UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO (PROPEG)
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA (CCBN)
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (MPECIM)

VIVIANE MENEZES DE SOUZA MACHADO

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU POR ALUNOS DO SÉTIMO ANO

Rio Branco
2019

VIVIANE MENEZES DE SOUZA MACHADO

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU POR ALUNOS DO SÉTIMO ANO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre (UFAC), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Rio Branco

2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

M149a Machado, Viviane Menezes de Souza, 1977 -
Atividades investigativas na resolução de equações do 1º grau por alunos do sétimo ano / Viviane Menezes de Souza Machado; orientador: Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo. – 2019.
79 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Rio Branco, 2019.
Inclui referências bibliográficas e apêndices.

1. Investigação matemática. 2. Equações de 1º grau. 3. Ensino. I. Melo, Gilberto Francisco Alves de (orientador). II. Título.

CDD: 510.5

Bibliotecária: Nádia Batista Vieira CRB-11º/882.

VIVIANE MENEZES DE SOUZA MACHADO

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU DE ALUNOS DO SÉTIMO ANO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre (UFAC), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovada em: 10/12/2019

____

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo (CAp/UFAC) – Orientador/Presidente

____

Prof.ª Dr.ª Anna Regina Lanner de Moura (UNICEUMA/MA) – Membro Externo

____

Prof.ª Dr.ª Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra (CCET/UFAC) – Membro Interno

____

Prof. Dr. Pierre André Garcia Pires (CELA/UFAC) – Membro Suplente

Rio Branco

2019

Ao meu companheiro e amigo de vida, *Jônatas*, que nos momentos mais difíceis me deu força para alcançar meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Ao longo desta pesquisa, pude contar com a colaboração e incentivo de muitas pessoas.

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter me capacitado e me dado forças para superar as adversidades.

Aos meus pais, Raimundo Maia de Souza e Lúcia Menezes de Souza, que sempre me incentivaram a estudar e ser uma boa pessoa.

À minha família, que me apoiou nos afazeres de casa, compreendendo minha ausência.

Ao meu orientador, professor Gilberto Francisco Alves de Melo, pelos pertinentes apontamentos e pelo empenho dedicado à elaboração deste estudo.

A todos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), em especial às professoras Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra e Salete Maria Chalub Bandeira, pelo incentivo constante para o meu crescimento como docente.

E aos meus colegas de mestrado, em especial os do grupo GEPLIMAC, os quais contribuÍram bastante para o desenvolvimento de minha pesquisa.

RESUMO

A presente pesquisa tem por objetivo compreender como atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de estudantes de uma turma de sétimo ano de escolaridade de uma Escola Particular de Educação Básica e Profissional de Rio Branco, Acre. Trata-se de um estudo de caso, desenvolvido em um ambiente exploratório-investigativo de natureza qualitativa. Os instrumentos usados na construção dos dados foram: diário de campo, atividades escritas e gravações em áudio de todas as aulas ministradas. O referencial teórico adotado está fundamentado em conceitos de Investigação Matemática, como atividade de ensino e aprendizagem, de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), que trabalha questões abertas que proporcionam aos estudantes a formulação de diferentes conjecturas para a resolução de atividades, e na perspectiva teórica de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), sobre a importância de se desenvolver o pensamento algébrico. Os resultados apontaram que as resoluções das atividades forneceram informações importantes sobre como os estudantes pensam algebricamente , estimulou a formulação de hipóteses, elaboração de novas estratégias, autonomia intelectual e qual concepção algébrica foi utilizada. O produto educacional oriundo desta pesquisa é um Guia Didático para o uso de Atividades Investigativas com Equações do 1º grau, contendo atividades que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Equações do 1º grau. Ensino. Aprendizagem. Pensamento Algébrico

ABSTRACT

The present research aims to understand how investigative activities with 1st order equations contribute to the formation of algebraic thinking of a seventh-grade class of a Basic and Professional Education Private School of Rio Branco, Acre. This is a case study, developed in an exploratory-investigative ambiente of qualitative nature. The instruments used in the construction of the data were: field diary, written activities and audio recordings of all classes taught. The theoretical framework adopted is based on concepts of Mathematical Investigation as teaching and learning activity by Ponte, Brocardo and Oliveira (2016), which deals with open questions that provide to students the formulation of different conjectures for the resolution of activities, and the Fiorentini, Miorim and Miguel's (1993) theoretical perspective on the importance of developing algebraic thinking. The results showed that activity resolutions provided important details about how students think algebraically, stimulated the formulation of hypotheses, elaboration of new strategies, intellectual autonomy and which algebraic conception was used. The educational product derived from this research is a Didactic Guide for the use of Investigative Activities with 1st order equations, containing activities aimed at the development of algebraic thinking.

Keywords: Mathematical Investigation. Equations of 1st order. Teaching. Learning. Algebraic thinking

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

Sumário

INTRODUÇÃO

Motivada pela minha experiência na docência, iniciada em 2006, em uma escola pública de Rio Branco, mesmo ano em que me licenciei em Matemática pela Universidade Federal do Acre (UFAC), explorei o uso de Investigação Matemática[1] como atividade de ensino-aprendizagem.

Ao lecionar para o sétimo ano, verifiquei que os alunos possuem dificuldade em compreender a Álgebra, principalmente o conteúdo de equações do 1º grau, em relação à transcrição da linguagem usual para a linguagem algébrica e vice-versa. Ao se depararem com o uso de letras em cálculos, os alunos demostram dificuldade em relação à nova linguagem, o que dificulta a aprendizagem desse conteúdo. Diante disso, vi a importância de explorar atividades investigativas que possam ser realizadas sob a orientação de um docente que valoriza a mediação como forma de proporcionar o desenvolvimento e progressão de seus alunos.

Logo, considerando a crescente preocupação em se desenvolver o pensamento algébrico, foi estabelecida uma relação entre as expectativas de aprendizagem com equações do 1º grau e as concepções algébricas.

As pesquisas mapeadas na Revisão de Literatura mostraram como se dá o pensamento algébrico dos alunos na resolução de equações do 1º grau e quais as principais dificuldades encontaradas pelos mesmos.

Por fim, com base nas leituras realizadas, percebeu-se que o problema da pesquisa consiste na lacuna existente entre o desenvolvimento do pensamento algébrico pelos alunos e o uso da Investigação Matemática.

Objetivando aprofundar o conhecimento sobre este assunto, buscou-se, por meio de pesquisa bibliográfica, compreender os aspectos que se remetem à natureza de se pensar algebricamente.

Nesse sentido, esta pesquisa consiste em responder a seguinte questão: **como atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano?**

Trata-se de um estudo de caso realizado com alunos de uma turma de sétimo ano de escolaridade de uma Escola Particular de Educação Básica e Profissional de

---

[1] A investigação vista pelos matemáticos profissionais procura “[...] descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 13)

natureza qualitativa, feito no 2º bimestre de 2019. Nosso objeto de estudo versa sobre a formação do pensamento algébrico e do conceito de equações de 1° grau. Os dados foram coletados a partir de gravações em áudio e vídeo, registros em Diário de Campo e produções escritas por esses alunos.

Na primeira seção, são apresentadas as razões pelas quais a pesquisadora se propôs a realizar a pesquisa embasadas em sua trajetória profissional, a problemática e a justificativa para a delimitação de seu objetivo.

Na segunda seção, são descritos o processo de revisão sistemática e as fontes de estudo e pesquisa utilizadas. Nessa sessão, também serão apresentadas as mudanças dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em Matemática – eixo Álgebra – Ensino Fundamental.

Na terceira seção, foram retratados o processo de ensino-aprendizagem de Álgebra Elementar ao longo da história, e como se deu o seu ensino, e as concepções de Álgebra e Educação Algébrica apresentadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Também será apresentada uma proposta de atividades elaboradas por Alcalá (2002), com a resolução de situações problemas que sigam uma ordem crescente de complexidade.

Dando continuidade a esta seção, será dissertado sobre o conceito de Investigação Matemática, como utilizar essa abordagem em sala de aula e as concepções de Álgebra e Educação Algébrica.

Na quarta seção, decorrerá a descrição da metodologia adotada nessa investigação, assim como as atividades desenvolvidas com os estudantes, o tipo de pesquisa, os instrumentos utilizados para a construção dos dados, os critérios adotados para a escolha dos sujeitos, como se caracterizam, como se dará o trabalho de campo, as etapas de pesquisa e o produto educacional proposto.

Na quinta seção, sucederá uma análise de seis atividades aplicadas com os estudantes, relacionando as concepções algébricas de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) com as etapas de resolução propostas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016).

E em anexo, o Produto Educacional descrito que consistiu em um guia didático, composto por um texto em formato Word com orientações pedagógicas e sequência de atividades aplicadas com alunos do 7º ano, seguindo o método da Investigação Matemática. As sugestões de atividades serão apresentadas com diferentes estratégias de resolução, baseada na Investigação Matemática sugerida por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016).

As orientações de como desenvolver essas atividades, buscam descrever a contribuição das atividades investigativas para a compreensão da resolução de equações do 1º grau, evidenciando o desenvolvimento do pensamento algébrico construído na resolução das questões em sala de aula pelos alunos, e, nas observações feitas pela professora. Desta forma, o produto educacional tem por objetivo contribuir para a formação dos professores da Educação Básica, no que diz respeito à resolução de equações do 1º grau.

E por fim, é trazido nas considerações finais a resposta referente a questão investigada, e indicações em relação à formação algébrica nos currículos de formação inicial e continuidade de professores(as); limitações da investigação e possíveis continuidades abordando outros aspectos.

1 CONSTRUÇÃO DA PESQUISA

1.1 TRAJETÓRIA DA PROFESSORA-PESQUISADORA FRENTE AO PROBLEMA DE PESQUISA

O primeiro contato que tivemos com o conteúdo de equações do 1º grau na antiga sexta série/atual sétimo ano foi em 1990. Lembro que achava muito estranho o uso das letras nos cálculos, memorizava que tinha que trocar o sinal dos valores quando mudava de lado, mas não entendia o porquê, muito menos o conceito de uma equação do 1º grau. Lembro também que resolvia listas imensas de exercícios de fixação, ou seja, uma prática ainda vigente nas escolas e nas Licenciaturas de Matemática, mas quando me deparava com um problema, tinha muita dificuldade em analisar os dados.

Essa dificuldade se estendeu para o Ensino Médio, em 1993, quando me deparei com o conteúdo de Geometria Analítica, principalmente quando na resolução envolvia expressões algébricas, pois não compreendia o significado das mesmas.

Somente no Curso de Licenciatura em Matemática, em 1998, entendi que a equação era a igualdade entre duas expressões matemáticas que se verifica para determinados valores das variáveis, frente a um Conjunto Universo.

Durante minha formação no Curso de Licenciatura, tive uma melhor compreensão do pensamento algébrico, principalmente nas disciplinas de álgebra Linear I e Álgebra Linear II, onde aprendemos a fazer demonstrações dos resultados de problemas propostos em aula. Porém, os formadores não utilizavam as investigações matemáticas com os licenciandos, limitando-se a exposição da teoria, exemplificações e listas de exercícios a serem cobrados nas provas.

A primeira vez que ensinei equações do 1º grau para alunos do sétimo ano foi em 2006, ano em que também conclui minha Licenciatura. Fiquei surpresa ao ver os resultados dos meus alunos, pois achava que a ministração de várias aulas sobre equação era o suficiente para o aprendizado dos mesmos. Eles apresentaram dificuldade em compreender o uso das letras nos cálculos, em transcrever da linguagem usual para linguagem algébrica e, na interpretação de situações problema envolvendo equações do 1º grau.

Com o passar dos anos, verifiquei que os resultados permaneciam sempre baixos com relação ao conteúdo de álgebra, porém, percebi que minha forma de dar aula também continuava a mesma. Ou seja, apenas expondo conteúdo, aplicando listas de exercícios para fixação e tendo a avaliação escrita no final do bimestre como resultado pronto e acabado do aprendizado dos alunos, sem me importar em como eles analisavam as questões.

Foi quando comecei a me avaliar em relação às práticas pedagógicas e a procurar métodos de investigação que me esclarecessem quais seriam as reais dificuldades dos meus alunos em não compreenderem os conteúdos de álgebra, visando o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Durante vários anos trabalhei diversas estratégias, usando recursos tecnológicos e concretos, como jogos da trilha e da memória, jogos *on line*, produções de vídeo aulas e aulas invertidas, que despertavam o interesse dos alunos pela disciplina, contribuindo para a fixação de conceitos, porém, não sanavam as dificuldades dos alunos em compreender a linguagem algébrica das questões. Seria necessário investigar em que momento da resolução das questões o aluno apresenta dificuldade e como ele pensa.

Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem um índice de 40% de acerto em muitas regiões do país. Segundo os PCNs (BRASIL, 1998), um dos principais problemas na aprendizagem da Álgebra é a noção de variável. Os meus alunos apresentavam aproximadamente 39% a 45% de percentual de acertos.

Observando a situação atual de aprendizagem dos alunos em relação à Álgebra, e principalmente no conteúdo de equações do 1º grau, senti a necessidade de me aprofundar nos estudos referentes ao problema em questão. Foi quando decidi tentar o ingresso no mestrado.

Após ingressar no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), em 2018, iniciei o processo de investigação sobre as dificuldades de meus alunos em compreender o pensamento algébrico na resolução de equações do 1º grau.

Observei ainda que, mesmo utlizando atividades diferenciadas, como jogos, utilização de materiais concretos e digitais em minhas aulas, não sabia explorá-las, ao ponto de fazer com que os meus alunos refletissem sobre as respostas dadas.

Entendi que seria necessário pesquisar tais dificuldades usando atividades que auxiliassem os alunos a formular hipóteses e a observar os erros mais frequentes durante as resoluções das mesmas. Toda essa reflexão tem mudado a forma de como desenvolvo minhas aulas, nas quais observo mais o que o aluno já sabe e como ele significa isso nas atividades.

Foi por meio da revisão de literatura que tive a direção de minha pesquisa, comecei buscando estudos que trabalhassem as equações de forma lúdica através de jogos, mas, no decorrer das pesquisas, encontrei trabalhos de pesquisadores portugueses que exploravam o problema de formas diferentes, não apenas como aplicação, mas de forma investigativa, valorizando as estratégias do aluno e olhando para os erros como um norte para a sequência das atividades.

O estudo baseia-se em investigações realizadas pelos pesquisadores portugueses João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira (2016). A proposta desses autores consiste em trabalhar atividades com questões abertas, de caráter investigativo-exploratório, que permitem ao aluno formular diferentes formas de pensamento. Essa investigação, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 20), se divide em quatro momentos principais.

> O primeiro abrange o conhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Esses momentos nem sempre acontecem nessa ordem, podendo acontecer simultaneamente, dependendo de como os alunos formulam as hipóteses durante a resolução.

Na revisão da literatura, também foram encontrados trabalhos que investigam o ensino e a aprendizagem da Álgebra Elementar. Dos autores Scarlassari (2007), Fernandes (2011), Panossian (2008), Déchen (2008), Macalli (2017), estes trazem contribuições importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, como a autonomia na resolução de problemas, na formulação de conjecturas e na tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica.

1.2 PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

A Álgebra sempre é encarada como algo muito complexo, tanto pelos alunos, quanto pelos professores, de modo geral. Muitas vezes, isso acontece pelo fato de o aluno não conseguir significá-la no seu dia a dia, tornando o estudo não prazeroso.

Outro motivo, seria a não compreensão do erro nas atividades propostas, o que acaba frustando muitos alunos. Por exemplo, quando queremos o valor da incógnita x na equação 2x = 4, mas o aluno não compreende que 2x representa o dobro de um número, ou quando pedimos o valor da incógnita x de uma equação do 1º grau, mas ele não compreende que esse valor deve provar uma igualdade, nem entende o conceito de variável.

As condições de trabalho, incluindo a rotina corrida dos professores, também colabora para que os mesmos não procurem novas formas de ensinar esse conteúdo, nem busquem compreender como os alunos constroem o pensamento algébrico durante as resoluções de atividades.

Existem alguns elementos que caracterizam o pensamento algébrico: “Percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença de generalização” (FIORENTINI et al., 1993, p. 87). É essa concepção de pensamento algébrico que assumimos nesse texto e na análise dos dados.

Sendo assim, para que o aluno compreenda o pensamento algébrico, é necessário que o professor utilize bons problemas, os quais permitam uma investigação de como esse pensamento ocorre e como se dá o erro para, a partir disso, formular novas conjecturas, ajudando na construção de novas estratégias de resolução.

Por fim, com base nas leituras realizadas para a revisão de literatura, percebe-se que o problema consiste na lacuna existente entre o desenvolvimento do pensamento algébrico pelos alunos e o uso da Investigação Matemática. Nessa lacuna, a inquietação traduz-se na questão a seguir.

1.3 QUESTÃO

Como atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano?

1.4 OBJETIVO GERAL

Compreender como atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano.

1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Descrever as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de equações do 1º grau;
- Refletir sobre as manifestações do pensamento algébrico nas atividades investigativas; e
- Analisar as possíveis contribuições das atividades investigativas com equações do 1º grau para a formação do pensamento algébrico.

Frente ao exposto, vê-se na Investigação Matemática uma forma de analisar o porquê dos alunos terem dificuldade em resolver equações do 1º grau.

Na próxima sessão, será discutido como outros autores trabalham esse tipo de atividade e quais são os resultados obtidos.

2 REVISÃO DE LITERATURA SOBRE O USO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS COM EQUAÇÕES DO 1º GRAU E A FORMAÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Nesta sessão, serão apresentados os estudos que contribuíram para a construção dessa pesquisa. O contato com estudos de autores portugueses, como Ponte, Brocardo e Oliveira, durante a disciplina de Fundamentos da Pesquisa, despertou o interesse especial pelo uso de atividades investigativas em sala de aula.

