OK. Veja figura 20.

Figura 20 – Formatando gráfico.



Vendas	Salário
1000	980
2000	1030
3000	1080
4000	1130
5000	1180

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

12 – Altere os valores da coluna A, inicie inserindo o valor zero na primeira célula. Observe o que acontece com o gráfico após alterar os valores da tabela e responda:

a) Qual o valor mínimo que a grandeza salário mensal pode assumir? Quando isso acontece?
b) E qual o valor máximo do salário conforme mostrado no gráfico?
c) Existe algum valor que varia em função de outro?
d) O que esses pontos no gráfico indicam?
e) Por que o gráfico é representado por uma reta?

13 – Para compreendermos melhor o conceito de função vamos simular outra situação problema utilizando o Excel.

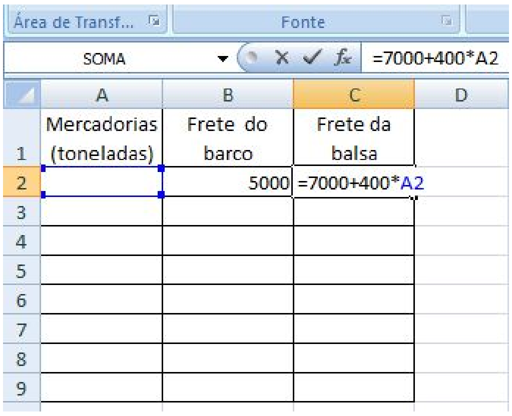
No Acre existem muitos municípios que ainda são considerados isolados, motivo pelo qual o único meio de acesso a esses municípios é através dos rios, e quando muito necessário aéreo. Santa Rosa do Purus é um município que fica localizado na regional Purus, fronteira com o Peru e bem distante da capital Rio Branco. Os meios de transporte pra lá são através de barcos ou avião. No inverno é comum os comerciantes desse município realizarem as compras de suas mercadorias em Sena Madureira e transportá-los pelo rio Purus. Os fretes das mercadorias são feitos através de barcos e balsas. Os donos de barcos cobram R$ 5.000 de aluguel para despesas com combustível e alimentação dos empregados mais R$ 800 por cada tonelada de mercadorias. Já os donos de balsas cobram R$ 7.000 de aluguel para as despesas mais R$ 400 por cada tonelada.

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta.

14 - Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo $v = 5000 + 800.t$ para representar o frete dos donos de barcos e $v = 7000 + 400.t$ para representar o frete dos donos de balsas. Utilizando o programa Excel, organize esses dados em uma tabela conforme instruções abaixo.

15 - Na célula A1 digite a palavra “mercadorias (toneladas)”, na célula B1 digite “frete do barco” e na célula C1 “frete da balsa”. Depois digite na célula B2 a fórmula “=5000+800*A2” e tecle Enter. Na célula C2 digite a fórmula “=7000+400*A2” e tecle Enter. Veja a figura 21.

Figura 21 – Inserindo dados na planilha.



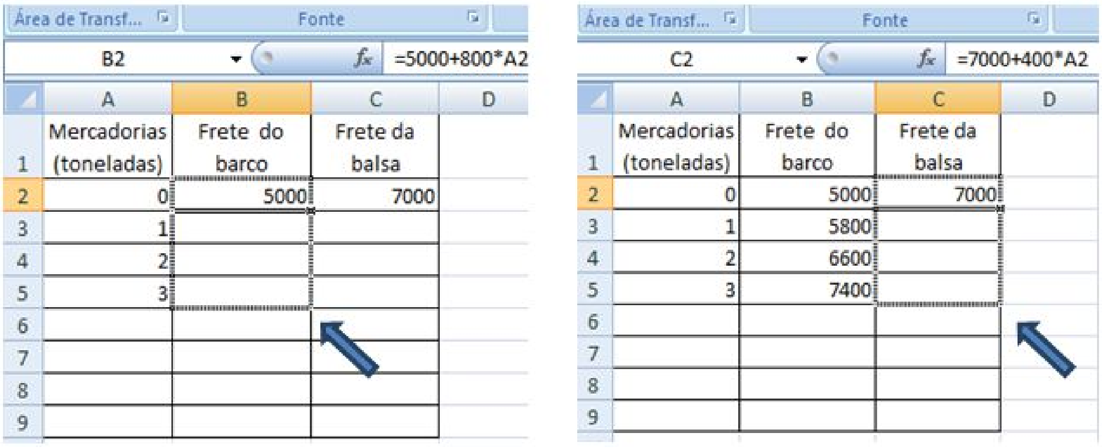
SOMA =7000+400*A2

	A	B	C	D
1	Mercadorias (toneladas)	Frete do barco	Frete da balsa	
2		5000	=7000+400*A2	
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

16 – Insira valores na coluna A simulando as toneladas de mercadorias que serão transportadas. Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B, conforme figura 22. Faça o mesmo procedimento com a alça da célula C2 (veja figura 23).

Figura 22 e 23 – Copiando fórmula.



B2 =5000+800*A2

	A	B	C	D
1	Mercadorias (toneladas)	Frete do barco	Frete da balsa	
2	0	5000	7000	
3	1			
4	2			
5	3			
6				
7				
8				
9				

C2 =7000+400*A2

	A	B	C	D
1	Mercadorias (toneladas)	Frete do barco	Frete da balsa	
2	0	5000	7000	
3	1	5800		
4	2	6600		
5	3	7400		
6				
7				
8				
9				

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

17 – Observando os dados informados na planilha responda:

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre a quantidade de mercadorias que será transportada e o valor dos fretes em cada embarcação?

b) O valor do frete varia em função de alguma coisa?

c) É possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?

d) Qual dos dois aluguéis é mais vantajoso para os comerciantes transportarem suas mercadorias?

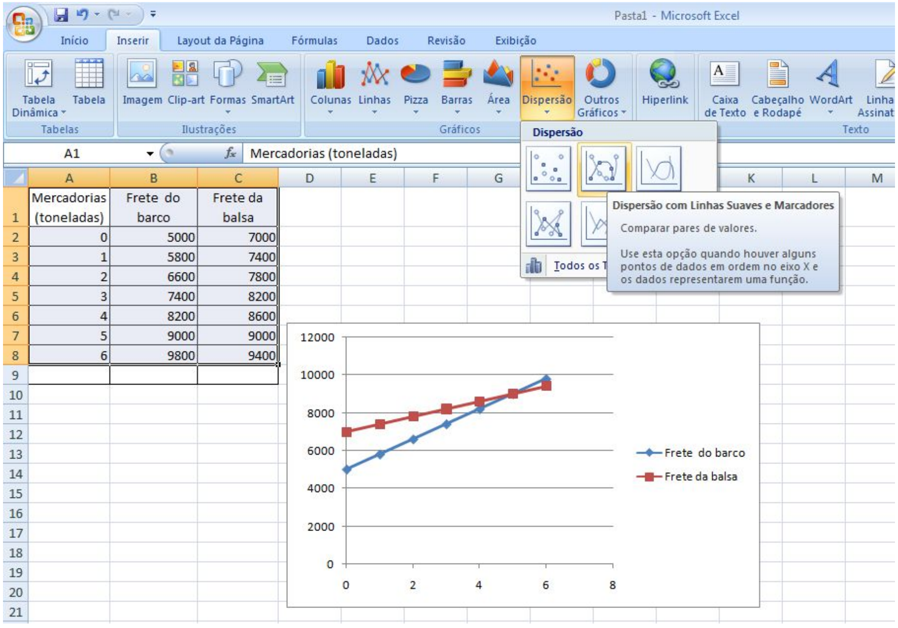
e) O que vocês entendem por preço do aluguel?

f) E pelo valor de cada tonelada?

g) O melhor frete vai depender do quê?

18 - Para compreendermos melhor o problema, selecione as células das colunas A, B e C. Clique no menu **inserir**, **gráfico** e escolha a opção **dispersão**, subtipo **dispersão com linhas suaves e marcadores**. Clique no botão OK. Veja os procedimentos na figura 24.

Figura 24 – Inserindo gráfico.



A1 f_x Mercadorias (toneladas)

	A	B	C
1	Mercadorias (toneladas)	Frete do barco	Frete da balsa
2	0	5000	7000
3	1	5800	7400
4	2	6600	7800
5	3	7400	8200
6	4	8200	8600
7	5	9000	9000
8	6	9800	9400

Dispersão com Linhas Suaves e Marcadores

Comparar pares de valores.

Use esta opção quando houver alguns pontos de dados em ordem no eixo X e os dados representarem uma função.

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

19 – Analisando os gráficos dos fretes responda:

a) A origem das retas no gráfico fornece alguma informação?

b) Os valores dos fretes variam em função de alguma coisa?

c) O que esses pontos no gráfico indicam?

d) O gráfico é representado por duas retas, por quê?

e) Existe um ponto onde as duas retas se interceptam que tipo de informação esse ponto mostra?
f) Em que momento cada frete é mais vantajoso?

5.4 Quarta Sequência

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no *software* GeoGebra.		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o *software* GeoGebra na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	2 aulas de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

Roteiro para o aluno (GeoGebra)

1 – Para continuar explorando as duas situações problemas anteriores utilizaremos o laboratório de informática para desenvolvermos atividades no *software* GeoGebra. A turma deverá ser dividida em dupla para que cada computador seja utilizado por apenas dois alunos. (Deve-se utilizar um projetor de imagem para mostrar o texto e o passo a passo das atividades)

Em Sena Madureira (uma cidade do interior do Acre), uma determinada loja de roupas é bem conhecida por vender produtos de grandes marcas famosas, porém, como se trata de mercadorias chiques e caras a procura não é tanta. Os proprietários utilizam vários recursos para fazer propaganda e divulgar seus produtos para atrair seus clientes. Como forma de incentivar e estimular seus funcionários no empenho das vendas, os proprietários resolveram pagar o salário de seus empregados com base num valor fixo de R$ 930,00 mais

5% do total de vendas realizadas por cada um mensalmente (ou seja, mais R$ 0,05 por cada 1 real vendido).

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta

2 – Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo S = 930 + 0,05 x V, confirmando a ideia de que 930 é um parâmetro que não varia, o que fará variar o salário da vendedora é o valor das vendas realizadas por ela.

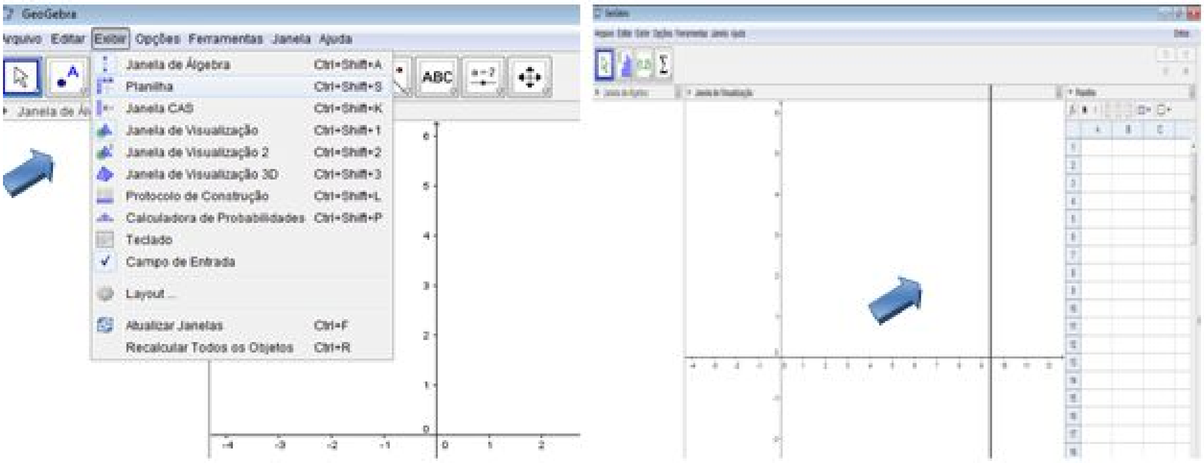
3 – Utilizando o *software* GeoGebra organize os dados abaixo em uma tabela.

a) Se em um mês uma vendedora conseguir vender 1000 reais de mercadorias, que salário receberá no fim do mês?

b) Simule os valores caso ela consiga vender 2000 reais, 3000 reais, 4000 reais e 5000 reais para saber qual seria seu salário mensal.

4 – Abra o GeoGebra. Vá ao menu **exibir** e clique em **Planilha**. Arraste pela aba a janela da planilha para que tenha uma boa visualização das três formas de representações. Veja os procedimentos nas figuras 25 e 26.

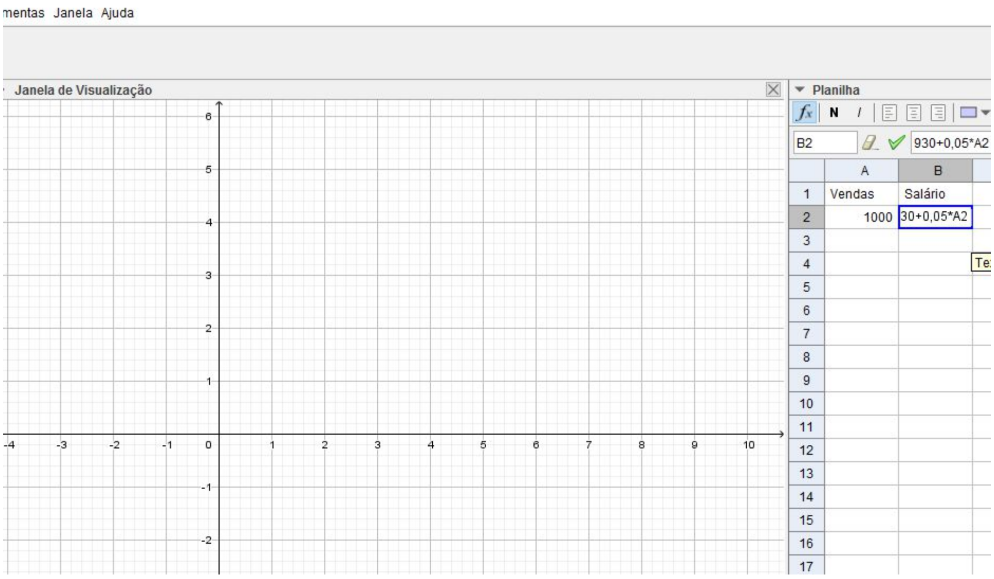
Figuras 25 e 26 - Visualização das três formas de representações.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

5 - Na célula A1 digite a palavra "vendas" e na célula B1 "Salário". Depois digite o valor de "1000" reais na célula A2 e na célula B2 a fórmula "930+0.05*A2", depois é só teclar Enter, conforme figura 27.

Figura 27 – Inserindo dados na planilha.



B2 930+0,05*A2

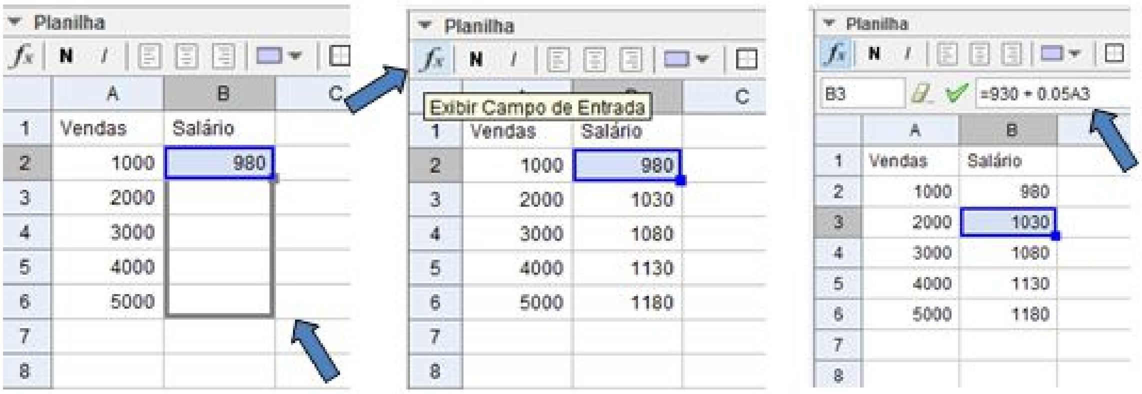
	A	B
1	Vendas	Salário
2	1000	30+0,05*A2

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

6 – Como resultado surge o valor 980 na célula B2. Você saberia explicar por que isso ocorreu?

7 - Digite os demais valores nas células A3, A4, A5 e A6, que corresponde a coluna “vendas”. Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B. Em seguida, clique o cursor no ícone *fx* para exibir o campo de entrada das informações inseridas em cada célula. Verifique o que aparecerá nesse campo clicando em todas as células da coluna B. Veja os procedimentos nas figuras 28, 29 e 30.

Figura 28, 29 e 30 – Inserindo, copiando fórmula e verificando informações.



	A	B	C
1	Vendas	Salário	
2	1000	980	
3	2000		
4	3000		
5	4000		
6	5000		
7			
8			

	A	B	C
1	Vendas	Salário	
2	1000	980	
3	2000	1030	
4	3000	1080	
5	4000	1130	
6	5000	1180	
7			
8			

B3 =930 + 0.05A3

	A	B
1	Vendas	Salário
2	1000	980
3	2000	1030
4	3000	1080
5	4000	1130
6	5000	1180
7		
8		

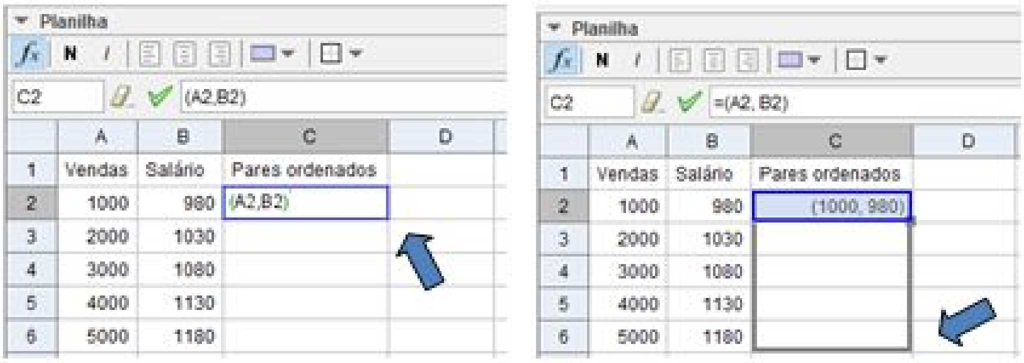
Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

8 – Responda as perguntas abaixo baseadas nas informações inseridas e exploradas no *software* GeoGebra.

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre o salário da vendedora ao final do mês e o valor das vendas dos produtos da loja?
b) O salário mensal varia em função de alguma coisa?
c) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?
d) Existe algum valor que varia em função de outro?

9 – Para explorarmos melhor o problema vamos construir o gráfico dessa função. Na janela de visualização do gráfico possuímos um plano cartesiano representado pelos eixos *x* e *y*. Para visualizarmos o gráfico precisamos inserir as coordenadas. Então, clique na célula C1 e digite pares ordenados e na célula C2 o comando "(A2,B2)" e dê Enter, conforme figura 31, na célula C3 o comando "(A3,B3) e dê Enter. Repetindo o mesmo processo nas demais células da coluna C ou clicando na aba e arrastando até o final onde precisam ser inseridos os pares ordenados, como é demonstrada na figura 32.

Figura 31 e 32 – Inserindo pares ordenados.



C2 (A2,B2)

	A	B	C	D
1	Vendas	Salário	Pares ordenados	
2	1000	980	(A2,B2)	
3	2000	1030		
4	3000	1080		
5	4000	1130		
6	5000	1180		

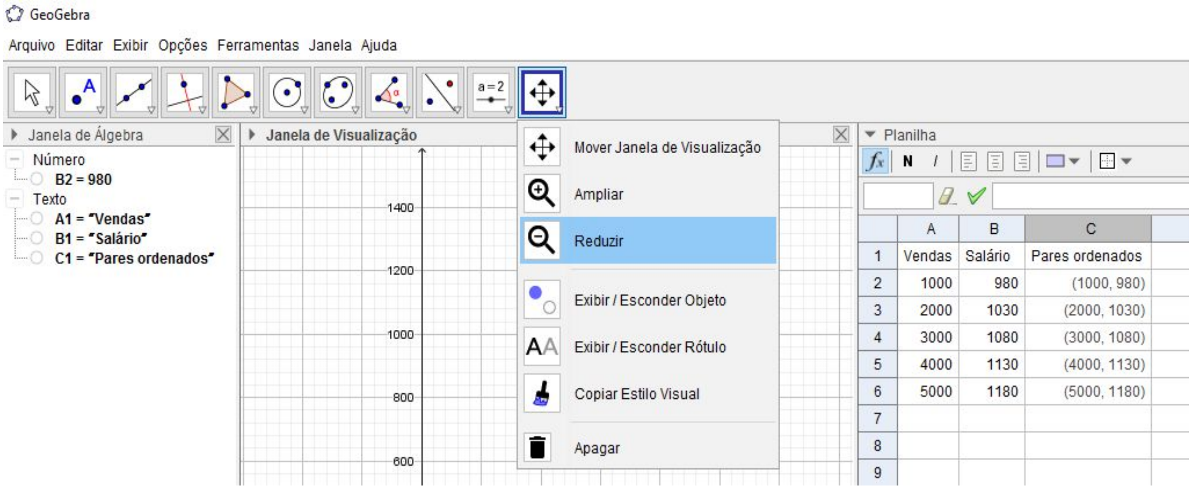
C2 =(A2, B2)

	A	B	C	D
1	Vendas	Salário	Pares ordenados	
2	1000	980	(1000, 980)	
3	2000	1030		
4	3000	1080		
5	4000	1130		
6	5000	1180		

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

10 - Observem na Janela Gráfica os pontos criados. Caso não seja possível visualizar todos os pontos, é preciso *Reduzir* o zoom. Para isso, vá com o curso e clique no último ícone e selecione a opção reduzir. Siga os procedimentos da figura 33. Como os pares ordenados são números altos, vá reduzindo até você ter uma escala no valor 500 nos dois eixos. Em seguida, vá com o cursor no último ícone e selecione a opção **mover janela de visualização** e ajuste a janela até que todos os pontos apareçam.

Figura 33 – Visualizando os pares ordenados no gráfico.



Número
B2 = 980
Texto
A1 = "Vendas"
B1 = "Salário"
C1 = "Pares ordenados"

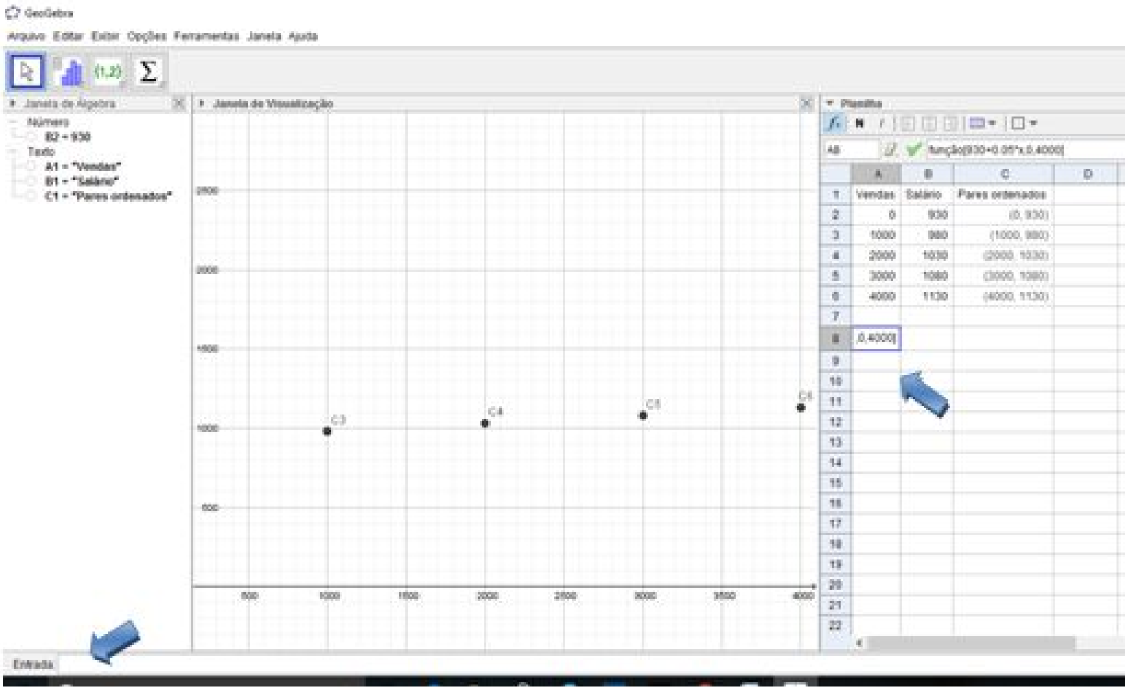
	A	B	C
1	Vendas	Salário	Pares ordenados
2	1000	980	(1000, 980)
3	2000	1030	(2000, 1030)
4	3000	1080	(3000, 1080)
5	4000	1130	(4000, 1130)
6	5000	1180	(5000, 1180)
7			
8			
9			

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

11 – Agora altere os valores da coluna A e observe o que acontece nas colunas B e C, e os pontos do plano cartesiano da janela de visualização.

12 – Depois atribua valores de 0 a 4000 na coluna A. Insira o comando "função[930+0.05*x,0,4000]" no campo entrada localizado na parte inferior da tela ou na célula A8 e dê Enter, como mostra na figura 34. Observe o que acontece com o gráfico após alterar os valores da tabela e responda:

Figura 34 – Inserindo uma função.



