

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS
E MATEMÁTICA

JOSÉ CÉSIO MEDEIROS

APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES POR ALUNOS(AS) DA EDUCAÇÃO
DE JOVENS E ADULTOS MEDIANTE REPRESENTAÇÕES
SEMIÓTICAS

RIO BRANCO - AC
2020

JOSÉ CÉSIO MEDEIROS

**APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES POR ALUNOS(AS) DA EDUCAÇÃO
DE JOVENS E ADULTOS MEDIANTE REPRESENTAÇÕES
SEMIÓTICAS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Acre.

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática

RIO BRANCO - AC
2020

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

- M488a Medeiros, José Césio, 1967 -
Aprendizagem de frações por alunos da educação de jovens e adultos mediante representações semióticas / José Césio Medeiros; orientador: Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo. – 2020.
63 f.:il; 30 cm.
- Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Programa de Pós-Graduação e Pesquisa em Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Rio Branco, 2020.
Inclui referências bibliográficas e apêndices.
1. Aprendizagem de Frações. 2. Educação de Jovens e Adultos. 3. Representações Semióticas. I. Melo, Gilberto Francisco Alves de (orientador). II. Título.

CDD: 510.7

Bibliotecário: Uéilton Nascimento Torres CRB-11º/1074.

ATA DE SESSÃO DE DEFESA DE MESTRADO
DE **JOSÉ CÉSIO DE MEDEIROS**, DISCENTE
DO CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA,
REALIZADA NO DIA 14 DE OUTUBRO DE
2020 PELA SALA VIRTUAL DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE.

Às quinze horas e quinze minutos, do dia catorze do mês de outubro do ano de dois mil e vinte, em conformidade com a Instrução Normativa PROPEG N.º 01, de 02 de abril de 2020, realizada pela webconferência, tiveram início os trabalhos da sessão pública de defesa de mestrado do discente **José Césio de Medeiros** com o título: "**Aprendizagem de frações por alunos(as) da Educação de Jovens e Adultos mediante representações semióticas**". A banca examinadora foi composta pelos docentes: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo-CAp/UFAC (Orientador/Presidente), Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva - CELA/UFAC (Membro Interno), Prof.ª Dr.ª Marilena Bittar (Membro Externo)-UFMS e Prof.ª Dr.ª Murilena Pinheiro de Almeida - CELA/UFAC (Membro Suplente). Após a exposição oral, o discente foi arguido pelos examinadores. Ao final da arguição, a sessão foi suspensa às 16h30 min e, em sessão secreta, os examinadores atribuíram o resultado. Reaberta a sessão pública, foi anunciado o resultado. O discente foi considerado aprovado. Nada mais havendo a tratar, foi lavrada a presente ata que segue assinada.

PARECER DA BANCA EXAMINADORA

DISSERTAÇÃO: A banca considera a pertinência do trabalho no contexto da EJA, todavia condiciona a aprovação ao atendimento do que segue: correção de aspectos conceituais; rever a metodologia; aprofundar análise frente ao referencial teórico; revisão de português, das normas da ABNT e, ajustes nas considerações finais.

PRODUTO EDUCACIONAL: Revisar o conteúdo e a escrita do Produto Educacional
Com base nos artigos 9 e 14 da Resolução N.º 002/2016 – MPECIM

Aprovado **Reprovado**

Gilberto Francisco Alves de Melo
Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Orientador/Presidente (CAp/UFAC)

Itamar Miranda da Silva
Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva
Membro Interno/UFAC)

Marilena Bittar
Prof.ª Dr.ª Marilena Bittar
Membro Externo (UFMS)

Murilena Pinheiro de Almeida
Prof.ª Dr.ª Murilena Pinheiro de Almeida
Membro Suplente (CELA/UFAC)

José Césio Medeiros
José Césio Medeiros
Mestrando PPGPECIM

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é compreender a aquisição do conceito de fração, através da mediação de diferentes registros de representações semióticas. O referencial teórico consiste nos estudos de Raymond Duval, que contribui para a aquisição desse conceito, nos diversos contextos em que a fração se apresenta com os significados: parte/todo, medida e quociente, razão, bem como nas quantidades contínuas e discretas. A metodologia contempla a Pesquisa exploratória, obedecendo às seguintes etapas: fase exploratória (formulação do problema, hipóteses e fundamentação teórica) e elaboração do plano de ação (pré-teste, sequência didática e pós teste). Os participantes foram 08 alunos do módulo V da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual do município de Rio Branco-Ac. Os resultados indicam manifestações de usos das representações semióticas na aprendizagem de frações, embora tenha realizado parcialmente as conversões e os seus registros de representação, compreendendo as funções de formação de uma representação identificável, tratamento e conversão. Como Produto Educacional resultante desta pesquisa temos uma Sequência Didática sobre frações na EJA.

Palavras-chave: Aprendizagem de Frações. Educação de Jovens e Adultos. Representações Semióticas. Educação Matemática.

ABSTRACT

The objective of this research is to understand the acquisition of the concept of fraction, through the mediation of different records of semiotic representations. The theoretical framework consists of studies by Raymond Duval that contributes to the acquisition of this concept, in the different contexts in which the fraction presents itself with the meanings: part / whole, measured and quotient, reason, in continuous and discrete quantities. The methodology includes Action Research, obeying the following steps: - Exploratory phase- (problem formulation, hypotheses and theoretical foundation). - Elaboration of the action plan (pre-test, didactic sequence and post-test). The subjects were 08 students from module V of the Youth and Adult Education of Elementary Education of a State School of the Municipality of Rio Branco-Ac. The results indicate manifestations of uses of semiotic representations in the learning of fractions, although it has partially performed the conversions and their representation records, comprising the functions of: treatment, objectivity and conversion. And as an Educational Product resulting from this research we have: a didactic sequence about fractions in the EJA.

Keywords: Fraction Learning. Youth and Adult Education. Semiotic representations. Mathematical Education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	6
Seção 01 - A trajetória do professor-pesquisador frente à aprendizagem de frações	9
1.2 - Problema e Questão de Pesquisa.....	13
1.3 - Objetivo Geral.....	13
1.4 - Objetivos Específicos.....	14
Seção 02 - Breve revisão da literatura sobre as relações entre aprendizagem e as representações semióticas	14
2.1- Referencial teórico: a teoria dos registros das Representações Semióticas de Raymond Duval	14
2.2 - Tipos de representações	22
2.3 - Coordenação entre os registros de representação.....	25
2.4 - Breve revisão da literatura sobre as relações entre aprendizagem de fração na EJA e as representações semióticas	26
Seção 03 - O ensino e aprendizagem de frações na Educação de Jovens e Adultos - EJA	29
3.1 - Considerações sobre o Currículo de Matemática da EJA no Acre - Caracterizando a Educação de Jovens e Adultos - EJA	29
Seção 04 - Metodologia de Pesquisa.....	32
4.1 - Justificativa da escolha metodológica.....	32
4.2 - Critérios de escolha dos participantes.....	34
4.3 - Instrumentos de construção dos dados.....	34
4.4 - Trabalho de Campo.....	34
4.4.1 - 1.ª Etapa: Teste Diagnóstico	35
4.4.2 - Registro de observação da aplicação da sequência didática	40
Sessão 05 - Análise das aprendizagens sobre frações por alunos da EJA	46
5.1 - 2.ª Etapa: Sequência Didática	48
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55
APÊNDICES	58
APÊNDICE A – FORMULÁRIO PARA APRESENTAÇÃO DE MESTRANDOS NO LOCAL DE PESQUISA.....	58
APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	59
APÊNDICE C - TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR	61
APÊNDICE D – TERMO DE ASSENTIMENTO DO MENOR	62

INTRODUÇÃO

Por que o ensino e a aprendizagem de Fração? São dois processos com protagonistas diferentes, mas, como numa peça de teatro, o resultado depende da inter-relação e das interações adequadas, pois a atuação de um implica nas respostas do outro diante de uma situação de compartilhamento e diálogo.

Os usos e significados dos números racionais são diversos e importantes para lidarmos, cotidianamente, com informações necessárias ao exercício da cidadania. Quando medimos ou descrevemos medidas, por exemplo, é comum recorrermos a frações (MANDARINO e BELFORT, 2005).

A tarefa de ensinar e aprender sempre desafia a comunidade escolar diante de novas situações exigindo participação diferenciada dos sujeitos envolvidos, isto é, professores e alunos. Esta tarefa é determinada pelas concepções de ensino e do trato com os objetos de aprendizagem. E como essa comunicação dos objetos de estudo é consequência da concepção de ensino, leva a uma maneira específica de ensinar e aprender. O ensino de frações também se confronta com esses desafios, pois ainda é realizado com memorizações de procedimentos de cálculos e regras.

O número fracionário permite representar situações em que as quantidades não são inteiras. Ou seja, as frações surgem para representar situações do cotidiano em que quantidade não inteiras aparecem, mas na escola esse conteúdo pode perder o seu caráter de enfrentar situações práticas devido a insuficiência de representações desses objetos. E para interpretar estas quantidades não inteiras no cotidiano implica a necessidade de diversas representações semióticas e da coordenação delas.

Trazendo para o cenário atual, os números fracionários vêm sendo discutidos e trabalhados em nossas escolas e nos livros didáticos com exemplos e exercícios que não contemplam, na maioria das vezes, a realidade dos alunos ou questões do cotidiano. Essa abordagem e o excesso de regras tornam as frações um conteúdo enfadonho e mecânico, impedindo que os alunos tenham curiosidade e interesse na descoberta por caminhos na resolução de situações - problemas relacionados com este conteúdo.

Em relação a este fato, Cavaliere (2005, p. 32) afirma que nas aulas de matemática, o que se solicita aos alunos e alunas são “[...] várias regras para operar com frações. A criança não tem um verdadeiro aprendizado, ela não compreende o que está fazendo e apenas repete os procedimentos ensinados pelo professor de maneira mecânica”, assim como acontece possivelmente no ensino dos demais conteúdos.

E, nessa proposta, as frações acabam sendo desenvolvidas pelos(as) professores(as) de matemática por uma abordagem tradicional e formalista, sem usar representações adequadas das frações, o que torna esse conteúdo monótono e desinteressante pois os(as) alunos(as) não conseguem realizar cognição (pensar, formar imagens, lembrar, compreender, aplicar) sobre as frações.

Os estudos sobre ensino e aprendizagem de frações no ensino básico apontam, ainda, como agravante, que nos últimos anos essa dificuldade de exemplificar a utilização desse conteúdo no dia-a-dia e usar representações diversas desses objetos tem lhe conferido uma característica de ser um saber meramente escolar e posto na matriz curricular sem um cuidado e atenção na hora de desenvolvê-los de maneira eficaz na aulas de ensino de frações.

Diante do exposto anteriormente indaga-se se a maneira de ensinar as frações poderá enfrentar essas condições apresentadas e, ainda, será que esta forma de ensinar frações encontrará utilidade social, considerando o público da EJA?

Essa pesquisa tem, portanto, como objetivo responder a seguinte pergunta: **Como ocorre a aprendizagem de frações por alunos da Educação de Jovens e Adultos mediante representações semióticas?**

Assim, pretendemos estudar o processo estabelecido entre a construção/compreensão das frações e seus diversos registros de representação semióticos no ambiente de sala de aula, promovendo a aprendizagem a partir do uso das representações semióticas em aula.

Entendemos que a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2011) é uma teoria cognitiva que propicia uma maneira didático-metodológica para que o(a) professor(a) possa utilizar no ensino dos objetos matemáticos com ênfase no acesso a estas representações, facilitando, assim, a cognição dos(as) alunos(as). Portanto, o essencial não são os registros de representação semióticas utilizados, mas a abstração/compreensão do objeto que se estabelece pelos fatores: diversidade de registros e, pela coordenação adequada dos registros com o aspecto pretendido do objeto matemático.

As hipóteses formuladas para o trabalho são:

1- Um ensino produzido com diversidade de registros de representação promove eficiência na apreensão do objeto matemático trabalhado, caso o(a) aluno (a) consiga realizar as correspondências com o registro semiótico específico e o objeto matemático.

2- A análise e o acompanhamento de sequência didática demonstrarão como acontece a aquisição do conhecimento matemático dos(as) alunos(as), com a utilização dos diferentes registros de representação com a realização das funções de coordenação, tratamento e conversão entre estes registros.

O Objetivo Geral é compreender como ocorre a aprendizagem de frações com alunos na EJA, mediante um ensino focado nas representações semióticas.

Os objetivos específicos são:

1- Identificar como os registros das representações semióticas manifestadas promove eficiência na apreensão das frações;

2- Refletir sobre as manifestações de aprendizagem de frações pelos(as) alunos(as) no desenvolvimento das atividades, quando levamos em consideração a fração e suas diversas representações associadas;

3- Analisar as aprendizagens de frações com alunos(as) na EJA, mediante a presença das representações semióticas em atividades de ensino;

Dessa forma, este texto será desenvolvido em cinco seções, nas quais trataremos os seguintes temas:

Na primeira seção apresentaremos a trajetória do professor e pesquisador e como ele se descobre para realizar este trabalho. Além disso, abordaremos quais leituras e questões o levam ao interesse de pesquisar sobre representações semióticas.

Na segunda seção trataremos as contribuições da teoria dos registros de representação semiótica para o ensino e aprendizagem de números racionais. Ou seja, aqui estudaremos as representações semióticas e, ainda, como devem ser usadas no ensino de matemática para favorecer a aprendizagem de frações.

Na terceira seção abordaremos ensino e aprendizagem de frações na EJA. Analisaremos o perfil geral dos alunos da EJA e como são as dificuldades de aprendizagem com frações para esse público, no contexto do currículo de matemática da EJA.

A quarta seção consiste na apresentação da Metodologia da Pesquisa, em mostraremos como vai ser feita a pesquisa de caráter qualitativo, caracterizando-se como uma pesquisa-ação. Também demonstraremos como construiremos os dados da pesquisa.

A Metodologia consiste na pesquisa qualitativa do tipo exploratória e foi desenvolvida em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental do município de Rio Branco-AC, zona urbana, no módulo V da EJA, no turno da noite. Realizamos intervenções em aulas à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval. Os dados foram construídos ao longo das intervenções a partir da aplicação de uma sequência didática.

E por fim, na seção 05 apresentaremos a análise de resultados da pesquisa, onde apresentaremos os resultados da pesquisa frente a interpretação da análise dos dados construídos durante a pesquisa.

Seção 01 - A trajetória do professor-pesquisador frente à aprendizagem de frações

A minha relação com as frações desde o ensino básico foi sempre pautada apenas com um tipo de tratamento sobre as representações dos objetos matemáticos, a saber, o da manipulação de definições e dos algoritmos. Este modo de ensino de matemática era frequente e ainda é nas escolas.

