UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DILCLIDIANE FIDELIS LIRA

APRENDIZAGEM DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS POR ALUNOS(AS) DO 6º ANO COM MEDIAÇÃO DO ESTOJO DE FRAÇÕES

RIO BRANCO
2021

Dilclidiane Fidelis Lira

APRENDIZAGEM DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS POR ALUNOS(AS) DO 6º ANO COM MEDIAÇÃO DO ESTOJO DE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.
Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de Pesquisa: Recursos e Tecnologias no Ensino de Matemática.

Orientador**:** Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

RIO BRANCO
2021

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

D576a Lira, Dilclidiane Fidelis, 1996 -

Aprendizagem de números fracionários por alunos(as) do 6º ano com mediação do estojo de frações / Dilclidiane Fidelis Lira; orientador: Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo. – 2021.

102 f.:il; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Programa de Pós-Graduação e Pesquisa em Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Rio Branco, 2021.

Inclui referências bibliográficas, apêndices e anexo.

1. Materiais didáticos manipuláveis. 2. Adição e subtração de frações. 3. Estojo das frações. I. Melo, Gilberto Francisco Alves de. II. Título.

CDD: 510.7

Bibliotecário: Uéliton Nascimento Torres CRB-11º/1074.

DILCLIDIANE FIDELIS LIRA

APRENDIZAGEM DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS POR ALUNOS(AS) DO 6º ANO COM MEDIAÇÃO DO ESTOJO DE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – da Universidade Federal do Acre – UFAC, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.
Orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo.

Data da aprovação: 25/ 11/ 2021

BANCA EXAMINADORA:

Orientador Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Universidade Federal do Acre – UFAC

Nilra Jane

Membro Externo Prof.ª Dr.ª Nilra Jane Filgueira Bezerra Universidade Federal
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima - IFRR

Salete Maria Chalub Bandeira

Membro Interno Prof.ª Dr.ª Salete Maria Chalub Bandeira
Universidade Federal do Acre – UFAC

José Ronaldo Melo

Membro Suplente Prof. Dr. José Ronaldo Melo
Universidade Federal do Acre - UFAC

RIO BRANCO
2021

Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento.

(LORENZATO)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus que me sustentou e me deu forças nos momentos mais difíceis desta jornada.

Ao meu orientador, prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo, que apoiou esse projeto em andamento e não mediu esforços para que pudéssemos concluí-lo.

À minha mãe, Maria Solange, o verdadeiro motivo de tudo que sou, de tudo que tenho e de tudo que ainda busco construir. Uma mulher guerreira que sempre apoiou e incentivou os meus sonhos.

Aos meus irmãos, Samila Fidelis e Tarlisson Fidelis, que sempre acreditaram em mim.

Ao meu namorado, Lucas Motta, por me apoiar, me incentivar e entender a minha ausência em tantos momentos.

Às coordenadoras Ana Débora, Herdinanda, Marcia e ao diretor Agleison Correia, da escola em que atuo, que abraçaram meu projeto e me deram todas as condições para executá-lo, desde o início até o final do mestrado.

À minha coordenadora pedagógica Sâmia, que me ajudou na construção do estojo e na execução do projeto na escola.

Aos meus amigos que estiveram junto comigo durante a graduação e que até aqui permaneceram.

À Luciana, uma grande amiga que o mestrado me presenteou, que não me deixou desistir e me ajudou nos momentos em que mais precisei.

A todos, o meu muito obrigada.

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo geral investigar como o uso do material manipulável Estojo das Frações potencializa o processo de aprendizagem da adição e subtração de números racionais na forma fracionária com alunos do 6º ano de uma Escola do Ensino Fundamental. Para o desenvolvimento dessa pesquisa, apresentamos a seguinte questão: De que modo a utilização do material didático manipulável, estojo das frações, pode potencializar a aprendizagem dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no que diz respeito às operações de adição e subtração de frações? Neste sentindo, é uma pesquisa qualitativa, que utilizou os seguintes recursos para coletas de dados e para a fundamentação de um referencial teórico: avaliação diagnóstica; observação e análise dos dados e informações coletadas na avaliação diagnóstica; construção de sequência didática; registro das intervenções; análises e discussões. Baseia-se nos estudos sobre os materiais didáticos manipuláveis no ensino da matemática, ensino de frações com materiais manipuláveis e, em especial no uso do “estojo das frações”. Os principais resultados indicam a importância da aprendizagem de adição e de subtração de frações através do tátil, pois, os alunos se comportaram de maneira ativa e reflexiva no seu processo de aprendizagem, visto que, por meio do estojo de frações conseguiram investigar, interpretar e formular as suas próprias percepções a respeito das duas operações. E, decorrente da pesquisa temos o produto educacional intitulado de: conjunto de tarefas com a utilização do “estojo das frações”.

Palavras-chave: Materiais didáticos manipuláveis. Adição e subtração de frações. Estojo das frações. Aprendizagem.

ABSTRACT

The present research had as general objective to investigate how the use of the manipulative material Estojo das Frações enhances the learning process of addition and subtraction of rational numbers in the fractional form with 6th grade students of an Elementary School. For the development of this research, we present the following question: In what way can the use of manipulative teaching material, a case of fractions, enhance the learning of 6th grade students in terms of addition and subtraction of fractions? In this sense, it is qualitative research, which used the following resources for data collection and for the foundation of a theoretical framework: diagnostic assessment; observation and analysis of data and information collected in the diagnostic evaluation; construction of didactic sequence; recording of interventions; analyzes and discussions. It is based on studies on manipulable teaching materials in the teaching of mathematics, teaching fractions with manipulable materials and on the use of the “case of fractions”. The main results indicate the importance of learning addition and subtraction of fractions through the touch, as the students behaved in an active and reflective way in their learning process, since through the fractions kit they managed to investigate, interpret and formulate the their own perceptions of the two operations. And, as a result of the research, we have the educational product entitled: set of tasks using the “case of fractions”.