Optou-se por explorar artigos que tratassem de ensino-aprendizagem, ou ensino, ou aprendizagem de álgebra, em nível de ensino fundamental, a fim de possibilitar contemplar as diversas vertentes de estudo nesta área. Foram selecionados artigos publicados durante os últimos 12 anos. Foram consultados os Anais do II Congresso Nacional de Educação Matemática (CNEM), a Revista Eletrônica da Matemática (REMAT), a Revista *ResearchGate*, o Google Acadêmico, o Repositório da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), o Repositório da Produção Científica e Intelectual da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), a Biblioteca Digital da Universidade de São Paulo (USP), o Repositório Institucional da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), a Revista Eventos Pedagógicos e o Repositório da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES).

2.1 PESQUISAS EM ARTIGOS, DISSERTAÇÕES E TESES SOBRE O USO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS COM EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Quadro 1: Artigos e dissertações pesquisados para o Estado da Arte

Tipo de trabalho	Título	Autor	Ano
Dissertação	Um estudo de dificuldades ao aprender Álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental.	Nathalia Tornisiello Scarlassari	2007
Dissertação	Iniciação à práticas de letramento algébrico em aulas exploratórias investigativas.	Fernando Luís Pereira Fernandes	2011
Dissertação	Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino.	Maria Lucia Panossian	2008

Continua

Conclusão

Tipo de trabalho	Título	Autor	Ano
Dissertação	Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6ª série do ensino fundamental: Indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos.	Tatiane Déchen	2008
Artigo	Investigação Matemática e a construção do pensamento algébrico: uma metodologia de ensino a compreensão de incógnitas.	Gabriela Nery Pereira e Maria Nilsa Silva Braga	2012
Dissertação	Atividades investigativas para o ensino da Álgebra em turmas de 7º ano e 9º ano do ensino fundamental.	Ludimila Macalli	2017
Artigo	Atividades investigativas desenvolvidas com alunos do Ensino Médio.	Ludimila Macalli, Marli Teresinha Quartieri, Daniela Saldanha, Bruna dos Santos e Ieda Maria Giongo.	2017
Artigo	Projeto ação na escola: o uso da Investigação Matemática no laboratório de aprendizagem.	Cristiane Campara Schwerz, Taíse Ceolin e Maria Cristina Pansera de Araújo.	2011
Artigo	O uso da calculadora em sala de aula: uma proposta de atividade investigativa.	Josianne Repski e Joice Jaquelinne Caetano	2013
Dissertação	Atividades investigativas: abordagem investigativa na aprendizagem da Matemática.	Sara Raquel Perestrelo Côrte	2012
Artigo	Atividades investigativas envolvendo produtos notáveis e equações do segundo grau.	Ana Rafaela Correia Ferreira e Warley Machado Correia	2011

Fonte: O autor (2019).

2.2 CRITÉRIOS DE ESCOLHA DOS TRABALHOS

A princípio, pesquisou-se por artigos e dissertações que abordassem as atividades investigativas com o conteúdo de equações do 1º grau durante os últimos 12 anos. Como a quantidade de trabalhos encontrados foi pouca, estendeu-se a pesquisa para artigos que utilizassem as atividades investigativas com outros conteúdos de matemática.

2.3 SÍNTESE DOS TRABALHOS, BUSCANDO RELACIONAR COM MINHA PESQUISA NO QUE SE APROXIMA E EM QUE SE DISTANCIA

Ao pesquisar trabalhos que apresentassem semelhança com minha pesquisa, encontrei 11, entre eles artigos e dissertações que utilizam atividades investigativas. O primeiro trabalho consistiu em um estudo de caso realizado com duas classes de estudantes de uma turma de sexta série de escolaridade de uma Escola de Ensino Fundamental de Piracicaba, São Paulo, em 1999, realizado por Scarlassari (2007). O estudo se baseou em uma estratégia qualitativa de pesquisa, de caráter exploratório, por meio de uma pesquisa de campo, que teve por objetivo principal caracterizar as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Álgebra. O estudo se fundamentou em autores que tratam dessa mesma temática, tendo como principais fontes de pesquisa Davidov (1982), Miorim et al. (1993), Booth (1995), Sousa (2004), Moreira (2005) e Vygotsky (2003, 2005) e Fiorentini (2007).

Scarlassari (2007), ao realizar uma comparação entre as duas escolas, utilizando uma abordagem tradicional pela manipulação simbólica, resolução e correção de exercícios e realização de atividades que propõem o desenvolvimento de nexos conceituais da Álgebra Elementar, tais como campo de variação, fluência, linguagem, operacionalidade, unidade e variável, observou que os estudantes apresentaram maior facilidade para realizar as atividades propostas com atividades investigativas.

Fernandes (2011), em pesquisa-ação desenvolvida em um ambiente exploratório-investigativo de natureza qualitativa, sobretudo interpretativa, sobre o desenvolvimento de letramento algébrico de estudantes de uma turma de sétima série de escolaridade de uma Escola Pública de São Paulo, observou que os estudantes se apropriaram de um modo de produzir sentido e estabelecer relação com a atividade algébrica, concebida como prática cultural e social de leitura e escrita de textos que mobilizam signos algébricos, e o conhecimento matemático, mediante uma dinâmica exploratória-investigativa.

Constituiram-se os dados a partir de registros em Diário de Campo e narrativas produzidas pelo auxiliar de pesquisa, relatórios e cartazes produzidos pelos estudantes e gravações em áudio e vídeo. Utilizou-se como referencial teórico os estudos realizados por Oliveira (1996), Fiorentini (2000), Vigotsky (2000), Ponte (2003), Brocardo (2006) e Lorenzato (2006).

Panossian (2008) desenvolveu um estudo de caso realizado com estudantes de uma turma de sexta série de uma Escola de Ensino Fundamental de São Paulo, objetivando investigar as manifestações e as peculiaridades do movimento do pensamento e da linguagem algébrica, para lhes propiciar condições adequadas de apropriação do sistema simbólico-algébrico, utilizando-o como recurso facilitador na resolução de situações-problema. Utilizou-se como referencial teórico os estudos de Moura (1996, 2001), Moyses (1997), Bernardes (2000), Moretti (2003), Papini (2003), Cedro (2004), Sforni (2004) e Souza (2004). A partir desse estudo, decorreram as sínteses que indicam elementos relacionados aos processos de pensamento e linguagem que podem ser a origem das dificuldades dos estudantes com o conteúdo algébrico. Dentre esses elementos, destacaram-se a necessidade de ações propostas pelo docente que introduzam o pensamento teórico; a pretensa linearidade do conhecimento aritmético para o algébrico; a preocupação com a formação de conceitos, e não somente sua aplicação; e a compreensão do significado do simbolismo algébrico e dos conceitos a ele subjacentes.

Déchen (2008), em sua dissertação, teve como objetivo identificar indícios de formação e desenvolvimento de linguagem e pensamento algébrico de estudantes que estão em processo de aprendizagem desse conteúdo. Foram observadas a dinâmica e as comunicações que ocorreram durante o desenvolvimento de tarefas exploratório-investigativas em duas turmas de sexta série de uma Escola Particular de Americana, São Paulo.

Agruparam-se os dados em três blocos, sendo: (1) o movimento da aula investigativa e os indícios do pensamento e da linguagem algébricos; (2) os movimentos da sala de aula que geraram conflitos e dificuldades; e (3) o conflito entre o pensamento e a linguagem. Déchen (2008) utilizou como referencial teórico os estudos de Souza (1994), Fonseca (2000), Ponte (2003), Ferreira (2005), Skovsmose (2006), Brocardo (2006) e Fiorentini (2006).

O pesquisador observou que as dificuldades apresentadas pelos estudantes vêm de encontro com as dificuldades de compreensão de conceitos, principalmente os de variável e linguagem. Observou-se, também, que os estudantes, ainda com o pensamento aritmético, foram induzidos a usar a linguagem simbólica utilizada pela professora sem que tenham desenvolvido os conceitos necessários para o entendimento. O tempo necessário para dar significado aos conceitos parece constituir o principal limite dentro desse contexto educacional.

Pereira e Braga (2012) objetivaram compreender de que forma o uso de Investigação Matemática como metodologia de ensino pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico por uma turma de sexta série de uma Escola Particular de Jequié, Bahia. O estudo se baseou em uma abordagem qualitativa de pesquisa, a partir de estudo de caso com traços em pesquisa-ação. Levantaram-se os dados a partir de registros produzidos pelos estudantes e anotações realizadas pela pesquisadora.

O estudo se fundamentou teoricamente em Brocardo (2003), Oliveira (2003), Ponte (2003), Cristóvão (2009), Fernandes (2009) e Fiorentini (2009). Foram apresentados indicativos de que o uso de investigações matemáticas como metodologia de ensino pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a construção do conceito de incógnitas.

Maccali (2017) teve como objetivo avaliar as estratégias elaboradas por estudantes de sétima e nona série de duas Escolas Públicas de Educação Básica, localizadas em Vale do Taquari, Rio Grande do Sul, ao realizarem atividades investigativas em grupos envolvendo concepções algébricas. O estudo se baseou em uma estratégia qualitativa de pesquisa, utilizando o estudo de caso. Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados o Diário de Campo, as atividades desenvolvidas pelos estudantes, registros fotográficos e gravações em áudios.

O estudo se fundamentou em conceitos teóricos elaborados por Usiskin (1995), Brocardo (2009), Oliveira (2009) e Ponte (2009). Maccali (2017) concluiu que atividades de investigação matemática proporcionam aos estudantes momentos de autonomia, cooperação e interesse pela descoberta.

Maccali et al. (2009) objetivaram propiciar a estudantes de uma turma de primeiro ano de uma Escola Pública de Vale do Taquari, Rio Grande do Sul, atividades de investigação matemática, utilizando conteúdos de álgebra, produtos notáveis e equações de 2º grau.

O estudo se baseou em uma abordagem qualitativa de pesquisa, considerando-se as observações realizadas pelos estudantes durante as atividades, além de um Diário de Campo. Foram registradas todas as aulas em gravações de áudio. Os autores se fundamentaram teoricamente em Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). Os resultados demonstraram que atividades de investigação matemática auxiliam na potencialidade do trabalho em grupo.

Schuerz, Ceolin e Araújo (2011) promoveram um estudo sobre conceitos matemáticos de equações do 1º grau, razão e proporção com um grupo de 10 estudantes de uma turma de sexto ano de uma Escola Pública Estadual de Ijuí, Rio Grande do Sul. O estudo se baseou em uma abordagem qualitativa de pesquisa, fundamentada teoricamente em estudos realizados por Lerman (1989) e Gouvêa (1999).

Repski e Caetano (2013) propuseram atividades investigativas que podem ser trabalhadas durante a inserção de tecnologias em sala de aula e o início de sua exploração. O estudo se baseou em uma estratégia qualitativa de pesquisa, desenvolvida com seis professores de matemática que atuavam em uma determinada Escola de Ensino Público de Prudentópolis, Rio Grande do Sul.

Os autores se fundamentaram teoricamente em Oliveira (1999), D'Ambrósio (2002), Bigode (2008), Lorente (2009) e Paraná (2008). O estudo destaca a importância de se reconhecer a calculadora como uma ferramenta útil; a necessidade de se conhecer o significado de valores numéricos; e a importância de se interpretar os resultados obtidos.

Cortê (2012) objetivou estudar a prática de atividades investigativas em sala de aula e, assim, compreender sua contribuição para o processo de ensino-aprendizagem de matemática. O estudo se baseou em uma abordagem qualitativa de pesquisa, realizada com estudantes de sétima e oitava série de uma Escola de Ensino Básico de Funchal, Portugal.

O estudo teve como referencial os conceitos teóricos elaborados por Bogdan (1994), Abrantes (1998), Leal (1998), Ponte (1998) e Frota (2011). Os estudantes obtiveram respostas mais rápidas com a utilização de material manipulável, além de adquirirem e desenvolverem o espírito crítico durante a resolução das questões.

Ferreira e Correia (2011) proporcionaram a acadêmicos de um Curso de Licenciatura em Matemática não apenas uma aprendizagem significativa em geometria analítica, mas também uma possível melhoria em como conduzirão o processo de aprendizagem de seus futuros alunos.

O estudo se baseou em uma abordagem qualitativa de pesquisa, fundamentada teoricamente em David Ausubel (2000), Brocardo (2003), Oliveira (2003) e Ponte (2003). Os recursos utilizados possibilitaram aos estudantes conferirem significado às expressões, interpretando geometricamente, de forma inicial, os cálculos algébricos.

Os estudos de Scarlassari (2007), Fernandes (2011), Panossian (2008), Déchen (2008) e Macalli (2017), Pereira e Braga (2012), e Shuerz, Celoni e Araújo (2011) apresentam maior aproximação ao objeto de estudo dessa pesquisa. Os estudos acima citados se baseam em uma abordagem qualitativa de pesquisa, a partir de estudos de casos de utilização de atividades investigativas com equações do 1º grau.

Com relação aos resultados obtidos nesses trabalhos, constatou-se que, no de Scarlassari (2007), a escola onde foram trabalhadas atividades que propunham o desenvolvimento dos nexos conceituais da Álgebra Elementar, tais como fluência, variável, campo de variação, linguagem, operacionalidade e unidade, os alunos tiveram menos dificuldade. Já no de Fernades (2011), os alunos se apropriaram de um modo de produzir sentido e estabelecer relação com a atividade algébrica, concebida como prática social de leitura e escrita de textos que mobilizam signos próprios da Álgebra.

Para Panossian (2008), das análises decorrem as sínteses que indicam elementos que, em relação aos processos de pensamento e linguagem, podem estar na origem das dificuldades dos estudantes com o conteúdo algébrico. Para Déchen (2008), notou-se que as dificuldades encontradas pelos alunos tiveram origem na falta de conceitos, principalmente o de variável e na diferente linguagem usada pela professora. Macalli (2007) observou que os estudantes gostam de ser desafiados durante as aulas e que, por meio de atividades investigativas, elaboram distintas estratégias para a resolução de questões.

Pereira e Braga (2012) verificaram que atividades investigativas contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a construção do conceito de incógnitas, além de ser uma boa estratégia para o processo de ensino-aprendizagem. Shuerz, Celoni e Araújo (2011) observaram, ainda, que esse tipo de atividade instiga o estudante a participar, pensar sobre, refletir, analisar e obter conclusões acerca do conceito matemático envolvido.

Os que mais se distanciaram dessa pesquisa, foram os artigos de Ferreira e Correia (2011), que abordam atividades investigativas, porém, com o conteúdo de geometria analítica; Repski e Caetano (2013), que abordam atividades investigativas com o uso da calculadora, porém, em cálculos aritméticos; e, por fim, Maccali et al. (2009), que utilizaram atividades investigativas, porém com o conteúdo de produtos notáveis e equações de 2º grau.

Com relação aos resultados obtidos nesses trabalhos, viu-se que, no artigo de Ferreira e Correia (2011), esse tipo de atividade possibilitou ao estudante conferir um tipo de significado às expressões, interpretando geometricamente, de forma inicial, os cálculos algébricos.

Num estudo realizado por Repski e Caetano (2013), verificou-se o reconhecimento da calculadora como uma ferramenta; a necessidade de conhecer o significado dos valores numéricos, tanto daqueles pertinentes às situações propostas, como daqueles que surgem nas respostas dadas resultante do trabalho em grupo; e a importância da interpretação dos resultados obtidos.

Em estudo realizado por Maccali et al. (2009), evidenciou-se que atividades de investigação matemática auxiliam na potencialidade do trabalho em grupo e que os educandos encontraram diferentes estratégias para as resoluções das atividades.

Apesar desses trabalhos possuírem em comum a utilização de atividades investigativas como instrumento para a análise dos dados, os conteúdos de matemática trabalhados os aproximam ou distanciam dessa pesquisa.

2.4 REFERENCIAL TEÓRICO DA PESQUISA

Tendo como base a revisão de literatura, a nossa questão de pesquisa “como atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano?” e considerando os objetivos propostos, optou-se pelos seguintes estudos para a elaboração de um referencial teórico: os estudos de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), que discutem a introdução ao pensamento algébrico, ou seja, observaremos a concepção álgébrica utilizada e como pensam algebricamente durante o processo de resolução; e Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), sobre o uso de investigações matemáticas.

Na próxima sessão, serão apresentados um breve histórico sobre a Álgebra e o pensamento algébrico, as alterações com a BNCC de 2019 e sua interferência sobre o processo de ensino de equações do 1º grau.

3 ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA ELEMENTAR (EQUAÇÕES DO 1º GRAU)

As dificuldades que os alunos apresentam hoje no ensino da Álgebra elementar no Brasil, e especialmente no Acre, possivelmente, seja um reflexo de sua evolução desde a inclusão no currículo. É importante fazer um breve estudo da sua história no currículo brasileiro para que se compreenda melhor o que ocorre hoje nas escolas.

Segundo Miguel, Fiorentini e Miorin (1992), a preocupação legal em introduzir a Álgebra no ensino brasileiro ocorreu com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799. O estudo da Álgebra foi introduzido no formato de aulas avulsas, junto com as disciplinas de Aritmética, Geometria e Trigonometria, as quais já faziam parte do ensino.

A primeira vez que introduziram a Álgebra no ensino secundário brasileiro foi no século XIX. Segundo Miguel, Fiorentini e Miorin (1992), desde o início do estudo da Álgebra até o início da década de 60, quando se inicia o Movimento da Matemática Moderna, o seu ensino era predominantemente de caráter mecânico e reprodutivo, sem clareza alguma, já que seu ensino era, na maioria das vezes, apresentado por meio de procedimentos que conduziam a uma aprendizagem mecânica.

Uma das maiores dificuldades dos alunos no ensino da Álgebra, em particular nas equações do 1º grau, é compreender a linguagem algébrica. Seria interessante que o estudo da Álgebra fosse introduzido nos anos iniciais do Ensino Fundamental de maneira informal, trabalhando a mesma em parceria com a aritmética.