Eram raros os(as) professores(as) que possibilitavam um ensino com diversidade de registros semióticos. De tal modo, o ensino acontecia com base na memorização de definições e procedimentos de cálculos. E, assim, prejudicava os momentos para que ocorresse a cognição, pois como era possível realizar certas funções cognitivas como imaginação sobre as frações.

Ao longo dos anos na posição de aluno, venho refletindo sobre o meu aprendizado em matemática e, apesar de não ter muita dificuldade na disciplina, notei que perpassava por uma memorização ostensiva de algoritmos matemáticos. E que este modo de aprender matemática privilegiava apenas um aspecto da representação das frações, já que não eram explorados outros tipos de registros. Essa ausência não promovia uma aprendizagem consistente, demonstrando fragilidades diante de alguns problemas da matemática que eu enfrentava.

De modo específico, vivenciei uma crise de aprendizagem na disciplina de Análise Real em que não percebia como as representações dos conteúdos matemáticos que eram repassados na referida disciplina não facilitavam a cognição e, conseqüentemente, a aprendizagem, pois a maneira de apresentá-las envolvia um custo cognitivo alto. Ou seja, que resultava na dificuldade de realização das funções do pensamento sobre os objetos matemáticos desta disciplina. Assim, me questionava como é possível realizar cognição sobre um conteúdo, quando não posso criar imagens sobre ele?

As representações apresentadas não favoreciam um processo de percepção adequada dos objetos matemáticos, sendo necessário percorrer um caminho de aprendizagens com muita dificuldade para a realização das aprendizagens esperadas nesta disciplina. Percebia uma situação de ineficiência das representações semióticas dadas, dificultando o processo de cognição caracterizando um custo cognitivo alto para a aprendizagem. Os objetos se apresentavam não evidentes para a minha percepção, demonstrando serem inadequados para facilitar o processo de aprendizagem.

Logo depois de vivenciar essa problemática na disciplina, comecei a pensar como evitar essas ocorrências de não saber visualizar a ideia matemática no processo de ensino da matemática. Deste modo, e com base em leituras sobre registros de representações semióticas, temos refletido sobre como explorá-las em nossa prática de professor de matemática na EJA no

ano de 2014 e, simultaneamente como aluno do Programa Especial de Licenciatura em Matemática – PROEMA/ UFAC.

Neste Curso percebi que algumas disciplinas tinham um caráter difícil, pois o contato com esses objetos matemáticos poderia ser um dos fatores devido a uma abordagem única e enclausurada pelos professores-formadores, sem considerar a importância do trato com as representações destes objetos matemáticos.

Ensinar de outra maneira, aquelas dificuldades seriam sanadas com mais facilidade tanto por parte do professor na área do ensino como pelos(as) alunos(as) na área de aprendizagem? Esse questionamento apareceu novamente quando em algumas situações de contato com as frações, ministrando aula nas escolas ou assistindo aula na Licenciatura de Matemática, não conseguia criar e proporcionar imagens para as frações, facilitando a sua compreensão.

Comecei a me inquietar com isto, mas fui procurando cada vez mais ver o que era esse tipo de problema e se poderia levar a uma pesquisa. Portanto, comecei a estudar e lembrar-me do tema semiótica, que tinha visto em outras épocas apenas como uma ciência que explicava todas as linguagens e, a pensar se essa ciência teria alguma relação com as situações da matemática.

Os referenciais que eu tinha sobre semiótica eram ligados a livros sobre o que era semiótica, de Lucia Santaella, e alguns textos de Umberto Eco, pois já era um curioso sobre este tema. Comecei a ver a possibilidade de associar a semiótica com a matemática e descobri, no mestrado, um autor francês que trabalha matemática com semiótica.

Essa problemática de associar a matemática e a semiótica, pela condição comum de tratarem de linguagens, possibilitaria ter outra maneira de abordar a matemática que incluía o paradigma da representação dos objetos matemáticos e, de como estas representações influenciam na aquisição do conhecimento matemático, em especial, das frações.

Outro fato que achei interessante é que numa disciplina de Álgebra Linear, ao ver uma representação de transformação linear pela sua definição e aplicação de exercícios na forma de representação simbólica dificultava a compreensão. Entretanto, quando vi um livro de um autor americano e como ele representava transformação linear no respectivo livro, através de uma figura com molas, notei como aquela imagem era mais feliz em produzir cognição e aprendizagem do que o registro discursivo e simbólico que eu tinha de transformação linear.

Outra situação foi quando notei a minha dificuldade de ensinar frações impróprias aos alunos. Percebi a dificuldade que tinham de diferenciar a representação dos números naturais dos números fracionários, pois não via este como um novo número que também é usado para

contagem. Deste modo, os(as) alunos(as) não conseguiam fazer a distinção entre os tipos de números (naturais e fracionários). Consequentemente, eles percebiam os números fracionários com a mesma representação e ideia dos números naturais, gerando obstáculos para uma aprendizagem consistente.

Quando utilizava uma representação de frações impróprias no registro numérico e pedia que representassem no registro figural, eles não sabiam o que responder demonstrando através deste fato que não tinham ideia de como seria um desenho sobre as frações impróprias. Isto é, o significado daquela representação utilizada por eles não permitia realizar a cognição adequada. Afinal de contas, como é representar frações quando o numerador é maior que o denominador?

Em minha hipótese, o fato dos(as) alunos(as) apresentarem dificuldades em compreender a fração como um novo número deve-se possivelmente à ausência de exploração em sala dos registros de representação semiótica de frações. Fato este que poderia estar associado a obstáculos didático-pedagógicos e epistemológicos do conceito de fração.

Um obstáculo epistemológico exatamente porque os alunos não se desvencilhavam da representação dos números naturais, situação que pode ser vencida com representações semióticas possibilitando fazer uma cognição que auxilie na percepção dos alunos.

Esta nova forma de pensar sobre os números aparecia e a ideia de número natural não permitia realizar cognição e dificultava a percepção de qual ideia de número estava sendo comunicada. Eles não tinham noção de qual era o significado de uma fração imprópria, pois as representações dos números naturais se mantinham nas suas mentes e prevalecia sobre a exigência de uma nova representação da relação parte-todo das frações e, assim, gerava obstáculos na aprendizagem desses novos objetos matemáticos.

Quando você usa $\frac{1}{2}$, o aluno compreende e faz normalmente a representação figural da fração própria. Depois você solicita que eles representem $\frac{3}{2}$ ou qualquer fração imprópria e eles não conseguem mudar de registro, no caso, de representação numérica para a representação figural. Este fenômeno foi interessante pois comecei a notar a importância das representações e, como Duval (2011) diz, pelo menos duas representações semióticas são necessárias para garantir aprendizagem em matemática.

Por isso, ao propor esta pesquisa fui motivado pelo fato de ver que a matemática possui um objeto que é inacessível diretamente, a não ser, mediante suas representações semióticas.

A dificuldade com frações é um campo fecundo de estudo. Devido a isso, me propus investigar a influência dos registros das representações semióticas como referencial teórico na aprendizagem de frações.

Na interação dos(as) alunos(as) com frações, observam-se dificuldades na conceituação e compreensão. Este problema é comum na maioria dos anos do Ensino Fundamental e, agrava-se também no Ensino Médio, quando o(a) aluno(a) já deveria ter dominado este conteúdo.

É possível que um dos fatores das dificuldades na aprendizagem das frações seja a relação do(a) aluno(a) com as representações semióticas, isto é, de como esses conteúdos devem ser trabalhados com um foco em representações semióticas nas escolas. Portanto, é necessário um aporte teórico que trate da teoria dos registros das representações semióticas desenvolvida por Duval (2011), pela importância nas atividades cognitivas dos(as) alunos(as) em aulas de matemática. De modo específico, esta teoria trata do uso das representações no contexto escolar, com objetivo de favorecer o ensino e a aprendizagem de matemática a partir do objeto de conhecimento: frações.

O conhecimento sobre estas representações diretamente sobre a prática dos professores e a aprendizagem dos alunos possibilita delinear os métodos necessários e adequados à efetivação de um processo de ensino eficaz no trato das dificuldades de aprendizagem das frações.

A prática em sala de aula revela ao professor que, mesmo para os alunos que trabalham com frações, ainda ocorre uma apropriação do objeto unicamente pelos algoritmos, em que se gera uma compreensão deficitária das frações. Ou seja, os alunos cometem erros de não perceber outros aspectos deste objeto. E a observação desse fato demonstra que a aprendizagem referente ao conceito de frações foi incompleta.

É muito importante, pois, encontrar a forma ideal de abordar esse conteúdo, levando a reflexões sobre que concepções e ideias temos sobre o uso das representações semióticas no ensino das frações. Por isso, adotar uma prática docente que possibilite o manuseio de materiais concretos, desenhar ou moldar suas representações mentais, nos quais os registros de representação constituem ponto de partida para a aquisição de conceitos é mais eficiente que possibilita até uma inversão metodológica no ensino, que é partir da representação para se chegar ao conceito do objeto de conhecimento.

Os registros de representação semiótica têm fundamental importância na aquisição de conceitos matemáticos, principalmente quando são traduzidos para a linguagem matemática, assumindo até uma coerência com a vida, com fatos, um objeto concreto sobre o qual podemos falar.

Assim, buscamos observar neste trabalho o estudo sobre o processo construção/compreensão do conhecimento matemático de frações pelos(as) alunos(as) e os seus registros de representação com funções.

No capítulo 2 serão explicadas cada uma destas funções, a saber: a formação de uma representação identificável, tratamento e conversão.

A utilização de diferentes registros de representação possibilitará uma melhor aprendizagem de frações, desde que o(a) aluno(a) consiga estabelecer as relações adequadas entre o registro e a fração. De modo específico, defendemos como hipótese: o aluno terá mais facilidade na compreensão das frações se definir bem a relação de pertinência entre a representação e um determinado aspecto deste objeto matemático.

A análise e o acompanhamento de sequência didática será um guia que nos possibilitará observar como acontece o impacto na aquisição do conhecimento das frações pelos(as) alunos(as), com a utilização dos diferentes registros de representação.

Neste estudo temos, ainda, a seguinte formulação de hipóteses:

- Um ensino produzido com diversidade de registros de representação promove aprendizagem na apreensão do objeto matemático trabalhado, caso o(a) aluno(a) consiga realizar as correspondências com os diversos registros semióticos.
- A análise e o acompanhamento de sequência didática demonstrarão como acontece a aquisição do conhecimento matemático dos(as) alunos(as), com a utilização dos diferentes registros de representação, se forem realizadas as funções de coordenação, tratamento e conversão entre estes registros.

1.2 - Problema e Questão de Pesquisa

Por fim, com base na revisão da literatura, focalizando sobretudo as pesquisas da área de Didática da Matemática que tratam da aprendizagem de números racionais com o referencial teórico das representações semióticas de Duval, relacionaremos este referencial teórico com aprendizagem de números racionais por alunos (as) de educação de Jovens e adultos para responder a pergunta da pesquisa: **Como ocorre a aprendizagem de frações por alunos da Educação de Jovens e Adultos mediante representações semióticas?**

1.3 - Objetivo Geral

Compreender como ocorre a aprendizagem de frações com alunos na EJA, mediante as representações semióticas.

1.4 - Objetivos Específicos

- Identificar os registros das representações semióticas mobilizados pelos(as) alunos(as) ao resolverem as atividades de frações;
- Refletir sobre as manifestações de aprendizagem de frações pelos(as) alunos(as) no desenvolvimento das atividades;
- Analisar as aprendizagens de frações com alunos na EJA, mediante as representações semióticas.

Nesta seção, apresentamos o caminho do pesquisador com esta temática e ainda o marco teórico da pesquisa, com suas hipóteses, questões e objetivo. Na próxima seção, desenvolveremos o referencial teórico da pesquisa.

Seção 02 - Breve revisão da literatura sobre as relações entre aprendizagem e as representações semióticas

2.1- Referencial teórico: a teoria dos registros das Representações Semióticas de Raymond Duval

Falar de ensino de matemática nos remete ao pensamento tradicional de ensinar matemática: planejar e explicar sobre objetos matemáticos para uma turma em que os(as) alunos(as) observam com atenção, mas que não necessariamente aprendem. Mas, ensinar matemática não se reduz apenas a essas duas funções: que é explicar como é um objeto matemático e manter uma audiência atenta de alunos(as)? Existem outros aspectos do ensino que são importantes para desenvolvimento de ensino e aprendizagens.

Essa solidez fechada do ensino de matemática se desfaz quando o sujeito permite se perceber e pesquisar muitos aspectos que influenciam no ensino desta disciplina, saindo da solidez enclausurante do que é ensino de matemática e demonstrando para o sujeito que pesquisa que o processo é dinâmico e tem mais cores para alegrar este ensino.

E ainda temos o fato evidente de como esse ensino é permeado na sua explicação de representações visuais dos objetos matemáticos e não atentamos como essas representações estão relacionadas com a função do ensino de matemática, como diz Duval na introdução do livro *Ver e ensinar matemática de outra forma*

Nesta obra, ao contrário, nos interessamos mais pelos outros registros, principalmente por aqueles que permitem a visualização matemática. As figuras em geometria, os gráficos em análise, os diferentes tipos de tabelas utilizadas em estatísticas ou em outros domínios que despertam pelo menos tantas dificuldades quanto o raciocínio matemático. Mas, a eles prestamos menos atenção, pois acreditamos que, nesse caso, uma vez que se trata de ver, os processos cognitivos de reconhecimento seriam os mesmos de qualquer representação icônica, imagem, esquemas, mapas ou fotografias. “O que é claramente falso” (DUVAL, 2011, p. 8).

Na busca de interpretar estas dificuldades quanto à aprendizagem da matemática, reconhecendo-a também como linguagem, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Duval, surge como uma possibilidade importante para perceber estas influências das representações no ensino e na aprendizagem em matemática.

No âmbito desta pesquisa, ela constitui um aporte teórico fundamental. Difundida mais fortemente no Brasil a partir da década de 1990, com relevantes pesquisas já realizadas, essa teoria estuda o funcionamento cognitivo do pensamento humano para a compreensão em matemática a partir das diversas representações semióticas dos objetos matemáticos.

Essas representações são semióticas porque estão associadas às diferentes linguagens de representação, como a escrita na língua materna, a escrita numérica, as gravuras, gráficos, tabelas escritas algébricas, figuras geométricas etc.

A TRRS se integra ao processo de ensino e aprendizagem, pois permite observar por parte do(a) professor(a) a exteriorização da mudança de comportamento do(a) aluno(a) em relação ao objeto matemático, que é inacessível diretamente, e o(a) aluno(a) externa a sua compreensão do objeto matemático pelas manipulações das representações. Essa compreensão é garantida por no mínimo duas representações acerca do objeto matemático e, no nosso caso, das frações.