Número
B2 = 930
Texto
A1 = "Vendas"
B1 = "Salário"
C1 = "Pares ordenados"

A8 função[930+0.05*x,0,4000]

	A	B	C	D
1	Vendas	Salário	Pares ordenados	
2	0	930	(0, 930)	
3	1000	980	(1000, 980)	
4	2000	1030	(2000, 1030)	
5	3000	1080	(3000, 1080)	
6	4000	1130	(4000, 1130)	
7				
8	0,4000]			

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) Qual o valor mínimo que a grandeza salário mensal pode assumir? Quando isso acontece?
b) E qual o valor máximo do salário conforme mostrado no gráfico?
c) Existe algum valor que varia em função de outro?
d) O que esses pontos no gráfico indicam?
e) Por que o gráfico é representado por uma reta?

13 - Para compreendermos melhor o conceito de função vamos simular outra situação problema utilizando o GeoGebra.

No Acre existem muitos municípios que ainda são considerados isolados, motivo pelo qual o único meio de acesso a esses municípios é através dos rios, e quando muito necessário aéreo. Santa Rosa do Purus é um município que fica localizado na regional Purus, fronteira com o Peru e bem distante da capital Rio Branco. Os meios de transporte para lá são através de barcos ou avião. No inverno é comum os comerciantes desse município realizarem as compras de suas mercadorias em Sena Madureira e transportá-los pelo rio Purus. Os fretes das mercadorias são feitos através de barcos e balsas. Os donos de barcos cobram R$ 5.000 de aluguel para despesas com combustível e alimentação dos empregados mais R$ 800 por cada tonelada de mercadorias. Já os donos de balsas cobram R$ 7.000 de aluguel para as despesas mais R$ 400 por cada tonelada.

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta ⬇

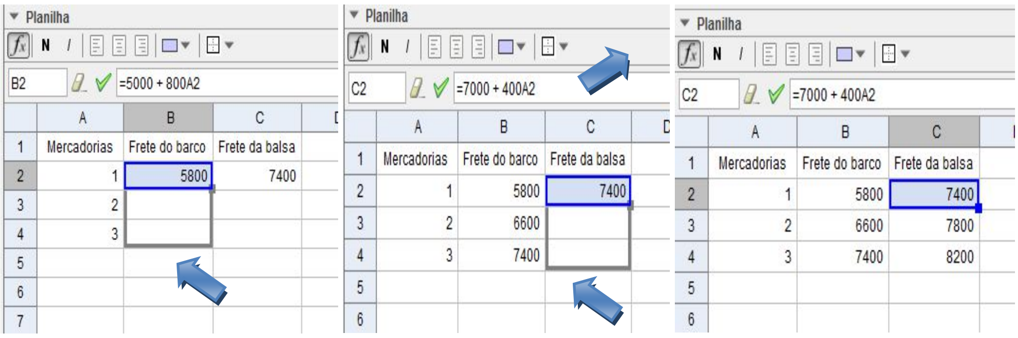
14 - Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo $v = 5000 + 800.t$ para representar o frete dos donos de barcos e $v = 7000 + 400.t$ para representar o frete dos donos de balsas. Utilizando o *software* GeoGebra, organize esses dados em uma tabela conforme instruções abaixo.

15 – Abra outro arquivo. Vá ao menu **arquivo** e escolha a opção nova janela. Abrirá outro arquivo do GeoGebra, mas não feche o primeiro arquivo, caso tenha dúvidas utilize o outro para consulta.

16 - Vá ao menu **exibir** e clique em **Planilha**. Arraste pela aba a janela da planilha para que tenha uma boa visualização das três formas de representações. Na planilha, digite a palavra "mercadorias (toneladas)" na célula A, na célula B1 digite "frete do barco" e na célula C1 "frete da balsa". Depois digite na célula B2 o comando "5000+800*A2" e tecle Enter. Na célula C2 digite a comando "7000+400*A2" e tecle Enter.

17 - Insira valores na coluna A simulando as toneladas de mercadorias que serão transportadas. Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B (veja figura 35). Faça o mesmo procedimento com a alça da célula C2 (veja figura 36). Em seguida, clique o cursor no ícone fx (como mostra a figura 37) para exibir o campo de entrada das informações inseridas em cada célula, caso não esteja aparecendo. Verifique o que aparecerá nesse campo clicando em todas as células das colunas B e C.

Figuras 35, 36 e 37 – Inserindo dados na planilha.



B2 =5000 + 800A2

	A	B	C
1	Mercadorias	Frete do barco	Frete da balsa
2	1	5800	7400
3	2		
4	3		
5			
6			
7			

C2 =7000 + 400A2

	A	B	C
1	Mercadorias	Frete do barco	Frete da balsa
2	1	5800	7400
3	2	6600	
4	3	7400	
5			
6			

C2 =7000 + 400A2

	A	B	C
1	Mercadorias	Frete do barco	Frete da balsa
2	1	5800	7400
3	2	6600	7800
4	3	7400	8200
5			
6			

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

18 – Observando os dados informados na planilha responda:

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre a quantidade de mercadorias que será transportada e o valor dos fretes em cada embarcação?

b) O valor do frete varia em função de alguma coisa?

c) É possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?

d) Qual dos dois aluguéis é mais vantajoso para os comerciantes transportarem suas mercadorias?

e) O que vocês entendem por preço do aluguel?

f) E pelo valor de cada tonelada?

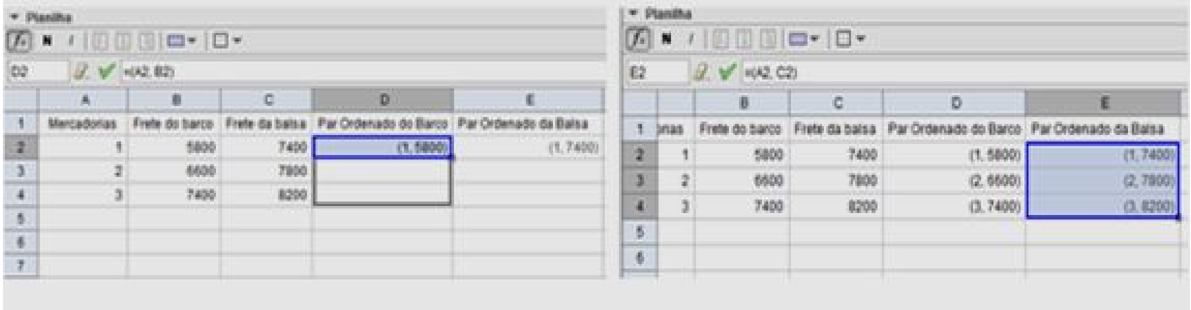
g) O melhor frete vai depender do quê?

19 - Para construir o gráfico dessas duas funções precisamos inserir as coordenadas no plano cartesiano. Aqui é preciso ter muita atenção porque serão inseridos pares ordenados do barco e da balsa.

20 - Clique na célula D1 e digite pares ordenados do barco e na célula D2 o comando "(A2,B2)" e dê Enter, na célula E1 digite pares ordenados da balsa, na célula E2 o comando "(A2,C2) e dê Enter. Repetindo o mesmo processo nas demais células da coluna D e E ou

clicando na aba e arrastando até o final onde precisa ser inserido os pares ordenados, como mostra as figuras 38 e 39.

Figura 38 e 39 – Inserindo pares ordenados.



	A	B	C	D	E
1	Mercadorias	Frete do barco	Frete da balsa	Par Ordenado do Barco	Par Ordenado da Balsa
2	1	5800	7400	(1, 5800)	(1, 7400)
3	2	6600	7800		
4	3	7400	8200		
5					
6					
7					

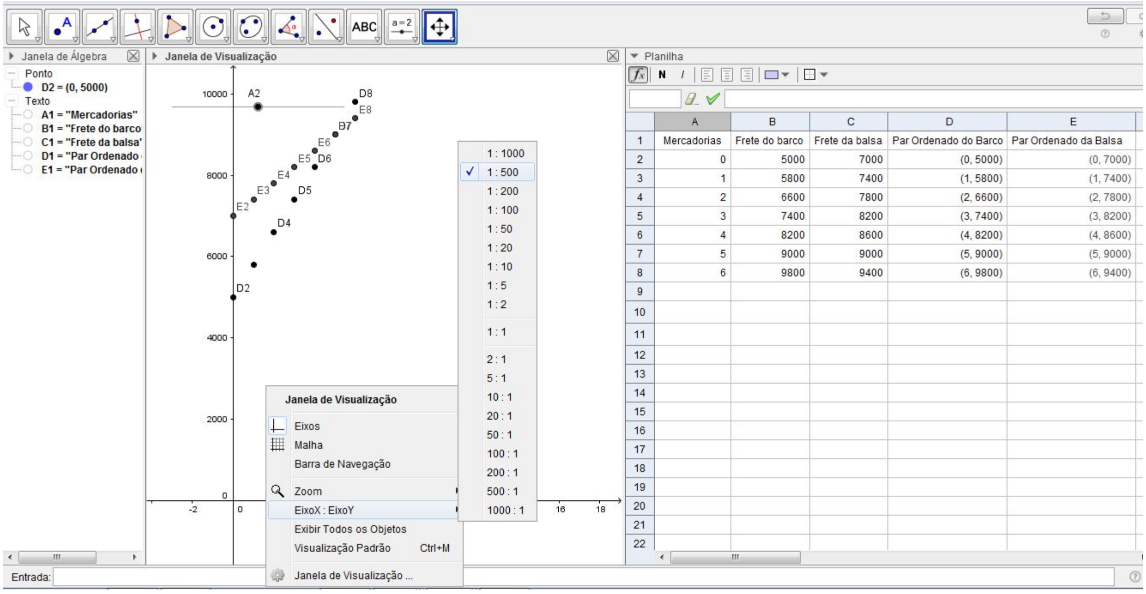
		B	C	D	E
1	nas	Frete do barco	Frete da balsa	Par Ordenado do Barco	Par Ordenado da Balsa
2	1	5800	7400	(1, 5800)	(1, 7400)
3	2	6600	7800	(2, 6600)	(2, 7800)
4	3	7400	8200	(3, 7400)	(3, 8200)
5					
6					

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

21 - Agora altere os valores da coluna A e observe o que acontece nas colunas B e C, e os pontos do plano cartesiano da janela de visualização.

22 - Observem na Janela Gráfica os pontos criados. Caso não seja possível visualizar todos os pontos, é preciso alterar a escala dos eixos. Para isso, clique com o botão auxiliar na tela de visualização, escolha a opção **eixo x: eixo y**, escala **1: 500**. Em seguida, vá com o cursor no último ícone e selecione a opção ✥ **mover janela de visualização** e ajuste a janela até que todos os pontos apareçam. Vide figura 40.

Figura 40 – Ajustando a janela de visualização.



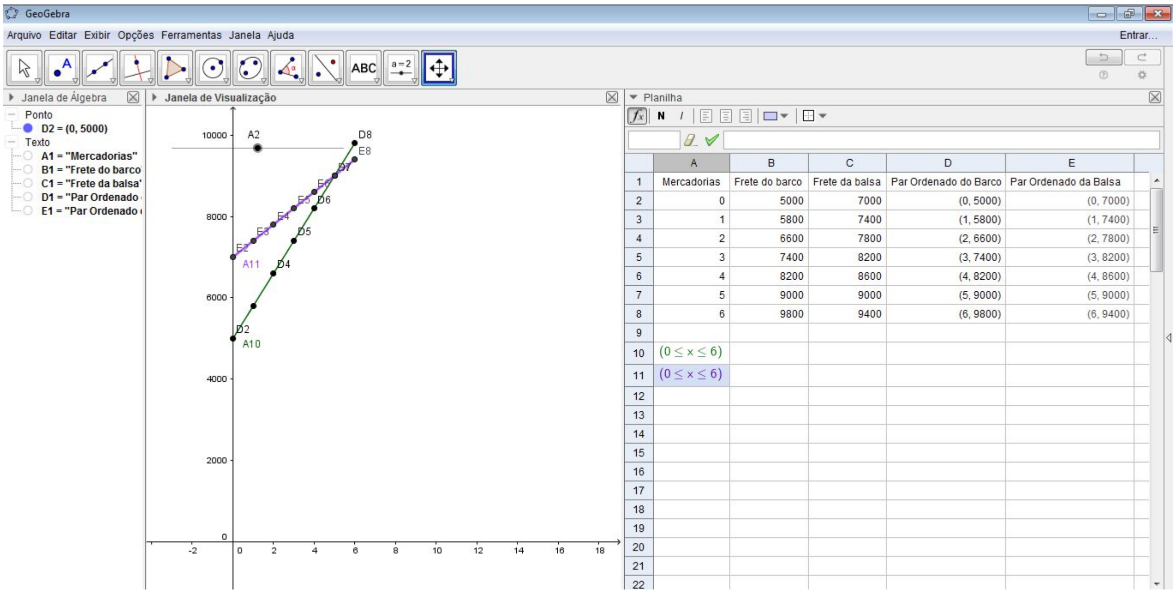
Ponto
D2 = (0, 5000)
Texto
A1 = "Mercadorias"
B1 = "Frete do barco
C1 = "Frete da balsa'
D1 = "Par Ordenado
E1 = "Par Ordenado

	A	B	C	D	E
1	Mercadorias	Frete do barco	Frete da balsa	Par Ordenado do Barco	Par Ordenado da Balsa
2	0	5000	7000	(0, 5000)	(0, 7000)
3	1	5800	7400	(1, 5800)	(1, 7400)
4	2	6600	7800	(2, 6600)	(2, 7800)
5	3	7400	8200	(3, 7400)	(3, 8200)
6	4	8200	8600	(4, 8200)	(4, 8600)
7	5	9000	9000	(5, 9000)	(5, 9000)
8	6	9800	9400	(6, 9800)	(6, 9400)
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

23 - Depois atribua valores de 0 a 6 na coluna A. Insira o comando “função[5000+800*x,0,6]” e o comando “função[7000+400*x,0,6]” no campo entrada localizado na parte inferior da tela ou na célula A10 e A11, como é mostrado na figura 41. Observe o que acontece com o gráfico após alterar os valores da tabela e responda:

Figura 41 – Inserindo funções.



Ponto
D2 = (0, 5000)
Texto
A1 = "Mercadorias"
B1 = "Frete do barco
C1 = "Frete da balsa
D1 = "Par Ordenado
E1 = "Par Ordenado

	A	B	C	D	E
1	Mercadorias	Frete do barco	Frete da balsa	Par Ordenado do Barco	Par Ordenado da Balsa
2	0	5000	7000	(0, 5000)	(0, 7000)
3	1	5800	7400	(1, 5800)	(1, 7400)
4	2	6600	7800	(2, 6600)	(2, 7800)
5	3	7400	8200	(3, 7400)	(3, 8200)
6	4	8200	8600	(4, 8200)	(4, 8600)
7	5	9000	9000	(5, 9000)	(5, 9000)
8	6	9800	9400	(6, 9800)	(6, 9400)
9					
10	$(0 \leq x \leq 6)$				
11	$(0 \leq x \leq 6)$				
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) A origem das retas no gráfico fornece alguma informação?

b) Os valores dos fretes variam em função de alguma coisa?

c) O que esses pontos no gráfico indicam?

d) O gráfico é representado por duas retas, por quê?

e) Existe um ponto onde as duas retas se interceptam que tipo de informação esse ponto mostra?

f) Em que momento cada frete é mais vantajoso?

5.5 Quinta Sequência

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no Excel.		
Objetivos:	• Identificar uma variável dependente e independente de uma função e a relação entre elas; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o programa Excel na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Analisar o comportamento dos coeficientes através do Excel; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	1 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

1 – Resolva a situação problema abaixo e organize os dados em uma tabela utilizando o programa Excel.

Certa garota com o intuito de emagrecer estabeleceu um programa de atividades físicas e alimentares para atingir seu objetivo que era perder 8 kg. Ao iniciar o programa ela pesava 70 kg e sua meta semanal de perca de peso era 1 kg. Com base nessas informações responda:

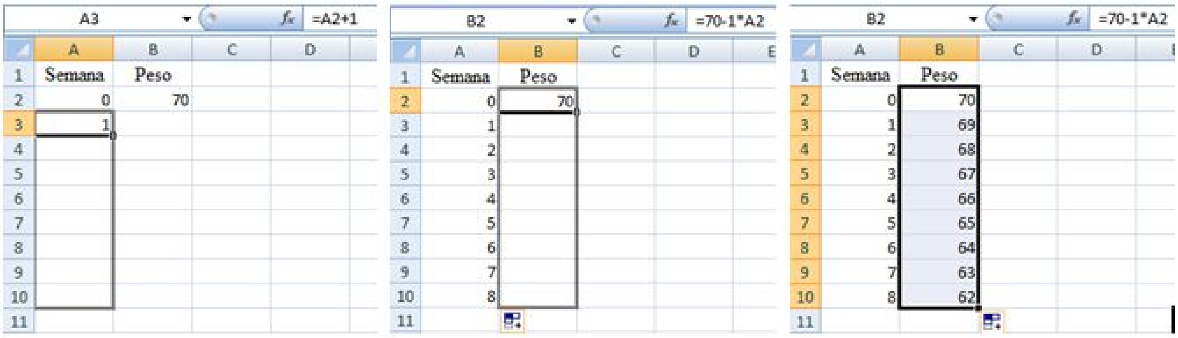
a) Quantos quilos ela conseguirá perder em 5 semanas?
b) Quantos quilos ela terá quando atingir seu objetivo?
c) Escreva a lei que estabelece a relação do peso em função dos quilos perdidos.
d) Mantendo o ritmo de emagrecimento, a cada semana ela terá quantos quilos?

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta. ⬇

2 – Abra o programa Excel. Na célula A1 digite a palavra “Semana” e na célula B1 “Peso”. Depois digite o valor de “0” na célula A2 e na célula B2 a fórmula “=70-1*A2”, depois é só teclar Enter. Em seguida, digite na célula A3 a fórmula “=A2+1” e dê Enter. Depois clique na alça da célula A3 e arraste para baixo até que preencha toda coluna A com os

números de 0 a 8. Na alça da célula B2 clique e arraste até preencher a coluna peso. Siga os procedimentos como mostra as figuras 42, 43 e 44.

Figura 42, 43 e 44 – Inserindo comandos na planilha.



A3 =A2+1

	A	B	C	D
1	Semana	Peso		
2	0	70		
3	1			
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

B2 =70-1*A2

	A	B	C	D
1	Semana	Peso		
2	0	70		
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	7			
10	8			
11				

B2 =70-1*A2

	A	B	C	D
1	Semana	Peso		
2	0	70		
3	1	69		
4	2	68		
5	3	67		
6	4	66		
7	5	65		
8	6	64		
9	7	63		
10	8	62		
11				

Fonte: Tela do *Excel*- Computador pessoal do autor.

3 – Baseadas nas informações inseridas na planilha responda:

a) Na tabela é possível verificar que a cada uma semana de atividades físicas e alimentação balanceada ocorre à redução do peso da garota. Podemos então afirmar que existe uma relação de dependência entre o peso da garota e o programa de atividades semanal?

b) Podemos afirmar que a cada uma semana a garota perde um quilo?

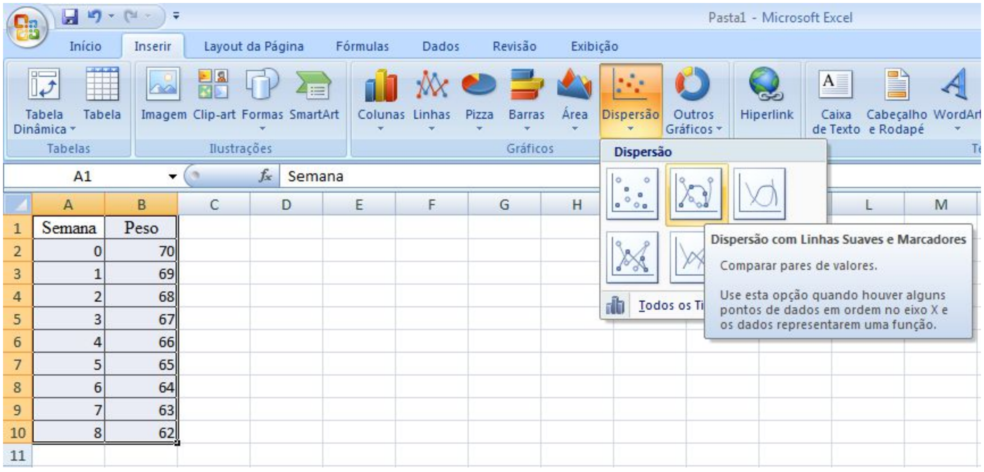
c) Existe algum valor que varia em função de outro?

d) É correto afirmar que seu peso “P” varia em função de cada semana **“S”** de atividades? Justifique.

e) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?

4 - Selecione as células das colunas A e B. Clique no menu **inserir**, **gráfico** e escolha a opção **dispersão**, subtipo **dispersão com linhas suaves e marcadores**. Clique no botão OK. Vide figura 45.

Figura 45 – Inserindo gráfico.



	A	B
1	Semana	Peso
2	0	70
3	1	69
4	2	68
5	3	67
6	4	66
7	5	65
8	6	64
9	7	63
10	8	62

Dispersão com Linhas Suaves e Marcadores

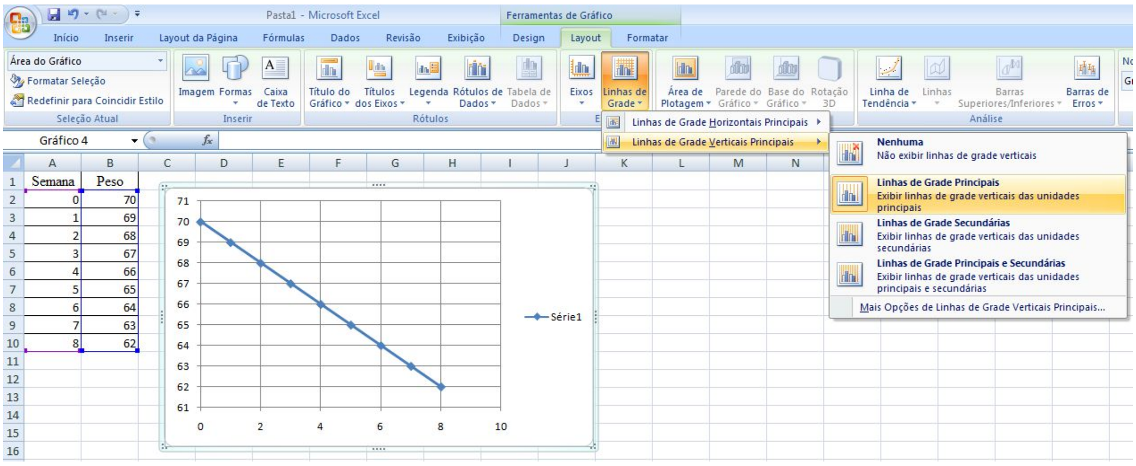
Comparar pares de valores.

Use esta opção quando houver alguns pontos de dados em ordem no eixo X e os dados representarem uma função.

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

5 - Com o mouse clique na borda da tabela onde está o gráfico, clique no menu **layout, eixos** e escolha a opção **linhas de grade,** subtipo **linhas de grade verticais principais, linhas de grades principais.** Clique no botão OK. Conforme a figura 46.

Figura 46 – Formatando gráfico.



	A	B
1	Semana	Peso
2	0	70
3	1	69
4	2	68
5	3	67
6	4	66
7	5	65
8	6	64
9	7	63
10	8	62

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

6 - Observe a construção da tabela e do gráfico e responda:

a) Podemos continuar afirmando que a cada uma semana a garota perde peso equivalente a um quilo?

b) O que acontece com os valores da coluna “Peso” quando os valores da coluna “Semana” aumentam?

c) Percebe-se que há uma redução de peso a cada semana e que isso ocorre proporcionalmente. O que o valor -1 tem a ver com isso?

d) Por que o gráfico é representado por uma reta?

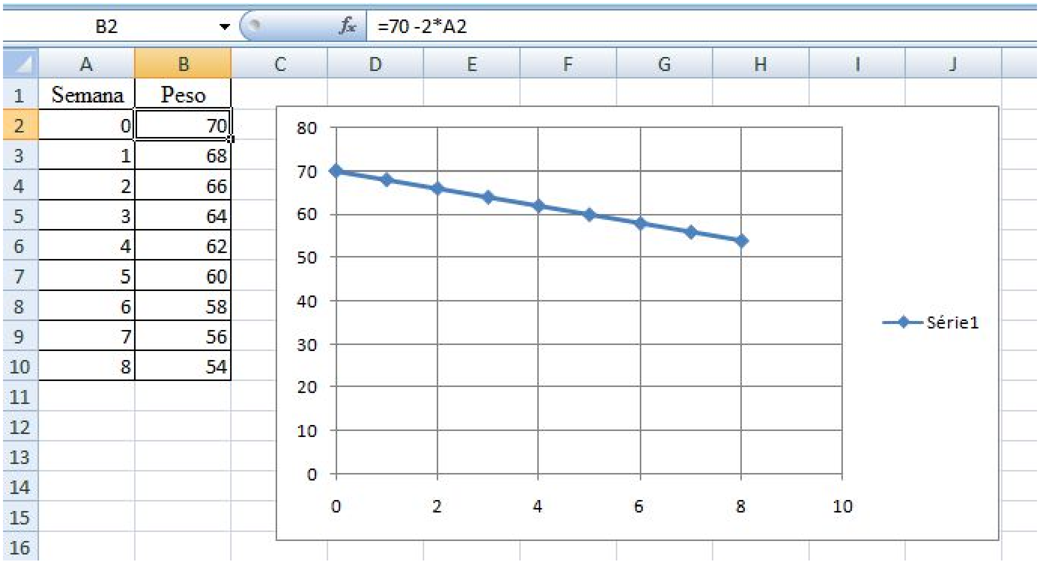
e) A reta inicia em qual ponto? O que significa esse ponto?

f) Podemos afirmar que existem duas grandezas variáveis. Qual é a grandeza que depende da outra para variar?

g) Qual a variável independente?

