



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
Centro de Ciências Biológicas e da Natureza



Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Mírian Silva Ferreira

**AS CONTRIBUIÇÕES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS E DAS
REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NA APRENDIZAGEM DE
NÚMEROS RACIONAIS COM ESTUDANTES DO 6º ANO**

Rio Branco – AC
2020

Mírian Silva Ferreira

**AS CONTRIBUIÇÕES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS E DAS
REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NA APRENDIZAGEM DE
NÚMEROS RACIONAIS COM ESTUDANTES DO 6º ANO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre – MPECIM/UFAC, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira

**Rio Branco – AC
2020**

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

F383c Ferreira, Mírian Silva, 1997 -

As contribuições das tecnologias digitais e das representações semióticas na aprendizagem de números racionais com estudantes do 6º ano / Mírian Silva Ferreira; orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira. Rio Branco, 2020.

110 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Acre. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM. Linha De pesquisa: Recursos e tecnologias no ensino de ciências e matemática. Rio Branco, Acre, 2020.

Inclui referências e apêndice.

1. Matemática - estudo e ensino 2. Tecnologias digitais 3. Representações semióticas - registros 4. Números racionais I. Bandeira, Salete Maria Chalub (orientador) II. Título

CDD: 530

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Kezia Santos CRB-11/508

Mírian Silva Ferreira

**AS CONTRIBUIÇÕES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS E DAS
REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NA APRENDIZAGEM DE
NÚMEROS RACIONAIS COM ESTUDANTES DO 6º ANO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre – MPECIM/UFAC, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira

APROVADA em: Rio Branco – AC, 26/11/2020

BANCA EXAMINADORA:

Salete Maria Chalub Bandeira

Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira – (Orientadora/Presidente)
Universidade Federal do Acre – CCET/UFAC

José Ronaldo Melo

Prof. Dr. José Ronaldo Melo - (Membro Interno)
Universidade Federal do Acre – CCET/UFAC

Nilra Jane Filgueira Bezerra

Profa. Dra. Nilra Jane Filgueira Bezerra – (Membro Externo)
Instituto Federal de Roraima – IFRR/ Boa Vista

Gilberto Francisco Alves de Melo

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo – (Membro Suplente)
Universidade Federal do Acre – CAP/UFAC

**Rio Branco – Acre
2020**

Dedico à minha mãe, com gratidão e amor, pois me ensinou toda construção de importância, dedicação e empenho nos estudos, para além do apoio e preocupação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que nunca desiste de seus filhos e nos ama incondicionalmente, que nos fez entender as partes do processo trilhado até aqui e nos mostra o caminho que devemos seguir, com resiliência e força.

À Prof^a. Dr^a. Salete Maria Chalub Bandeira e todas as suas contribuições não apenas diretamente ao que cerne os aspectos técnico-científicos, mas uma grande mulher, dotada de paciência, empatia e humildade.

Aos meus grandes professores do mestrado e à minha composição de banca, pelo crescimento advindo de horas de aulas dedicadas e as contribuições proveitosas em cada olhar para esta pesquisa.

À Universidade Federal do Acre por nos proporcionar cursos de pós-graduação *in loco* para os estudantes. Aos meus colegas da turma de 2018, em especial, à Clelinda, Michael, Cindy, Carlos e John Cleyne, pelo companheirismo nítido e as expectativas de sucesso recíprocas.

À minha amada mãe, dona Marinete, que com amor sempre acompanhou todos os detalhes.

Ao meu querido pai, Rosenilson, pelo acolhimento e determinação.

Aos meus irmãos, Marcelo Augusto, Matheus Felipe e Murilo Roberto, por entenderem minha ausência e por toda cumplicidade dedicada.

Aos meus amigos, aqueles que acolhem nos momentos de dificuldade, aos amigos de caminhada do mestrado e aos que me envolveram e acompanharam o ingresso nesse desafio que é o mestrado.

Ao meu estimado esposo, por todos os momentos de compreensão e parceria, por sua paciência, amor e benignidade.

EPÍGRAFE

“Portanto dele, por Ele e para Ele são todas as coisas.”
Romanos 11:36

RESUMO

A pesquisa objetiva compreender as contribuições da aprendizagem dos alunos por meio do uso das tecnologias digitais e as diversas representações semióticas sobre o objeto de estudo sendo os números racionais, analisando como os alunos podem potencializar suas construções de conceitos, aplicabilidades e assimilação de contextos. Essa pesquisa que alinha a tecnologia e a relação da aprendizagem dos números racionais se motiva de maneira que os alunos possam se sentir inovadores e protagonistas na consolidação do processo de ensino. No que tange aos procedimentos metodológicos, utilizamos a Engenharia Didática para descrever nossos caminhos e prever intervenções necessárias da temática matemática e utilização de *softwares* e aplicativos, após a sondagem da literatura utilizando-se das fases da pesquisa e realizada com estudantes do 6º ano do ensino fundamental em uma escola localizada em Rio Branco, Acre, Dessa forma, por meio dos registros de representação semiótica, percebemos nas atividades dos colaboradores (desenvolvidas nas classes) os diferentes tipos de registros: representação linguística/linguagem materna, a representação gráfica, representação de escrita numérica/algébrica do componente matemático. Concluimos que as tecnologias digitais e as representações semióticas produzem contribuições quanto à aprendizagem dos números racionais em suas diversas formas, operações, propriedades e contextos, estimam à aprendizagem com os pares, formulam e assimilam conceitos e coordenam atributos de vida social coletiva com os demais. As transformações dentro de um mesmo registro e entre registros de diferentes representações nos levaram à intenção de ampliar a aprendizagem e, com isso, elaborar a proposta de Produto Educacional consolidado na criação do *blog*: Tecnologias Digitais e as Semióticas no Conjunto dos Racionais, no formato de acesso digital, para que possa veicular de maneira mais acessível, prática e rápida.

Palavras-chave: Ensino dos Números Racionais. Tecnologias Digitais. Material Didático. Registros de Representações Semióticas. Engenharia Didática.

ABSTRACT

The research aims to understand the contributions of students' learning through the use of digital technologies and the various semiotic representations about the object of study being rational numbers, analyzing how students can enhance their concept construction, applicability and assimilation of contexts. This research that aligns technology and the relationship between learning rational numbers is motivated so that students can feel innovative and protagonists in consolidating the teaching process. Regarding the methodological procedures, we used Didactic Engineering to describe our paths and predict necessary interventions on the mathematical theme and use of software and applications, after searching the literature using the research phases and carried out with 6th grade students. fundamental in a school located in Rio Branco, Acre. Thus, through the semiotic representation records, we perceive in the activities of the collaborators (developed in the classes) the different types of records: linguistic representation / mother tongue, graphic representation, representation of numerical / algebraic writing of the mathematical component. We conclude that digital technologies and semiotic representations produce contributions regarding the learning of rational numbers in their various forms, operations, properties and contexts, estimate learning with peers, formulate and assimilate concepts and coordinate attributes of collective social life with others. The transformations within the same record and between records of different representations led us to the intention of expanding learning and, with this, to elaborate the Educational Product proposal consolidated in the creation of the blog: Digital Technologies and Semiotics in the Set of Rationals, in the format digital access, so you can deliver in a more accessible, practical and fast way.

Keywords: Teaching of Rationals. Digital Technologies. Courseware. Records of Semiotic Representations. Didactic Engineering.

LISTAS DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular
PISA – Programa Internacional de Avaliação dos Alunos
UFAC – Universidade Federal do Acre
MD – Materiais Didáticos
TDIC – Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
MMM- Movimento da Matemática Moderna
ZDM - *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MPECIM – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática
TIC – Tecnologia da Informação e Comunicação
TD – Tecnologias Digitais
WWW - Word Wide Web
URL - Uniform Resource Locator
TA – Tecnologia Assistiva
SEE – Secretaria Estadual de Educação
FNMAT – Feira Nacional de Matemática

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Mapa Integrado segundo à BNCC. | 16 |
| Figura 2 - Modelo de Higginson para a Educação Matemática. | 27 |
| Figura 3 - Frações unitárias egípcias. | 41 |
| Figura 4 - Possíveis registros de representação de um objeto matemático. | 43 |
| Figura 5 – Frações Próprias com Relational Rods. | 44 |
| Figura 6 – Frações Impróprias com o Relational Rods. | 44 |
| Figura 7 – Frações Decimais com o Relational Rods. | 45 |
| Figura 8 - Representações semióticas de um racional em um dominó. | 46 |
| Figura 9 – Circunferência. | 47 |
| Figura 10 – Quadrantes. | 47 |
| Figura 11 - Divisões dos quadrantes e ângulos. | 48 |
| Figura 12 - Pinturas da pré-história. | 51 |
| Figura 13 - Inserção dos computadores em âmbito escolar. | 55 |
| Figura 14 - Utilização do computador pelo professor. | 55 |
| Figura 15 - Relational Rods – Apresentação. | 57 |
| Figura 16 - Tiras de Fração – Apresentação. | 57 |
| Figura 17 – RR: Mudança das barras. | 58 |
| Figura 18 - TF: Mudança das barras. | 58 |
| Figura 19 Malha Quadriculada do RR e régua do TF. | 58 |
| Figura 20 - Phet – simulações com frações. | 59 |
| Figura 21 - Phet Simulation: Associe frações – interface. | 60 |
| Figura 22 - Digipuzzle – Jogos sobre números racionais. | 61 |
| Figura 23 - Frações/Porcentagens. | 61 |
| Figura 24 - Frações/Decimais. | 61 |
| Figura 25 Fração de Porcentagem - Correta e Errada. | 62 |
| Figura 26 - Comparar frações: Errada e Correta. | 63 |
| Figura 27 - Material Quadriculado. | 64 |
| Figura 28 - QR Code “Hello”. | 65 |
| Figura 29 - Vídeo sobre Representação Fracionária. | 73 |
| Figura 30 - Jogo sobre partilhas. | 73 |
| Figura 31 - Jogo 1: Arrastar para o seu grupo. | 74 |
| Figura 32 - Jogo 2: Jogo da Memória com frações em representações. | 74 |

| | |
|---|----|
| Figura 33 Jogo 3: Análise da situação com perguntas e respostas. | 74 |
| Figura 34 - Realidade Aumentada sobre porcentagem..... | 75 |
| Figura 35 - Vídeo sobre Porcentagem. | 75 |
| Figura 36 Par associado com Phet Simulations..... | 76 |
| Figura 37– Par sendo inserido aos Meus Achados..... | 77 |
| Figura 38 - Atividade em classe “Equivalência de frações”. | 78 |
| Figura 39 Equivalência na malha quadriculada..... | 78 |
| Figura 40 - Atividades em classe “Operações com frações”..... | 79 |
| Figura 41 - Operações na malha quadriculada. | 79 |
| Figura 42 - Fração são legais!..... | 87 |
| Figura 43 - QR Codes dos jogos..... | 89 |
| Figura 44 - Representações de aproveitamento..... | 90 |
| Figura 45 - Reflexões de alunos do 6º ano. | 90 |
| Figura 46 - Acesso ao Blog | 94 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Desempenho do teste de Alcimar Terra..... | 23 |
| Tabela 2 - Distribuição das pesquisas segundo os títulos acadêmicos obtidos. | 26 |
| Tabela 3 - Adaptação das subdivisões dos racionais..... | 41 |
| Tabela 4 – Quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática..... | 84 |
| Tabela 5 - Fases da Engenharia Didática..... | 85 |

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| INTRODUÇÃO | 16 |
| CAPÍTULO I – A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TENDÊNCIAS..... | 22 |
| 1.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONSOLIDAÇÃO COMO CAMPO DE PESQUISA . | 22 |
| 1.2 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA QUE ALINHAM À PESQUISA | 29 |
| 1.2.1 Resolução de problemas | 29 |
| 1.2.2 Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino da Matemática..... | 30 |
| 1.2.3 Jogos Matemáticos | 31 |
| 1.3 O ENSINO DE MATEMÁTICA | 33 |
| 1.2 O ENSINO DOS números RACIONAIS E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS ... | 38 |
| CAPÍTULO II - TECNOLOGIAS E MATERIAIS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS | 51 |
| 2.1 EVOLUÇÃO E REVOLUÇÃO | 51 |
| 2.2 TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA UTILIZAR NO ENSINO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS | 57 |
| 2.2.1 Relational Rods e Tiras de Fração | 57 |
| 2.2.2 Phet Simulation | 59 |
| 2.2.3 Digipuzzle..... | 60 |
| 2.2.4 Material Quadriculado | 63 |
| 2.2.5 QR CODE..... | 64 |
| CAPÍTULO III - CAMINHOS METODOLÓGICOS..... | 66 |
| 3.1 ESCOLHA DO TEMA..... | 66 |
| 3.2 TIPO DE PESQUISA..... | 67 |
| 3.3 ENGENHARIA DIDÁTICA..... | 70 |
| 3.4 AS FASES DA PESQUISA À LUZ DA ENGENHARIA DIDÁTICA | 72 |
| CAPÍTULO IV – RESULTADOS E DISCUSSÕES..... | 81 |
| 4.1 O CONTEXTO ESCOLAR E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS..... | 81 |
| 4.2 FASES DA ENGENHARIA DIDÁTICA: ANÁLISE A POSTEIORI E VALIDAÇÃO . | 84 |

| | |
|---|------------|
| CONCLUSÃO..... | 93 |
| REFERÊNCIAS | 97 |
| APÊNDICES | 101 |
| APÊNDICE A: Termo de apresentação da mestranda ao local da pesquisa | 101 |
| APÊNDICE B: Termo autorização da pesquisa no local | 103 |
| APÊNDICE C: Questionário aberto sobre frações..... | 104 |
| APÊNDICE D: Sequência Didática | 105 |
| APÊNDICE E: Sequência Didática..... | 107 |
| ANEXOS | 108 |

INTRODUÇÃO

A temática que trabalharemos nesta pesquisa, volta-se aos Números, que tem a finalidade de desenvolver o pensamento numérico, fazendo julgamento nas maneiras de quantificar, interpretar argumentos, construir a noção de número e outras ideias de aproximação, proporcionalidade, ordem, etc. E para que haja essas construções a BNCC afirma que “é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações” (BRASIL, 2017, p. 268).

A pesquisa será realizada em uma escola no município de Rio Branco, em uma turma do 6º ano com 28 estudantes. As sequências didáticas desenvolvidas com a turma baseiam-se no livro didático de Moura (2018), no qual aborda o Mapa Curricular Integrado de Matemática, que integra as orientações, objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas da BNCC com as respectivas páginas de conteúdo e atividades, mais livro extra de atividades, conforme a Figura 1.

Figura 1 - Mapa Integrado segundo à BNCC.

| MAPA CURRICULAR INTEGRADO – MATEMÁTICA – 6º ANO – VOLUME 3 | | | | | | |
|--|---|--------------------|--|--|---|-----------------------|
| Capítulo | Conteúdos privilegiados | Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Habilidades | Livro didático | Livro de atividades |
| 7. Números racionais | <ul style="list-style-type: none"> • Representação fracionária • Equivalência de frações • Comparação • Frações decimais • Porcentagem | Números | Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal | (EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais em sua representação decimal, fazendo uso da reta numérica. | Conteúdo, p. 3 a 7; Atividades, p. 22 (ativ. 8) | Atividades 35 e 36 |
| | | | Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações | (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. | Conteúdo, p. 3; Conteúdo, p. 12; Atividades, p. 13 e 14 (ativ. 1 a 5); Conteúdo, p. 14 e 16; Atividades, p. 17 (ativ. 1 a 5); Hora de estudo, p. 26 e 27 (ativ. 2, 5, 6, 7 e 8) | Atividades 1, 23 a 28 |
| | | | | (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. | Conteúdo, p. 19; Atividades, p. 20 a 22 (ativ. 1 a 10); Atividades, p. 23 e 24 (ativ. 1 a 7); Hora de estudo, p. 26 e 27 (ativ. 4, 9, 10 e 11) | Atividades 30 a 37 |
| | | | | (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. | Abertura, p. 2; Atividades, p. 9 (ativ. 7 a 11); Atividades, p. 11 (ativ. 1, 2, 5 e 7); Hora de estudo, p. 26 (ativ. 1 e 3) | Atividades 9 a 14 |

| Capítulo | Conteúdos privilegiados | Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Habilidades | Livro didático | Livro de atividades |
|------------------------------------|--|--------------------|--|---|--|----------------------|
| 8. Operações com números racionais | <ul style="list-style-type: none"> • Problemas envolvendo frações • Problemas envolvendo números decimais • Porcentagem | Números | Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações | (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. | Conteúdo, p. 29 e 30; Atividades, p. 31 e 32 (ativ. 3 a 7); Atividades, p. 40 (ativ. 3); Hora de estudo, p. 50 (ativ. 1 e 2) | Atividades 1 a 7 |
| | | | Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais | (EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. | Conteúdo, p. 32, 33, 35 e 36; Atividades, p. 33 e 34 (ativ. 1 a 7); Atividades, p. 37 e 38 (ativ. 1 a 5); Atividades, p. 40 e 41 (ativ. 1, 2, 4 a 8); Atividades, p. 45 e 46 (ativ. 1, 2, 4, 6 a 9); Hora de estudo, p. 50 (ativ. 3 a 5 e 8) | Atividades 10 a 14 |
| | | | Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três" | (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. | Conteúdo, p. 46 e 47; Atividades, p. 47 e 48 (ativ. 1 a 8); Hora de estudo, p. 50 (ativ. 7) | Atividades: 26 a 36. |

Fonte: Moura (2018).

Com essa configuração de competências, faz uso e ensino dos números racionais. Porém, sabe-se que a visualização, consolidação das operações e assimilação desse conjunto numérico não é fundamentado em uma matemática numérica, pois apesar de ela ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, onde suas demonstrações se apoiam em sistema de axiomas e postulados, deve-se considerar também o papel heurístico das experimentações em sua aprendizagem. (BRASIL, 2017).

Nessa perspectiva, partimos do pressuposto de que o ensino dos números racionais já acontece no âmbito escolar, mas a inquietude parte da ideia de como os alunos estão entendendo as situações, usos, significados, e fazer análises de materiais que podem ser utilizados como apoiadores no ensino e nos processos de aprendizagem dos alunos.

Neste sentido, entende-se que é necessário propor metodologias diversificadas e atividades que possam enfatizar ao aluno maneiras diferentes de visualizações e mecanismos diferenciados para fazer ou consolidar suas assimilações, uma vez que os recursos possam ser meios facilitadores para aprender. Assim, propomos a utilização da tecnologia para estreitar caminhos e aprendizagens, encontrada em nossa atualidade, com a utilização de *smartphones*, *notebooks*, *tablets*, plataforma como *blogs* e *YouTube*, todas com a utilização da internet.

Essa reflexão sobre os números racionais inicia durante a graduação concomitantemente com a prática profissional, na atuação em uma escola do interior do Estado do Acre, com alunos de 6º ano. A proposta recebia o título de: Vivências Matemáticas: Recursos didáticos no ensino de frações, e fora um trabalho apresentado na II Feira Estadual de Matemática no Acre, recebendo Destaque e, posteriormente, apresentado na IV Feira Nacional de Matemática,

também com Destaque. Esta proposta estava vinculada a uma atividade roteirizada em uma folha de papel, para os alunos esboçarem seus conhecimentos com objetos do cotidiano como fracionar uma xícara, uma pizza, um campo de futebol, e destes, representar na forma decimal, encontrando algumas equivalências, colorindo a atividade com lápis levados, pois eles não tinham e, sem perceber, saindo do proposto pelo material didático, com cálculos diretos e pragmáticos.

Assim, desta vez, a prática pode ser mais detalhada: com a percepção de instrumentos/objetos de aprendizagem mais abrangentes, com representações mais presentes e de forma mais lúdica, na finalidade de desenvolver uma pesquisa especificamente para a formação de conhecimento dos alunos, porém com foco nos estudantes, produzindo situações de aquisições conceituais e práticas deles, divulgando por sugestões de atividades e uso de tecnologias digitais por meio um blog, de forma mais espontânea e maleável para chegar ao aluno de maneira atraente, perspicaz e que garanta, de alguma forma, o aprendizado dos conteúdos educacionais curriculares.

Nesse propósito, O Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, ofertado pela Universidade Federal do Acre (UFAC) nos dá a possibilidade de trabalhar com a linha de pesquisa “Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática”, na intenção presente de viabilizar o material e aprofundar a pesquisa desse conjunto numérico, na perspectiva das aprendizagens, operações e diferentes representações e, dessa maneira, contribuir de forma significativa, no objetivo de que possamos galgar passos mais sólidos na educação.

Contudo, as questões de pesquisa nas reflexões feitas são:

- Quais recursos/materiais didáticos (MD)/ Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) estão sendo utilizadas para visualizar as diversas representações das frações e números decimais?
- Como esses recursos estão/chegam aos professores regentes de sala de aula?

E nessas, chegamos ao problema desta pesquisa: Como os materiais/recursos didáticos e tecnologias digitais podem contribuir para a aprendizagem dos números racionais para estudantes do 6º ano?

É notório em buscas nos *websites* e plataformas digitais a presença de alguns aplicativos ao ensino de frações, decimais, porcentagens, até vídeos explicativos sobre as regras das operações feitas com os fracionários e decimais, porém, há uma falta de artifícios que incitem a curiosidade dos alunos, partindo das representações, das formas de presença desses números em nosso cotidiano, pois não basta citá-los e mostrá-los, precisamos buscar suas identidades

prévias e dar a oportunidade de se enquadrar, de alguma maneira, na presença e assimilação do conteúdo x cotidiano.

Nesta fase em especial, o 6º ano, no Ensino Regular formado por alunos de 11 a 12 anos, tem uma especificidade, pois eles acabam de sair, segundo Piaget (1992), da fase das Operações Concretas, sustentada cognitivamente pela presença e apoio de suportes de objetos e materiais concretos e entrando na fase das Operações Formais, na qual faz a transformação dos esquemas cognitivos baseados na realidade imaginada, com capacidade de abstrair e generalizar, criar teorias sobre coisas que gostaria de reformular. Ou seja, ele ainda precisa de subsídios que sustentem as visualizações e instiguem às percepções de conceitos e estratégias de resoluções.

Neste modo, procuramos os recursos e materiais que possam potencializar esse ensino, viabilizando e orientando as ideias dos alunos, analisando e refletindo sobre as diversas representações que podemos ter a partir das construções de uma imagem/objeto. E assim, flexibilizar o ensino, enquanto metodologia, e o aprendizado, na mediação proposta por esses objetos, conectando e assimilando os conceitos no uso deles, e nessa perspectiva de diferentes representações no ensino dos números racionais, usaremos como aporte teórico Raymon Durval (1995) nos Registros Semióticos à luz da Engenharia Didática nos procedimentos de pesquisa, (Artigue 1988), amparando metodologicamente Lakatos (2003), uso de materiais didáticos e tecnologias digitais Lorenzato (1997); referência didática do conjunto dos números racionais, Moura (2018), Toledo e Toledo (1997).

A pesquisa procura investigar através de aplicabilidades de materiais didáticos e recursos tecnológicos nas aulas de matemática a contextualização, raciocínio lógico, a percepção das noções dos cálculos aprendidos tradicionalmente em sala, na resolução de problemas e atividades, mas, principalmente, analisar como e a que medidas esses recursos podem potencializar o aprendizado, as conexões e assimilações dos números racionais, a fim de responder o problema da pesquisa e elaborar com esse caminho o produto educacional, que tem como proposta a criação de um *Blog* para disponibilizar digitalmente as propostas de atividades e vídeos que poderá ter acesso no site e por um leitor de *QR-Code* de um aparelho celular.

Além do mais, para essa pesquisa, usamos como objetivo geral aplicar, analisar e refletir sobre os materiais manipuláveis e tecnologias digitais como potencializadores no ensino dos números racionais e suas aplicabilidades no 6º ano do ensino fundamental de uma escola de Rio Branco, Acre. E os nossos objetivos específicos: a) investigar e aprofundar os estudos sobre as aplicabilidades dos números racionais e metodologias para favorecer o ensino da matemática;

b) conhecer, avaliar e aplicar os materiais didáticos e as tecnologias digitais *free* para uso em *smartphones*, *notebook*, *tablets* com o uso para a aprendizagem dos números racionais; c) analisar os dados e as aplicabilidades com vistas a ampliar o uso desses métodos nas classes comuns; d) produzir vídeos com informações sobre o conteúdo e tutoriais sobre as aplicabilidades dos materiais didáticos e/ou tecnológicos para o ensino dos números racionais.

Para contemplar nosso problema de pesquisa e validar nossas propostas, organizamos a pesquisa da seguinte maneira:

- ✓ A introdução, apresentando o tema, explicitando brevemente o caminho da pesquisadora na temática e sua abordagem na problemática, com suas respectivas justificativas e embasamentos teóricos, assim também em como se acredita na contribuição da pesquisa à comunidade matemática e estudantil;
- ✓ No Capítulo I, **A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TENDÊNCIAS**, constitui-se o embasamento que encaminha a pesquisa, em um estudo sobre as possibilidades presentes no ensino de Matemática, inclusive de suas tendências, assim como o ensino dos números racionais e um pouco de sua epistemologia, atrelando às suas formas de representações semióticas;
- ✓ No Capítulo II, **TECNOLOGIAS E MATERIAIS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DOS RACIONAIS**, iniciará um diálogo entre os materiais didáticos, a tecnologia e seus usos no ensino de matemática com foco nos números racionais; sua importância e possíveis rendimentos – potencializadores, assim como a delimitação de quais serão instrumentos de pesquisa;
- ✓ No Capítulo III, **CAMINHOS METODOLÓGICOS**, apresenta o caminho metodológico da pesquisa, escolha do tema, tipo de pesquisa, e o procedimento para a coleta de dados com os passos da Engenharia Didática, descrevendo sua estruturação e aplicação, assim como as análises e discussões com base nas questões levantadas pela pesquisa, bem como os resultados.
- ✓ No Capítulo IV, **RESULTADOS E DISCUSSÕES**, destina-se a apresentação do produto educacional de forma descritiva, abordando suas partes na finalidade de sua contribuição para o ensino dos números racionais;
- ✓ Conclusão, destacando a relevância do caminho trilhado, assim como as conclusões pertinentes que a pesquisa proporciona após as análises e reflexões sobre a Linha de pesquisa “Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática”, as oportunidades que foram propiciadas na intenção de responder ao problema da pesquisa.

Por último, ressaltamos uma das intenções de um Mestrado Profissional da busca de desenvolver soluções que impactarão positivamente na sociedade e no âmbito profissional, não apenas o seu, mas da educação de modo geral. Assim, o produto educacional proposto como resultante dessa pesquisa é no propósito de potencializar o ensino dos números racionais com o uso de aplicativos, como: *Phet Simulations*¹ – Associar frações e *Relational Rods*² mostrando isso por meio de vídeos com informações sobre o conteúdo e tutoriais sobre as aplicabilidades dos materiais didáticos e/ou tecnológicos para o ensino dos números racionais, além das sugestões de atividades e sequências didáticas, divulgando-os por meio de um *Blog: Tecnologias Digitais e as Semióticas no Conjunto dos Racionais*, uma das ferramentas da TDIC atual e dinâmica, de acesso livre e fácil.

¹ PhET oferece simulações de matemática e ciências divertidas, interativas, grátis, baseadas em pesquisas. Nós testamos e avaliamos extensivamente cada simulação para assegurar a eficácia educacional. Estes testes incluem entrevistas de estudantes e observação do uso de simulação em salas de aula. As simulações são escritas em Java, Flash ou HTML5, e podem ser executadas on-line ou copiadas para seu computador. Disponível em <https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/fraction-matcher> Acesso em 02 de Agosto de 2019.

² O site mathies.ca abriga o Ministério da Educação de Ontário, que desenvolveu recursos para apoiar o aprendizado de matemática do Jardim de Infância ao 12º ano. Os jogos e ferramentas de aprendizagem por mathies e o logotipo mathies são protegidos por direitos autorais pela Associação de Ontário para Educação Matemática, 2016, em parceria com o Ministério da Educação de Ontário e os Diretores de Educação do Conselho de Ontário. Disponível em: < <https://www.mathies.ca/aboutUs.html> > Acesso em 02 de Agosto de 2019.