Todavia, com apenas um vislumbre rápido de uma atividade de ensino em turmas vemos que a tarefa não é simples de realizar se reduzirmos o ensino a apenas uma dimensão do objeto matemático e não considerarmos outros aspectos do objeto matemático.

E o(a) professor(a) sem o auxílio deste referencial teórico e como coparticipante desta atividade não consegue identificar outros elementos fundamentais que proporciona um ensino de maneira a contemplar outros aspectos e dimensões do objeto matemático de maneira adequada. Um desses elementos que possibilita ao professor(a) identificar outros aspectos dos objetos matemáticos é o(a) professor(a) considerar a influência das representações semióticas na aprendizagem dos(as) alunos(as), pois segundo Duval “(...)esses sistemas interagem e convivem e são essenciais para evitar o enclausuramento de um objeto matemático em um único

sistema semiótico, o que leva o aluno a não distinguir um objeto de sua representação(...)" (2009, p.34).

A TRRS constitui uma ferramenta teórica para diagnosticar esses enclausuramentos do objeto matemático a uma única representação semiótica e a um planejar este ensino de matemática que leve em conta esta teoria dos registros das representações semióticas. Esse ensino deve considerar essa relação comunicativa entre o objeto matemático e a sua representação semiótica, que é estabelecida pela apropriação da TRRS aplicada às situações de ensino e aprendizagem.

Portanto, para restringir o enclausuramento matemático quando levam em consideração as atividades de ensino, considerando como de fundamental importância à função comunicativa entre professor(a) e aluno(a), esta deve ocorrer através do uso das representações semióticas que favoreça a cognição.

Então, devemos abordar o ensino de matemática quando pensamos em atividades que se relacionam com pensamento e linguagem para promover uma comunicação adequada e eficiente com os(as) alunos(as). Desta forma, a cognição é realizada através de representações dos objetos, pois segundo Duval (2011, p.25) "Com efeito, o modo de acesso aos objetos matemáticos é radicalmente diferente do modo de acesso aos objetos do conhecimento nas outras disciplinas. Aqui se situam o desafio, e também a razão, do ensino de matemática".

Devido a isso, o ensino de matemática que promove uma compreensão adequada em relação aos problemas específicos de ensino e aprendizagem da disciplina tem origem na situação epistemológica particular do conhecimento matemático e não apenas no conhecimento pedagógico da disciplina. Epistemologicamente não temos acesso direto aos objetos matemáticos, apenas às suas representações.

Para ensinar matemática com uma abordagem em representação semiótica é preciso ter consciência dos processos cognitivos específicos que requerem o pensamento matemático e desenvolvê-los com os alunos (DUVAL, 2011).

Assim, o ensino de matemática com uma abordagem de representação semiótica necessita que compreenda a natureza do objeto matemático e quais as representações semióticas do objeto, bem como que identifique como se relacionam com o objeto matemático, como são tratadas essas representações e, ainda, como realizar a conversão de registros semióticos para promover a aprendizagem dos(as) alunos(as).

Sempre há a necessidade de recorrer aos problemas que a aprendizagem em matemática provoca, tais como a compreensão dos objetos, que é diferente de outros campos do conhecimento, pois o objeto matemático se apreende pela sua representação. Portanto, o ensino

deve ser problematizado quando se usa a maneira de abordá-lo levando em conta as representações semióticas, o que deve exigir certos cuidados para garantir uma aprendizagem adequada com o uso das representações semióticas.

Esses cuidados são as dificuldades locais, em termos de turma, e globais quando tratam dos objetos matemáticos, dependendo do período de aplicação de uma atividade. Essas dificuldades podem ser de resolução ou visualização de objetos matemáticos. Mas os problemas não se resolvem apenas em termos de quem aprende ou analisando tarefas aplicadas em sala de aula. É necessário saber o que é o conhecimento matemático e o que ele tem de diferente em relação a outros conhecimentos (DUVAL, 2011).

Essas questões envolvem os níveis epistemológico e cognitivo, pois a análise deste conhecimento engloba simultaneamente estes dois aspectos: a natureza do objeto e a maneira como esses objetos são apresentados. Nesse aspecto, concordamos com Duval (2015, p. 215) ao defender que “A análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente as formas de como os objetos nos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos”.

Dessa forma, o pensar qual a influência em como se apresentam os objetos matemáticos em sala de aula pelas representações semióticas balizadas pela natureza epistemológica deste conhecimento é uma condição inerente para conduzir o ensino referendado por essa teoria. Essa forma de ensinar garante um acesso e uma compreensão em matemática que não se reduz aos elementos de prova e justificação (DUVAL, 2011).

Para desenvolver um padrão de ensino que envolve formação de conhecimento ou como o funcionamento cognitivo do pensamento ocorre deve-se ter o cuidado de perceber como é o acesso aos objetos matemáticos, quais capacidades os sujeitos mobilizam e qual a natureza da relação cognitiva entre esses processos e os objetos que formam o esquema da análise do conhecimento matemático. Este processo de análise do conhecimento matemático é crucial e considerável na produção de signos nas representações semióticas. Segundo Duval (2011, p.16)

Para o que concerne a análise do que é o conhecimento matemático, o ponto crucial repousa sobre a consideração ou não de SEMIOSIS, cuja revolução se iniciou com a emergência da álgebra e da análise e adquiriu uma amplitude sem precedentes nos séculos XIX e XX.

A necessidade de saber as múltiplas variações das representações e a invariância do objeto se apresenta como condição necessária para implementação de uma proposta de ensino com as representações semióticas, pois permite fazer a distinção entre o objeto e a sua

representação. Nesta direção, concordamos com Duval (2011, p.23) para quem “outro fator importante é saber a diferença entre signo e representação pois o signo tem com o objeto uma relação de referência e não de causalidade”.

O signo assume um papel na matemática com o surgimento da álgebra, provocando uma nova maneira de pensar matematicamente em que aparece o conhecimento fundamentado nos símbolos, em oposição à intuição, e passa a ter o conhecimento simbólico da matemática, permitindo passar da finitude de apreensão do espírito humano, abrindo possibilidades indiretas de acesso indireto aos objetos matemáticos.

Essa extensão semiótica das representações levou a uma modificação no esquema de análise do conhecimento matemático, em que os signos consolidam o seu papel central no pensamento matemático e, uma distinção epistemológica dos objetos em função de seus modos cognitivos de acesso. Agora se tem a pergunta para analisar o conhecimento matemático: quais os sistemas produtores de signos? Quais as operações de transformações semióticas? Quais as relações entre estes dois modos (tratamento e conversão) de acesso aos objetos matemáticos?

Neste novo esquema de análise, os objetos matemáticos são unicamente acessíveis pelas representações produzidas por um sistema de signos. Estes objetos, nesse novo esquema, têm sua autonomia porque possibilitam a formação de conceitos e suprimem a subordinação de seu emprego apenas para a designação de objetos, permitindo as transformações semióticas. Assim, concordamos com Duval (2011, p.27) ao defender que “Os signos apresentam essa possibilidade de poderem ser substituídos por outros signos, independentemente dos objetos que eles podem evocar”.

As representações semióticas que são produzidas pela substituição ilimitada dos signos e pelo conhecimento dos objetos significados ou representados são determinadas pelo mecanismo de substituição dos signos.

O problema da relação do saber matemático em contexto de comunicação em sala de aula quando ambos, os(as) professores(as) e alunos(as), percebem através da representação do objeto matemático a dificuldade de comunicação e compreensão do conceito em sala de aula? Sendo uma questão que deve ser estudada com muita atenção, constituindo um fator determinante para a escolha teórica, pois esta relação com o saber matemático funciona como uma interface comum para revelar as dificuldades de ensino pelos(as) professores(as) e aquisição do conhecimento pelos(as) alunos(as) na aprendizagem.

Essa evidência na sala de aula é revelada através de avaliações diagnósticas que propiciam ao professor(a) diagnosticar quais os problemas que requerem serem observados e

se a sua representação está causando problemas de aprendizagem e ensino para, posteriormente, escolher e adequar a teoria e o método eficaz para conduzir as atividades matemáticas na turma.

Portanto, as evidências dão condições para adotar a TRRS pelo pesquisador permitindo que ele possa relacionar os problemas diagnosticados e a compreensão que esta teoria traz para uma condução de ensino, garantindo a cognição adequada e aprendizagem pelos(as) alunos(as).

Este momento de diagnosticar os problemas que a representação semiótica do objeto matemático e sua implicação direta no processo de ensino e aprendizagem deste objeto permitem que o(a) professor(a) construa um modelo de condução de ensino como processo dialético de idas e vindas entre a teoria e os problemas diagnosticados, gerando um ciclo de conversas (entre teoria e problemas) até chegar a uma síntese do modelo ideal para aplicação da teoria no ensino.

Como os três elementos da situação didática são o professor, aluno e o saber matemático, a teoria se apresenta como uma linha e agulha ideal que possibilitarão a costura desses três tecidos, que ainda não se reduz apenas ao costurar, mas a um aspecto do qual emergirá dessa construção que transpõe o tecido costurado e que se observa na aprendizagem dos(as) alunos(as).

Como aprendizagem significa aquisição de conhecimento e não ocorre sem representação, para Duval (2011) a compreensão matemática é dependente da diversidade de registros de representação semiótica e da coordenação entre esses diferentes registros a partir do tratamento e conversão.

A aprendizagem matemática acontece através da passagem do mesmo objeto matemático pelos diferentes registros de representação. A oportunidade de usar diferentes registros de representação do objeto em estudo e realizar as relações e funções que estabelecem real significado deve ser possibilitada ao aluno(a) para a apreensão do conhecimento matemático, em especial as frações. Mas, a maioria dos(as) professores(as) desconhece o modo de trabalhar com os diferentes registros e interpreta erroneamente as representações, o que ocasiona as dificuldades tão comuns no ensino da matemática e, especialmente, das frações.

A preocupação do(a) pesquisador(a) em Educação Matemática é buscar os caminhos que ajudem esses(as) professores(as) no processo didático-metodológico da aquisição do conhecimento, permitindo-lhes assim um melhor modo de alcançar os objetivos de ensino e aprendizagem.

O(a) aluno(a) deve, portanto, ter um papel ativo e reflexivo, pois pode, a partir da compreensão das representações, alcançar a aprendizagem mediante uso adequado das representações semióticas. A coordenação e mobilização das representações evidenciam a

aprendizagem dos(as) alunos(as), isso demonstra o papel ativo e reflexivo do(a) aluno(a) e permite uma melhor comunicação entre o(a) aluno(a) e o(a) professor(a), o que justifica o uso das representações semióticas nas aulas de matemática.

A TRRS se integra ao processo de ensino e aprendizagem, pois ela permite observar por parte do(a) professor(a) a exteriorização da mudança de comportamento do(a) aluno(a) em relação ao objeto matemático, que é inacessível diretamente e sobre o qual o(a) aluno(a) externa a sua compreensão pelas representações. Essa compreensão é garantida por no mínimo duas representações acerca do objeto matemático.

O ensino de matemática está cheio de representações matemáticas, desde o início da escolarização até a conclusão da educação básica dos(as) alunos(as). Ao longo da vida escolar, todo(a) aluno(a) se depara com gráficos e diagramas colocados em sala de aula para representar os objetos matemáticos.

Assim, chegamos às perguntas: existe a possibilidade de uma aula de matemática sem representações destes objetos? É possível a comunicação em aula ocorrer sem o uso destas representações matemáticas?

Todas as situações que envolvem o saber matemático são apresentadas nas salas de aula através destas representações. Portanto, o(a) professor(a) conta com o auxílio destas representações para comunicação deste saber e para falar do campo dos números racionais, em que se faz necessária uma apropriação adequada pelo(a) professor(a) destas representações para garantia efetiva de um ensino que gere aprendizagem.

Quando o(a) professor(a) apresenta uma área de um terreno que foi transformada em estacionamento, o(a) professor(a) precisa desenhar no quadro branco, ou utilizar uma figura previamente elaborada, onde possa mostrar a parte que se tornou estacionamento pelo proprietário e as relações dessa parte com o restante do terreno. Ele(a) utiliza, portanto, desenhos reproduzidos no quadro branco e, em seguida representação por números da situação inicialmente dada. As frações são exemplo em que as representações semióticas se tornam necessárias. Através das representações o(a) professor(a) mostra aos seus/suas alunos(as) como os valores dos números racionais se relacionam, e, ao mesmo tempo, organiza o ensino e aprendizagem através das imagens fornecidas nos diversos recursos didáticos utilizados pelo(a) professor(a).

Outro aspecto importante a ser estudado é a noção de obstáculo epistemológico, sobre o qual Bachellard (Trindade, 2019) nos fornece instrumental para compreender os constantes erros comuns dos(as) alunos(as), no uso das frações, que são considerados, muitas vezes,

pelos(as) professores como distração ou incompetência, dificultando ou impedindo que os(as) alunos(as) se apropriem do conhecimento matemático em questão.

Estas observações reforçam a ideia de que a aquisição do conhecimento só se dá através de representações e, propriamente, o conhecimento matemático só existe se recorrer ao auxílio de representação. Há uma necessidade do conhecimento destas representações e um fazer pedagógico com o objetivo de mudar, coordenar e elucidar as ideias e imagens que se faz de um determinado objeto.

Contudo, é preciso considerar que o(a) professor(a) deve partir das concepções que os(as) alunos(as) já possuem sobre determinado assunto ou estudo e, com o uso das representações semióticas, fazer com que obtenham ou adquiram o conhecimento científico sistematizado, a partir dos diversos registros de representação. Esta forma de atuação permite superar obstáculos de compreensão dos objetos matemáticos, enraizadas em compreensões prévias dos(as) alunos(as) que são os obstáculos epistemológicos.

As representações semióticas estão ligadas às representações mentais, mas, não estão subordinadas a estas, isto é, o(a) aluno(a) tem uma representação mental, mas não consegue realizar as funções de tratamento e conversão com a representação mental do objeto matemático. Certas funções cognitivas essenciais do pensamento humano só são possíveis através das representações semióticas, como as atividades cognitivas de tratamento, para as quais tem-se uma variedade de registros semióticos de representação.

Segundo Duval (2011), a apreensão de um objeto matemático ocorre com a representação desse mesmo objeto por diversos registros semióticos próprios, sendo o que determina a aprendizagem matemática. A disponibilidade para manipular diversas representações de um objeto matemático aplicados em sala de aula possibilita aos alunos(as) se apropriarem das propriedades e relações que possibilitam criar significado. Portanto, devem ser dadas aos alunos(as) para acessar determinados aspectos dos objetos matemáticos, sendo o promotor da aquisição de conhecimento matemático.