7 – Vejamos agora uma situação semelhante à anterior, em que deseja-se perder semanalmente 2 kg. Selecione todos os valores da coluna B e exclua. Digite na célula B2 a fórmula “=70-2*A2” e dê Enter. Em seguida clique na alça da célula B2 e arraste até preencher a coluna B. Observe o que aconteceu com os valores do Peso e do gráfico na figura 47 e responda:

Figura 47 – alterando os valores e fórmula.



B2 =70 -2*A2

Semana	Peso
0	70
1	68
2	66
3	64
4	62
5	60
6	58
7	56
8	54

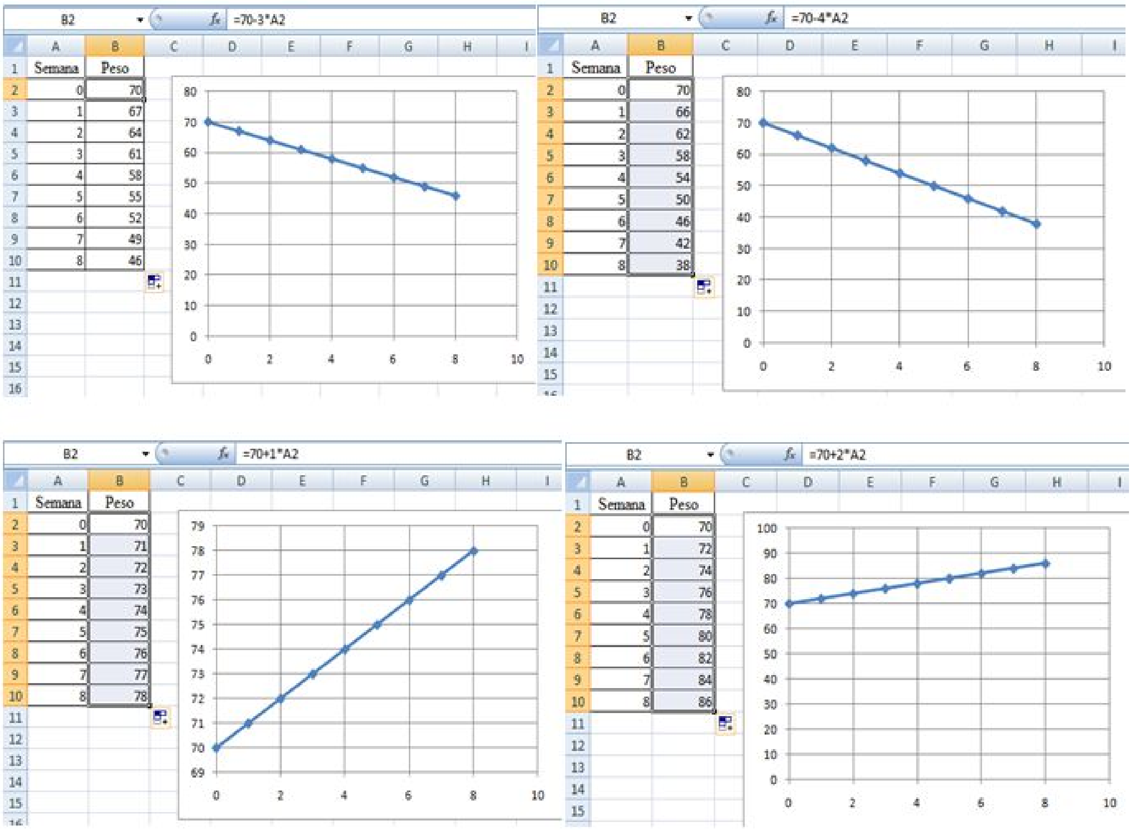
Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.

b) O que o valor -2 têm a ver com isso?

8 – Vamos repetir o mesmo processo, mas dessa vez, digite as fórmulas “=70-3*A2”, “=70-4*A2”, “=70+1*A2” e “=70+2*A2”, um de cada vez. Observe o que aconteceu com os valores da coluna Peso e dos gráficos (veja figuras 48, 49, 50 e 51) e responda:

Figura 48, 49, 50 e 51 – Alterando as fórmulas.



B2 =70-3*A2

Semana	Peso
0	70
1	67
2	64
3	61
4	58
5	55
6	52
7	49
8	46

B2 =70-4*A2

Semana	Peso
0	70
1	66
2	62
3	58
4	54
5	50
6	46
7	42
8	38

B2 =70+1*A2

Semana	Peso
0	70
1	71
2	72
3	73
4	74
5	75
6	76
7	77
8	78

B2 =70+2*A2

Semana	Peso
0	70
1	72
2	74
3	76
4	78
5	80
6	82
7	84
8	86

Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.

b) A que você atribui a mudança de comportamento nos gráficos?

9 – Esse é o momento do professor formular o conceito de função.

5.6 Sexta Sequência

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no *software* GeoGebra.		
Objetivos:	• Identificar uma variável dependente e independente de uma função e a relação entre elas; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o *software* GeoGebra na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Analisar o comportamento dos coeficientes através do *software* GeoGebra; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	1 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

1 – Resolva a situação problema abaixo e organize os dados em uma tabela utilizando o *software* GeoGebra.

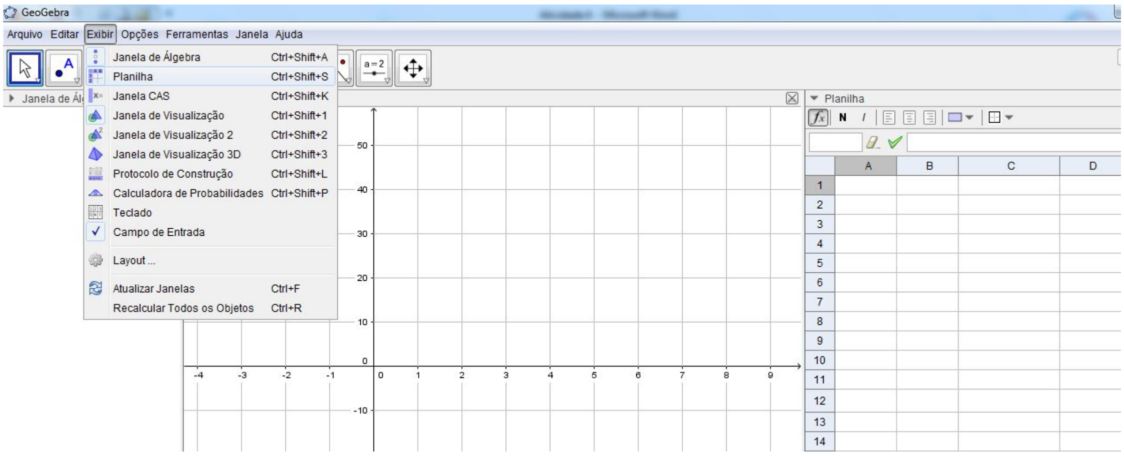
Certa garota com o intuito de emagrecer estabeleceu um programa de atividades físicas e alimentares para atingir seu objetivo que era perder 8 kg. Ao iniciar o programa ela pesava 70 kg e sua meta semanal de perca de peso era 1 kg. Com base nessas informações responda:

a) Quantos quilos ela conseguirá perder em 5 semanas?
b) Quantos quilos ela terá quando atingir seu objetivo?
c) Escreva a lei que estabelece a relação do peso em função dos quilos perdidos.
d) Mantendo o ritmo de emagrecimento a cada semana ela terá quantos quilos?

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta.

2 – Abra o GeoGebra. Vá ao menu **exibir** e clique em **Planilha**. Arraste pela aba a janela da planilha para que tenha uma boa visualização das três formas de representações. Veja figura 52.

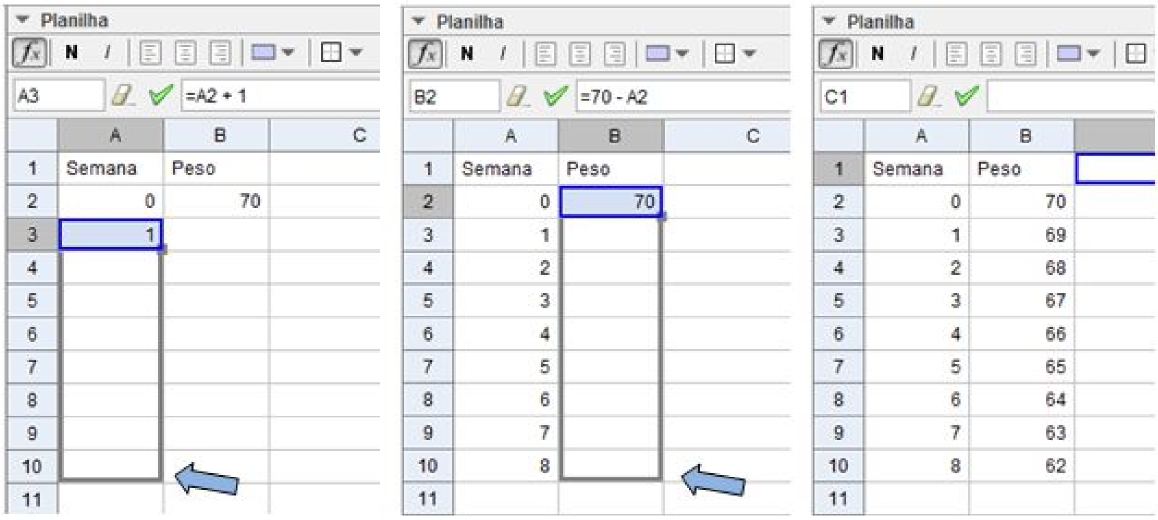
Figura 52 – Configurando as três janelas do GeoGebra.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

3 - Na célula A1 digite a palavra “Semana” e na célula B1 “Peso”. Depois digite o valor de “0” na célula A2 e na célula B2 a fórmula “70-1*A2”, depois é só teclar Enter (como mostram as figuras 53 e 54). Em seguida, digite na célula A3 a fórmula “A2+1” e dê Enter. Depois clique na alça da célula A3 e arraste para baixo até que preencha toda coluna A com os números de 1 a 8. Na alça da célula B2 clique e arraste até preencher a coluna peso.

Figura 53, 54 e 55 – Inserindo valores e comandos na planilha do GeoGebra.



A3 =A2 + 1

	A	B	C
1	Semana	Peso	
2	0	70	
3	1		
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			

B2 =70 - A2

	A	B	C
1	Semana	Peso	
2	0	70	
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		
9	7		
10	8		
11			

C1

	A	B
1	Semana	Peso
2	0	70
3	1	69
4	2	68
5	3	67
6	4	66
7	5	65
8	6	64
9	7	63
10	8	62
11		

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

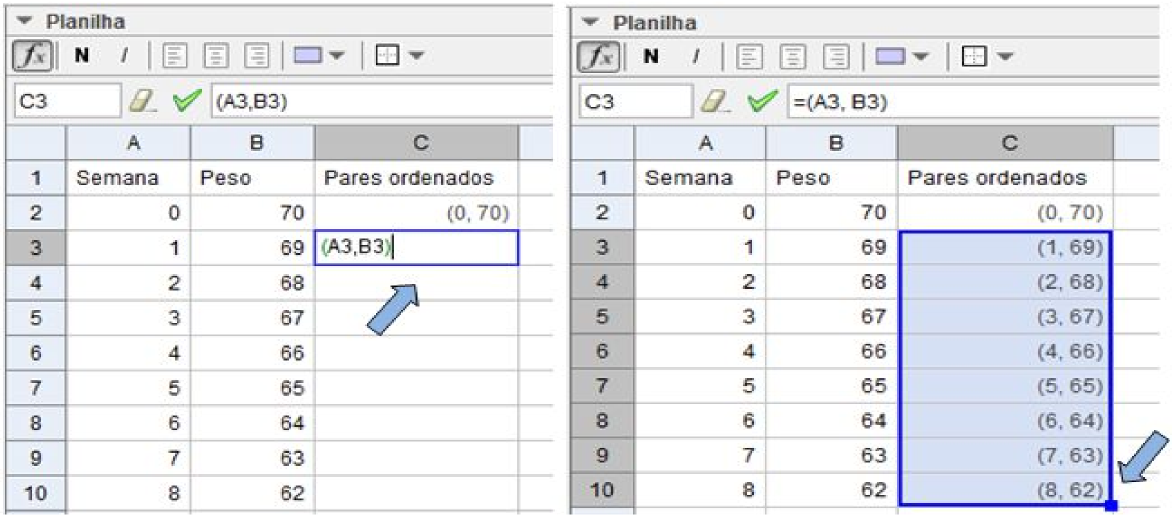
4 – Baseadas nas informações inseridas na planilha responda:

a) Na tabela da figura 55 é possível verificar que a cada uma semana de atividades físicas e alimentação balanceada ocorre à redução do peso da garota. Podemos então afirmar que existe uma relação de dependência entre o peso da garota e o programa de atividades semanal?

b) Podemos afirmar que a cada uma semana a garota perde um quilo?
c) Existe algum valor que varia em função de outro?
d) É correto afirmar que seu peso “P” varia em função de cada semana “S” de atividades? Justifique.
e) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?

5 - Na janela de visualização do gráfico possuímos um plano cartesiano representado pelos eixos *x* e *y*. Para visualizarmos o gráfico precisamos inserir as coordenadas. Então, clique na célula C1 e digite pares ordenados e na célula C2 o comando “(A2,B2)” e dê Enter, na célula C3 o comando “(A3,B3) como mostra a figura 56 e dê Enter. Repetindo o mesmo processo nas demais células da coluna C ou clicando na aba e arrastando até o final onde precisa ser inserido os pares ordenados (veja figura 57).

Figura 56 e 57 – Criando os pares ordenados.



C3 (A3,B3)

	A	B	C
1	Semana	Peso	Pares ordenados
2	0	70	(0, 70)
3	1	69	(A3,B3)
4	2	68	
5	3	67	
6	4	66	
7	5	65	
8	6	64	
9	7	63	
10	8	62	

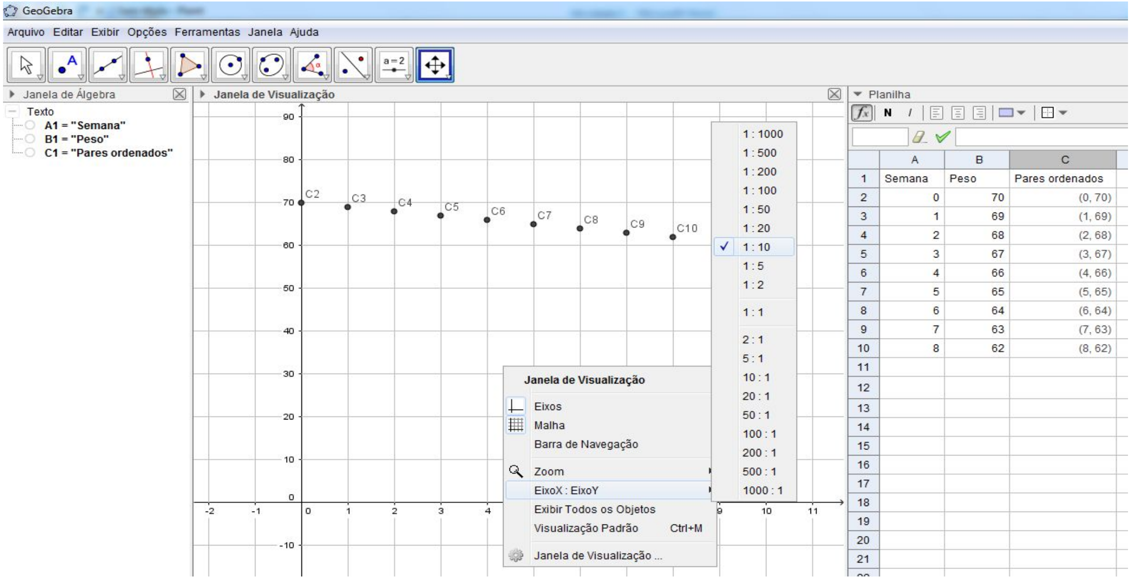
C3 =(A3, B3)

	A	B	C
1	Semana	Peso	Pares ordenados
2	0	70	(0, 70)
3	1	69	(1, 69)
4	2	68	(2, 68)
5	3	67	(3, 67)
6	4	66	(4, 66)
7	5	65	(5, 65)
8	6	64	(6, 64)
9	7	63	(7, 63)
10	8	62	(8, 62)

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

6 - Observem na Janela Gráfica os pontos criados. Caso não seja possível visualizar todos os pontos, é preciso alterar a escala dos eixos. Para isso, clique com o botão auxiliar na tela de visualização, escolha a opção **eixo x: eixo y**, escala **1: 10**. Em seguida, vá com o cursor no último ícone e selecione a opção **mover janela de visualização** e ajuste a janela até que todos os pontos apareçam. Vide figura 58.

Figura 58 – Alterando as escalas dos eixos *x* e *y* na janela de visualização.



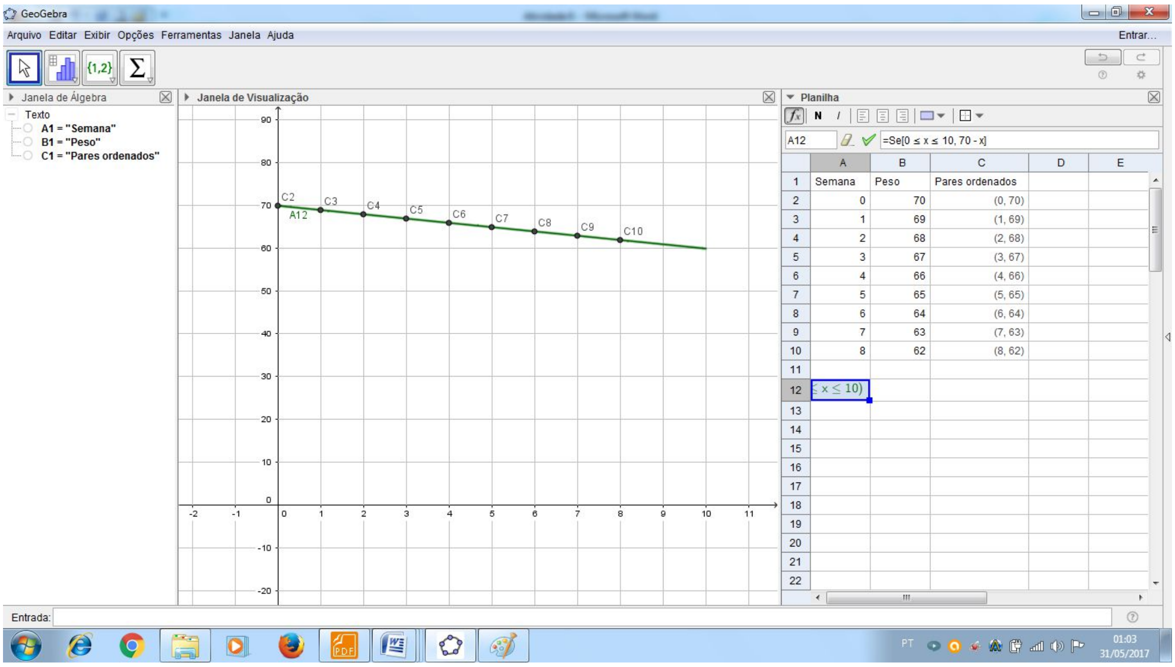
Texto
A1 = "Semana"
B1 = "Peso"
C1 = "Pares ordenados"

	A	B	C
1	Semana	Peso	Pares ordenados
2	0	70	(0, 70)
3	1	69	(1, 69)
4	2	68	(2, 68)
5	3	67	(3, 67)
6	4	66	(4, 66)
7	5	65	(5, 65)
8	6	64	(6, 64)
9	7	63	(7, 63)
10	8	62	(8, 62)

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

7 - Insira o comando “função[70-1*x,0,10]” no campo entrada localizado na parte inferior da tela ou na célula A12 3 e dê Enter. Observe a construção da tabela e do gráfico na figura 59 e responda:

Figura 59 – Visualização da tabela, comando e gráfico de uma função.



Texto
A1 = "Semana"
B1 = "Peso"
C1 = "Pares ordenados"

A12 =Se[0 ≤ x ≤ 10, 70 - x]

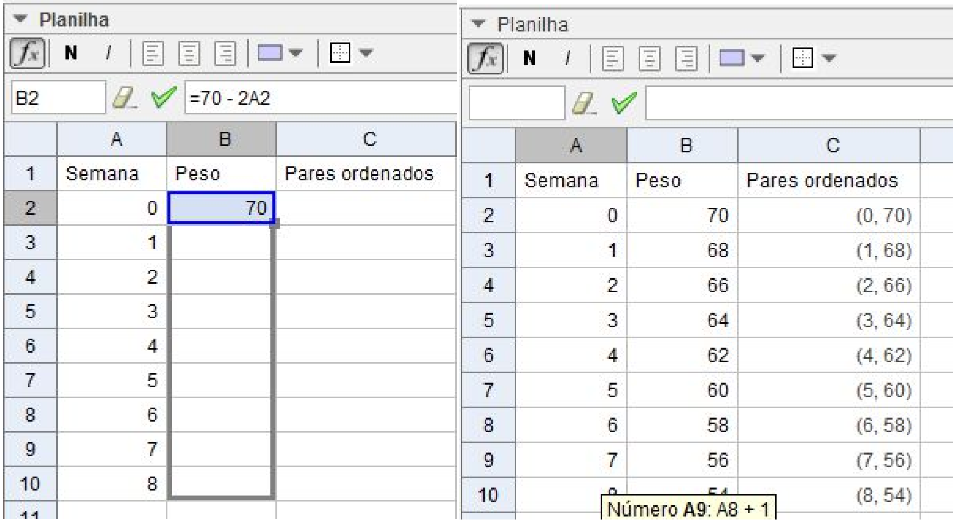
	A	B	C	D	E
1	Semana	Peso	Pares ordenados		
2	0	70	(0, 70)		
3	1	69	(1, 69)		
4	2	68	(2, 68)		
5	3	67	(3, 67)		
6	4	66	(4, 66)		
7	5	65	(5, 65)		
8	6	64	(6, 64)		
9	7	63	(7, 63)		
10	8	62	(8, 62)		
11					
12	≤ x ≤ 10)				

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) Podemos continuar afirmando que a cada uma semana a garota perde peso equivalente a um quilo?
b) O que acontece com os valores da coluna "Peso" quando os valores da coluna "Semana" aumentam?
c) Percebe-se que há uma redução de peso a cada semana e que isso ocorre proporcionalmente. O que o valor -1 tem a ver com isso?
d) Por que o gráfico é representado por uma reta?
e) A reta inicia em qual ponto? O que significa esse ponto?
f) Podemos afirmar que existem duas grandezas variáveis. Qual é a grandeza que depende da outra para variar?
g) Qual a variável independente?

8 - Agora selecione todos os valores da coluna B e exclua. Digite na célula B2 a fórmula "70-2*A2" e dê Enter. Em seguida clique na alça da célula B2 e arraste até preencher a coluna B, conforme figura 60. Na célula C2 o comando "(A2,B2)" e dê Enter, clique na aba e arraste até o final onde precisa ser inserido os pares ordenados. Veja a figura 61. Insira o comando "função[70-1*x,0,10]" no campo de entrada localizado na parte inferior da tela e dê Enter. Observe a construção da tabela e do gráfico e responda:

Figuras 60 e 61 – Alterando fórmulas.



B2 =70 - 2A2

	A	B	C
1	Semana	Peso	Pares ordenados
2	0	70	
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		
9	7		
10	8		

	A	B	C
1	Semana	Peso	Pares ordenados
2	0	70	(0, 70)
3	1	68	(1, 68)
4	2	66	(2, 66)
5	3	64	(3, 64)
6	4	62	(4, 62)
7	5	60	(5, 60)
8	6	58	(6, 58)
9	7	56	(7, 56)
10	8	54	(8, 54)

Número A9: A8 + 1

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.
b) O que o valor -2 têm a ver com isso?

9 - Vamos repetir o mesmo processo, mas dessa vez, digite os comandos "função[70-3*x,0,10]", "função[70-4*x,0,10]", "função[70+1*x,0,10]" e "função[70+2*x,0,10]", um de

cada vez no campo de entrada localizado na parte inferior da tela e dê Enter. Observe os gráficos na janela de visualização e as funções na janela de álgebra, como mostra a figura 62, e responda:

Figura 62 – Inserindo várias fórmulas de funções do 1º grau.