Keywords: Handleable teaching materials. Addition and subtraction of fractions. Case of fractions. Earning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNE	Conselho Nacional de Educação
LDB	Lei Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MD	Material manipulável
MEC	Ministério da Educação
MPECIM	Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ao refletir sobre o campo educacional e todas as ações voltadas ao ensino e aprendizagem de matemática, podemos inferir que muito foi construído ao longo dos séculos que perduram o processo educacional nas instituições de ensino. E a evolução nesse campo, só foi possível graças às constantes pesquisas e discussões levantadas em torno da melhoria no que diz respeito ao processo de ensino e de aprendizagem.

Observamos ainda, que a formação de um sujeito social se dá por meio do seu desenvolvimento cognitivo e atuante na sociedade, procedimento esse, que ao ser analisado está constantemente em acordo com ideias matemáticas, pois, como bem sabemos a matemática é indissociável do homem, seja em atividades comerciais, culturais ou até mesmo de construções e nessa perspectiva não podemos negar que ela está presente em tudo que fazemos, vemos ou tocamos. Por isso, em sala de aula deve ser trabalhada de maneira que possa desenvolver habilidades intrínsecas e as habilidades que desenvolvem a interdisciplinaridade.

A própria BNCC que, preocupa-se com a formação integral do sujeito, sustenta a supracitada linha de pensamento, quando traz como competência específica da área de matemática, que o aluno deve identificar a matemática como uma ciência viva capaz de solucionar problemas científicos, tecnológicos e que, consequentemente, tenha impacto no mundo do trabalho.

Com isso, precisamos compreender que a matemática, assim como outras áreas do conhecimento, é uma ciência dinâmica em um processo de constante expansão e revisão dos seus conceitos e conteúdo para o ensino da/na sociedade. Os conteúdos matemáticos não devem ou não podem ser apresentados com uma disciplina fechada, homogênea ou desvinculada das ações do mundo (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007).

Seguindo essas concepções a respeito da matemática, ao observar seu desenvolvimento no ambiente escolar, podemos notar que, parte da maneira como o aluno recebe a matemática, muito está vinculada ao método utilizado pelo professor no ato de ensinar.

Quando nós, professores, utilizamos apenas uma metodologia de ensino voltada para o conhecimento que essa ciência apresenta, podemos dificultar a compreensão dos conceitos estabelecidos, tendo em vista que cada ser humano abstrai o conhecimento de maneiras diferentes.

Como estudante do Ensino Fundamental e Médio tive[1] acesso apenas ao ensino tradicional[2] e, apesar de ter facilidade em entender o conteúdo no momento em que era apresentado em sala de aula, e, também, durantes as provas, muitas vezes, em anos seguintes, não conseguia correlacionar com outros conteúdos, de modo que por vezes eu sequer lembrava do que já havia estudado, sentimento que era compartilhado com meus colegas de classe que comentavam sobre as suas restrições em aprender determinados conteúdos de matemática.

Assim, o interesse pelo assunto que será abordado nesta pesquisa surgiu a partir das minhas experiências pessoais vivenciadas como aluna, que me permitiram notar e viver o grande déficit no processo de aprendizagem referente ao ensino da adição e da subtração dos números racionais na forma fracionária.

Devo acrescentar que, durante a formação inicial em licenciatura em matemática, tive acesso as disciplinas de práticas de ensino de matemática que me trouxeram reflexões sobre metodologias de ensino alternativas. Então, discutir, criar, analisar e apresentar para os professores e colegas da graduação métodos que pudessem dinamizar o método de ensino de determinados conteúdos de matemática ao mesmo tempo em que ensinavam, foi de suma importância para que, já como professora formada e atuante em 2019, eu pudesse olhar com atenção para a minha sequência didática e me preocupar em adaptá-la (utilizando jogos digitais, jogos manuais, músicas, histórias, poemas etc.) de modo que contemplasse os conteúdos de maneira dinâmica, e que chamasse a atenção dos alunos para a discussão e participação ativa e reflexiva no seu processo de aprendizagem.

Diante ao exposto, compreendi que existem várias maneiras de aproximar o aluno dos conteúdos, mesmo aqueles que dizem não ter afinidades com a matemática. Precisamos, enquanto professores, estar cientes de que a linguagem matemática, muitas vezes do ponto de vista do aluno, é de difícil compreensão, por isso, para os educandos somente ouvir ou ler, por vezes, não será suficiente.

---

[1] Tive - a autora usa o verbo na primeira pessoa do singular para especificar uma experiência pessoal vivenciada durante o ensino básico.

[2] Ensino tradicional – aulas expositivas, nas quais o professor explica e o aluno presta atenção às explicações. A dinâmica das aulas é teoria, exemplos e listas de exercícios. A participação dos alunos é restrita. (PATRONO, 2014, p. 16)

Acrescento ainda, que o interesse pela temática deste estudo surgiu a partir da minha estreita vivência em sala de aula como docente, das minhas dificuldades encontradas para tornar o ensino significativo para os alunos, de modo que a atuação dos discentes no seu processo de aprendizagem fosse ativa, e que eu pudesse colocar em prática todas as discussões levantadas durante a graduação, ou seja, que o discente seja um ser reflexivo e investigativo diante dos conteúdos.

Foi pensando nos pontos levantados acima, que a presente pesquisa apresentará um estudo sobre a utilização dos materiais didáticos manipuláveis na aprendizagem da matemática referente ao conteúdo de adição e de subtração de frações para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, propondo, também, uma discussão sobre os documentos oficiais do Ministério da Educação — MEC, que interferem diretamente no ensino de matemática em todo territorial nacional.

Nessa perspectiva, a investigação busca responder: De que modo a utilização do material didático manipulável, estojo das frações pode potencializar a aprendizagem dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental no que diz respeito as operações de adição e de subtração de frações?