No entanto, o desconhecimento da TRRS leva a equívocos na hora de aplicar as representações. Conseqüentemente o uso destes registros provoca dificuldades no ensino desta disciplina acarretando problemas na aprendizagem por parte dos(as) alunos(as). O conhecimento da TRRS indica métodos ou caminhos que devem ser encontrados para auxiliar no processo de ensino que favoreça a apreensão deste conhecimento.

Os materiais impressos de uso didático nas escolas, com os quais os(as) alunos(as) estão em contato a todo o momento, coloca-os frente a frente com essa diversidade de registros de representação na forma de desenhos, gráficos, diagramas e outras maneiras de representação.

Isto acontece com um intuito de proporcionar um melhor entendimento dos objetos matemáticos, que na maioria dos livros didáticos se observa na forma de texto escrito, uma prática comum que não é devido ao acaso, mas para reforçar a compreensão do objeto matemático.

Como o objeto matemático não possibilita um acesso direto a ele, mas através de suas representações, esta interação com a representação semiótica é o elo onde ocorrerá a cognição e a aquisição do conhecimento matemático. Consequentemente, a apreensão deste conhecimento é inteiramente dependente destas representações. Portanto, vemos a necessidade do conhecimento desta teoria de estar aliada a um processo de ensino e aprendizagem que leve em consideração diversas relações com as ideias e imagens acerca dos objetos matemáticos.

Para isso o(a) professor(a) deve fazer ponte entre as concepções que os(as) alunos(as) já trazem sobre um objeto matemático, através de comparações e aproximações com a forma de representação do mesmo objeto matemático, dado pelo conhecimento científico. Estes movimentos sucessivos contribuem para a apropriação pelo(a) aluno(a) do objeto matemático.

2.2 - Tipos de representações

Será que as representações são do mesmo tipo? É necessário sabermos distinguir os tipos de representações, pois quais são solicitadas como representações semióticas para promover a cognição e gerar aprendizagem nos(as) alunos(as)? A representação torna evidente para a consciência a realidade que não se percebe diretamente do objeto matemático, estabelecendo assim, a relação entre consciência e objeto matemático, com posterior desenvolvimento de aprendizagens. De fato, a representação comunica via imagem mental a ideia ou um conceito que corresponde ao objeto matemático.

Como o objeto matemático é abstrato, a matemática e seu ensino requerem o uso de representações para aprendizagem destes objetos que na maioria das vezes não permite a sua percepção. Estas representações auxiliam na comunicação e nas relações entre o sujeito (quem aprende) e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático, que depende do aspecto do objeto matemático a ser reconhecido pelos(as) alunos(as).

Segundo Duval (2011), as representações podem ser: representações mentais, computacionais e semióticas. As representações mentais são imagens produzidas em relação aos fenômenos físicos e naturais. São representações internas e conscientes do sujeito, ocorrendo ao nível do pensamento.

As representações internas ou computacionais são representações internas e não conscientes do sujeito. As tarefas são realizadas sem pensar em todos os passos necessários para sua execução (por exemplo, os algoritmos computacionais ou os algoritmos das operações). Na maioria das vezes, em contexto de aula, o(a) aluno(a) domina o algoritmo, mas não consegue dizer o significado da operação. Isso devido ao processo inconsciente dos algoritmos. Portanto, uma condição a ser considerada no ensino de matemática: primeiro consolidar as representações para depois acessar os processos de utilização de algoritmos.

As representações semióticas são externas e conscientes para o sujeito, mostrando sua característica a partir da mobilização de um sistema semiótico, assim as representações semióticas podem ser produções discursivas (em língua natural, em língua formal) ou não discursivas (figuras, gráficos, esquemas).

Pretendemos investigar as inter-relações entre o objeto matemático e os diversos registros semióticos no sentido de desvendar como ocorre a compreensão das frações e de outras funções cognitivas como construção e abstração das frações, constituindo uma ferramenta didática para o ensino de frações.

Entendemos que o ensino da matemática está associado à compreensão de diferentes registros de representações e as suas respectivas conversões. Por essa razão, vamos aprofundar o estudo sobre as representações semióticas, desenvolvendo a ideia de registro de representação. O que devemos ter é o cuidado de não confundir a representação com o próprio objeto matemático a estudar, pois a representação se constitui em aspectos do objeto e não o objeto em si.

O objeto matemático nem sempre é fácil de representar, por isso o seu tratamento depende do uso do sistema de representação semiótico. Duval (2011) contraria a ideia de que as representações semióticas sejam simples exteriorização das representações mentais para fins de comunicação. Ao contrário, servem também para construção do conhecimento por quem aprende e depende das representações semióticas que desempenham as funções cognitivas de tratamento e conversão.

As representações semióticas estão ligadas às representações mentais, mas não estão subordinadas a estas. Certas funções cognitivas essenciais do pensamento humano só são possíveis através das representações semióticas, como as funções cognitivas de tratamento. Estas ocorrem através de uma variedade de registros semióticos de representação. Segundo Duval (2011), a produção ou a apreensão de uma representação semiótica chama-se semioses, e noesis, a apreensão conceitual de objeto.

Para que aconteça um real aprendizado da matemática deve existir sempre a noesis (conceitualização) através de semioses, que produz a representação. O sujeito que aprende precisa estabelecer a coordenação dos vários registros de representação semiótica, pois assim possibilitará maior apreensão do objeto matemático em estudo. Torna-se necessário o entendimento sobre quais as atividades cognitivas estão ligadas a semioses e as razões pelas quais a aprendizagem conceitual envolve a coordenação de vários registros de representação.

Duval(2011) apresenta três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semioses para que um sistema semiótico seja um registro de representação: formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

1. A formação de uma representação identificável: entendemos que, no objeto matemático a ser representado, é necessária uma seleção de características de dados que fazem parte das regras determinantes do conhecimento das representações e sua utilização para tratamento, para assim, obtermos uma representação identificável. Formando a representação identificável, o sujeito consegue utilizar as representações adequadas tornando o objeto matemático evidente.

A função das regras em primeiro lugar é dar condições de identificação e reconhecimento da representação e, em segundo lugar, possibilitar a sua utilização para tratamento. São regras que não implicam na competência para formar representações, mas sim na competência para reconhecê-las.

2. O tratamento: segundo Duval (2011), é uma transformação interna a um registro, ou seja, o tratamento de uma representação é a transformação dessa representação no próprio registro onde ela foi formada.

3. Conversão: quando a representação semiótica sofre uma transformação e muda de registro dizemos que ocorreu uma conversão. Isto é, um processo que não ocorre na operação de tratamento. Esta ocorre internamente ao registro enquanto a conversão é externa e o novo registro obtido pela conversão da representação semiótica é diferente do registro inicial.

Devemos ter um cuidado para não confundir conversão com interpretação e codificação. A interpretação implica em mudança de contexto sem mudança de registro, enquanto codificação é a representação transcrita para outro sistema semiótico.

Apenas a produção de representações e a operação de tratamento dos objetos matemáticos não garante a aquisição destes. Ou seja, quando realizamos operações matemáticas apenas em um registro semiótico sem fazer as mesmas operações por outro sistema semiótico, como passar de um registro numérico para um registro figural.

2.3 - Coordenação entre os registros de representação

O pensamento humano funciona ligado à representação (semioses) e à conceitualização (noesis). Dessa coordenação semioses/noesis, podemos determinar duas características fundamentais do pensamento humano. Sabendo que a necessidade faz o homem criar sistemas semióticos de representação que determina o progresso do conhecimento, podemos transpor estes pressupostos para a sala de aula, em que a condução das semioses e a noesis se traduzem no binômio respectivo representação-conceitualização, que determina o ensino e aprendizagem em sala de aula.

A questão é: qual a necessidade da diversidade de registros de representação para o funcionamento do pensamento humano?

Seguindo três posições de Duval (2011), chegamos às respostas:

- 1) Custos semióticos de tratamento que reduzem dificuldade para aprendizagem e funcionamento de cada registro;
- 2) As limitações representativas específicas a cada registro;
- 3) A conceitualização implica uma coordenação de registros de representação.

Em relação ao custo semiótico, Duval (2011) afirma que a existência de muitos registros permite a troca de registros, e essa troca tem por objetivo efetuar tratamento de uma forma mais econômica e mais eficiente para a aprendizagem, pois permite uma percepção mais evidente do objeto matemático.

As representações com custo semiótico mínimo são a forma mais simples e econômica que escolhemos para representar um objeto em estudo e, a que mais se aproxima da linguagem natural.

Segundo Buratto (2006, pág. 51)

Toda representação é cognitivamente parcial em relação ao objeto a ser representado, portanto, a complementariedade entre os registros é fundamental, possibilitando a conversão, permitindo ao sujeito vários aspectos do conteúdo representado. A complementariedade entre os registros de representação, exige da ação pedagógica (o professor) o trabalho com várias representações de um mesmo objeto para que o educando tenha condições de conceitualizá-lo. A conceitualização depende da coordenação dos registros de representação. Esta coordenação não é espontânea, mas é fundamental e necessária para a compreensão. Nos diversos níveis de ensino, mudar o registro de representação, fazer a conversão de uma representação para outra, acarreta dificuldades aos alunos

Nesta seção, tratamos dos três conceitos básicos relativos à TRRS (formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão), para relacionar com os dados a serem

analisados. Na seção seguinte, buscamos compreender como a temática é abordada em Dissertações e Teses.

2.4 - Breve revisão da literatura sobre as relações entre aprendizagem de fração na EJA e as representações semióticas

Neste item, o objetivo é compreender como a temática é abordada em Dissertações e Teses e como contribui para este trabalho. Para tal, analisamos alguns estudos que foram catalogados durante nossa pesquisa. Nesse sentido, destacamos para composição da revisão de literatura dez dissertações de mestrado e uma tese de doutorado, alguns deles pesquisados no portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e outros em portais na web, como SciELO, *Google Acadêmico* e Repositórios das Universidades pelo Brasil, todos referidos de acordos com os critérios de relevância e similaridade ao nosso estudo.

Aqui citarei outros trabalhos com o intuito de demonstrar as contribuições a partir da similaridade teórica tentando mostrar como eles utilizaram a teoria dos registros das representações semióticas nas suas pesquisas e como esta leitura permitiu contribuir para este trabalho.

A atividade de pesquisa com o uso das representações semióticas como um conjunto de ações intencionais dos(as) pesquisadores(as) em educação matemática vem sendo fonte de pesquisa. No caminhar de nossa pesquisa encontramos algumas delas que trazemos para um diálogo aqui neste trabalho.

Encontramos em Vizoli (2006) a importância de que o professor proponha atividades que levem em consideração a mudança de registro de representação semiótica. Com as análises inspiradas, principalmente, na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2011), sua pesquisa deseja encontrar quais registros de representação semiótica os alunos(as) e professores(as) de Educação de Jovens e Adultos utilizam para solucionar problemas de proporção/porcentagem.

Em Felix (2014) os resultados apontam que a conversão e o tratamento foram manifestados nos registros efetuados por esses estudantes para ordenar e resolver problemas propostos. Observou-se que a utilização de estratégias diferenciadas com estes estudantes, tais como computador, internet e objetos de aprendizagem podem contribuir com a aprendizagem deles. Além disso, a utilização de tais recursos poderá colaborar com estudos a respeito dos registros de representação semiótica.

A contribuição de Silva (2018) é categorizar os graus de não congruência semântica na conversão entre os registros, geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais. Para isto, tomou como referência a pesquisa de Duval (2004) para propor uma classificação dos tipos de representações semióticas do registro de representação geométrico bidimensional dos números racionais, com base nas variáveis visuais - dimensionais e qualitativas das figuras geométricas.

Já Miranda (2018) contribuiu com o propósito de explicar como o ensino de geometria é trabalhado do ponto de vista da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e compreender sua possível adaptação ao ensino de surdos.

Ananias (2019) investigou como ocorre a apreensão das frações como números pelos alunos. Decidiu-se, portanto, investigar o impacto de algumas abordagens que ampliassem a referida concepção de fração como parte de inteiro. Para tanto, tomou-se como base algumas pesquisas que destacam diferentes ideias e situações para conceituar frações, bem como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, devido à importância de se abordar as frações em seus vários significados, por meio de diferentes representações. As análises mostraram que houve, em geral, um amadurecimento dos estudantes em relação às ideias apresentadas, aproximando-os da concepção de fração como número.

Junior (2017) procura explicitar e analisar nas suas pesquisas as possibilidades e dificuldades no planejamento e realização de uma proposta de atividades para o ensino de “fração”, junto a um grupo de alunos e alunas da EJA. As dificuldades vivenciadas por eles nos levaram a uma reflexão sobre a necessidade de atividades integradas ao contexto social e cultural para os estudantes da EJA.

Alves (2018) apresenta os resultados de um estudo com o objetivo de avaliar os efeitos da aplicação de uma Sequência Didática, baseada no ensino por atividades, para o ensino de frações, fundamentada na metodologia de pesquisa engenharia didática (ARTIGUE, 1996). Os resultados revelam que a Sequência Didática apontou um avanço dos estudantes no desempenho em relação ao conteúdo de frações, além de maior desempenho na resolução de questões por parte destes alunos. Também foi possível observar avanços em relação à linguagem e simbologia matemática, conhecendo as variadas operações e significados pertinentes a este assunto.

Em Neres (2010) o objetivo do trabalho foi verificar se, com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, seria possível melhorar o desempenho escolar em Matemática, mais precisamente na resolução de problemas envolvendo operações com números naturais. Como resultado final da pesquisa, verificou-se que aproximadamente 60% dos alunos

tiveram bom rendimento (Bom de 61% a 80%) e 37% rendimento regular (Regular de 41% a 60%). Verificou-se, também, que aproximadamente 3% dos alunos não apresentaram solução nos problemas propostos. Esses resultados mostram que foi possível melhorar o desempenho escolar, em matemática, da maioria dos alunos pesquisados.

Makuch e Martins (2018) realizou uma ação para contribuir com a solução de um dos problemas educacionais comumente identificado no cenário escolar do segundo ciclo do Ensino Fundamental, na disciplina de matemática, que é o ensino de frações. Seu objetivo consistiu em explorar as potencialidades de simulações interativas do PhET¹ no desenvolvimento de atividades inerentes ao ensino de frações. A presente proposta atingiu seus objetivos, pois foi bem recebida pelos docentes e discentes envolvidos, vindo ao encontro da necessidade de metodologias alternativas nas salas de apoio ao se abordar o conteúdo de frações. Além disso, permitiu a aproximação da realidade dos alunos, na medida que as tecnologias estão presentes em seu dia a dia, e contemplou aspectos multi-representacionais, recursos gráficos dinâmicos, simulações e contextos interdisciplinares nas situações de aprendizagem.