CAPÍTULO I – A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TENDÊNCIAS

Neste capítulo apresentaremos os caminhos da condução do surgimento da Educação Matemática, sua consolidação como de campo de pesquisa, a níveis mundiais e nacionais. Seguidamente, traremos algumas concepções de tendências matemáticas que faz conversa com a temática da presente pesquisa, o ensino dos números racionais. Assim como também, entender, epistemologicamente, os motivos que a torna uma ciência tão difícil, com foco no objeto de estudo. E finalizaremos na discussão da abordagem desse conjunto numérico com as representações semióticas, foco destaque da pesquisa.

1.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONSOLIDAÇÃO COMO CAMPO DE PESQUISA

Podemos iniciar a temática colocando em discussão o conceito de campo trazendo uma percepção de Bourdieu (1983, p. 83), que nos coloca essa ideia como o conceito de espaços estruturados de posições/postos, os quais produzem certos tipos de bens, conduzem e classificam-os. Hoje, por exemplo, temos acerca de concepções de campos, àqueles “espaços” os quais não abordariam outra temática embasadora, como o campo da ciência, o campo da política.

Então, temos a matemática, uma ciência, pois segundo Chalmers (1993) “uma característica importante da ciência é sua capacidade de explicar e prever”, e a matemática é a nossa ciência dos números, do entendimento dos cálculos que, por volta dos anos 30 e 40 – tiveram alguns destaques no âmbito do ensino desta área, no campo curricular, de uma maneira renovada - Euclides Roxo, para o nível secundário e Everardo Backheuser à aritmética do primário. Euclides, no entanto, foi um moderador dos ideais da renovação do ensino de matemática “originado nos países anglo-saxões entre o final do século XIX e o início do século XX, cujo principal representante intelectual foi Félix Klein”. (FIOTENTINI, 1994, p. 80).

A prática de visão de educação matemática desse grupo era a de uma concepção empírico-ativista, influenciados diretamente por John Dewey, que enfatizava sobre as práticas das aplicações matemáticas e sua função social. Então, Roxo, foi o principal disseminador das ideias no Brasil, chegando a publicar obras, bem como o parceiro de Everardo, publicações essas baseadas em opiniões analisadas e creditadas por eles como revolucionárias e inovadoras.

Posteriormente, na década de 40, surgem outros professores de matemática com contribuições no ensino dessa disciplina, como Júlio César de Mello e Souza, pseudônimo de “Malba Tahan” que ganhou notoriedade por suas obras abordarem a historicidade da

matemática, bem como aspectos lúdicos e curiosos; evoluindo em suas publicações, chegou a escrever textos sobre a metodologia no ensino de matemática, como “Técnicas e procedimentos didáticos no Ensino de Matemática”, de 1957. Porém, seus materiais, assim como de outros autores que sugeriram, não mostrava uma sistematização sobre o processo de ensino e aprendizagem ou até mesmo sobre a prática escolar brasileira.

Todavia, no Brasil, por volta da década de 30, surgiam alguns testes e trabalhos mais sistemáticos que faziam relação ao ensino e aprendizagem. Apesar de que o movimento que mais se destacou não era estritamente ligado a uma pesquisa matemática, mas na área de psicometria e consistia, segundo Fiorentinni (1994), no “estudo psicológico da criança por meio de testes”, procurando empregar modelos e análises estatísticas mais modernas para análise dos testes, desenvolvidas por Escolas de Aperfeiçoamento, Institutos de Educação e pesquisas, Divisão de pesquisas educacionais. No âmbito dessas pesquisas, o desempenho das crianças em relação à matemática não era realizado de maneira isolada às outras áreas do conhecimento, mas analisando conhecimentos gerais, capacidade de raciocínio, crítica, compreensão, atenção, memória e outros.

Porém, as pesquisas demonstraram que, a maioria das crianças “oriundas de um ambiente social superior tinham melhor performance (cerca de 70% de acertos) que aquelas oriundas de um ambiente social inferior (em torno de 25% de acertos)”. (FIORENTINNI, 1994, p.85). Outra pesquisa realizada por Alcimar Terra (1994) sobre “conhecimentos matemáticos necessários à vida social”, tratava-se de uma prova de 7 questões para um grupo de 40 pessoas adultas, envolvendo temáticas sobre decomposição de um número em fatores primos, cálculo de mínimo múltiplo comum, operações com frações, frações irredutíveis, e dízimas periódicas demonstrou um desempenho baixo, ver Tabela 1.

Tabela 1 – Desempenho do teste de Alcimar Terra.

| | |
|--------------------------|------------|
| Médicos | 38% |
| Advogados | 14% |
| Negociantes | 10% |
| Cidadãos Notáveis | 8% |

Fonte: Adaptado de Fiorentinni (1994).

Assim, segundo Fiorentinni (1994), após essa e demais pesquisas de cunho nacionais e internacionais, “as pesquisas da década de 30 passaram a apresentar uma preocupação mais positiva da utilidade social: como tornar mais útil a aritmética ensinada na

escola?”(FIORENTINNI, 1994, p. 87). Deste modo, ele vem a nos dizer que as pesquisas “stricto sensu” envolvendo o ensino e a aprendizagem da matemática no Brasil só fazia menção ao primário, averiguando as habilidades técnicas cognitivas e a sua utilidade social, nessa ordem. Pesquisas feitas com base em dados, altamente empírica, sem desencadear uma reflexão ou apresentar uma fundamentação teórica, eram professores pesquisando, poucos, pois a maioria dos formados estavam mais preocupados em produzir orientações curriculares, livros, etc., o que resulta em tão poucas pesquisas realizadas na contribuição da transformação das práticas e teorias do ensino de matemática.

Mas, durante a década de 30 e 40, aparecia uma vertente mais voltada à inovação, que desencadeou o movimento de renovação educacional, o escola-novismo, partindo do ideal de que comportamento do conhecimento do aluno e sua capacidade de absorção de determinado tema pode estar ligada à sua faixa etária, e como ele pode vir, nesta fase e nas demais, desenvolver habilidades e atitudes. Assim, houve uma nova elaboração dos conteúdos e o surgimento de educadores matemáticos, alguns já supracitados, como Malba Tahan, Euclides Roxo, Manoel Jairo, Everdado Backheuser e Munhoz Maheder.

Caminhando, então, somente após 1950 que os estudos relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática no Brasil se impulsionava, com a criação de Congressos e Centros Regionais de Pesquisa, voltando a atenção também para o ensino secundário e, essa dedicação tinha o motivo de entrar para um movimento internacional de reformulação e modernização do currículo escolar de matemática, o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Deste modo, novamente, várias pesquisas foram surgindo e ganhando espaço, utilizando a reflexão e questionamentos da prática escolar, redimensionando a teoria, atendendo à prática pedagógica.

E neste sentido correlacionamos com D’Ambrósio (1989), quando relaciona a prática e a teoria, pois procuramos aprimorar nossa prática com aportes teóricos, produzindo assim, pesquisa, conhecimento, não apenas para si, mas para o seu grupo. E com esse ponto de vista, Fiorentinni (1994), compara essa relação à vivência do professor que procura sempre aprimorar, refletir e reelaborar suas práticas pedagógicas, galgando passos de pesquisador.

Nas décadas que sucedem, os congressos que aconteciam eram enriquecidos de ensaios com diversas temáticas na área da matemática, inclusive não apenas aos conteúdos, teorias, mas também às técnicas de ensino, aulas expositivas, surgindo a temática de estudo dirigido, destacando como forma complementar ou mesmo para substituir as tradicionais expositivas, não apenas para ensinar de melhor maneira os conteúdos matemáticos, mas também de forma que atenda as diferenças individuais e proporcionar desenvolvimento e a integração do aluno, para que contribua para o bem comum. Ainda nessa temática, Luiz Alberto Brasil, dualizou o

ensino da matemática com o estudo dirigido conversando com a teoria de Piaget, em seu livro “Estudo dirigido da matemática”, em 1964, onde instigava o aluno a pensar, estabelecer relações para a construção de conceitos, etc.

Sendo assim, percebemos um crescimento notável no que tange ao ensino da matemática, pois caminhou de uma época que eram desenvolvidos algoritmos, novos conceitos, mas não novas abordagens de ensinar um mesmo conceito ou até mesmo novas perspectivas e não se preocupava em ensinar, mas em criar. E na década de 50, 60, podemos encontrar novos caminhos e preocupações sendo discutidas, não apenas em âmbito internacional, mas também nacionalmente. Ademais, foi-se percebendo inquietação em como esses estudos e pesquisas eram apresentados, menos sistematizados, mais empíricos e demonstrativos de pontos de vistas e reflexões.

Deste modo, percebemos que a Educação Matemática enquanto campo de pesquisa ainda não existia de forma consolidada, mas os eventos que vinham acontecendo, congressos, intercâmbios, grupos de estudos sendo formados, o MMM, dariam espaço a habilitá-la como campo de pesquisa. Fiorentini, 1994, destaca que, além desses movimentos supramencionados, com o surgimento da Licenciatura em Matemática e da obrigatoriedade das disciplinas de Prática de Ensino e Estágio Supervisionado em matemática, abriram espaço para o estudo de didática e metodologia no ensino de matemática.

Seguidamente, na década de 70, a pesquisa em Educação Matemática brasileira passa a acontecer dentro de universidades, em programas de pós-graduação em educação, a nível de *scripto sensu*. Rumos a pesquisa em Educação Matemática: o caso da produção científica em Cursos de Pós-Graduação, foi a tese defendida por Dario Fiorentini em 1994, que em seu terceiro capítulo se dedicou a estudar 204 pesquisas e estudos que se realizaram pelas décadas de 70 e 80. Acrescenta em seu texto que as pesquisas apresentam um crescimento, mas que, ao longo de mestrados ofertados mais especificamente relacionado à matemática, e não à educação, datava-se aumentos maiores em determinados períodos, chegando a observar que “a partir de 1989, o volume da produção nacional relativa à Educação Matemática passou a ser bem superior a 20 dissertações/teses anuais. (FIORENTINI, 1994, p. 108).

Vamos analisar a Tabela 2, que mostra a titulação acadêmica e seus percentuais de produção dos cursos de pós-graduação.

Tabela 2 - Distribuição das pesquisas segundo os títulos acadêmicos obtidos.

| Titulação | Nº de trabalhos | % |
|----------------|-----------------|-------|
| Mestrado | 190 | 93,1 |
| Doutorado | 12 | 5,9 |
| Livre-Docência | 2 | 1,0 |
| TOTAL | 204 | 100,0 |

Fonte: Fiorentini (1994).

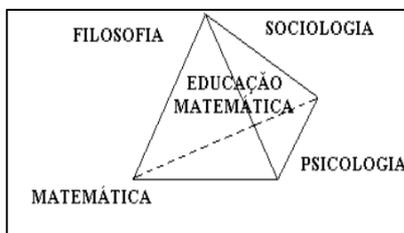
Com a tabela, podemos analisar que a maior parte da produção se concentra em níveis de mestrado, haja vista o quantitativo reduzido de instituições que ofertavam o doutorado. Segundo Fiorentini (1994), no Brasil, os estados de São Paulo e Rio de Janeiro são os que lideravam a produção nacional, devendo-se isso a quantidade de instituições presentes nesses locais. Quanto às orientações, havia um número pequeno de professores que atuavam na orientação de alunos com pesquisas voltadas à temática de Educação Matemática, causada pela falta de doutores especialistas na área, acarretando diminuição no quantitativo. Mas, de outro lado, as pesquisas se mantinham ativas por conta da participação de profissionais de outras áreas, como psicólogos, pedagogos, educadores em geral.

Entretanto, quando nos visualizamos em um campo de pesquisa, sabemos que ela tem variedades, que chamamos de linhas de pesquisa, então, atrelando Martinez (1990) e as 13 grandes áreas do conhecimento ou grandes campos de estudos, da revista alemã *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik – ZDM*, podemos ter um retrato aproximado das principais áreas temáticas da pesquisa acadêmica brasileira em Educação Matemática, sendo eles: Metodologia Didática do ensino de matemática; Currículo escolar do ensino da matemática; Materiais didáticos e meios de ensino, Prática pedagógica e/ou escolar; Formação do professor de matemática; Psicologia, Cognição e aprendizagem matemática; Etnomatemática; Educação de Adultos; Fundamentos Teóricos da Educação Matemática; Ideologia e/ou concepções e significados; História do ensino da matemática e Políticas oficiais sobre o ensino da matemática.

Assim, essa área começou a ter reconhecimento. Afirmam Fiorentini e Lorenzato (2006), que a Educação Matemática não é apenas um campo profissional, mas também uma área de conhecimento e a compõem quanto campo profissional, relacionando-a ao domínio do conteúdo matemático, as ideias de sua transmissão/assimilação, apropriação/construção do saber matemático escolar; e também quanto área de conhecimento, sua proposta interdisciplinar, propondo-se a contribuir com outras áreas, não apenas educacional, mas filosóficas, históricas, matemática, etc. Neste contexto, Godino (2010), apresenta um modelo

de como a Educação Matemática enquanto área do conhecimento se propõe a ser conectada, ver Figura 2.

Figura 2 - Modelo de Higginson para a Educação Matemática.



Fonte: Godino (2010, p. 3).

Quando falamos de definições, podemos destacar que Fiorentini e Lorenzato (2006), definem a Educação Matemática como uma área das ciências sociais ou humanas, dedicada ao ensino e aprendizagem em Matemática, caracterizando-a como “uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos a transmissão/assimilação e ou a apropriação/construção do saber matemático” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p.5).

Atualmente, a proposta de elaboração de recursos ao ensino de determinados conteúdos na disciplina de matemática fundamenta-se numa perspectiva que entende a aprendizagem por meio de visualizações e dinamismo, em uma linha didática mediada por objetos. No sentido de adquirir conhecimentos relacionados ao Ensino Fundamental, a Base Nacional Comum Curricular³ (BNCC) “leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: **equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação.**” (BRASIL, 2017, p. 268).

Todavia, as unidades temáticas que norteiam o ensino, Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, e fazendo um recorte para Números, no Ensino Fundamental, nos Anos Iniciais tem a expectativa que os alunos resolvam problemas que envolvam os conjuntos numéricos naturais e números racionais, cuja representação decimal é finita, manejando os diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os

³ Um documento de caráter normativo que organiza e define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas em qualquer etapa/modalidade da Educação Básica, homologado em 14 de Dezembro de 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em 04 de setembro de 2019. (BRASIL, 2017).

procedimentos utilizados para a resolução, avaliando e verificando seus resultados. (BRASIL, 2017).

Concomitantemente a esta fase, espera-se também que sejam desenvolvidas as habilidades de leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais por meio da identificação e compreensão de características do sistema de numeração decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos, sobrepondo essas perspectivas com atividades que envolvam medições, notando o impedimento de resolvê-los apenas com os números naturais, indicando e inicializando a necessidade dos números racionais na representação decimal quanto na forma fracionária.

Nesta mesma linha, o Ensino Fundamental nos Anos Finais tem “a expectativa de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos.” (BRASIL, 2017, p. 269). Espera-se que os estudantes saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. Por conseguinte, a BNCC, elenca com organização as unidades, os objetos de conhecimento e as competências a serem desenvolvidas com seus respectivos códigos.

Contudo, podemos perceber que ter o domínio do conteúdo em sua especificidade é mais fácil que as técnicas e processos didático-pedagógicos para ensiná-la, por isso tanta obstinação a um campo de pesquisa que se dedica a estudar, analisar e orientar os procedimentos que possam consolidar o processo de ensino e aprendizado, comumente debatido e discutido: o ensino de matemática.

Nesta perspectiva, trataremos de elencar, segundo D’Ambrósio (1989), linhas que procuram alterar a ideia da matemática escolar e a aprendizagem por uma proposta que opta por colocar o aluno como centro de processo como um ser ativo que trabalha em prol da construção do conhecimento, e o professor tem um papel de orientador, que faz as mediações entre os objetos, alunos e atividades, podendo intervir quando necessário, mas que o aluno seja o produtor principal.

Essas propostas são conhecidas como Tendências em Educação Matemática, que apresentam suas metodologias, suas análises para as mais diversas áreas e subáreas dentro da matemática a ser relacionada. Alguns exemplos como a Etnomatemática, muito estudada por D’Ambrósio; a Resolução de problemas por Dante; a Modelagem Matemática por Biembengut, entre outros. Visamos a importância dessa abordagem para que possamos nos fundamentar quanto às apresentações de situações-problemas, utilização de jogos e/ou gamificação e, com

isso, a relação das tecnologias digitais no ensino de matemática. Sendo assim, iremos abordar àquelas tendências que são pertinentes à pesquisa da autora.

1.2 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA QUE ALINHAM À PESQUISA

1.2.1 Resolução de problemas

Uma tendência matemática desvinculada da ideia de reproduzir cálculos com mesmo algoritmo, em um padrão repetitivo, de forma demasiada.

Hoje essa proposta de resolução de problemas é vista como metodologia de ensino, onde o professor propõe aos seus alunos situações-problemas que se caracterizam na intenção de investigar, analisar e explorar novos conceitos, visando assim a construção de conceitos matemáticos que estimulam a curiosidade. A proposta também instiga o aluno a interpretar a situação a partir de suas próprias experiências com problemas de naturezas diferentes, e fazer uma explicação mediante sua capacidade de leitura de análise de um fenômeno matemático dentro das suas concepções. É nesse processo que o aluno se envolve com o “fazer” matemática, pois está mais aberto a mostrar suas hipóteses, podendo investigá-las e analisá-las dentro do problema.

Para Dante (1998), um problema não é apenas a repetição do procedimento que requer uma simples resolução de operações, mas sim uma situação que nos possibilita utilizar um raciocínio lógico-matemático, que venha a exigir conhecimentos específicos para utilizá-la. O autor elenca que as qualidades de um bom problema: apresentar-se de forma desafiadora, ser real, interessante, seja original, não consistir explicitamente na utilização das operações fundamentais, ter nível adequado de dificuldade.

Como supracitado, ele deve apresentar curiosidade e estímulo para que o aluno venha querer resolvê-lo, desenvolvendo pensamento matemático e crítico, precisando decidir qual caminho tomar, quais procedimentos, como afirma Pozo (1998, apud, SOARES & PINTO 2001) abordando que:

[..] as tarefas em que precisa aplicar uma fórmula logo depois desta ter sido explicada em aula, ou após uma lição na qual ela aparece explicitamente... servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para posterior solução de problemas[...].

Na resolução de problemas, o aluno já conhece as técnicas. Agora, há de pensar na maneira que julgar correta para aplicar, por onde começar, quais caminhos ele pode seguir enfrentando decisões, assim o problema o fará pensar de forma produtiva, analisará estratégias,

desenvolvendo a si e tornando as aulas de matemática uma parte de um processo maior, dando oportunidade de pensamento matemático aos alunos de forma interessante e desafiadora.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCNs, “indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutem caminhos para fazer Matemática na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação” (BRASIL, 1998, p.16).

Para além disso, quando esse tipo de aula acontece, o professor dá a abertura para que os alunos ampliem suas maneiras de pensar, analisem suas próprias conjecturas e ressignifiquem suas abordagens, seus pontos fortes e fracos frente à disciplina. Isso resultará também em autonomia frente as mais diversas situações, sejam elas escolares ou cotidianas.

1.2.2 Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino da Matemática

Segundo abordam nossos PCNs, as tecnologias, quando utilizadas de forma exploratória, abrangente, corrobora para que seja um objeto diferenciado no processo de transformação da sociedade, mostrando que recursos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas diversas atividades. Ademais, afirmam que trazem significados que contribuem para repensar o ensino de matemática à medida que venha a auxiliar o cálculo mecânico para que possa ser feito de maneira mais rápida e eficiente; formaliza a necessidade da linguagem gráfica e diferentes formas de representação, abrangendo as estratégias e possibilidades; possibilita o autodesenvolvimento e críticas, enfatizando a exploração e investigação; e, permite que os alunos abram seu espaço de visão sobre a matemática e desenvolvam atitudes positivas em seus estudos.

No que tange às finalidades dessas tecnologias, podem ser diversas, podendo atuar como como fonte de informação, auxiliar no processo de construção de conhecimento, meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções e como ferramenta para realizar determinadas atividades.

Fey (1991), nessa linha de raciocínio, aponta que os diversos *softwares* que podem ser utilizados em sala de aula nos sirvam para ressignificar as aulas e conceitos tradicionais, revertendo o processo de aprendizado ao olhar mecanizado e enfatizar o processo de pensamento do aluno, criação, autonomia. Assim, utilizar os novos recursos como possíveis consequências de novas metodologias, em nossa forma de abordá-los, pois o conteúdo não muda, mas pode mudar o sentido e o caminho para os quais os professores os conduzem aos seus alunos.

Kenski (2003) ressalta que:

Preocupados em superar desafios e ir além, alunos e professores buscam informações nos diversos ambientes e meios tecnológicos e as comparam com a realidade em que vivem. Aproveitam os momentos de encontro nos antigos espaços das aulas, não mais para receber informações, mas para analisar e discutir os dados coletados. (KENSKI, 2003, p. 74).

Nesse sentido, sabemos que a inserção não acontece de maneira rápida e com soluções prontas, mas como mais uma forma de mudar o processo do ensino para que seja demonstrativo e percebido por todos, de uma maneira atraente, interessante, com a utilização de uma visualização.

Corroborando com a ideia, Serrazina e Matos (1996, p. 270) ressaltam que a visualização é o “conjunto de capacidades relacionadas com a forma como os alunos percebem o mundo que os rodeia e a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar transformações dos objetos”. Sendo assim, essa visualização é um fator que auxilia os alunos em compreensões e noções de conteúdos matemáticos que possibilitem seu crescimento, como as espaciais.

À vista disso, o professor, aquele que já tem o conhecimento e procura novas formas de trazê-los aos alunos, diferentes oportunidades de ampliar o aprendizado, mediando esse processo e tornando o aluno ser centralizado, ativo para as construções dinamizadas do seu saber.

1.2.3 Jogos Matemáticos

Segundo D’Ambrósio (1989, p. 17), em sua fala sobre jogos matemáticos e o pouco uso dessa linha metodológica se deve ao fato de que como temos “uma tendência no nosso ensino à supervalorização do pensamento algorítmico tem-se deixado de lado o pensamento lógico-matemático além do pensamento espacial”. Nesse sentido, a proposta dos jogos matemáticos é desenvolver diversos campos que, muitas vezes, acabam se perdendo dentro dos conceitos e aplicabilidades em sala de aula, como: as estratégias, estimativa, cálculo mental, possibilidades, análises, agrupamento de ideias em casos de jogos coletivos e colaborativos, raciocínios singulares no campo conceitual matemático. Deve-se salientar a importância de o jogo ser bem planejado e traçado os conceitos a utilizar, tempo, ter objetivos específicos do jogo e geral da aula, para que o aluno compreenda que ele não está apenas brincando por brincar, mas que há um embasamento teórico-metodológico naquele material.

Lara (2011) ressalta a flexibilidade de utilização dos jogos quando afirma que:

Devemos refletir sobre o que queremos alcançar com os jogos, pois, quando bem elaborados, eles podem ser vistos como uma estratégia de ensino que poderá atingir

diferentes objetivos, que variam desde o simples treinamento, até a construção de um determinado conhecimento. (LARA, 2011, p. 17-18).

Essas linhas de metodologias têm um papel diferencial no processo de ensino e a aprendizagem dos alunos, uma vez que o torna ativo na construção de conhecimentos, assimilações, modelações, etc., deixando de ser um ser passivo, receptor de informações. Além do mais, vale ressaltar a parceria dessas linhas, dado que elas se complementam de alguma maneira. É deveras difícil encontrar uma aplicabilidade de quaisquer uma dessas tendências sem ter um diálogo, por mínimo que seja, com alguma outra.

Por isso, esse diálogo que pode ser feito entre as tendências enriquece o processo de ensinar matemática sob o olhar de diversas metodologias, sem que enfoque apenas um caminho ou recurso a ser utilizado.

Segundo os PCNs, as atividades no formato de jogos possibilitam que o professor faça algumas observações em relação aos comportamentos dos alunos, como o processo de compreensão do jogo, assim como o autocontrole e o respeito a si próprio; facilidade, enquanto visualizações de criar as possibilidades vencedoras; estratégia utilizada, capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses; possibilidade de descrição, capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar, principalmente nos jogos coletivos.

Com isso, podemos perceber a concentração da diversidade que pode ser trabalhada nos jogos e, para além da parcela que irá abranger o conteúdo, cognitivamente falando, o jogo também possibilita construção emocional, cultural, social e moral, pois mesmo sendo um processo lúdico, ainda exige leis, regras, demandas, controles nos próprios comandos dos jogos, sendo individual ou coletivo, trabalhando competitividade ou colaboratividade, vitórias e perdas e tratá-las como algo habitual, que pode ser significativo e positivo.

Lara (2011) ainda enfatiza que dentro dos jogos, podemos ter os tipos de jogos, que dependerá de sua finalidade, procedimento, sendo eles: jogos de construção, que vem do desconhecido ao novo, o aluno irá produzir o conhecimento a partir dos comandos; os jogos de treinamento, auxiliando no processo dedutivo ou lógico mais rápido, através de exercícios repetitivos, podendo construir novos caminhos de resolução; os jogos de aprofundamento, após a construção de determinado assunto, poderá ter a possibilidade de situações que possa aplicá-lo, como a resolução de problemas; e, os jogos estratégicos, aqueles que os alunos deverão produzir ações para melhorar sua atuação, conhecemos e utilizamos exemplos como a dama, xadrez, campo minado, etc.

Sendo assim, a metodologia de ensino com a utilização de jogos pode ser uma maneira possível de construção de conhecimento, desenvolvimento cognitivo e pessoal, de uma maneira que aborde a inovação e venha, de forma lúdica, oportunizar momentos reais de aprendizado.

1.3 O ENSINO DE MATEMÁTICA

Por que ensinar matemática? Quais são as reais necessidades do aluno? Qual a melhor metodologia? A Matemática é necessária em atividades práticas, em competições, em qualquer atividade que envolva aspectos quantitativos da realidade, relacionem grandezas, entre elas algumas como tempo, comprimentos, contagens, técnicas de cálculos, capacidades de compreensão; até mesmo nas análises, dados coletados, organizações desses e sua amostra em qualquer rede de meio de comunicação se utiliza de estruturas matemáticas.

Todavia, mesmo citando relações e apresentações matemáticas aparentemente simples e cotidianas, Buerke (1982) explana a matemática como “um rígido conjunto de processos e algoritmos, que sempre produzem uma resposta bastante precisa”, percepção não diferente das pessoas se questionadas em: “o que acham da Matemática?”, assim como a visão dos alunos em classe que entendem que somente alguns dos colegas, geralmente os definidos como os melhores, conseguem manipular esse assunto/conteúdo/ciência.

No entanto, para Toledo e Toledo (1997) “as regras de dedução que caracterizam o raciocínio matemático do adulto são construídas aos poucos, à medida que a criança interage com seu meio e as pessoas que a cercam”. Essa percepção é construída por oportunidades e experiências de descobrir relações, padrões, regularidades, construir hipóteses, ideias e testá-las, elaborando conclusões, avaliando sua possibilidade de verdade que são construídas por seu embasamento escolar obtido por todo seu trajeto acadêmico ou não.

Corroborando com essas mesmas ideias, de forma abrangente, a BNCC, nas Competências Gerais da Educação Básica, no segundo item, pontua sobre exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Neste sentido, o Ensino Fundamental é a etapa onde temos o compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**, que segundo o Relatório Nacional do Programa Internacional de Avaliação dos Alunos (PISA) de 2012,

É a capacidade do indivíduo de formular, aplicar e interpretar a matemática em diferentes contextos, o que inclui o raciocínio matemático e a aplicação de conceitos, procedimentos, ferramentas e fatos matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (PISA, 2012, p. 18).

Para além, o relatório ainda afirma que esse letramento ajuda os indivíduos a reconhecer e visualizar a importância da matemática no mundo, construindo um papel consciente de tornar cidadãos hábeis, construtivos, engajados e reflexivos.

Nesta direção, a BNCC compõe um conjunto de ideias fundamentais que permeiam cinco unidades temáticas correlacionadas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e estatística. Destas, a unidade que se faz presente no contexto desta pesquisa é a de Números. No entanto, elas que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, incrementando que a aprendizagem matemática está diretamente relacionada à assimilação de significados dos objetos matemáticos, uma vez que esses estabelecerão conexões com o cotidiano e os diferentes temas, destacando ainda a importância da comunicação na linguagem específica, com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação.