Assim, para o desenvolvimento dessa pesquisa traçamos o seguinte objetivo geral: investigar se o uso do material manipulável Estojo das Frações potencializa o processo de aprendizagem da soma e da subtração de números racionais na forma fracionária com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. E, com a finalidade de alcançar esse propósito, apresentamos os seguintes objetivos específicos: a) examinar os documentos oficiais do MEC e também os pautados em lei no que diz respeito ao ensino de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental; b) construir, aplicar e analisar os materiais didáticos manipuláveis para a aprendizagem dos conceitos matemáticos frente ao ensino de frações para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental; c) refletir e descrever as intervenções realizadas pela pesquisadora com o uso dos materiais didáticos manipuláveis na aprendizagem do ensino de frações com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa, que utiliza as seguintes técnicas de coleta de dados: documentos para a construção de um referencial teórico - Base Nacional Comum Curricular – BNCC; Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN; Plano de Curso Unificado do Acre do 5º ano do Ensino Fundamental para a construção da avaliação diagnóstica; avaliação diagnóstica com a finalidade de identificar quais pontos estudados no 5º ano referente as frações deverão ser trabalhados novamente antes de fazer a introdução de novas habilidades.

Ademais, serão feitas observações e análise dos dados coletados para identificar como os alunos reagiram frente ao material manipulável estojo das frações, e, caso seja necessário, trabalhar em cima das possíveis alterações que devem ser feitas seja no material, seja nas metodologias de intervenções utilizadas com o intuito de tornar o processo de aprendizagem significativo.

Será elaborada e executada uma sequência didática pela própria pesquisadora sem a presença da professora regente da turma; haverá registro das intervenções que serão realizadas em três aulas (duas horas cada aula); registro de imagens e gravações (com o consentimento de todos os participantes), feito por meio de um aparelho celular Android, nos momentos de intervenções com os alunos.

Dessa forma, a pesquisa traz apresentação de recursos táteis e que podem vir a ser uma alternativa para fortalecer o aprendizado de frações para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. O presente trabalho baseia-se em consultas bibliográficas e documentais, principalmente nos seguintes teóricos: Lorenzato (2009; 2010), com os construtos teóricos voltados para os materiais didáticos no ensino da matemática; Passos e Romanatto (2011), com o foco no ensino de frações com materiais manipuláveis; Gois (2014) centrada no uso do “estojo das frações” e Santos (2019) com o foco no ensino de frações através da metodologia do concreto, pictórico e abstrato.

A investigação está organizada em quatro capítulos:

Capítulo I – História recente da educação e da matemática considerando os documentos oficiais. Neste capítulo, iremos fazer uma abordagem dos documentos oficiais que utilizamos para elaborar a pesquisa e as intervenções, a saber: a BNCC, o PCN, LDB/1996, e documentos oficiais do estado do Acre – Plano de Curso Unificado do Acre do 5º e do 6º ano do Ensino Fundamental.

Capítulo II – Frações - Uma breve abordagem sobre a história dos números e a prática de ensino frente as operações com frações. Neste capítulo, faremos uma abordagem acerca do surgimento da matemática e dos números diante da necessidade do homem. Para isso, utilizaremos como referencial as contribuições de Boyer (1974).

Na sequência, iremos discutir os conceitos e a definição de frações segundo Romanatto (1997), além de discorrer sobre frações equivalentes e das operações de adição e subtração de frações. Nesse capítulo, abordaremos, ainda, a metodologia de ensino com o material didático manipulável e o papel que o professor desempenha nesse processo, utilizando como embasamento o PCN (1998) e Lorenzato (2009 e 2010). Concluiremos o capítulo com a história do estojo das frações e seus aspectos técnicos.

Capítulo III – Metodologia da pesquisa. Apresentaremos o desenvolvimento da pesquisa, com o local e participantes, planejamento das aplicações com o material didático, embasado teoricamente em Minayo e Minayo Gomez (2003), Gil (2007), Cervo; Bervian e Silva (2007).

Capítulo IV – Intervenções: resultados e discussão. Nesse capítulo, iremos expor todo o desenvolvimento do processo metodológico, o primeiro contato dos alunos com o material, as discussões levantadas e os resultados apresentados.

Considerações Finais – Exporemos as observações acerca do trabalho no que se refere a parte prática e teórica, as possíveis mudanças que poderiam ser feitas na aplicação do MD a fim de melhorar o processo de aprendizagem dos alunos e os pontos positivos e negativos que a pesquisa trouxe.

1 UMA BREVE ABORDAGEM ACERCA DOS MARCOS LEGAIS DA EDUCAÇÃO NO BRASIL

Neste capítulo explanaremos uma breve linha do tempo, a partir de 1988, acerca do processo de educação no Brasil, onde determinadas medidas resultaram em um processo de construção de alguns documentos. São eles: PCN - considerado histórico é utilizado para discussões teóricas acerca do processo de ensino e aprendizagem, e a BNCC - considerada um documento de caráter normativo e base para a construção do currículo por estado. Tais documentos têm sua própria estrutura, mas abordam de maneira específica cada disciplina que é trabalhada em sala de aula. Por isso, quando formos discutir textos que são subdivididos por área, iremos focar somente nos objetos de matemática.

1.1 PANAROMA SOBRE OS MARCOS LEGAIS

O Texto Constitucional de 1988 trata da educação e em seu artigo 205, preconiza que:

> A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 1988).

O intuito desta lei é assegurar que sejam tomadas as medidas necessárias por parte do Estado, da família e da sociedade para que todas as pessoas sem distinção de qualquer natureza tenham acesso integral à educação.

Entretanto, a garantia de acesso e permanência das crianças na escola, não foi suficiente para que isso de fato acontecesse e, por isso, na década de 90, diversas iniciativas curriculares foram instituídas no Brasil, pois se observou que, apesar de o acesso à escola ser um direito de todos, o fracasso e, consequentemente, a evasão escolar estavam e, possivelmente, continuam cada vez mais crescentes.