Os PCNs de Matemática partem do pressuposto de que, para que o estudante possa entender Álgebra simbólica, é necessário que os professores considerem, já nos anos iniciais, o estudo da Álgebra (BRASIL, 1998).

No quadro a seguir, Chica, Barnabé e Tenuta (2017) apresentam algumas mudanças dos PCNs para a BNCC, com relação ao ensino da ágebra no Ensino Fundamental.

Quadro 2: As mudanças dos PCNS para a BNCC em Matemática – eixo Álgebra-Ensino Fundamental

Como era nos PCNs	A Álgebra estava contemplada no bloco de números e operações, trazendo como principais conteúdos a utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em sequências numéricas, a compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas e a construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples. Isso aparecia a partir do 7º ano e não tinha nenhuma construção anterior ou posterior das habilidades do pensamento algébrico.
Como ficou na BNCC do 1º ao 5º ano	Agora, a Álgebra compõe um dos cinco eixos temáticos apresentados pela Base. Há um foco no pensamento algébrico e não nas operações algébricas, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os conteúdos se relacionam à percepção e ao estabelecimento de padrões e regularidade, às propriedades das operações e ao sinal de igualdade, às ideias de proporcionalidade e equivalência, entre outros.
Como ficou na BNCC do 6º ao 9º ano	As equações não são mais trabalhadas de forma exaustiva nos 8º e 9º anos. A ênfase é dada à capacidade de resolver situações-problema utilizando o pensamento algébrico, e isso pode ou não envolver equações e inequações. Essa introdução da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental seria de grande importância para a compreensão das equações do 1º grau no 7º ano. Outro ponto importante seria a escolha de atividades algébricas que não contemplassem apenas a fixação de conceitos e as transformações algébricas.

Fonte: Nova Escola (2017).

Considera-se a introdução do ensino da Álgebra nos anos iniciais pela BNCC um grande avanço, uma vez que os alunos sentem um grande impacto ao se depararem com esse conteúdo no sétimo ano e, principalmente, ao estudarem equações do 1º grau, quando o mesmo terá uma iniciação algébrica, a qual deverá ter continuidade nos anos seguintes, de tal modo que lhes sejam oferecidas condições de compreensão da linguagem algébrica, podendo assim significar seu pensamento durante a resolução das mesmas.

Para Lins e Gimenez (1997, p. 137), “a atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a Álgebra.” Sendo assim, o estudo da Álgebra deve produzir significado. O estudante precisa compreender como se dá o pensamento algébrico.

Ao se deparar com equações do 1º grau, boa parte dos alunos tem dificuldade em compreender o conceito de variável, não entendendo o porquê da letra neste cálculo. Caraça (2005, p. 134) se refere à equação algébrica como toda igualdade da forma a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + $a_{n-2}x^2$ + $a_{n-1}x$ + a_n = 0 (com a_0 ≠ 0 e *n* inteiro e positivo), denominando-a de equação polinominal. Sendo n o grau e os valores de a_0, a_1, ... , a_n, os coeficientes da equação. Ele fala também que ao colocarmos um número (α) no lugar de x, transformamos a equação numa identidade, tal que $a^0\alpha^n$ + $a_1\alpha^{n-1}$ + ... + $a_{n-2}\alpha^2$ + $a_{n-1}\alpha$ + a_n = 0. Nela, α representa a raiz da equação.

Outra dificuldade apresentada se dá na transição da linguagem aritmética para a linguagem algébrica, como sustenta Ponte (2016, p. 39), ao destacar que algumas das

> dificuldades dos alunos são na transição da aritmética para álgebra. Dificuldades em usar letras para representarem variáveis e incógnitas, traduzir informação da linguagem natural para a linguagem algébrica e compreender as mudanças de significados, na aritmética e na álgebra.

As mudanças trazidas pela BNCC no estudo da Álgebra vieram para auxiliar o trabalho do professor, pois, ao introduzir a Álgebra nos anos iniciais, pode facilitar a compreensão de equações do 1º grau no sétimo ano do ensino fundamental, ou seja, incentiva a escolha de atividades algébricas que não contemplem apenas a fixação de conceitos e as transformações algébricas, o que faz a BNCC se aproximar mais dos estudos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) a respeito do uso das atividades investigativas nas aulas de matemática.

Para melhor compreensão do pensamento algébrico, é necessária a utlização de bons problemas, os quais estimulem o aluno a formular hipóteses, entrando num cenário investigativo.

Esse cenário tem como fundamentação teórica os autores portugueses Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p.23), para os quais "o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e efetivos, com vista a atingir um objetivo."

Conforme o que foi mencionado, com a mudança da BNCC em relação a introdução da Álgebra nos anos iniciais, deve-se optar por atividades que proporcionem ao estudante fazer a relação dos conceitos adquiridos sobre padrões, regularidades, propriedades das operações, sinal de igualdade, proporcionalidade e equivalência, com as letras nas sentenças matemáticas, produzindo assim significado.

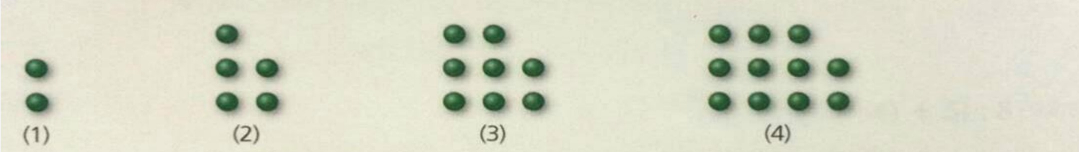
Vale-se ressaltar, ainda, a importância de se relacionar a linguagem algébrica com a linguagem materna, devido a dificuldade em compreedê-la.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) propuseram uma reflexão sobre a Educação Algébrica elementar por meio de uma análise que compara as concepções de Educação Algébrica ao longo da História do Ensino de Matemática com as concepções da Álgebra que se evidenciaram no desenvolvimento histórico desta. Essas concepções são:

1. Processológica – considerada como um conjunto de procedimentos, técnicas, artifícios, processos e métodos (técnicas algorítmicas). Exemplo: Qual o valor de y na equação y – 11 = 10?

2. Linguístico-Estilística – considerada como uma linguagem específica, enfatiza a forma de expressão do pensamento algébrico. Exemplo: Observe a sequência de figuras e complete a tabela supondo que se mantenha o padrão de cada sequência.

Figura 1: Exemplo de concepção Linguístico-Estilística



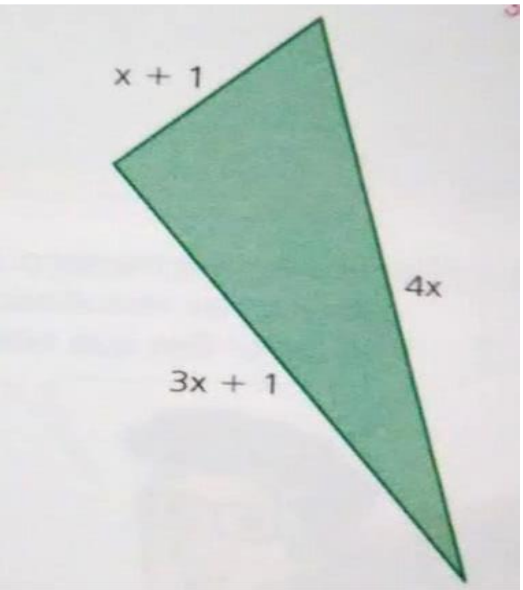
Número da figura	1	2	3	4	7	25	n
Número de bolas	2	5	8	11	20	74	$3 \cdot n - 1$

Fonte: IMENES (2010).

3. Linguístico-Sintática-Semântica – além de uma linguagem específica, como a anterior, o poder criativo e instrumental de uma dimensão sintática-semântica (linguagem simbólica). Exemplo: Reescreva para linguagem algébrica da Matemática a frase “Subtraindo 18 de um número, obtemos 90”.

4. Linguístico-Postulacional – além de concebê-la como uma linguagem simbólica, imprime aos signos lingüísticos um grau de abstração e generalidade que se estende o domínio da Álgebra a todos os campos da Matemática. Exemplo: Considere o triângulo da figura 2, no qual as medidas dos lados são dadas em centímentros. Sabendo que o perímetro do triângulo é 18 cm, descubra a medida de cada lado.

Figura 2: Exemplo de concepção Linguístico-Postulacional



Fonte: IMENES (2010).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 83) defendem que

> uma vez identificados e caracterizadas as concepções mais freqüentes da álgebra que podem ser inferidas a partir das diferentes leituras do desenvolvimento histórico desse campo, a questão que se coloca é: em que medida elas se relacionam com as concepções dominantes de Educação Algébrica que se manifestaram ao longo da história da educação matemática elementar?

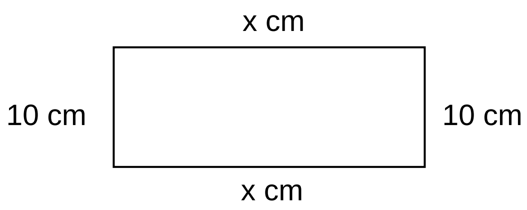
Frente ao exposto, vê-se a necessidade de aplicar atividades com questões de níveis de complexidade variados nas aulas, proporcionando aos alunos diversas formas de desenvolvimento do pensamento algébrico e, aos professores, uma análise mais precisa do nível de aprendizagem do aluno. A seguir, veremos como essas concepções se relacionam com as concepções da Educação Algébrica.

As concepções de Educação Algébrica propostas são:

1. Linguístico-Pragmática – vincula o papel pedagógico da Álgebra como instrumento de resolução de problemas. “prevalece a crença de que a aquisição, ainda que mecânica, das técnicas requeridas pelo ‘transformismo algébrico’ seria necessária e suficiente para (...) a capacidade de resolver problemas”. (Fiorentini, Miorim; Miguel, 1993, p. 83). Exemplo: consideremos $x = 2y + 10$ e tomemos $y = 5$. Qual o valor de x?

2. Fundamentalista-Estrutural – de natureza linguística, contrapõe a anterior. Fundamenta-se na concepção linguístico-postulacional, que concebe a Álgebra um papel fundamentador dos vários campos da Matemática – ciência das estruturas. Exemplo: Um retângulo possui lados paralelos de medidas iguais. Então, se um lado do retângulo mede 10cm, o lado paralelo a esse deve medir 10 cm também. Considerando que a largura do retângulo é x, qual a medida da largura, sabendo que o perímetro é de 60 cm?

Figura 3: Exemplo de concepção Fundamentalista-Estrutural



Fonte: O autor (2019).

3. Fundamentalista-Analógica – é uma síntese das duas primeiras, pois recupera o valor instrumental da Álgebra e mantém seu caráter fundamentalista, apoiada em recursos analógicos geométricos, portanto, visuais. Exemplo: Qual o volume do seu livro didático sabendo que v = c . l . a ?

De acordo com os autores, a carcterística comum às três primeiras concepções da Álgebra é que o pensamento algébrico do aluno se reduz a linguagem algébrica. Ou seja, existe um foco na linguagem dos símbolos, que muitas vezes não tem significado para o aluno.

> Para Vygotsky (1993), pensamento e linguagem são interdependentes, um promovendo o desenvolvimento do outro e vice-versa. Ou seja, no processo ensino-aprendizagem, a linguagem não antecede necessariamente o pensamento, embora a apropriação da linguagem possa potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p.4).

Quando existe um avanço no pensamento algébrico, a linguagem algébrica também avança. Esse fato ocorreu no movimento lógico-histórico da Álgebra e também na Educação Algébrica.

Ribeiro (2007) faz um estudo epistemológico da noção de equação, no qual o autor leva em conta a concepção de equação, enquanto um objeto de estudo ao longo da história da Matemática, e a concepção de equação como um algoritmo, como retratada em livros didáticos.

Quadro 3: Multisignificados de uma equação

Significado	**Características**	**Exemplos**
Intuitivo-pragmática	Equação concebida como noção intuitiva, ligada à idéia de igualdade entre duas quantidades. Utilização relacionada à resolução de problemas de ordem prática originários de situações do dia-a-dia.	Babilônios e Egípcios; Livros didáticos de: Bourdon e de Imenes & Lellis
Dedutivo-geométrica	Equação concebida como noção, ligada às figuras geométricas, segmentos e curvas. Utilização relacionada à situações envolvendo cálculos e operações com segmentos, com medidas de lados de figuras geométricas e intersecção de curvas.	Gregos; Omar Khayyam – Geometria das Curvas.
Estrutural-generalista	Equação concebida como noção estrutural definida e com propriedades e características próprias, considerada por si própria e operando-se sobre ela. Utilização relacionada com a busca de soluções gerais para uma classe de equações de mesma natureza.	Al-Khwarizmi; Descartes; Abel e Galois.
Estrutural-conjuntista	Equação concebida dentro de uma visão estrutural, porém diretamente ligada à noção de conjunto. É vista como uma ferramenta para resolver problemas que envolvam relações entre conjuntos.	Rogalski; Warusfel; Bourbaki.
Processual-tecnicista	Equação concebida como a sua própria resolução – os métodos e técnicas que são utilizadas para resolvê-la. Diferentemente dos estruturalistas, não enxergam uma equação como um ente matemático.	Pesquisas em Educação Matemática: Cotret (1997); Dreyfus & Hoch (2004).

Continua

Conclusão

Significado	Características	Exemplos
Axiomática-postulacional	Equação como noção da Matemática que não precisa ser definida, uma idéia a partir da qual outras idéias, matemáticas e não matemáticas, são construídas. Utilizada no sentido de Noção Primitiva, como ponto, reta e plano na Geometria Euclidiana	Chevallard; Primeiro significado que poderia ser discutido no ensinoaprendizagem de Álgebra.

Fonte: Ribeiro (2007).

Concluindo, vimos que o axiomático-postulacional deveria ser o primeiro significado a ser discutido no processo de ensino e aprendizagem pois

> a importância de ser usado diferentes registros de representação semiótica para a construção do conhecimento matemático é presumível que articulando o intuitivo-pragmático com o geométrico, por exemplo, podemos propiciar situações em que a idéia de equação ainda entendida como uma igualdade de quantidades pode ser interpretada e representada de diferentes formas gráficas, seja por meio de diagramas, de esquemas gráficos, ou mesmo, posteriormente, pela intersecção de curvas, gerando uma solução para o problema apresentado (RIBEIRO, 2007, p. 129).

É necessário que o processo de ensino-aprendizagem de equações do 1º grau seja concebido de forma clara e significativa, buscando a compreensão dos conceitos envolvidos.

Alcalá (2002) propõe o desenvolvimento de situações-problema e exercícios organizados em níveis de complexidade crescentes, conforme o quadro a seguir.

Quadro 4: Síntese dos níveis de complexidade no trabalho com equações do 1º grau

Níveis	Descrição	Exemplos
1	Atividades que envolvam problemas do tipo aditivo, sendo para a resolução necessário somente utilizar as operações de adição e subtração.	X + 3 = 17, 30 = x + 4 Pensei em um número, somei 6 e obtive 25. Em que número pensei? Pensei em um número, subtrai 10, quanto deu? Então você pensou em tal número.

Continua

Conclusão

Níveis	Descrição	Exemplos
2	Atividades que envolvam problemas do tipo multiplicativo, sendo para a resolução, necessário somente utilizar as operações de multiplicação e divisão.	$3x = 21$, $\frac{x}{4} = 10$ Pensei em um número, multipliquei por 2 e obtive 24. Em que número pensei? Pense em um número, divida por 4, quanto deu? Então você pensou em tal número.
3	Propor problemas e exercícios que envolvam em suas resoluções as operações aditivas e multiplicativas.	$3x + 4 = 28$, $27 = 3x - 9$ Pense em um número, multiplique por 4 e subtraia 6. Qual equação podemos montar? Qual o número pensado?
4	As atividades deste nível envolvem as variações da equação fundamental $ax + b = c$.	$2x + 5 + 3x = 8 + 17$, $2m + 3 + 3m + 2 = m + 2 + 2m$ Em um lado da balança temos três quantidades 7, 11, e 12. No outro lado, há um grupo de três caixas. Se todas as caixas são iguais, qual o "peso" de cada uma?
5	As atividades para este nível devem envolver números inteiros.	$2x = -10$, $3b + 7 = b - 5$ Que número pode ser multiplicado por 4 e somado a 30 que resulta em 10?
6	As atividades deste nível envolvem a aplicação da propriedade distributiva.	$2(2m + 10) = 50$, $2(x + 3) - 6(5 + 2x) = 24 - 20$ A soma de três números consecutivos é 114. Que números são esses?
7	Neste nível, as atividades envolvem equações com números racionais.	$\frac{1}{4}x = 10$, $40 = \frac{2}{4}x$, $\frac{3}{5}x + 4 = \frac{2}{4}x = 14$ Se a quarta parte de um número vale 10, que número é esse?

Fonte: Adaptado de Alcalá (2002).

As indicações citadas neste quadro por Alcalá (2002) não é um manual de como ensinar equações do 1º grau, porém tem o objetivo de mostrar uma alternativa de trabalhar esse conteúdo, levando em conta a sua complexidade.

Através desses níveis de complexidade e das respostas dos alunos nas atividades propostas, teremos como investigar as possíveis contribuições das atividades investigativas com equações do 1º grau para a formação do pensamento algébrico.

As dificuldades apresentadas pelos alunos, a forma de investigação utilizada, bem como os autores das mesmas, serão apresentadas na sessão seguinte.

3.1 A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS

Segundo Porfírio e Oliveira (1998), o termo investigar é utilizado para descrever atividades com características como: descoberta, exploração, pesquisa, autonomia, tomada de decisões e espírito crítico.

Nessas atividades, os alunos são incentivados a desenvolverem a sua autonomia na análise das respostas. Tais atividades são imprevisíveis, pois exigem do professor flexibilidade para lidar com as novas situações que, com grande probabilidade, surgirão (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016).