Nessa mesma perspectiva, a escola tem um papel fundamental no desenvolvimento da criança, não somente nos aspectos cognitivos e construção do conhecimento, mas deve estar comprometida com o desenvolvimento total da pessoa, chamada pela BNCC de educação integral, aquela que independe da duração de jornada escolar, mas “se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea”. (BRASIL, 2017, p. 14).

Ainda afirma que:

Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 2017, p.265).

É com essa concepção que se dá a importância do letramento matemático, já supracitado, mas ainda reforçamos a ideia de que esse letramento ajuda aos indivíduos a reconhecer e visualizar a importância da matemática no mundo, construindo um papel consciente de tornar cidadãos hábeis, construtivos, engajados e reflexivos.

Na fase dos anos finais, do 6º ao 9º ano, os campos matemáticos estão interligados aos objetos de estudo dos conjuntos dos números racionais, as compreensões dos significados diretamente conectadas com a linguagem matemática, o uso da linguagem simbólica, a

representação e a argumentação. Por isso, a BNCC explana que além dos diversos recursos didáticos, físicos e digitais, também é importante complementar com o contexto da História da Matemática como objeto de despertar o interesse, contribuindo para a aprendizagem, a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos.

Toledo e Toledo (1997, p. 12) abordam que “com tantos meios de informação e diversão, entende-se que os alunos reajam ao ambiente escolar de modo bem diferente daquele esperado até poucos anos atrás”. Com isso, os autores tratam acerca das metodologias do ensino de matemática utilizadas, por exemplo, nos anos 70 como não sendo as recomendadas para os anos 90 e obsoleta para o século XXI, haja vista a nova realidade tecnológica e diversificada. Como podemos, então, atualmente, excluir ou não utilizar de alguma maneira as tecnologias digitais para somar às nossas competências didático-pedagógicas?

A comunidade da Educação Matemática já vem mobilizando o mundo inteiro acerca de como trabalhar as temáticas, abordar o cotidiano em meio aos axiomas e postulados, métodos de ver, aplicar e aprender a matemática escolar. Uma das abordagens que tem mostrado um dinamismo matemático para a comunidade são as Feiras de Matemática a níveis escolares, estaduais e nacionais, em uma perspectiva de como os alunos e professores podem estabelecer relações de aprendizados e associar os conceitos escolares a objetos reais e situações cotidianas.

Entretanto, atividades neste mesmo sentido faltam serem realizadas dentro de sala de aula, antes do processo de introdução de um conteúdo, durante ele e até mesmo depois, para análises finais com *feedbacks* rápidos. Porém, os professores estão submersos a uma preocupação com quantitativo de exercícios resolvidos, quantidade de conteúdo a ser trabalhado, nem chegaremos no quesito de burocracias com planos de aula e formações que deixam de acrescentar, mas sim, em um quesito que tem ganhado destaque e debate, servindo como linhas de pesquisa e propostas de trabalho lidando com a pergunta: como ensinar matemática hoje?

Lara (2011) nos traz uma reflexão sobre como o ensino da matemática é fragmentado, dizendo que “isso é fácil de ser percebido em vários momentos: na 1ª série se apresenta até o 99; na 2ª série até a ‘tabuada do 5’; na 3ª a partir da ‘tabuada do 6’; subtração nem pensar antes da adição; divisão nem pensar antes de saber da ‘tabuada de cor; frações só depois, talvez na 4ª série” (p. 29).

A autora nos faz refletir sobre como obedecemos aos padrões de rotulagens de conteúdos por uma preocupação mínima de seguir cronogramas pré-estabelecidos, mas que podemos mediar situações que caminhem com o conteúdo e abracem aqueles alunos que já estão na disposição do próximo passo. Assim também podemos fazer com as estratégias de

ensino, as abordagens utilizadas, sejam mídias digitais, jogos, resolução de problemas, quadro negro, apostila, mas que a interação, diálogo entre pares e construção de conhecimento seja realizada para também a construção de um ensino de matemática mais instigante.

Deste modo, torna-se possível desenvolver o ensino de Matemática de uma forma prática e familiar, mesmo que o currículo, os livros didáticos, as apostilas, concursos e provas afins sejam armados de cálculos técnicos, fórmulas e equações que necessitam de substituição e um jogo de mecanismo que, não somam às práticas, pois “mais do que construir conceitos é necessário transformá-los em instrumentos, em ferramentas para a solução de situações-problemas reais” (LARA, 2011, p. 32).

Atualmente, um dos pilares que fomenta o ensino de matemática são as tendências em educação matemática, supracitadas nesta presente pesquisa, enfatizando a Resolução de problemas, Jogos no Ensino de Matemática e as Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino da Matemática, todavia, como esclarecido, existem outras que discorrem sobre outras linhas de pesquisas, orientando as diferentes maneiras de inclusão dessa disciplina no ensino humanizado, novo, cheio de abordagens e cultura.

É neste aspecto de necessidades de metodologias que sustentem experiências para solidificação da aprendizagem que faremos uma análise do uso das tecnologias digitais para o ensino do conjunto dos números racionais, com ênfase nas representações fracionárias e decimais, outra vez fundamentando a BNCC como documento norteador das práticas didático-pedagógicas, quando no ponto 5 elenca as Competências Gerais da Educação Básica, dizendo que se deve:

[...] compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2017, p. 9).

Ademais, a BNCC reitera a cultura digital atual e a promoção de mudanças sociais significativas. O fato é que em decorrência do avanço tecnológico e do acesso por parte da maioria das pessoas e da disponibilidade de computadores, telefones celulares, tablets e afins, os estudantes não estão dinamicamente inseridos nessa cultura como consumidores, mas como protagonistas, envolvendo-se cada vez mais com as diversas formas de interação de textos, áudios e imagens, realizadas de modo cada vez mais ágil. (BRASIL, 2017).

Assim, com todos esses aspectos, a BNCC compõe as Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, onde queremos pontuar as seguintes:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. Todavia, neste sentido de mudanças, a escola, na pessoa do professor regente de cada disciplina, tem a necessidade de se reorganizar didaticamente e metodologicamente para conseguir fazer pontes possíveis entre essas tecnologias e os conteúdos matemáticos.

Por isso, a BNCC afirma que desde os Anos Iniciais as crianças tenham experiências em diversos contextos: familiar, social, cultural, memorial, pertencimento a um grupo, e possa interagir com as TDIC, estimulando a curiosidade e a formulação de perguntas, incentivando ao pensamento criativo, lógico e crítico, argumentando e interagindo, ampliando sua compreensão de si mesmo, do mundo natural e social. (BRASIL, 2017).

É com ciência dessas e das demais competências que a proposta de uma inserção de práticas didático-pedagógicas digitais na situação da aprendizagem como potencializadores do ensino, fazendo haver um protagonismo da autonomia de investigação, de possibilidades e construção de conhecimentos e ideias provenientes dos prévios.

Neste sentido, é notório a responsabilidade das escolas e os desafios impostos ao cumprimento do papel educacional e formativo das novas gerações, podendo aderir as tecnologias ao ensino, mas preservando seu compromisso de estimular a reflexão e a análise aprofundada sobre diversos temas, contribuindo para o desenvolvimento de atitudes críticas em relação ao conteúdo emergido das múltiplas ofertas midiáticas e digitais. Nesta direção, a BNCC afirma que:

É imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes. (BRASIL, 2017, p. 61).

Além do mais, a escola tem como compromisso propiciar uma formação integral, e no estado tecnológico e digital, seja da comunicação ou da informação (TIC), é necessário considerar a atualidade do uso delas e os possíveis diálogos para dinamizar e consolidar a aprendizagem, fortalecendo os processos de saberes construídos nessas interações, podendo fortalecer o potencial da escola como formador e orientador de conhecimentos e cidadania, de forma consciente, participativa e crítica.

Ademais, os centros de pesquisas não foram obsoletos, tampouco os congressos. No Brasil, hoje, temos o Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM que são referências e proporcionam aos alunos e associados experiências singulares. Também temos nos dias de hoje a realização de eventos, congressos, feiras, que oportunizam pesquisadores a mostrarem suas temáticas, alunos a demonstrarem suas práticas e curiosidades com seus trabalhos bem orientado por professores e aos alunos/visitantes que podem visualizar novas maneiras de inserção da matemática em seu mundo. Com isso, o envolvimento da matemática e das pessoas que “mexem com matemática” ao mundo “aberto”, potencializam aos acadêmicos, novos licenciados e até professores de anos a se reinventarem, perceber que é possível, pois não precisamos mais nos atentar em analisar os impedimentos e dificuldades, mas sim das possibilidades e caminhos que podemos seguir.

1.2 O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Quando os professores estão ensinando uma temática, procuram nos inserir nos mais diversos contextos para a representação daquele objeto de estudo, para que saibamos e possamos compreendê-lo. Ele mostra de uma maneira e também mostra de outra, na intenção de que alunos que não pensam igual tenham a flexibilidade de perceber e entender alguma das maneiras mostradas/explicadas.

Com a matemática isso não é diferente. Sua própria simbologia, utilizada para diversos fins, pode-se ter várias abordagens diferenciadas, com traduções regionais, mas também com temáticas universais, como o sinal de (+), que significa “mais”, “adição”, “acrescentar”,

“somar” e demais variações que, ao final, irão representar o mesmo sinal. Essas variações de representações também se chamam semiótica.

A semiótica, segundo Santana (2019) “provém da raiz grega ‘semeion’, que denota signo. Assim, desta mesma fonte, temos ‘semeiotiké’, ‘a arte dos sinais’. Esta esfera do conhecimento existe há um longo tempo, e revela as formas como o indivíduo dá significado a tudo que o cerca. (SANTANA, 2019).

Essa percepção de signos e significados dentro da matemática nos trouxe a abordagem de trabalharmos o conjunto dos números racionais e suas diversas representações com recursos didático-tecnológicos. Mas antes, faremos alguns levantamentos acerca da epistemologia do conjunto desse conjunto numérico, bem como sua definição e usabilidade e conciliar essa pesquisa com a parte da matemática e os diversos tipos de representações semióticas, baseado em Raymond Duval.

Assim, utilizaremos do embasamento teórico-científico de livros didáticos que tratam o tema, na intenção de fazermos uma pequena análise sobre a descrição, a contextualização, as metodologias ensinadas para fazer as operações com representações fracionárias, decimais e porcentagens, além de observar as possíveis propostas de uso de materiais didáticos e/ou recursos tecnológicos.

Retratando à criação dos conjuntos numéricos, iniciando pelos naturais, seu processo de descobrimento, alinhamento e desenvolvimento foi desenhado a partir de necessidades do homem, fazendo uma série de circunstâncias serem solucionadas, como medições, contagem, troca de mercadorias, etc. Todavia, esse conjunto estava longe de equacionar e sanar todos os problemas cotidianos que envolvessem as grandezas, mesmo que falemos de uma época antiga.

Sendo assim, viu-se a necessidade de conjecturar uma área/conteúdo da matemática que envolvesse as partes que compunham um inteiro, as parcelas menores que a unidade. Neste sentido, Boyer (1979) aborda que os homens da Idade da Pedra não usavam frações, mas que durante a Idade do Bronze parecia ter surgido a necessidade, afinal de contas qualquer situação minimamente prática nos denota a ideia de, por exemplo, partilha, seja entre os animais, famílias. No entanto, essas designações do conjunto dos números racionais foram utilizadas por muitos povos, em diversos contextos, como os babilônios, com representações monetárias; os egípcios apresentavam suas próprias frações, símbolos únicos; aos gregos, as frações apareciam nos tratados teóricos e demonstrativos; enquanto para os romanos na moeda e na metrologia, os estudos das medições e suas aplicações.

Porém, a notação usual moderna é consagrada aos hindus, sendo eles a nos apresentarem a barra horizontal que separa numerador de denominador, mesmo que tenha sido um processo

lentamente concebido, pois outros povos tentavam exprimir a ideia de um novo conjunto numérico, como George Ifrah (2010, p. 326) aborda que

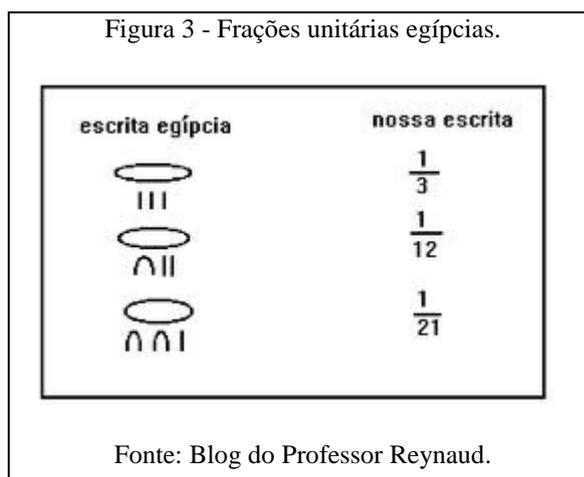
As frações não foram consideradas desde sua origem como números; nem se concebia a noção de fração geral m/n , como m vezes o inverso de n . Os egípcios, por exemplo, só conheciam as frações denominadas “unitárias” e só exprimiam as frações ordinárias através das somas de frações desse tipo. (IFRAH, 2010, p. 326).

Uma fração não era considerada como uma parte peculiar que merecia atendimento especial pela sua unicidade, mas sim como a combinação de dois números que já existiam, a relação entre dois inteiros, e é nesse sentido que Silva (1997) retrata que:

Na segunda metade da Idade Média, a Europa Ocidental passou de um mundo que havia desistido das frações, a um outro, onde as frações entravam na vida cotidiana do mercante, fornecendo uma ferramenta essencial à álgebra nascente e à Física em suas primeiras tentativas de matematização. O cálculo fracionário se impôs do Oriente para o Ocidente, varrendo os sistemas de frações da antiguidade que foram substituídos por tipos de representação, de modos de cálculo e de conceitos melhores adaptados à solução dos problemas que se colocavam na época (SILVA, 1997, p. 28).

Mas, o decorrer de toda essa trajetória e delineamento não se deu homogeneamente como supracitado, mas advém de ideias originalizada por diferentes povos, em diferentes épocas que provocavam o desenvolvimento às suas maneiras, partindo das premissas de suas necessidades, recursos e habilidades disponíveis. Fato este que, em suas primeiras organizações, a fração compreendia a tarefa de representar uma parte de algum objeto, as frações que denominados hoje como ‘unitárias’, pois o fato de o numerador ser o número um facilitava as escritas fracionárias.

Deste modo, indica-se que os Egípcios tenham sido os primeiros a fazer a inserção das frações em seus sistemas numéricos, essas denominadas unitárias, e mesmo com uma escrita diferente, fez tornar-se fácil a utilização, vejamos na Figura 3, e para frações que fugissem à regra, tinham notações especiais.



Ademais, segundo Contador (2012) os termos “denominador” e “numerador” foram criados pelo matemático francês Nicole Oresme (1323 – 1382).

Então, o campo numérico racional cresce e evidencia sua necessidade de emergir sobre processos escolarizados ou não, pois sua utilização não se restringe à formalização, mas às situações desencadeadoras de ideias que o significam. Neste sentido, trazemos algumas maneiras que podem ser interpretados os números racionais, adaptado das palavras de Romanatto (1997), que os chama de subconstrutos de contextos e os subdivide. Vejamos essas subdivisões na Tabela 3.

Tabela 3 - Adaptação das subdivisões dos números racionais.

| Medida | Quociente | Razão | Operador Multiplicativo | Probabilidade | Reta Numérica |
|---------------------|-----------------------------|---------------------------------------|---|--|---|
| Relação parte/todo. | Ideia presente de partição. | Relação de comparação multiplicativa. | Relação de multiplicador de uma quantidade. | Comparação entre chances favoráveis e chances possíveis. | Ideia das notações a/b expressadas na reta. |

Fonte: Elaboração da autora, adaptado de Romanatto (1997, p.78).

Segundo Brasil (2017), no 4º ano do Ensino Fundamental – Anos iniciais é trabalhada noções dos números racionais como objetos de conhecimento: frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$), reconhecendo-as como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso e sua representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro.

No 5º ano: Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica, representação fracionária dos números racionais com reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica, comparação e ordenação na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência, cálculo de porcentagens e representação

fracionária, com problemas de adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, algumas noções de probabilidade em problemas de contagem.

Nos Anos Finais, especificamente no 6º ano, o conjunto dos números racionais toma as seguintes intervenções: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações, operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.

Diante disso, percebemos que é um conteúdo embasado, elencado no ensino por capacidades/habilidades e séries, dividido e estabelecido para consolidar o processo de aprendizagem e aplicabilidade dele por parte dos alunos. No entanto, o que se observa nas redes de ensino nos níveis de escolaridade que sucedem o 6º ano é a defasagem da aprendizagem deste conteúdo, desde as representações em frações, decimais, porcentagens, até as operações por eles feitas.

Duval (2003) relata que a dificuldade dos alunos aumenta quando é necessário trocar os tipos de registros ou que seja solicitado o uso de dois simultaneamente como, por exemplo, as assimilações de $\frac{1}{4}$ e 0,25, como também 0,25 e a representação geométrica, ou ainda $\frac{1}{4}$ e seu lugar na reta numérica.

É nesse sentido que o conjunto dos números racionais faz parte de um seletivo grupo que utiliza representações diversas de um mesmo objeto de estudo. Por isso, para realizar um estudo de diversos sentidos, apoiaremos nossas falas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval (1988, 2011) que vem ganhando espaço expressivo em pesquisas de Educação Matemática no Brasil, trazendo contribuições significativas para o campo educacional.

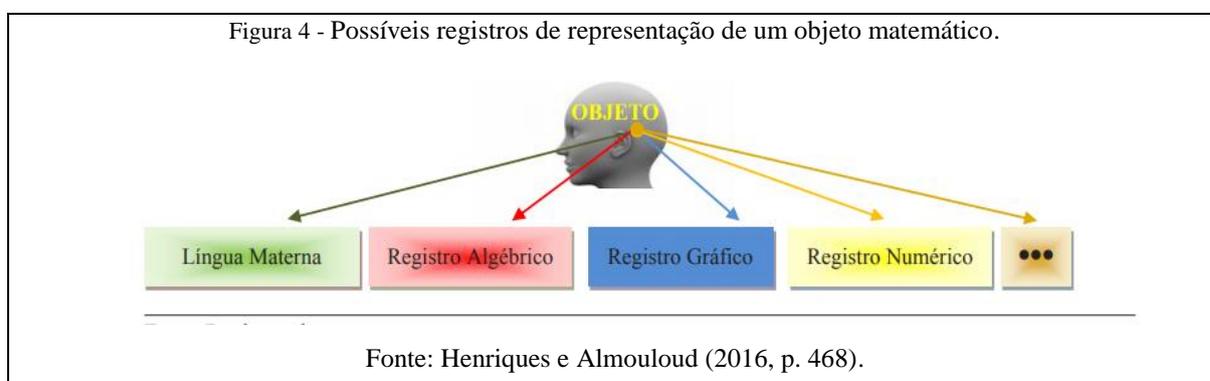
Para Duval (2011), os objetos matemáticos formam uma representação semiótica ímpar, pois possibilitam a comunicação entre os indivíduos e suas respectivas atividades de cognição do pensamento, permitindo, por sua vez, diferentes representações de um mesmo objeto nessa área do conhecimento, na abordagem da semiótica, visualizando as formas de comunicações diversas, nomeadas como signos. Esses diversos registros de um determinado objeto que podemos fazer é a denominação de registro semiótico.

Duval (2011) relata que:

As representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas e os gráficos e não os pontos ou os traços. A comparação de seus diferentes modelos de análise nos permitirá retirar a noção importante, a de representação semiótica, a qual possibilita não reduzir o papel dos signos no funcionamento cognitivo do pensamento a uma simples codificação de informações ou de conceitos. (DUVAL, 2011, p. 38).

Na abordagem da semiótica é importante enfatizar que o objeto matemático pode passar por duas transformações com semióticas totalmente diferentes: o tratamento e a conversão, respeitando as regras de formação de cada conteúdo. O tratamento é a flexibilidade de fazer transformações em outras, mas no mesmo registro; a conversão é a mudança de registro, ainda que sobre o mesmo objeto de estudo, matematicamente abordando sobre, por exemplo, o uso da linguagem materna, o registro algébrico, o registro gráfico, o numérico e demais. No entanto, a responsável por fazer as relações entre esses registros e suas compreensões é a coordenação.

Essas representações semióticas desenvolvem representações mentais, dá passe para realizar diferentes funções cognitivas que desencadeiam na produção do conhecimento. Na Figura 4 podemos verificar possíveis registros de um mesmo objeto matemático.



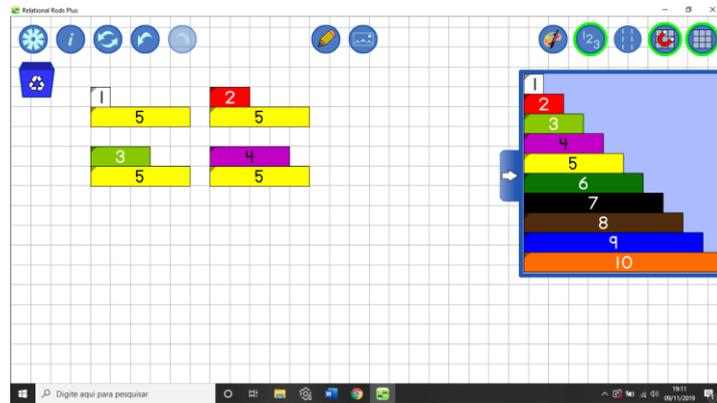
No conjunto dos números racionais, aqueles escritos na forma fracionária, que por isso também são escritos na forma decimal. Porém, nas definições de frações já podemos elencar algumas nomenclaturas pré-definidas por Moura (2018), visualizaremos melhor apresentando exemplos, nas Figuras 4, 5 e 6, com a utilização do *software* matemático *Relational Rods*, do *site Mathies.ca*. (Falaremos mais dele posteriormente).

Sendo assim, vamos a visualização, mas antes consideremos que a autora conceitua esse conjunto numérico como os “números que podem ser escritos por meio de uma divisão de dois números naturais são denominados de números racionais” (MOURA, 2018, p.XX). E os elenca em definições pelas frações, sendo elas:

- ✓ “Próprias: Aquelas que representam partes de um inteiro, cujo numerador é menor do que o denominador” (MOURA, 2018, p. 10).

Na Figura 5, ilustramos exemplos de frações próprias, de denominador 5, buscando investigar com quais números de 1 a 10 podemos demonstrar uma fração própria.

Figura 5 – Frações Próprias com Relational Rods.

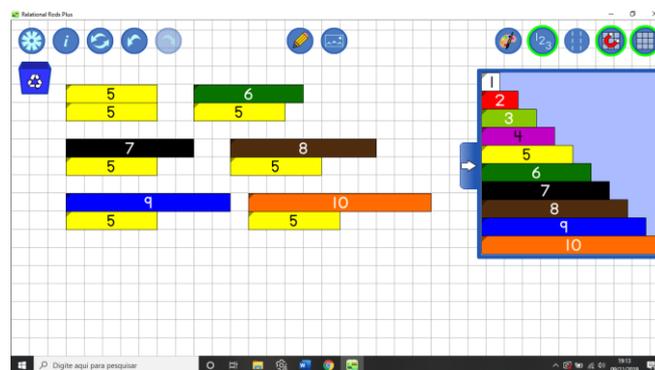


Fonte: Acervo da Autora (2019).

- ✓ “Impróprias: Aquelas que representam o inteiro ou mais que um inteiro, cujo numerador é um número igual ou maior do que o denominador” (MOURA, 2018, p. 10).

Na Figura 6, ilustramos exemplos de frações impróprias, de denominador 5, buscando investigar com quais números de 1 a 10 podemos demonstrar uma fração imprópria.

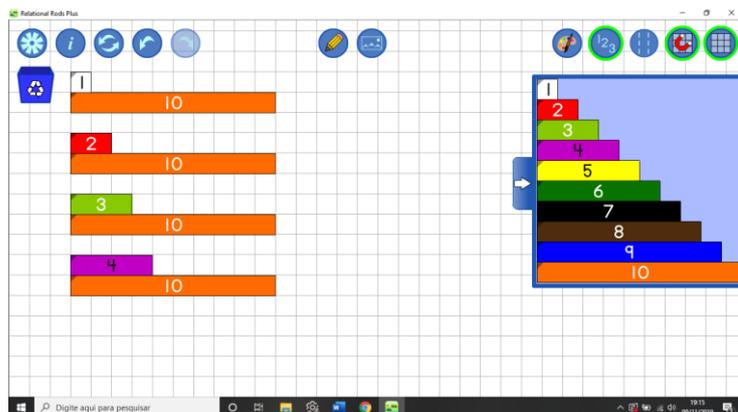
Figura 6 – Frações Impróprias com o *Relational Rods*.



Fonte: Acervo da Autora (2019).

- ✓ “Decimais: São aquelas cujos denominadores são 10, 100, 1000, 10000, ..., ou seja, potências de base 10 e expoente natural maior do que zero” (MOURA, 2018, p. 17).

Na Figura 7, mostramos exemplos de com quais números de 1 a 10, com denominador 10, as frações decimais que podemos obter:

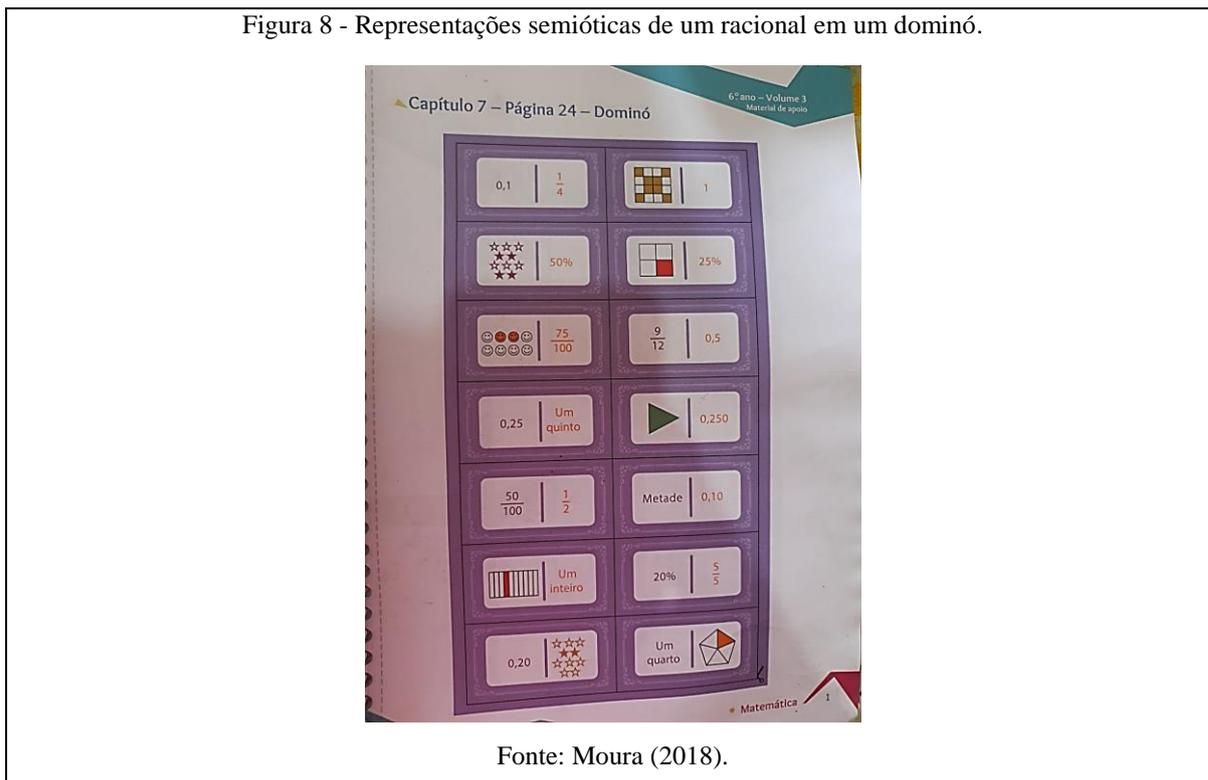
Figura 7 – Frações Decimais com o *Relational Rods*.

Fonte: Acervo da Autora (2019).

As barras nessas utilizações nos dão estratégias de diferentes representações semióticas, que não apenas nos restringe à forma tradicional no uso do giz/pincel e quadro, mas de diversificar as práticas pedagógicas, haja vista a heterogeneidade das também diversas maneiras de um aluno compreender, ver e assimilar determinados conteúdos. Quanto às representações semióticas, partimos do pressuposto da fala da fração, um quinto, sete quintos, dois décimos, chamada de linguagem natural; pensamos em sua representação fracionária $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{2}{10}$, nosso registro numérico; e as representamos com as barras de um *software*, nosso registro visual tecnológico.