Janela de Álgebra

Função

- $f(x) = 70 - 2x, \quad (0 \leq x \leq 10)$
- $g(x) = 70 - 3x, \quad (0 \leq x \leq 10)$
- $h(x) = 70 - 4x, \quad (0 \leq x \leq 10)$
- $p(x) = 70 + 1x, \quad (0 \leq x \leq 10)$
- $q(x) = 70 + 2x, \quad (0 \leq x \leq 10)$
- $r(x) = 70 - 1x, \quad (0 \leq x \leq 10)$

Texto

- A1 = "Semana"
- B1 = "Peso"
- C1 = "Pares ordenados"

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.

b) O que aconteceu com os valores do peso quanto mudamos o sinal na fórmula?

c) Você acha que o sinal da fórmula significa alguma coisa? Justifique

d) E os gráficos tiveram interferência ao mudarmos o sinal da fórmula? Comente.

10 – Esse é o momento de o professor formular o conceito de função.

5.7 Sétima Sequência

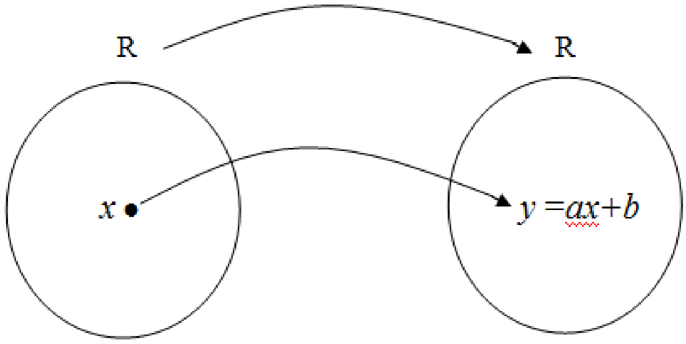
Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	Conceito da Função do 1º grau.		
Objetivos:	• Formalização do conceito de função do primeiro grau; • Reconhecer e identificar a relação de variação entre grandezas; • Descrever as características fundamentais da função do primeiro grau, observadas por meio da representação gráfica, como crescimento, decrescimento e taxa de variação; • Compreender as Formas de representações semióticas de uma Função do 1º grau; • Analisar o comportamento dos gráficos da função do 1º Grau.		
Tempo estimado:	2 aulas de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações;		

	• Coordenadas no plano cartesiano.
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua.

1 - Formalizando o conceito de Função do 1º grau

De modo geral, podemos definir uma função do primeiro grau *f*, como sendo uma relação que associa a cada número real x um único real $\boldsymbol{y = f(x)}$, tal que $\boldsymbol{y = ax + b}$, com a, $b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Em diagrama:



Normalmente representamos esta função da seguinte forma:

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \boldsymbol{f(x) = ax + b}, \quad a, b \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0$$

Da forma como definimos acima, chamaremos de Domínio da função f o conjunto dos números reais. Anotaremos assim: $D(f) = \mathbb{R}$. Este é o conjunto dos valores x do qual a função atuará. Além disso, chamaremos de Contradomínio o conjunto que receberá os valores transformados pela função. Neste caso também o conjunto dos números reais. Anotaremos o Contradomínio por $CD(f) = \mathbb{R}$.

Como já observado nas situações anteriores, os coeficientes a e b na fórmula $f(x) = ax + b$ determinam como essa função atua, e terão importante papel nas interpretações dos fenômenos e dos gráficos.

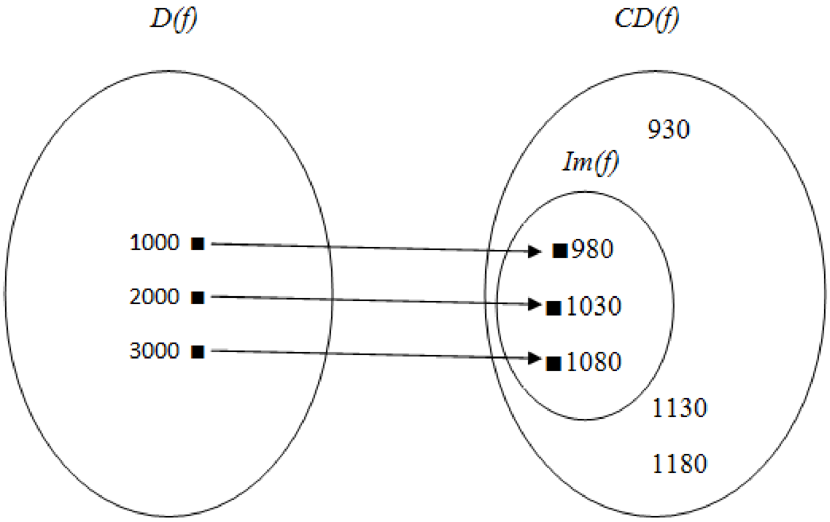
Sobre o Domínio e Contradomínio da função do primeiro grau, podemos destacar ainda, que não necessariamente estes deverão ser o conjunto dos números reais. Observe os seguintes exemplos:

Exemplo 1: Na situação do problema abordado anteriormente, onde os salários das vendedoras eram obtidos seguindo uma função do tipo $S = 930 + 0{,}05v$, que também pode ser representado por$f(x) = 930 + 0{,}05x$, onde temos a variável $\boldsymbol{x}$ que representa a quantidade de vendas realizada e $f(x)$ o salário mensal recebido. Nesta situação o domínio da função [*D(f)*] só admite o conjunto dos números naturais $\mathbb{N}$, pois na prática os valores relacionados à venda são números inteiros maiores ou iguais a zero, pois representam as unidades do produto que foi vendido. Logo, os valores da venda não admitem números negativos. Já os valores do contradomínio da função [CD*(f)*], assumem valores reais. Pode-se, por exemplo, representar tal função da seguinte maneira:

$$f\colon \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 930 + 0{,}05x$$

Temos também, o conjunto imagem [*Im(f)]*. Este conjunto é formado pelos elementos $\boldsymbol{y}$ que estão associados a um ou mais elementos $\boldsymbol{x}$. O conjunto imagem é sempre um subconjunto do contradomínio, ou seja, $Im(f) \subset CD(f)$. Dessa maneira, o conjunto imagem é determinado através de uma lei de correspondência $y = f(x)$. Este conjunto é a imagem do Domínio no contradomínio.



Exemplo 2: Foi abordada anteriormente, a situação da garota que pretendia calcular sua perca de peso semanalmente através de um programa de atividades e que obedecia a uma função do tipo $P = 70 - 1s$, onde P representa seu peso obtido semanalmente e **s** o número de semanas de atividades. Essa função também pode ser representada por $f(x) = 70 - x$. Neste caso, o domínio de f é o conjunto de $A = [0, 70] \subset \mathbb{N}$, pois na prática os valores de $\boldsymbol{x}$ que

representam cada semana de atividades só admitem números naturais menores que 71, bem como os valores do contradomínio *de f*, já que a pessoa que aderir esta dieta jamais terá um peso negativo. Pode-se, por exemplo, representar tal função da seguinte maneira:

$$f: A \rightarrow A$$

$$f(x) = 70 - x$$

O conjunto imagem de f também terá seus valores pertencentes aos números naturais e será determinado através da função $f(x) = 70 - x$, onde $Im(f) = \mathbb{N}$.

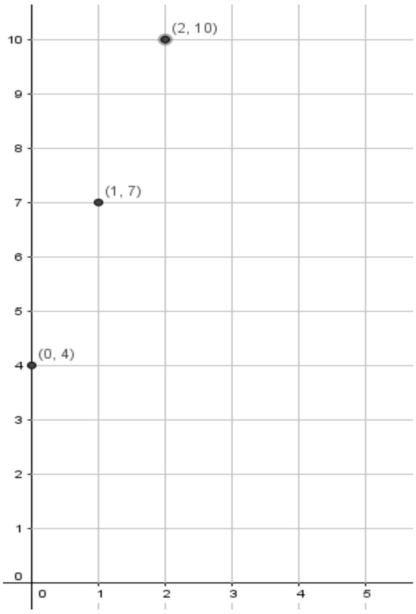
Observe que, de modo geral, podemos pensar a função do primeiro grau atuando sobre um subconjunto dos números reais, ou seja:

$$f: A \subset R \rightarrow B \subset R$$

$$X \in \mathrm{A} \longmapsto f(x) = ax + b, \quad f(x) \in \mathrm{B}$$

Exemplo 3: A função f: $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 3x + 4$, também é do primeiro grau. Neste caso a função atua somente nos números naturais e tem um resultado que também será um número natural, tendo em vista que o triplo de um número natural adicionado de 4 também será natural. Aqui D *(f)* = $\mathbb{N}$, CD *(f)* = $\mathbb{N}$ e $Im(f) = \mathbb{N}$. Na figura 63 observe o gráfico dessa função:

Figura 63 – Pares ordenados da função $f(x) = 3x + 4$.

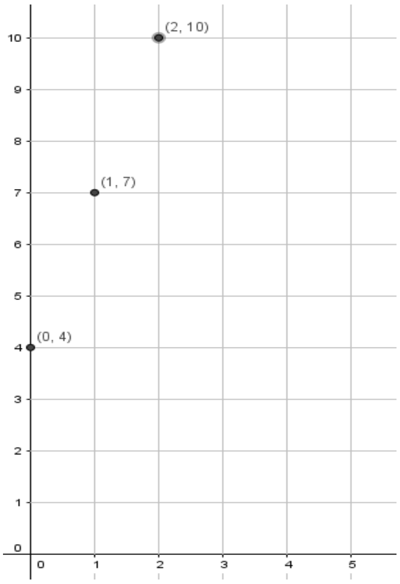


Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Exemplo 4: A função $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$, $g(x) = 3x + 4$, também é do primeiro grau e atua de modo semelhante à função f do exemplo anterior. Aqui D(g) =N, CD(g) = $\mathbb{Z}$ e $Im(g) = \mathbb{Z}$. Pergunta-se: g é igual a f?

A resposta é não, pois duas funções somente serão iguais se apresentarem mesma lei de formação, mesmo domínio e mesmo contradomínio. O fato do contradomínio destas duas funções diferirem poderá fazer com as mesmas não tenham todas as características comuns, embora tenham a maior das características. Por exemplo, o gráfico de ambas é o mesmo, conforme figura 64.

Figura 64 – Pares ordenados da função$g(x) = 3x + 4$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

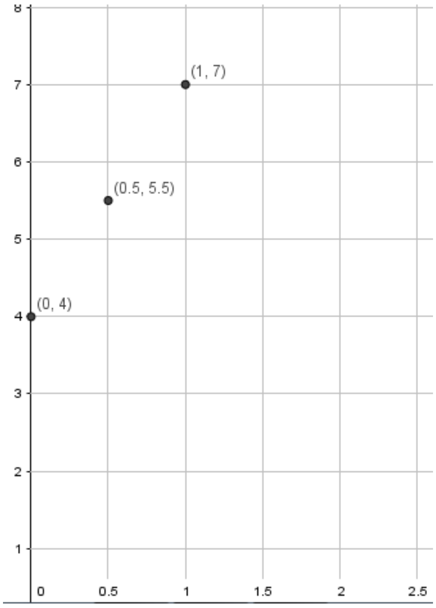
Exemplo 5: Considere a função h definida abaixo:

$$h\colon [0,1] \to [0,7]$$

$$x \longmapsto h(x) = 3x + 4$$

Observe que esta relação está restrita a dois intervalos de números reais. O domínio da função h está restrito ao intervalo [0,1] então $0 \leq x \leq 1$ e o contradomínio também está restrito ao intervalo [0,7] sendo $0 \leq y \leq 7$. Veja o gráfico dessa função na figura 65.

Figura 65 – Pares ordenados da função $h(x) = 3x + 4$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

O conjunto $Im = \{4, 5.5, 7\}$ pertencente ao conjunto dos números reais, sendo que é um subconjunto do contradomínio, também está restrito a um intervalo e é determinada pela função $i(x) = 3x + 4$.

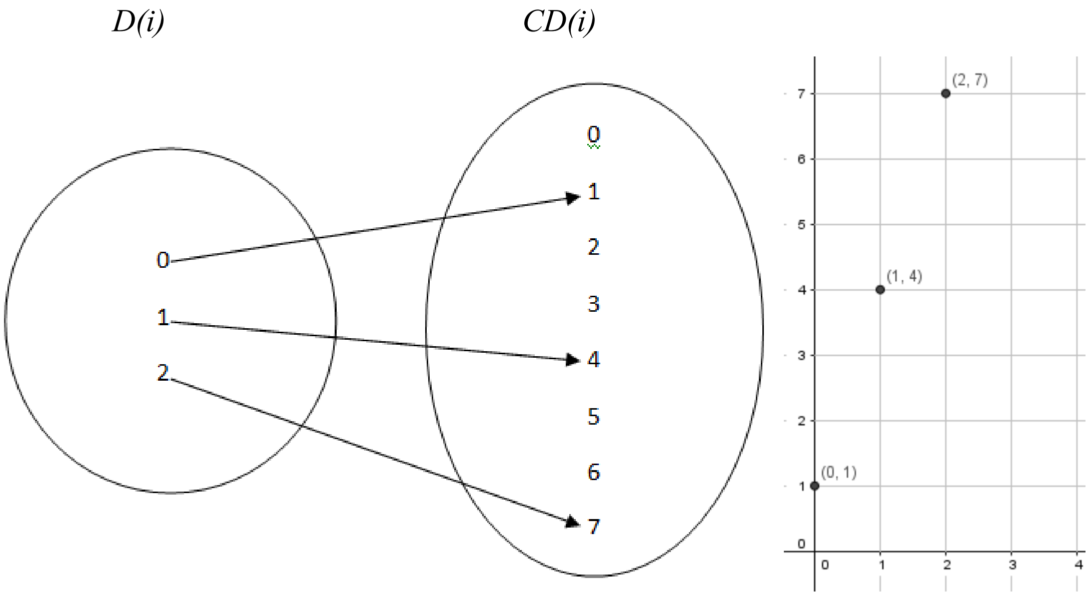
Exemplo 6: Agora observe a função i definida abaixo, em que o domínio são os números naturais entre 0 e 2 (incluindo ambos) e o contradomínio é o conjunto dos números naturais entre 0 e 7 (incluindo ambos):

$$i: \{0,1,2\} \rightarrow \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$$

$$x \longmapsto i(x) = 3x + 1$$

O conjunto {1, 4, 7}, que é um subconjunto do contradomínio, é denominado o conjunto imagem da função $i(x) = 3x + 1$ e indicamos por $Im(i)$. Este conjunto está representado no diagrama e gráfico abaixo (figura 66):

Figura 66 - Diagrama e gráfico da função$i(x) = 3x + 1$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

NOTA: Os exemplos anteriores mostram claramente que a lei de formação por si só não define a função. Na função em que a lei de formação era $y = 3x + 4$, para os vários domínios e contradomínios apresentados, tivemos, por exemplo, gráficos diferentes e conjunto imagem diferentes.

2 - Identificações dos coeficientes e comportamento dos gráficos da Função do 1º Grau

Observemos agora o comportamento dos gráficos de uma função de 1º grau e a importância dos coeficientes ***a*** e ***b*** na identificação do gráfico desse tipo de função. Mas para isso, iremos identificar quem são esses coeficientes na lei de formação da função.

a) Coeficiente angular (ou taxa de variação)

Estudamos até aqui que uma função do tipo: $f: R \rightarrow R,\ f(x) = ax + b,$ *onde* $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ é chamada de função polinomial do 1º grau ou função afim. Dessa forma, funções do tipo (Vamos considerar agora o domínio e o contradomínio sendo os reais para todas as leis abaixo):

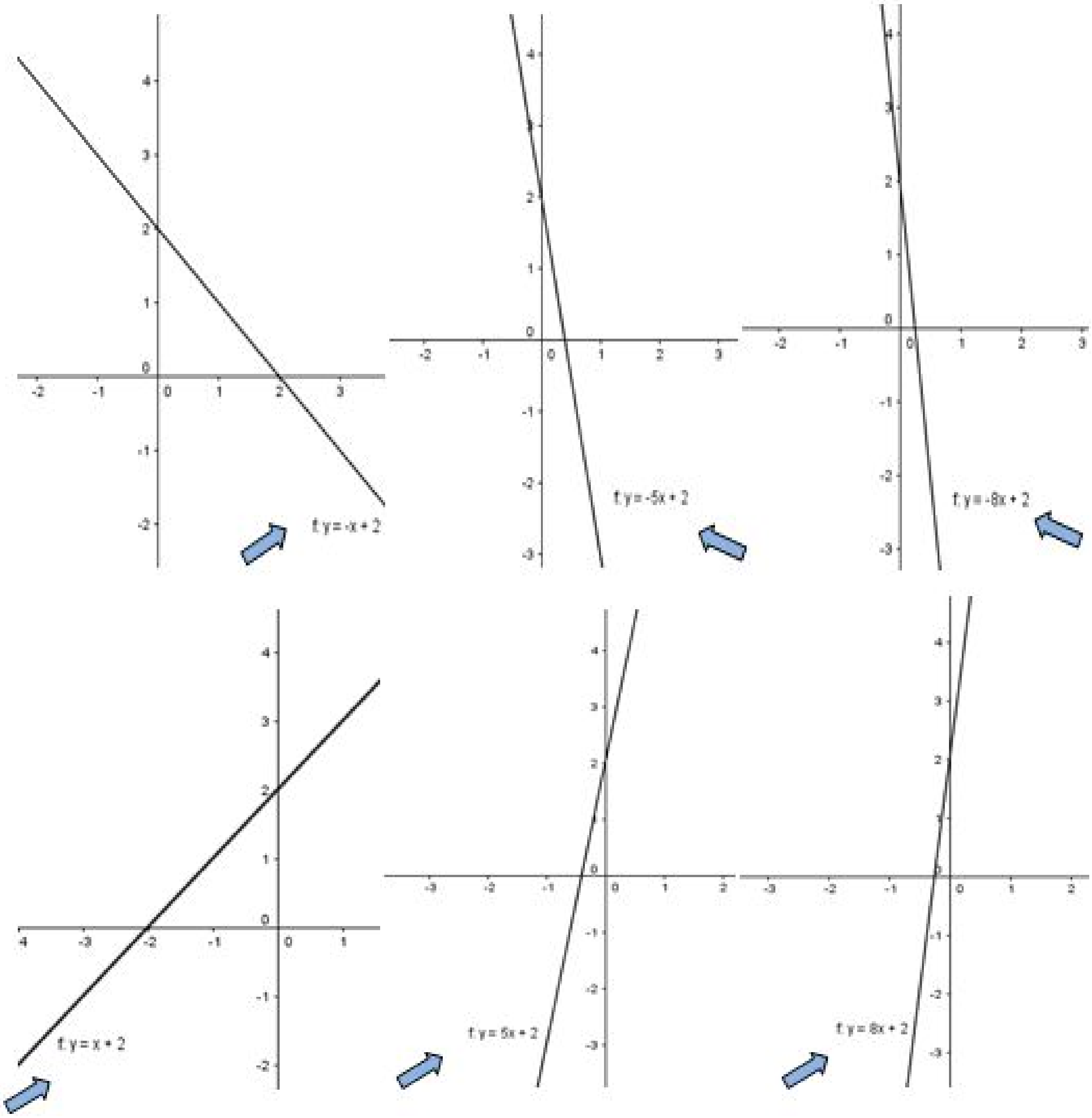
a) $y = 3x + 4$, temos: $a = 3$ e $b = 4$

b) $y = -2x + 5$, temos: $a = -2$ e $b = 5$

c) $y = \frac{7}{2}x - 1$, temos: $a = \frac{7}{2}$ e $b = -1$

Abaixo apresentamos alguns gráficos feitos no GeoGebra, em que mantemos fixo o coeficiente b e variamos o coeficiente "a". Vejamos o comportamento destes gráficos nas figuras 67, 68, 69, 70, 71 e 72:

Figuras 67, 68, 69, 70, 71 e 72 – Variação do coeficiente "a" em algumas funções.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

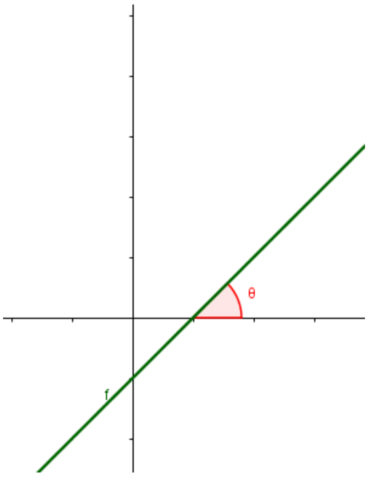
Os gráficos acima são de uma determinada função que teve os valores do coeficiente "a" alterados, tanto para números positivos como negativos. Percebe-se que essas mudanças influenciam no comportamento dos gráficos e essas variações no coeficiente "a" interferem significativamente na inclinação da reta, por isso, esse coeficiente é chamado de "coeficiente angular". Então podemos dizer que esse coeficiente é responsável pelo ângulo da inclinação da reta com o eixo das abscissas.

Já podemos perceber que o gráfico de toda função polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$ corresponderá a uma reta (com domínio nos reais). Isso acontece porque a variação de $f(x)$ sobre a variação de x é sempre uma constante, ou seja, os valores dos coeficientes a e b de uma função são fixos, mas os valores de $f(x)$ mudam sempre em função de x proporcionalmente. Observe:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_0} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_0 + b)}{x_1 - x_0} = \frac{ax_1 - ax_0}{x_1 - x_0} = \frac{a(x_1 - x_0)}{x_1 - x_0} = a$$

Considere a função$y = ax + b$, com $x \epsilon \mathbb{R}$. O gráfico desta função, como já vimos, é uma reta. Podemos destacar o ângulo com origem no eixo das abscissas, no sentido anti-horário, formado pelo eixo das abscissas e a reta (conforme figura 73):

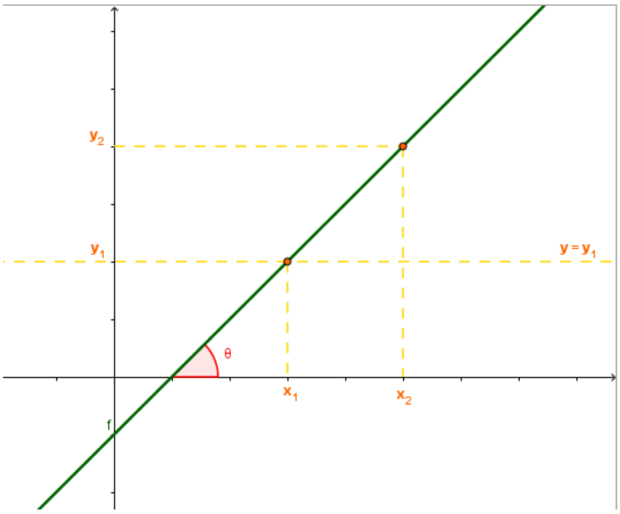
Figura 73 – Ângulo formado pelo eixo das abscissas e a reta.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Podemos destacar dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) quaisquer desta reta, conjuntamente com este ângulo θ, como na figura 74:

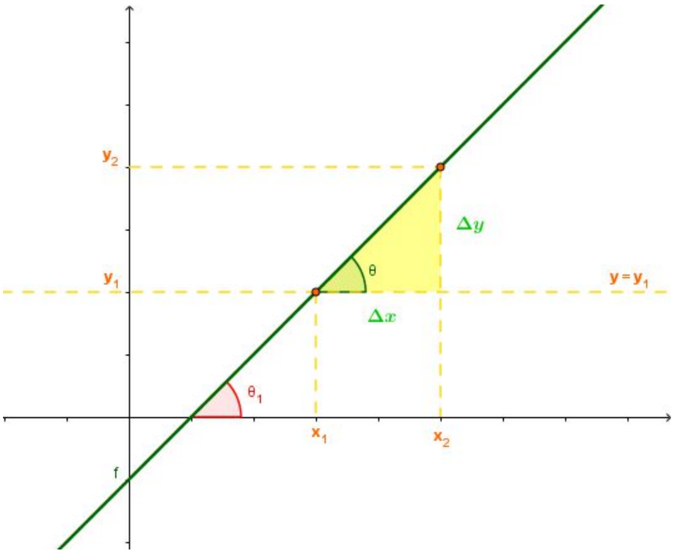
Figura 74 – Pares ordenados (x_1, y_1) e (x_2, y_2).



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Observe que a reta $y = y_1$ e o eixo das abscissas são paralelas, desta forma, o ângulo θ, é o mesmo do triângulo destacado na figura 75.