Assim, em 24 de novembro de 1995 foi criada a Lei nº 9131/95 que atribuía ao Ministério da Educação e do Desporto, em colaboração com o Conselho Nacional de Educação, formular e avaliar a política nacional de educação. No ano seguinte, foi promulgada a Lei nº. 9394/96, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional –

LDB, que trata do ensino e da educação básica assegurando o acesso à educação em todos os níveis de ensino. A saber:

> Art. 206. O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:
> I – igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;
> II – liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber;
> III – pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino;
> IV – gratuidade do ensino público em estabelecimentos oficiais;
> Art. 208, § 1º
> V – valorização dos profissionais da educação escolar, garantidos, na forma da lei, planos de carreira, com ingresso exclusivamente por concurso público de provas e títulos, aos das redes públicas; (Redação dada pela EC n. 53/2006)
> VI – gestão democrática do ensino público, na forma da lei;
> VII – garantia de padrão de qualidade;
> VIII – piso salarial profissional nacional para os profissionais da educação escolar pública, nos termos de lei federal. (Incluído pela EC n. 53/2006) (BRASIL, 1988, p. 166-167)

Dessa forma, após a consolidação da LDB em 1996, o Conselho Nacional de Educação (CNE) apresentou outras medidas que eram necessárias para instruir a gestão e os professores sobre as ações no âmbito escolar. Criando assim versão do PCN com o propósito de orientar os educadores.

O PCN é um documento oficial consolidado em 1997 (1º e 2º ciclo) e 1998 (3º e 4º ciclo) pelo governo federal e surgiu da necessidade de oferecer uma educação de qualidade para todos, a fim de orientar a ação pedagógica de professores das escolas públicas e particulares, oferecendo sugestões de como superar o fracasso escolar.

Para a sua elaboração foi necessária a participação de vários educadores brasileiros das mais diversas áreas e dos mais diversos graus de ensino, além da colaboração de instituições governamentais e não governamentais, com a intenção de discutir e encontrar o melhor caminho para que fosse oferecido uma educação de qualidade, e não somente o acesso na vida e no ambiente escolar.

Vale ressaltar que este é um documento orientador (do currículo do ensino fundamental), ou seja, não é um documento obrigatório, mas as escolas poderiam usar para se embasar na construção dos seus Projetos Políticos Pedagógicos – PPP.

O documento traz uma estrutura diferenciada, pois é dividido em 10 volumes e cada volume contém os seguintes aspectos:

a) Objetivos gerais para o ensino fundamental: todas as disciplinas têm os mesmos objetivos gerais que visam promover a formação integral dos alunos por meio do desenvolvimento social, crítico, físico e afetivo;
b) Caracterização da área: faz um comparativo no quadro da educação, abordando como era a prática da ação docente e quais são as mudanças necessárias para que se possa superar as problemáticas no processo de aprendizagem;
c) Objetivos gerais da área: esses objetivos são subdivididos em objetivos gerais para o ensino fundamental (como já foi explicado anteriormente) e objetivos específicos para cada ciclo;
d) Objetivos específicos para cada ciclo interligado com os conteúdos da área e com os critérios de avaliação da área para o ciclo e as orientações didáticas.

Sentimos a necessidade de explorar este documento em nossa pesquisa, pois, até pouco tempo, esse era o documento utilizado por vários estados e municípios para a elaboração do seu currículo e do plano de curso. Ou seja, muitos de nós tivemos um ensino pautado (pelo menos tecnicamente) em suas diretrizes.

Além disso, acreditamos que é importante entender o PCN por conter aspectos que nos ajudarão a entender como podemos atuar na prática do processo de ensino, pois, traz discussões sobre as possíveis medidas que devem ser tomadas para a elaboração de um ensino de qualidade, acompanhado sempre de melhoria das condições de trabalho.

Ademais, o documento promove a discussão de algumas orientações didáticas relativas a conceitos e procedimentos matemáticos, analisando obstáculos que podem surgir na aprendizagem de certos conteúdos e sugerindo alternativas que possam favorecer sua superação.

Os conteúdos apresentados são divididos em 4 blocos, porém um bloco, em específico, abrange e se aprofunda melhor no nosso objeto de pesquisa, por isso, vamos analisar somente este recorte do texto.

No bloco de números e operações concentram-se os conteúdos envolvendo os mais diversos tipos de números que estão separados em conjuntos numéricos. Nesse bloco serão trabalhadas as variedades de operações que é possível fazer com esses números, além dos significados que cada operação traz consigo e suas diferentes formas de resolução.

Ao analisar o tema da nossa pesquisa, por exemplo, podemos identificar que trabalhar com os números racionais na forma fracionária (e principalmente com as operações) traz para o aluno uma realidade diferente daquela vivenciada com os números naturais.

Alguns conceitos das frações são inseridos ainda no segundo ciclo, entretanto, muitos alunos podem chegar no terceiro ciclo apresentando dificuldades com relação aos conceitos já vistos e, quando o professor introduz novos conceitos desse conteúdo, a bagagem de incompreensão do aluno só aumentará.

O PCN traz diversos pontos em que sugere ser o “problema” no processo de aprendizagem dos números racionais, mas, buscando focalizar apenas no nosso objeto de pesquisa, iremos nos basear no seguinte ponto do PCN (1998, p. 67): “cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$,... são diferentes representações de um mesmo número”, analisando esse fragmento do texto, podemos propor alternativas de ensino que favoreçam os alunos acerca desse conteúdo. Entretanto, estas alternativas serão discutidas mais adiante.