Então, podemos verificar que em uma intervenção pedagógica há a possibilidade de usar diferentes recursos didáticos, assim como diversas representações semióticas. Moura (2018), após elencar todas as abordagens dos racionais, permeando nas frações, frações decimais e porcentagens, traz a proposta de um Jogo de Dominó de Números Racionais, onde podemos analisar alguns âmbitos de diferentes registros, ver Figura 8:

Figura 8 - Representações semióticas de um racional em um dominó.



Fonte: Moura (2018).

O jogo, similar a interface de um dominó, apresenta peças mistas que interage com as representações de um mesmo objeto de diferentes semióticas, a imagem, a decimal, a fração decimal, a fração própria e a porcentagem simultaneamente, na perspectiva de que o estudante faça essas assimilações, os tratamentos e as conversões de uma maneira instantânea, na abordagem de jogo, mas sem contrapor o foco principal da aprendizagem e o objetivo do jogo, explicado pela autora como “o objetivo de juntar as peças que contenham as diferentes representações de um mesmo número racional”. (MOURA, 2018, p. 24).

Corroborando com essa ideia a BNCC propõe que o aluno após estudar, repassar exercícios e atividades, em sala e tarefas de casa, tenha estabelecido as competências e habilidades de comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los, compreendendo a utilizando a relação entre elas e suas propriedades operatórias em situações-problema.

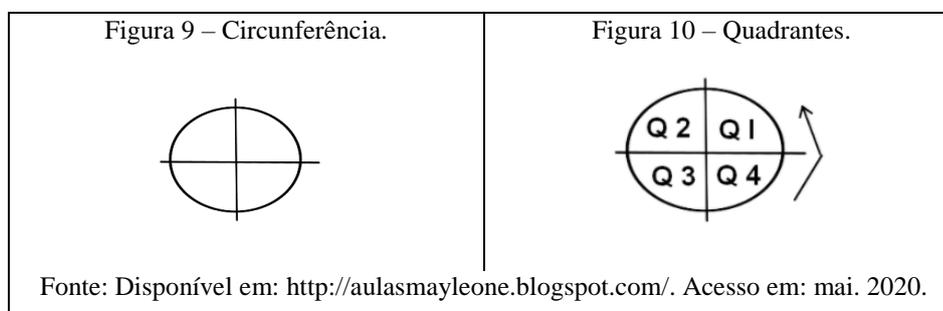
Além do que, os jogos no ensino de matemática têm se tornado uma Tendência no Ensino, uma das estratégias que podemos utilizar para fazer a prática da disciplina. Nesse contexto de jogo, Lara (2011) aborda que, por mais que os jogos venham ganhando espaço nesse sentido, muitas vezes ele é concebido como um passatempo, e não como uma atividade que requer raciocínios, tampouco como instrumento de conhecimento matemático. Porém, destaca que para conseguirmos vê-lo como estratégia de ensino ele deve ser bem elaborado,

com objetivos bem delineados, que possam variar de um treinamento até a construção de um determinado conhecimento.

Neste sentido, Duval (2011) relata que a matemática enquanto campo de conhecimento está diretamente ligado à produção desses sistemas de óticas, desde o desenvolvimento do sistema numérico decimal, à extensão aos demais conjuntos numéricos (naturais, inteiros, números racionais, etc.), à escrita na forma algébrica de situações que também podem ser representadas graficamente e estendidas às funções e, ainda assim, todas saem da linguagem natural, mesmo que essa tenha sido reduzida ao longo do tempo pelos tratamentos matemáticos.

Nascimento (2019) também nos traz uma fala de ensino e recursos, quando diz que “a busca constante por novos recursos e métodos de ensino fazem do professor/pesquisador um agente produtor de novo sistemas semióticos” e que “em matemática uma representação só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação”. (NASCIMENTO, 2019, p. 44-45).

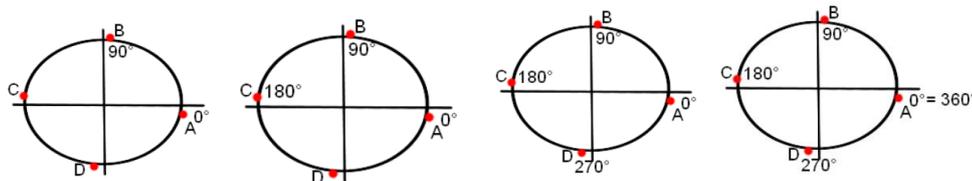
Na área da matemática, podemos analisar e representar situações por meio de outras, utilizando várias óticas. Vejamos um exemplo sobre a circunferência ou também de um giro completo ou pleno, equivalente a 360° , na Figura 9 com a divisão em quadrantes, como apresentado na Figura 10.



Se traçarmos duas retas na circunferência, uma de forma horizontal, outra de forma vertical, na intenção de dividi-la em quatro partes iguais, teremos as partes que chamamos de quadrantes.

Podemos relacionar os quadrantes com a ideia de graus, onde cada um tem 90° , que quando repetidos quatro vezes ($4 \times 90 = 360^\circ$), obtemos os 360° totais, como veremos nas Figura 11 as somatórias dos 90° . Além disso, a cada parte somada à primeira parte dorma um outro ângulo e cada ângulo recebe um nome.

Figura 11 - Divisões dos quadrantes e ângulos.



Fonte: Aulas da May.

Assim, cada quadrante de 90° equivale a $\frac{1}{4}$ da circunferência. Dois quadrantes equivalem a 180° , significando $\frac{2}{4}$ ou mesmo $\frac{1}{2}$ da circunferência, onde já podemos explicar sobre as frações equivalentes; 270° equivalem a $\frac{3}{4}$ da circunferência, logo, 360° faz equivalência a $\frac{4}{4}$ da circunferência, ou seja, ela inteira como supracitado. Então, a partir da circunferência e seus graus, podemos ter assimilações às frações, sendo significadas de maneiras diferentes.

Com a mesma ideia da circunferência, podemos fazer assimilações com dinheiro, uma situação que envolverá as parcelas fracionárias, parcelas decimais e um objeto do nosso cotidiano, as moedas. Partiremos da consideração da circunferência com o inteiro de R\$ 1,00 e sua equivalência. Assim, iniciaremos as observações: já sabemos que podemos dividir a circunferência em quatro partes e, se, da mesma maneira, dividirmos o dinheiro, conseguiremos obter quatro partes de 0,25 que são os nossos centavos (0,25 centavos) que equivalem ao nosso $\frac{1}{4}$. Se dessas partes, quisermos a metade ($\frac{1}{2}$), queremos, então, 0,50 centavos ($0,25 \times 2 = 0,50$). Mas se dessas partes, quisermos três partes ($\frac{3}{4}$), queremos, então, 0,75 centavos ($0,25 \times 3 = 0,75$).

Esses são exemplos de como conseguimos fazer assimilações nos conteúdos matemáticos e envolver os números racionais, analisando as representações simbólicas, sinais, operações, etc, e chamamos essas diferentes representações de semiótica, mais uma ferramenta que nos faz compreender as diversas maneiras de aprender matemática.

Exemplos e assimilações são pontos fortes quando tratamos de conteúdos matemáticos, então vamos a mais uma análise, e não menos importante: conduzir a circunferência e suas repartições às ideias de porcentagem. A primeira consideração é alinhar toda circunferência como a nossa totalidade, ou seja, 100%. Assim como fizemos a divisão da circunferência em suas quatro partes, ($\frac{1}{4}$), nossa porcentagem terá a equivalência aos 25%. Metade da nossa circunferência, equivalente à fração de $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$, são os nossos 50%. Se falarmos de $\frac{3}{4}$ da circunferência, iremos relacionar aos 75%. Ademais, nossas porcentagens podem se alinhar à relação das parcelas decimais, supracitadas, tendo $25\% = 0,25$; $50\% = 0,5$; $75\% = 0,75$. Dessas porcentagens também podemos falar de frações decimais $25\% = \frac{25}{100}$; $50\% = \frac{50}{100}$; 75%

= $75/100$; e, a partir dessas frações decimais, podemos simplificá-las e retomar os conceitos de frações equivalentes.

Dessa maneira conseguimos fazer uma análise com percepções matemáticas voltadas para diferentes contextos e significados, o que nos possibilita trabalhar com temáticas e conceitos muitas vezes trabalhadas de maneiras fragmentadas, mas que, juntas, fazem parte de um contexto geral, o que nos remete a fala de Duval (2011, p. 18) afirmando que “a atividade de representação de um mesmo objeto tem origem na variedade de sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir as representações”.

Partindo dessa ótica, podemos fazer as assimilações visuais com os exemplos supracitados, mas utilizando imagens conhecidas, objetos, etc. Como, por exemplo, um campo de futebol partido ao meio e relacionar com a porcentagem, fração decimal, fração equivalente, número decimal, etc. Assim como também em repartições de um bolo, de frutas... Podemos inserir a temática de números racionais, seus significados e demais representações semióticas em diversos exemplos e situações para utilização metodológica em ensino e aprendizagem, sendo apresentado nos diferentes registros: materno, algébrico, gráfico e numérico.

Ainda nessa linha de pensamento, aproveitamos para fazer a conexão da temática de frações desta pesquisa e sugerir a prática do ensino dessa abordagem sob o olhar tecnológico no ensino de matemática de modo a “transformar as representações semióticas” (DUVAL, 2011, p. 58). O aproveitamento da tecnologia digital como ferramenta de ensino é uma das nossas competências da BNCC, que visa desenvolver o aluno como ser integral, mobilizando conhecimento, atitudes, habilidades e valores para resolver demandas da vida, seja na cidadania ou mundo do trabalho.

Duval (2011) expõe que o essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer e não em si a própria representação, as análises de quais naturezas e registros aquele objeto pode abordar. Nesse sentido, os aplicativos móveis, sites, a cultura digital como um todo, podem proporcionar diversos tipos de transformações de uma representação semiótica, mobilizando as diferentes posturas de um aluno diante da disciplina de matemática, frente a temática do conjunto dos números racionais.

Nesse contexto de muitas transformações e tipos de representações que Berlanda (2016, p. 4) alerta, que muitas das vezes, as resoluções das propostas de situações-problemas e atividades da disciplina de matemática dispõem mais de um tipo de percepção matemática. A articulação, os passos da resolução e demais requerem representações semióticas de um mesmo objeto quase de uma forma simultânea, assim, não é um processo simples. Por isso, é importante

a compreensão do conteúdo estudado e as mais diversas assimilações, e não um simples domínio da memorização.

Desse modo, escolhemos salientar nossa pesquisa em tecnologias digitais que irão destacar as diversas representações semióticas de determinado objeto do campo dos números racionais.

No capítulo II faremos uma narrativa sobre tecnologia, seus tipos e níveis, além de citar algumas delas para o ensino dos números racionais e as representações semióticas presente em cada uma delas a fim de incentivar e inserir propostas matemáticas tecnológicas na aprendizagem dos alunos.

CAPÍTULO II - TECNOLOGIAS E MATERIAIS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Neste capítulo, iniciaremos com uma abordagem histórica sobre a tecnologia e suas vertentes até a percepção de tecnologia em campos educacionais no Brasil, sua utilização em sala de aula, das resistências até compor uma das competências da Base Nacional Comum Curricular. Seguidamente, apresentaremos algumas plataformas, sites, QR Codes de jogos, simulações e demais materiais que trabalham com a temática de objeto dessa pesquisa: o conjunto dos números racionais e as diversas representações semióticas que eles podem proporcionar, contribuindo para o ensino de matemática.

2.1 EVOLUÇÃO E REVOLUÇÃO

Sabe-se que a comunicação é uma das necessidades muito antigas dos seres humanos. É aptidão de passar informações uns aos outros e iniciou com a utilização de gestos, sinais e sons. Com o desenvolvimento do homem pré-histórico vieram algumas habilidades, ele passou a construir objetos e ferramentas para a utilização na caça, pesca, moradia e, não diferentemente, evoluiu seus processos comunicativos. As pinturas feitas em paredes, rochas e tetos de cavernas, chamadas de arte rupestre, são representações artísticas de narrativas da época, podendo retratar cenas de caça, mitos imaginados por esses homens e até contos religiosos, uma menção aos deuses. Podemos ver um exemplo dessas pinturas na Figura 12, de uma análise feita por estudiosos e publicada em 2019, pela revista Uol.



⁴ Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2019/12/mais-antigas-pinturas-rupestres-feitas-pelo-homo-sapiens-sao-achadas-na-indonesia.shtml> . Acesso em: Mai.2019 .

Podemos perceber as misturas de traços desenhistas, percepções e características em desenhos como esses, que tem uma narrativa, verídica ou não. Com o passar dos anos, surgiram as tentativas de criar um sistema de escrita, registros físicos mais desenvolvidos, com traços, desenhos e imagens a fim de reproduzir de alguma forma conceitos, padrões e representações. A cada passo que esses símbolos se desenvolviam mais, dava espaço para a formação mais elaborada e sistematizada para a criação do que hoje chamados de alfabeto. Esses registros eram feitos em pergaminhos, obtido de pele de animal, como carneiros e cordeiros, e também papiros.

Mas a evolução do homem não parava, logo ele começou a fazer residências, permanecer mais um tempo em um lugar e desenvolveu mais habilidades. Já saímos da Pré-História, da Idade Antiga, da Idade Média, Idade Moderna e estamos na Idade Contemporânea, data-se o início em 1789, fim da Idade Moderna e marcado pela Revolução Francesa. Com todas essas variações temporais, também temos as características predominantes em cada uma dessas épocas.

Por volta de 1808, segundo o historiador Michael Adler, a primeira máquina de escrever documentada foi fabricada pelo italiano Pellegrino Turri. Mas, logo consecutivamente, outras patentes foram surgindo, com outros criadores, o que dava um salto na comunicação, de forma mais rápida e independente. Essas máquinas são tecnologias de época, hoje, logicamente, substituídas por computadores, celulares e *notebooks*. Todavia, o início dessas tecnologias, máquinas e demais, marcaram fases e revoluções.

A Revolução Industrial compreende momentos diversos do avanço do processo industrial, sendo sua principal característica a troca da manufatura pela maquinofatura. O surgimento das indústrias fez-se desenvolver a produtividade e a inserção de máquinas, como a máquina a vapor, a de fiar, etc. Mas também, o aumento do êxodo rural, a consolidação do capitalismo, urbanização, novas relações com o trabalho, bem como, mudanças nas relações sociais das pessoas, os padrões de consumo e as relações com o meio ambiente.

Outro fator marcante da Revolução Industrial para além dessas novas tecnologias, foi o reconhecimento da educação como direito dos cidadãos e, a partir disso, um novo sistema de escola fora criado, o ensino tecnicista. Com essa fase transformadora de um mundo do trabalho, da mão-de-obra, o ensino passou a ter a responsabilidade de articular pessoas qualificadas para as funções seriadas, onde o operário repetia sua atividade durante todo período comercial. Assim, nas escolas, aprendia-se o uso e operação das máquinas, modos e meios de funcionamentos e funcionalidades, nas disciplinas de matemática, física, química e afins.

Ademais, foi durante esse período da Revolução Industrial que se forma o alinhamento das carteiras das salas de aula que, porventura, visualizamos até hoje dentro da maioria das

escolas, utilizadas como uma maneira de acostumar o aluno/operário a ficar horas na mesma posição, realizando a mesma tarefa.

Se até as carteiras eram alinhadas em prol de um objetivo de toda uma sociedade que agora era manipulada para a mão-de-obra especializada para o trabalho, como essa sociedade tão nova e cheia de máquinas incluiu também essas tecnologias na área da educação?

Segundo Mendes, 2002,

O conhecimento passa a ocupar o centro das atenções, tornando-se o principal fator de produção. A informação e o conhecimento passam a ser elementos estruturantes para a superação das dificuldades e da competitividade, para o enfrentamento do desemprego do mundo globalizado e as inovações tecnológicas são responsáveis por exigências de mudanças no sistema educacional (VAZ MENDES, 2002, p. 20).

Vale salientar que quando falamos de tecnologia podemos considerá-la, como diz Araújo (2004, p. 40), como “qualquer artefato criado pelo homem, buscando tornar seu trabalho mais leve. São, portanto, produtos culturais, existentes há milênios”.

Da mesma abordagem, corroborando com a linha de raciocínio, Kenski (2003, p. 91), “refere-se às ferramentas que auxiliam as pessoas a viverem melhor dentro de um determinado contexto social e espaço-temporal [...], acompanham a vida dos homens e dos grupos sociais desde o início da civilização”. Essas ferramentas vêm apresentando evoluções desde quando o homem produz seus objetos de caça, à produção das máquinas, à criação de quadro negro e giz – chegando à educação, instrumentos clássicos utilizados por muito tempo.

Araújo (2004) retrata a expansão tecnológica nos últimos dois séculos como sendo um crescimento exponencial em relação a uma mesma observação ao espaço-tempo dos aparatos nos anos antepassados. Todavia, vimos a manifestação de adventos técnicos-científicos, bem como o surgimento de correios, telefones, rádios, televisores e, de forma compacta na atualidade, o aparecimento dos computadores.

Essas tecnologias que foram surgindo em prol de muitas invenções, necessidades, crescimento tecnológico, mas logo também perpassaram outras áreas. Segundo Almeida (2000) isso se deu pelo acelerado desenvolvimento da competição econômica, científica e, também, capitalista no mundo que requereram a necessidade de decisões rápidas e acertadas para compor essa corrida. Todavia, todo esse aparato abriu uma discussão para a sua utilização dentro de sala de aula: em qual contexto educacional podemos inserir essas novas tecnologias? Nesse novo processo, vimos a escola mudar pautas de reflexões para compreender que, neste novo cenário de mundo, novas atitudes e novas aprendizagens viriam surgir para que as mudanças e inovações pudessem chegar.

Mas, onde a tecnologia se torna um mecanismo educacional? Para que possamos validá-las, essas ferramentas precisam mostrar eficiência real no processo de aprendizagem dos alunos. Segundo Araújo (2004) a tecnologia educacional ganha seu espaço como campo de conhecimento nos anos 50, nos Estados Unidos e nos anos 60 nos países da América Latina, mas apenas nos anos 80 e 90 ela começa a ser discutida de forma mais crítica e mais ampla da sua utilização, os porquês e para quês, e não apenas considerá-la educacional por estar sendo aplicada em ambiente escolar.

Sendo assim, essa tecnologia deve ser utilizada com uma ferramenta que auxilia na aquisição de novos conhecimentos, de informações e comunicações. Coelho Neto (2011, p.13) relata que ela “tem como desafios estabelecer novas alianças de cooperação com aqueles que têm algo a contribuir, constituindo uma teia nacional de comunicação, intercâmbio de informações científicas e experiências pedagógicas”.

Com o passar dos anos, outra tecnologia que vinha surgindo e se modernizando: os computadores. Desde sua mais remota ideia de existência vem passando por processos e testes de otimizar seu funcionamento, desempenho, capacidade de processador e, também, às capacidades relativas ao seu tamanho de ocupação, que chegava a ser de salas, hoje tampouco ocupa uma mesa, apresentando sua forma de maneira bem compactada.

Esse invento teve ganho de muito espaço nas contribuições de guerra físicas e também corrida tecnológica de produção de equipamentos de ponta. Mas, logo também vieram as percepções educacionais sobre eles, enquanto as escolas modificavam e integravam suas ideias para que fosse incluído nas atividades pedagógicas que incluam as tecnologias digitais de informação e comunicação.

Moran (2003, p.63) relata que “ensinar com as mídias será uma revolução se mudarmos simultaneamente os paradigmas convencionais do ensino, que mantêm distantes professores e alunos. Caso contrário conseguiremos dar um verniz de modernidade, sem mexer no essencial”, data-se que as primeiras ações a fim de capacitar os professores para a utilização de tecnologias tiveram início na década de 80, promovendo aprendizagens e discussões sobre levar à tecnologia às salas de aula.

Nessa perspectiva, a pesquisa intitulada “Refletindo sobre os fatores de resistência no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) nos ambientes escolares” realizada no município de Farroupilha, Santa Catarina, em um questionário com 105 professores, em 2017, de Zanella e Lima, conseguiram identificar alguns fatores e alguns dados sobre as tecnologias. Dentre seus dados, uma das perguntas do questionário foi sobre o que os professores acham da inserção do computador no âmbito escolar na Figura 13.

Figura 13 - Inserção dos computadores em âmbito escolar.



Fig.5 : Inserção dos computadores em âmbito escolar

Fonte: Zanella e Lima (2017).

E quando questionados sobre para qual fim tem a utilização do computador para o professor, temos as seguintes respostas, expostas na Figura 14.

Figura 14 - Utilização do computador pelo professor.

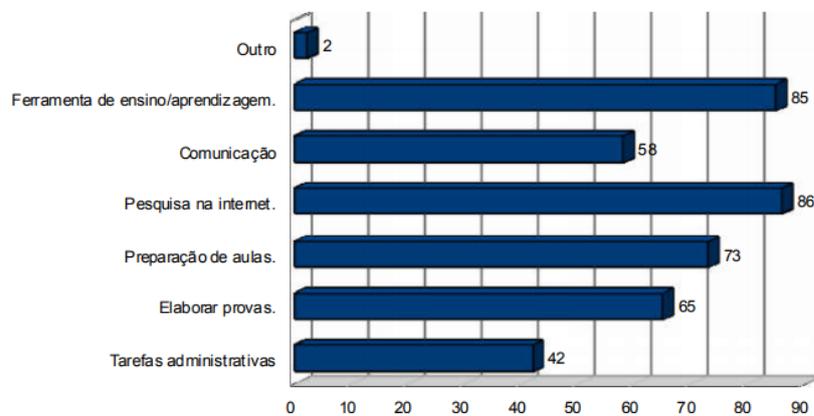


Fig.6 :Utilização do computador pelo professor.

Fonte: Zanella e Lima (2017).

Em sua pesquisa, Zanella e Lima (2017) concluem que as tecnologias são importantes aliados no processo de ensino e aprendizagem, mesmo que não haja com quantidade e qualidade nas instituições de ensino, mas que os professores com recém-formados e os novos enfatizam não ter dificuldades, fazendo-nos perceber que, quanto mais jovem, menos resistência. Porém, aqueles com mais tempo de sala de aula pode relatar que há uma necessidade de formação, instrução e, até mesmo as capacitações, a nível de graduação. Para além, concluem que é

importante repensar educação e a utilização apenas de métodos tradicionalistas, mas inserir para além dos livros e quadros as novas tecnologias.

Mas, depois do advento da computação, nos anos 60 surge a internet, ainda em demandas de guerra e pouco conhecida. Apenas nos anos 70 ela começa a ser utilizada pela comunidade acadêmica e, somente nos anos finais de 80 para o início dos anos 90 e foi aperfeiçoada, surgindo o serviço World Wide Web (WWW), viabilizando a transmissão de imagens, sons e vídeos. Entretanto, a internet está muito ligada aos computadores. Na atualidade, estamos vivenciando o compartilhamento em rede de uma forma espontânea e rápida. Os *smatphones*, *tablets*, *notebooks* e demais aparelhos conectam-se ao mundo *on-line* 24 horas por dia.

Dessa maneira, não diferente seria nosso aluno: sua presença na vida virtual, na utilização de plataformas, redes sociais, aplicativos, jogos, *delivery*, compras, serviços, e demais oportunidades potenciais de conexão fazem parte da vida da maioria da população, inclusive a brasileira. A Agência Brasil, em uma publicação de 26 de maio de 2020, relata que três em cada quatro brasileiros acessam a internet, equivalendo, assim, em 134 milhões de pessoas, acessando mais comumente pelos smartphones e outros aparelhos móveis com 99%, seguidos dos computadores (42%), das TVs (37%) e dos videogames (9%). No que tange à frequência de uso, 90% relataram que usam todos os dias, para diversos fins.

Então, podemos nos questionar: faz sentido proibir e repudiar a utilização dessa tecnologia que vem crescendo ao longo dos anos e se tornando peça essencial da vida das pessoas dentro de uma escola? Não. Estamos sujeitos à mudança, segundo Merije (2012):

[...] o dispositivo pessoal permite que o aluno direcione a aprendizagem, buscando aquilo que lhe interessa no momento mais oportuno [...], por isso cabe ao professor apropriar-se da cultura *móvil* como uma forma para reinventar a didática, no sentido de superar o esquema obsoleto da aula tradicional, para atingir os alunos de forma a ressignificar a forma de aprender na sala de aula. (MERIJE, 2012, p. 51).

E nesse contexto, cada vez mais as oportunidades de um aprendizado pautado na tecnologia como forma de analisar, criticar, elaborar hipóteses e concluir ideias estão mais comuns. Nesta pesquisa, utilizamos a ferramenta tecnológica digital para estreitar potencialmente os pensamentos, os conceitos, as noções, as representações, a compreensão, etc. dos números racionais, as representações, as operações e demais possibilidades de ensino, para além de utilizar o espírito de cooperatividade, paciência e equipe.

Assim, concluindo esse pensamento tecnológico que nos encaminhou até aqui, vamos visualizar algumas plataformas, atividades, jogos ou sites, uns de forma gratuita, outros não,

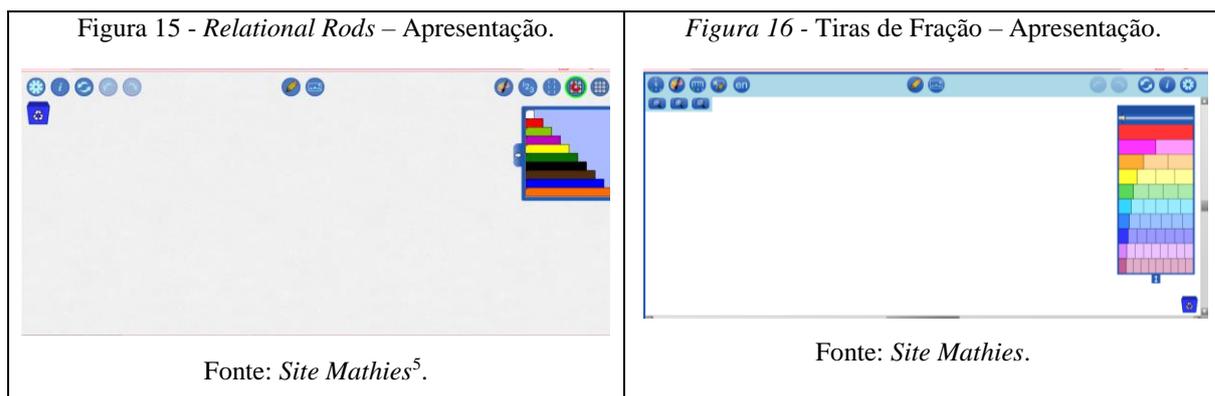
que podemos utilizar para diversos fins dentro da temática dos números racionais. Trazer suas formas de apresentação, sua criação, sua praticidade mais algumas características específicas.

2.2 TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA UTILIZAR NO ENSINO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

2.2.1 Relational Rods e Tiras de Fração

O site *Mathies.ca* abriga recursos desenvolvidos pelo Ministério da Educação de Ontário para apoiar a aprendizagem da matemática do jardim de infância ao 12º ano. Os jogos e ferramentas de aprendizagem da matemática e o logotipo da matemática são propriedade da Ontario Association for Mathematics Education, 2016, em parceria com o Ontario Ministry of Education e o Council of Ontario Directors of Education. Ele é organizado por Jogos, Ferramentas de aprendizado, Atividades, Suportes Adicionais, Suportes de casa, todos envolvendo a disciplina de matemática, apresentado em dois idiomas: inglês e francês; mesmo em inglês, idioma mais comum, é de fácil manipulação.