Melo (2019) analisou limites e possibilidades no uso de material manipulável em conversões entre representações de números racionais realizadas por alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental. O estudo tem como fundamentação a Teoria dos Registros de Representação Semiótica – TRRS, que discute fenômenos relacionados à atividade cognitiva da conversão entre registros, entendida como fundamental para a apreensão conceitual do objeto matemático. O estudo indicou a importância da utilização do material manipulável, principalmente na introdução de exercícios envolvendo as conversões entre representações semióticas do número racional, sobretudo por oferecer aos alunos a oportunidade de explorar também as representações figurativas concretas em tais atividades.

Santana (2013) investiga a amplitude conceitual de alunos do curso de Pedagogia no que diz respeito ao reconhecimento da fração em seus diferentes Registros de Representação Semiótica. Como resultado, percebeu-se dificuldades no reconhecimento da fração em seus registros figural discreto, numérico decimal e língua materna.

Catto (2000) analisou livros didáticos do ensino fundamental a luz da TRRS de Raymond Duval e concluiu que um livro didático privilegia tratamento no registro numérico e outra coleção no registro figural. Uma das coleções realiza conversão e outra faz poucas conversões e as duas realizam conversões sempre num mesmo sentido.

¹ **PhET Interactive Simulations**, um projeto da University of Colorado Boulder, é um projeto de recursos educacionais abertos sem fins lucrativos que cria e hospeda explicações exploráveis.

Oliveira (2014) analisou contribuições de sessões reflexivas para as percepções de professores que ensinam matemática e de suas práticas docentes. As reflexões tomaram por base as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) para o ensino da referida disciplina. As sessões reflexivas foram utilizadas na perspectiva de propiciar espaços formativos para refletir sobre as práticas docentes dos sujeitos envolvidos.

Seção 03 - O ensino e aprendizagem de frações na Educação de Jovens e Adultos - EJA

3.1 - Considerações sobre o Currículo de Matemática da EJA no Acre - Caracterizando a Educação de Jovens e Adultos - EJA

Como modalidade da Educação Básica, a Educação de Jovens e Adultos – EJA é ofertada nas etapas do Ensino Fundamental e Médio. O atendimento é destinado para quem possui escolaridade incompleta e distorção idade/série. O desejo desses(as) alunos(as) é buscar novamente o sistema escolar na intenção de recuperar os anos de escolarização, interrompidos por reprovações e/ou evasão.

Analisando este fenômeno na sua complexidade, que é o processo de interrupção da vida escolar, devemos perceber que aliada a evasão escolar está a exclusão social, cultural, política e econômica que atinge os(as) alunos(as) da EJA.

A maioria dos(as) alunos(as) da EJA se encontra nessa situação em razão de lhes ter sido negado o acesso ao direito básico constitucional de frequentar a escola no tempo previsto em lei, pois como consta na LDBEN n.º 9.394/96,

a educação de jovens e adultos se destina àqueles que não tiveram acesso (ou não deram continuidade) aos estudos no Ensino Fundamental e Médio, na faixa etária de 7 a 17 anos, e deve ser oferecida em sistemas gratuitos de ensino, com oportunidades educacionais apropriadas, considerando as características, interesses, condições de vida e de trabalho do cidadão (BRASIL, 2002, p. 17).

O perfil dos(as) alunos(as) do segundo segmento da EJA no Acre apresenta semelhanças com a maioria dos(as) alunos(as) da EJA do Brasil. Os estudos sobre a EJA em relação ao perfil apontam que eles(as) são curiosos(as), receptivos(as), jovens ou adultos com autoestima questionada pela experiência, que levam a admitir a possibilidade do fracasso, sentimentos de incapacidade, dentre outros.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, é possível considerar como características marcantes da maioria dos(as) alunos(as) que frequentam a EJA: a curiosidade, a receptividade para com a aprendizagem, além da expectativa de terem um ambiente escolar que

corresponda com o desenvolvimento de suas capacidades cognitivas. São alunos(as), muitas vezes, desempregados(as), donas de casa, jovens e pessoas com idade mais avançada que a escola só aceita no turno noturno, além de trabalhadores(as) com baixa qualificação.

Sendo assim e em razão de nossa experiência em lecionar para turmas de EJA, consideramos correto afirmar que estes(as) alunos(as), em sua maioria, estão na escola impulsionados pela procura da satisfação pessoal, no desejo de dar continuidade ou retomar os estudos, na crença da possibilidade de melhoria econômica e social.

Como bem coloca Andrade (2011, p.2) “é preciso adotar estratégias pedagógicas e metodologias orientadas para a otimização da formação específica de professores e gestores responsáveis por esse modo de fazer educação”, assim como construir uma nova institucionalidade nos sistemas de ensino.

Bernardim (2006, p. 97), por sua vez, aponta que

A partir da consideração que a EJA foi concebida para atender um público excluído econômica e socialmente, desempenhará um bom papel se contribuir para reforçar a identidade de classe que vive do próprio trabalho, que historicamente esteve marginalizada do acesso à educação, mas que, principalmente por sua condição de classe dominada, não pode prescindir de uma educação de qualidade, a partir mesmo de sua concepção, o que não parece ser o que está posto no Regimento Escolar.

A proposta curricular da EJA do Ensino Fundamental nas Escolas Estaduais de Rio Branco - Acre seguem as orientações que constam na legislação estadual de ensino para essa modalidade e o Currículo Básico Comum do Estado do Acre .

A escola não tem autonomia para propor/elaborar sua própria construção curricular direcionada à EJA, mas possui autonomia quanto ao uso desta matriz curricular adaptando as circunstâncias da escola.

Para a matrícula no Ensino Fundamental II (equivalente do 6º ao 9º ano), a idade mínima estipulada para os(as) alunos(as) é de quinze anos e, para o Ensino Médio, 18 anos. Quanto aos objetivos e metas para a EJA, a escola desenvolve alguns projetos que contemplam esse segmento de ensino. Dessa forma, e a partir da vivência dos(as) alunos(as), os conteúdos são ministrados dando-se ênfase ao saber já adquirido, vinculando-os ao livro didático.

Como os outros turnos, a EJA apresenta a mesma estrutura e tem a mesma importância pedagógica quanto ao período regular diurno, com grade curricular específica para tal. O público da EJA é avaliado frequentemente, com avaliações mensais, bimestrais, seminários, projetos, até a obtenção da nota final. Conforme o Regimento Escolar, a Lei de Diretrizes e

Bases da Educação - LDB e a proposta curricular, os(as) alunos(as) têm o direito a uma recuperação paralela a cada bimestre.

A escola também oferece apoio pedagógico aos professores(as), além de incentivar o planejamento coletivo construído, apresentado, discutido e reorganizado conforme a demanda dos(as) professores(as). O tempo de estudo dos(as) alunos(as) da EJA é cerca de 3 horas diárias na escola, pois a maioria trabalha na parte do dia, acarretando que os trabalhos pedagógicos só contam com o período de aulas na escola. Devido a estas condições de ensino na EJA, há uma necessidade de outras metodologias de ensino de matemática que levem em consideração as características específicas desse grupo de alunos(as).

Em relação às dificuldades que os(as) alunos(as) da EJA têm em relação à aprendizagem de frações, alguns autores apontam certas dificuldades que iremos apresentar agora.

Para Campos (1995, apud Silva, 1997, p. 28), “os alunos apresentam maior facilidade quando trabalham com frações unitárias. Além disso, é comum que representem o símbolo sem entender seu significado”. Nesse contexto, como as frações unitárias são as frações de numerador 1, elas podem ser decompostas em soma de duas frações unitárias.

Exemplo:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{24} + \frac{1}{24}$$

Associar as frações com outras representações de “partes” em relação ao todo que usamos no cotidiano (decimais, %, ...), bem como a nossa própria moeda e a relação com estes números geram dificuldades de compreensão nos alunos.

Sobre essas dificuldades, vemos em Silva (1997, p.28) que

se refere ao aluno que, em algumas situações, nega-se a aceitar os “números quebrados” como resultado, e essa negação ocorre provavelmente porque os alunos não são colocados diante de situações que os façam perceber a necessidade desse tipo de número.

Há situações relacionadas a medidas na vida real que o número natural é um número vinculado à contagem e não expressa o que se quer dizer. Contudo, a representação fracionária nem sempre é bem aceita, o que gera dificuldades no entendimento de muitas situações.

Silva (1997, p.29) também relata que

a essência dessa dificuldade está no fato de o número fracionário não ser da mesma natureza dos números naturais, pois ele não surge de uma sequência e sim de uma partição, o que leva o aluno a interpretar a fração como um par de números naturais e não como um número que representa uma quantidade.

Podemos usar um exemplo: de cinco lotes vagos próximos a minha residência, três foram vendidos e já começaram a ser construídos. Qual a fração que representa a quantidade de lotes vendidos?

O número fracionário pode representar situações envolvendo inteiros contínuos (aqueles que partidos não se alteram quando divididos, como um bolo por exemplo) ou descontínuos (também chamados discretos, que são aqueles que não podem ser partidos porque se alteram como um conjunto de bolas de gude, por exemplo), segundo definição de Centurion (1994).

Esta dificuldade, segundo Silva (1997, p. 30)

encontra-se na passagem do discreto para o contínuo e o aluno, ao trabalhar com fração, que é introduzida a partir de um modelo contínuo com a concepção parte-todo, tem como modelo de referência o conjunto dos naturais, que é um modelo discreto.

Exemplificando: numa pizza dividida em oito pedaços, sete foram comidos. Qual a fração que representa a quantidade consumida? Já o exemplo: de cinco pizzas divididas, cada uma em seis fatias, foram comidos treze pedaços. Qual a fração que representa a quantidade consumida?

Diante do exposto, é fundamental que o(a) professor(a) seja um grande estimulador(a) e facilitador(a) no processo de ensino e aprendizagem a fim de despertar os(as) alunos(as) quanto à prática dos exercícios, demonstrando a relação que eles têm construída com frações, nas várias possibilidades que tiveram de entrar em contato com esse conhecimento e, nessa prática de construção, identificar suas principais dificuldades.

Seção 04 - Metodologia de Pesquisa

4.1 - Justificativa da escolha metodológica

Consideramos que a Pesquisa exploratória é a metodologia mais adequada para a construção de dados, visando levantar informações que ajudem a uma compreensão adequada e propicie responder nossa questão de pesquisa **“Como ocorre a aprendizagem de frações em alunos da Educação de Jovens e Adultos mediante representações semióticas?”**

Justificamos a escolha porque tem como característica principal ampliar a compreensão da teoria e procurar mais informações que ajude a entender melhor o problema e como a teoria se aplica para a resolução do problema. Podemos fazer uso também da Pesquisa

exploratória pois este tipo de pesquisa se justifica quando permite explorar e verificar aspectos da TRRS no meio onde se está pesquisando, com a participação dos(as) alunos(as) envolvidos.

Para realizar a nossa pesquisa, buscamos primeiramente no referencial teórico o suporte que nos auxiliasse na compreensão da problemática proposta, principalmente no que se refere aos diferentes tipos de registros de representação e à aquisição do conhecimento de fração. Como a pesquisa foi realizada em sala de aula com participação do professor - pesquisador e a turma visando uma maior familiaridade com o problema e a teoria, entendemos que nossa investigação preenche os requisitos de uma pesquisa exploratória.

Pretendemos produzir um conhecimento mais aprofundado das situações educacionais envolvidas, dentro de uma proposta pedagógica que busca novos modos de trabalhar com representações semióticas e, ao mesmo tempo, compreender ações e atitudes que nelas estão envolvidas, tendo como finalidade melhorar aquilo que fazemos, incluindo o modo como trabalhamos e de como o nosso trabalho pode auxiliar na compreensão do problema levantado à luz da TRRS.

Desta maneira, procuramos provocar mudanças na postura tradicional do ensino de frações comum entre professores(as) de matemática. Entretanto, temos consciência de que uma transformação não ocorre sem que os(as) envolvidos(as) estejam convencidos de que isso é possível e, também, tenham clareza da maneira como ocorrerá essa mudança. Portanto, entendemos que se faz necessário procurar uma abordagem de trabalho que reúna requisitos metodológicos e epistemológicos para fundamentar e orientar nossas práticas e as situações delas decorrentes.

Sendo assim, optamos por trabalhar a pesquisa exploratória como concepção de investigação educacional, pois ela se alicerça sobre o que é fundamental na abordagem qualitativa, ou seja, utiliza a palavra escrita e a imagem para descrever e registrar o modo como as expectativas se traduzem em atividades, procedimentos e interações diárias. Como afirmam Bogdan e Biklen (1994, p. 300), “baseia-se nas próprias palavras das pessoas, quer para compreender um problema social, quer para convencer outras pessoas a contribuir para a sua remediação”.

Além disso, tem como um de seus pilares a postura problematizadora, em que o(a) investigador(a) está continuamente a questionar os envolvidos com o objetivo de perceber aquilo que eles(as) experimentam e o modo como eles(as) interpretam as suas experiências. A escolha por essa forma de investigação, que vincula a teoria e a prática em um todo único, decorre da consciência profissional do(a) professor(a), participante desta pesquisa, que busca

novos modos de trabalhar representação semiótica no ensino da matemática e de compreender as ações e atitudes envolvidas na construção dessas situações.

Para tanto, entendemos que os(as) alunos(as) participantes desta investigação necessitam observar, descrever e questionar coletivamente processos de ações do próprio trabalho, assumindo o compromisso das ações e das situações propostas. Só assim, realizaremos uma pesquisa exploratória educacional.

Essa postura exige dos(as) professores(as) e dos(as) alunos(as) um trabalho mais sistematizado e mais rigoroso do que geralmente é feito na vida cotidiana da sala de aula, além de um maior envolvimento dos(as) professores(as) no que se refere aos conhecimentos relativos a esse modo de investigação. Por isso, partimos para a construção de uma imagem que ilustra o desenvolvimento metodológico de nosso trabalho, a construção de nossos argumentos e, ao mesmo tempo, nos torna consciente do movimento interno produtivo que será necessário para investigarmos o problema: como uma proposta pedagógica que oportuniza processos de criação pode desenvolver uma maior conscientização sobre o trabalho com situações-problema.

4.2 - Critérios de escolha dos participantes

Os participantes desta pesquisa são alunos(as) do segundo segmento da Educação de Jovens e Adultos da escola pública estadual do município de Rio Branco no estado do Acre, no módulo II da EJA, turno da noite. Esses(as) alunos(as) foram selecionados por estarem matriculados neste módulo e se caracterizarem como um público escolar que apresenta uma diversidade de conhecimentos, sendo a maioria originários da EJA, equivalente aos anos iniciais do nível fundamental, além de seu meio sociocultural e características significativas do perfil de alunos da EJA.

4.3 - Instrumentos de construção dos dados

- Teste diagnóstico;
- Registro de observação da aplicação da sequência didática;
- Pós-teste para comparar os efeitos da sequência didática.