Para além da caracterização de problemas no processo de aprendizagem dos números e operações, o documento apresenta, também, orientações para que se tenha um processo de ensino e aprendizagem vantajoso para professores e alunos. Por essa razão, alguns trechos dessa discussão dialogam com a nossa pesquisa:

> Assim, é fundamental que os alunos ampliem os significados que possuem acerca dos números e das operações, busquem relações existentes entre eles, aprimorem a capacidade de análise e de tomada de decisões, que começam a se manifestar. Também é necessário explorar o potencial crescente de abstração, fazendo com que os alunos descubram regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Com isso criam-se condições para que o aluno perceba que a atividade matemática estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.
> É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos.
> O estímulo à capacidade de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas, interpretar significados, pensar de forma criativa, desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo, é o caminho que vai possibilitar a ampliação da capacidade para abstrair elementos comuns a várias situações, para fazer conjecturas, generalizações e deduções simples como também para o aprimoramento das representações, ao mesmo tempo que permitirá aos alunos irem se

> conscientizando da importância de comunicar suas ideias com concisão. (PCN, 1998, p.63)

Destacamos esses tópicos, pois é exatamente nisso que a nossa pesquisa acredita: a necessidade e urgência de nós, professores, conseguirmos agir como mediadores para que os alunos possam investigar e formular suas próprias conexões com o conteúdo e, consequentemente, com o conhecimento. Nesse processo, mesmo que os professores atuem como mediadores, o seu papel é fundamental, pois são eles que estabelecerão os pontos importantes, guiando os alunos, fazendo alguns questionamentos que levem os alunos a refletir, intervindo no processo de trabalhos em grupo e interferindo quando necessário.

Como já mencionado anteriormente, esse documento é apenas orientador, e, por isso, nos levou a refletir profundamente sobre muitos pontos, pois apesar de ser um documento produzido em 1998, muitos dos aspectos destacados e discutidos são alvo de estudos até hoje, sendo exatamente por isso que se faz importante a nossa pesquisa.

Todavia, foi produzido um documento recentemente que procura alinhar todo o processo de ensino na esfera nacional que é a BNCC. Por isso, na próxima seção, iremos analisar e destacar aspectos do documento que nos guiará para as habilidades e competências que devemos atingir quando estamos trabalhando com a adição e subtração de frações com o 6º ano do Ensino Fundamental II.

1.2 BNCC: UM DOCUMENTO DE CARÁTER NORMATIVO

A Base Nacional Comum Curricular é um documento pautado em lei (resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017), ou seja, é um documento obrigatório que as escolas públicas e privadas de Ensino Fundamental e Médio devem utilizar para a elaboração do seu currículo.

Tal documento não veio para substituir o PCN, pois este se trata de um documento norteador que visava a promoção de debates na educação e auxiliar na elaboração do currículo de cada região, enquanto a BNCC é um documento de caráter normativo que serve como referência nacional na elaboração dos currículos. Ou seja, o objetivo é alinhar a educação que era fragmentada no território nacional onde cada estado/município elaborava a sua própria forma de currículo no que diz respeito à formação de professores, avaliações e elaboração dos conteúdos.

A BNCC expõe os conhecimentos essenciais que todos os alunos do país devem adquirir durante o seu percurso na educação básica, por isso, ele é bem extenso e traz várias demandas para que o processo de educação se torne apropriado para todos os níveis de aprendizagem. Devido a sua larga estruturação, iremos sintetizar alguns tópicos importantes para que se entenda o documento, e depois iremos focar no ensino de matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental II.

O texto introdutório apresenta o documento, ressaltando o que é, em qual lei foi pautado, onde deve ser aplicado, qual a estrutura da sua organização. Também esclarece que deve ser uma referência nacional para o currículo e para os PPPs dos Estados, Municípios e Distrito Federal de todas as instituições de ensino escolar.

Apresenta, ainda, as 10 competências gerais da educação básica, que trata dos conteúdos, valores e atitudes, como por exemplo: empatia, conhecimentos históricos, valorização da sua cultura e da cultura digital, acesso e utilização das mídias digitais etc. Temos, ainda, os objetivos de aprendizagem; as áreas de conhecimentos e componente curricular; as competências específicas das áreas de conhecimentos e competências específicas dos componentes curriculares.

Além disso, o documento apresenta estrutura para as três etapas da educação (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), expõe e esclarece os códigos alfanuméricos que foram criados para identificar as aprendizagens. Como nosso foco de ensino é um conteúdo para o 6º do Ensino Fundamental II, nós iremos analisar apenas a estrutura do Ensino Fundamental, segundo a BNCC (2017).

A organização dessa etapa de ensino traz as competências gerais que dispõe o seguinte:

> Ao longo da Educação Básica – na Educação Infantil, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio –, os alunos devem desenvolver as dez competências gerais da Educação Básica, que pretendem assegurar, como resultado do seu processo de aprendizagem e desenvolvimento, uma formação humana integral que vise à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BNCC, 2017, p. 25).

Aqui, o texto visa promover a formação integral dos alunos, de maneira que possamos formar cidadãos críticos e livres de distinções de qualquer natureza, formando, assim, uma sociedade acolhedora que saiba lidar com as diferenças, debatendo e respeitando as opiniões e dissemelhanças de cada um.