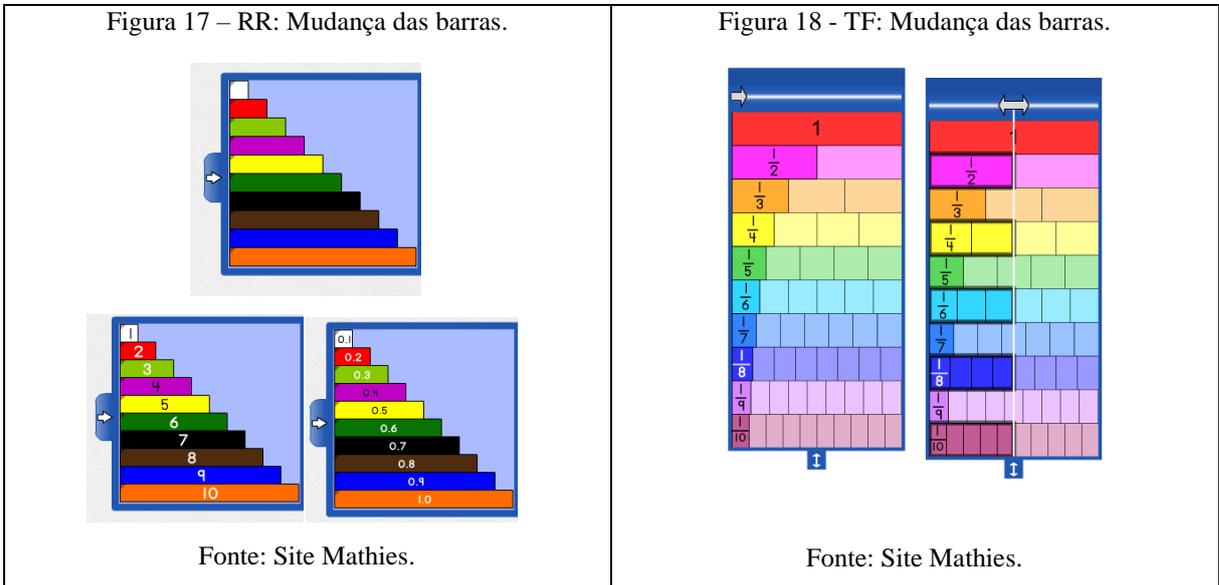
Das diversas ferramentas desse site, separamos duas para fazermos abordagens de frações: *Relational Rods (RR)* e *Tiras de Fração (TD)*. O site funciona de maneira on-line, mas suas ferramentas têm a opção de download para computadores e, também, nas lojas de aplicativos de smartphones para a função off-line. Vejamos suas telas iniciais, de apresentação, nas Figuras 15 e 16.



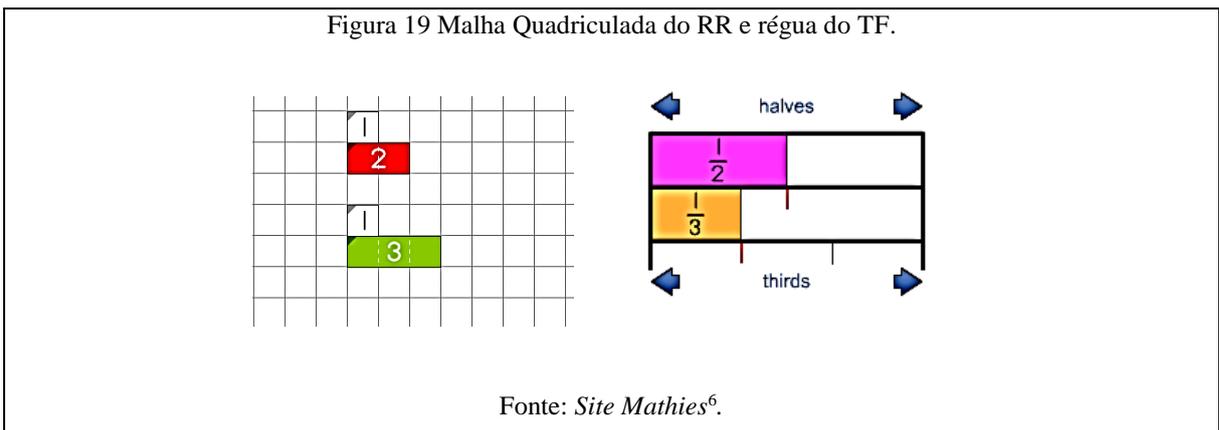
O *Relational Rods* apresenta barras coloridas retangulares que podem ser utilizadas sem numerações, mas também com as numerações de 1 a 10, assim como na forma decimal de 0,1 a 1,0, ambas com divisões tracejadas em cada barra, nos proporcionando representar, comparar, ordenar e operar com números inteiros, frações ou decimais arrastando as barras da

⁵ Disponível em: <https://mathies.ca/#gsc.tab=0>. Acesso em: Mai. 2019.

torre para a área de trabalho e manipulando-as. Vejamos nas figuras 17 e 18 como as barras podem ser alteradas.



Arrastando as barras do menu para o centro da área de trabalho, podemos manipular diversos conceitos e situações-problema para mediar o ensino. Uma das maneiras de facilitar a visualização é ter uma régua de tamanho ou uma malha quadriculada. Infelizmente, os dois não trazem essa opção, mas cada um traz uma maneira, veremos na Figura 19.



As ferramentas são abertas a demais possibilidades, bem como, inserção de textos, anotações, formas, imagens, etc., para que possamos manejá-la de forma bem-sucedida. A seguir, na metodologia, traremos alguns exemplos para utilizá-los.

⁶ Disponível em: <https://mathies.ca/#gsc.tab=0>. Acesso em: Maio. 2019.

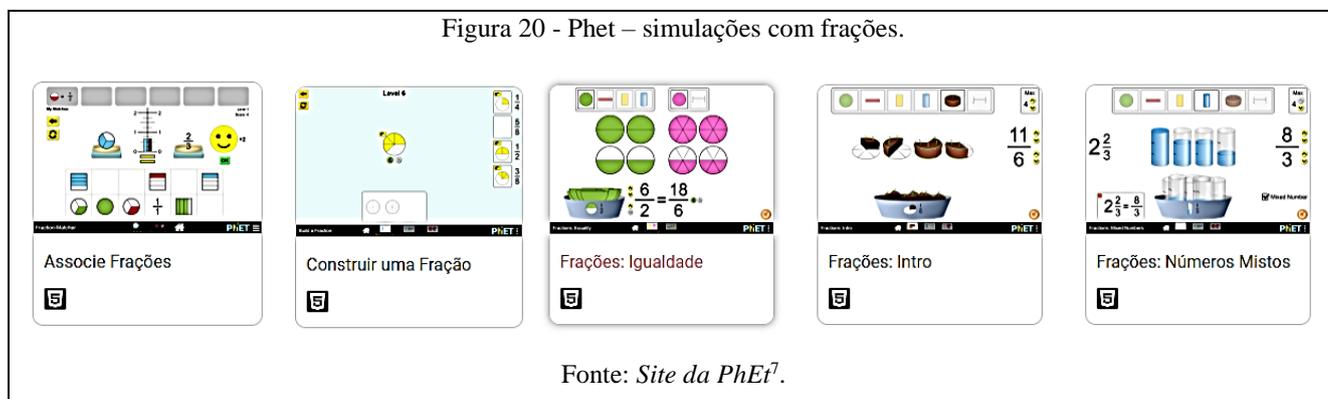
2.2.2 Phet Simulation

A PhET oferece simulações de matemática e ciências divertidas, interativas, grátis, baseadas em pesquisas. Testadas e avaliadas extensivamente cada simulação para assegurar a eficácia educacional. Os testes incluem entrevistas de estudantes e observação do uso de simulação em salas de aula. As simulações são escritas em Java, Flash ou HTML5, e podem ser executadas on-line ou copiadas para seu computador. Todas as simulações são de código aberto. Vários patrocinadores apoiam o projeto PhET, permitindo que estes recursos sejam livres para todos os estudantes e professores.

As simulações têm como objetivo o envolvimento dos alunos em ciências e matemática, fomentando o incentivo da investigação científica, fornecer interatividade, tornar visível o invisível, mostrar modelos mentais visuais, incluir várias representações (por exemplo, objeto de movimento, gráficos, números, etc.), usar conexões com o mundo real, dar aos usuários a orientação implícita (por exemplo, através de controles de limite) na exploração produtiva e criar uma simulação que possa ser flexivelmente usada em muitas situações educacionais.

Dentro do site, temos a opção de navegar nas simulações divididas por áreas. Dentro de Matemática, iremos analisar algumas opções de simulações sobre a nossa temática de estudo, vejamos na Figura 20.

Figura 20 - Phet – simulações com frações.

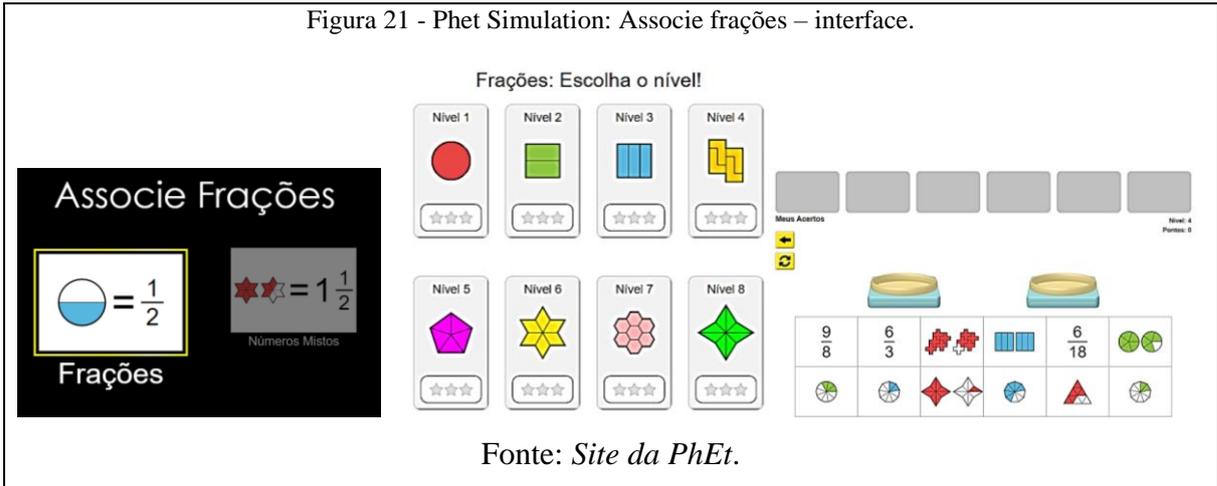


Fonte: Site da PhET⁷.

As simulações têm suas particularidades, níveis e alguns funcionam em três maneiras: à introdução, o jogo e o laboratório; mas todos funcionam ativamente seguindo comandos do jogador, professor ou os alunos. Das simulações trazidas, vamos explorar a Associe Frações, trabalha com frações e números mistos, vejamos na Figura 21.

⁷ https://phet.colorado.edu/pt_BR/

Figura 21 - Phet Simulation: Associe frações – interface.



Fonte: Site da PhEt.

Podemos perceber na imagem acima que essa simulação acontece em níveis de dificuldades, impulsionando os alunos por meio do formato lúdico, colorido, gamificado (formação de pontuações nas atividades realizadas), potencializando as representações semióticas de maneira simultânea para encontrar os pares das cartas e levá-los à balança, relacionando as partes fracionárias com fracionárias, fracionárias com gráficas, gráficas com gráficas, por vezes precisando analisar as equivalências, etc. Nos caminhos metodológicos traremos situações em sala de aula com a utilização dessa plataforma.

2.2.3 Digipuzzle

O site *Digipuzzle* foi idealizado pelo holandês Marcel Van de Wouw, de forma free, na intenção de criar jogos educativos para seus filhos até que ganhou mais espaço do que o imaginado, sendo traduzido para o Português e, também, com o sucesso, foram criados mais quebra-cabeças e jogos de algumas disciplinas, tendo uma aba direcionada às frações, vejamos na Figura 22.

Figura 22 - Digipuzzle – Jogos sobre números racionais.



Fonte: site da *Digipuzzle*⁸.

Dentre os jogos de frações, vamos analisar um formato de um jogo comum que conhecemos: o jogo da memória. Mas, desta vez, vamos comparar as diferentes representações semióticas de um determinado objeto do campo dos números racionais, intitulado no jogo como Frações/Porcentagens e Frações/Decimais, como demonstraremos nas Figuras 23 e 24.

Figura 23 - Frações/Porcentagens.



Fonte: site da *Digipuzzle*.

Figura 24 - Frações/Decimais.



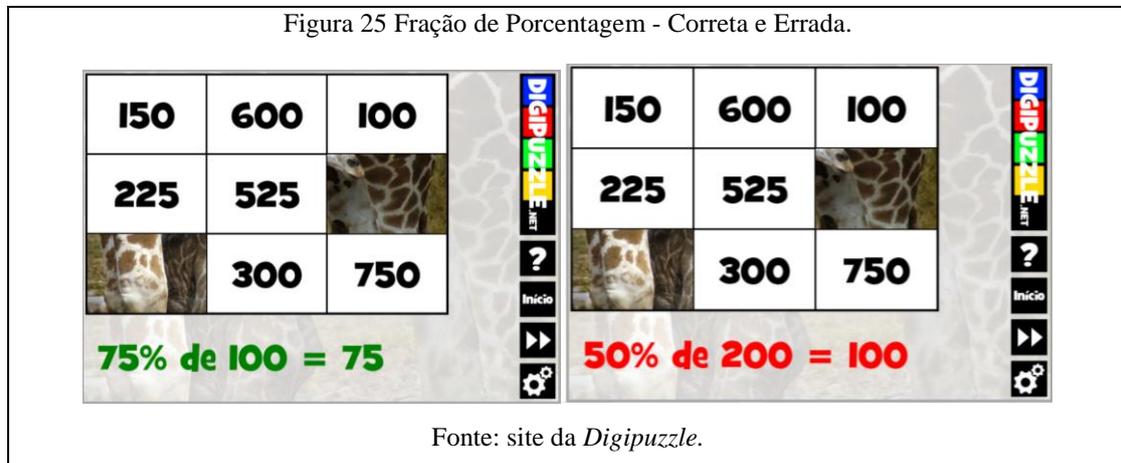
Fonte: site da *Digipuzzle*.

Como podemos notar, nos dois jogos acontecem a formação de pares em diferentes representações semióticas, mas que precisamos perceber a paridade e equivalência para que possamos descobrir os pares. Se os pares forem corretos, as peças ficam transparentes e, quando finalizarmos, descobriremos a imagem por baixo do quebra-cabeça.

Outro jogo que podemos analisar outra representação, conhecida como fração de quantidade, é retirar uma porcentagem (sobre 100) de determinado valor. Neste, firmamos a resposta levando uma peça da imagem para cima da peça com a resposta correspondente à

⁸ Disponível em: <https://www.digipuzzle.net/pt/jogoseducativos/>. Acesso em: Mai. 2019.

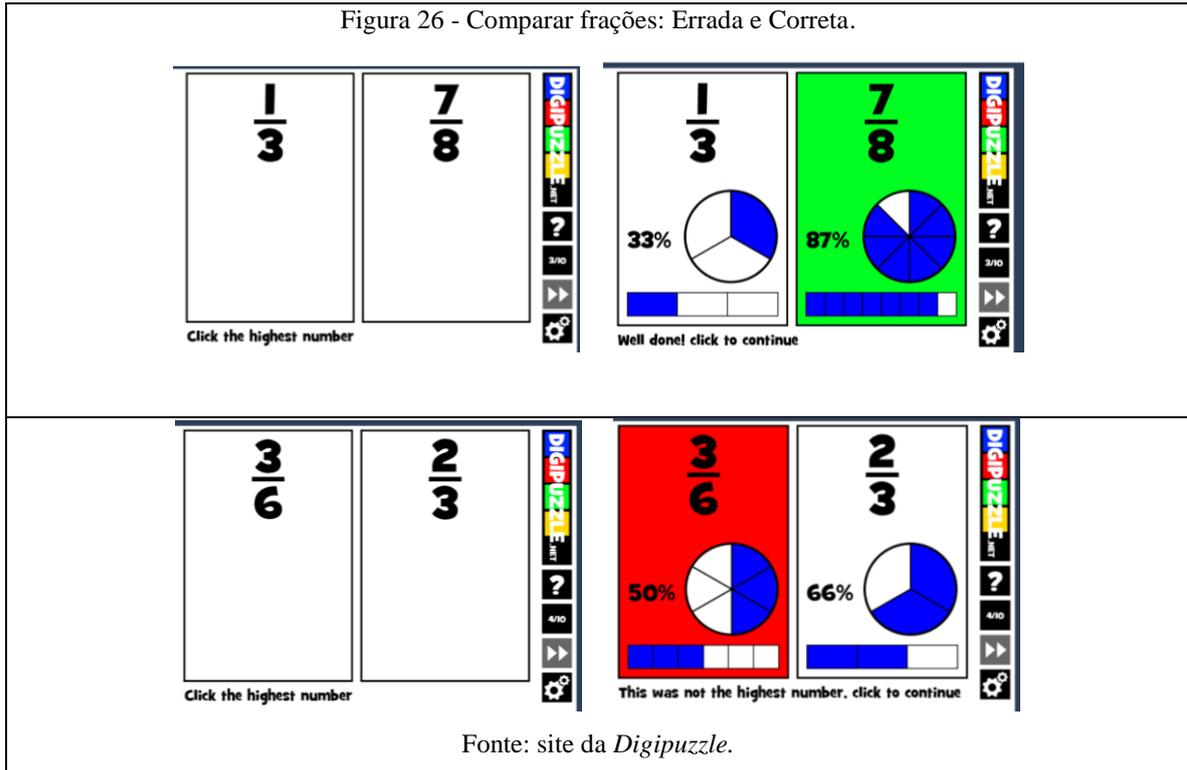
quantidade pedida. Se estiver correta, fica verde e fixa a imagem; se estiver errado, fica vermelho, o jogo dá o feedback com a resposta correta e a imagem da peça final não fixada, como podemos ver na Figura 25.



Quando concluímos todas as peças, descobrimos uma foto de um animal. Para além disso, importante podermos analisar a fração decimal da porcentagem como “algo sobre 100” e retomarmos os conceitos de multiplicação de frações, trazendo um jogo para resgatar algumas definições.

Outra abordagem que consta como abordagem dentro dos números racionais na representação fracionária é a comparação. Quando estamos expondo as comparações com os números naturais utilizamos as ideias dos números mais distantes ou mais próximos do zero na reta numérica ou até mesmo somente a compreensão daqueles que são maiores e menores, por casas de unidades, dezenas e centenas. Isso passa a ter um grau de dificuldade com os números racionais, principalmente em representações fracionárias e também as mistas, pois as ideias de comparações dos números naturais não contemplam os números racionais.

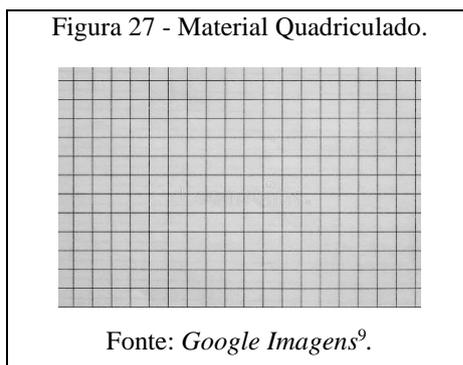
Entretanto, podemos trazer mais uma ferramenta que pode ser utilizada para fomentar a visualização dessas comparações, a partir da temática trabalhada e visualizada em sala de aula, compreendendo as particularidades nas definições de relacionar os denominadores iguais, numeradores iguais ou denominadores diferentes e o que fazer em cada situação dessas, conseguimos propor o jogo a seguir como dispositivo de fortalecer as ideias comparativas nas representações dos números racionais na forma fracionária, vejamos na Figura 26.



Inicialmente são dadas duas frações para que o jogador ou mediador do jogo possa selecionar qual é a maior. Uma vez selecionada, temos um feedback de erro ou acerto, com mais três representações além da fracionária: a representação em porcentagem e duas representações gráficas, uma em barra e uma circular. Essas representações auxiliam o aluno a visualizar as situações que tratam de um mesmo objeto, apenas com abordagens diferentes. Vale sempre retomar a ideia de como encontramos a representação percentual a partir da representação fracionária, onde podemos dividir o numerador pelo denominador, encontrando a representação decimal, e multiplicar por cem (100) para acharmos a porcentagem equivalente.

2.2.4 Material Quadriculado

Pode ser encontrado em formato de folhas separadas, mas também encontramos caderno compostos de folhas com quadrados pequenos em toda sua área, como podemos ver na Figura 27.



O material quadriculado pode não ser uma tecnologia propriamente dita, pelos conceitos atuais, mas com o acompanhamento e a mediação dos professores pode se tornar uma ferramenta muito útil na visualização das frações. Consegue ser utilizado em conjunto com uma tecnologia e ser uma ferramenta palpável no processo de ensino, além de deixar livre o manuseio e as cores que os alunos podem usar. Na metodologia, traremos uma atividade realizada com a *Relational Rods* e a malha quadriculada, para que possamos visualizar algumas possibilidades e, possivelmente, ter ideias para demais aplicações.

2.2.5 QR CODE

Desde algum tempo já estávamos adaptados aos códigos de barras, que vinham facilitar todo tipo de organização de produtos, códigos de mercadorias e vendas, caracterizados por suas barras grossas e finas, com espaçamento entre elas e eles variam respectivamente com a quantidade de informações armazenada, de forma unilateral ou linear, considerada 1D.

O *Quick Response* (QR) é um código do tipo de mobile tagging 2D, que tem sido utilizado mundialmente, permitindo encriptar Uniform Resource Locator (URLS's).

Cunha (2013) descreve o QR como

O pequeno quadrado, que se assemelha a um hieróglifo indecifrável, guarda em si uma panóplia de informação que pode ser acedida por via do uso de um smartphone ou PDA equipado com uma câmara fotográfica e um leitor de tagging, capaz de fazer o scan deste código de barras e remeter o seu leitor para um determinado texto, e-mail ou website. (CUNHA, 2013, p.9).

Uma vez utilizado, pode abrir todo tipo de temática, são conteúdos que se ligam a mais conteúdos, dos mais diversos tipos. Ele caracteriza-se como uma informação encriptada tanto

⁹ Disponível em: <https://pt.dreamstime.com/folha-do-papel-quadriculado-image102739008>. Acesso em: Mai.2019.

na vertical, como na horizontal, podendo ser lido de 360 graus. Vejamos na Figura 28 um exemplo desse código.



Diante dos jogos e aplicativos listados acima, podemos levá-los para a sala de aula de uma maneira que venha chamar a atenção dos alunos, como forma de dicas para achar os códigos e, assim, fazer a leitura para entrar nos acessos pretendidos.

No próximo capítulo, o terceiro, trataremos de nossas abordagens metodológicas, o caminho percorrido da pesquisa, utilizando Engenharia Didática e suas fases para organizar os passos.

CAPÍTULO III - CAMINHOS METODOLÓGICOS

Neste sentido, este capítulo se dedica a apresentar a maneira como esta pesquisa veio se estruturando e se organizando em relação aos seus procedimentos metodológicos. Assim, esclarecendo a escolha do tema, metodologia da pesquisa, o tipo de pesquisa, os instrumentos de coleta de dados utilizados, etc. Ademais, inserir informações sobre o interesse do pesquisador nesta pesquisa, os instrumentos de aplicação e análise de materiais/recursos didáticos e digitais no ensino dos números racionais, em uma turma de 6º ano de uma escola de Rio Branco – AC.

3.1 ESCOLHA DO TEMA

A proposta de pré-projeto submetida ao processo de seleção do mestrado tinha como abordagem “As contribuições da Tecnologia Assistiva (TA) no ensino do tratamento da informação aos estudantes surdos do 3º ano do Ensino Médio, que pós-escolha do local da pesquisa, apresentação, observação dos colaboradores, sentimos uma inviabilidade quanto ao acompanhamento dos mesmos e questões profissionais da pesquisadora.

Assim, partimos da essência de troca de abordagem para uma temática já trabalhada e pesquisada brevemente pela pesquisadora, fazendo a nova escolha do tema “**As contribuições das Tecnologias Digitais e das Representações Semióticas na aprendizagem de Números Racionais com estudantes do 6º ano**” ocorrendo em função dos anseios com as experiências e vivências com esse conjunto numérico com turmas da Educação Básica no ensino regular da Secretaria de Educação do Estado do Acre- SEE e em programas de aceleração da Secretaria do Município de Rio Branco - SEME, além da chance de expor ideias sobre o tema na II Feira Estadual de Matemática – FEMAT e na VI Feira Nacional de Matemática - FNMAT em 2018 sobre uma experiência com os alunos do 6º ano de uma cidade do interior do estado, na cidade de Cruzeiro do Sul. Posteriormente às apresentações, vindo as publicações na *South American Journal of Basic Education, Technical na Technological*¹⁰.

Experiências essas que proporcionou analisar outras percepções, entender que algumas dificuldades nos conceitos e operações matemáticas não são locais, nem estaduais, mas gerais. Nisso, o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM veio com a

¹⁰ Fonte: (FERREIRA; BATALHA, 2019, p. 90).

Disponível em: <<https://periodicos.ufac.br/index.php/SAJEBTT/issue/view/123>> e
<http://www.sbem.com.br/feiradematematica/anais_VI_fnmat.pdf>. Acesso em 08 de novembro de 2017.

oportunidade de aprofundar os estudos nesta área da Educação Matemática, além de propiciar a criação de um produto educacional, na intenção de ser um objeto de estudo de um tema que possa contribuir com o ensino e a aprendizagem dessa disciplina.

Segundo Lakatos (2003), o tema deve ser dotado necessariamente de um sujeito e de um objeto e, assim, passar por um processo de especificação, concluído apenas quando é feita sua limitação geográfica e espacial, sabendo-se que é do tema que emerge a ideia central e secundária, funcionando como “fio condutor”, estabelecendo a ordenação do material.

Com esses, procura-se ajustar e assimilar os passos da pesquisa à luz da Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS) de Raymond Duval, que explica a representação de um objeto do saber, elaborada por um sistema de sinais, que significam pela sua forma ou pela referência que o faz, contribuindo no processo de conhecimentos, utilizando alguns teóricos como Toledo e Toledo (1997) que abordam os números racionais em contextos, metodologias e didáticas, Moura (2018) com aplicabilidades e conceitos mais específicos e conteudistas, Boyer (2010) com as abordagens epistemológicas ao aprendizado desses números.

Para desenvolver as atividades da pesquisa, a metodologia utilizada será os procedimentos da Engenharia Didática, por Artigue (1988, 1996), pela intenção de relacionar concepções em teorias, práticas, experimentos, invenções etc., e as possibilidades que as fases proporcionam. Nas aplicabilidades da Tecnologia Digital e Materiais Didáticos, suas utilizações no ensino, otimizando a aprendizagem, Brasil (2017) e Lorenzato (1997).

Assim, esses são os embasamentos teórico-metodológicos que serão utilizados para nortear a pesquisa e consolidar as atividades de cunho prático, seus registros e suas análises, para então solidificar as repostas da pesquisa sobre o problema proposto, assim como o caminhar nos objetivos geral e específicos e o produto educacional que visamos construir percorrendo o trajeto da investigação da temática.

3.2 TIPO DE PESQUISA

A presente pesquisa, no que cerne à sua forma de abordagem é de caráter qualitativo, uma vez que não está ligada nem preocupada com dados numéricos em termos estatísticos de avaliação, mas sim com um processo que se transforma, que cresce, e que dá qualidade ao ensino. As pesquisas qualitativas são aquelas que fazem uma exploração entre o mundo real e o sujeito, podendo descrevê-lo e analisá-lo.

Segundo Gamboa (2003, p. 399), ser qualitativa é uma abordagem que

[...] se refere à coleta e tratamento de informações sem uso de análise estatística, mas a instrumentos como entrevistas abertas, relatos, depoimentos, documentos que não fecha a interpretação num único sentido, mas que permite o jogo de sentidos [...] Na busca dos sentidos, também é necessária a recuperação dos contextos sociais e culturais, onde as palavras, os gestos, os símbolos, as figuras, as diversas expressões e manifestações humanas têm um específico significado.

Neste sentido, visualizamos que não estamos preocupados em buscar números e opiniões e informações para organizá-los com um padrão, estatístico ou não, para que se possa classificar. Mas, sim, numa pretensão de verificar vertentes, meios e maneiras, entendê-las em suas essências, todavia não descartar as diversas óticas que podem ser feitas sobre determinado objeto de estudo, sobre como o local e instrumentos de pesquisa, assim como os colaboradores refletem as conexões da pesquisa, para compor materiais e reflexões que possam finalizar em uma análise contundente acerca dos dados coletados.