4.4 - Trabalho de Campo

O trabalho de campo foi realizado através da aplicação de uma sequência didática em que as análises objetivas do trabalho foram verificadas com um diagnóstico da situação inicial. Ou seja, foi realizado através do Teste diagnóstico da turma em relação às frações, pois diagnosticamos como os(as) alunos(as) estão em relação ao nível de aprendizagem do conteúdo a ser explorado em uma sequência didática com abordagem nos registros das representações aplicados em sala.

Após a aplicação do Teste diagnóstico fora apresentado um diagnóstico da turma em relação às frações e iniciamos a aplicação desta teoria em cada momento da sequência didática. Estes momentos serviram de registro da performance da turma com a influência do uso das representações semióticas na aquisição do conhecimento das frações. Após o término da sequência didática foi aplicado um pós-teste para que as considerações finais da pesquisa sejam realizadas com um nível adequado de compreensão.

4.4.1 - 1.^a Etapa: Teste Diagnóstico

Nesta etapa foi realizada uma avaliação diagnóstica em que os dados sobre o nível de conhecimento dos números racionais na turma foram construídos. Elaboramos o teste diagnóstico como um instrumento de diagnóstico inicial contendo 10 questões com o objetivo de verificar o conhecimento sobre frações dos(as) alunos(as) da EJA módulo II, Ensino Fundamental. A análise dos resultados nos deu a situação da aprendizagem dos(as) alunos(as) sobre o conteúdo das frações, além de ser um orientador dos passos a serem desenvolvidos na sequência didática. A seguir, serão apresentados os dados e discussões relativos à análise desta questão, tomando-se os pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2011).

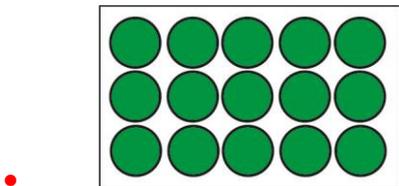
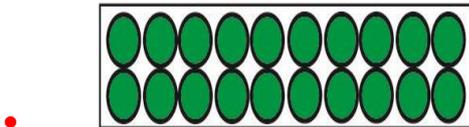
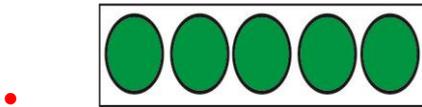
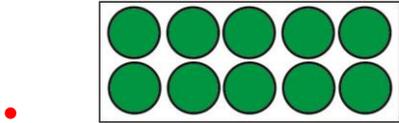
1.^a questão: Escrita em linguagem verbal através de um texto com a finalidade de observar, pelos registros dos(as) alunos(as), como eles(as) passavam de um registro escrito para figural.

Passe da linguagem escrita para desenhos

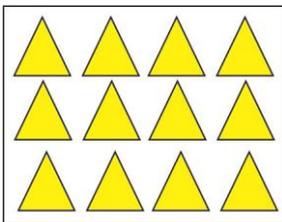
- a) Represente dois terços;
- b) Represente um terço;
- c) Represente um meio;
- d) Represente um quarto;
- e) Represente um quinto.

2.^a questão: Foi colocado um registro na forma figural para numérica.

Marque o desenho que representa $\frac{1}{2}$ dos círculos em uma caixa que cabem 20 bolinhas?



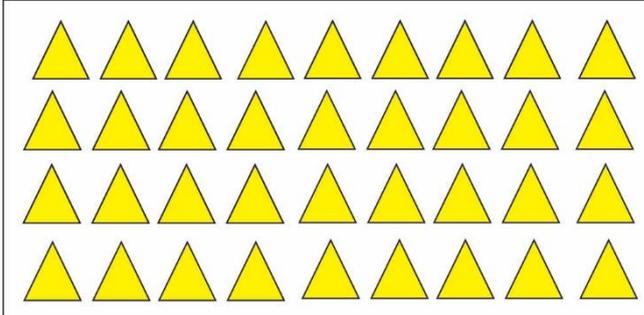
3.^a questão: Foi posta uma representação figural para o(a) aluno(a) representar as quantidades indicadas pela forma numérica. Observe o desenho abaixo:



- Quanto é $\frac{1}{3}$ dos triângulos?
- Quanto é $\frac{1}{2}$ dos triângulos?
- Quanto é $\frac{2}{3}$ dos triângulos?

4.^a questão: Foi dada uma quantidade fixa de triângulos para que o(a) aluno(a) a passasse da representação discursiva para a representação figural.

Você tem 36 triângulos, desenhe a quantidade de triângulos pedido.



- a) Metade dos 36 triângulos;
- b) Um terço dos 36 triângulos;
- c) Um nono dos 36 triângulos;
- d) Dois terços dos 36 triângulos

5.^a questão: Foram dados vários registros numéricos para que o(a) aluno(a) representasse na forma de barras. Que fração representa a figura abaixo quando pintamos uma ou mais de suas partes?

PARTE 1	PARTE 4
PARTE 2	PARTE 5
PARTE 3	PARTE 6

- Se pintar a parte 1 que fração do retângulo representa?

PARTE 1	PARTE 4
PARTE 2	PARTE 5
PARTE 3	PARTE 6

- Se pintar as partes 1 e 2 que fração do retângulo representa?

PARTE 1	PARTE 4
PARTE 2	PARTE 5
PARTE 3	PARTE 6

- Se pintar as partes 1, 5 e 6 que fração do retângulo representa?

PARTE 1	PARTE 4
PARTE 2	PARTE 5
PARTE 3	PARTE 6

- Se pintar as partes 1, 2, 3, 5 e 6 que fração do retângulo representa?

PARTE 1	PARTE 4
PARTE 2	PARTE 5
PARTE 3	PARTE 6

6.^a questão: Representação figural dos tipos de frações. Desenhe:

- A fração própria $\frac{2}{3}$;
- Fração imprópria $\frac{7}{3}$.

7.^a questão - Quais figuras representam os números $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{2}$ respectivamente:

a)



b)



c)



d)



8.^a questão: Foi uma pergunta discursiva em que foi perguntado o que era fração para os(as) alunos(as).

9.^a questão: Indique onde ficam estes números $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{2}, \frac{8}{3})$ na reta abaixo:

9	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	0%
10	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	0%

- Registro de observação da aplicação da sequência didática:

Nesta etapa foi observada a participação dos(as) alunos(as) nas atividades da sequência didática com o objetivo de perceber os obstáculos à aprendizagem das frações e quais interações serão necessárias para mediar a aprendizagem.

- Pós-teste para comparar os efeitos da sequência didática:

O pós-teste teve o intuito de verificar em percentual comparativo o nível de aprendizagem e demonstrar o efeito da aplicação das representações semióticas

4.4.2 - Registro de observação da aplicação da sequência didática

A sequência didática foi aplicada durante as aulas que ocorreram no período de fevereiro a março de 2019, intercalando com as aulas do currículo da EJA. Foi preciso, ainda, usar aulas nos sábados com a presença voluntária dos(as) alunos(as). Esta aplicação começou com alunos(as) do módulo V, mas devido a questão de tempo, tivemos que concluir com os(as) alunos(as) do módulo II, equivalente ao 6.º ano do ensino fundamental.

Durante a aplicação da sequência didática, as dificuldades com as frações já observadas no pré-teste diagnóstico vinham à tona na hora da realização das atividades propostas na sequência e os seus obstáculos, observados a tempo, nos momentos da sequência, permitiam e possibilitavam a intervenção mediadora do professor e pesquisador.

Um fato interessante era a oscilação da presença dos(as) alunos(as): tinha aplicação da sequência que contava com a maioria dos(as) alunos(as) e tinha aplicação que havia poucos(as) alunos(as). Talvez essa oscilação seja uma variável a ser considerada quando o laboratório da pesquisa é uma sala de aula.

Situação problema inicial: Como medir uma figura poligonal de quatro lados com palitos de fósforo como unidade de medida?

1 - Quanto mede a figura abaixo? Use como unidade um palito de fósforo: esta questão tem o intuito de provocar o uso de padrão de medida quando a medida difere do padrão.

A colocação da situação-problema tinha o intuito de perceber como os(as) alunos(as) decidiam que valores colocar quando a medida não era congruente com o padrão de medida

que foi usado – um palito de fósforos – e fazer com que eles(as) chegassem a um consenso e falassem: meio palito, um quarto, um terço do palito como a medida padrão para a unidade.

Enfim provocar nos(as) alunos(as) a necessidade de quantidades não inteiras, demonstrando que eles(as) já observam que a função do número não era apenas para contagem, mas também para medir e, daí, surgindo a necessidade das frações. O que observo de início é que os(as) alunos(as) fazem isso no cotidiano como meio litro d'água, meia barra de sabão, mas ficam enclausurados quando veem a fração na escola com certo tipo de representações semióticas apenas numéricas, não permitindo uma cognição eficiente com as frações.

A 1.^a e a 2.^a questão do teste diagnóstico servem como orientadoras para este momento da situação problema.

1.º momento: Desenvolvimento: observar como os(as) alunos(as) realizam a passagem de um registro semiótico figural para o registro numérico.

- a) Solicitar aos alunos(as) que dobrem a folha de papel em duas, três, quatro, cinco partes iguais;
- b) Pinte uma das partes dobradas;
- c) Ordene as frações da menor para a maior e depois da maior para a menor;
- d) Ordene as frações no sentido decrescente e crescente;
- e) Represente as frações que você representou na dobradura com papéis na forma quadrada, retangular, triangular e circular através de desenhos.

Dobrar uma folha de papel em partes iguais e aqui tem vários objetivos como comparar e ordenar as frações, e ir comparando com registros numéricos de frações, realizando um movimento de desapego à representação dos números naturais que eles(as) conservam para compreender números racionais.

Uma aluna neste momento da sequência didática sempre resistia e dizia que um quinto é maior do que um quarto (formação de representação identificável). De fato, 5 é maior do que dois, três, quatro nos naturais, mas quando ele está na representação numérica de fração o pensamento sobre o cinco no denominador é outro, ele torna a fração menor pois o cinco indica em quantas partes o todo foi dividido e a aluna queria continuar com esta ideia que conservava dos naturais.

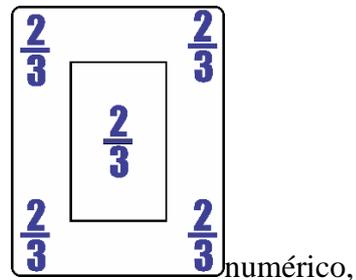
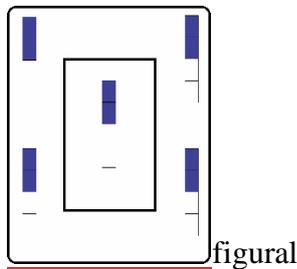
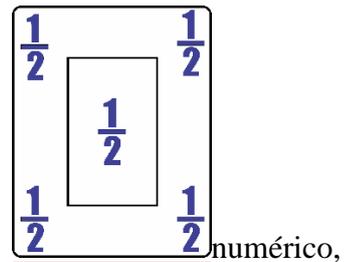
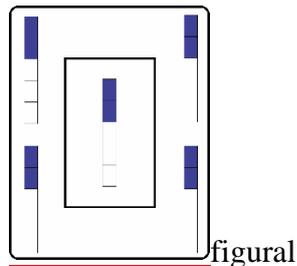
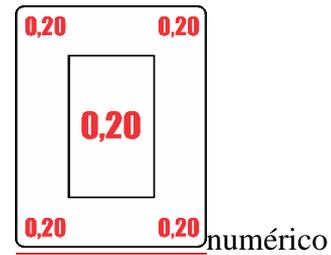
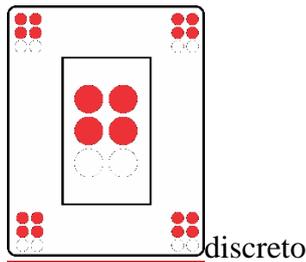
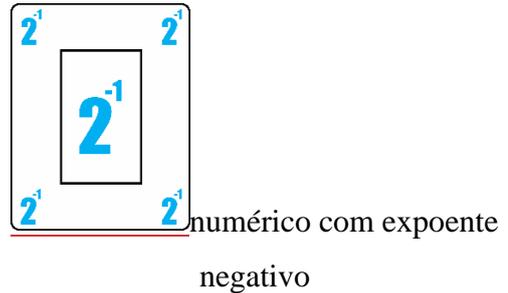
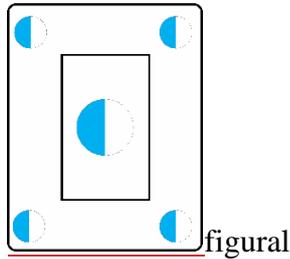
2º momento: Montar um jogo de memória com quatro registros semióticos diferentes: numérico, figural, numérico com expoente negativo e discreto.

Esta atividade teve o objetivo de comparar diversos registros semióticos de frações através de uma atividade com jogos, utilizando como material: 40 cartões com imagens dos registros das frações: numérico, figural, numérico com expoente negativo, discreto.

Esta atividade foi realizada em grupo de dois alunos, dando maior interação e oportunidade de discussões durante o jogo.

a) Montar os cartões em cartolina. Separar os cartões por grupos de representações (numérico, figural, numérico com expoente negativo e discreto).

Exemplo:



Montar um jogo de memória com quatro registros semióticos diferentes: numérico, figural, numérico com expoente negativo e discreto. Foi possível observar nesta atividade a

dificuldade de conversão entre registros de representação semiótica e a necessidade de estar sempre mediando, pois quando não conseguiam, tinham dificuldade. Esta atividade tinha o objetivo de facilitar e agilizar as representações semióticas para as frações.

Nesta aplicação da sequência didática houve uma necessidade de intervenção maior do professor e pesquisador pois os alunos(as) apresentaram dificuldades na conversão e formação de representação identificável.

3º momento: Cada aluno(a) recebe 15 círculos de papel, uma folha de papel e cola, fazendo as seguintes atividades:

1º Atividade: Pegue 15 círculos de papel e separe-os em 5 grupos iguais. Cole em uma folha de papel A4 um desses grupos. Que fração representa em relação aos 15 círculos? E em relação aos grupos? Quem é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

Observamos, com isso, a dificuldade de trabalhar as frações no registro discreto para o numérico. Os(as) alunos(as) não conseguem identificar uma representação identificável para um grupo de círculos e nem associam que 3 círculos é um quinto em relação aos 15 círculos, sendo necessária a mediação do professor e pesquisador para aquisição deste conhecimento da fração como operador.