Por serem atividades abertas, sabemos como começam, porém não há como prever o seu desenvolvimento, quais caminhos serão percorridos e quais serão os resultados obtidos pelos estudantes. Podemos "nos referir à investigação como um processo intencional que tem por objetivo a descoberta de relações entre objetos matemáticos conhecidos e não conhecidos" (BRONSTRUP, 2007, p. 46).

As etapas de realização de uma pesquisa são importantes para que o aluno compreenda o processo de investigação. O quadro a seguir mostra os momentos de realização de uma investigação.

Quadro 5: Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	Reconhecer uma situação problemática Explorar a situação problemática Formular questões
Conjecturas	Organizar dados Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	Realizar testes Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	Justificar uma conjectura Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2016).

Em todo esse processo, o professor precisa desempenhar quatro papéis gerais no processo investigativo: "desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 47).

Segundo Bronstrup (2007), a última característica do trabalho do professor é apoiar o trabalho dos alunos, usando perguntas adequadas, sugerindo, se houver necessidade, envolvendo o grupo, chamando os pares para apresentar suas estratégias, mas, principalmente, assumindo uma postura investigativa. O aluno é o objeto principal desse estudo, porém o acompanhamento e estímulo do professor é fundamental para o sucesso da atividade.

Para compreendermos como se dá o pensamento algébrico pelos alunos durante a resolução de equações do 1º grau, é necessário respeitar essas etapas, não se preocupando com o resultado final, e, sim, com as estratégias usadas durante o processo de resolução.

O conceito de Investigação Matemática, como atividade de ensino e aprendizagem, segundo Ponte et al. (2016, p.23),

> ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, construindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.

Diante disso, percebemos a importância de uma atividade investigativa e de como o aluno, através da mesma, é levado a pensar antes de dar a resposta e aprende a organizar os dados, facilitando assim a compreensão da questão e entendendo o seu próprio erro.

Na seção seguinte, apresentamos a Metodologia, os critérios de escolha dos sujeitos e as etapas desenvolvidas, visando a construção dos dados juntos aos alunos.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

A escolha da metodologia Estudo de Caso se justifica por ser a que melhor atende a nossa questão de pesquisa: “como as atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano?”

De modo específico, investigou-se o caso de uma turma de sétimo ano de uma Escola Privada de Rio Branco, Acre. O critério de escolha dessa escola foi o fato de ser o local de trabalho da professora pesquisadora, otimizando, assim, o tempo para o término da pesquisa e, dos sujeitos, foi que nessa série é trabalhado o conteúdo equações do 1º grau.

E, para isso, precisamos de dados construídos com diferentes instrumentos, tais como:

a) Anotações do diário de bordo;
b) Áudios das observações dos alunos ;
c) Atividades escritas realizadas pelos alunos.

O referencial teórico adotado está fundamentado em conceitos de investigação matemática de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 23), que afirmam que

> na disciplina de Matemática, como em qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem.

O desenvolvimento desse tipo de atividade poderá auxiliar o professor na compreensão de como o estudante pensa algebricamente durante a resolução das questões.

Esta pesquisa foi iniciada no segundo bimestre de 2019, numa turma do sétimo ano de uma escola privada de Rio Branco, Acre, composta por 40 alunos, onde foi pesquisada a contribuição de atividades investigativas na resolução de equações do 1º grau.

Durante a pesquisa, será explanado sobre a importância da letra nos cálculos algébricos, qual a definição de equação, como traduzir uma situação contextual expressa em linguagem corrente para uma sentença matemática e vice-versa, como reconhecer os princípios (aditivo e multiplicativo) de igualdade, como determinar a solução de uma equação em um dado Conjunto Universo e como reconhecer que existem equações que apresentam a mesma raiz ou solução de um dado conjunto universo.

A escolha de boas questões para a investigação é de grande importância. Para o matemático inglês Stewart (1995, p. 17), “um bom problema é aquele cuja solução, em vez de simplesmente conduzir a um beco sem saída, abre horizontes inteiramente novos”. Singh (1998, p. 184), por sua vez, declara que “é bom trabalhar em qualquer problema contanto que ele dê origem a matemática interessante durante o caminho, mesmo se não resolvermos no final”.

Foram selecionados e adaptados problemas do livro Conquista da Matemática de Castrucci e Giovanni Jr. (2015), dada sua abordagem descritiva e facilitadora.

As equações do 1º grau e suas aplicações são utilizadas na disciplina de Matemática constantemente. Existem várias situações do cotidiano que podemos descrever usando esses tipos de equações.

Na exploração dessas atividades, utilizou-se a formatação proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21), em que o estudante primeiro explora e formula as questões, depois formula conjecturas, em seguida faz testes e reformulações, e, por fim, justifica e avalia.

Após a resolução da atividade nesse formato, utilizou-se fichas temáticas, que auxiliaram na investigação do professor, com a finalidade de facilitar o trabalho na aula, diante das dificuldades que foram encontradas pelos estudantes na resolução das questões.

Quadro 6: Modelo da ficha temática

Dificuldades	
Tipo de atividade	
Tempo estimado para a atividade	
Orientações adicionais	
Avaliação	

Fonte: Adaptado de Lima (2010).

Em casos de dificuldade, observaram-se os erros, que serviram de norte para o andamento da análise do processo investigativo. Nessas situações, foram sugeridos alguns procedimentos para facilitar o trabalho. O professor pode adaptar e realizar o registro escolar de acordo com as dificuldades que surgiram.

Foram dadas orientações adicionais, quando necessárias, ao processo. O produto final de aprendizagem constituiu a avaliação, não de uma forma quantitativa, e sim qualitativa. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 109),

> essa avaliação permitirá ao professor saber se os alunos estão progredindo de acordo com as suas expectativas ou se, pelo contrário, é necessário repensar a sua ação nesse campo. Além disso, permitirá ao aluno saber como seu desempenho é visto pelo professor e se existe aspectos a que precisa dar mais atenção.

Essa avaliação se deu em forma de relatório escrito, seguindo as orientações de Ponte (2016, p. 111), onde um relatório "deve incluir uma descrição o mais detalhada possível do trabalho que realizou e pode ser organizado da seguinte forma:

1) Tente descrever os passos que seguiu para explorar a tarefa que lhe foi proposta. Procure explicá-los de uma forma clara e organizada. Registre todos os valores com que trabalhou e, nos casos em que tal se mostre adequado, não hesite em apresentar desenhos, tabelas e esquemas;

2) Procure resumir o que aprendeu depois de realizar esse trabalho;

3) Organize um comentário geral em relação a tudo que fez. Pode, por exemplo, referir o interesse que a tarefa lhe despertou, quais os aspectos em que teve maior dificuldade e a forma como decorreu o trabalho no grupo. Nas observações finais, quando necessário, serão feitas sugestões de leitura, vídeos etc.

Por fim, realizaram-se discussões em grupo como fechamento das atividades, onde foram analisada as respostas dos estudantes e como chegaram a essa conclusão.

Foram aplicadas seis atividades escritas para análise da professora-pesquisadora. Na primeira atividade, apresentou-se um problema envolvendo a definição de equação. Na segunda, um problema envolvendo a transcrição da linguagem usual para a linguagem algébrica. Na terceira, um problema envolvendo os princípios (aditivo e multiplicativo) de igualdade. Na quarta, um problema envolvendo a determinação da solução de uma equação de um dado conjunto universo. Na quinta, a resolução de um problema por meio de uma equação. Na sexta e última atividade, propôs-se um problema que levasse o estudante a reconhecer que existem equações que apresentam a mesma raiz ou a solução de um dado universo.

Após a realização de todas as atividades, finalizou-se com uma discussão com toda a turma, em que os alunos relataram quais estratégias utilizaram e quais foram as dificuldades encontradas durante a resolução. Foram necessários seis encontros de 100 minutos cada para a esplanação do conteúdo de equações do 1º grau e seis encontros de 100 minutos cada para a aplicação das seis atividades.

4.1 TIPO DE PESQUISA E INSTRUMENTOS DE CONSTRUÇÃO DE DADOS

Trata-se de um estudo de caso de natureza qualitativa, onde foram analisados registros escritos e em áudio das atividades realizadas em sala de aula. Esses escritos foram contemplados por anotações realizadas pela pesquisadora em seu diário de campo durante o desenvolvimento e ao final de cada atividade.

O estudo teve por objetivo principal analisar os resultados obtidos, observando as resoluções de exercícios, identificando as diferentes estratégias utlilizadas, as dificuldades encontradas e os erros mais comuns de acordo com as variáveis de observação definidas na formação do pensamento algébrico.

Ao final, desenvolveu-se uma análise comparativa, confrontando os resultados obtidos com as concepções de Álgebra, verificando-se as possíveis contribuições de atividades investigativas com equações do 1º grau para a formação do pensamento algébrico.

4.2 CRITÉRIOS DE ESCOLHA DOS SUJEITOS E CARACTERIZAÇÃO

Os estudantes selecionados estavam iniciando o estudo em Álgebra, especificamente com equações do 1º grau. Tendo em vista que a pesquisadora é professora de duas turmas do sétimo ano, exatamente o ano que se estuda esse conteúdo, fez um estudo de caso de sua própria prática.

O estudo foi desenvolvido em uma Escola Particular de Educação Básica e Profissional de Rio Branco, Acre, com uma turma de sétimo ano do ano de 2019, constituída por 40 alunos, dentre os quais 14 são do gênero masculino e 26 do gênero feminino. Os alunos tinham idade entre 11 e 13 anos.

No que diz respeito a situação escolar, um aluno da turma ficou retido em sua escolaridade no ano anterior. De um modo geral, a turma era bem heterogênea, tanto no trabalho em sala de aula, quanto no aproveitamento escolar.

Uma boa parte era participativa, demonstrando interesse, porém outra era dispersa. Observa-se, ainda, que grande parte não possuía autonomia para realizar as tarefas propostas, sendo necessário sempre o auxílio de um facilitador. Outro ponto negativo dessa turma era a falta de organização.

Quanto às expectativas em relação ao futuro, a grande maioria pretendia prosseguir os estudos e concluir o Ensino Superior, enquanto os demais planejavam apenas concluir o Ensino Médio e, em seguida, realizar um curso profissionalizante ou ser dono de seu próprio negócio.

O nível socioeconômico dos responsáveis por esses estudantes era baixo em sua maioria. Muito desses pais passavam o dia fora de casa, não acompanhando a rotina diária, o que dificultava a realização das tarefas propostas pela professora.

4.3 TRABALHO DE CAMPO

O trabalho de campo iniciou-se no segundo bimestre de 2019 com uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, da qual a pesquisadora é professora responsável. Ao longo de ano foram desenvolvidas 12 horas-aula.

O material de análise consistiu em registros de áudio e vídeo, relatórios escritos pelos estudantes e pelas anotações em diários de campo.

Foram elaboradas e desenvolvidas seis tarefas investigativas, sendo a primeira desenvolvida em duplas e as demais, tarefas em grupos de quatro componentes. Os integrantes possuíam uma função ou tarefa específica. Algumas atividades investigativas foram aplicadas em uma aula de 50 minutos e outras, em duas aulas de 50 minutos cada.

Não foram realizadas análises de forma sistemática, mas ao longo de todo o processo de desenvolvimento, observaram-se os detalhes da prática de ensinar e aprender, esclarecidos no próximo item desta sessão.

4.3.1 Etapas

O Quadro a seguir mostra as etapas de aplicação das atividades com os estudantes, período de realização, objetivo e os instrumentos utilizados para a construção dos dados.

Quadro 7: Etapas da pesquisa

Etapas	**Período de realização**	**Objetivo**	**Instrumentos utilizados para a construção dos dados**	**Concepções Algébricas**	**Concepções de Educação Algébrica**
1ª	17/04/19	Compreender a definição de equação.	Livro didático	Linguístico-Sintática-Semântica	Fundamentalista-Analógica
2ª	18/04/19	Traduzir uma situação contextual expressa em linguagem corrente em uma sentença matemática e vice-versa.	Livro didático	Linguístico-Sintática-Semântica	Fundamentalista-Analógica
3ª	22/04/19	Reconhecer os princípios (aditivo e multiplicativo) de igualdade.	Livro didático	Linguístico-estilística	Fundamentalista-Analógica
4ª	24/04/19	Determinar a solução de uma equação em um dado conjunto universo.	Livro didático	Linguístico-estilística	Fundamentalista-Analógica
5ª	26/04/19	Reconhecer que existem equações que apresentam a mesma raiz ou solução de um dado conjunto universo.	Livro didático	Linguístico-Sintática-Semântica	Fundamentalista-Analógica
6ª	29/04/19	Resolver problemas por meio de uma equação.	Livro didático	Linguístico-estilística	Fundamentalista-Analógica
7ª	30/04/19	Compreender a definição de equação.	Atividade escrita e o livro didático.	Linguístico-Sintática-Semântica	Fundamentalista-Analógica
8ª	03/05/19	Traduzir uma situação contextual expressa em linguagem corrente em uma sentença matemática e vice-versa.	Atividade escrita e o livro didático.	Linguístico-Sintática-Semântica	Fundamentalista-Analógica

Continua

Conclusão

9ª	06/05/19	Reconhecer os princípios (aditivo e multiplicativo) de igualdade.	Atividade escrita e o livro didático.	Linguístico-estilística	Fundamentalista-Analógica
10ª	07/05/19	Determinar a solução de uma equação em um dado conjunto universo.	Atividade escrita e o livro didático.	Linguístico-estilística	Fundamentalista-Analógica
11ª	08/05/19	Reconhecer que existem equações que apresentam a mesma raiz ou solução de um dado conjunto universo.	Atividade escrita e o livro didático.	Linguístico-Sintática-Semântica	Fundamentalista-Analógica
12ª	10/05/19	Resolver problemas por meio de uma equação.	Atividade escrita e o livro didático.	Linguístico-estilística	Fundamentalista-Analógica

Fonte: O autor (2019).

Após a aplicação dessas etapas, analisaram-se os dados obtidos, que serviram para a construção do produto educacional. Também foram avaliados as etapas do trabalho de campo e a descrição da proposta de produto educacional. Na sessão seguinte, será apresentada a análise dos dados visando responder à questão de pesquisa.

ANÁLISE DAS ATIVIDADES SOBRE EQUAÇÕES DO 1º GRAU NA FORMAÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Nesta sessão, serão apresentados e analisados os dados recolhidos durante as aplicações das seis atividades investigativas, seguindo o modelo de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21) e o modelo de ficha temática adaptada de Lima (2010).

Observou-se o nível de complexidade de cada questão e qual a concepção algébrica utilizada, verificando quais são as dificuldades na compreensão do pensamento algébrico durante a resolução de equações do 1º grau, como interpretaram o enunciado do problema, quais estratégias utilizaram para a resolução e como verificaram os resultados obtidos. Foram utilizados nomes fictícios para os estudantes avaliados durante as atividades.

A Atividade 1 se destina a compreender a definição de equação e a concepção algébrica Linguístico-Estilística, pois enfatiza a forma de expressão do pensamento algébrico.

Atividade 1 – A figura a seguir representa uma balança em equilíbrio. Escreva duas sentenças matemáticas que representam essa situação, sabendo que o prato direito terá o peso de 40 kg.

Figura 4: Balança em equilíbrio

Fonte: Pixabay (2019).

Santana, do grupo1, pensou da seguinte forma:

Figura 5: Resolução da aluna Santana referente a atividade 1

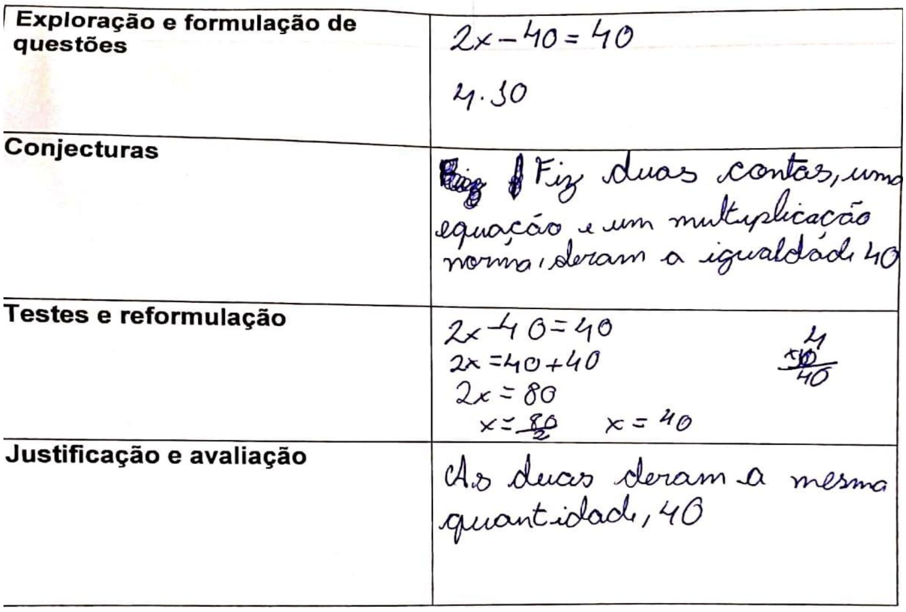
Exploração e formulação de questões	ESQUERDO ↓ 20+20 = 40 DIREITO ↓ 2+2+6+30 = 40
Conjecturas	Procurei possíveis números que se somarmos darão quarenta (20+20) e (2+2+6+30).
Testes e reformulação	• 20+20 = 40 • 2+2+6+30 = 40
Justificação e avaliação	As duas contas estavam certas, pois as somas darão 40.

Fonte: O autor (2019).

Santana entendeu que a balança estava em equilíbrio, por isso, procurou valores que, adicionados, dão 40kg em ambos os pratos. Mesmo não usando uma linguagem algébrica, ela pensou algebricamente, compreendendo que a equação representa uma igualdade. A concepção de Educação Algébrica linguístico-pragmática explica o pensamento da aluna, pois vincula o papel da Álgebra como instrumento de resolução de problemas.