Vamos utilizar a abordagem da Engenharia Didática como procedimento metodológico. A escolha deste procedimento se definiu pela pesquisadora por meio de visualizar poucas metodologias no uso de MD e TDIC direcionados aos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental no estudo da Matemática, a fim de estabelecer parâmetros e relações de aprendizagens sustentadas em maneiras de construção desses conhecimentos. Ademais, pelo entendimento da necessidade de explorações em contexto local, visando estimular o interesse, a compreensão e definir análises concretas.

Todavia, mesmo que sintamos a necessidade em âmbito geral de MD e TDIC que promovam maior interação, também podemos visualizar a heterogeneidade em cada turma e em cada aluno, na finalidade de que cada indivíduo, em sua peculiaridade, sente-se em níveis de afinidade diferentes em relação à disciplina de matemática, logo podem apresentar dificuldades em situações diferentes. Ainda assim, o que permeia nos sentidos gerais é a falha em aplicarmos os sentidos e as diferentes representações e conexões que um mesmo objeto pode ter em diferentes ângulos e leituras, e ter, assim, a intenção de trabalhar com artifícios de sentidos mais ágeis e aguçados, lúdicos e contextualizados.

Neste sentido, procuramos os métodos e subsídios que nos ancoram a responder como os MD e TDIC podem potencializar o ensino de matemática, com foco nos números racionais aos estudantes do 6º ano, na intenção de que tenhamos mais possibilidades que possam mediar o conhecimento matemático entre o professor regente, o conhecimento matemático e suas conexões, o aluno, finalizando com eficácia o processo de ensino e aprendizagem. Para isso, destacamos que os processos de exploração, investigação, elaboração e análise são fundamentais para concluir as ideias de pesquisa.

Quanto ao local da pesquisa, pensa-se o espaço educacional como um mundo de ideias, propostas, crenças, grupos, características que não pertencem a totalidade do grupo, mas grupos específicos que, mesmo assim, compartilham de um mesmo bem: o currículo. É neste documento que podemos ver as intenções e os critérios do contexto da educação para configurar e consolidar práticas classificadas como relevantes e valiosos, bem como proporcionalizar as consideradas como transversais, em temas étnicos, políticos, econômicos e sociais, a fim de arquitetar um ambiente inclusivo, crítico e construtivo, com a participação de todos.

Sendo assim, trataremos duas abordagens definidas por Zabala (1992, 1998), a de currículo e a de sequência didática. Nisso, iniciaremos em como ele define currículo:

O conjunto dos pressupostos de partida, das metas que se desejam alcançar e dos passos que se dão para as alcançar; é o conjunto dos conhecimentos habilidades, atitudes etc., que são considerados importantes para serem trabalhados na escola, ano após ano. E, supostamente, é a razão de cada uma dessas opções. (ZABALA, 1992, p.12).

E a sequência didática como *“um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.”* (ZABALA, 1998, p.18 –grifos do autor).

Nestas propostas são elencadas pela comunidade escolar (gestão, professores, alunos e pais) as propostas que nortearão as atividades educacionais daquele âmbito, regido para os próximos anos e, inclusive, flexibilizando esses currículos à diversidade de uma escola, preocupando-se em uma educação que contemple e abrace todos os tipos de alunos aos conhecimentos científicos, culturais e sociais, compreendendo a escola como uma totalidade, localização, etc.

A sequência didática é um documento que direciona a aprendizagem, norteados os conteúdos, sua metodologia utilizada, tempo estipulado para aplicação das temáticas elencadas nela e as atividades, com respectivos recursos, de grande importância para a escola, enquanto gestão, no acompanhamento das atividades realizadas pelo professor; para o próprio professor, na sua organização.

Ademais, no que podemos evidenciar, quanto aos colaboradores da pesquisa, alunos do 6º ano, vivenciam algumas mudanças nas metodologias e organização do sistema do ensino que acontecem nesta fase Anos Iniciais ao Anos Finais. Posteriormente, a dificuldade que os alunos têm nas demais séries ocorre porque não consolidaram o conteúdo, além das conexões não mostrarem, de alguma forma, suficiência para dinamizar resoluções de situações-problema.

A pesquisa, no entanto, proporciona a investigação desses objetos no ensino de matemática, mediada por uma sequência de atividades para auxiliar as práticas conceituais com abordagens mais dinâmicas, a fim de diagnosticar possíveis possibilidades de propostas didáticas que possam subsidiar o ensino e aprendizagem do conteúdo, representações, situações e assimilações do conjunto dos números racionais.

Com isso, o procedimento metodológico utilizado será a Engenharia Didática, por ser proporcionadora de momentos capazes de dialogar com os conceitos teóricos, práticas, intervenções, melhorias, análises e validações.

3.3 ENGENHARIA DIDÁTICA

A Engenharia Didática emergiu da Didática da Matemática, linha de pesquisa francesa, no início dos anos 80. Essa nomenclatura se denominou a uma forma de trabalho que fora comparada com o de um engenheiro que, para realizar um determinado projeto, baseia-se em conhecimentos científicos, porém, ao mesmo tempo, vê-se obrigado a trabalhar com outros objetos mais complexos e não apenas utilizado pela ciência, tendo que abordar quaisquer outros meios disponíveis que possibilite chegar a conclusão. (ARTIGUE, 1996).

Nos anos 80, então, essa visão se percebe como maneira de abordar algumas situações e questões, haja vista o desenvolvimento da matemática naquela época, como: as relações entre as investigações e as ações dos sistemas de ensino; assim como também o papel que convém fazer as “realizações didáticas” na sala de aula, dentro da metodologia de investigação didática. E assim, nesse contexto de metodologias, Michele Artigue, uma das responsáveis pelo método e teoria da Engenharia Didática, que se baseia nesse esquema experimental que são as realizações didáticas, no que cerne as observações, análises, concepções do ensino, realizações, será a metodologia utilizada nesta pesquisa, onde estudará os processos de ensino e aprendizagem de um dado conceito com mediações de tecnologias digitais e materiais didáticos. (ARTIGUE, 1996).

Seguindo, esta metodologia dá a possibilidade de articular os objetos do ensino de matemática com o objeto conceitual em si, os conteúdos, tornando as práticas outros objetos de investigação e pesquisa, e que essas experiências e vivências venham a se tornar produtos de um ensino da área, em diferentes contextos e realidades.

Porém, a Engenharia Didática é uma metodologia pré-organizada e está esquematizada em quatro fases:

- ✓ As análises preliminares;

- ✓ Conceção e análise *a priori*;
- ✓ Experimentação;
- ✓ Análise *a Posteriori* e validação.

Segundo Artigue (1996, p. 38), a primeira fase – **as análises preliminares** – compreende a análise epistemológica dos conteúdos contemplados no ensino, relacionando diretamente com a análise do ensino usual/tradicional de determinados conceitos e seus efeitos, assim como as concepções, consolidações dos alunos, os obstáculos que possam ser estabelecidos e suas evoluções, as maneiras de estudo e de transposição do próprio sistema educativo.

No entanto, a segunda fase – **concepção e análise *a priori*** – de acordo com a autora (1996, p. 42) é a fase de determinar as primeiras ideias. Uma das decisões é determinar um número de variáveis do sistema não fixadas por restrições, chamadas de variáveis de comando. Neste sentido, a Engenharia Didática define dois tipos de variáveis:

- ✓ As macro-didáticas ou globais, que dizem respeito à organização global da engenharia e;
- ✓ As micro-didáticas ou locais, que dizem respeito à organização local, uma das sequências ou fases da engenharia, a sua especificidade.

Segundo Artigue (1996, p. 45), o objetivo da análise *a priori* é determinar como as escolhas feitas permitem controlar os comportamentos dos estudantes e seus significados, definida por uma parte descritiva e uma preditiva, enfocando as características de uma situação educacional que fora projetada estabelecendo os níveis locais e escolhendo a variável, analisando a importância para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, de controle e validação disposta da prática, além da previsão dos comportamentos possíveis a partir da análise feita permitindo controlar seu sentido e assegurar, em particular, os comportamentos esperados, se intervêm, e sejam resultados de pôr em prática o conhecimento contemplado na aprendizagem.

Por conseguinte, a terceira etapa - **experimentação** – é o momento de colocar em prática as construções feitas na etapa anterior. É o espaço-momento de verificar a funcionalidade do dispositivo escolhido e/ou construído, podendo haver intervenções se necessárias para corrigir e continuar a abordagem da prática, podendo ser complementada por esses acréscimos. Além dos mais, também é o momento de fazer o recolhimento, a coleta dos dados, dos registros que serão usados na etapa seguinte.

A etapa que sucede a experimentação é a **Análise *a posteriori* e validação**. Esta fase se baseia no conjunto de dados recolhidos durante toda a experimentação, o conteúdo, as

observações realizadas das sequências do ensino, as produções dos alunos em classe ou fora dela. Vale ressaltar que esses dados podem se complementar utilizando outros objetos de utilização em metodologias, como questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, aplicados em diferentes momentos do percurso do ensino. Ademais, nesta fase também que foca todo esse processo de formação dos dados a fim de confrontá-los quanto aos objetivos definidos na análise *a priori* e, se alcançados e tiver a questão de problema respondida, validar as questões e problema da pesquisa. (ARTIGUE, 1996).

Essa análise é feita a partir do conjunto dos resultados dos dados obtidos na experimentação, na intenção de que esses possam contribuir para a melhoria dos recursos e práticas educacionais, e o processo de validação está diretamente ligado às fundamentações das análises *a priori*, as variáveis, da observação feita, dos objetivos elencados e das condições das transposições. (ARTIGUE, 1996).

3.4 AS FASES DA PESQUISA À LUZ DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Descreveremos a seguir como estamos procedendo ao desenvolvimento desta pesquisa com base na metodologia escolhida Engenharia Didática, as fases e seus elementos de acordo com Michele Artigue.

Na primeira fase, de **análise preliminar**, delimitou-se o problema de pesquisa a ser estudado, com base nas vivências, observações recorrentes na dificuldade de manejo com os números racionais e experiência de realizar o trabalho e apresentá-lo a nível nacional e perceber a dificuldade global, percebendo um porquê epistemológico desses obstáculos, as condições de estudo. Neste sentido, inicia-se a pesquisa sobre o referencial teórico na área do conteúdo matemático, especificando a abordagem dos números racionais pelo livro, suas diferentes representações, assim como as metodologias, elencar as possíveis tecnologias e recursos utilizados e/ou proposto, então, definir os objetos das sequências.

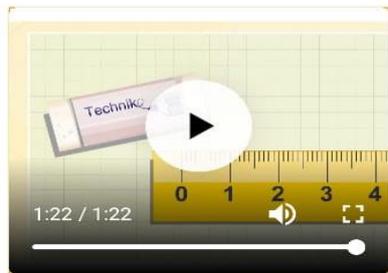
Assim, na utilização do livro didático de Moura (2018), volume 3, de acordo com a BNCC, que estaremos utilizando ao longo do trajeto da pesquisa como elemento que subsidia o ensino e a aprendizagem. Nessa perspectiva, a autora inicia elencando alguns subtópicos, acompanhados de exemplos e atividades, de forma tradicional, mas não deixando de fazer conexões com imagens, figuras, textos, dentro da unidade de Números Racionais:

- ✓ Representação Fracionária: explanação de numerador e denominador, representação parte/todo, leitura de frações, as frações próprias e impróprias, o

número misto; com atividades, exemplos visuais utilizando gráficos, elementos cotidiano como pizzas, grupos de carros, partilhas de terreno, e demais; assim como apresenta um *QR Code* para leitura e apresentação de um vídeo sobre essas temáticas abordadas, observemos a figura 29, e outro sobre um jogo associando curiosidades da quantidade de pizzas que comemos às partilhas, vejamos na Figura 30;

Figura 29 - Vídeo sobre Representação Fracionária.

Representação de uma fração



Fonte: Moura (2018).

Figura 30 - Jogo sobre partilhas.

nosso país. De acordo com essas informações, o sabor mais pedido nas pizzarias do país é:

Sabores de pizzas mais pedidos

QUAL o sabor de pizza mais pedido no Brasil? Disponível em: Acesso em: 14 maio: 2018.

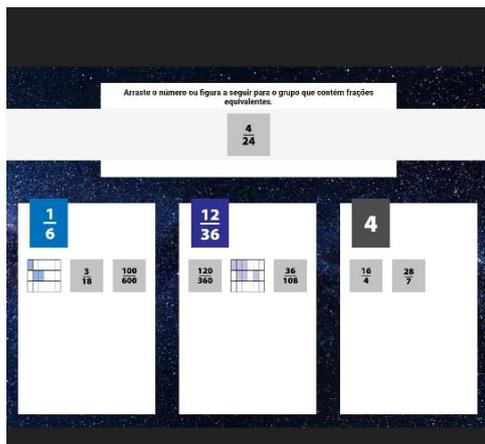
Marguerita.

Fonte: Moura (2018).

- ✓ Equivalência de frações: aborda a equivalência, simplificação de frações, comparação, utilizando com exemplos abordagens em material quadriculado e a ideia de volume nas partilhas, assim como três *QR Code* para jogos sobre as assimilações das ideias da temática, de diferentes abordagens e metodologias, podemos observar nas Figuras 31, 32 e 33).

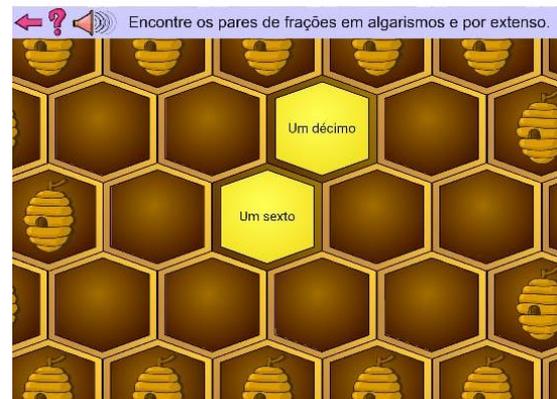
| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

Figura 31 - Jogo 1: Arrastar para o seu grupo.



Fonte: Moura (2018).

Figura 32 - Jogo 2: Jogo da Memória com frações em representações.



Fonte: Moura (2018).

Figura 33 Jogo 3: Análise da situação com perguntas e respostas.

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Agora, você vai analisar e comparar o **desempenho** de alguns jogadores de futebol (masculino e feminino) para eleger o melhor atleta.

Para isso, considere que a fração que corresponde ao desempenho de cada jogador tem:

- numerador igual ao número de gols marcados pelo atleta.
- denominador igual ao número de jogos dos quais o atleta participou.

Por exemplo, se o jogador marcou 8 gols em 10 jogos, a fração correspondente ao seu desempenho será igual a $\frac{8}{10}$.

Agora, é a sua vez!

Observe as informações sobre cada atleta e escolha o melhor deles.

Carlos

Bianca marcou 10 gols em 20 jogos. Assim, o desempenho dela foi $\frac{10}{20}$.

Rosana marcou 6 gols em 8 jogos. Assim, o desempenho dela foi $\frac{6}{8}$.

Observe que:

$$\frac{10}{20} = \frac{20}{40} \quad \frac{6}{8} = \frac{30}{40}$$

As frações equivalentes com o denominador igual a 40 nos permitem concluir qual é a fração maior. Nesse caso, como 30 é maior do que 20, temos que:

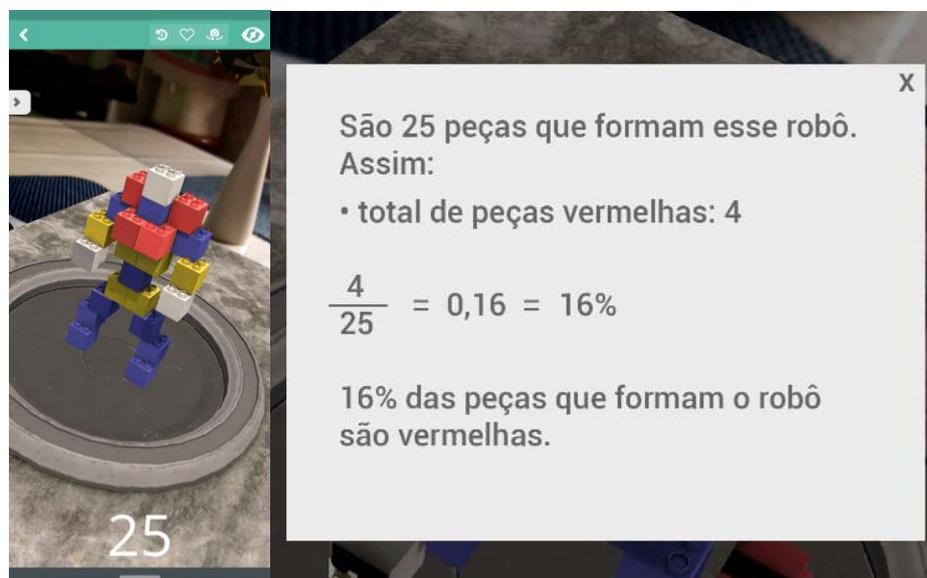
$$\frac{20}{40} < \frac{30}{40}$$

Portanto, o desempenho de Rosana **foi maior** do que o de Bianca.

Fonte: Moura (2018).

- ✓ Frações decimais: demonstra o que são as frações decimais, os números decimais, seu espaço na reta numérica, com a utilização em exemplificação com Material Dourado, barras e ábaco;
- ✓ Porcentagem: relaciona as frações decimais às porcentagens, a possibilidade da escrita no registro decimal, utilizando material quadriculado, apresentando elementos virtuais do mundo real através da câmera, a Realidade Aumentada – RA, conforme Figura 34 e um *QR Code* para um vídeo explicativo a partir de uma situação-problema, conforme Figura 35;

Figura 34 - Realidade Aumentada sobre porcentagem.



Fonte: Moura (2018).

Figura 35 - Vídeo sobre Porcentagem.



Fonte: Moura (2018).

Na segunda fase, **a análise a priori**, delimitamos as variáveis de comando. As definidas como as macro-didáticas foram o diagnóstico de possível local de realização da pesquisa, juntamente com as propostas pedagógicas e solicitar a autorização do âmbito escolar (APÊNDICES A e B); assim como verificar o número de turmas de alunos do 6º ano, quantitativo de alunos de cada uma e a definição da seleção daqueles que gostariam de participar da pesquisa; além de descrever, aplicar e analisar um questionário aplicado com perguntas abertas aos colaboradores da pesquisa (ver APÊNDICE C);

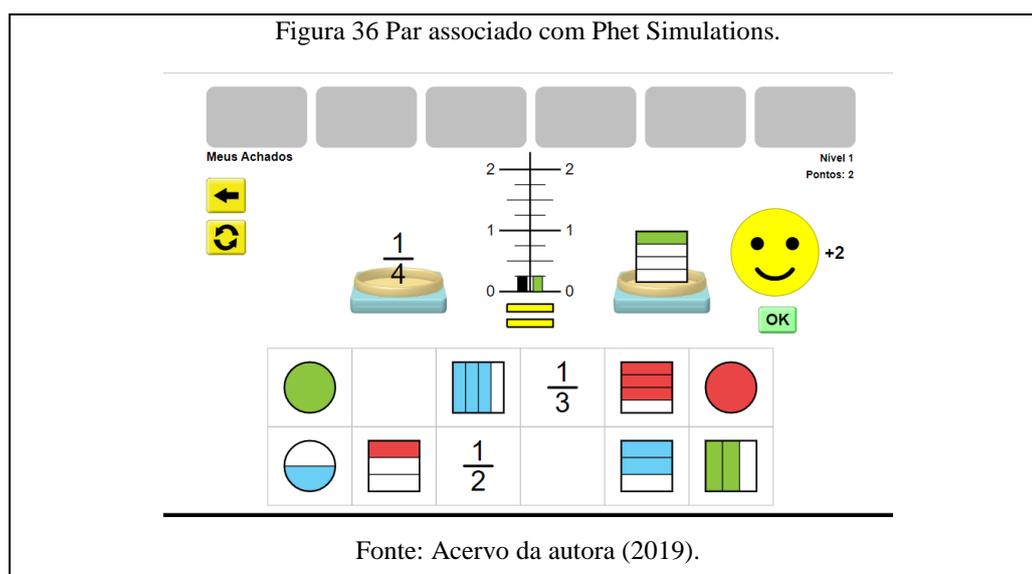
E as micro-didáticas: elaboração de um roteiro de atividades e registros para análises sobre sequências didáticas que exploram o tema, suas representações e os objetos de estudo

escolhidos e avaliados através de questionários, enfatizando os materiais utilizados em cada prática;

Ademais, apresentamos as duas tecnologias digitais escolhidas para serem as primeiras a utilizarmos em classe com os estudantes: *Relational Rods e Phet Simulations*, conforme mostrado nas Figuras 15 e 21 sobre as plataformas.

Essa ferramenta nos proporciona apresentar os tipos de frações próprias, impróprias, decimais, como já mostrado; também nos auxilia em resolver situações de operações, simplificações e equivalências de frações, uma das atividades a ser desenvolvidas em classe com os estudantes na experimentação em aulas diferentes, de acordo com as sequências didáticas elaboradas pela pesquisadora, com atividades do livro didático. A utilização dessa ferramenta será como mostrada na Figura 15, o fundo com a malha quadriculada, para melhor visualização da parte/todo, as barras no conjunto de cores tradicionais, números naturais e, a partir das necessidades ou intervenções, fazer uso das anotações, inserção de textos e demais.

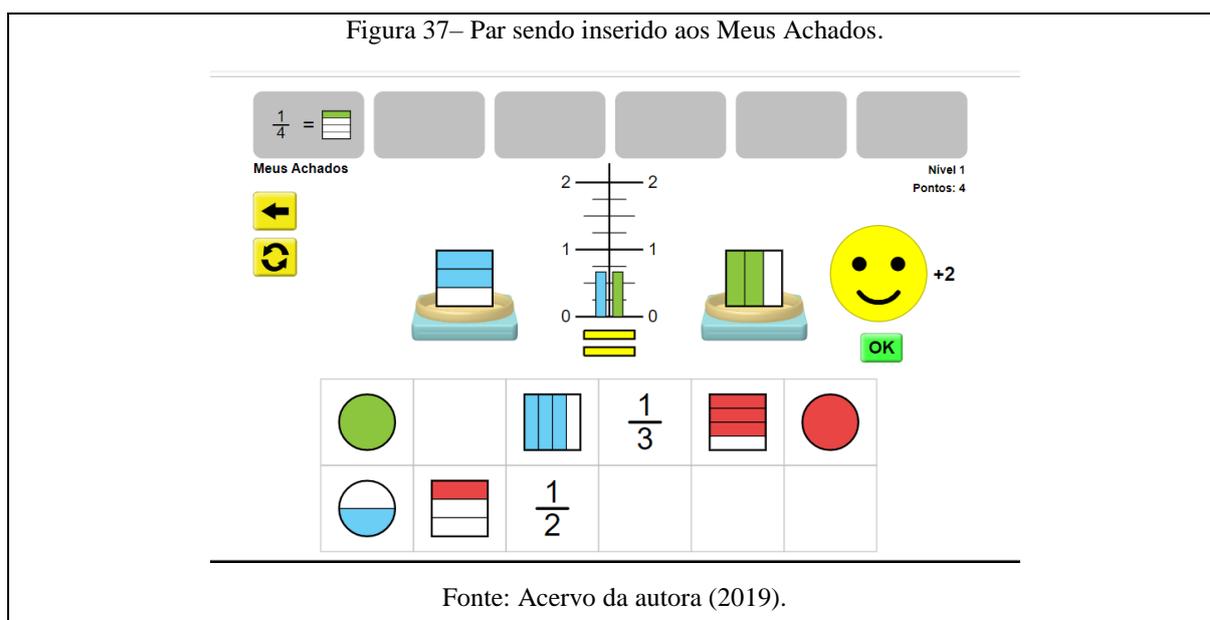
A ferramenta do *Phet Simulations* tem na simulação a opção ser escolhido o nível e ela funciona de maneira gamificada, um uso de mecânicas e dinâmicas de jogos para tornar atrativo, apresentam as peças que são compostas de imagens e frações que formam pares, registros de um mesmo objeto; logo acima, os elementos de base azul e objeto circular acima, funcionam como balanças, contabilizam se o par escolhido forma um equilíbrio ou não; se for correto, acontecerá o que podemos ver na Figura 36.



A partir do par arrastado às balanças um no registro numérico, o outro na imagem e clicando em “conferir”, aparecem mais dois tipos de registros: em símbolo, a igualdade,

mostrando equilíbrio entre a dualidade formada; e a sua posição, dos dois registros, na reta numérica, subindo até a quantidade em registro decimal. Além disso, a cada par formado corretamente são contabilizados dois pontos, mostrando o *emoji* feliz, enfatizando o acerto.

A partir do momento que os pares vão sendo formados, eles sobem para as caixas dos Meus Achados, conforme Figura 37.

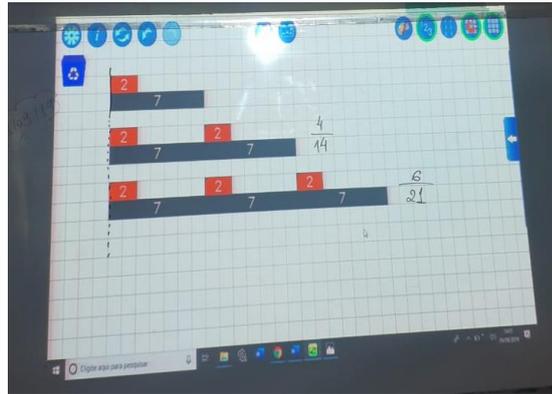


A ferramenta disponibiliza oito níveis para ser utilizado, a cada um deles aumentando o nível de dificuldade e assimilações feitas por equivalências e simplificações.

A terceira fase, **a experimentação**, é a etapa que se destina a realização das atividades dispostas nas sequências didáticas, aplicadas aos alunos e com eles, do 6º ano do Ensino Básico, coletando os dados a partir de registros fotográficos, diário de bordo, questionários, resolução de atividades por parte dos alunos.

A primeira sequência didática (ver APÊNDICE D), com a finalidade de trabalhar uma tecnologia digital em comunicação com a malha quadriculada para utilizar a ideia de barras e contextualizar à temática de Equivalência de Frações, iniciada com a apresentação dos materiais a serem usados, os comandos e referências estabelecidos para resolver às questões, ver Figura 38.

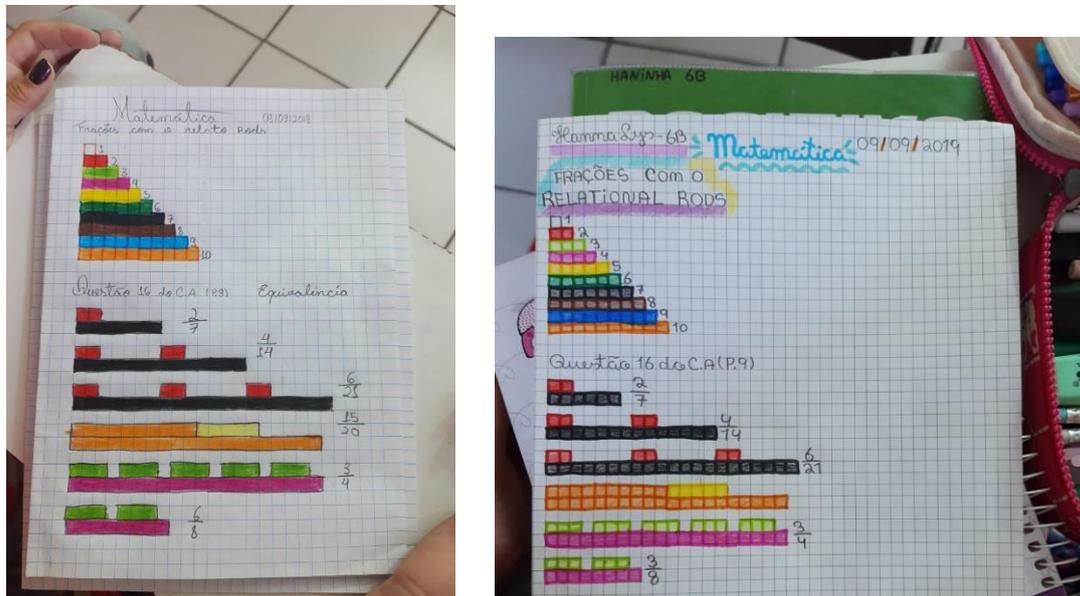
Figura 38 - Atividade em classe “Equivalência de frações”.



Fonte: Acervo da autora (2019).