2.ª Atividade: Pegue 12 círculos de papel e separe-as em 4 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

3.ª Atividade: Pegue 9 círculos de papel e separe-as em 3 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos 9 círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

4.ª Atividade: Pegue 6 círculos de papel e separe-as em 2 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos 6 círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

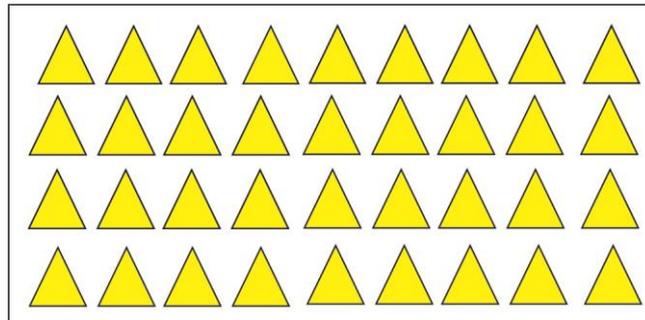
5.ª Atividade: Pegue 3 círculos de papel e separe-os em 3 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos 3 círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

Fazer os registros numa tabela através de desenhos e números fracionários.

Observamos a dificuldade de trabalhar as frações no registro discreto para o numérico e aqui a fração funciona como um operador.

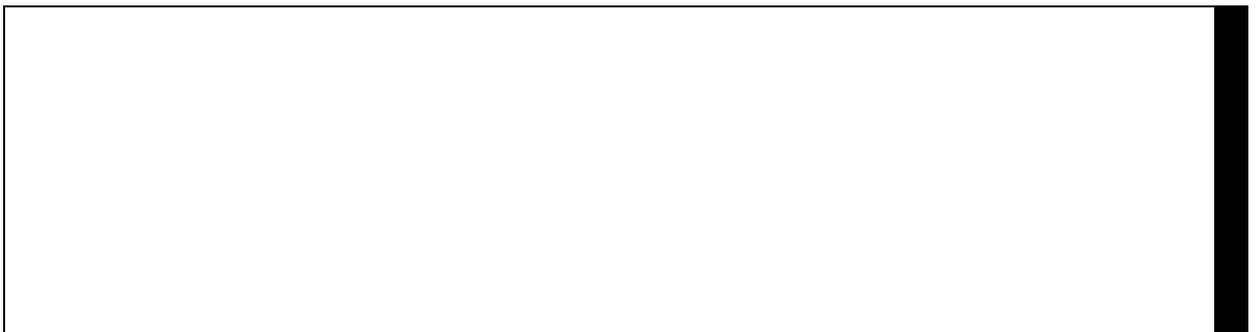
4º momento: Colagem com figuras geométricas. Cada aluno(a) recebe 36 figuras em forma de triângulos de diversas cores (os triângulos com dimensões quase idênticas) e preencherá uma folha de papel dividida em 10 partes com diversas frações obtidas da quantidade 36: cole na folha de papel as quantidades de triângulos especificados abaixo e escolha uma cor para cada quantidade.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{12}$



Colagem com figuras geométricas em que a quantidade de figuras **são quantidades discretas**. Cada aluno(a) recebeu 36 figuras em forma de triângulos de diversas cores e preencherá uma folha de papel dividida em 10 partes com diversas frações obtidas da quantidade 36: cole na folha de papel as quantidades de triângulos especificados abaixo e escolha uma cor para cada quantidade. Novamente mais um momento de lidar com a fração como operador e observamos a dificuldade de realizar cognição neste registro.

5º momento: Pinte um novo quadro utilizando círculos com as quantidades dadas abaixo



- a) Metade de 8 círculos -verde;
 b) Dois terços de 9 círculos-azul;
 c) Três quartos de 12 círculos-vermelho;
 d) Três quintos de 20 círculos-amarelo;

Mais uma atividade no registro discreto enfatizando o trabalho com operador

6º momento: Desenhar frações próprias (do registro numérico para o figural contínuo) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

Nas frações próprias não houve dificuldades de fazer a conversão para o registro figural.

7º momento: Desenhar frações impróprias (no registro numérico para figural contínuo)

$$\frac{7}{2}, \quad e \quad \frac{8}{3}$$

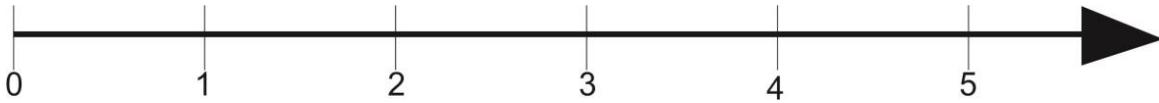
Nesta tarefa de desenhar frações observamos a riqueza dela, pois o obstáculo epistemológico vem à tona. Os(as) alunos(as) ficam paralisados(as) com uma representação mental que não possibilitava realizar uma cognição adequada para a situação-problema para realizar os desenhos. Aqui a mediação do professor e pesquisador é mais intensa e requereu mais cuidados para que compreensão fosse eficaz.

8º momento: Colocar frações próprias e impróprias numa reta numérica:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{2}, \frac{8}{3}$$

Esta atividade foi a última da sequência didática e observamos a dificuldade de colocar as frações numa reta numerada. As dificuldades principais eram onde ficavam as frações próprias e impróprias. Utilizamos o recurso do desenho de frações para facilitar a compreensão e realização desta atividade.

Indique onde ficam estes números $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{2}, \frac{8}{3}\right)$ na reta abaixo:



Sessão 05 - Análise das aprendizagens sobre frações por alunos da EJA

O objetivo desta sessão é responder à questão de pesquisa **“Como ocorre a aprendizagem de frações em alunos da Educação de Jovens e Adultos mediante representações semióticas?”**

Os dados foram construídos mediante teste diagnóstico, registro de observação da aplicação da sequência didática e pós-teste para comparar os efeitos da sequência didática.

A análise foi realizada analisando cada uma das questões, confrontando com os conceitos básicos da representação semiótica: formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Deste modo, procedemos na análise focalizando a aprendizagem de frações:

- Mediante formação de uma representação identificável;
- A partir dos dados do Pré-teste diagnóstico: não acertaram as questões do pré-teste, indicando insuficiência de representações semióticas para correlacionar o objeto matemático a aspectos solicitados pelas representações semióticas solicitadas no pré-teste;
- Registro de observação da aplicação da sequência didática: nesta fase de aplicação as suas insuficiências de representações semióticas foram sendo evidenciadas e mostrava a necessidade de criar uma representação identificável para o aspecto solicitado das frações;
- Pós-teste para comparar os efeitos da sequência didática: no pós-teste, uma fase realizada sem mediação do professor e pesquisador, percebemos a evolução da compreensão através da sequência didática e vimos que a conversão no registo discreto aponta as dificuldades na hora de aplicação da sequência didática e que no uso de representação semiótica de frações impróprias demonstram dificuldades de realizar cognição e conseqüente aprendizagem deste aspecto das frações.

Mediante o tratamento

o registro discreto												
4-Registro linguístico para o registro discreto	0	0	0	X	0	0	0	0	0	0	0	10
5-Resolução de problemas com representação de frações impróprias.	0	0	0	0	0	0	01	02	0	0	0	0
6-Representação numérica das frações e sua representação na reta geométrica.	0	01	0	0	0	0	02	03	04	0	0	0

Análise do Pré-teste

O pré-teste foi aplicado a sete alunos(as), durante uma aula de matemática do módulo V da EJA na escola e o conteúdo sobre frações ainda não tinha sido trabalhado com a turma, salvo em apenas uma aula que iniciamos com garrafas pet e tinta guache, sendo que o primeiro contato com as frações ficou restrito apenas a essa experiência.

Toda a classe do módulo V foi informada sobre a aplicação desse pré-teste e dos seus motivos. Houve interesse e participação na atividade. O teste foi copiado no quadro por intenção da pesquisa, pois já queríamos observar a escrita dos(as) alunos(as), já que esta é uma forma de representação. Houve explicações sobre como responder ao pré-teste. Todos responderam individualmente ao questionário, atendendo à solicitação de que respondessem o que estivesse ao seu alcance, de conhecimentos prévios sobre frações.

O pré-teste teve como objetivos: construir informações sobre os conhecimentos prévios dos(as) alunos(as) e como eles representavam as frações; analisar quais as suas ideias de frações, os obstáculos epistemológicos e os registros de representação usados.

Este pré-teste foi uma fonte de auxílio para elaborar a sequência didática, possibilitando atingir os seus objetivos. Para compreendermos e fazer uma verificação correta dessas informações, analisamos em separado os dados fornecidos pelos alunos, relacionado com a Teoria de Duval.

5.1 - 2.^a Etapa: Sequência Didática

Esta etapa consiste na aplicação de uma sequência didática com enfoque na teoria dos registros das representações semióticas. Nesta, analisamos os dados construídos e observamos como ocorre a aprendizagem com uso desta teoria.

Atividades da sequência didática: utilizamos estas atividades para evitarmos a metodologia de ensino mais frequente nas aulas de matemática, que consiste na reprodução dos conceitos dos livros didáticos, aula expositiva e resolução de exercícios.

Optamos pelo uso da metodologia de ensino com sequência didática. Esta metodologia também propicia que o(a) aluno(a) construa o seu próprio conhecimento, pois evita que este(a) perceba a matemática como um conhecimento acabado, motivando-os(as) a ter uma postura ativa e reflexiva diante do conhecimento matemático, principalmente quando enfrenta dificuldades nas resoluções de situações-problemas, fazendo com que o(a) professor(a) estimule e faça a mediação do processo de descoberta do conhecimento.

Consequentemente, este uso da sequência didática vai propiciando não se desviar de um dos pilares do ensino de matemática, que é a produção do conhecimento pelo(a) aluno(a). Como os conteúdos matemáticos podem ser observados e analisados por diversas visões, surge a necessidade de variadas metodologias de ensino e de preferência o uso daquelas que estão mais adequadas ao ensino de matemática. Desta forma, o uso de sequências didáticas possibilita aos alunos(as) construir conhecimento ao interligar e relacionar os momentos ou etapas da sequência acerca de determinado objeto matemático estudado.

A sequência didática sendo um instrumento metodológico de registro e planejamento é uma sequência ordenada de momentos de atividades de ensino e aprendizagem. Constará com uma situação inicial representada pela situação-problema e seus momentos de desenvolvimento até a chegada do momento final ou momento de chegada, com os resultados do envolvimento dos(as) alunos(as) e com o tema frações, produzindo o conhecimento. A sequência permite analisar como as representações semióticas influenciam na aprendizagem dos(as) alunos(as).

Situação - problema: Como medir uma figura poligonal de quatro lados com palitos de fósforo como unidade de medida?

1 - Quanto mede a figura abaixo? Use como unidade um palito de fósforo: Esta questão tem o intuito de provocar o uso de um padrão de medida quando a medida difere do padrão.

Como medir os lados quando o palito de fósforo não está inteiramente contido em partes do lado da figura poligonal, isto é, não cabe o palito inteiramente em partes dos lados?

Foi realizada esta atividade com uma figura poligonal numa folha de papel A4 e palitos de fósforos. Esta situação-problema foi dada para os(as) alunos(as) conceberem a necessidade

das frações em situações do cotidiano. Após a medição discutimos em grupo como encontraram o comprimento do polígono.

Após essa atividade foram lançadas perguntas para os(as) alunos(as) compararem situações do cotidiano em que eles(as) podem pensar na ideia de medir quando o padrão de medida não é adequado para realizar medições que não equivalem ao padrão.

1º momento: Dobrar uma folha de papel em partes iguais e comparar registros numéricos.

Desenvolvimento: observar como os alunos realizam a passagem de um registro semiótico figural para o registro numérico.

- a) Solicitar aos alunos(as) que dobrem a folha de papel em duas, três, quatro, cinco partes iguais;
- b) Pinte uma das partes dobradas;
- c) Ordene as frações da menor para a maior e depois, da maior para a menor;
- d) Ordene as frações no sentido decrescente e crescente;
- e) Represente as frações que você representou na dobradura com papéis na forma quadrada, retangular, triangular e circular através de desenhos.

O exercício apresenta uma situação de frações no registro contínuo, representadas na folha de papel com figuras geométricas que foram construídas através de dobraduras em papel.

A comparação será feita com as frações próprias representadas folhas de papel dobrado em relação aos registros numéricos.

Objetivos:

- Compreender o significado parte/todo;
- Converter registros de representação;
- Perceber a ordenação entre as frações próprias;
- Comparar frações próprias.

2º momento: Montar um jogo de memória com quatro registros semióticos diferentes: numérico, figural, numérico com expoente negativo e discreto.

Esta atividade teve o objetivo de comparar diversos registros semióticos de frações através de uma atividade com jogos. Foi utilizado como material: 40 cartões com imagens dos registros das frações: numérico, figural, numérico com expoente negativo, discreto. Esta atividade foi feita em grupo de dois alunos, dando maior interação e oportunidade de discussões durante o jogo.

- a) Montar os cartões em cartolina. Separar os cartões por grupos de representações.

3º momento: Cada aluno(a) recebe 15 círculos de papel, uma folha de papel e cola, fazendo as seguintes atividades:

1º Atividade: Pegue 15 círculos de papel e separe-os em 5 grupos iguais. Cole em uma folha de papel A4 um desses grupos. Que fração representa em relação aos 15 círculos? E em relação aos grupos? Quem é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

2º Atividade: Pegue 12 círculos de papel e separe-as em 4 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

3º Atividade: Pegue 9 círculos de papel e separe-os em 3 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos 9 círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

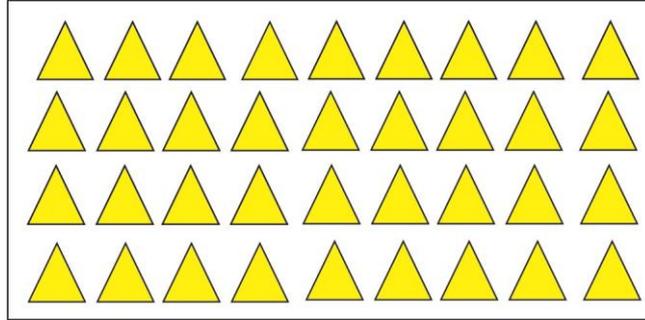
4º Atividade: Pegue 6 círculos de papel e separe-os em 2 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos 6 círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

5º Atividade: Pegue 3 círculos de papel e separe-os em 3 grupos iguais. Cole em uma folha de papel um desses grupos. Que fração representa em relação aos 3 círculos de papel? E em relação aos grupos? Qual é o todo quando se considera a quantidade de círculos de papel? Qual é o todo quando se considera a quantidade de grupos?

Fazer os registros numa tabela a partir de desenhos e números fracionários.

4º momento: Colagem com figuras geométricas significando parte/todo. Cada aluno(a) recebeu 36 figuras em forma de triângulos de diversas cores e preencherá uma folha de papel dividida em 10 partes com diversas frações obtidas da quantidade 36. Cole na folha de papel as quantidades de triângulos especificados abaixo e escolha uma cor para cada quantidade.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{12}$



- $\frac{1}{2}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{1}{3}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{1}{4}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{1}{6}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{1}{9}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{1}{12}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{1}{18}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{1}{36}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{2}{12}$ dos 36 triângulos?
- $\frac{2}{3}$ dos 36 triângulos?