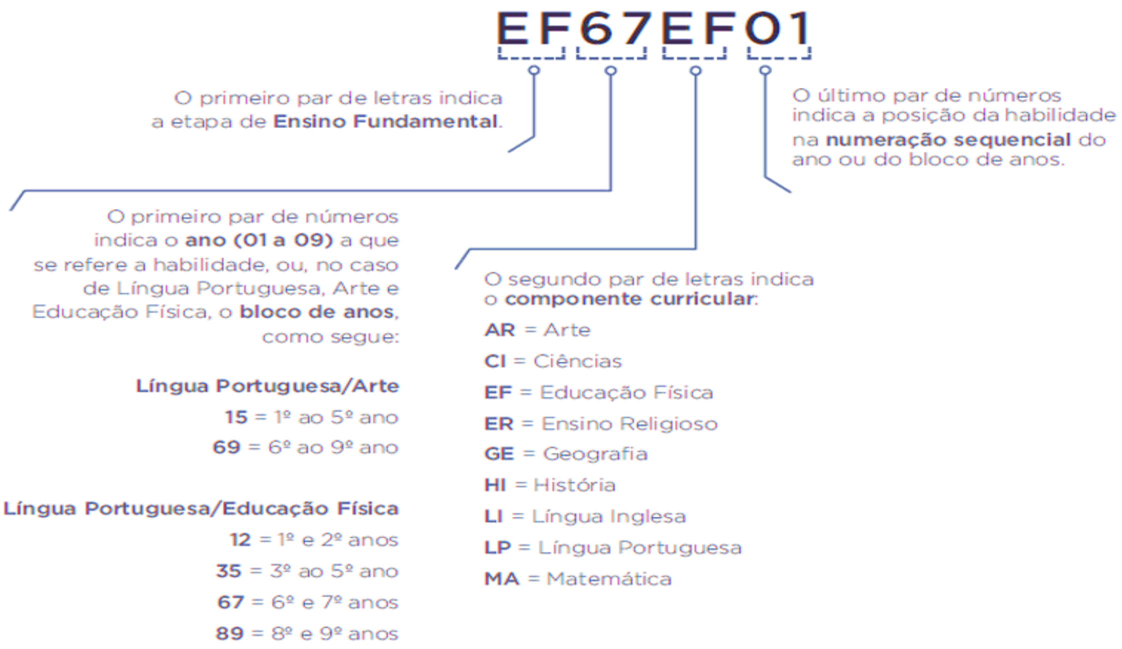
Na BNCC, o Ensino Fundamental está organizado em cinco áreas do conhecimento. Essas áreas, como bem aponta o Parecer CNE/CEB nº 11/2010, “favorecem a comunicação entre os conhecimentos e saberes dos diferentes componentes curriculares” (BRASIL, 2010, p. 27). As cinco áreas são: linguagens (língua portuguesa, arte, educação física, língua inglesa), matemática, ciências da natureza, ciências humanas (geografia e história) e ensino religioso.

Além de trazer as competências específicas para o Ensino Fundamental, traz, também, as competências específicas de cada área: “... do conhecimento estabelece competências específicas de área, cujo desenvolvimento deve ser promovido ao longo dos nove anos”. Essas competências explicitam como as dez competências gerais se expressam nessas áreas (BNCC, 2017, p. 28).

Apresenta, ainda, os componentes curriculares e as competências específicas desses componentes, sendo que essa especificidade está presente apenas nas áreas que são compostas por mais um componente, ou seja, para matemática é aplicada apenas as competências para essa área.

No que diz respeito aos anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental, o texto contém as unidades temáticas, objetos de conhecimentos e habilidades. Nessa perspectiva, visando promover o desenvolvimento das competências específicas, foi apresentado um conjunto de habilidades interligadas com diferentes objetos de conhecimento em várias unidades temáticas. Para uma melhor organização dessas unidades temáticas, o texto apresenta o código alfanumérico, que mostraremos a seguir:

figura 1: Código alfanumérico BNCC



Fonte: BRASIL, 2021.

O código que foi apresentado na imagem acima, por exemplo, indica que será trabalhado a habilidade 01 de educação física, no 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. Segundo a BNCC (2017), esses códigos não se apresentam com a função de hierarquizar os conhecimentos e nem devem ser tomados como modelo obrigatório na elaboração do currículo. Por exemplo, a habilidade 01 de determinada disciplina não precisa ser necessariamente a primeira habilidade trabalhada no ano letivo, eles são apenas critérios de organização de avaliação que expressam um arranjo possível.

Além de toda estrutura descrita acima, o texto apresenta, também, uma reflexão acerca do Ensino Fundamental no contexto da educação básica, levando-nos a refletir sobre as necessidades que as crianças apresentam e que devem ser sanadas no âmbito de ensino, como devemos valorizar os conhecimentos culturais e sociais que cada criança traz consigo e, também, sobre o processo de passagem dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental, já que esse momento é um marco para os alunos considerado de difícil assimilação, por isso devemos ter delicadeza e cuidado na forma de trabalhar.

O texto nos induz, ainda, a refletir sobre nossas ações ao lidar e trabalhar com adolescentes, pois eles vivem, hoje, em um mundo cheio de informação, de tecnologias e, nossas ações podem ajudá-los a usar todo esse conhecimento e facilidade no acesso à informação a favor deles, de modo que consigam crescer intelectual e socialmente.

Desse modo, esse é um documento que não poderia faltar nessa pesquisa, pois direciona quais habilidades e competências devem ser exploradas no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo que vamos abordar.

Nesse sentido, iremos analisar o documento considerado a estrutura da BNCC, no que diz respeito ao componente de matemática, as orientações para os anos finais e quais habilidades e competências desenvolveremos nessa pesquisa, pois, somente assim, proporemos uma aprendizagem significativa para o aluno. Iniciaremos pelas competências específicas que a BNCC traz para o componente de matemática:

> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
> 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, espeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BNCC, 2017, p. 267).

Ao trabalhar determinado conteúdo em sala de aula, certamente não conseguiremos abranger todas as oito competências de uma só vez, mas percebemos que o trabalho com o material manipulável para ensinar adição e subtração de frações pode favorecer o desenvolvimento de algumas.

Percebemos que trabalhar com material manipulável de maneira devidamente estruturada, abrangemos a Competência 02, pois o professor atuará mediando por meio de alguns questionamentos, no intuito de orientar o aluno para que ele se torne sujeito principal e, principalmente, terá que desenvolver a habilidade de investigação para elaborar soluções para as situações propostas, produzindo argumentos e hipóteses, de modo que o professor deverá, quando necessário, questionar o "por quê?" de determinada resposta ou "como" o aluno chegou a certa conclusão e, então, o aluno discutirá utilizando conhecimentos matemáticos que adquiriu por meio da manipulação do material e da discussão com seus colegas.