Dutra, pertencente ao grupo 2, pensou da seguinte forma ao resolver esta questão:

Figura 6: Resolução do aluno Dutra referente a atividade 1



Exploração e formulação de questões	$2x - 40 = 40$ $4 \cdot 10$
Conjecturas	Fiz duas contas, uma equação e uma multiplicação normal, deram a igualdade 40
Testes e reformulação	$2x - 40 = 40$ $2x = 40 + 40$ $2x = 80$ $x = \frac{80}{2}$ $x = 40$ $4 \times 10 = 40$
Justificação e avaliação	As duas deram a mesma quantidade, 40

Fonte: O autor (2019).

Ao ver a formulação da questão de Dutra, quis entender o porquê de sua resposta.

Professora-Pesquisadora: Por que você utilizou essas duas sentenças matemáticas na sua formulação?

Dutra: Primeiro, eu pensei em uma equação que o valor de x desse 40, depois, pensei em uma multiplicação que também desse 40. Eu quis fazer contas diferentes que dessem o mesmo resultado.

Professora- Pesquisadora: Depois que você avaliou que as duas sentenças deram 40, como ficou a situação da balança?

Dutra: A balança ficou em equilíbrio, pois ficou 40 em cada lado.

Professora-Pesquisadora: Isso mesmo.

Dutra usou uma sentença diferente para cada lado da balança, mas entendeu que a balança deveria continuar em equilíbrio, por isso os resultados tinham que ser iguais. Ele, além de pensar algebricamente, consegue usar uma linguagem algébrica na resolução. A concepção de Educação Algébrica Fundamentalista-Analógica explica a resolução do aluno, pois recupera o valor instrumental da Àlgebra e mantém seu caráter fundamentalista, apoiada em recursos visuais.

O aluno Viana, do grupo 4, pensou da seguinte forma a resolução desta questão:

Figura 7: Resolução do aluno Viana referente a atividade 1

Exploração e formulação de questões	$\underset{10}{x} + \underset{10}{x} + \underset{15}{y} + 5 = 40$ $\underset{30}{x} + \underset{10}{x} = 40$
Conjecturas	Eu usei letras eu pensei no valor 10 para os primeiro dois x depois o valor para o y que foi 15 mais 5 e todos os numeros somados o resultado é 40
Testes e reformulação	10 + 10 + 15 + 5 = 40 30 + 10 = 40
Justificação e avaliação	Deu certo para os numeros que eu pensei somados da 40

Fonte: O autor (2019).

Viana pensou em duas equações com duas incógnitas, onde a raiz de cada era 40.

A professora-pesquisadora fez o seguinte questionamento a Viana:

Professora-Pesquisadora: Por que você pensou em equações com duas incógnitas?

Viana: Eu queria um cálculo com dois valores diferentes, aí pensei em duas letras, x e y, onde x era igual a 10 e y igual a 15.

Professora-Pesquisadora: Mas como você chegou a esses dois valores?

Viana: Fui testando vários valores até dar 40.

Professora: Entendi.

Viana compreendeu que a balança deveria ficar em equilíbrio, pensando em duas equações que dessem o resultado 40. Entendeu também que se usar letras diferentes na equação, significa que cada letra representará um valor diferente. O aluno tem uma forma particular de fazer sua notação algébrica.

Semelhante à resolução de Dutra, do grupo 2, Viana já consegue pensar e escrever algebricamente, percebeu que quando as variáveis são representadas por letras diferentes, é porque seus valores são diferentes. A concepção de Educação Algébrica Fundamentalista-Analógica também explica como esse aluno conjectura.

A aluna Freitas, do grupo 6, pensou da seguinte forma:

Figura 8: Resolução da aluna Freitas referente a atividade 1

Exploração e formulação de questões	$40 + x -$ $x = \frac{40}{x}$ $\boxed{x = 40}$
Conjecturas	Eu peguei o 40kg e dividi por o valor de x, que da 40.
Testes e reformulação	$x = \frac{40}{x}$ $\boxed{x = 40}$
Justificação e avaliação	Se o peso da direita e 40 eu só somei com o da esquerda que e 1. E divdi que da 40.

Fonte: O autor (2019).

A aluna Freitas teve muita dificuldade de resolver a atividade e não quis ajuda dos colegas do grupo. Ao verificar a resposta de Freitas, a professora fez o seguinte questionamento:

Professora-Pesquisadora: Por que você começou somando 40 com x e depois dividiu 40 por x?

Freitas: Como x é um valor deconhecido, achei que, se somasse ele a 40, ou dividisse 40 por ele, teria sempre o resultado 40.

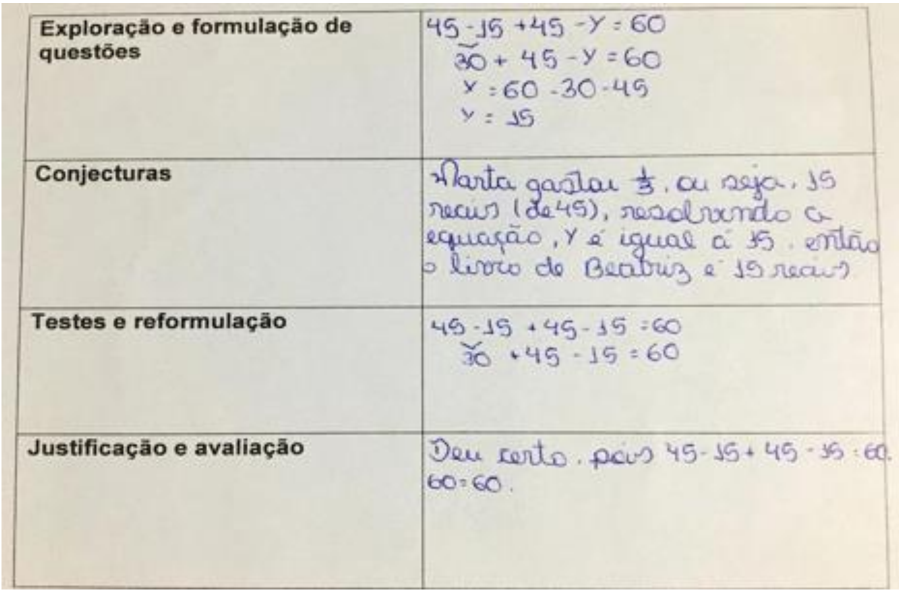
Freitas não compreende ainda o conceito de variável, achando que x não tem valor. Apesar de usar uma linguagem simbólica, não consegue fazer relação com a linguagem usual.

A atividade 2 se destina a traduzir uma situação contextual expressa em linguagem corrente em uma sentença matemática e vice-versa. Ela também contempla a concepção algébrica Linguístico-Sintática-Semântica, que, além de uma linguagem específica, como a anterior, tem o poder criativo e instrumental de uma dimensão sintática-semântica (linguagem simbólica).

Atividade 2 – Beatriz e Martha ganharam cada uma, R$ 45,00 de uma tia. Martha gastou um terço do que ganhou, e Beatriz comprou um livro que custou y reais. Encontre uma equação que represente a situação, sabendo que sobrou a quantia de R$60,00 do total de dinheiro das duas menimas juntas.

Santana, do grupo 1, pensou da seguinte forma esta questão:

Figura 9: Resolução da aluna Santana referente a atividade 2



Exploração e formulação de questões	$45 - 15 + 45 - y = 60$ $30 + 45 - y = 60$ $y = 60 - 30 - 45$ $y = 15$
Conjecturas	Marta gastou $\frac{1}{3}$, ou seja, 15 reais (de 45), resolvendo a equação, y é igual a 15, então o livro de Beatriz é 15 reais
Testes e reformulação	$45 - 15 + 45 - 15 = 60$ $30 + 45 - 15 = 60$
Justificação e avaliação	Deu certo, pois $45 - 15 + 45 - 15 = 60$. $60 = 60$.

Fonte: O autor (2019).

Santana montou uma equação com apenas uma incógnita tendo como resultado 60. Ao olhar a resposta de Santana, a professora-pesquisadora perguntou:

Professora-pesquisadora: Por que você iniciou a equação com a subtração de 45 por 15?

Santana: Eu já fiz de cabeça que um terço de 45 é 15. Esse é o valor que a Martha gastou.

Professora-pesquisadora: E como você pensou em relação à Beatriz?

Santana: Como ela tinha 45 e comprou um livro que custava y reais, peguei 45 –y.

Professora-pesquisadora: Entendi.

Professora-professora: Como você pensou pra chegar no resultado 60?

Santana: Eu resolvi a equação pra achar o valor de y, depois, coloquei o valor que deu no lugar do y da equação pra vê se dava 60 e deu.

Professora-pesquisadora: Muito bem.

Santana consegue transcrever da linguagem usual para linguagem algébrica, sabe resolver a equação, testando, assim, sua resposta final. A concepção Fundamentalista- Analógica também se encaixa na resolução da aluna, pois associa o valor instrumental da Álgebra com o seu valor visual através de símbolos.

Souza, do grupo 7, pensou da seguinte forma esta questão:

Figura 10: Resolução da aluna Souza referente a atividade 2

Exploração e formulação de questões	Se $\frac{1}{3}$ de 45 é igual a 15 então aqui ficou: 15+y=60
Conjecturas	Se Beatriz gastou R$ 15,00 de 60 sobra 45 que é o valor de y.
Testes e reformulação	$\frac{1}{3}$ de 45 = 15 60 − 15 = 45
Justificação e avaliação	Se Beatriz gastou 15 reais de um total de 60, o valor de y será 45, pois 60-15=45

Fonte: O autor (2019).

Souza iniciou sua formulação encontrando um terço de 45 e chamou de y o valor de Beatriz e 15 o valor de Martha, montando a equação 15 + y = 60.

Ao observar a formulação de Souza, a professora-pesquisadora fez o seguinte questionamento:

Professora-pesquisadora: Da forma que você montou a equação, qual seria o valor de y?

Souza: 45, pois 45 + 15 = 60.

Professora-pesquisadora: A questão diz que a Beatriz tinha ganho 45 reais e gastou y reais com um livro. Do jeito que você colocou estaria correto se ela não tivesse comprado nada.

Souza: Eita, não tinha pensado nisso. Eu pensava que 60 reais era o que a Beatriz tinha e gastou 15 reais com o livro, ficando com 45 reais. Na verdade, eu confundi o que a Martha gastou com o valor do livro que a Beatriz comprou.

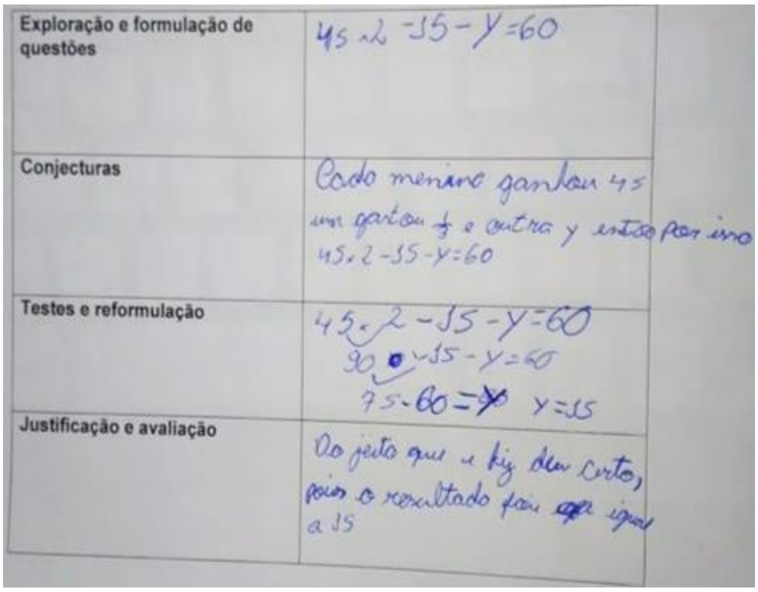
Professora-pesquisadora: 60 reais foi o que sobrou depois que Martha e Beatriz gastaram.

Souza: Agora entendi.

Souza se preocupou apenas em achar o resultado final, porém, não conseguiu transcrever seu pensamento através da linguagem algébrica.

Dutra, do grupo 2, pensou da seguinte forma:

Figura 11: Resolução da aluna Dutra referente a atividade 2



Exploração e formulação de questões	45 . 2 − 15 − y = 60
Conjecturas	Cada menina ganhou 45 uma gastou 1/3 e outra y então por isso 45 . 2 − 15 − y = 60
Testes e reformulação	45 . 2 − 15 − y = 60 90 − 15 − y = 60 75 − 60 = ~~y~~ y = 15
Justificação e avaliação	Do jeito que eu fiz deu certo, pois o resultado foi igual a 15

Fonte: O autor (2019).

Dutra começou formulando a equação 45 . 2 – 15 – y = 60. Ao observar a equação de dutra, a professora-pesquisadora fez o seguinte questionamento:

Professora-pesquisadora: me explique melhor como você pensou para montar essa equação?

Dutra: Primeiro, multipliquei 45 por 2, porque foi o valor que as duas ganharam. Depois, diminui 15 que a Martha gastou e y que a Beatriz gastou, ficando 60 no final.

Professora-pesquisadora: Como você testou a equação pra saber se estava correta?

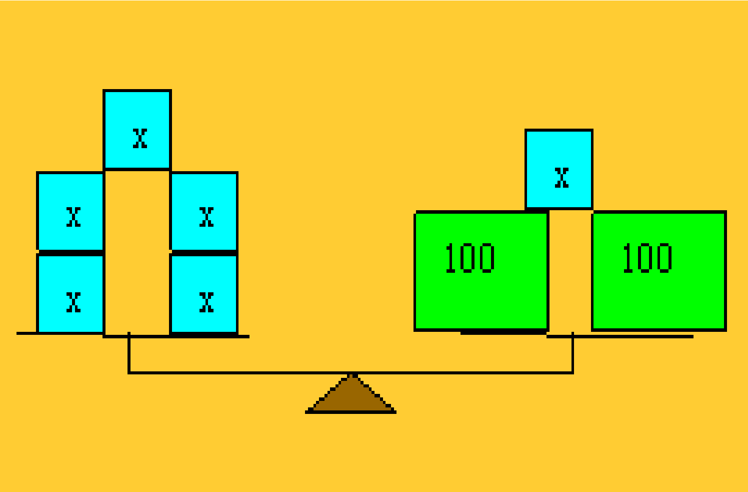
Dutra: Eu resolvi a equação e achei o valor de y. Como deu 15, vi que cada uma gastou a mesma quantidade dando 30. Então, 90 – 30 = 60.

Dutra conseguiu pensar e transcrever o que pensou algebricamente, sabe utilizar a Álgebra na resolução do problema e consegue testar seu resultado.

A atividade 3 tem por expectativa de aprendizagem reconhecer os princípios (aditivo e multiplicativo) de igualdade. Essa atividade também contempla a concepção algébrica Linguístico-estilística, pois enfatiza a forma de expressão do pensamento algébrico.

Atividade 3 – A balança a seguir está em equilíbrio. O que acontecerá se adicionarmos ou multiplicarmos os valores de cada lado por 2?

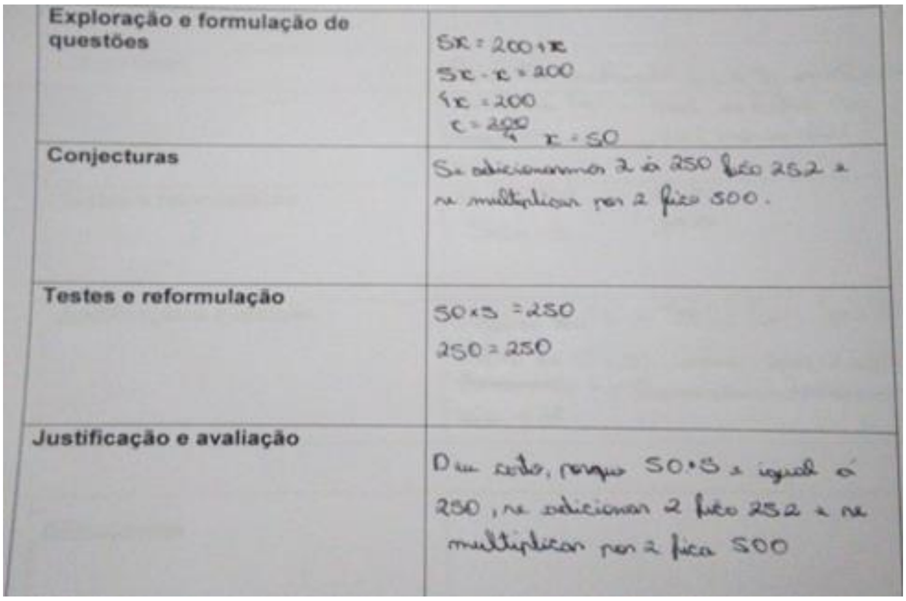
Figura 12: Balança ilustrando uma equação



Fonte: Google imagens.

A aluna Santana, do grupo 1, resolveu este problema da seguinte forma:

Figura 13: Resolução da aluna Santana referente a atividade 3



Exploração e formulação de questões	$5x = 200 + x$ $5x - x = 200$ $4x = 200$ $x = \frac{200}{4}$ $x = 50$
Conjecturas	Se adicionarmos 2 à 250 fica 252 e se multiplicar por 2 fica 500.
Testes e reformulação	$50 \times 5 = 250$ $250 = 250$
Justificação e avaliação	Deu certo, porque 50·5 é igual à 250, se adicionar 2 fica 252 e se multiplicar por 2 fica 500

Fonte: O autor (2019).

A aluna Santana iniciou a resolução da questão identificando a equação representada na balança, encontrando o valor da incógnita x. A professora fez o seguinte questionamento ao verificar a resposta de Santana:

Professora-pesquisadora: Como você chegou ao valor de 250 para adicionar e multiplicar por 2?

Santana: Como x deu 50 e tinha 5x do lado direito da balança, fiz mentalmente 5 . 50 = 250, depois somei o 250 com 2, que deu 252 e multipliquei o 250 por 2, que deu 500.