5º momento: Pinte os círculos com as quantidades dadas abaixo:

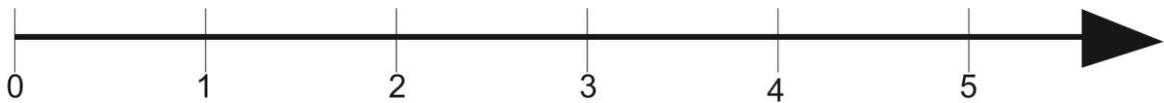
- a) Metade de 8 círculos;
- b) Dois terços de 9 círculos;
- c) Três quartos de 10 círculos;

d) Três quintos de 20 círculos.

6º momento: Desenhar as frações próprias $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$, no registro figural.

7º momento: desenhar as frações impróprias, $\frac{7}{2}, \frac{8}{3}$ no registro figural.

8º momento: colocar frações próprias e impróprias numa reta numérica: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{2}, \frac{8}{3}$



Ao desenvolver a sequência didática vamos vendo o que está ocorrendo com a aprendizagem dos(as) alunos(as) mediante a visão teórica adotada, pois esta permite observar o movimento da apropriação da representação semiótica, de acordo com o aspecto do objeto matemático. Esta relação de pertinência da representação vai elucidando para o(a) professor(a) e o(a) aluno(a) as dificuldades de aprendizagem e permite a adequação do ensino às necessidades de aprendizagem.

As representações semióticas sinalizam os problemas de cognição para os atores do ensino e aprendizagem e, ao mesmo tempo, indicam o melhor processo de mediação a ser realizado pelo(a) professor(a).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo inicial é responder à questão de pesquisa **Como ocorre a aprendizagem de frações por alunos da Educação de Jovens e Adultos mediante representações semióticas?**

Os (as) alunos(as) manifestaram usos das representações semióticas na aprendizagem de frações, embora tenham realizado parcialmente as conversões e os seus registros de representação, compreendendo as funções de: **formação de uma representação identificável, tratamento e conversão**. Neste estudo tivemos as hipóteses:

01- Um ensino produzido com diversidade de registros de representação promove aprendizagem na apreensão do objeto matemático trabalhado, caso o(a) aluno(a) consiga realizar as correspondências com os diversos registros semióticos.

A 1.^a hipótese é confirmada pois se o(a) aluno(a) não passa pelos vários registros das frações, a sua compreensão fica prejudicada e dificulta o processo de cognição.

02 - A facilidade na compreensão depende do aspecto do objeto matemático bem definido que será representado pelo registro semiótico pertinente.

A 2.^a hipótese sim, mas necessita da mediação do(a) professor(a)

03 - A análise e o acompanhamento de sequência didática demonstrarão como acontece a aquisição do conhecimento matemático dos(as) alunos(as), com a utilização dos diferentes registros de representação, se forem realizadas as funções de coordenação, tratamento e conversão entre estes registros.

A 3.^a hipótese de que a sequência garante o acompanhamento dos passos que o(a) aluno(a) e permite ir observando a mudança de comportamento frente às frações.

As limitações da pesquisa dizem respeito ao fato de não termos tido mais tempo para realizar um encontro com os(as) participantes para sanar as dúvidas sobre o que aprenderam e não aprenderam com as atividades propostas. E com isso, ir apontando alternativas para continuidade do trabalho, independente do término da pesquisa.

Outras questões demandariam novas investigações, como por exemplo: como explorar todas as funções de tratamento, objetividade e conversão na aprendizagem das ideias básicas de números racionais?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.
- ALVES, K.S.F. **O ensino de frações por atividades**. Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará. Belém, 2018
- ANANIAS, I. C.C. **Transformações de frações em números: uma experiência no Ensino Fundamental**. Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, 2019.
- ANDRADE, E. R. **Os sujeitos educandos na EJA**. 2020. Disponível em: <https://oportuguesdobrasil.files.wordpress.com/2015/02/eja-2-mandar.pdf>
- ARTIGUE, Michelle. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.
- BERNARDIM, M. L. **Da escolaridade tardia á educação necessária: estudo das contradições na EJA em Guarapuava – PR**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994. p. 292 – 301.
- BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática**. Ijuí: Editora Unijui, 2011.
- BRUNELLI, O. A.; DARSIE, M. M. P. Concepções de EJA e de Educação Matemática de formadores de professores e suas repercussões na formação continuada. **Revista de Educação Pública**, v. 27, p. 227-250, 2018.
- BURATTO, I. C. F. **Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores**. 2006. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2006.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 9ª edição. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1989.
- CATTO, G.G. **Registro de representação e o número racional: uma abordagem no livro didático**. São Paulo, 2000.
- CAVALIERI, L. **O Ensino das Frações**. 2005. 54 f. (Especialização em Matemática). INIPAR, Umuarama. 2005.
- CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**. Editora Scipione, São Paulo, 1994.
- DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**. São Paulo: PROEM, 2011. Vol. 1.
- ECO, U. **Tratado Geral de Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2012.

FELIX, A.C. M. **Estudos dos registros de representação semiótica mediados por um objeto de aprendizagem**. LONDRINA. 2014.

FIORENTINI, D.; CRISTÓVÃO, E. M. **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. Campinas: Alinea, 2006.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições**. 2a. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. v. 1. 118p.

FONSECA, M. C. F. R. O ensino de matemática e a Educação Básica de Jovens e Adultos. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte, v. 5, n.27, p. 28-37, 1999.

FREITAS, J. L. M.; BITTAR, M.; BORBA, R. **Representações semióticas de números racionais sob o olhar de um grupo de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

GITIRANA, V. **Representações e Aprendizagem da Matemática**. 2013. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=Vic60MQ9DkU>

JÚNIOR, J.E.L. **Reflexões sobre o ensino de frações na EJA**. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2017

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999

LIMA, C. L. F.; FONSECA, M. C. F. R. Concepções de ensino de Matemática e estratégias docentes: uma reflexão a partir do discurso de estudantes da EJA. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 9, p. 1-20, 2018.

MAKUCH, F. B.; MARTINS, M. A. **O uso do PhET Simulations no ensino de frações**. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 2, 2018. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/3753>>.

MANDARINO M.; BELFORT E. **Números naturais: conteúdo e forma**. Rio de Janeiro: Ministério da Educação: Universidade Federal do Rio de Janeiro, LIMC, 2005.

MELO, W.J. A. **Conversões entre representações de números racionais: limites e possibilidades no uso de material manipulável**. Recife, 2019.

MIRANDA, S. M. **Perímetro e área: análise de pesquisas sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica**. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Foz do Iguaçu, Centro de Educação, Letras e Saúde, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2018.

NERES, R. L. **Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino-aprendizagem da matemática: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental**. Marília, 2010.

NOTH, W. **Panorama da semiótica: de Platão a Peirce**. São Paulo: Annablume, 2003.

OLIVEIRA, B.P. **Reflexões à luz da teoria dos registros de representação semiótica acerca das práticas dos professores que ensinam matemática.** Fortaleza, 2014

PASQUARELLI, M. L. R. **Normas para apresentação de Trabalhos Acadêmicos.** Osasco: Edifício, 2009.

RIBEIRO, M. T. D.; SOUZA, G. V.; DARSIE, M. M. P. **Diálogos sobre Educação de Jovens e Adultos e Juventude em Mato Grosso.** 1. ed. Cuiabá: Editora Universidade Aberta do Brasil, 2016.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica.** São Paulo: Editora Brasiliense, 2012.

SANTANA, L.E. L. **Fração e seus diferentes registros de representação semiótica: uma análise da percepção de futuros pedagogos.** Curitiba, 2013.

SILVA, F. A. F. **Graus de Não Congruência Semântica nas Conversões entre os Registros Geométrico Bidimensional e Simbólico Fracionário dos Números Racionais.** 2018. 258 f. (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife. 2018.

SILVA, M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de Número Fracionário.** São Paulo: PUC, 1997. Dissertação de mestrado.

SILVEIRA, L. F. B. **Curso de Semiótica Geral.** São Paulo: Quartier Latin, 2007.

TRINDADE, D. J.; NAGASHIMA, L. A.; DE ANDRADE, C. C. Obstáculos epistemológicos sob a perspectiva de Bachelard. **Brazilian Journal of Development**, v. 5, n. 10, p. 17829-17843, 2019.

VIZOLLI, I. **Registros de alunos e professores de educação de jovens e adultos na solução de problemas de proporção- porcentagem.** Curitiba, 2006.

WILSON, J. **Pensar com conceitos.** São Paulo: Martins Fontes, 2005.

APÊNDICES**APÊNDICE A – FORMULÁRIO PARA APRESENTAÇÃO DE MESTRANDOS NO LOCAL DE PESQUISA**

DE: Prof. ou Profa: _____

Coordenador (a) do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

PARA: Diretor(a) da Escola e/ou Órgão

ASSUNTO: Apresentação do (a) mestrando(a) _____ - Turma 201__ para desenvolver sua pesquisa.

Senhor(a) Diretor(a),

Vimos por meio deste apresentar o (a) Mestrando (a) _____ - Turma 201__, portador(a) do CPF: _____; RG _____ com o tema - _____ sob orientação do (a) Prof(a) Dr (a) _____

Na oportunidade, solicitamos a colaboração da Escola para que o (a) referido (a) mestranda desenvolva sua pesquisa no ____ semestre de 201__,

Justificamos a escolha desta escola com base nos argumentos: _____

Por fim, caso a Direção deseje outras informações, nos colocamos à disposição pelo e-mail: mpecim.ufac@gmail.com ou e-mail do(a) orientador (a): _____

Atenciosamente,

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Coordenador do MPECIM

Portaria N.º 019, de 04 de janeiro de 2018

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Baseado nos termos da Resolução nº 466, de 12 de Dezembro de 2012 e Resolução nº 196/96, de 10 de outubro de 1996 do Conselho Nacional de Saúde, do Ministério da Saúde.

O presente termo em atendimento as resoluções acima citadas, destina-se a esclarecer ao participante da pesquisa intitulada: _____

sob a responsabilidade de (Nome do(a) Mestrando(a), do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática / MPECIM – UFAC, os seguintes aspectos:

Objetivos:

Metodologia:

Justificativa e Relevância:

Participação:

Riscos e desconfortos: Não haverá riscos e desconfortos para os participantes.

Benefícios:

Dano advindo da pesquisa: Não se vislumbra danos advindos da pesquisa

Garantia de esclarecimento: A autoria da pesquisa se compromete está à disposição dos sujeitos participantes da pesquisa no sentido de oferecer quaisquer esclarecimentos sempre que se fizer necessário.

Participação voluntária: A participação dos sujeitos no processo de investigação é voluntária e livre de qualquer forma de remuneração, e caso ache conveniente, o seu consentimento em participar da pesquisa poderá ser retirado a qualquer momento.

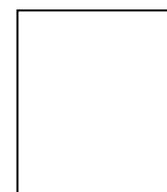
Consentimento para participação: Eu estou ciente e concordo com a participação no estudo acima mencionado. Afirmando que fui devidamente esclarecido quanto os objetivos da pesquisa, aos procedimentos aos quais serei submetido e os possíveis riscos envolvidos na minha participação. O responsável pela investigação em curso me garantiu qualquer esclarecimento adicional, ao qual possa solicitar durante o curso do processo investigativo, bem como também o direito de desistir da participação a qualquer momento que me fizer conveniente, sem que a referida desistência acarrete riscos ou prejuízos à minha pessoa e meus familiares, sendo garantido, ainda, o anonimato e o sigilo dos dados referentes à minha identificação. Estou ciente

também que a minha participação neste processo investigativo não me trará nenhum benefício econômico.

Eu, SUJEITO DA PESQUISA, aceito livremente participar da pesquisa intitulada

Desenvolvido(a) pelo mestrando (a), _____ do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, sob a orientação do(a) Professor(a) Dr.(a) _____, da Universidade Federal do Acre – UFAC.

Assinatura do Participante



Polegar direito

APÊNDICE C - TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR

Eu, **Nome do Mestrando ou Mestranda**, apresentei todos os esclarecimentos, bem como discuti com os participantes as questões ou itens acima mencionados. Na ocasião expus minha opinião, analisei as angústias de cada um e tenho ciência dos riscos, benefícios e obrigações que envolvem os sujeitos. Assim sendo, me comprometo a zelar pela lisura do processo investigativo, pela identidade individual de cada um, pela ética e ainda pela harmonia do processo investigativo.

Rio Branco , AC, ____ de _____ de 2019

Assinatura do(a) Pesquisador(a)

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Coordenador do MPECIM

Portaria N.º 019, de 04 de janeiro de 2018

APÊNDICE D – TERMO DE ASSENTIMENTO DO MENOR

Universidade Federal do Acre
Pró- Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Centro de Ciências Biológicas e da Natureza-CCBN
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

TERMO DE ASSENTIMENTO DO MENOR

Você está sendo convidado para participar da pesquisa intitulada: **NOME DA PESQUISA**, sob a responsabilidade de **NOME DO PESQUISADOR(A)**, do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática / MPECIM – UFAC. O objetivo **OBJETIVO DA PESQUISA**.

A sua participação é importante no sentido de participar; ajudar a testar/utilizar (em sala de aula/na escola) os **INTENÇÃO DA PESQUISA**. A pesquisa será divulgada, no máximo, até o mês de **XX** de 20**1X**. Os resultados vão ser publicados, mas sem sua identificação, pois não falaremos, explicitamente, a outras pessoas das informações pessoais que nos fornecer; nem daremos a estranhos tais informações. Contudo, com sua autorização e a de seus pais, poderemos fazer o uso de algumas imagens. Se você ainda tiver alguma dúvida, você pode nos perguntar ou esclarecer através do número de celular que foi indicado no cartão.

Eu _____ aceito participar desta pesquisa. Entendi os riscos, os benefícios e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir que não irá impactar nos estudos do pesquisador. O pesquisador tirou minhas dúvidas e conversou com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Município (UF), ____ de _____ de 20__.

Assinatura do menor

TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR

Eu, **NOME DO PESQUISADOR**, apresentei todos os esclarecimentos, bem como discuti com os participantes as questões ou itens acima mencionados. Na ocasião expus minha opinião, analisei as angústias de cada um e tenho ciência dos riscos, benefícios e obrigações que envolvem os colaboradores. Assim sendo, me comprometo a zelar pela lisura do processo investigativo, pelo anonimato da identidade individual de cada um, pela ética e ainda pela harmonia do processo investigativo.

Município (UF)., ____ de _____ de 20__.

NOME DO PESQUISADOR

Mestrando MPECIM – UFAC

Matricula: XXXXXXXXX

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Coordenador do MPECIM
Portaria N.º 019, de 04 de janeiro de 2018