Figura 75 – Comparações dos ângulos formados pelos triângulos.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Onde $\Delta y = y_{2-}\, y_1$ e$\Delta x = x_{2-}\, x_1$. Dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, pode-se dizer que:

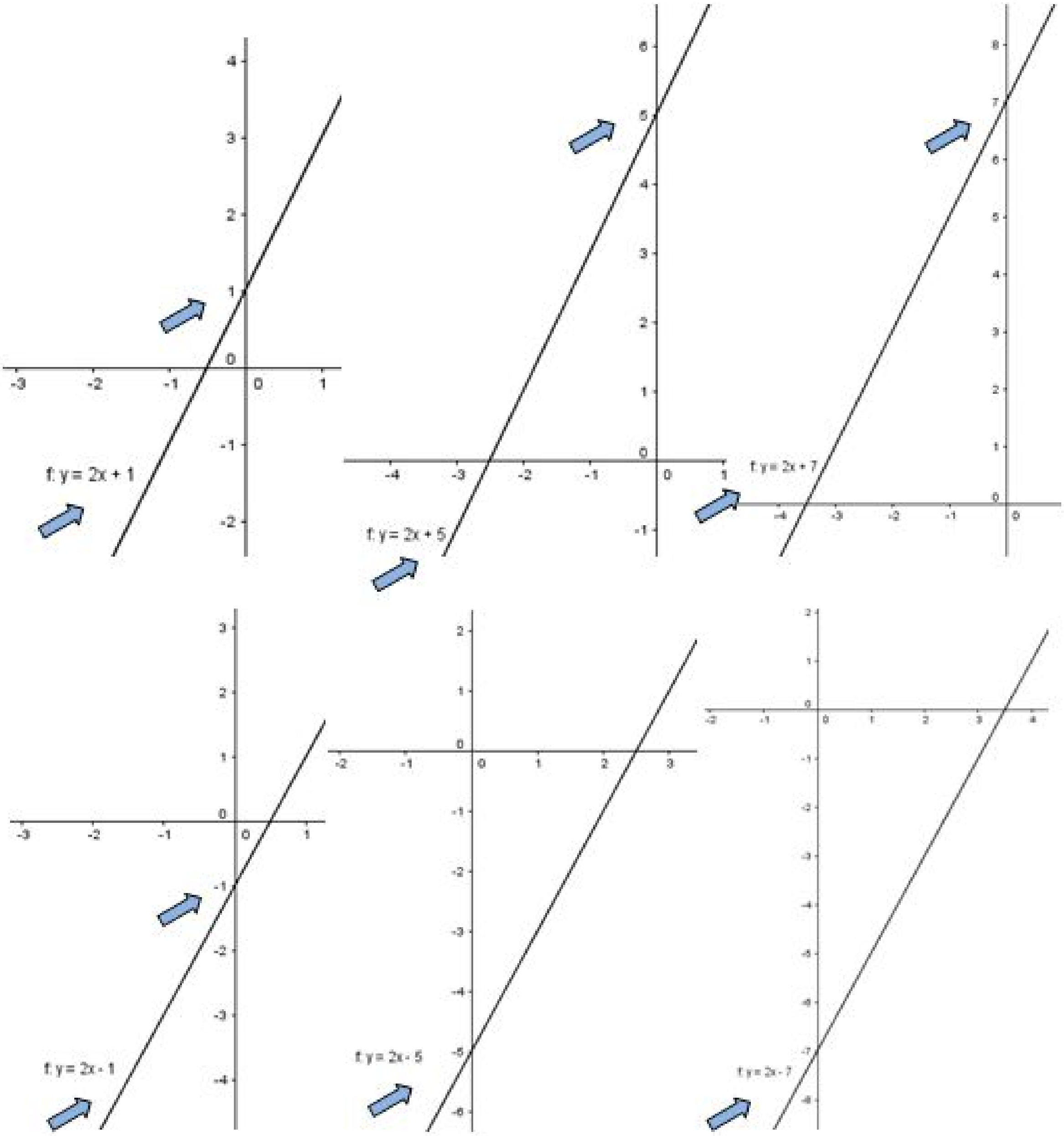
$$tg\ \theta = \frac{cateto\ oposto\ \text{à}\ \theta}{cateto\ adjacente\ \text{à}\ \theta} \Longrightarrow tg\ \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Longrightarrow tg\ \theta = a\ (coeficiente\ angular)$$

Isso é uma prova algébrica de que o coeficiente “a” tem relação direta com o ângulo “θ” e por isso, algebricamente justifica-se o nome “coeficiente angular”.

b) Coeficiente Linear

Agora vejamos nas figuras 76, 77, 78, 79, 80 e 81 o que ocorre se modificarmos apenas o coeficiente “b” de uma determinada função.

Figuras 76, 77, 78, 79, 80 e 81 – Variação do coeficiente “b”de algumas funções.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Nota-se que ao modificar os valores do coeficiente “b” na função, o valor numérico indica exatamente o ponto onde a reta intercepta o eixo das ordenadas (eixo *y*). Então, podemos considerar que está informação representa um papel importante na interpretação do comportamento e composição do gráfico deste tipo de função. Este coeficiente por mostrar onde a reta cortará o eixo *y* é chamado de “coeficiente linear da reta”.

c) Raiz da função ou zero da função

Para sabermos o ponto onde a reta interceptará o eixo das abscissas (eixo *x*) de uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, basta fazer $f(x) = 0$, onde $ax + b = 0 \Longrightarrow x = \frac{-b}{a}$.

Vamos utilizar alguns exemplos para calcularmos a raiz da função:

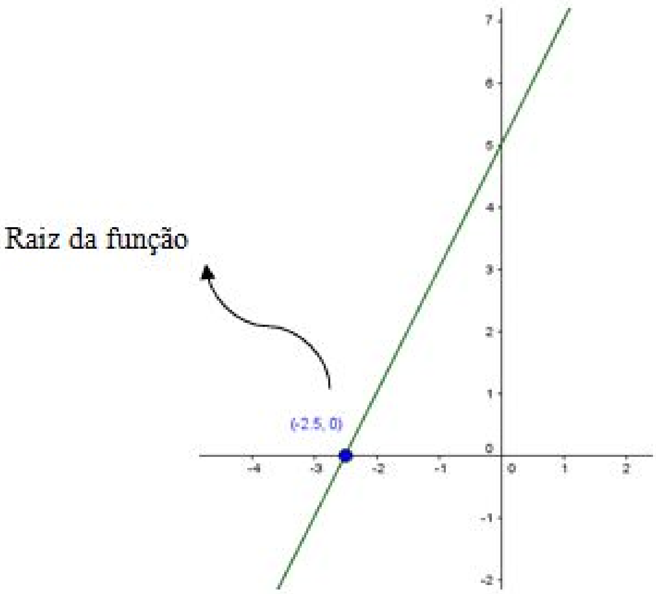
Exemplo 1: Calcule a raiz da função $f(x) = 2x + 5$, para sabermos o momento em que a reta da função intersecta o eixo das abscissas.

Primeiro tomamos a função "$f(x) = 2x + 5$" e igualamos a "zero", ou seja, $f(x) = 0$. Então teremos:

$$2x + 5 = 0 \Longrightarrow 2x = -5 \Longrightarrow \boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}\ ou\ \boldsymbol{x} = \mathbf{-2,5}.$$

Portanto, quando $f(x) = 0$, teremos que $\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}$, sendo este o valor da raiz da função. De modo que, os pares ordenados $(\frac{-5}{2}, 0)$ representam as coordenadas do momento em que a reta intercepta o eixo *x*, conforme mostra a figura 82.

Figura 82 – Raiz da função $f(x) = 2x + 5$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

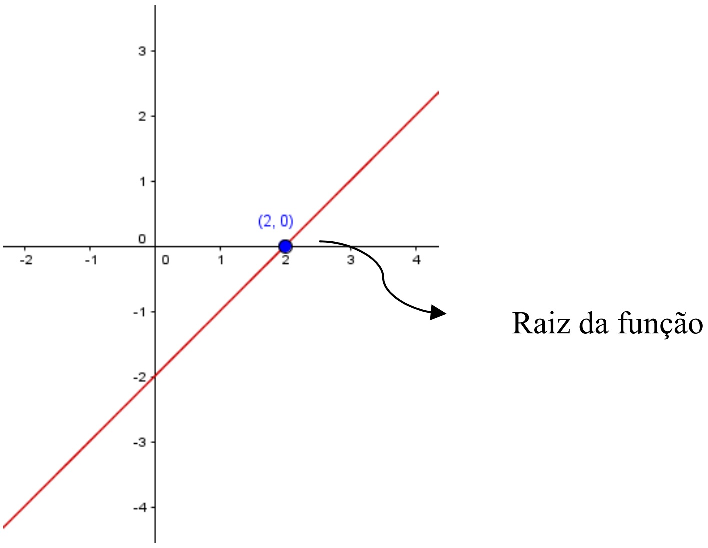
Exemplo 2: Dada a função $g = x - 2$, determine a raiz dessa função.

Para determinar o ponto em que a reta corta o eixo x podemos resolver de maneira mais rápida, basta usar a expressão $x = \frac{-b}{a}$ definida anteriormente: Assim, basta identificar os coeficientes da função $g = x - 2$ e substituir na expressão. Desse modo:

$g = x - 2$, onde $a = 1$ e $b = -2$. Substituindo na expressão$x = \frac{-b}{a}$, temos:

$x = \frac{-(-2)}{1} \Longrightarrow x = 2$. Sendo $x = 2$ a raiz da função. Ou seja, se substituirmos o valor 2 pela variável x na função $g = x - 2$, teremos $g = 0$. Dessa maneira, o valor da raiz anula a função, por isso também é chamada de zero da função. Observe a raiz da função no gráfico da figura 83.

Figura 83 – Raiz da função $g = x - 2$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

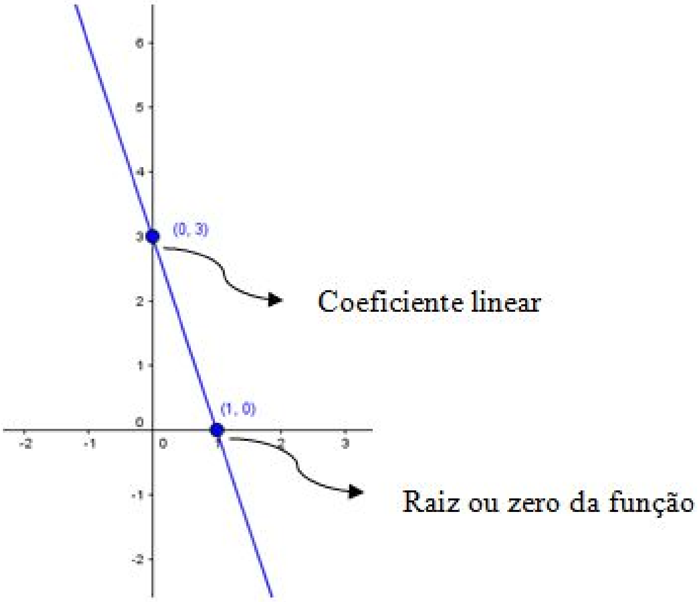
Exemplo 3: Temos a seguinte função $h = -3x + 3$. Determinar a raiz da função, o coeficiente linear e fazer sua identificação no gráfico.

Na função $h = -3x + 3$, onde $a = -3$ e $b = 3$. Substituindo esses valores na expressão $x = \frac{-b}{a}$ teremos: $x = \frac{-(3)}{-3} \Longrightarrow x = 1$. Portanto, o valor de x significa que ao substituí-lo na função $h = -3x + 3$ teremos a função anulada, $h = 0$, passando a nos fornecer as coordenadas do momento em que a reta intercepta o eixo das abscissas *(x)*.

Do mesmo modo, toda vez que a variável x assumir o valor "0" estaremos determinando as coordenadas do momento em que a reta intercepta o eixo das ordenadas *(y)* e identificando o coeficiente linear da função. Então, quando $x = 0$, teremos:

$h = -3(0) + 3 \Rightarrow h = 3$. Observe que toda vez que a variável x assumir o valor zero ela anulará o valor do coeficiente a e sempre permanecerá inalterado o valor do coeficiente b. Assim, não é necessário ter que substituir o valor zero na variável x para identificar as coordenadas do momento em que a reta tocará no eixo y, pois sempre será os valores zero para x e para y o valor do coeficiente b da função. Deste modo, o gráfico da função acima será (veja figura 84):

Figura 84 – Coeficiente linear e raiz da função $h = -3x + 3$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Os pontos que interceptam o eixo das abscissas que estão aparecendo no gráfico formado por essas funções, representam as coordenadas (x, y), onde os valores de x são chamados de **zero da função** ou **raiz da função.** Esse nome significa que encontrar o valor da raiz da função é determinar quando a função se anula ou quando encontramos o valor que torna zero a função, pois no momento em que a reta intercepta o eixo x, $f(x) = 0$.

d) Crescimento ou Decrescimento de funções

Podemos estudar o comportamento da função do primeiro grau, sobre o ponto de vista do que chamamos de modo geral para qualquer função: crescimento ou decrescimento.

Mas, de modo geral, o que é uma função crescente? É uma função que “preserva” a ordem, ou seja, elementos menores terão imagens menores e elementos maiores terão imagens maiores. De modo algébrico, isto significa que:

Se $x_1 < x_2$ então $f(x_1) < f(x_2)$ ou

Se $x_1 > x_2$ então $f(x_1) > f(x_2)$

De modo semelhante, uma função será decrescente se os comportamentos com a relação e ordem dos valores do domínio se inverter com relação às imagens. Ou seja, o elemento maior terá imagem menor. Algebricamente:

Se $x_1 > x_2$ então $f(x_1) < f(x_2)$ ou

Se $x_1 < x_2$ então $f(x_1) > f(x_2)$

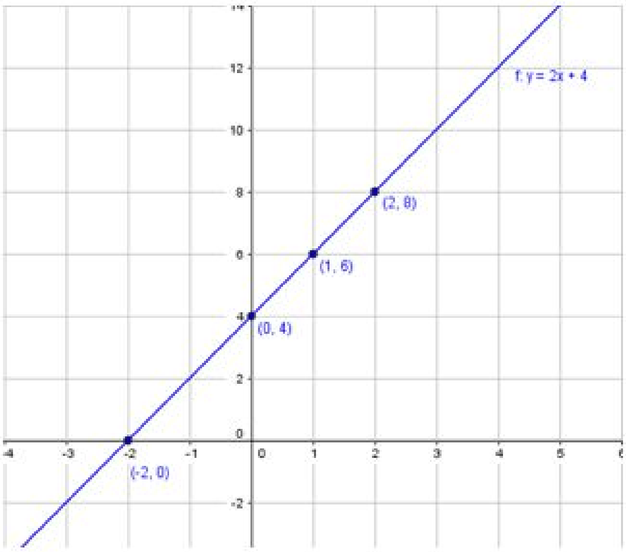
3 Como identificar rapidamente se a função do primeiro grau é crescente ou decrescente?

Como a inclinação da reta, é determinada pelo coeficiente angular $\boldsymbol{a}$, podemos suspeitar que este coeficiente é o responsável pelo crescimento ou decrescimento da função do primeiro grau. Vejamos duas situações empíricas envolvendo este coeficiente:

Situação 1: Note que para qualquer valor atribuído a *x* de uma função do tipo $y = 2x + 4$,se aumentarmos os valores de *x* aumentará os valores de *2x*. Logo ficarão cada vez maiores os valores de $2x + 4$, pois $2x$ estará contribuindo ao valor de 4 com valores cada mais elevados.Isso é uma característica de função crescente. Observe a figura 85 que mostra a tabela e o gráfico da função $y = 2x + 4$.

Figura 85 - Tabela e gráfico da função $y = 2x + 4$.

x	$\boldsymbol{y = 2x + 4}$	**(x,y)**
-2	$y = 2(-2) + 4 = 0$	(-2,0)
-1	$y = 2(-1) + 4 = 2$	(-1,2)
0	$y = 2(0) + 4 = 4$	(0,4)
1	$y = 2(1) + 4 = 6$	(1,6)
2	$y = 2(2) + 4 = 8$	(2,8)

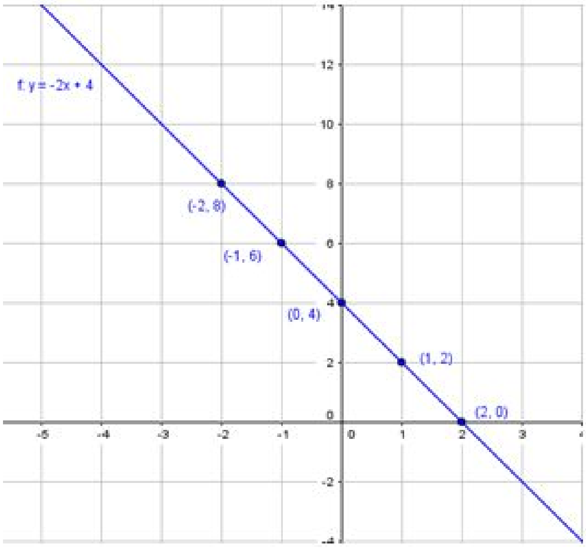


Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Situação 2: Para qualquer valor atribuído a x de uma função do tipo $y = -2x + 4$, se aumentarmos os valores de x diminuirá os valores de -$2x$. Então, também ficarão cada vez menores os valores de $-2x + 4$,pois $-2x$ estará diminuindo o valor de 4. Isto é uma característica de uma função decrescente, conforme o gráfico da figura 86.

Figura 86 – Tabela e gráfico da função $y = -2x + 4$.

x	$\boldsymbol{y = -2x + 4}$	**(x,y)**
-2	$y = -2(-2) + 4 = 8$	(-2,8)
-1	$y = -2(-1) + 4 = 6$	(-1,6)
0	$y = -2(0) + 4 = 4$	(0,4)
1	$y = -2(1) + 4 = 2$	(1,2)
2	$y = -2(2) + 4 = 0$	(2,0)



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Vamos comprovar as suspeitas envolvidas nas duas situações algebricamente:

Considerando $f(x) = ax + b$, temos que:

$f(x_1) < f(x_2) \Leftrightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$. Adicionando $-b$ em ambos os membros da desigualdade, tem-se:

$$ax_1 + \underbrace{b - b}_{0} < ax_2 + \underbrace{b - b}_{0} \quad \Leftrightarrow \quad ax_1 < ax_2 \qquad (*)$$

E agora? Como eliminar o coeficiente "a" na desigualdade (*)?

Temos dois cenários a considerar:

Multiplicando ambos os membros da desigualdade por $\frac{1}{a}$, tem-se:

<u>1º caso:</u> $\boldsymbol{a > 0}$

$$\frac{1}{a}(ax1) < \frac{1}{a}(ax_2) \Leftrightarrow \frac{\cancel{a}x_1}{\cancel{a}} < \frac{\cancel{a}x_2}{\cancel{a}} \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

<u>2º caso:</u> *a* < *0*

$$\frac{1}{a}(ax1) < \frac{1}{a}(ax_2) \Leftrightarrow \frac{\cancel{a}x_1}{\cancel{a}} > \frac{\cancel{a}x_2}{\cancel{a}} \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

Perceba que aqui, o fato de "*a*" ser negativo, implica em mudança no sinal da desigualdade quando dividimos por "*a*" de ambos os lados. Ou seja, ocorre neste caso uma mudança na relação de ordem entre os elementos do domínio e as suas respectivas imagens.

Portanto,

- Quando $a > 0$, a função é crescente, pois conforme os valores de *x* aumentam os valores de *y* aumentam e, conforme os valores de *x* diminuem os valores de *y* diminuem.

- Quando $a < 0$, a função é decrescente, pois conforme os valores de *x* aumentam os valores de *y* diminuem e, conforme os valores de *x* diminuem os valores de *y* aumentam.

5.8 Oitava Sequência

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	Interdisciplinaridade do conceito de Função do 1º grau.		
Objetivos:	• Reconhecer a aplicação do conceito de função do 1º grau em outras áreas do conhecimento; • Resolver situações-problema representadas por funções do primeiro grau.		
Tempo estimado:	1 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem.		

Nesta sequência o professor poderá mostrar para os alunos a importância da Matemática em outras áreas do conhecimento.

Pode iniciar a aula fazendo uma explanação sobre a aplicação do conteúdo Função do 1º grau em outras disciplinas, buscando exemplos no ensino de Física, Biologia, Geografia, Química e dentre outros, para solidificar e potencializar seu aprendizado, mostrar suas formas possíveis de representações, tanto em uma linguagem natural, linguagem algébrica, tabular ou gráfica, como também nas distintas aplicações cotidianas. Como por exemplo, os conhecimentos de função são muito vista em forma de tabelas e gráficos nos jornais e internet para demonstrar um crescimento populacional, localização geográfica, juros ao atrasar uma conta, dados sobre distribuição de alimentos, bem como, as fórmulas que são muito utilizadas em lojas para averiguar certa venda, gastos ou salários.

Segue alguns exemplos que podem ser abordados:

Assim sendo, podemos explorar na Física os conteúdos de Cinemática, principalmente no ensino sobre Movimento Uniforme. Fica mais fácil compreender que a velocidade média de um corpo depende do espaço percorrido e do tempo gasto nesse deslocamento, que sua função horária é semelhante ao estudo de Função Afim na matemática, pois envolvem funções polinomiais do 1º grau onde uma grandeza varia em função da outra. É possível realizar associações, por exemplo, o coeficiente linear "b" com a posição de origem do movimento, o coeficiente angular "a" com o valor da velocidade do corpo, função crescente e decrescente com o movimento progressivo ou retrógrado. Essa exploração também é bastante realizada através de tabelas e gráficos tornando mais fácil a compreensão. Percebesse que a Física está fortemente relacionada à Matemática para poder qualificar e quantificar os fenômenos abordados por ela.

Exemplo 1: (Ufrs) O ônibus X parte da cidade A com velocidade constante de 80 Km/h, à zero hora de certo dia. Às 2 horas da madrugada, o ônibus Y parte da mesma cidade, na direção e sentido do ônibus X, com velocidade constante de 100 km/h. O ônibus Y vai cruzar com o ônibus X, pela manhã, às

a) 6 horas. b) 8 horas. c) 10 horas. d) 11 horas. e) 12 horas.

Considerando que a velocidade dos ônibus é constante, então adotaremos a função horária do movimento uniforme: $S = S_0 + vt$.

Temos que o espaço percorrido pelo ônibus *x* após 2 horas será: 80. 2 = 160 km. Logo, a função horária dos dois ônibus no instante que o ônibus y inicia sua viagem é*:*

$S_x = 160 + 80t$e $S_y = 100t$.

O momento do encontro é determinado quando $S_x = S_y$. Então:

$$160 + 80t = 100t \Leftrightarrow 160 = 20t \Leftrightarrow t = 8h$$

Considerando que o ônibus *y* saiu da cidade **A** duas horas depois do ônibus *x* e só foi possível alcançá-lo 8 horas depois, temos que o momento do encontro ocorreu 2 + 8 = 10 horas da manhã.

Na Química quando estudamos as escalas termométricas, onde há a necessidade de conversão da temperatura da escala Celsius para a temperatura na escala Fahrenheit faz-se a utilização dos estudos da matemática na compreensão desse fenômeno. São duas escalas muito utilizadas, a Celsius aqui no Brasil e a Fahrenheit em países que falam a língua inglesa. Essas escalas termométricas utilizam dois pontos fixos para graduar seus termômetros, ponto de fusão e ebulição da água, 0º e 100º para Celsius, com variação de 100 unidades entre esses pontos e 32º e 212º para Fahrenheit, com variação de 180 unidades entre esses pontos. Dessa maneira, é estabelecida uma relação que nos permite construir uma função afim do tipo $f(x) = 1{,}8x + 32$ para realizar essa conversão, deixando evidente a aplicação desse conhecimento para a exploração de outro.

Exemplo 2: (UFSM-2003) Em um termômetro de mercúrio, a temperatura é uma função afim (função do 1° grau) da altura do mercúrio. Sabendo que as temperaturas 0 °C e 100 °C correspondem, respectivamente, às alturas 20 ml e 270 ml do mercúrio, então a temperatura correspondente a 112,5 ml é

a) 36 °C b) 37 °C c) 37,5 °C d) 38 °C e) 40 °C

Seja $f(x) = ax + b$, temos:

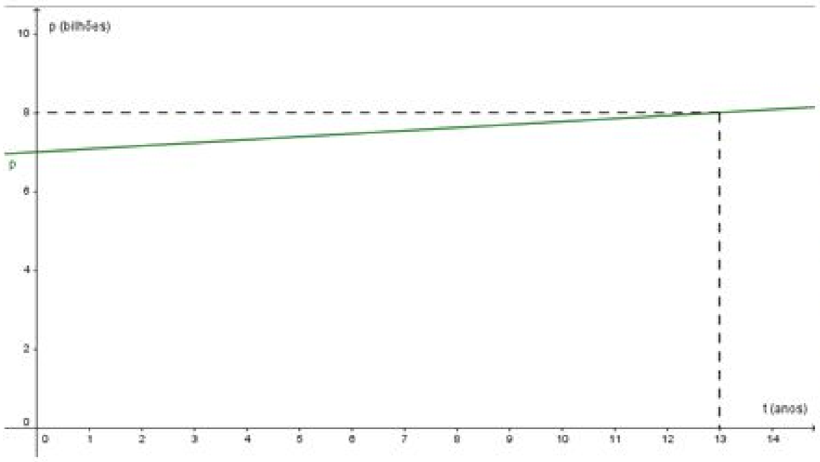
$$\begin{cases} 20 = a.0 + b \rightarrow b = 20 \\ 270 = a.100 + b \Leftrightarrow 270 = 100a + 20 \Leftrightarrow a = \frac{250}{100} = 2{,}5. \end{cases}$$

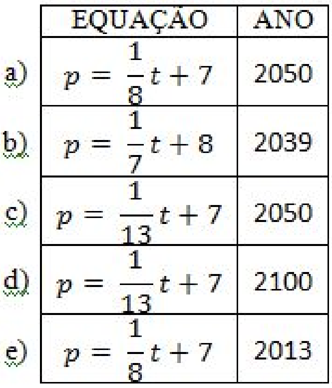
Logo, a função será: $f(x) = 2{,}5x + 20$. Assim, para encontrar a temperatura que equivale a altura acima especificada, basta substituir *f(x) = 112,5.* Desse modo, temos:

$$112{,}5 = 2{,}5x + 20 \Leftrightarrow 112{,}5 - 20 = 2{,}5x \Leftrightarrow x = \frac{92{,}5}{2{,}5} = 37^{o}\text{C}.$$

Outra disciplina que faz grande utilização da matemática no ensino é a Geografia, através de gráficos e tabelas para aprofundar cada vez mais o estudo do espaço geográfico em suas análises sociais, humanas, culturais, naturais e político-econômicas. Nessas análises e comparações são abordadas várias situações problemas envolvendo o uso dos conhecimentos de função quando uma grandeza é relacionada à outra, devido sua variação.