Quando o professor traz determinada situação/problema/desafio para a sala, ainda que o aluno esteja trabalhando com o material manipulável, a discussão com seus pares/grupo é de extrema importância, pois somente por meio da discussão será possível que eles definam conceitos, corrijam erros e cheguem juntos a uma solução. É nesse momento que o aluno deverá aprender a trabalhar em grupo, saber ouvir o que o seu colega tem a dizer e, principalmente, saber respeitar as opiniões e visões do outro. A discussão e o debate saudável são necessários que sejam baseados em argumentos matemáticos. Assim sendo, essa metodologia consegue interagir com a Competência 08 de maneira ativa.

Como essa investigação objetiva trabalhar as operações de adição e subtração com os números racionais na forma fracionária, devemos elaborar um plano de ação para desenvolver em sala de aula, ou seja, organizar hierarquicamente as atividades que serão desenvolvidas, como será a apresentação do material para os alunos, questionários que serão utilizados etc.

A seguir, iremos esclarecer o que é o Currículo de Referência Único do Estado do Acre e como está estruturado.

1.3 CURRÍCULO DE REFERÊNCIA ÚNICO DO ESTADO DO ACRE

Segundo o texto de apresentação, o Currículo de Referência Único do Estado do Acre é documento que estabelece o processo de aprendizagem de forma clara e específica a ser desenvolvido no percurso do Ensino Fundamental I e II, em acordo com aquilo que a BNCC estipulou por área, ou seja, enquanto a Base define os fundamentos que devem ser trabalhados durante todo o ensino básico, o currículo aponta como esses conhecimentos deverão ser trabalhados.

Dessa forma, no ano de 2018, após uma recomendação do MEC, o estado do Acre reelaborou seu currículo vigente e apresentou a todos os municípios para uma consulta pública, a versão preliminar do texto. Em paralelo a isso, o documento também foi avaliado por especialistas que apresentaram seu parecer técnico. Em agosto de 2018, ocorreu um grande encontro no município de Rio Branco – AC para as colaborações finais acerca do currículo e, em dezembro do mesmo ano o documento foi protocolado pelo Conselho Estadual de Educação. Assim, temos que:

> A Resolução CEE/AC nº 136/2019, aprovou e instituiu o Currículo de Referência Único do Acre, como documento de caráter normativo, que define as áreas do conhecimento – componentes curriculares, bem como, o conjunto de aprendizagens essenciais nas etapas da Educação Infantil e do Ensino Fundamental e respectivas modalidades (CURRÍCULO DE REFERÊNCIA ÚNICO DO ACRE, 2019, p. 14).

No que se refere a parte estrutural, o documento segue o mesmo arranjo organizacional da BNCC, isto é, os componentes curriculares aparecem distribuídos em quatro áreas de conhecimentos, no qual a primeira área é a de Linguagens e abrange Língua Portuguesa, Arte, Educação Física, Língua Inglesa e Língua Espanhola. Logo após vem a área de Matemática, em seguida Ciência da Natureza que compreende apenas o componente de Ciências e, por fim, Ciências Humanas que abrange Geografia, História e Ensino Religioso. Todos os componentes apresentam os seguintes conceitos:

a) Direitos e objetivos de aprendizagem: segundo o Plano Nacional de Educação – PNE – é aquilo que os alunos devem/necessitam compreender durante sua trajetória escolar.
b) Competências e Habilidades: aqui, o texto afirma que as competências serão a expressão dos aspectos cognitivos e socioemocionais e, as habilidades serão a expressão de conteúdo.
c) Conteúdos/objetos de conhecimentos: baseados nos estudos de Antoni Zabala, estes termos estarão interligados ao significado de “tudo aquilo que ensina”. Aqui pode-se abordar os conteúdos factuais (aqueles que envolvem

fatos), conteúdos conceituais (que aborda os conceitos, teorias etc.), conteúdos procedimentais (que são aprendidos na prática) e, conteúdos atitudinais (que envolvem os valores e atitudes que queremos que os alunos aprendam).

d) Propostas de atividades: ações e situações que favorecem os alunos.

Para que se tenha uma melhor interpretação e visualização acerca da estrutura do currículo de modo mais específico, vamos apresentar a seguir o quadro organizador curricular do 6º ano do Ensino Fundamental II, no que se refere ao nosso objeto de pesquisa e dos conteúdos que o complementam de acordo com a organização e conceitos do Currículo de Referência Único do Estado do Acre:

Quadro 1: Estrutura do Currículo de Referência Único do Estado do Acre

Objetivos/ Capacidades (Competências amplas da disciplina)	**Conteúdos** (o que é preciso Ensinar explicitamente ou criar condições para que os alunos aprendam e desenvolvam as capacidades que são objetivos)		**Propostas de atividades** (situações de ensino e aprendizagem para trabalhar com os conteúdos)	**Recursos** (correspondem aos materiais diversos na aula)	**Formas de avaliação** (situações mais adequadas para avaliar)
	Habilidades	Objetos de conhecimento			
Resolver situações problema que permitam utilizar os números racionais positivos nas suas representações fracionária e decimal finita, estabelecendo relações entre essas representações, e ler, escrever, comparar, ordenar e usar arredondamento de números racionais, reconhecendo equivalências, relações e regularidades.	Identificação de frações equivalentes em situações do cotidiano.	Frações equivalentes	Atividades que permitam ao aluno identificar frações equivalentes em situações do cotidiano	Recursos midiáticos; Quadro branco e pinceis; Livro Didático; Textos fotocopiados; Outros recursos pedagógicos	Propostas que permitam verificar como o aluno identifica frações equivalentes em situações do cotidiano.
Resolver situações-- problema que envolvam diferentes significados das operações fundamentais com	Adição e subtração com números racionais positivos na forma fracionária.	Adição e subtração com números racionais positivos	Atividades que permitam ao aluno adicionar e subtrair números racionais positivos na	Recursos midiáticos; Quadro branco e pinceis; Livro Didático; Lousa digital. Revistas; Jornais;	Propostas que permitam verificar como o aluno: adiciona e subtrai números racionais positivos na forma fracionária com

números racionais positivos, representados nas formas fracionária e decimal finita.			forma fracionária com denominadores iguais. Atividades que permitam ao aluno adicionar e subtrair números racionais positivos na forma fracionária com denominadores diferentes.	Textos fotocopiados; Outros recursos pedagógicos	denominadores iguais; adiciona e subtrai números racionais positivos na forma fracionária com denominadores diferentes.