A atividade foi realizada de maneira projetada para os alunos, analisando as questões, interpretando-a e os alunos, por sua vez, faziam suas respectivas respostas na malha quadriculada, acompanhando a projeção. Assim, faziam suas próprias construções na malha, conforme Figura 39.

Figura 39 Equivalência na malha quadriculada.

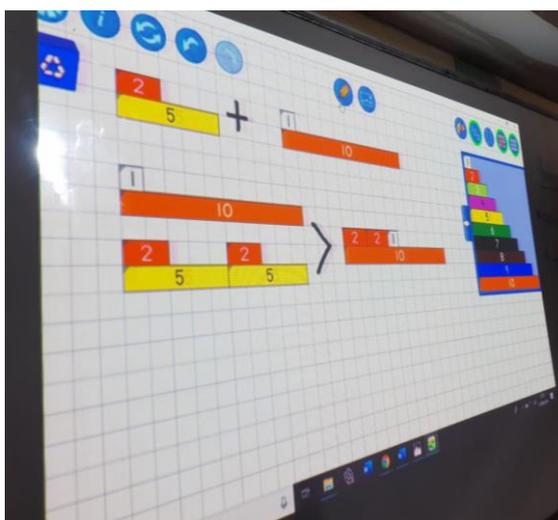


Fonte: Acervo da autora (2019).

Na Figura 20 trazemos as respostas de dois alunos que participaram da atividade para visualizarmos como ficou a organização as barras com as cores e respectivas numerações para depois utilizá-las. Na atividade, podemos verificar os registros semióticos em dois momentos: o registro de imagem, nas barras; e o registro numérico, nas frações.

A segunda sequência (ver APÊNDICE E), com a finalidade de trabalhar uma tecnologia digital em comunicação com a malha quadriculada para utilizar a ideia de barras e contextualizar à temática de Operações com Frações, seja ele de denominador igual ou diferente. Inicia-se com uma retomada nos materiais que serão usados, os comandos e referências estabelecidos para resolver às questões, ver Figura 40.

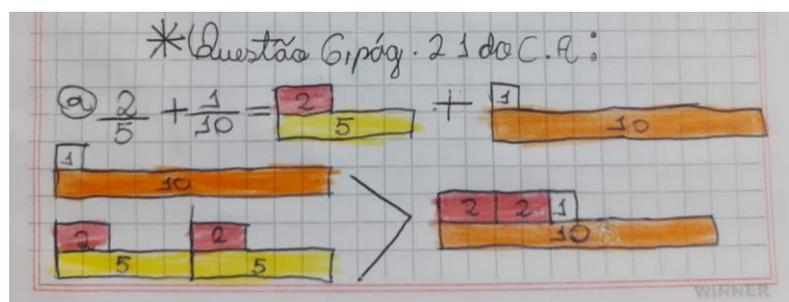
Figura 40 - Atividades em classe “Operações com frações”.



Fonte: Acervo da autora (2019).

A atividade também foi realizada de maneira projetada para os alunos, analisando as questões, interpretando-a e nesta, inicialmente eles resolviam no caderno ou no livro didático, e somente depois fazem suas respectivas respostas na malha quadriculada, acompanhando a projeção. Assim, faziam suas próprias construções na malha, conforme Figura 41.

Figura 41 - Operações na malha quadriculada.



Fonte: Acervo da autora (2019).

Com isso, no capítulo posterior, iremos abordar nossa visão de pesquisa no que tange aos resultados e discussões trazidas a partir da proposta de pesquisa trilhada até aqui, alinhando a pesquisa aos objetivos, à proposta de referencial teórico e realizando as observações e intervenções.

CAPÍTULO IV – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo se propõe a trazer um relato sobre o contexto escolar, como a escola está entendendo as tecnologias utilizadas no ensino, suas percepções e importância. Seguidamente, fazendo um diálogo sobre os desafios de usar a tecnologia em uma pesquisa e o professor como criador de estratégias. Posteriormente, traremos as análises das fases de experimentação e análise posteriori e validação, baseados nos objetivos e nos métodos utilizados até aqui. Concluindo com um relato de experiência de forma geral.

4.1 O CONTEXTO ESCOLAR E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS

A ideia inicial de pesquisa fora modificada durante a trajetória da pesquisadora, chegando nessa temática dos conjuntos dos números racionais com a utilização da tecnologia, ainda na linha de Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática, desta vez alinhada com as turmas do 6º ano do ensino fundamental. A escola em que se apresentou a pesquisa, situada no município de Rio Branco, no estado do Acre, tem características inovadoras no papel de ensino e aprendizagem.

A primeira conversa com a gestão da escola aconteceu com o diretor, que muito entusiasmado ficou com a proposta da pesquisa em utilizar as metodologias e os recursos para a abordagem das representações semióticas no ensino do conjunto dos números racionais. O próprio diretor falou sobre sua preocupação das percepções dos alunos, da falta de compreensão, visualização, associação de números que apresentam equivalências, mesmo escritos de maneiras diferentes e que essa dificuldade, perpassava desde o início do Fundamental II ao Ensino Médio, desequilibrando muitas compreensões e, conseqüentemente, notas.

Entretanto, a escola em questão, com a sua equipe gestora, apresentou-se muito receptiva. Falou da presença da internet no colégio, da possibilidade de utilizar alguns *tablets* mediante aviso prévio, que inserindo toda metodologia na proposta didática, poderíamos solicitar que, aos pais que permitissem, os próprios alunos trouxessem seus *smartphones* e também *tablets*. Dessa forma, percebemos que a escola não somente compreende, mas que orienta e encaminha seus alunos a uma nova rede de ensino que estamos vivenciando, percebendo seu caráter de necessidade e de importância.

Logo, então, soubemos que poderíamos trabalhar com as quatro turmas de 6º ano do colégio, as turmas A, B, C e D, com alunos na faixa etária de 10, 11 e, até 12 anos, entrando na pré-adolescência e apresenta grande capacidade de assimilar novos conceitos, uma boa memória, podendo melhor identificando ou reconhecendo fatos, fazendo assimilações. Nessa fase, ainda são cheios de curiosidades e mantém um espírito colaborativo, pois já compreende que faz parte de um grupo amplo.

Assim, as atividades aplicadas seriam grupais, para que um pudesse ajudar o outro, para que houvesse a partilha de conhecimentos, a conversa com seus pares e, juntos, entrarem em uma definição, uma ideia ou uma alternativa correta, de forma colaborativa. Dessa maneira, os alunos tornavam-se muito participativos, sempre com entusiasmos nas atividades propostas, demonstrando mais interesse quando estávamos fazendo atividades mais tradicionais, avaliativas, etc.

E, nesse aspecto, voltamos à Competências 5 da BNCC, que nos fala da importância de ser inserido no Fundamental II os processos e ferramentas matemáticas, inclusive as tecnologias digitais para que os alunos possam se propor modelar respostas às suas maneiras, de acordo com seus conhecimentos, aplicar os conhecimentos matemáticos em problemas cotidianos, sociais e de outras áreas, podendo levantar hipóteses, estudá-las, validá-las e concluir seus resultados, não de maneira técnica e direta, mas de modo questionador, analisando os passos.

Todavia, mesmo que hoje tenhamos acesso fácil e menos resistência, a tecnologia nem sempre foi bem-vinda, por diversos fatores. Um dos fatores que mais agravava a presença dela em sala de aula era sobre se manuseio, pois ainda que a tecnologia seja uma ferramenta de utilização prática, é precisa conhecê-la. Seja para simplesmente entrar no e-mail, acessar o navegador, até fazer demonstrações em aplicativos e plataformas, é necessário que haja uma didática. Didática essa não obtida em cursos de licenciatura de, por exemplo, 20 anos atrás.

Diferentemente das novas ementas de cursos de licenciatura da atualidade, que apresentam disciplinas como: Didática no ensino da faculdade preterida, Tecnologias da Informação e da Comunicação no ensino específico do curso, Laboratórios de Ensino, entre outras, que estão orientando seus licenciados, na intenção de ter um momento de ensinar e modelar propostas de ensino mediante essas novas tecnologias.

Imbernón (2005) aponta em suas palavras que é “fundamental formar o professor na mudança por meio do desenvolvimento de capacidades reflexivas e abrir um caminho para a verdadeira autonomia profissional” (IMBERNÓN, 2005, p. 18).

Na atualidade, com a aceitação dessas tecnologias, com as escolas com alguns aparatos, mas, principalmente, com os alunos com essas ferramentas nas mãos com maior acessibilidade,

o professor consegue criar estratégias para aproveitar e inserir esse aparato de maneira lúdica e eficaz dentro de sala de aula. Não podemos esquecer que, para que venhamos manuseá-los em classe, cabe ao professor uma verificação desse material, uma preparação bem desenvolvida, uma didática-metodológica bem descrita nos planos de aula, para que esse objeto de ensino não seja somente mais um, mas um mediador único e facilitador de compreensões, para que os alunos entendam a proposta trazida.

É neste contexto que Zanella e Lima (2017) nos falam que

Se cada um em seu planejamento, utilizar um software, mesmo que simples, promoverá a diferença na aprendizagem do seu aluno. Se além de utilizarmos o livro didático formos buscar um documentário, estaremos semeando. Se ao invés de proibirmos o celular, buscarmos um aplicativo para complementar ou, ajudar na fixação do conteúdo, estaremos aproximando a escola do avanço tecnológico presente na sociedade. (ZANELLA, *et al.* 2017, p. 12).

É a soma das pequenas utilizações com sentido, com preparação para semear aprendizados positivos e experiências de ensino e aprendizagens na vida dos alunos.

D'Ambrósio (1996) relatava que a escola não poderia se tornar um objeto de ensino obsoleto, mas que ela tinha que adquirir informações novas, estruturando a estimulação para aquisição e a difusão do conhecimento vivo, que se propunha a se integrar com a nova sociedade e os novos costumes, mas ressalta que isso não seria possível sem que fosse ampliado a utilização de tecnologias dentro da educação, pois, o atualmente, estaríamos em processo de que as TIC seriam a tecnologia futura.

Corroborando com esse aspecto, depois de abordamos todo um histórico de evoluções no Capítulo II, pudemos observar que mediante tantas causas vivenciadas pós-revolução industrial, adquirimos técnicas, objetos e sinalização de uma nova era que ganharam espaço na sociedade e, não de maneira diferente, refletindo consequências no ambiente escolar, enquanto ambiente que também compõe a sociedade.

Chegamos ao ponto de que, com essas tecnologias ganhando espaço que tende ao infinito, mobilizando atividades, técnicas, visualizações e demais, tivemos tantos estudos, avanços, pesquisas e mobilização que, logo, o contexto tecnológico começou a ser desenhado em fases. Hoje, ela compõe quatro fases, e nossa pesquisa se enquadra na fase quatro da utilização dessas tecnologias, que inicia em 2004. Vamos observar essas fases na Tabela 4.

Tabela 4 – Quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.

| | Tecnologias | Natureza ou base tecnológica das atividades | Perspectivas ou noções teóricas | Terminologia |
|-------------------------------------|---|---|--|--|
| Primeira fase (1985) | Computadores; calculadoras simples e científicas | LOGO Programação. | Construcionismo; micromundo. | Tecnologias informáticas (TI). |
| Segunda fase (início dos anos 1990) | Computadores (popularização); calculadoras gráficas. | Geometria dinâmica (Cabri Géomètre; Geometriks); múltiplas representações de funções (Winplot, fun Mathematica); CAS; jogos | Experimentação visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem, construcionista; seres-humanos-commídias | TI; software educacional; tecnologia educativa. |
| Terceira fase (1999) | Computadores, laptops e internet. | Teleduc; e-mail; chat; fórum; Google. | Educação a distância online; interação e colaboração online; comunidades de aprendizagem. | Tecnologias da informação e comunicação (TIC). |
| Quarta fase (2004) | Computadores; laptops; tablets; telefones celulares; internet rápida. | Geogebra; objetivos virtuais de aprendizagem; Applets; vídeos, You Tube; WolframAlpha; Wikipédia; Facebook. | Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital. | Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis portáteis. |

Fonte: Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 39).

Então, retratada na quarta fase, com a utilização dos *tablets e* celulares, com a demanda da internet, temos as tecnologias digitais, nossas ferramentas *mobile*, portáteis. Tecnologia que uma parte muito grande dos alunos têm acesso, mas faz uso para fins mais pessoais e, no que tange aos estudos, não encontramos muito manejando *softwares*, plataformas e aplicativos. E essa foi a proposta de metodologia, usufruir em educação matemática.

Vale salientar que as fases não são finalizadas para que uma outra inicie, mas “o que ocorre é que outras inovações tecnológicas surgem e formam cenários de investigações distintas do que estava sendo anteriormente produzido.” (FARIA, *et al.* 2018, p. 108).

4.2 FASES DA ENGENHARIA DIDÁTICA: ANÁLISE A POSTEIORI E VALIDAÇÃO

Ponte, Brocardo, Oliveira, 2005, são autores que definem a engenharia didática como uma metodologia representativa para a área da matemática, que integra as percepções teóricas

e conceituais às construções experimentais e práticas dentro da educação, propiciando um esquema para que isso aconteça, como podemos ver de maneira sucinta na Tabela 05.

Tabela 5 Fases da Engenharia Didática.

| | |
|--|---|
| Análise Preliminar | Referenciar um quadro teórico onde se fundamenta as principais categorias – Fazer inferências como: levantar constatações empíricas, destacar percepções dos sujeitos envolvidos e compreender as condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada. |
| Análise a priori | Determinar as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver. |
| Experimentação - sequência didática | É formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. |
| Análise a posteriori | O tratamento das informações analisadas por meio das sequência didática. |

Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p.100-106).

Já tendo feito os passos das demais fases, chegamos na última fase: **análise a posteriori e validação**, analisa-se as produções dos alunos em cada atividade realizada, numa abordagem qualitativa, confrontando com os dados e as referências teóricas, observando os passos evolutivos, as capacidades de assimilações, formas de resoluções ou tentativas; analisa-se também a necessidade de intervenções e/ou mudanças necessárias pelo caminho; ademais, analisar se os resultados encontrando estão em consonância com os objetivos propostos, não apenas de cada atividade, mas de atender com êxito a proposta de pesquisa como um todo, mediado pelas tecnologias e materiais didáticos.

Com a prática assistida pela sequência didática (APÊNDICE D), citadas nas Figuras 19 e 20, realizadas com dois recursos: o aplicativo matemático *Relational Rods*, utilizando as barras, cores para relacionar ao conteúdo de Equivalência de Frações; e o segundo recurso, a malha quadriculada, para resolver as situações-problema do livro didático, visualizando o

comportamento das frações no *software*, registrando na malha, colorindo e fazendo as anotações que acharem necessárias.

O primeiro comando, conforme podemos ver na Figura 20, que após os alunos registrarem as barras com suas cores, identificamos a questão do livro didático na malha a fim de resolvê-la. Tratava-se de descobrir duas equivalências, partindo da fração $\frac{2}{7}$. Com isso, decidimos primeiro identificá-la na malha, nos registros semióticos com as barras e as cores, já não utilizando mais números para associá-los, somente suas respectivas cores, conforme primeira anotação no material e no registro numérico, escrita matemática na forma de fração.

Para primeira abordagem, decidimos dobrá-la, igualmente na proposta anterior, nos dois registros semióticos utilizados: gráficos (com as barras) e o numérico, chegando na fração $\frac{4}{14}$. Na segunda, decidimos triplicá-la, seguindo a mesma abordagem, obtendo a fração $\frac{6}{21}$. Com isso, os alunos iniciam outras percepções que os materiais/tecnologia utilizados puderam proporcionar, a visualização, o pensamento não apenas matemático, mas a utilização da montagem das barras, no contexto de figuras, de desenhos, bem-quisto por eles, fazendo suas percepções evoluírem na compreensão de Equivalência, em um olhar não somente numérico e abstrato.

Para além, construímos processos de extrair uma essência matemática, não prendendo os alunos aos conceitos matemáticos, mas fazê-los mexer neles, manejá-los, viabilizando outras maneiras, outras práticas, na intenção de expandir suas ideias, respeitando a heterogeneidade, partindo de práticas tradicionais às práticas reais aos seus conceitos de existência de utilização “na vida”.

Nessa perspectiva de dificuldades de assimilar por meio das visualizações Duval aborda que

A aprendizagem da matemática suscita problemas de compreensão que não encontramos nos outros domínios do conhecimento. As dificuldades globais e recorrentes estão associadas à resolução de um problema, ao raciocínio, a visualização geométrica, à visualização gráfica. (DUVAL, 2011, p. 15).

No que tange à abordagem tecnológica, visualizamos que no livro didático estão presentes abordagens metodológicas inseridas como alternativas aos estudantes, de acesso livre a um *site*, vídeo, jogo, etc. De acordo com Dullius e Quartieri (2015, p.10) “nos últimos anos surgiram inúmeras recomendações no sentido de integrar as tecnologias na sala de aula, o que fomentou ações de formação e desenvolvimento profissional dos professores”.

Além disso, como supracitado, a BNCC elenca como Competência Específica da Matemática, “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais

disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultado” (BRASIL, 2017, p. 267).

Os autores Dullius e Quartieri (2015) corroboram com a perspectiva tecnológica em sala de aula, abordam sobre o uso dos aplicativos computacionais, e os benefícios, mas, neste momento, abrimos espaço também para materiais didáticos: jogos táteis. Ambos, na intenção de despertar o interesse do estudante pelo assunto trabalhado pelo professor, fato esse comprovado pela professora pesquisadora quando solicitou um relatório de representações semióticas, após trabalhar em classe o Jogo de Dominó, apresentado na Figura 07, em turmas do 6º ano de uma escola do município de Rio Branco, Acre, conforme Figura 42.

Figura 42 - Fração são legais!



Fonte: Acervo da autora (2019).

A fala do aluno do 6º ano na finalização do seu trabalho nos denota ânimo, mesmo sendo um relatório de representações semióticas ele não se restringe ao fato do que está fazendo agora, mas dando continuidade no processo de aprendizagem que fora iniciado, ao qual perpassou pelos conceitos, resolução de exercícios e atividades, finalizando no Jogo de Dominó, para depois realizar a elaboração do relatório, não desconectando a relação de ludicidade.

No que tange ao aprendizado por meio dessa tendência, podemos elencar esse utilizado na abordagem de jogos de treinamento, segundo Lara (2011). A autora afirma que em jogos de treinamento “com certeza é necessário que o aluno utilize várias vezes o mesmo tipo de pensamento e conhecimento matemático, não necessariamente para memoriza-lo, mas sim para abstraí-lo, estendê-lo ou generalizá-lo, como também, para aumentar sua autoconfiança” (LARA, 2011, p. 22).

Assim, os alunos precisam lembrar de metodologias para resolver determinadas situações, como: a) equiver deve-se sempre utilizar a multiplicação ou a divisão; b) de uma

fração para o decimal, divide-se o numerador pelo denominador; c) transformar número decimal em porcentagem é multiplicá-lo por cem (100) ou andar a vírgula para a direita em duas casas decimais, mais o símbolo de por cento (%) acompanhando-o; e demais.

Depois, com a prática agora acompanhada pela sequência didática (APÊNDICE E), citadas nas Figuras 21 e 22, ainda realizada com os dois recursos utilizadas na anterior. Nesta atividade, primeiro os alunos responderam no seu caderno, para visualizarem o registro numérico, e saberem qual resposta daria, de acordo com seus cálculos. Na abordagem atual, a temática de operações com frações está tratando da soma de $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$, onde a primeira intervenção para resolvê-la deve ser tornar os denominadores iguais, para assim só operar os numeradores. Para isso, os alunos devem calcular o mínimo múltiplo comum (MMC) entre os denominadores, podendo fatorá-los para encontrar o MMC igual a 10.

Na Figura 22, depois de ler o problema proposto e identificá-lo, a aluna repassou os dados para a malha na forma do registro semiótico numérico, para então fazer a conversão desse registro para as barras e operar com elas. A primeira percepção foi de que o numerador cinco (5) cabe duas vezes dentro do denominador dez (10), tornando-os, assim, equivalentes. No mais, ela então opera os numeradores, e mesmo que o número resultante de $2 + 2 + 1$ que é 5 tenha uma barra própria, na cor amarela, ela ainda utiliza as barras respectivas de dois e um, juntando-os.

Essas abordagens são possibilidades que o ensino e os recursos nos trazem, nos remetendo a Duval (2011) que afirma que “existem muitas representações possíveis para o mesmo objeto. Diferentemente do objeto, suas representações mudam ao mesmo tempo, segundo os pontos de vista considerados e os utilizados para produzir uma representação” (DUVAL 2011, p. 15).

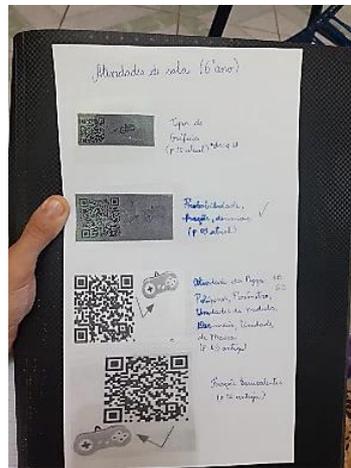
Essa gama de representações trabalhadas nos dois recursos nos trazem uma perspectiva sobre os modelos de ensino e as formas de aprendizagem da matemática se ancorando na proposta de Duval, percebendo a disciplina nas suas diferentes formas e registros, tratamentos e conversões, atrelados a utilização de tecnologias digitais e materiais didáticos que subsidiam essas várias representações semióticas, pois elas

São as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas e os gráficos e não os pontos ou os traços. A comparação de seus diferentes modelos de análise nos permitirá retirar a noção importante, a de representação semiótica, a qual possibilita não reduzir o papel dos signos no funcionamento cognitivo do pensamento a uma simples codificação de informações ou de conceitos. (DUVAL, 2011, p. 38).

Com tudo isso, ainda podemos perceber que com esses recursos utilizados em sala de aula, há uma circulação das formas de aprendizagens, sem deixar de trabalhar conceitos e maneiras de resolução da forma tradicional, utilizando quadro e giz/pincel, mas trazendo a essa metodologia outros recursos que podem favorecer ao aprendizado daqueles que precisam, por exemplo, de visualização em outros registros. Dessa maneira, com metodologias diversas, pode-se atender à demanda de “como aprender” em classes totalmente heterogêneas.

Na sequência didática com a utilização dos QR Codes que vinha no material, resolvemos levar à sala de maneira diferente, conforme Figura 43.

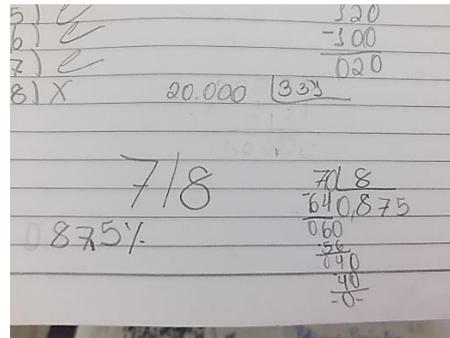
Figura 43 - QR Codes dos jogos.



Fonte: Acervo da autora (2019).

A partir desses códigos, cada equipe fazia a leitura nos aparelhos e passavam aos demais grupos, após todos tiverem realizado a leitura, faziam contagem regressiva para começar a responder as atividades. Os grupos eram responsáveis por realizarem seus cálculos, cronometrarem seu tempo e entregar à professora esses dados, juntamente com as representações fracionárias, decimais e porcentagem de aproveitamento da equipe, como podemos ver na Figura 44.

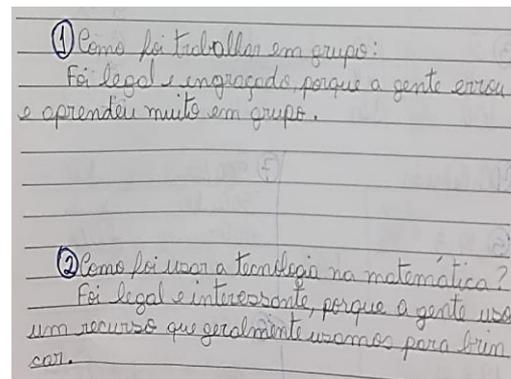
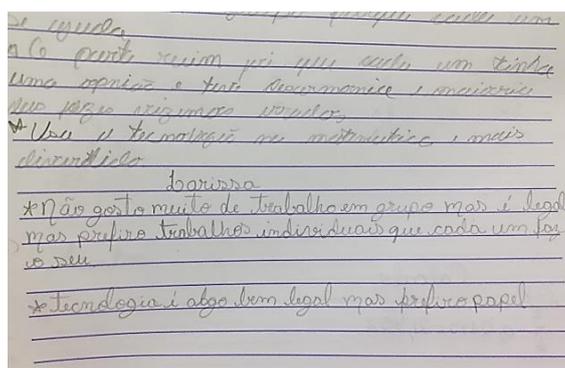
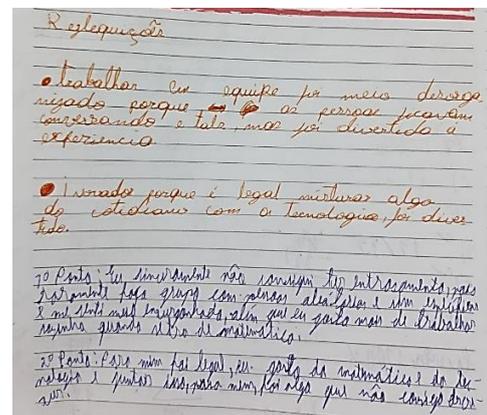
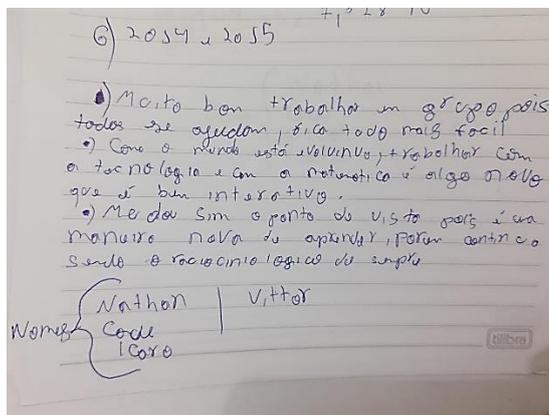
Figura 44 - Representações de aproveitamento.



Fonte: Acervo da autora (2019).

Após realizarmos as atividades pretendidas, fizemos algumas perguntas aos grupos e pedimos que eles pensassem em grupos nas respostas e escrevessem para nos entregar. Foi falado sobre a diferença das aulas mais tradicionais para aulas mais dinimizadas, propomos que eles escrevessem como se sentiram como o trabalho em grupo e sobre o que achavam sobre as percepções tecnológicas para ensinar matemática. Vejamos abaixo, na Figura 45, relacionado algumas dessas reflexões.

Figura 45 Reflexões de alunos do 6º ano.



Fonte: Acervo da Autora (2019).

Quando observamos os pontos destacados pela maioria dos alunos, percebemos que o trabalho em grupo é bem recebido pela maioria, assim como a inserção das tecnologias no ensino de matemática. A maioria dos grupos conseguiu fazer uma observação coletiva e uma minoria ainda optou por elencar seus nomes e falarem com suas palavras as próprias reflexões.

Analisando o uso da tecnologia, a maioria falou de maneira positiva, mas ainda observamos dois alunos que preferem o papel, o individual e o tradicional. O papel do professor neste momento é de suma importância em enfatizar os momentos, que podemos utilizar diversos meios e métodos, que possamos não agradar e deixar de maneira confortável a maioria, mas que chegara um momento que a maneira que um gosta será utilizada.

A grande maioria também conseguiu finalizar as atividades propostas de maneira autônoma entre os grupos, bem poucos alunos faziam perguntas para lembrar quais os procedimentos de realizar os cálculos e ajudávamos, pois, a intenção não era apenas a verificação propriamente dita, mas a viabilização do ensino por meio das tecnologias. E, ainda vale trazer um pensamento de Duval (2011, p. 17) que nos diz que “o conhecimento começa com a sensibilização para a questão”.

Os alunos estavam utilizando seus próprios *smartphones*, como a grande maioria tem esse aparato tecnológico, nenhum grupo teve dificuldade de ficar sem a tecnologia. Poucos alunos não tinham/não tinham levado, mas os demais colegas não hesitaram em compartilhar, afinal era em prol da participação do grupo.