Exemplo 3: (Ucs 2012) Conforme divulgado pela ONU (Organização das Nações Unidas), a população mundial atingiu, em outubro último, 7 bilhões de pessoas. Suponha que o modelo matemático que permita obter uma estimativa dessa população, no mês de outubro, daqui a t anos, seja a equação da reta do gráfico abaixo. Assinale a alternativa em que constam, respectivamente, essa equação e o ano em que, de acordo com ela, a população mundial atingiria 10 bilhões de seres humanos.





	EQUAÇÃO	ANO
a)	$p = \frac{1}{8}t + 7$	2050
b)	$p = \frac{1}{7}t + 8$	2039
c)	$p = \frac{1}{13}t + 7$	2050
d)	$p = \frac{1}{13}t + 7$	2100
e)	$p = \frac{1}{8}t + 7$	2013

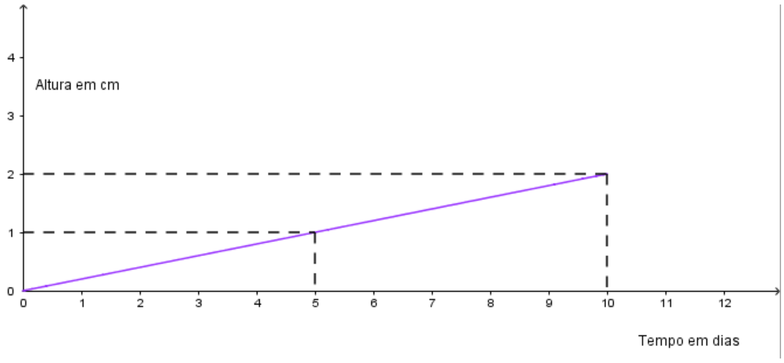
Seja $p(t) = at + b$ a lei da função p. Como p(0) = 7, segue que b = 7. Além disso, temos que a taxa de variação da função p é dada por a = $\frac{8-7}{13-0} = \frac{1}{13}$.

Desse modo, a população mundial será igual a 10 bilhões quando p(t) = 10, ou seja, $10 = \frac{1}{13}t + 7 \Leftrightarrow t = 39$.

Supondo que "outubro último" corresponda a outubro de 2011, segue que a população mundial atingirá 10 bilhões em 2011 + 39 = 2050. Logo, a resposta será a letra C.

Na Biologia se faz uso de muitos gráficos para explicar o comportamento dos seres vivos. Por exemplo, quando se estuda o crescimento dos artrópodes, animais que possuem um exoesqueleto responsável pela sustentação e proteção de seus corpos, formado pela substância quitina que auxilia o bloqueio do seu crescimento. Esse bloqueio do crescimento é dado em um intervalo de tempo para que seja possível que os artrópodes mudem de exoesqueleto e voltem a crescer. Esse crescimento e pausa podem ser expressos em um gráfico, levando em consideração que no momento de seu crescimento pode ser representada por um gráfico de uma função afim. Pode ser utilizado também para mostrar o crescimento de uma planta em função dos dias, o comportamento da quantidade de água no indivíduo que sofre uma variação conforme a sua idade, a variação da velocidade de uma enzima em função da temperatura, variação do antígeno em função do número de anticorpos produzidos, e assim por diante.

Exemplo 4: (GIOVANNI e BONJORNO, 2011, pg. 120) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Ligando os pontos, colocados por ele, num gráfico, resulta a figura abaixo. Se mantida esta relação entre tempo e altura, que altura a planta terá no trigésimo dia?



Observando o gráfico e adotando os pontos (5, 1) e (10, 2), podemos perceber que a taxa de variação do crescimento em função do tempo é dada por $a = \frac{2-1}{10-5} = \frac{1}{5} =$ 0,2 centímetros por dia.

Portanto, no trigésimo dia teremos um crescimento de 0,2 . 30 = 6cm.

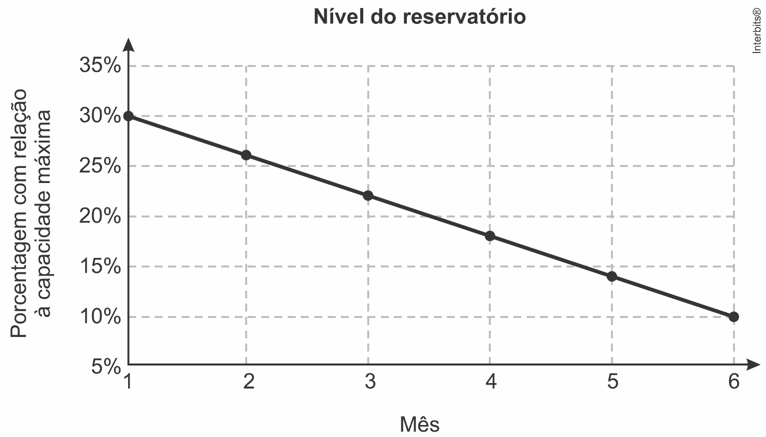
5.9 Nona Sequência

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	Questões do ENEM contemplando Função do 1º grau.		
Objetivos:	• Resolver situações-problema representadas por funções do primeiro grau.		
Tempo estimado:	Variável		
Conhecimentos prévios do aluno:	Conceitos e propriedades de Função do 1º grau		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Acesso a internet.		

Nesta sequência didática, apresentaremos a resolução de várias questões do Exame Nacional do Ensino Médio que exploram o conceito de função do primeiro grau. Nesta sequência, apresentamos a resolução em vídeos que foram elaborados e postados no YouTube. Para acessar estes vídeos, basta clicar no ícone ⬇. Sugerimos aos alunos que acessem os vídeos somente depois de tentarem resolver os problemas propostos no ENEM.

Questões do ENEM

1. (Enem 2016) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

a) 2 meses e meio.
b) 3 meses e meio.
c) 1 mês e meio.
d) 4 meses.
e) 1 mês.

2. (Enem 2ª aplicação 2016) Um produtor de maracujá usa uma caixa-d'água, com volume V, para alimentar o sistema de irrigação de seu pomar. O sistema capta água através de um furo no fundo da caixa a uma vazão constante. Com a caixa-d'água cheia, o sistema foi acionado às $7\,\text{h}$ da manhã de segunda-feira. Às $13\,\text{h}$ do mesmo dia, verificou-se que já haviam sido usados 15% do volume da água existente na caixa. Um dispositivo eletrônico interrompe o funcionamento do sistema quando o volume restante na caixa é de 5% do volume total, para reabastecimento.

Supondo que o sistema funcione sem falhas, a que horas o dispositivo eletrônico interromperá o funcionamento?

a) Às 15 h de segunda-feira.

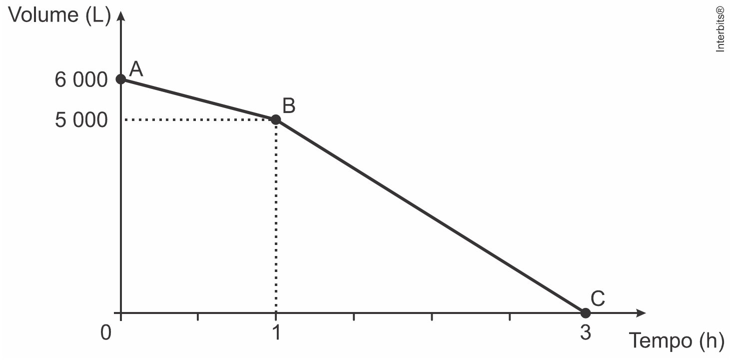
b) Às 11 h de terça-feira.

c) Às 14 h de terça-feira.

d) Às 4 h de quarta-feira.

e) Às 21 h de terça-feira.

3. (Enem 2016) Uma cisterna de 6.000 L foi esvaziada em um período de 3 h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.



Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

a) 1.000

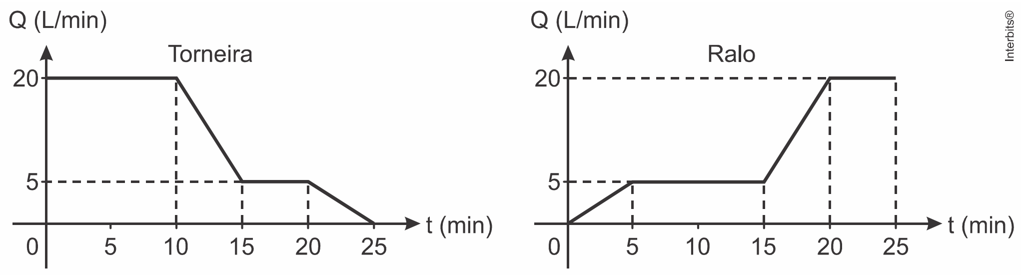
b) 1.250

c) 1.500

d) 2.000

e) 2.500

4. (Enem 2016) Um reservatório é abastecido com água por uma torneira e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões Q, em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo t, em minuto.



Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento?

a) De 0 a 10.

b) De 5 a 10.

c) De 5 a 15.

d) De 15 a 25.

e) De 0 a 25.

5. (Enem PPL 2014) Os sistemas de cobrança dos serviços de táxi nas cidades A e B são distintos. Uma corrida de táxi na cidade A é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R$ 3,45, mais R$ 2,05 por quilômetro rodado. Na cidade B, a corrida é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R$ 3,60, mais R$ 1,90 por quilômetro rodado.

Uma pessoa utilizou o serviço de táxi nas duas cidades para percorrer a mesma distância de 6 km.. Qual o valor que mais se aproxima da diferença, em reais, entre as médias do custo por quilômetro rodado ao final das duas corridas?

a) 0,75

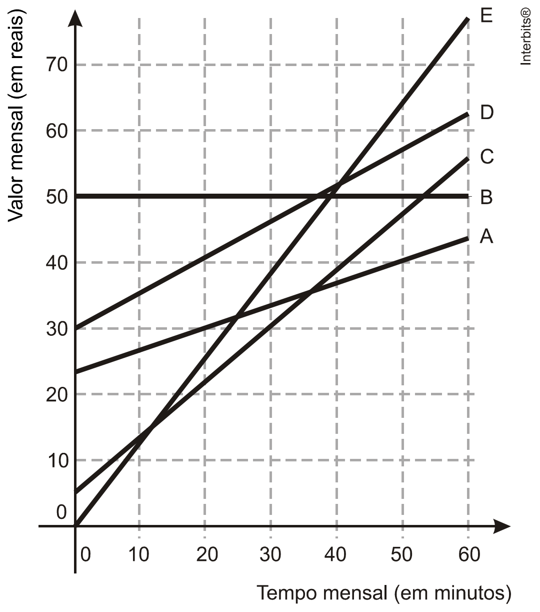
b) 0,45

c) 0,38

d) 0,33

e) 0,13

6. (Enem 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R$30,00 por mês com telefone. Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

a) A

b) B

c) C

d) D

e) E

7. (Enem PPL 2012) A tabela seguinte apresenta a média, em kg, de resíduos domiciliares produzidos anualmente por habitante, no período de 1995 a 2005.

Produção de resíduos domiciliares por habitante em um país

ANO	kg
1995	460
2000	500
2005	540

Se essa produção continuar aumentando, mantendo o mesmo padrão observado na tabela, a previsão de produção de resíduos domiciliares, por habitante no ano de 2020, em kg, será

a) 610.
b) 640.
c) 660.
d) 700.
e) 710.

8. (Enem 2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$Q_O = -20 + 4P$

$Q_D = 46 - 2P$

em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam. Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

a) 5
b) 11
c) 13
d) 23
e) 33

9. (Enem 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 350.000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 150.000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada. Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

a) $100n + 350 = 120n + 150$

b) $100n + 150 = 120n + 350$

c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$

d) $100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)$

e) $350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)$

10. (Enem 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

a) $y = 4300x$

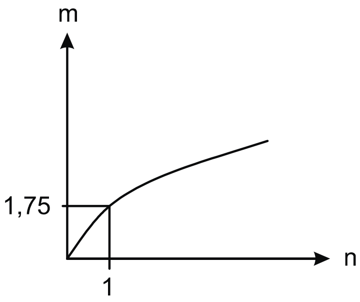
b) $y = 884\ 905x$

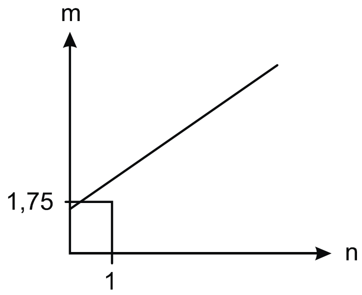
c) $y = 872\ 005 + 4300x$

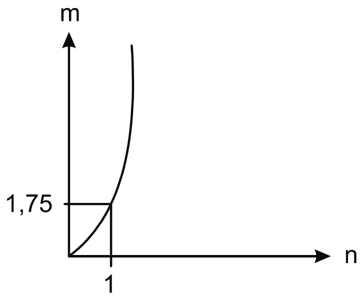
d) $y = 876\ 305 + 4300x$

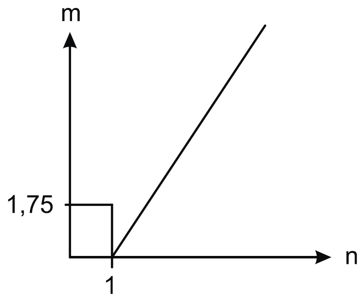
e) $y = 880\ 605 + 4300x$

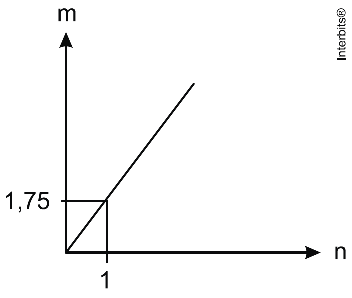
11. (Enem 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço *m* pago em reais pela compra de *n* quilogramas desse produto é

a) 

b) 

c) 

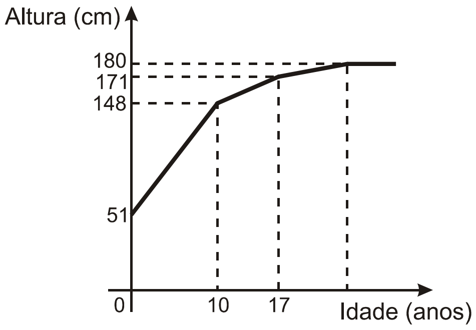
d) 

e) 

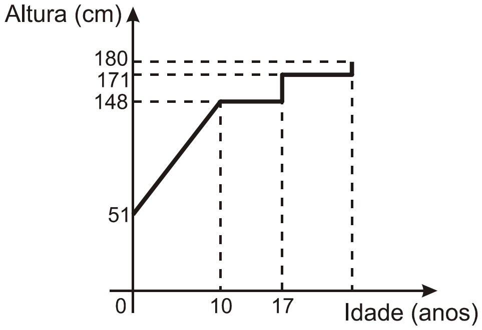
12**.** (Enem 2010) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

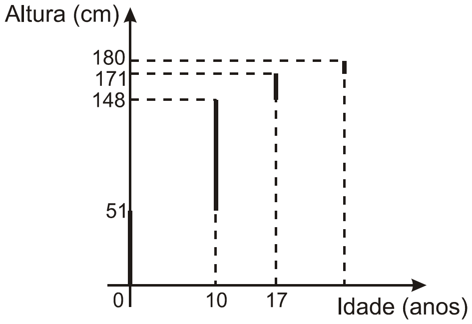
a)



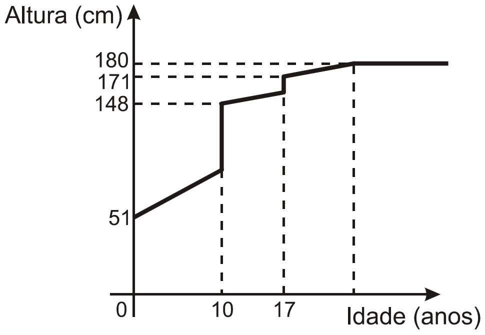
b)



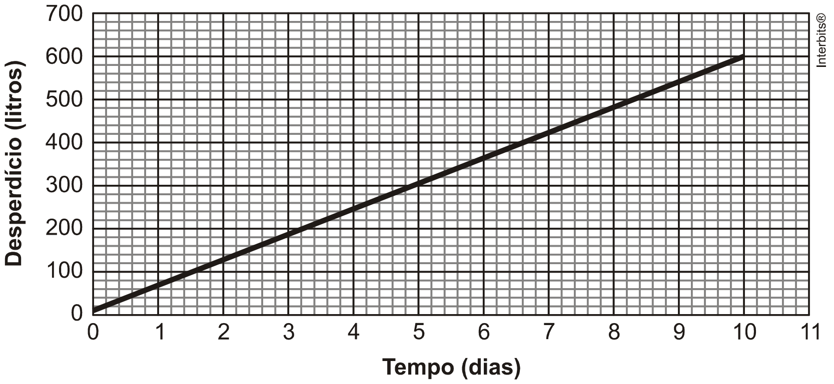
c)



d)



13**.** (Enem 2ª aplicação 2010) Uma torneira gotejando diariamente é responsável por grandes desperdícios de água. Observe o gráfico que indica o desperdício de uma torneira:



Se y representa o desperdício de água, em litros, e x representa o tempo, em dias, a relação entre x e y é

a) $y = 2\,x$

b) $y = \frac{1}{2}x$

c) $y = 60\,x$

d) $y = 60\,x + 1$

e) $y = 80\,x + 50$

14**.** (Enem 2ª aplicação 2010) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra.

Revista Exame. 21 abr. 2010.

A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam *x* horas extras nesse período é

a) $f(x) = 3x$

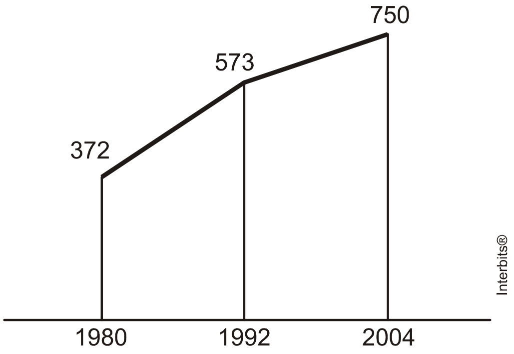
b) $f(x) = 24$

c) $f(x) = 27$

d) $f(x) = 3x + 24$

e) $f(x) = 24x + 3$

15. (Enem 2010) O gráfico mostra o número de favelas no município do Rio de Janeiro entre 1980 e 2004, considerando que a variação nesse número entre os anos considerados é linear.

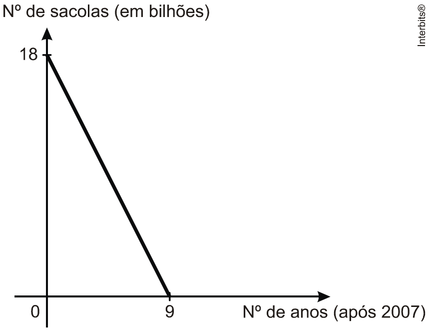


Favela Tem Memória. *Época*. Nº 621, 12 abr. 2010 (adaptado).

Se o padrão na variação do período 2004/2010 se mantiver nos próximos 6 anos, e sabendo que o número de favelas em 2010 é 968, então o número de favelas em 2016 será

a) menor que 1150.
b) 218 unidades maior que em 2004.
c) maior que 1150 e menor que 1200.
d) 177 unidades maior que em 2010.
e) maior que 1200.

16. (Enem 2ª aplicação 2010) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2007.



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. **Galileu**. n° 225, 2010.

De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

a) 4,0

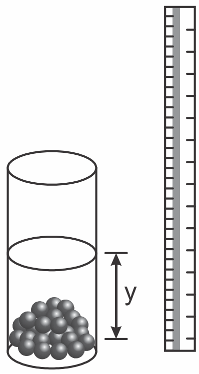
b) 6,5

c) 7,0

d) 8,0

e) 10,0

17**.** (Enem 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	**nível da água (y)**
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br. Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

a) $y = 30x$.

b) $y = 25x + 20,2$.

c) $y = 1,27x$.

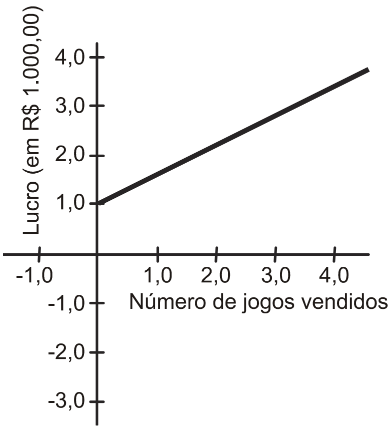
d) $y = 0,7x$.

e) $y = 0,07x + 6.$

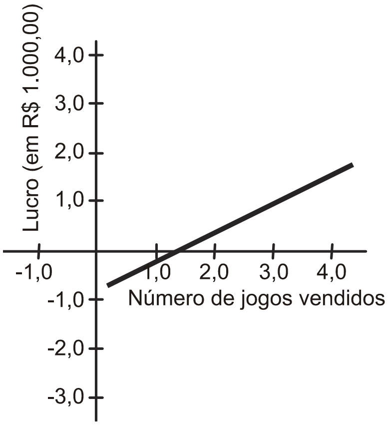
18. (Enem cancelado 2009) Uma empresa produz jogos pedagógicos para computadores, com custos fixos de R$ 1.000,00 e custos variáveis de R$ 100,00 por unidade de jogo produzida. Desse modo, o custo total para x jogos produzidos é dado por C(x) = 1 + 0,1x (em R$ 1.000,00).

A gerência da empresa determina que o preço de venda do produto seja de R$ 700,00. Com isso a receita bruta para x jogos produzidos é dada por R(x) = 0,7x (em R$ 1.000,00). O lucro líquido, obtido pela venda de x unidades de jogos, é calculado pela diferença entre a receita bruta e os custos totais.

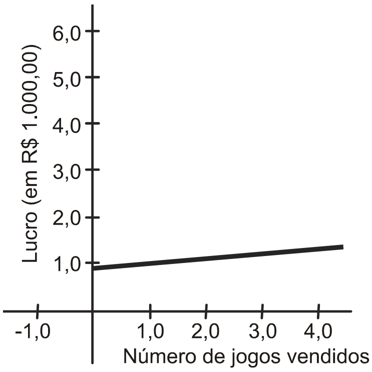
O gráfico que modela corretamente o lucro líquido dessa empresa, quando são produzidos x jogos, é

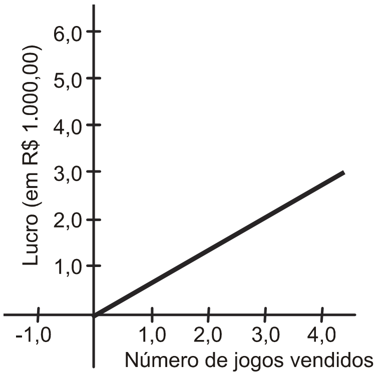


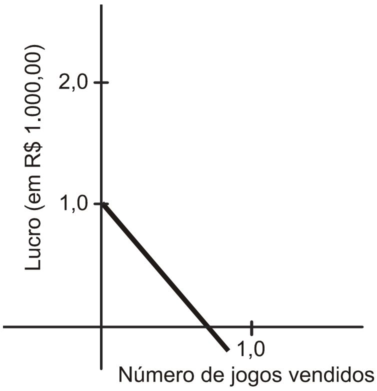
a)



b)

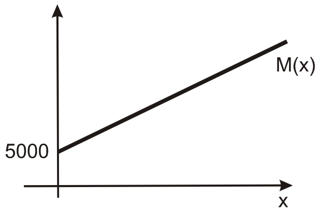
c) 

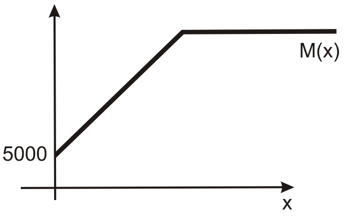
d) 

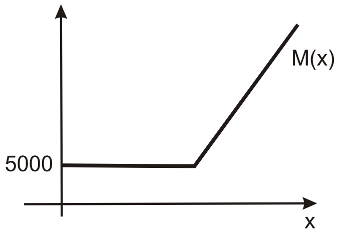
e) 

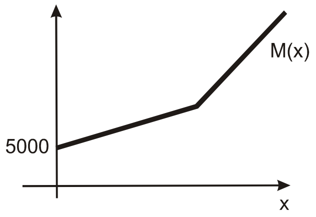
19**.** (Enem cancelado 2009) Paulo emprestou R$ 5.000,00 a um amigo, a uma taxa de juros simples de 3% ao mês. Considere x o número de meses do empréstimo e M(x) o montante a ser devolvido para Paulo no final de x meses.

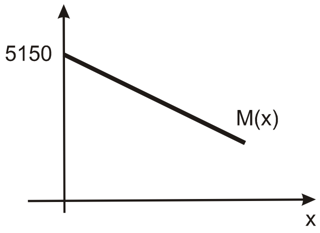
Nessas condições, a representação gráfica correta para M(x) é

a) 

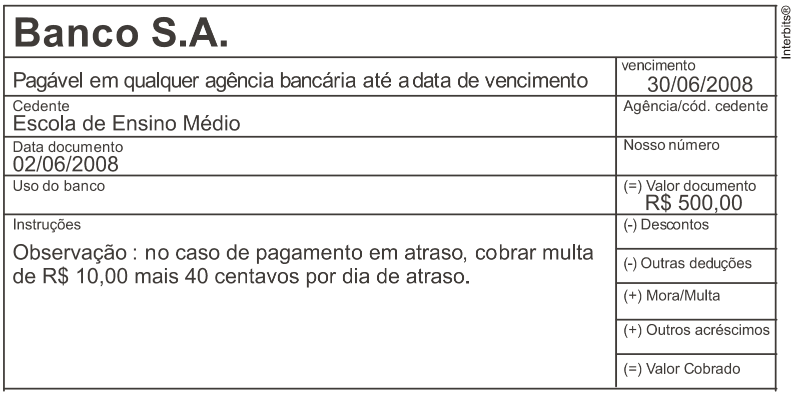
b)


c)


d)


e)


20**.** (Enem 2008) A figura a seguir representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.



Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	vencimento 30/06/2008
Cedente Escola de Ensino Médio	Agência/cód. cedente
Data documento 02/06/2008	Nosso número
Uso do banco	(=) Valor documento R$ 500,00
Instruções Observação : no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.	(-) Descontos (-) Outras deduções (+) Mora/Multa (+) Outros acréscimos (=) Valor Cobrado

Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então

a) $M(x) = 500 + 0,4x$.

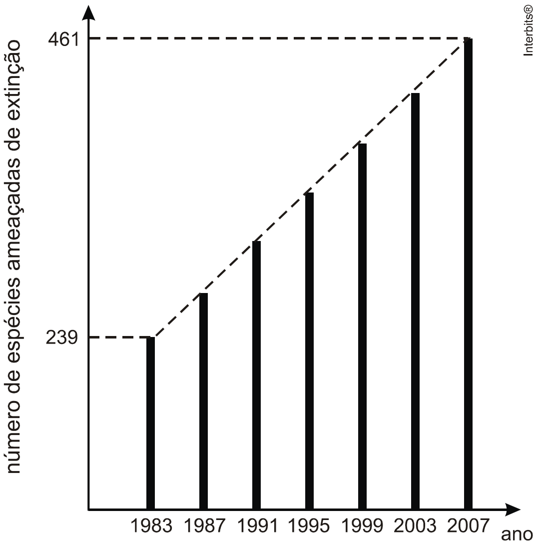
b) $M(x) = 500 + 10x.$

c) $M(x) = 510 + 0,4x.$

d) $M(x) = 510 + 40x.$

e) $M(x) = 500 + 10,4x.$

21. (Enem 2007) O gráfico a seguir, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a

a) 465.

b) 493.

c) 498.

d) 538.

e) 699.

22. (Enem 2004)

VENDEDORES JOVENS
Fábrica de LONAS - Vendas no Atacado
10 vagas para estudantes, 18 a 20 anos, sem experiência.
Salário: R$ 300,00 fixo + comissão de R$ 0,50 por m^2 vendido.
Contato: 0xx97-43421167 ou atacadista@lonaboa.com.br
Interbits®

Na seleção para as vagas deste anúncio, feita por telefone ou correio eletrônico, propunha-se aos candidatos uma questão a ser resolvida na hora. Deveriam calcular seu salário no primeiro mês, se vendessem $500\,\text{m}$ de tecido com largura de $1{,}40\,\text{m}$, e no segundo mês, se vendessem o dobro. Foram bem sucedidos os jovens que responderam, respectivamente,

a) R$ 300,00 e R$ 500,00.
b) R$ 550,00 e R$ 850,00.
c) R$ 650,00 e R$ 1000,00.
d) R$ 650,00 e R$ 1300,00.
e) R$ 950,00 e R$ 1900,00.

23. (Enem 2004) O jornal de uma pequena cidade publicou a seguinte notícia:

CORREIO DA CIDADE
ABASTECIMENTO COMPROMETIDO

O novo pólo agroindustrial em nossa cidade tem atraído um enorme e constante fluxo migratório, resultando em um aumento da população em torno de 2000 habitantes por ano, conforme dados do nosso censo:

Ano	População
1995	11.965
1997	15.970
1999	19.985
2001	23.980
2003	27.990

Esse crescimento tem ameaçado nosso fornecimento de água, pois os mananciais que abastecem a cidade têm capacidade para fornecer até 6 milhões de litros de água por dia. A prefeitura, preocupada com essa situação, vai iniciar uma campanha visando estabelecer um consumo médio de 150 litros por dia, por habitante.

A análise da notícia permite concluir que a medida é oportuna. Mantido esse fluxo migratório e bem sucedida a campanha, os mananciais serão suficientes para abastecer a cidade até o final de

a) 2005.
b) 2006.
c) 2007.
d) 2008.
e) 2009.

24. (Enem 2002) O excesso de peso pode prejudicar o desempenho de um atleta profissional em corridas de longa distância como a maratona (42,2km), a meia-maratona (21,1km) ou uma prova de 10km. Para saber uma aproximação do intervalo de tempo a mais perdido para completar uma corrida devido ao excesso de peso, muitos atletas utilizam os dados apresentados na tabela e no gráfico:

Altura (m)	Peso (kg) ideal para atleta masculino de ossatura grande, corredor de longa distância
1,57	56,9
1,58	57,4
1,59	58,0
1,60	58,5
...	...

Usando essas informações, um atleta de ossatura grande, pesando 63kg e com altura igual a 1,59m, que tenha corrido uma meia-maratona, pode estimar que, em condições de peso ideal, teria melhorado seu tempo na prova em

a) 0,32 minuto.

b) 0,67 minuto.

c) 1,60 minuto.

d) 2,68 minutos.

e) 3,35 minutos.

25. (Enem 2002) Considerando que o Calendário Muçulmano teve início em 622 da era cristã e que cada 33 anos muçulmanos correspondem a 32 anos cristãos, é possível estabelecer uma correspondência aproximada de anos entre os dois calendários, dada por:

(C = Anos Cristãos e M = Anos Muçulmanos)

a) C = M + 622 - (M/33).

b) C = M - 622 + (C - 622/32).

c) C = M - 622 - (M/33).

d) C = M - 622 + (C - 622/33).

e) C = M + 622 - (M/32).

5.10 Décima Sequência

Disciplina:	Matemática	Série:	1º ano
Conteúdo:	Jogo de tabuleiro: aplicações dos conceitos de Função do 1º Grau.		
Objetivos:	• Diagnosticar os caminhos (erros e acertos) encontrados pelos alunos para solucionar e representar algumas situações problemas relacionados ao conceito de Função do 1º grau; • Verificar os conhecimentos consolidados (ou não) sobre o conteúdo.		
Tempo estimado:	Variável		
Estratégia do recurso:	As equipes tentarão buscar solucionar os desafios do jogo utilizando os conhecimentos relacionados ao tema, quem acertar mais ou concluir primeiro o jogo é o vencedor.		
Material necessário:	Papel e caneta		
Avaliação	Através das estratégias e dos registros escritos pelos alunos para as resoluções dos problemas propostos no jogo.		

Material do jogo (para imprimir e recortar)

- 01 tabuleiro

- 01 dado

- 02 piões (pode utilizar botões de diferentes cores ou tampinhas de refrigerantes de cores diferentes)

- 15 cartas “Desafio você

- 15 cartas respostas do “Desafio você

- 30 cartas “Quem sou eu”

- 30 cartas respostas do “Quem sou eu”

Conhecendo o jogo

Este jogo é uma trilha e por todo o percurso são distribuídos dois tipos de cartas:

- Primeiro tipo de carta chamada de “Desafio você” que contempla 15 questões de resoluções de problemas;

- O segundo tipo de carta é chamado “Quem sou eu” que aborda 30 questões com representações semióticas de função do 1º grau, ou seja, onde o aluno terá que identificar propriedades, gráficos, tabelas e características das funções.

- Cada tipo de carta possui uma carta resposta.

- Também são distribuídos na trilha casas com alguns tipos de funções do primeiro grau que terão que ser resolvidas e, para que isso seja possível, o jogador lança o dado que é constituído por números inteiros (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4) distribuídos de maneira aleatória, o número que for apontado será o valor substituído na função.

- Este jogo é recomendado para ser jogado por dois ou quatro jogadores, onde cada um ou a dupla ficará em lados opostos.

Procedimento das jogadas

- Para iniciar o jogo deve-se lançar o dado, aquele que tirar número maior inicia a jogada.
- Avança uma casa para iniciar e tente responder o que pede a carta.
- Para saber se a resposta está correta o oponente verificará comparando com a "carta resposta" correspondente aquele que foi retirada do tabuleiro. Caso o jogador acerte, ele avançará uma casa e continuará jogando, só para de jogar quando não conseguir acertar, aí terá que voltar uma casa e passará a vez para o oponente.
- Somente avançará mais de uma casa quando cair nas casas onde possuir uma função para resolver, depois de resolvido avançará ou voltará o número de casas correspondente ao resultado da função, ou seja, se o valor for positivo avançará conforme a resposta, e se for negativo voltará o valor correspondente.
- Vence quem concluir primeiro o jogo ou aquele que tiver mais próximo da chegada.

Procedimentos de montagem

- Imprima as duas folhas do tabuleiro, recorte e monte em cima de um papel cartão, papelão ou cartolina.
- Imprima a figura que é um octógono (figura com oito triângulos), recorte e monte, formando um tipo de dado.
- Imprima cinco páginas com a figura das cartas "Desafio você" e no verso imprima as perguntas e respostas dessas cartas. Com uma caneta, enumere-as conforme a ordem e recorte.
- Imprima dez páginas com a figura das cartas "Quem sou eu?" e no verso imprima as perguntas e respostas dessas cartas. Com uma caneta, enumere-as conforme a ordem e recorte.

As peças deste jogo encontram-se no apêndice do trabalho.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todo ano é crescente o número de alunos ingressantes no Ensino Médio com dificuldades de leitura, interpretação, escrita, e a aplicação das operações básicas em matemática. Nota-se um grande desafio para os professores que recebem estes alunos, na busca de alternativas para superar ou amenizar essa problemática.

Esse quadro situacional nos desafiou a buscar algumas propostas de atividades que auxiliassem o professor de matemática em sua prática docente.

Sabemos que essas dificuldades quando não superadas podem acompanhá-los por toda sua vida afetando sua capacidade de raciocínio, de abstração e desenvolvimento do pensamento lógico e operacional, ocasionando um grande abismo em seu processo de aprendizagem e podendo tornar o aluno em um mero reprodutor funcional.

Dessa maneira, delimitou-se esta pesquisa ao estudo dos conceitos e representações de Função do 1º grau, por se tratar de conhecimentos matemáticos estudados no primeiro ano do Ensino Médio e ser a base inicial para prosseguimento dos demais tipos de Funções. Realizamos uma pesquisa que nos proporcionasse embasamento teórico sobre o assunto e algumas possibilidades de atividades envolvendo práticas educacionais na exploração desses conhecimentos.

Formulada a problemática de nossa pesquisa, nos apoiamos nas seguintes questões norteadoras:

Quais dificuldades os estudantes apresentam para aprender os conteúdos de função do 1º grau? Será que as dificuldades dos conhecimentos básicos da matemática impossibilitam esse aprendizado? Ou o problema está na abstração dos registros das representações desse conteúdo?

Assim, a partir do que foi observado na realização da oficina pedagógica, percebemos algumas lacunas no aprendizado sobre função do primeiro grau. Foram verificadas dificuldades em realizar a conversão de um registro semiótico em outro, dificuldade na interpretação de uma determinada situação problema e retirada de informações para efetuar sua resolução, algumas dificuldades relacionada ao tratamento na resolução de uma equação, dificuldades na identificação de algumas características no gráfico da função do 1º grau, dentre outras.

Desse modo, para responder a problemática de nossa pesquisa voltamos nossos estudos à construção de sequências didáticas, com atividades que pudessem facilitar a visualização, demonstração e manipulação dos conceitos e propriedades da função do primeiro grau. Optou-se por utilizar dois programas computacionais, o GeoGebra e o Excel, na exploração e experimentação desses conhecimentos. Ambientes que proporcionam a manipulação e construção de diferentes representações (natural, algébrica, tabular e gráfica).

O material didático contempla também, atividades que exploram os conhecimentos de maneira interdisciplinar, conceitos axiomáticos e propriedades matemáticas inerentes. Um acervo de questões aplicados no ENEM abordando o tema, vídeos auxiliares no desenvolvimento de algumas atividades e um jogo educacional.

Portanto, o nosso produto educacional foi a elaboração de dez sequências didáticas, onde envolvem atividades que buscam contribuir na diminuição da abstração do conteúdo de Função do 1º grau, dando maior significado aos conceitos e propriedades, e oferecendo aos alunos mais condições para se apropriarem desses conhecimentos. Assim, atingimos os objetivos que nos propusemos nesta pesquisa, o desenvolvimento de atividades diversificadas que sirvam como subsídios para os professores de matemática.

Apesar de não termos aplicado as sequências didáticas, acreditamos que as atividades aqui propostas, baseadas nos estudos sobre os Registros de Representações Semióticas desenvolvido por Raymond Duval (2003), onde buscamos explorar o objeto matemático(função do 1º grau) através de alguns recursos didáticos que facilitassem a compreensão das transformações nos diferentes registros de suas representações, auxiliará o aluno na construção, exploração, experimentação, visualização e manipulação do conhecimento matemático.

Esperamos que este trabalho possa contribuir para a elaboração de outras sequências didáticas, como também, incentivar um trabalho didático utilizando outras formas de explorar um conteúdo matemático, não necessariamente os recursos aqui aplicados, mas com o qual o professor tenha mais familiaridade.

Em relação ao curso de mestrado ofertado pela UFAC através do MPECIM, enriqueceu bastante nossa formação acadêmica tanto no modo de ver e conceber o ensino e a aprendizagem da Matemática como na nossa formação profissional, as teorias e práticas pedagógicas estudadas e vivenciadas durante o mestrado contribuíram de maneira significativa para a melhoria do nosso fazer pedagógico. O modo de preparar, de propor e analisar um conteúdo para ser ministrado agora têm outra percepção, mais atenta, comprometida e consciente das multiplicidades existentes em uma sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, D. F. Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da Função Afim com uso do *Software* GeoGebra. 2013. 110 f. Dissertação (Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ARAÚJO, W. A. O GeoGebra: Uma experimentação na abordagem da Função Afim. 2014. 118 f. Dissertação (Ensino de Ciências Naturais e Matemática)- Universidade Federal de Sergipe, São Cristovão, 2014.

BANCO de questões do ENEM: Função do 1º grau. São Paulo: Super Professor, 2017. 19567 p. Disponível em: <http://www.sprweb.com.br/mod_superpro/index.php>. Acesso em: 18 set. 2017.

BARROS, A. J. S; LEHFELD, N. A. S. **Fundamentos de Metodologia científica**. 3ª Ed. São Paulo: Pearson, 2010.

BEZERRA, S. M. C B; BANDEIRA, S. M. C. Caminho dos números: Metodologias Alternativas no Ensino da Matemática. Rio Branco: EDUFAC/Revista Ramal de idéias, 1ª Ed, 2008. Disponível em: <http://www.ufac.br/portal/unidades-administrativas/orgaos-complementares/edufac/revistas-eletronicas/revista-ramal-de-ideias/edicoes/edicao-1/caminhos-dos-numeros/metodologias-alternativas-no-ensino-da-matematica> Acesso em: 09 de março de 2016.

BEZERRA, S. M. C B; BANDEIRA, S. M. C. **Uma realidade consolidada com práticas de jogos na formação docente de matemática**. In: VIII Simpósio Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul-Ocidental 'Artes, silêncios e silenciamentos' e VII Colóquio Internacional 'As Amazônias, as Áfricas e as Áfricas na Pan-Amazônia., 2014, Rio Branco. Caderno de Resumos do VIII Simpósio Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul-Ocidental "Artes, silêncios e silenciamentos" e VII Colóquio Internacional "As Amazônias, as Áfricas e as Áfricas na Pan-Amazônia., 2014. v. 01. p. 188-188.

BOSCHETTO, V. C. **Função afim e suas propriedades através da resolução de problemas**. 2015. 80 f. Dissertação (PROFMAT)- Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, 2015.

BORBA, M. C. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM):** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**.** Brasília: MEC / SEB, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf> Acesso em: 10 de março de 2016

_______. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM):**Orientações Educacionais Complementares/**Ciências da**

Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC / SEB, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf> Acesso em: 10 de março de 2016

CARVALHO, F. C. A; IVANOFF, G. B. **Tecnologias que educam**: ensinar e aprender com tecnologias da informação e comunicação. São Paulo: Pearson, 2010.

DANTAS, T. "Youtube"; *Brasil Escola*. Disponível em <http://brasilescola.uol.com.br/ informática/youtube.htm>. Acesso em 03 de agosto de 2017.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática**. Campinas: Papirus, 2003.

FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFMG. **Termos de Alfabetização, Leitura e Escrita para educadores**. Tecnologia digital. Disponível em: <http://www.ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/verbetes/tecnologia-digital>. Acesso em: 26 set. 2017.

FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. **Entrevista**: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, v. 2, n. 3, p. 10-34, dez. 2013. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/963/pdf_122>. Acesso em: 01 ago. 2017.

GIOVANNI. J. R; BONJORNO. J. R. **Matemática:** uma nova abordagem. Vol. 01. 2ª ed. São Paulo: LTC, 2011.

GRANDO, R. C. **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Paulus, 2008.

HOHENWARTER, M. **GeoGebra - Informações**. Tradução e adaptação para português Hermínio Borges Neto. 2007. Disponível em: <https://app.geogebra.org/help/docupt_BR.pdf>. Acessado em: 19 de fevereiro de 2016.

IEZZI, G. et al..**Matemática:** Ciência e Aplicações. Vol. 01. Ensino Médio – 1º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva. 2013.

KALEFF, A. M. M. R. **Registros Semióticos e Obstáculos Cognitivos na Resolução de Problemas Introdutórios às Geometrias não-Euclidianas no Âmbito da Formação de Professores de Matemática.** Ano 20, nº 28. Rio Claro: Bolema, 2007. p. 69 a 94

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias:** O novo ritmo da informação. 8ª ed. Campinas: Papirus, 2012.

LARA, I. C. M. de. **Jogando com a Matemática do 6º ao 9º ano.** 4ª ed. São Paulo: Rêspel, 2011.

LOPES JUNIOR, G. **Geometria Dinâmica com o GeoGebra no ensino de algumas funções.** 2013. 77 f. Dissertação (PROFMAT)- Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2013.

MAIO. W; CHIUMMO. A. Didática da matemática. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica.** 7ª Ed. São Paulo: Editora Atlas, 2010.

MORAN, J. M; MASETTO, M. T; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21ª ed. rev. e atual. Campinas: Papirus, 2013

MUNIZ, C. A. Pedagogia: **Educação e Linguagem Matemática.** Brasília: PedEaD, 2007

OLIVEIRA, M. M. **Sequência Didática interativa no processo de formação de professores.** Petrópolis: Vozes, 2013.

PAIVA, M. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2004.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática.** Curitiba: IBPEX, 2008.

SADOVSKY, P. O ensino de matemática hoje: Enfoques, sentidos e desafios. 1ª. ed. São Paulo: Editora Ática, 2007. 111 p.

SELBACH. S. et al. (Sup.). **Ciências e Didática**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2010.167 p. v. 2. (Coleção como bem ensinar)

SELBACH, S. et al. (Sup.). **Matemática e Didática**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2010. 166 p. v. 8. (Coleção como bem ensinar)

SCHU, A. M. P; PACINI, A. A. **Análise e Representação de Progressão Aritmética e Geométrica com o uso do Microsoft/Excel**. In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2013, Canoas. Comunicação Científica... Anais do VI CIEM: ULBRA, 2013. p. 239-255. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/948/239>. Acesso em: 02 ago. 2017.

SMOLE, K. S. et al. **Cadernos do Mathema**: Jogos de matemática de 1º a 3º ano. Porto Alegre: Grupo A, 2008. 116 p.

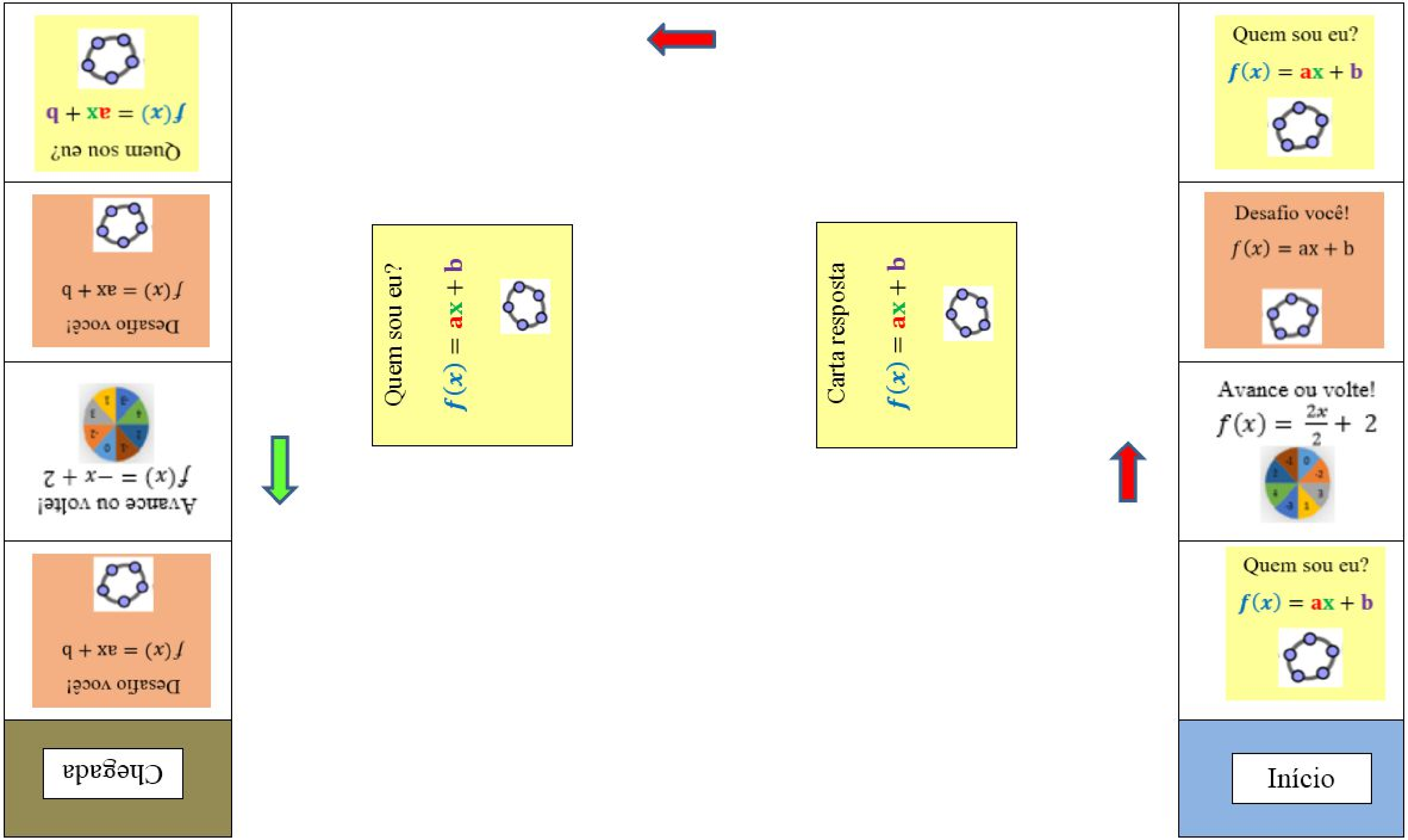
TOZO, F. L. D. Tarefas Exploratórias-Investigativas para a aprendizagem de Função Afim. 2016. 80 f. Dissertação (Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba. 2016

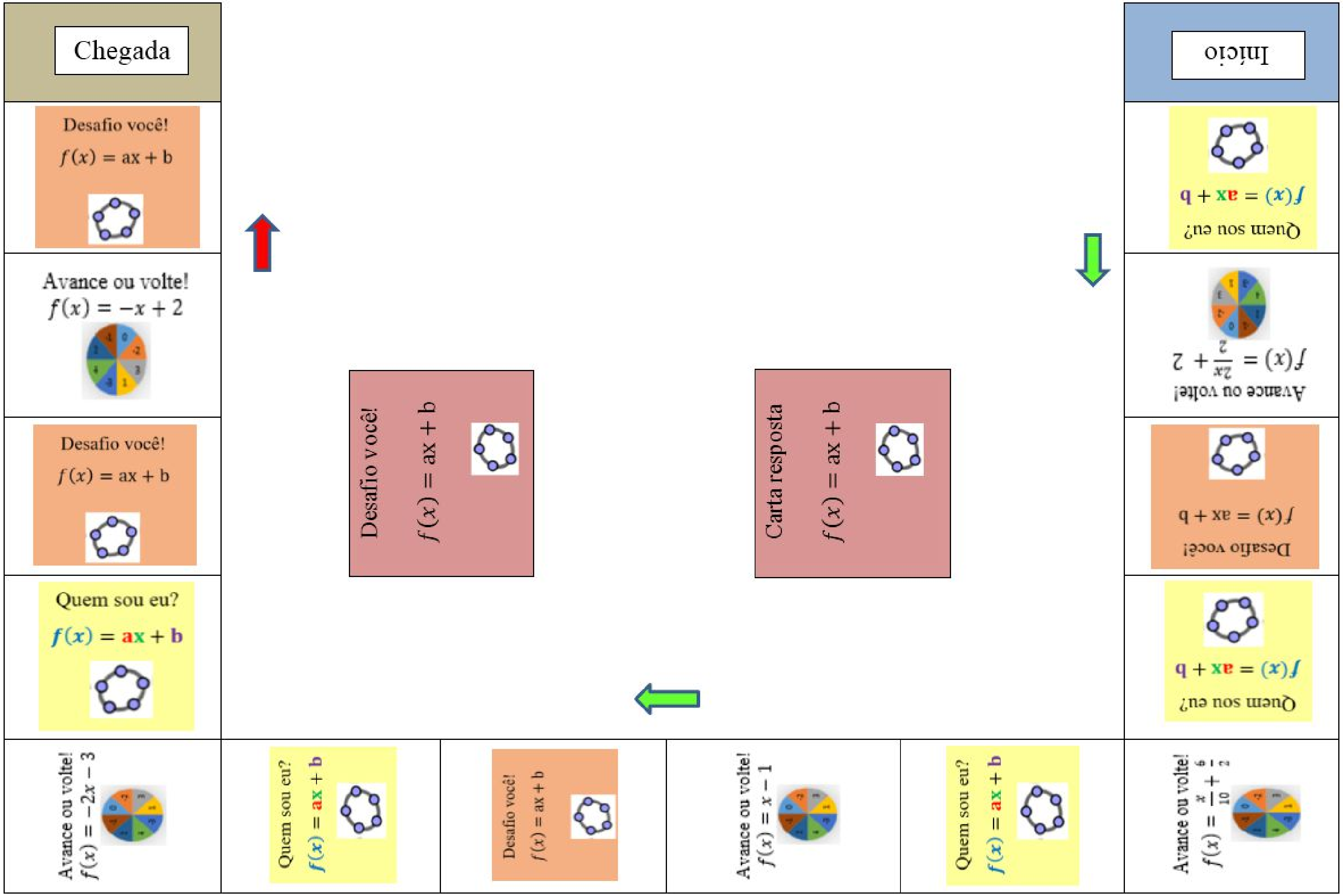
WADSWORTH, B. J. **Inteligência e Afetividade da Criança na Teoria de Piaget**. 5ª ed. São Paulo: Pioneira. 1997.