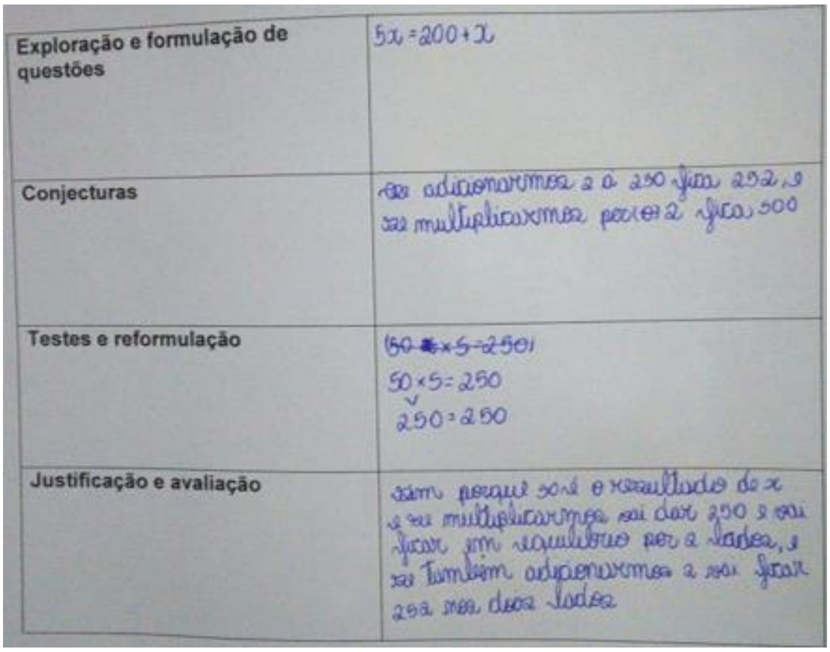
Professora-pesquisadora: Após adicionar e multiplicar por 2 o valor que deu em cada lado da balança, o que você observou em relação a posição dos pratos?

Santana: Fica equilibrada do mesmo jeito, pois ficará o mesmo valor dos dois lados.

Santana conseguiu compreender os princípios de equivalência ao testar a adição e multiplicação por 2 em cada membro da equação que identificou na balança. A concepção algébrica Linguístico-Postulacional explica a forma de resolver esse tipo de questão, pois além de concebê-la como uma linguagem simbólica, imprime aos aos signos linguísticos um grau de abstração e generalidade que estende o domínio da Álgebra a todos os campos da Matemática.

A aluna Martins, do grupo 5, resolveu esta questão da seguinte forma:

Figura 14: Resolução da aluna Martins referente a atividade 3



Exploração e formulação de questões	$5x = 200 + x$
Conjecturas	se adicionarmos 2 a 250 fica 252, e se multiplicarmos por 2 fica 500
Testes e reformulação	~~(50 × 5 = 250)~~ $50 \times 5 = 250$ $250 = 250$
Justificação e avaliação	sim porque 50 é o resultado do x e se multiplicarmos vai dar 250 e vai ficar em equilíbrio os 2 lados, e se também adicionarmos 2 vai ficar 252 nos dois lados

Fonte: O autor (2019).

A aluna Martins também iniciou a resolução identificando a equação representada na balança. A professora fez alguns questionamentos para entender a compreensão da aluna em relação a questão:

Professora-pesquisadora: Como você descobriu que daria 250 em cada lado da balança?

Martins: Fui testando valores no lugar de x até dar o mesmo resultado nos dois lados da balança.

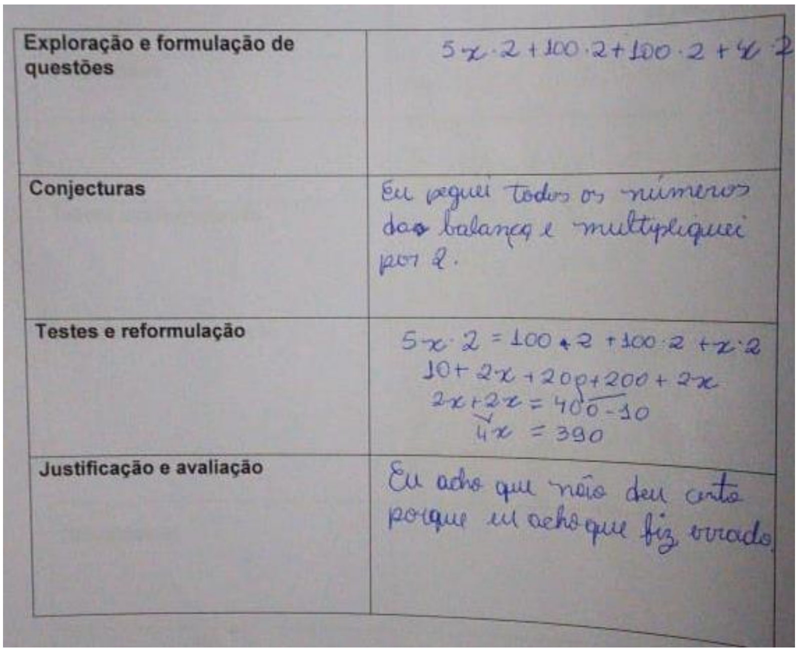
Professora-pesquisadora: Quando você adicionou e multiplicou o 250 por 2, os resultados alteraram a posição dos pratos da balança?

Martins: Não. Quando somei por 2, ficou 252 nos dois lados e quando multipliquei por 2, ficou 500 nos dois lados.

A aluna Martins compreendeu os princípios de equivalência, porém, para encontrar o valor da incógnita x usou a tentativa de valor até encontar uma igualdade. Apesar de usar uma linguagem algébrica na resolução, a aluna ainda possue dificuldade em relacionar seu pensamento com esse tipo de linguagem.

A aluna Queiroz, do grupo 8, resolveu a questão da seguinte forma:

Figura 15: Resolução da aluna Queiroz referente a atividade 3



Exploração e formulação de questões	$5x \cdot 2 + 100 \cdot 2 + 100 \cdot 2 + x \cdot 2$
Conjecturas	Eu peguei todos os números das balança e multipliquei por 2.
Testes e reformulação	$5x \cdot 2 = 100 \cdot 2 + 100 \cdot 2 + x \cdot 2$ $10 + 2x + 200 + 200 + 2x$ $2x + 2x = 400 - 10$ $4x = 390$
Justificação e avaliação	Eu acho que não deu certo porque eu acho que fiz errado

Fonte: O autor (2019).

A aluna Queiroz começou a resolução não sabendo identificar a equação representada na balança. Ao invés disso, começou muitiplicando todos os valores da balança por 2 sem representar uma igualdade.

Ao professora questionou Queiroz ao observar sua resolução.

Professora-pesquisadora: A questão disse que a balança estava em equilíbrio. O que você entendeu em relação a isso?

Queiroz: Que tem o mesmo peso nos dois lados.

Professora-pesquisadora: Por que você não colocou o símbolo da igualdade ao identificar os valores da balança?

Queiroz: Não lembrei. Pensei só em multiplicar todos os valores por 2.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para testar sua formulação?

Queiroz: Depois lembrei que tinha uma igualdade e multiplique os valores por 2. Mas no final deu um número que eu não soube dividir, aí parei de resolver.

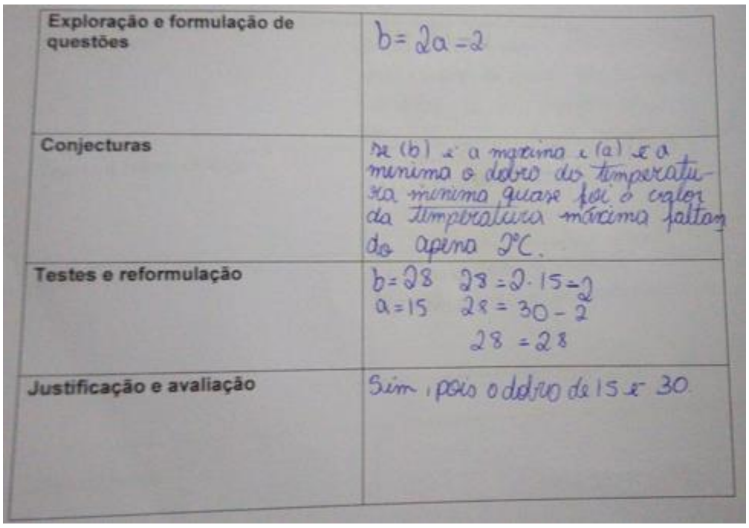
A aluna Queiroz teve dificuldade em entender que uma balança em equilíbrio é semelhante a uma equação. Ao multiplicar 5x por 2, multiplicou o 5 por 2 e o 2 por x, dando 10 + 2x, ao invés de 10x. Teve dificuldade também em resolver a divisão. Como não entendeu que a equação representa uma igualdade, também não compreendeu os princípios de equivalência.

A atividade 4 tem por objetivo determinar a solução de uma equação em um dado conjunto universo. Contempla também a concepção algébrica Linguístico-estilística, a qual enfatiza a forma de expressão do pensamento algébrico.

Atividade 4 – A temperatura máxima b de uma cidade quase chegou ao dobro da temperatura mínima a; faltaram apenas 2 graus para que isso ocorresse. Escreva uma equação que mostre essa situação e demonstre usando valores para a e b.

A aluna Gomes, do grupo 3, resolveu esta questão as seguinte forma:

Figura 16: Resolução da aluna Gomes referente a atividade 3



Exploração e formulação de questões	$b = 2a - 2$
Conjecturas	se (b) é a maxima e (a) é a minima o dobro do temperatura minima quase foi o valor da temperatura máxima faltando apena 2°C.
Testes e reformulação	$b = 28$ $a = 15$ $28 = 2 \cdot 15 - 2$ $28 = 30 - 2$ $28 = 28$
Justificação e avaliação	Sim, pois o dobro de 15 é 30.

Fonte: O autor (2019).

A aluna Gomes iniciou a resolução isolando a incógnita b no primeiro membro da equação, representando a temperatura máxima e no segundo membro colocou o dobro da temperatura mínima a menos 2.

A professora fez algumas perguntas a aluna Gomes ao ver sua resolução.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para montar a equação?

Gomes: Se eu multiplicasse a temperatura mínima por 2 e depois tirasse 2, daria o valor da temperatura máxima, dando b = 2a - 2.

Professora-pesquisadora: E como você pensou para testar a equação e ver se dava certo?

Gomes: Eu peguei 15 para substituir na letra que representa a temperatura mínima, aí multipliquei por 2 e deu 30. Depois, peguei 30 – 2 que deu 28.

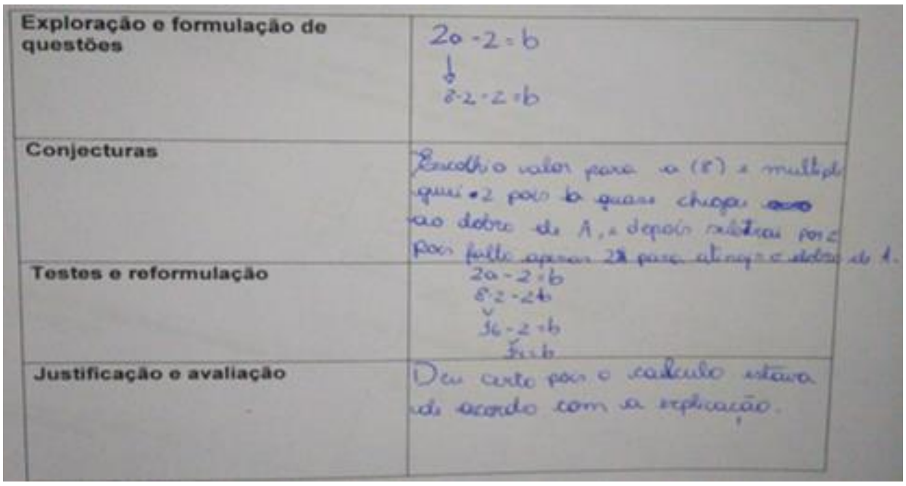
Professora-pesquisadora: O que você percebeu depois que resolveu?

Gomes: Que a temperatura máxima deu 28, que é quase o dobro de 15 tirando 2.

Gomes soube transcrever a situação para a linguagem algébrica, formulou uma hipótese, provando a igualdade da equação.

A aluna Freire, do grupo 1, resolveu essa questão da seguinte forma:

Figura 17: Resolução da aluna Freire referente a questão 4



Exploração e formulação de questões	2a - 2 = b 8·2 - 2 = b
Conjecturas	Escolhi o valor para a (8) e multipliquei ·2 pois b quase chega ao dobro de A, e depois subtrai por 2 pois falta apenas 2 para atingir o dobro de A.
Testes e reformulação	2a - 2 = b 8·2 - 2 = b 16 - 2 = b 14 = b
Justificação e avaliação	Deu certo pois o calculo estava de acordo com a explicação.

Fonte: O autor (2019).

A aluna Freire iniciou a resolução montando a equação, em que, no primeiro membro, colocou o dobro da temperatura mínima (a) menos 2, e no segundo membro a temperatura máxima (b).

A professora fez as seguintes perguntas ao veificar a resolução da aluna.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para demonstrar que sua equação estava correta?

Freire: Eu coloquei no lugar da letra a o número 8, depois resolvi a equação e deu 14 o valor de b.

Professora-pesquisadora: Você chegou a que conclusão?

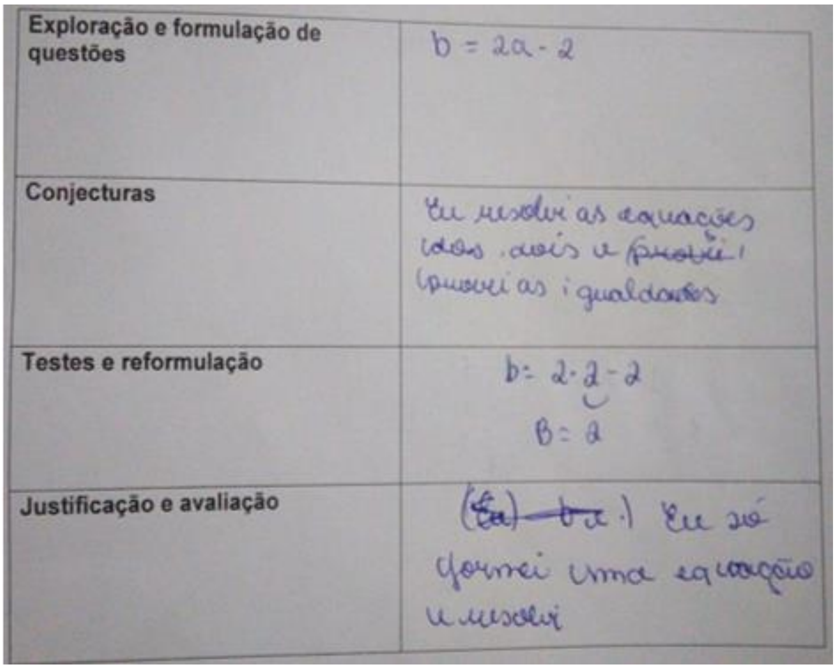
Freire: Primeiro eu vi que o dobro de 8 é 16. Então, 14 é quase o dobro de 8 tirando 2. Conclui que, se a temperatuta mínima fosse 8 graus, a máxima seria 14 graus.

Freire conseguiu transcrever a situação para a linguagem algébrica e soube formular uma hipótese. Seu pensamento está de acordo a concepção

Fundamentalista-Analógica, pois soube associar o valor instrumental da Álgebra ao formular a equação, relacionando com a situação problema dada.

A aluna Honorato, do grupo 7, resolveu essa questão da seguinte forma:

Figura 18: Resolução da aluna Honorato referente a questão 4



Exploração e formulação de questões	b = 2a - 2
Conjecturas	Eu resolvi as equações (dos dois e ~~provei~~ (provei as igualdades
Testes e reformulação	b = 2 · 2 - 2 B = 2
Justificação e avaliação	(~~Eu~~) ~~ba~~) Eu só formei uma equação e resolvi

Fonte: O autor (2019).

Honorato iniciou a resolução montando a equação, onde colocou o valor da temperatura máxima (b) no primeiro membro e o dobro da temperatura mínima (a) menos 2 no segundo membro.

A professora fez algumas perguntas ao ver a resolução da aluna.

Professora-pesquisadora: O que você pensou quando montou a equação?

Honorato: Eu apenas segui o que a questão dizia, chamei a temperatura máxima de b e a mínima dobrada menos 2.

Professora-pesquisadora: O que você observou quando resolveu a equação?

Honorato: Que o valor de b deu 2.

Professora-pesquisadora: Nas conjecturas você disse que tinha provado a igualdade. Como?

Honorato: Eu achei que era só resolver a equação, mas não sei explicar o que esse valor tem a ver com a questão.

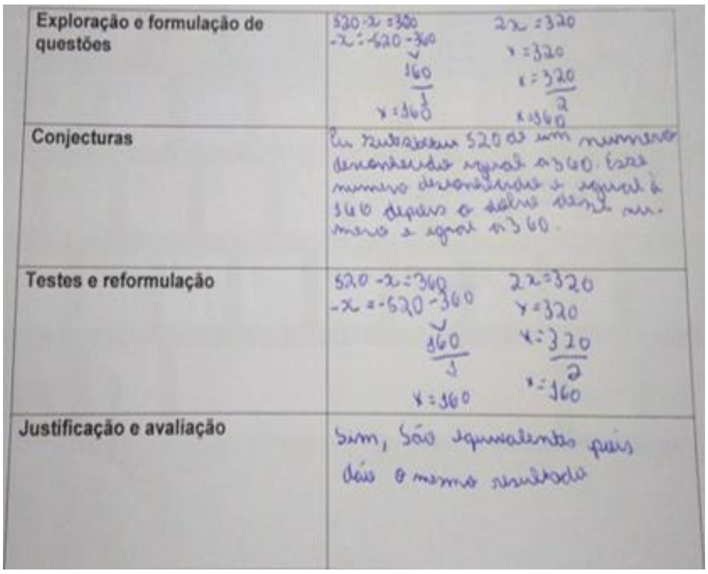
A aluna Honorato conseguiu transcrever a situação para a linguagem algébrica, porém resolveu de forma mecânica, não sabendo formular uma hipótese. Há indícios de que a aluna não tem a compreensão do conceito de variável. A forma de pensar da aluna Honorato está de acordo com a concepção Linguístico-Pragmática, pois a mesma vê as técnicas do transformismo algébrico como suficiente para a resolução do problema.