Essa utilização de uma ferramenta sua como aparato de aprendizagem nos faz lembrar da fala Amaro et al. (2016, p. 37) em relação às TD nas escolas, que diz que “no momento em que os jovens utilizam seus artefatos para registrar imagens, filmagens, voz, entre outros, eles potencializam sua identidade, dialogam com seus pares, constituem grupos de afinidade e constroem-se como sujeitos”.

Dessa ferramenta tecnológica, utilizávamos outras: as plataformas, os jogos, sendo o mediador entre eles, algumas vezes, o código QR, e podemos observar as várias representações sobre o conjunto dos números racionais. Muito embora, em apenas uma ferramenta dessas não víamos todas as representações, por exemplo, trazidas por Romanatto (1997), mas faz menção a uma grande parte, o que ajuda nas diversas compreensões e semióticas de um objeto.

Assim como Duval (2011, p. 58) nos relata que: “A atividade matemática consiste na transformação das representações semióticas, que são: as frases em linguagem natural, as equações, os algarismos e as letras, as figuras, os esquemas e os gráficos”. Nos jogos e plataformas utilizados, temos a presença de várias dessas representações, em problemas

diferentes e abordagens diferentes sobre a disciplina da matemática e sobre o contexto dos números racionais. Ademais, Duval (2011) ainda nos menciona que

A aprendizagem da matemática suscita problemas de compreensão que não encontramos nos outros domínios do conhecimento. Elas estão associadas a introdução de uma nova noção ou de um novo procedimento, portanto, a atividade matemática consiste na transformação das representações semióticas. (DUVAL, 2011, p. 15).

Deste modo, diante dessa era digital, Prado (2009-2010) define que um dos maiores desafios do professor em seu papel de ensinar é estabelecer um equilíbrio entre os componentes curriculares e as demais demandas e as utilizações das tecnologias e mídias que hoje permeiam nossa sociedade, inclusive com caráter educativo. E é neste sentido que a sala de aula, segundo Moran (2014)

A sala de aula se amplia, dilui, mistura com muitas outras salas e espaços físicos, digitais e virtuais, tornando possível que o mundo seja uma sala de aula, que qualquer lugar seja um lugar de ensinar e de aprender, que em qualquer tempo possamos aprender e ensinar, que todos possam ser aprendizes e mestres, simultaneamente, dependendo da situação, que cada um possa desenvolver seu ambiente pessoal de aprendizagem compartilhando-o com outros e neste compartilhamento, enriquecendo-se mutuamente. (MORAN, 2014, p. 33).

Assim, o professor desempenha um papel muito importante na mediação dessas propostas, responsável pela ideia de levar os recursos, pelas maneiras de utilização, por oferecer condições de aprendizagem dentro dos conjuntos dos números racionais, na pretensão de que esse ensino possa ser visualizado e compreendido dentro de suas representações semióticas.

Por fim, chegaremos nas conclusões desta pesquisa, fazendo uma retomada dos objetivos específicos e geral que propuseram todo caminho até aqui, abordando as ações metodológicas que engajaram todo o material, com as perspectivas da Engenharia Didática e as Representações Semióticas. Por último, uma conversação entre os ganhos da pesquisadora enquanto docente, em uma fase pandémica do ano de 2020 e os desempenhos tecnológicos.

CONCLUSÃO

Iniciaremos nossa conclusão com a reflexão de forma geral do que nos trouxe até aqui: Como os materiais/recursos didáticos e tecnologias digitais podem potencializar a aprendizagem dos números racionais para estudantes do 6º ano? As sequências didáticas trazidas aqui com as propostas de atividades com o uso das TD nos fazem perceber que esses recursos podem potencializar o processo de aprendizagem dos alunos, com base na teoria das representações semióticas de Duval, pois podemos perceber que o próprio conjunto numérico entre si faz essas transformações, mas que, com o auxílio das ferramentas, esse aprendizado é melhor assimilado.

Com base nesse processo investigativo à luz da engenharia didática, podemos compreender um caminho tão vasto que é o da utilização das ferramentas móveis na mediação do ensino. Ademais, notamos que para cada aparato utilizado, as propostas são diferentes e, mesmo trabalhando a mesma temática, as formas de registros são e podem ser distintas, que para cada material utilizado com o mesmo tema, as formas de registros podem ser distintas, bem como as percepções geradas pelos alunos.

Vale salientar o desafio da proposta tecnológica, pois quando nos validamos em algo, precisamos validar nosso aprendizado sobre ele para passar aos demais, e precisamos pesquisar, analisar e compreender as ferramentas que decidimos utilizar para, assim, levar à sala de aula, conhecendo-a, sabendo como ela funcionava, as conjecturas aos erros e aos acertos, suas modalidades *free* para uso em *smartphones*, *notebook*, *tablets*, a finalidade de cada ferramenta para acompanhar os alunos nessa jornada de aprendizagem e ampliar as vistas mediante ao uso da tecnologia, pontuando positivamente a nossa jornada de objetivos específicos.

Neste contexto educacional, foi perceptível a evolução das visualizações em demais atividades realizadas de maneira tradicional e de maneiras tecnológicas. As ferramentas de visualizações trazem experiências únicas aos alunos, para que possam, cada dia mais, olhar a matemática como ela é: uma ferramenta útil, adaptável e modelável; cheia de contextos, assimilações, etc.

Ademais, os alunos foram desafiados a estudar matemática de poucas maneiras vistas e utilizadas, sem papel, sem lápis, sem borracha, sem rascunho. Instigados aos cálculos mentais, às percepções gráficas, lembrar de conceitos e maneiras de organizar cálculos, desenvolvendo, assim, habilidades e competências previstas na BNCC, fundamentais em promover a aprendizagem. No mais, essas tecnologias potencializaram todos os conceitos, propriedades e

padrões estudados, promovendo participação dos alunos, participação em equipe e estabelecendo valores como solidariedade, compreensão, ética.

Assim, podemos identificar que as tecnologias digitais contendo essas diversas representações semióticas constroem uma linha de pensamento com os alunos da atualidade, ligados à tecnologia atual, utilizam e manejam os sites e plataforma de forma autônoma, fazendo o protagonismo no aprendizado por meio das ferramentas.

Além disso, construímos um produto educacional destinado a nós: professores de matemática. O Blog “**Tecnologias Digitais e as Semióticas no Conjunto dos Números Racionais**”, onde vão apresentar metodologias em ensino de matemática, podendo ser acessado pela leitura do QR Code na Figura 46 abaixo:

Figura 46 - Acesso ao Blog



Fonte: Acervo da Autora (2020).

No *Blog* estarão disponíveis sequências didáticas, organizadas de maneira objetiva, como as apresentadas nesta pesquisa, mapa de ideias – são conceitos organizados de forma lúdica, sejam tabelas, mapas mentais, etc; -, atividades – materiais postados em formato PDF para fácil acesso sobre a temática -; e os vídeos explicativos, que são tutoriais sobre o conteúdo e as aplicabilidades deles nos materiais/recursos para o ensino do conjunto dos números racionais para fomentar as estratégias e otimizar a compreensão dos professores em utilizá-las.

Esse produto será mais uma forma de ampliar nossos materiais, bem como destacar as tecnologias e apresentação de recursos do município de Rio Branco, Acre, promovendo boas e variadas formas de ensino nessa educação contemporânea, dentro da quarta fase das Tecnologias Digitais em Educação Matemática.

Ademais, no ano final desta produção, 2020, o mundo parou para iniciar uma fase de isolamento social por conta da doença oriunda da China, a Covid-19, popularmente conhecido

como Coronavírus. A doença começou relatos por volta de dezembro de 2019, mas o Acre somente confirmou casos no dia 17 de março de 2020, iniciando a quarentena de alunos, funcionários, empresários e a maioria da população.

Com essa perspectiva, a escola começou uma busca por aprendizagens e metodologias que poderiam utilizar para acompanhar os alunos de casa, tornando, assim, a tecnologia parte integrante e essencial da produtividade dos professores. Passamos utilizar nosso meio *mobile*, o celular, o computador para os mais diversos fins: produção de arquivos em *word*, *power point*, *PDF*; iniciamos uma pesquisa pelos aplicativos mais pedagógicos para a gravação de tela, edição de vídeos, gravadores de áudio, criadores de *podcast*; iniciamos cursos para as atividades nos formatos síncronos e assíncronos, *on-line* e atemporal; adequamos às linguagens e quantidade de material proposto ao tempo previsto, efetivando o essencial das competências e habilidades previstas para as séries, com a utilização contínua da internet, o que também modificamos os pacotes, pois o consumo de Gigabytes aumentou exponencialmente.

A proposta de cursos *on-line*, educação a distância e afins, já vinham ganhando espaço e sendo aceita de forma positiva pela sociedade acadêmica, corpo docente e ministério da educação, de forma gradativa, estruturada e estudada. Entretanto, quando nos visualizamos na pandemia de 2020, engajamos nas atividades escolares e acadêmicas de forma remota, virtual, de forma rápida, em meio as necessidades de adaptação e valorização do ensino, para que não viéssemos aumentar a perda em dias letivos e o processo de ensino e aprendizagem.

Assim, muitas demandas surgiram em época de pandemia, muitas dificuldades. Dentro da educação, muitas propostas de metodologias ativas ganharam um espaço com maior rapidez do que como já vinha sendo abordado em diversas formações, cursos sobre novidades e inovações educacionais. Falando mais especificamente sobre a área das exatas, muitos de nós professores, nos vimos em uma posição de passividade de ensino, sem um quadro, uma lousa em mãos. Os professores de matemática entraram em um verdadeiro desafio da Educação Matemática voltada aos aplicativos, às plataformas de ensino, utilização de mesa digitalizadora etc.

Nesse sentido, as propostas de materiais presentes nesta pesquisa têm suma importância na produtividade de conhecimento do conjunto dos números racionais na abordagem das representações semióticas, pois esse conjunto numérico aas visualizações de diversas representações são muito importante. Uma análise simples é sobre comparar esses números, estamos tão habituados com os naturais que, facilmente, os alunos afirmam que $\frac{1}{4}$ é maior que $\frac{1}{2}$ por ter o quatro – que quando pensado em conjunto dos números naturais, é maior -, quando

na verdade o $\frac{1}{2}$ é maior e as abordagens de comparar esses valores não têm grandes resultados como quando mobilizamos outros tipos de representações, como a gráfica, principalmente quando construído por eles, como utilizamos o *Relational Rods* e a malha quadriculada.

São abordagens nesse sentido que já somariam ao ensino de matemática para melhorar a aprendizagem e a inserir as novas tecnologias às práticas pedagógicas na forma presencial de ensino. Atualmente, são essas as práticas que mobilizam o ensino de matemática durante o ensino remoto e, pós-pandemia, a Educação Matemática terá, de alguma forma, uma nova apresentação, novas abordagens e, material como os disponibilizados no blog serão facilitadores de propagação de conhecimento e métodos de utilizar essas tecnologias aos professores, potencializando a contribuição das inovações e modernizações no ensino de matemática.

Os alunos, por meio dessa experiência de aprender com seu próprio manejo conseguem visualizar uma matemática crescente com a presença da tecnologia e materiais digitais na compreensão de conceitos e aplicações antes não instigadas, seu processo de aprendizagem por meio das tecnologias digitais e representações semiótica somaram instruções novas, percepções e qualificação do processo de ensinar e aprender.

Certamente, podemos finalizar concluindo que, em meio a todos esses momentos vividos pela pesquisadora, suas práticas, abordagens, entendimentos, conhecimento foram essenciais para crescimento enquanto profissional, enquanto pesquisadora, enquanto pessoa e, não por menos, uma entendedora de matemática, que passa a compreender a importância real de novas maneiras e, como nos sentimos mais felizes quanto podemos inserir novas ferramentas a uma disciplina considerada “tão difícil” e mais realizados quando percebemos que os alunos se interessam pelas práticas e demandam sua aprendizagem com aquele aparato. Também é libertador quando nós professores podemos ajudar demais colegas da mesma área e, até das demais áreas, compartilhando técnicas, *sites*, ideias que possam ser incrementadas às suas metodologias para o crescimento de um bem em comum: a educação.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Maria E. PROINFO: informática e formação de professores. Brasília: Secretaria de Educação a Distância. Ministério da Educação / Seed, 2000, v. 1-2.
- AMARO, Ivan. SOARES, M. C. S. S. Tecnologias digitais nas escolas: outras possibilidades para o conhecimento. Organizadores. De Petrus et Alii Editora Ltda. 2016.
- ARAÚJO, Patrícia Maria Caetano. Um olhar docente sobre as tecnologias digitais na formação inicial do pedagogo. Dissertação de Mestrado. Instituto de Ciências Humanas da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2004.
- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. Recherches en didactique des mathématiques, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.
- ARTIGUE, Michelle. Ingénierie didactique, In: BRUN, J. Didactiques des Mathématiques, Paris: Delachaux et Niestlé, 1996, p. 243-264.
- BOYER, C. B. História da Matemática; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 2010.
- BORBA, M. C.; Almeida, H. R. F. L.; Chiari, A S. S. (2015). “Tecnologias Digitais e a relação entre teoria e prática: uma análise da produção em trinta anos de BOLEMA”. Boletim de Educação Matemática, v. 29, n. 53.
- BOURDIEU, Pierre. Questões de sociologia. Rio de Janeiro: Editora Marco Zero, 1983.
- BRASIL. Base nacional comum curricular (BNCC). Educação é a base. 2017. disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/bncc_ei_ef_110518_versaofinal_site.pdf> acesso em 04 set 2019.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.
- CONTADOR, P. R. M. Matemática, uma breve história, volume 1. São Paulo: Livraria da Física, 2012.
- COELHO NETO, João et al. O uso das TIC na formação de professores de escolas que obtiveram baixo IDEB. Aracaju: anais do XII Seminário Brasileiro de Informática na Educação – XVII Workshop de Informática na Escola, p. 988-996, 2011.
- CHALMERS, A. F. O que é ciência afinal? São Paulo: Brasiliense, 1º Ed. 1993.
- CUNHA, Mariana Monteiro da. QR Code: Uma nova forma de consumo e estratégia de marketing?. Dissertação de mestrado. 2013. Instituto Universitário de Lisboa.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.
- D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.
- DANTE, L.R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. Explorando a Matemática com Aplicativos Computacionais: Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Lejeado: Univates, 2015.

DUVAL, R. (Ed.). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. 1995.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em matemática - registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, 1988.

DUVAL, R. Ver e Ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo. Proem, 2011.

FARIA, R. W. S. C. *et al.* Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. Revista da Educação em Ciências e Matemática. Periódicos Universidade Federal do Pará. 2018.

FEY, James T. 1991. Tecnologia e educação matemática- uma revisão de desenvolvimentos recentes e problemas importantes. Caderno de Educação e Matemática -O computador na Escola. Lisboa, 45-49.

FIORENTINI, Dario. Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: O caso da produção científica em cursos de pós-graduação. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Faculdade de Educação. 1994.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

FERREIRA, M. S. BATALHA, J.A. Vivências matemáticas: recursos didáticos no ensino de frações. ISSN 2447 – 9179. 2019.

GAMBOA, Silvio Ancisar Sánchez. Pesquisa qualitativa: superando tecnicismos e falsos dualismos. Contrapontos – volume 3 – n. 3 – p.393-405 – Itajaí, set./dez. 2003.

GODINO, Juan D. Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. Departamento de La Matemática: Universidad de Granada, 2010. Disponível em <http://www.ugr.es/local/jgodino/> . Acesso em 05/08/2020).

HENRIQUES, A.; ALMOULOU, S. A. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. 2016.

IFRAH, G. Os Números: a história e uma grande invenção. 11. ed. Trad. STELLA MARIA DE FREITAS SENRA. São Paulo: Globo, 2010.

IMBERNÓN, F. Formação permanente do professorado: novas tendências. São Paulo: Cortez, 2009.

KENSKI, V. M. Tecnologias e ensino presencial e a distância. Campinas, SP: Papirus, 2003.

KENSKI, Vani M. Novas tecnologias na educação presencial e a distância. In: BARBOSA, Raquel L.(org.) Formação de educadores: desafios e perspectivas. São Paulo: UNESP, 2003.

LAKATOS, Eva Maria. Fundamentos de metodologia científica / Marina de Andrade Marconi, Eva Maria Lakatos. - 5. ed. - São Paulo : Atlas 2003.

LARA, Isabel Cristina Machado de. Jogando com a matemática na educação infantil e séries iniciais / Isabel Cristina Machado de Lara. – 1. ed. – Catanduva, SP : Editora Rêspel ; São Paulo : Associação Religiosa Imprensa da Fé, 2011.

LORENZATO, Sergio. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores / Sergio Lorenzato (org.). – 2.ed.rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 1997. (Coleção formação de professores).

MERIJE, W. Mobimento: Educação e comunicação móbile. São Paulo: Peirópolis, 2012.

MORAN, J. M. Novos modelos de sala de aula. *Educatrix*, n.7, p. 33-37, 2003, 2014.

MOURA, Marcia da Fonseca. Matemática: 6º ano : livro do professor / Marcia da Fonseca Moura reformulação dos originais de Maria Fernanda Martini Campagnaro; Maria Fernanda Martini Campagnaro (livro de atividades) ; ilustrações Angela Giseli ... [et al.]. – Curitiba: Positivo, 2018.

NASCIMENTO, Janeo da Silva. Os registros de representação semiótica a partir do aplicativo trigonometry unit circle em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Acre. 2019.

PISA, 2012. Matriz de matemática. Disponível em <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf> acesso em 07 set 2019.

PONTE, João Pedro da. *et al.* Investigações Matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte, Autântica, 2005. 152p. Tendências em Educação Matemática.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Número Racional: relações necessárias à sua compreensão. Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas, 1997.

SANTANA, A. L. Semiótica. Infoescola. 2009. Disponível em:<<https://www.infoescola.com/filosofia/semiotica/>>. Acesso em: 23 ago. 2020.

SILVA, M. J. F. da. Sobre a introdução do conceito de número fracionário. 1997. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC-SP.

SERRAZINA, Maria L.; MATOS, José M. Didáctica da Matemática. Lisboa: Universidade Aberta, 1996. 294p.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. Metodologia da resolução de problemas. In: 24ª Reunião ANPEd, 2001, Caxambu.

TOLEDO, Marília. Didática da Matemática: como dois e dois: a construção da matemática / Marília Toledo, Mauro Toledo. – São Paulo: FTD, 1997. – (Conteúdo e Metodologia).

VAZ MENDES, Geisa S. C. As representações sociais da informática na 149 educação: uma análise da formação continuada. 2002. 200p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco.

ZANELLA, B. R. Devens; LIMA, M. F. W. Prado. Refletindo sobre os Fatores de Resistência no Uso das TICs nos Ambientes Escolares. 2017. Disponível em:

<http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/scientiacumindustria/article/view/5284> . Acesso em 14 de Maio de 2019.

ZABALA, M. A. Planificação e Desenvolvimento Curricular na Escola. Porto: Edições Asa, 1992.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A: TERMO DE APRESENTAÇÃO DA MESTRANDA AO LOCAL DA PESQUISA



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

Rio Branco, 29 de Agosto de 2019

Of. 01/2019

Ao Senhor Diretor [REDACTED]
[REDACTED]

Rio Branco – Acre

Assunto: **Apresentação da Mestranda Mírian Silva Ferreira ao local da pesquisa**

Senhor Diretor,

Vimos por meio deste apresentar a mestranda Mírian Silva Ferreira, discente da turma de 2018 do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM/UFAC, portadora do CPF: 031.610.332-21; RG: 1170829-8, com a pesquisa de título **“As contribuições das tecnologias digitais e das representações semióticas na aprendizagem de números racionais com estudantes do 6º ano”** sob orientação da Profª. Drª. Salete Maria Chalub Bandeira.

Na oportunidade, solicitamos a vossa autorização para realizarmos esta pesquisa no [REDACTED], com o uso do espaço e recursos disponibilizados pelo referido, constando:

Procedimentos usados: fazer avaliações e sondagens do aprendizado e/ou da consolidação dos Número Racionais com o uso de Tecnologias e Materiais didáticos, abordando as frações e números decimais, operações entre eles, relações cotidianas e percentuais em suas diferentes representações;

Colaboradores: Discentes do 6º ano;

Benefícios: A relevância do aprendizado por situações diversas e inovadoras, com mecanismos de envolvimento e colaborações entre equipes, além de possibilitar a investigação para possíveis melhorias no ensino e aprendizagem de matemática.

Por fim, frisamos que os dados obtidos na pesquisa serão utilizados na publicação de documentos científicos, tais como dissertações e artigos. Portanto, assumo total responsabilidade de não publicar quaisquer dados que comprometa o sigilo da participação dos integrantes de vossa instituição para a pesquisa.

Atenciosamente,

Profª. Drª. Salete Maria Chalub Bandeira

APÊNDICE B: TERMO AUTORIZAÇÃO DA PESQUISA NO LOCAL



29 de Agosto de 2019

Assunto: **Autorização de pesquisa de mestrado**

Eu, _____, diretor do _____, autorizo a mestranda Mírian Silva Ferreira, declaro que fui informado sobre a pesquisa **“As contribuições das tecnologias digitais e das representações semióticas na aprendizagem de números racionais com estudantes do 6º ano”** da interessada e concordo em autorizar a execução nesta instituição de seu projeto de pesquisa, com os alunos do 6º ano.

Pesquisadora

Diretor da instituição

Orientadora

APÊNDICE C: QUESTIONÁRIO ABERTO SOBRE FRAÇÕES

| | |
|---|--|
|  <p>MPECIM MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA</p> | <p>Universidade Federal do Acre Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática</p> |
|---|--|

Questionário aberto aplicado aos alunos do 6º ano no dia 02 de Setembro de 2019.

O que eu sei sobre frações...

- 1) O que é fração?
- 2) O que é fração própria?
- 3) O que fração imprópria?
- 4) O que são frações equivalentes?
- 5) Como faz soma e subtração de frações com o mesmo denominador?
- 6) Como faz soma e subtração de frações com denominadores diferentes?
- 7) Como multiplicar frações?
- 8) Você vê ou usa frações no seu dia a dia? Cite. Explique.

APÊNDICE D: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

- ✓ Público: Alunos do 6º ano;
- ✓ Conteúdo: Equivalência de Frações;
- ✓ Período: 50 minutos;
- ✓ Recursos Necessários: Cabo HDMI, *Notebook*, malha quadriculada, lápis de escrever, lápis de cor, canetas;
- ✓ Objetivo Geral: Compreender a aplicabilidade dos recursos utilizados em resoluções de situações-problema no contexto das equivalências de frações;
- ✓ Objetivos Específicos:
 - Utilizar ferramentas diversas em sala de aula;
 - Resolver atividades sobre a temática da aula com o uso do *Relational Rods* e da malha quadriculada;
 - Analisar a metodologia utilizada;
- ✓ Desenvolvimento:
 - No primeiro momento será apresentado aos alunos as ferramentas que serão utilizadas na aula, como funcionam, e como será o processo de resolução e anotações na malha quadriculada, respeitando as cores e estabelecendo uma margem de referência;
 - Após isso, será solicitado que eles escrevam um título com o nome da plataforma na malha quadriculada, e que representem as barras e cores, reproduzindo em seus materiais, com a respectiva numeração observada, para que depois, nas atividades que serão realizadas, não utilizemos mais números, apenas as barras; os números e cores correspondem, na ordem:

| | |
|------------------|-------------------|
| 1 – branco; | 6 – verde-escuro; |
| 2 – vermelho; | 7 – preto; |
| 3 – verde-claro; | 8 – marrom; |
| 4 – lilás; | 9 – azul-claro; |
| 5 – amarelo; | 10 – laranja. |

- Por conseguinte a representação das barras feitas, será apresentada a situação-problema que será respondida, material didático sobre Equivalência de Frações, página 09, questão 16, letras “a”, “c” e questão 17, letra “a”;

- Durante o processo de resolução, as intervenções necessárias serão realizadas, a fim de sanar dúvidas e estabelecer a aprendizagem de maneira solidificada;

- No final, será realizado uma breve retomada sobre o conceito dos conteúdos que permearam as atividades resolvidas.

APÊNDICE E: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

- ✓ Público: Alunos do 6º ano;
- ✓ Conteúdo: Operações de soma e subtração de frações;
- ✓ Período: 50 minutos;
- ✓ Recursos Necessários: Cabo HDMI, *Notebook*, malha quadriculada, lápis de escrever, lápis de cor, canetas;
- ✓ Objetivo Geral: Compreender a aplicabilidade dos recursos utilizados em resoluções de situações-problema no contexto das operações entre frações;
- ✓ Objetivos Específicos:
 - Utilizar ferramentas tecnológicas e material didático em sala de aula;
 - Resolver atividades sobre a temática da aula com o uso do *Relational Rods* e da malha quadriculada sobre operações entre frações;
 - Analisar a metodologia utilizada, descrevendo possíveis intervenções;
- ✓ Desenvolvimento:
 - Será feito uma retomada sobre as abordagens quanto ao uso dos recursos em resolução de situação-problema;
 - Será apresentada a situação-problema que será respondida, material didático sobre Operações entre frações, página 20, questão 2, letra “a”; página 21, questão 6, letra “e”, letra “f”;
 - Após apresentados, será dado um momento para os alunos resolverem a atividade em seu livro e/ou caderno; somente após isso, faremos juntos a resolução no *Relational Rods* e na malha quadriculada. Neste momento farão acompanhados haja vista ainda estarem conhecendo o *software*.
 - Fazendo a resolução no aplicativo, os alunos também farão na malha quadriculada;
 - Explicar, ponto a ponto, da resolução das operações utilizando o aplicativo, demonstrando o uso da equivalência quando precisarmos igualar os denominadores em frações de denominadores diferentes.

ANEXOS

01. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

**Universidade Federal do Acre**

Pró- Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza-CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Baseado nos termos da Resolução nº 466, de 12 de Dezembro de 2012 e Resolução nº 196/96, de 10 de outubro de 1996 do Conselho Nacional de Saúde, do Ministério da Saúde.

O presente termo em atendimento as resoluções acima citadas, destina-se a esclarecer ao participante da pesquisa intitulada: _____

sob a responsabilidade de (Nome do(a) Mestrando(a), do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática / MPECIM – UFAC, os seguintes aspectos:

Objetivos:**Metodologia:****Justificativa e Relevância:****Participação:****Riscos e desconfortos:** Não haverá riscos e desconfortos para os participantes.

Benefícios:

Dano advindo da pesquisa: Não se vislumbra danos advindos da pesquisa

Garantia de esclarecimento: A autoria da pesquisa se compromete está à disposição dos sujeitos participantes da pesquisa no sentido de oferecer quaisquer esclarecimentos sempre que se fizer necessário.

Participação voluntária: A participação dos sujeitos no processo de investigação é voluntária e livre de qualquer forme de remuneração, e caso ache conveniente, o seu consentimento em participar da pesquisa poderá ser retirado a qualquer momento.

Consentimento para participação:

Eu estou ciente e concordo com a participação no estudo acima mencionado. Afirmando que fui devidamente esclarecido quanto os objetivos da pesquisa, aos procedimentos aos quais serei submetido e os possíveis riscos envolvidos na minha participação. O responsável pela investigação em curso me garantiu qualquer esclarecimento adicional, ao qual possa solicitar durante o curso do processo investigativo, bem como também o direito de desistir da participação a qualquer momento que me fizer conveniente, sem que a referida desistência acarrete riscos ou prejuízos à minha pessoa e meus familiares, sendo garantido, ainda, o anonimato e o sigilo dos dados referentes à minha identificação. Estou ciente também que a minha participação neste processo investigativo não me trará nenhum benefício econômico.

Eu, SUJEITO DA PESQUISA, aceito livremente participar da pesquisa intitulada

Desenvolvido(a) pelo mestrando (a), _____
do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, sob a
orientação do(a) professor(a) Dr(a) _____, da Universidade
Federal do Acre – UFAC.

Assinatura do Participante

Polegar direito

TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR

Eu, **Nome do Mestrando ou Mestranda**, apresentei todos os esclarecimentos, bem como discuti com os participantes as questões ou itens acima mencionados. Na ocasião expus minha opinião, analisei as angústias de cada um e tenho ciência dos riscos, benefícios e obrigações que envolvem os sujeitos. Assim sendo, me comprometo a zelar pela lisura do processo investigativo, pela identidade individual de cada um, pela ética e ainda pela harmonia do processo investigativo.

Rio Branco , AC, ____ de _____ de 2018

Assinatura do(a) Pesquisador(a)

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Coordenador do MPECIM

Portaria N.º 019, de 04 de janeiro de 2018