ZABALA, A. **A Prática Educativa**: Como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Peças do jogo de tabuleiro.





Início

Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$

Avance ou volte!
$f(x) = \frac{2x}{2} + 2$

Desafio você!
$f(x) = ax + b$

Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$

Avance ou volte!
$f(x) = \frac{x}{10} + \frac{6}{2}$

Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$

Avance ou volte!
$f(x) = x - 1$

Desafio você!
$f(x) = ax + b$

Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$

Avance ou volte!
$f(x) = -2x - 3$

Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$

Desafio você!
$f(x) = ax + b$

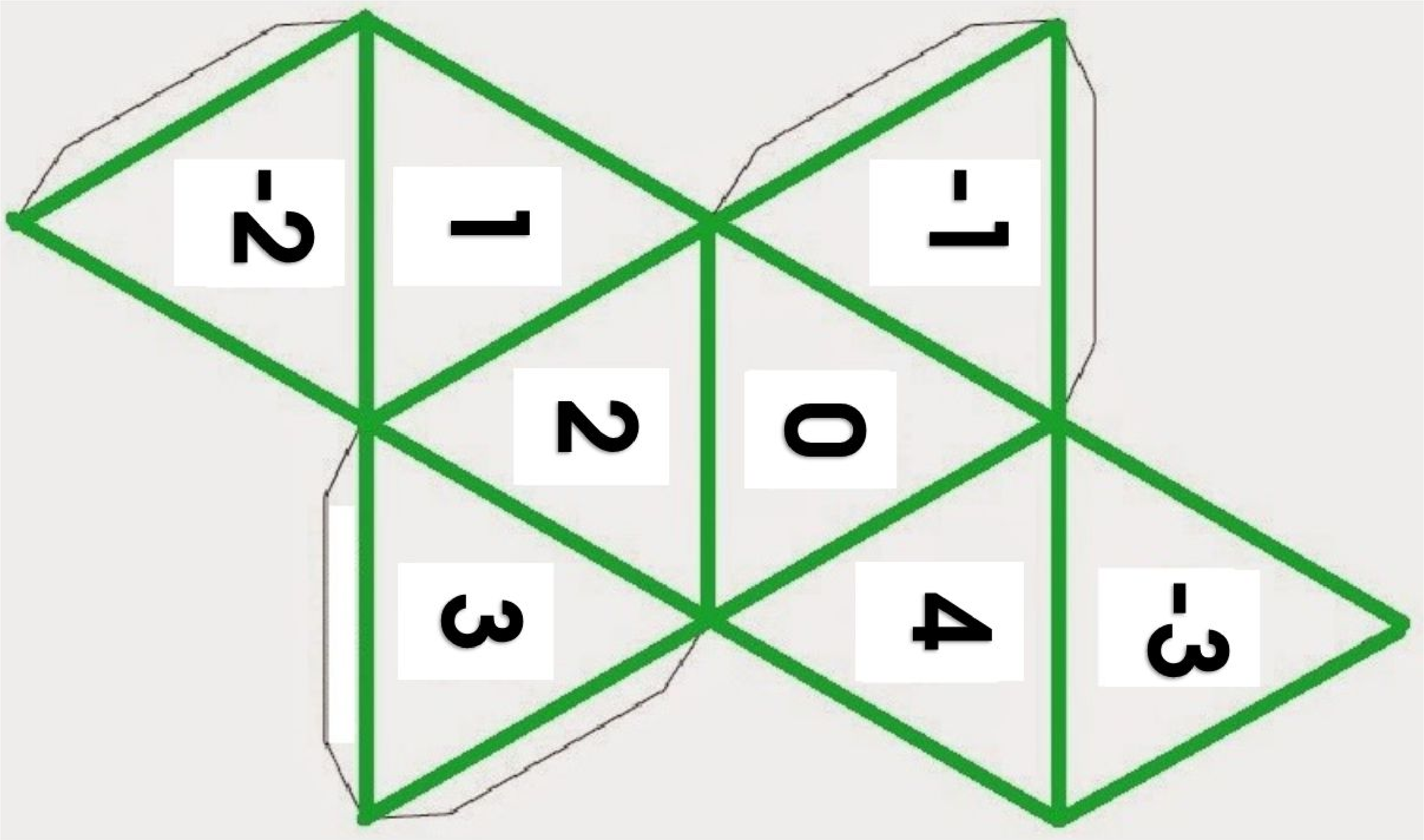
Avance ou volte!
$f(x) = -x + 2$

Desafio você!
$f(x) = ax + b$

Chegada

Desafio você!
$f(x) = ax + b$

Carta resposta
$f(x) = ax + b$


-2
1
-1
2
0
3
4
-3

Desafio você!

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{ax} + \mathbf{b}$

Carta nº

Desafio você!

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{ax} + \mathbf{b}$

Carta nº

Desafio você!

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{ax} + \mathbf{b}$

Carta nº

Carta resposta

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{ax} + \mathbf{b}$

Carta nº

Carta resposta

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{ax} + \mathbf{b}$

Carta nº

Carta resposta

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{ax} + \mathbf{b}$

Carta nº

Quem sou eu?

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Quem sou eu?

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Quem sou eu?

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = ax + b$

Carta nº

1 - Um segurança trabalha em uma empresa e recebe um salário mensal de R$ 780,00. Para aumentar sua renda, ele costuma fazer “extras” em uma casa noturna, onde recebe R$ 70,00 por noite de trabalho. c) Qual será sua renda mensal em um mês que ele trabalhar 3 noites na casa noturna? d) Em um determinado mês sua renda mensal foi R$ 1 270,00. Quantas noites ele trabalhou na casa noturna? e) Expresse o salário mensal total (y) do segurança em função do número de noites (x) trabalhadas na casa noturna.	2 - Antônio Carlos pegou um táxi para ir à casa de sua namorada que fica a 15 km de distância. O valor cobrado engloba o preço da parcela fixa (bandeirada) de R$ 4,00 mais R$ 1,60 por quilômetro rodado (não estamos considerando aqui o tempo em que o táxi ficaria parado em um eventual congestionamento). a) Quanto pagou pela corrida? b) Se a casa da namorada ficasse a 25 km de distância, quanto pagaria Antônio Carlos? c) A fórmula que expressa *p (x)* (em reais) em função de x (em quilômetros) é:	3 - Em uma cidade, a empresa de telefonia está promovendo a linha econômica. Sua assinatura é R$ 20,00, incluindo 100 minutos a serem gastos em ligações locais para telefone fixo. O tempo de ligação excedente é tarifado em R$ 0,10 por minuto. a) Calcule o valor da conta mensal de três clientes que gastaram, respectivamente, 80, 120 e 200 minutos em ligações locais. b) Se x é o número de minutos excedentes, qual é a lei da função que representa o valor (v) mensal da conta?
Resposta 01 *a)* ***Y = 990,00*** *b)* ***X = 7 noites*** *c)* ***Y = 780 + 70x***	**Resposta 02** ***a) Y = 28,00*** *b)* ***Y = 44,00*** c) ***Y = 4 + 1,6x***	**Resposta 03** ***a) A = 20 reais,*** ***B = 22 reais e*** ***C = 30 reais*** ***b) V (x) = 20 + 0,1x***

<table>
<tr>
<td>04 - Durante um dia de verão, constatou-se que o fluxo de turistas que passavam por hora pela entrada de um parque aquático era constante. A entrada no parque poderia ser feita das 9 até as 16 horas. Sabendo que até as 11 horas já haviam entrado no parque 360 pessoas, determine:
a) Quantos turistas entraram no parque até as 14 horas;
b) O total de turistas que o parque recebeu naquele dia.</td>
<td>05 - A valorização anual do preço (em reais) de um quadro é constante. Seu preço atual é R$ 4 500,00. Há quatro anos, o quadro custava R$ 3 300,00. Qual será o seu preço daqui a cinco anos?</td>
<td>06 - Uma pista de ciclismo tem marcações a cada 600 m. Um ciclista treina para uma prova de resistência, desenvolvendo uma velocidade constante. Enquanto isso, seu técnico anota, de minuto em minuto, a distância já percorrida pelo ciclista. O resultado pode ser observado na tabela abaixo:
A fórmula (ou a lei) que relaciona y com x é:
<table><tr><th>Instante (min)</th><th>Distância (m)</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>600</td></tr><tr><td>2</td><td>1 200</td></tr><tr><td>3</td><td>1 800</td></tr><tr><td>4</td><td>2 400</td></tr><tr><td>5</td><td>3 000</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td></tr></table></td>
</tr>
<tr>
<td>Resposta 04
a) 900 turistas
b) 1 260 turistas</td>
<td>Resposta 05
R$ 6 000,00</td>
<td>Resposta 06
Y = 600X</td>
</tr>
</table>

07 - Uma barraca de praia, em fortaleza, vende água de coco ao preço de R$ 2,20 o copo. Para não ter de fazer contas a toda hora, o proprietário da barraca montou a seguinte tabela:

A fórmula que estabelece a relação de interdependência entre preço (y), em reais, e o número de copos de água de coco (x) é:

Número de copos	Preço (R$)
1	2,20
2	4,40
3	6,60
4	8,80
5	11,00
6	13,20
7	15,40
8	17,60
9	19,80
10	22,00

08 - Para fretar um ônibus de excursão com 40 lugares paga-se ao todo R$ 360,00. Essa despesa deverá ser igualmente repartida entre os participantes. Observe na tabela alguns valores referentes à correspondência entre x e y:

A fórmula (ou lei) que relaciona y com x é:

x	y
4	90,00
12	30,00
15	24,00
18	20,00
20	18,00
24	15,00
36	10,00
40	9,00

09 - Na tabela é dado o preço pago em função da quantidade de carne adquirida em um açougue:

Quantidade (em Kg)	**Preço (R$)**
0,5	7,00
1,0	14,00
1,5	21,00
2,0	28,00
3,5	49,00

a) Quanto pagará um cliente que comprar 4,5 quilos de carne?
b) Dispondo-se de R$ 350,00, qual é a quantidade máxima de carne que pode ser adquirida?

Resposta 07

$$Y = 2,2x$$

Resposta 08

$$Y = \frac{360}{x}$$

Resposta 09

a) R$ 63,00
b) 25 Kg

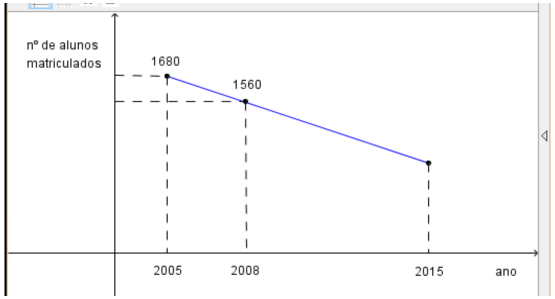
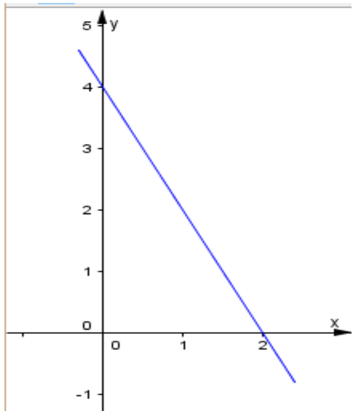
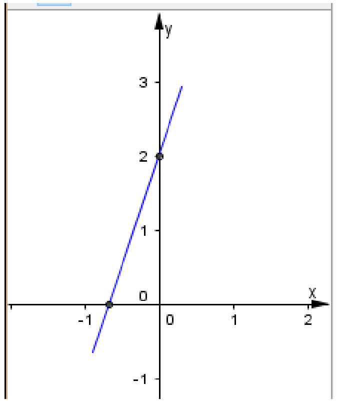
<table>
<tr>
<td>10 - Para prestar serviços domiciliares, um técnico em informática cobra R$ 50,00 a vista e um adicional de <i>r</i> reais por hora de trabalho. Veja na tabela seguinte o preço total do serviço de acordo com o número de horas trabalhadas.
<table>
<tr><th>Número de horas de trabalho</th><th>Preço total de serviço (R$)</th></tr>
<tr><td>2</td><td>94</td></tr>
<tr><td>3</td><td>116</td></tr>
<tr><td>5</td><td>160</td></tr>
<tr><td>8</td><td>226</td></tr>
</table>
a) Qual é o valor de <i>r</i>?
b) Como se exprime matematicamente o total pago <i>(y)</i> por um serviço de x horas de</td>
<td>11 - Uma pessoa obesa, pesando num certo momento 156kg, recolhe-se a um SPA onde se anunciam perdas de peso de até 2,5kg por semana. Suponhamos que isso realmente ocorra. Nessas condições:

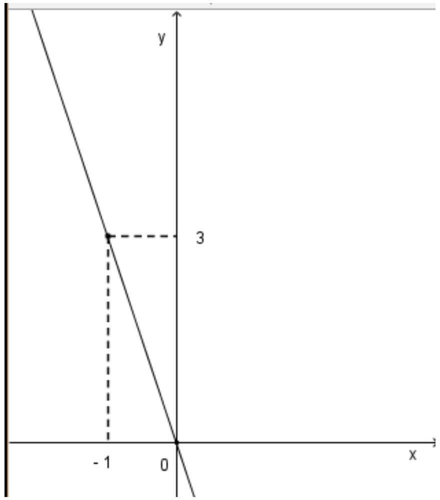
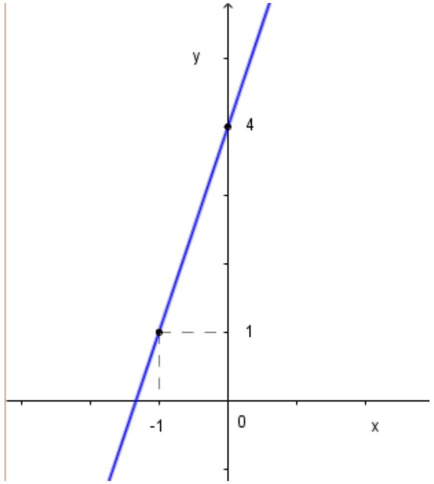
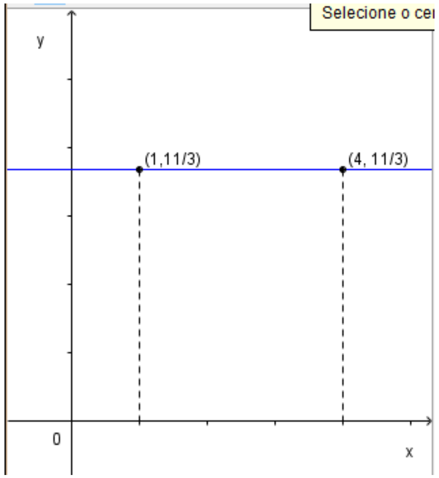
a) Encontre uma fórmula que expresse o peso mínimo, P, que essa pessoa poderá atingir após n semanas.
b) Calcule o número mínimo de semanas completas que a pessoa deverá permanecer no SPA para sair de lá com menos de 120 kg de peso.</td>
<td>12 - Alguns jornais calculam o número de pessoas presentes em atos públicos considerando que cada metro quadrado é ocupado por 4 pessoas. Qual a estimativa do número de pessoas presentes numa praça de 4000m^2 que tenha ficado lotada para um comício, segundo essa avaliação?</td>
</tr>
<tr>
<td>Resposta 10

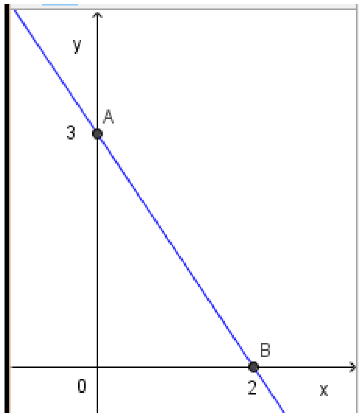
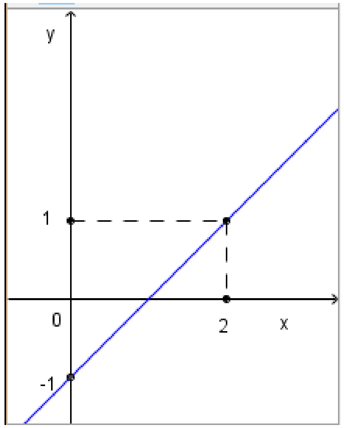
a) $\boldsymbol{R\$\ 22}$
b) $\boldsymbol{Y = 50 + 22x}$</td>
<td>Resposta 11

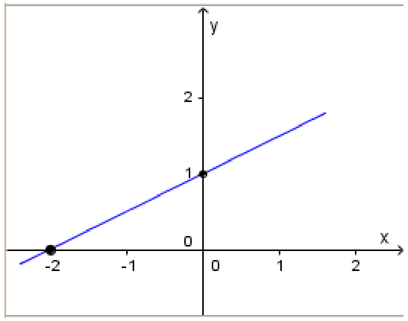
a) <i>P = 156 - 2,5n</i>
b) O menor número inteiro será 15 semanas</td>
<td>Resposta 12

<i>X = 16 000 pessoas</i></td>
</tr>
</table>

13 - Construa o gráfico da função linear, de R em R, dada pela lei y = - 2x +4.	14 - Construa o gráfico da função linear, de R em R, dada pela lei y = 3x + 2	15 - Durante uma década, verificou-se que um colégio apresentou um decréscimo linear no número de matrículas, como mostra o gráfico seguinte:  a) Quantos alunos a escola tinha em 2011? b) Quantos alunos a escola perdeu de 2005 a 2015?
Resposta 13  	**Resposta 14**  	**Resposta 15** **a) 1 440 alunos** **b) 400 alunos**

01 - Obtenha a lei da função cujo gráfico é mostrado a seguir:  	02 - Obtenha a lei da função cujo gráfico é mostrado a seguir:  	03 - Obtenha a lei da função cujo gráfico é mostrado a seguir: 
Resposta 01 $y = -3x$	**Resposta 02** $y = 3x + 4$	**Resposta 03** $y = \frac{11}{3}$

04 - Determine os valores dos coeficientes angular e linear (*a* e *b*, respectivamente) da reta seguinte.  	05 - Determine os valores dos coeficientes angular e linear (*a* e *b*, respectivamente) da reta seguinte.  	06 - Classifique cada uma das funções afins dadas pelas leis seguintes em crescente ou decrescente: a) $y = \frac{5-2x}{3}$ b) $y = \frac{x}{3} - \frac{8}{2}$
Resposta 04 **a =** $\mathbf{\frac{-3}{2}}$ **e b = 3**	**Resposta 05** **a = 1 e b = -1**	**Resposta 06** a) Decrescente b) Crescente

07 - Determine a raiz da função de ℝ em ℝ dada pela lei y = - x	08 - O gráfico da função $f(x) = ax + b$ está representado na figura. O valor de a + b é: a) -1 b) 2/5 c) 3/2 d) 2 	09 - Qual é o coeficiente linear da função $f(x) = 2x - 1$? a) – 2 b) – 1 c) 1 d) 2
Resposta 07 Para Y = 0 a raiz é dada por X = $\frac{-b}{a}$ **X = 0**	**Resposta 08** **a + b** = $\frac{1}{2}$ + 1 **c) 3/2**	**Resposta 09** b) – 1

10 - Qual é a raiz da função do 1º grau $f(x) = 5x + 15$? a) – 3 b) 0 c) 5 d) 15	11 - Qual é o coeficiente angular (taxa de variação) da função de 1º grau $f(x) = 9x - 27$? a) – 27 b) 0 c) 3 d) 9 e) 27	12 - Analisando o coeficiente angular da função afim $f(x) = -5x + 10$, podemos dizer que ela é: a) Crescente b) Decrescente
Resposta 10 a) **– 3**	**Resposta 11** **D) 9**	**Resposta 12** **Decrescente**

13 – Lance os dados e complete os pontos A (3, y) e B (x, 1) da reta da função $f(x) = ax + b$. Determine o coeficiente angular e linear da função.	14 – Qual é a equação da reta que passa pelos pontos (-4, y) e (x, 5)? Lance os dados e preencha o que falta.	15 – Para completar a função $y = ax + 6$ lance os dados e em seguida identifique se é crescente ou decrescente.
Resposta 13 $\boldsymbol{a = \frac{y_{2-}y_1}{x_{2-}x_1}}$ **b = - ax + y**	**Resposta 14** $\boldsymbol{a = \frac{y_{2-}y_1}{x_{2-}x_1}}$ **b = - ax + y** $\boldsymbol{y = ax + b}$	**Resposta 15** **a > 0 é crescente ou** **a < 0 é decrescente**

16 – Com a ajuda da roleta atribua valores aos coeficientes e determine a raiz da função do 1º grau $f(x) = ax + b$.	17 - Com a ajuda da roleta atribua valores aos coeficientes da função do 1º grau $f(x) = ax + b$ e identifique o ponto que a reta corta o eixo das coordenadas.	18 - Determine a raiz da função de ℝ em ℝ dada pela lei y = - $\frac{3x-5}{2}$.
Resposta 16 $x = \frac{-b}{a}$	**Resposta 17** **b** é o coeficiente linear, ele indica onde a reta corta o eixo das coordenadas.	**Resposta 18** Para $Y = 0$ a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = \frac{5}{3}}$

19 - Determine a raiz da função deℝ emℝ dada pela lei y = 4x.	20 - Determine a raiz da função de ℝ emℝ dada pela lei y = $\frac{2x}{5} - \frac{1}{3}$	21 - Uma reta passa pelos pontos (-1, 5) e (2, -4). Qual é a lei da função representada por essa reta?
Resposta 19 Para Y = 0 a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = 0}$	**Resposta 20** Para Y = 0 a raiz é dada por X = $\frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = \frac{5}{6}}$	**Resposta 21** $\boldsymbol{y = -3x + 2}$

22 - Qual é a equação da reta que passa pelos pontos (-4, 2) e (2, 5)?	23 - Determine a raiz da função de ℝ em ℝ dada pela lei y = 3x – 1	24 - Determine a raiz da função de R em R dada pela lei y = - 2x +1
Resposta 22 $\boldsymbol{y = 0,5x + 4}$	**Resposta 23** Para $y = 0$ a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = \frac{1}{3}}$	**Resposta 24** $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$

25 - Determine a raiz da função de$\mathbb{R}$ em$\mathbb{R}$ dada pela lei $y = 3x - 1$.	26 - Determine a raiz da função de R em R dada pela lei $y = -2x + 1$	27 - Seja $\boldsymbol{f}$ uma função real definida pela lei $f(x) = ax - 3$. Se -2 é raiz da função, qual é o valor de $f(3)$?
Resposta 25 Para $y = 0$ a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = \frac{1}{3}}$	**Resposta 26** $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$	**Resposta 27** $\boldsymbol{f(3) = -\frac{15}{2}}$

28 - Identifique o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) de cada uma das funções de R em R dadas pelas seguintes leis: a) $y = -2x + 5$ b) $y = 3x - 1$ c) $y = 4x$	29 - Identifique o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) de cada uma das funções de R em R dadas pelas seguintes leis: a) $y = x + 3$ b) $y = \frac{2x-3}{5}$	30 - Classifique cada uma das funções afins dadas pelas leis seguintes em crescente ou decrescente: a) $y = 3x - 2$ b) $y = -x + 3$
Resposta 28 a) $a = -2\ e\ b = 5$ b) $a = 3\ e\ b = -1$ c) $a = 4\ e\ b = 0$	**Resposta 29** a) $a = 1\ e\ b = 3$ b) $a = \frac{2}{5} e\ b = \frac{-3}{5}$	**Resposta 30** a) Crescente b) Decrescente