A atividade 5 tem por objetivo reconhecer que existem equações que apresentam a mesma raiz ou solução de um dado Conjunto Universo. Contempla também a concepção algébrica Linguístico-sintática-semântica, pois enfatiza o poder criativo e instrumental de uma dimensão sintática semântica (linguagem simbólica).

Atividade 5 – Sônia abriu uma poupança e depositou R$520,00 e, no dia seguinte, precisou sacar x reais. Sabendo que o saldo dessa poupança foi de R$360,00 após o saque, escreva duas equações que representem essa mesma situação.

A aluna Silva, do grupo 4, resolveu esta questão da seguinte forma:

Figura 19: Resolução da aluna Silva referente a questão 5



Exploração e formulação de questões	$520 - x = 360$; $-x = -520 - 360$; $\frac{160}{1}$; $x = 160$ — $2x = 320$; $x = 320$; $x = \frac{320}{2}$; $x = 160$
Conjecturas	Eu subtraindo 520 de um número desconhecido igual a 360. Esse número desconhecido é igual à 160 depois o dobro desse número é igual a 360.
Testes e reformulação	$520 - x = 360$; $-x = -520 - 360$; $\frac{160}{1}$; $x = 160$ — $2x = 320$; $x = 320$; $x = \frac{320}{2}$; $x = 160$
Justificação e avaliação	Sim, são equivalentes pois dão o mesmo resultado

Fonte: O autor (2019).

A aluna Silva iniciou a resolução montando duas equações, onde a primeira era 520 – x = 360, e a outra 2x = 320. A professora, ao ver sua resolução, fez algumas perguntas.

Professora-pesquisadora: Me explique como você pensou para montar as duas equações?

Silva: Eu peguei os 520 que ela tinha na poupança menos o valor desconhecido, igual a 360. Vi que o valor desconhecido era 160. Aí pensei em outra equação, onde o valor desconhecido também dava 160. A outra equação que eu pensei foi 2x = 320, pois 2 vezes 160 é 320.

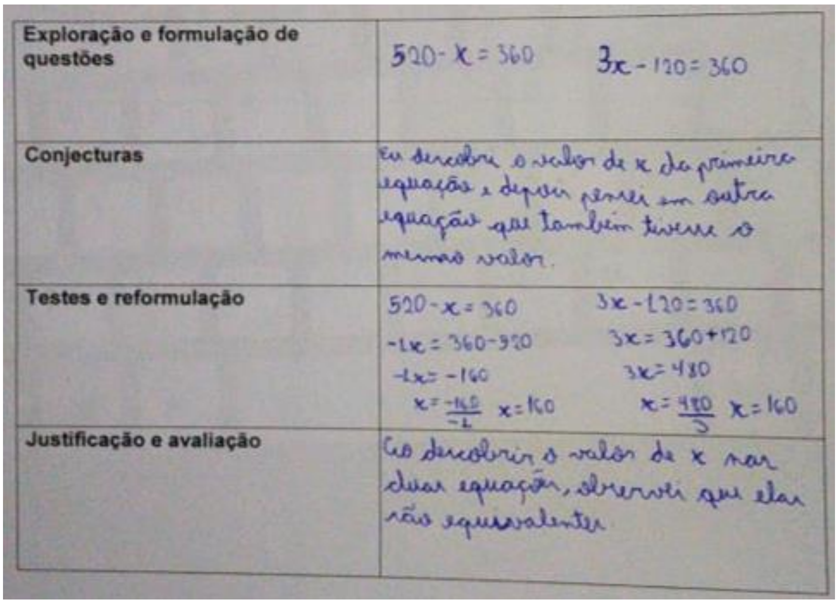
Professora-pesquisadora: Como você descobriu que as equações que você montou eram equivalentes?

Silva: Quando eu resolvi e o x deu 160 nas duas equações.

Silva soube transcrever a situação para a linguagem algébrica e conseguiu entender o que são equações equivalentes. Soube formular hipóteses e testar as formulações feitas. O pensamento da aluna Silva está de acordo com a concepção Fundamentalista-Analógica.

O aluno Nascimento, do grupo 2, resolveu esta questão da seguinte forma:

Figura 20: Resolução do aluno Nascimento referente a atividade 5



Exploração e formulação de questões	$520 - x = 360$ $\quad 3x - 120 = 360$
Conjecturas	Eu descobri o valor de x da primeira equação e depois pensei em outra equação que também tivesse o mesmo valor.
Testes e reformulação	$520 - x = 360$; $-1x = 360 - 520$; $-1x = -160$; $x = \frac{-160}{-1}$ $x = 160$ $3x - 120 = 360$; $3x = 360 + 120$; $3x = 480$; $x = \frac{480}{3}$ $x = 160$
Justificação e avaliação	Ao descobrir o valor de x nas duas equações, observei que elas são equivalentes

Fonte: O autor (2019).

O aluno Nascimento iniciou a resolução desta questão montando as duas equações, onde a primeira foi 520 – x = 360, e a segunda 3x – 120 = 360. A professora fez algumas perguntas ao ver a resolução do aluno.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para montar as duas equações?

Nascimento: Primeiro montei uma equação de acordo com a questão, onde resolvi e vi que 520 menos 360 dá 160, então x é 160. Aí pensei em outra equação que dava também 160 no valor do x. A outra foi 3x – 120 = 360, pois eu queria uma equação que no final ficasse 480 dividido por 3 que dá 160.

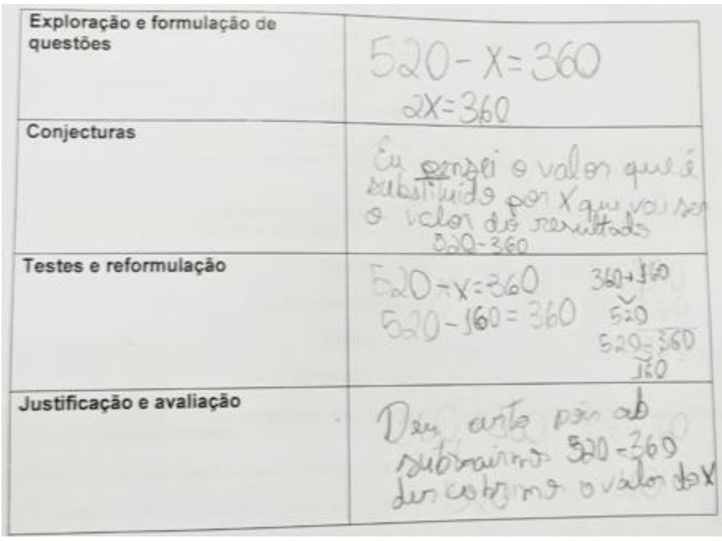
Professora-pesquisadora: Depois que você resolveu as duas equações, chegou a que conclusão?

Nascimento: Como o valor de x deu 160 nas duas equações, percebi que eram equivalentes.

O aluno Nascimento entendeu a situação presente na questão, trasncrevendo para a linguagem algébrica e conseguiu compreender o conceito de equações equivalentes ao testar os valores nas variáveis, percebendo que deu o mesmo resultado em ambas equações.

O aluno Subtil, do grupo 5, resolveu esta questão da seguinte forma:

Figura 21: Resolução do aluno Subtil referente a atividade 5



Fonte: O autor (2019).

Subtil começou começou a resolução montando duas equações, em que a primeira foi 520 – x = 360, e segunda foi 2x = 360. A professora fez algumas perguntas ao ver a resolução do aluno.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para montar as duas equações.

Subtil: A primeira fiz igual pedia a questão, e a segunda pensei numa equação que fosse igual a 360 também.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para demonstrar que essas equações são equivalentes?

Subtil: Eu só resolvi a primeira achando o valor do x que deu 160. Não resolvi a outra porque já sabia que daria 360 também.

Professora-pesquisadora: Mas você disse que o valor de x na primeira deu 160. Qual seria o valor de x na segunda equação que você montou?

Subtil: Dá 180.

Professora-pesquisadora: Se deu um resultado diferente para x, essas equações não são equivalentes.

Subtil: Eita, eu pensei que ficaria o mesmo valor só depois do igual na equação.

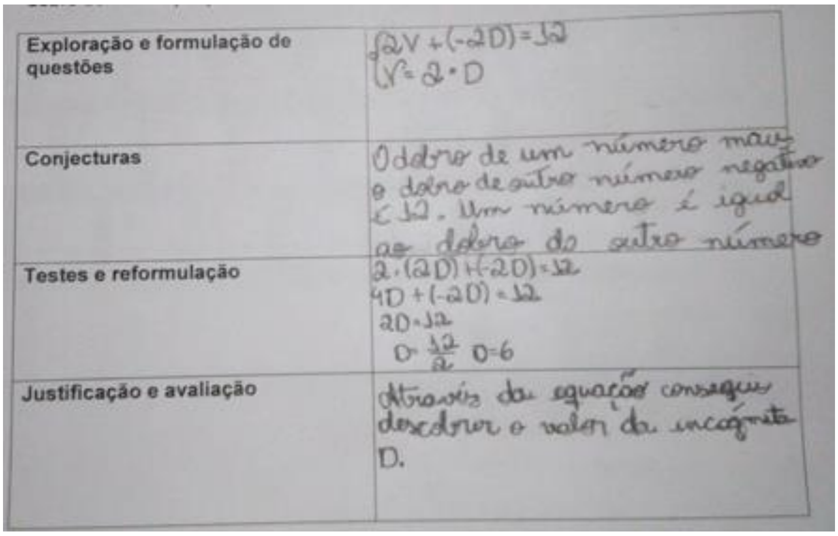
Subtil conseguiu transcrever a situação da questão na primeira equação que montou, porém não compreendeu o conceito de equações equivalentes.

A atividade 6 tem por objetivo resolver problemas por meio de uma equação. Contempla também a concepção algébrica linguístico-estilística, a qual enfatiza a forma de expressão do pensamento algébrico.

Atividade 6 – Num campeonato de futebol, cada vitória vale 2 pontos; cada empate, 1 ponto; e cada derrota, -2 pontos. Um dos times teve um saldo de 12 pontos e nenhum empate. Calcule quantas foram as vitórias, sabendo que esse time venceu o dobro de vezes que perdeu.

A aluna Pereira, do grupo 8, resolveu essa questão da seguinte forma:

Figura 22: Resolução da aluna Pereira referente a atividade 6



Exploração e formulação de questões	$\begin{cases} 2V + (-2D) = 12 \\ V = 2 \cdot D \end{cases}$
Conjecturas	O dobro de um número mais o dobro de outro número negativo é 12. Um número é igual ao dobro do outro número
Testes e reformulação	$2 \cdot (2D) + (-2D) = 12$ $4D + (-2D) = 12$ $2D = 12$ $D = \frac{12}{2}$ $D = 6$
Justificação e avaliação	Através da equação consegui descobrir o valor da incógnita D.

Fonte: O autor (2019).

A aluna Pereira iniciou a resolução da questão montando um sistema com duas equações, contendo as incógnitas V e D, simbolizando as vitórias e derrotas do time. A professora fez algumas perguntas ao ver a resolução da aluna.

Professora-pesquisadora: Porque você pensou em um sistema com duas equações?

Pereira: Ao ler a questão vi que tinha duas pistas. Para cada pista montei uma equação usando as letras V e D para representar as vitórias e derrotas.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para montar essas equações?

Pereira: A primeira eu somei os 2 pontos de cada vitória com os 2 pontos negativos de cada derrota que deu 12. Na segunda equação, coloquei que a quantidade das vitórias é igual a 2 vezes a quantidade das derrotas.

Professora-pesquisadora: Como você testou para saber se estava correto?

Pereira: Eu usei o método da substituição, colocando 2D no lugar do V da primeira equação dando 6 derrotas.

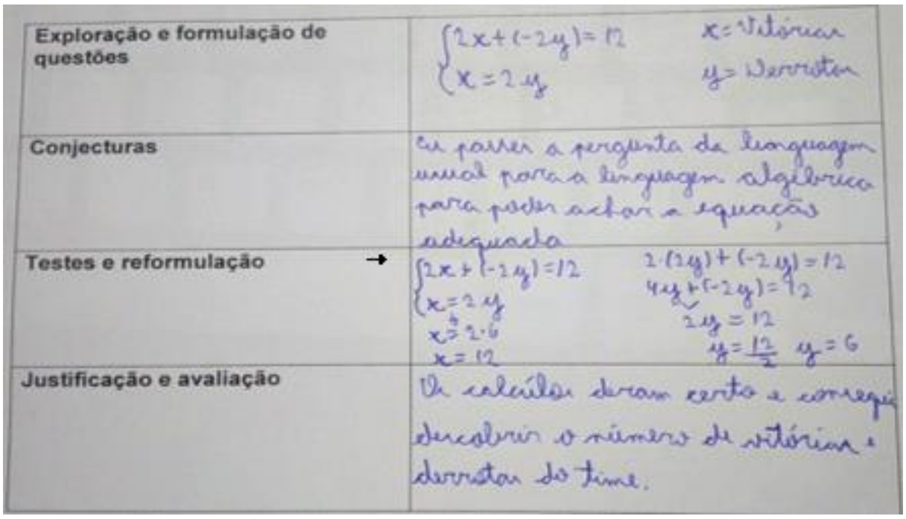
Professora-pesquisadora: No teste, você encontrou a quantidade de derrotas, mas não disse a quantidade de vitórias. Por quê?

Pereira: Esqueci de colocar que é 12, pois é o dobro da quantidade das derrotas.

A aluna Pereira soube transcrever a situação da questão para a linguagem algébrica e conseguiu resolver o problema através de duas equações com duas incógnitas. Ela compreendeu que cada incógnita representava um valor diferente, de acordo com a questão dada. A forma de pensamento da aluna Pereira está de acordo com a concepção Fundamentalista-Analógica.

O aluno Nascimento, do grupo 2, resolveu esta questão da seguinte forma:

Figura 23: Resolução do aluno Nascimento referente a atividade 6



Exploração e formulação de questões	$\begin{cases} 2x+(-2y)=12 \\ x=2y \end{cases}$ x = Vitórias; y = Derrotas
Conjecturas	Eu passei a pergunta da linguagem usual para a linguagem algébrica para poder achar a equação adequada
Testes e reformulação →	$\begin{cases} 2x+(-2y)=12 \\ x=2y \end{cases}$ $x=2\cdot 6$ $x=12$ $2\cdot(2y)+(-2y)=12$ $4y+(-2y)=12$ $2y=12$ $y=\frac{12}{2}$ $y=6$
Justificação e avaliação	Os cálculos deram certo e consegui descobrir o número de vitórias e derrotas do time.

Fonte: O autor (2019).

O aluno Nascimento iniciou a resolução da questão montando um sistema com duas equações contendo as incógnitas x e y. A professora fez algumas perguntas ao ver a resolução do aluno.

Professora-pesquisadora: Por que você pensou em duas equações para resolver a questão?

Nascimento: Eu fui seguindo o que dizia na questão. Primeiro somei o 2x das vitórias com o -2y das derrotas que dava 12. Depois coloquei x da vitórias igual 2y das derrotas.

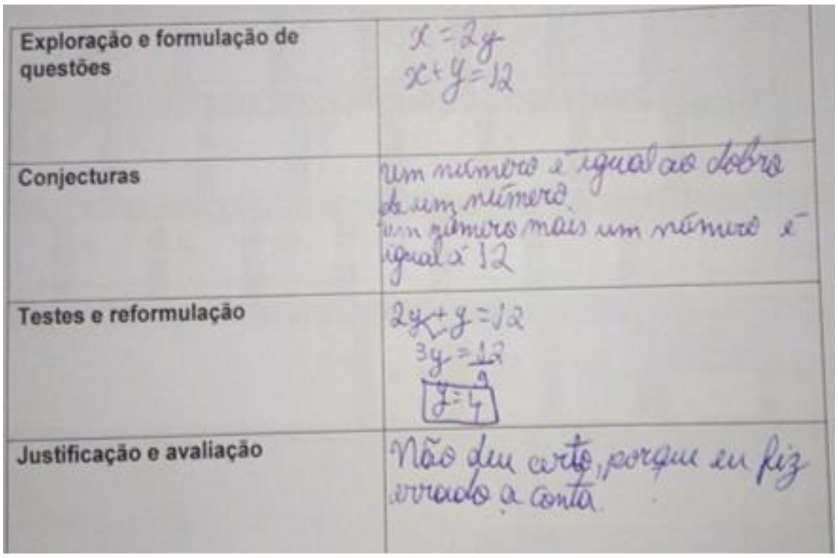
Professora-pesquisadora: Como você pensou para testar se essas equações serviam para resolver a questão?

Nascimento: Primeiro, eu substitui o 2y da segunda equação no lugar do x da primeira equação. Aí descobri que y é igual 6. Então, as vitórias são 12, o dobro das derrotas.

Nascimento interpretou corretamente a questão, transcrevendo a situação para a linguagem algébrica e soube resolver o problema através de duas equações com duas incógnitas. O aluno utilizou o método da sibstituição para resolver o sistema de equações e testar a formulação que montou.

A aluna Figueiredo, do grupo 6, resolveu esta questão da seguinte forma:

Figura 24: Resolução da aluna Figueiredo referente a atividade 6



Exploração e formulação de questões	$x = 2y$ $x + y = 12$
Conjecturas	um número é igual ao dobro de um número. um número mais um número é igual à 12
Testes e reformulação	$2y + y = 12$ $3y = 12$ $\boxed{y = 4}$
Justificação e avaliação	Não deu certo, porque eu fiz errado a conta.

Fonte: O autor (2019).

Figueiredo começou a resolução da questão montando duas equações, contendo duas incógnitas x e y. A professora fez algumas perguntas ao ver a resolução da aluna.

Professora-pesquisadora: Por que você pensou em duas equações para representar a situação da questão?

Figueiredo: Como falava em vitória e derrota, pensei em duas letras para representar cada uma, depois montei um sistema com duas equações seguindo o que dizia na pergunta.

Professora-pesquisadora: Como você pensou para testar essas equações?

Figueiredo: Na primeira equação, coloquei que a soma das vitórias com as derrotas dava 12, e na segunda equação coloquei que as vitórias são o dobro das derrotas. Depois subtitui o 2y no lugar do x para achar o valor de y.

Professora-pesquisadora: Qual foi a sua dificuldade para encontrar o resultado?

Figueiredo: Vi que não dava certo, pois eu não sabia onde colocar o 2 positivo das vitórias e o 2 negativo das derrotas. Desisti.

A aluna Figueiredo entendeu que precisava de equações com duas incógnitas para resolver a questão, porém não soube transcrever a situação para a linguagem algébrica. A aluna ainda pensa de forma mecânica, vendo a transformação algébrica como única forma de resolução do problema. Esta forma de pensar está ligada a concepção Linguístico-Pragmática.

No início da aplicação destas atividades, muitos alunos acharam estranho ter que escrever como pensaram para resolver, pois estavam habituados a resolverem questões de forma mecânica, com a finalidade de achar um resultado final e pronto.

Na atividade 1, que tem por objetivo compreender a definição de equação, muitos alunos não tinham ainda a compreensão da linguagem algébrica, porém tinham conhecimentos prévios dos conceitos de equilíbrio e igualdade, conseguindo fazer uma relação com o conceito de equação. Vale salientar que antes da aplicação desta atividade, os alunos tiveram quatro aulas expositivas sobre o conceito de equação e princípios de equivalência.

Na atividade 2, onde o objetivo é traduzir uma situação contextual expressa em linguagem corrente em uma sentença matemática e vice-versa, a maioria dos alunos conseguiram compreender a transcrição das linguagens.

Observou-se uma semelhança com os resultados obtidos na dissertação de Fernandes, a qual foi mencionada no capítulo 2 da Revisão de Literatura, em que verificou-se que os alunos se apropriaram de um modo de produzir sentido e estabelecer relação com a atividade algébrica, concebida como prática social de leitura e escrita de textos que mobilizam signos próprios da Álgebra, e também se apropriam do modo de relacionar-se com o conhecimento matemático, mediante uma dinâmica exploratória-investigativa.

Na atividade 3, que tem por objetivo reconhecer os princípios (aditivo e multiplicativo) de igualdade, os alunos não tiveram tanta dificuldade, com excessão de alguns que ainda não sabiam operar adições e multiplicações entre os termos da equação.

Na atividade 4, que tem por objetivo determinar a solução de uma equação em um dado Conjunto Universo, os alunos na sua maioria conseguiram chegar ao resultado final, porém, alguns não sabiam explicar como chegaram a esse resultado.

Na atividade 5, que tem por objetivo reconhecer que existem equações que apresentam a mesma raiz ou solução em um dado Conjunto Universo, os alunos apresentaram mais dificuldade, pois muitos deles conseguiam transcrever a situação da questão para a linguagem algébrica, porém, não conseguiam formular uma nova equação que tivesse a mesma raiz.

Na atividade 6, que tem por objetivo resolver problemas por meio de uma equação, os alunos também tiveram bastante dificuldade em formular equações com duas incógnitas de acordo com a questão. Alguns alunos até conseguiam formular, porém, não sabiam que método utilizariam para a resolução.

Na realização desta pesquisa os sujeitos foram divididos em grupos para a investigação das atividades propostas. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 25),

> uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases, o que pode acontecer numa aula ou conjunto de aula: primeira, introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito; segunda fase, realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda turma, e por último, discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

A aplicação das atividades em grupo contribuiu bastante para a aprendizagem dos alunos, pois a linguagem do colega ao explicar a questão, muitas vezes é melhor compreendida do que a do professor.

Na discussão feita após a aplicação das atividades, muitos alunos relataram que compreenderam melhor as questões quando tiveram que escrever como pensaram a resolução, pois, ao pararem para refletir, verificavam caminhos que dariam certo ou não.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acredita-se que os momentos de discussão poderiam ser melhor aproveitados. Contudo, o estudo ainda não foi finalizado. Considera-se que esse trabalho pode ser utilizado por outros professores em suas aulas. Quando se for dada maior importância ao raciocínio durante a realização de atividades, a aprendizagem terá mais eficácia.

Analisando os dados, percebe-se que as resoluções de cada atividade fornecem informações importantes sobre como os estudantes pensam algebricamente e quais são suas dificuldades.

Viu-se, na análise das atividades, uma semelhança com os resultados obtidos na pesquisa de Déchen(2008) e Macalli(2017). Nas pesquisas de ambos os autores, observou-se que a maior dificuldade dos alunos foi a compreensão do conceito de variável e linguagem.

Essas dificuldades foram as mesmas encontradas na resolução das atividades aplicadas com os alunos, principalmente ao se trabalhar o conceito de equações equivalentes, pois alguns alunos não conseguiram compreender que duas equações só são equivalentes quando apresentam o mesmo resultado.

As reflexões após a aplicação das atividades também foram de extrema importância, pois serviram para saber como decorreu a aula, revendo o que não deu certo.

Um dos pontos negativos foi o tempo para cada atividade, pois nem todos alunos pensam no mesmo ritmo. Percebeu-se também que poderiam ter sido mais aprofundadas as discussões após as atividades, tendo assim, mais informações para analisar.

Nessa pesquisa, apresentaram-se algumas considerações que abrangem a prática pedagógica desenvolvida com os alunos. A investigação matemática serviu de alicerce no processo de ensino e aprendizagem dos principais conceitos do conteúdo de equações do 1º grau com uma turma de alunos do Ensino Fundamental.

O uso de atividades investigativas contribui de forma significativa para a construção de um pensamento algébrico pelos estudantes, uma vez que, ao formularem questões e testarem conjecturas, podem analisar seus erros e buscar novas estratégias de resolução.

Todas as discussões tiveram como objetivo responder a seguinte questão: como atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano?

Diante disso, foram desenvolvidas seis atividades investigativas, conforme o formato proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), em que cada atividade possui um objetivo relacionado a aprendizagem de equações do 1º grau, relacionando com as concepções de álgebra.

Foram alcançados os objetivos propostos. Além desses objetivos, viu-se também a importância desse método de ensino ser utilizado na formação de novos professores e na formação continuada de professores que já atuam na sala de aula através de grupos de estudo. O produto educacional desta pesquisa será de grande auxílio nessa formação, pois, através das análises das questões trabalhadas com os alunos e de como podem ser aplicadas, potencializa-se o ensino de equações do 1º grau.

Considerando-se a grande relevância dessa pesquisa, recomenda-se a continuidade desse estudo devido às últimas alterações curriculares, posto que precisa-se de metodologias diferenciadas, a fim de propiciar uma aprendizagem significativa aos alunos, tornando-os autônomos e críticos na resolução de questões.

Em síntese, a investigação matemática constitui uma importante ferramenta para o processo de ensino-aprendizagem de equações do 1º grau e, desse modo, a formação de um pensamento algébrico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério de Educação/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, v. 3, 1997.

BRÖNSTRUP, M. **Ensinar matemática**: **Uma vivência com atividades investigativas**. 2007. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2007.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2005. 6ª ed.

CHICA, C; BARNABÉ, F.; TENUTA, L. **Compare: as mudanças dos PCNs para a BNCC em Matemática**. Nova Escola, 2017. Disponível em: <https://novaescola.org.br/bncc/conteudo/33/compare-as-mudancas-dos-pcns-para-a-bncc-em-matematica>. Acesso em: 31 jan. 2019.

CORTÊ, S. R. P. **Abordagem investigativa na aprendizagem da matemática**. Funchal: UMA, 2012. Relatório de Estágio de Mestrado.

DECHEN, T. **Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6ª série do ensino fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos**. 2008. 127 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

FERNANDES, F. L. P. **Iniciação a práticas de letramento algébrico em aulas exploratório-investigativas**. 2011. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

FERREIRA, A. R. C.; CORREIA, W. M. **Atividades investigativas envolvendo produtos notáveis e equações do segundo grau**. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, 7., 2015, Minas Gerais., Anais... Minas Gerais: [s.n.], 2015. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ATIVIDADES-INVESTIGATIVAS-

ENVOLVENDO-PRODUTOS-NOTAVEIS-E-EQUACOES-DO-SEGUNDO-GRAU.pdf> . Acesso em: 03 fev. 2019.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO. 2005, Portugal. Disponível em: . Acesso em: 21 abr. 2015.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar**. **Pró-posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JÚNIOR., J. R. **A conquista da matemátic**a. 7º ano. São Paulo: FTD, 2015.

HERNÁNDEZ, M. A. **La construcción del lenguaje matemático**. Graó, 2002.

IMENES, L. M. **Matemática: Imenes & Lellis. 7º ano: guia do professor**. São Paulo: Moderna, 2010.

KALINKE, M. A. CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Gradiva: Lisboa, 2000. Bolema-Boletim de Educação Matemática, v. 15, n. 17, p. 135-141, 2002.

LIMA, D. T. **Fichas temáticas: resolvendo equações do 1º grau**. 2010. 49 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Pontíficia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perpectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus Editora, 2005.

MACCALI, L. **Atividades investigativas para o ensino da álgebra em turmas de 7º ano e 9º ano do Ensino Fundamental**. 2017. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas), Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2017.

MACCALI, L. et. al. **Atividades investigativas desenvolvidas com alunos do Ensino Médio**. Revista Eletrônica da Matemática, Caxias do Sul, v. 1, n. 2, p. 1-8, 2015.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?**. Pro-Posições, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino**. 2008. 179 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

PEREIRA, G. N., BRAGA, M S. N. **Investigação matemática e a construção do pensamento algébrico: uma metodologia de ensino a compreensão de incógnitas**. **Revista Eventos Pedagógicos**, v.3, n.3, p. 320-340, 2012.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

PORFÍRIO, J.; OLIVEIRA, H. **Uma reflexão em torno das tarefas de investigação**. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**, p. 111-118, 1999.

REPSKI, J.; CAETANO, J. J. **O uso da calculadora em sala de aula: uma proposta de atividade investigativa**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba., Anais... Curitiba: [s.n.], 2013. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2145_544_ID.pdf>. Acesso em: 03 fev. 2019.

RIBEIRO, A. J. **Equações e seus multisignificados no ensino da matemática: contribuições de um epistemológico**. 2007. 141 f. Tese (Doutorado em Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SCARLASSARI, N. T. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª serie do ensino fundamental**. 2007. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

SHWERZ, C. C.; CEOLIN, T.; ARAÚJO, M. C. P. **Projeto ação na escola: o uso da investigação matemática no laboratório de aprendizagem**. In: Encontro Regional de Educação Matemática, 9., 2011, Ijuí., Anais... Ijuí: [s.n.], 2011. Disponível em: < http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/re/PDF/RE39.pdf> . Acesso em: 03 fev. 2019.

SINGH, S. **A solução do último teorema de Fermat**. Rio de Janeiro: Editora Record., 1998.

STEWART, I.; URBANO, M. **Os problemas da matemática**. Lisboa: Gradiva, 1996.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo, Martins Fontes, 2010.

APÊNDICE A

QUADRO UTILIZADO PARA A REALIZAÇÃO DAS INVESTIGAÇÕES DE CADA ATIVIDADE PELO ALUNO

Exploração e formulação de questões	
Conjecturas	
Testes e reformulação	
Justificação e avaliação	

APÊNDICE B

FICHA TEMÁTICA UTILIZADA PARA ANÁLISE DE CADA ATIVIDADE PELA PROFESSORA PESQUISADORA

Dificuldades	
Tipo de atividade	
Tempo estimado para a atividade	
Orientações adicionais	
Avaliação	

ANEXO A

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Baseado nos termos da Resolução nº 466, de 12 de Dezembro de 2012 e Resolução nº 196/96, de 10 de outubro de 1996 do Conselho Nacional de Saúde, do Ministério da Saúde.

O presente termo em atendimento as resoluções acima citadas, destina-se a esclarecer ao participante da pesquisa intitulada: **ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU POR ALUNOS NO 7º ANO**, sob a responsabilidade de Viviane Menezes de Souza Machado, Mestrando(a), do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática / MPECIM – UFAC, os seguintes aspectos:

Objetivos: Descrever as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de equações do 1º grau, refletir sobre as manifestações do pensamento algébrico nas atividades investigativas, analisar as possíveis contribuições das atividades investigativas com equações do 1º grau para a formação do pensamento algébrico.

Metodologia: Serão feitas atividades de investigação com os alunos, referentes ao conteúdo de equações do 1º grau, as quais serão realizadas em sala de aula.

Justificativa e Relevância: Esta pesquisa será grande importância, pois, com a análise dos dados observados, veremos as possíveis contribuições das atividades investigativas na resolução de equações do 1º grau.

Riscos e desconfortos: Não haverá riscos e desconfortos para os participantes.

Benefícios: Proporciona ao aluno autonomia e formulação de hipóteses na resolução dos exercícios.

Dano advindo da pesquisa: Não se vislumbra danos advindos da pesquisa

Garantia de esclarecimento: A autoria da pesquisa se compromete está à disposição dos sujeitos participantes da pesquisa no sentido de oferecer quaisquer esclarecimentos sempre que se fizer necessário.

Participação voluntária: A participação dos sujeitos no processo de investigação é voluntária e livre de qualquer forme de remuneração, e caso ache conveniente, o seu consentimento em participar da pesquisa poderá ser retirado a qualquer momento.

Consentimento para participação:

Eu estou ciente e concordo com a participação no estudo acima mencionado. Afirmo que fui devidamente esclarecido quanto os objetivos da pesquisa, aos procedimentos aos quais serei submetido e os possíveis riscos envolvidos na minha participação. O responsável pela investigação em curso me garantiu qualquer esclarecimento adicional, ao qual possa solicitar durante o curso do processo investigativo, bem como também o direito de desistir da participação a qualquer momento que me fizer conveniente, sem que a referida desistência acarrete riscos ou prejuízos à minha pessoa e meus familiares, sendo garantido, ainda, o anonimato e o sigilo dos dados referentes à minha identificação. Estou ciente também que a minha participação neste processo investigativo não me trará nenhum benefício econômico.

Eu,____, aceito livremente participar da pesquisa intitulada ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU POR ALUNOS NO 7º ANO.

Desenvolvido(a) pelo mestrando (a),Viviane Menezes de Souza Machado, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, sob a orientação do(a) professor(a) Dr(a) Gilberto Francisco Alves de Melo, da Universidade Federal do Acre – UFAC.

____
Assinatura do Participante

Polegar direito

ANEXO B

TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR

Eu, **Viviane Menezes de Souza Machado**, apresentei todos os esclarecimentos, bem como discuti com os participantes as questões ou itens acima mencionados. Na ocasião expus minha opinião, analisei as angústias de cada um e tenho ciência dos riscos, benefícios e obrigações que envolvem os sujeitos. Assim sendo, me comprometo a zelar pela lisura do processo investigativo, pela identidade individual de cada um, pela ética e ainda pela harmonia do processo investigativo.

Rio Branco , AC, ___ de __________ de 2019

____

Assinatura do(a) Pesquisador(a)

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Coordenador do MPECIM
Portaria N.º 019, de 04 de janeiro de 2018

ANEXO C

TERMO DE ASSENTIMENTO DO MENOR

Você está sendo convidado para participar da pesquisa intitulada: **ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU POR ALUNOS DO 7º ANO**, sob a responsabilidade de **Viviane Menezes de Souza Machado**, do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática / MPECIM – UFAC. O objetivo desta pesquisa é descrever, refletir e analisar as contribuições das atividades investigativas na resolução de equações do 1º grau.
A sua participação é importante no sentido de participar; ajudar a testar/utilizar (em sala de aula/na escola) as atividades de investigação com equações do 1º grau. A pesquisa será divulgada, no máximo, até o mês de Abril de 2020. Os resultados vão ser publicados, mas sem sua identificação, pois não falaremos, explicitamente, a outras pessoas das informações pessoais que nos fornecer; nem daremos a estranhos tais informações. Contudo, com sua autorização e a de seus pais, poderemos fazer o uso de algumas imagens. Se você ainda tiver alguma dúvida, você pode nos perguntar ou esclarecer através do número de celular que foi indicado no cartão.
Eu ____ aceito participar desta pesquisa. Entendi os riscos, os benefícios e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer "sim" e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desistir que não irá impactar nos estudos do pesquisador. O pesquisador tirou minhas dúvidas e conversou com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Rio Branco (AC), ____de ___________de 2019

____

Assinatura do menor

TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR

Eu, **Viviane Menezes de Souza Machado**, apresentei todos os esclarecimentos, bem como discuti com os participantes as questões ou itens acima mencionados. Na ocasião expus minha opinião, analisei as angústias de cada um e tenho ciência dos riscos, benefícios e obrigações que envolvem os colaboradores. Assim sendo, me comprometo a zelar pela lisura do processo investigativo, pelo anonimato da identidade individual de cada um, pela ética e ainda pela harmonia do processo investigativo.

Rio Branco (AC)., ______ de ___________ de 2019.

____

Viviane Menezes de Souza Machado

Mestrando MPECIM – UFAC
Matricula: 20182100021

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Coordenador do MPECIM
Portaria N.º 019, de 04 de janeiro de 2018