FONTE: Currículo de Referência Único do Estado do Acre (2019).

Acima, apresentamos a estrutura do Currículo do Estado do Acre de acordo como o texto se apresenta para nós, mas, vale ressaltar que por conveniência (e em concordância com as possibilidades de alterações que o currículo apresenta), agrupamos os conteúdos conforme aquilo que o material abrangerá. Agruparemos desta maneira, pois reconhecemos que nenhuma prática serve universalmente para todos os conteúdos, ainda que estejam dentro dos mesmos objetivos e capacidades.

Procederemos, assim, com o capítulo que abordará um recorte da história e dos conceitos que envolvem as frações. Pretendemos apresentar seu o desenvolvimento no processo de ensino e aprendizagem e a busca por tornar esses métodos compreensíveis. Para isso, buscaremos por fontes históricas.

2 FRAÇÕES – HISTÓRIA, EQUIVALÊNCIA E OPERAÇÕES

Este capítulo apresenta um recorte acerca da história das frações e, para isso, faremos uma breve introdução do percurso da história do sistema de numeração decimal, pois entendemos que foi por meio da insuficiência dos números naturais que surgiu os números racionais na forma fracionária e sua evolução ao longo dos anos.

Iremos explorar, ainda, o processo de ensino da adição e subtração de frações utilizando como auxílio o material manipulável intitulado como “estojo das frações”. Portanto, intencionamos abordar como estruturar a implementação de um MD de maneira que seja expressivo para os alunos e, para que isso aconteça, faz-se necessário compreender a demanda de adotar metodologias de ensino alternativas, assim como entender o papel do professor mediante a essa prática de ensino e, os conceitos dos números racionais na forma fracionária que estão ligados ao objeto de pesquisa.

2.1 HISTÓRIA DAS FRAÇÕES

Alguns dos conceitos fundamentais da matemática que usamos hoje surgiu no antigo Egito e no império Babilônico[3]. A história dessa ciência é extremamente vasta, tornando inviável para a nossa investigação que abordássemos toda a narrativa. Como o nosso objeto de pesquisa é um número racional, iremos relatar sobre o surgimento do sistema de numeração decimal e, consequentemente, das frações, para esse último citado, tentaremos expor desde as histórias narradas com mais frequência até os termos técnicos que não são tão frequentemente relatados.

Segundo Boyer (1974), a matemática se constituiu como parte da vida do homem e seus conceitos estavam ligados e limitados a números e grandezas, bem como as formas, pois estavam conectados com o dia a dia da humanidade naquelas épocas primitivas e, consequentemente, com a natureza. Tais princípios eram utilizados pelos seres humanos como recurso para diferenciar o que estava a sua volta, como Boyer afirma:

> A princípio as noções primitivas de números, grandeza e formas podiam estar relacionadas com contraste mais do que com semelhanças – a diferença

[3] Segundo Boyer (1974) era assim que as antigas civilizações da Mesopotâmia eram chamadas.

> entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia a dissemelhança entre a forma redonda da lua e a retilínea de um pinheiro (BOYER, 1974, p. 01).

Portanto, por muito tempo a matemática foi rispidamente definida como "ciência do número e grandeza". Estima-se que esses conceitos devam ter surgido tão cedo quanto o fogo há mais de 300 000 anos, evoluindo graças a perseverança da raça humana.

O sistema de numeração é um dos conceitos mais antigos, porém seu progresso foi lento devido à gramática de certas línguas que repartiram os números em três grupos: um, dois, mais de dois (ou vários). Entretanto, Boyer (1974) nos alerta que afirmações em relação ao surgimento da matemática podem ser arriscadas, pois os registros históricos que nos ajudam até hoje a descobrir como o homem colocou seus pensamentos e necessidades na forma escrita só surgiram há cerca de seis milênios, logo muita coisa foi deixada para trás.

Após muito tempo e desenvolvimento, foi possível aperfeiçoar o sistema de numeração aproximando-se daquilo que conhecemos hoje, no sentido em que o homem já contava nos dedos das mãos e dos pés e quando não era possível fazia a contagem com pedras em grupo de cinco, que era o mais aproximado daquilo que eles conheciam como método para contagem, quando notou-se que a contagem com pedras não era suficiente, pois não conservava as informações, o homem primitivo fazia suas anotações em um osso.

Boyer (1974) descreve que para Aristóteles o sistema de numeração decimal surgiu graças à anatomia do homem de ter (pelo menos a maioria) dez dedos nos pés e dez dedos nas mãos. E assim, a contagem e os números foram evoluindo até chegar na escrita que usamos atualmente.

Ao analisar todo o processo, percebe-se que as civilizações egípcias e Babilônicas foram muito importantes para o desenvolvimento da matemática, e esses são fatos comprovados e frutos de estudos atualmente, utilizando como fonte os registros em papiros ou em tabletas[4] de barro.

Não podemos falar da construção e da contribuição da matemática do Egito Antigo sem mencionar os conceitos de frações. Boyer (1974) salienta que com o avanço da humanidade pode ter surgido a necessidade das frações. Passos e

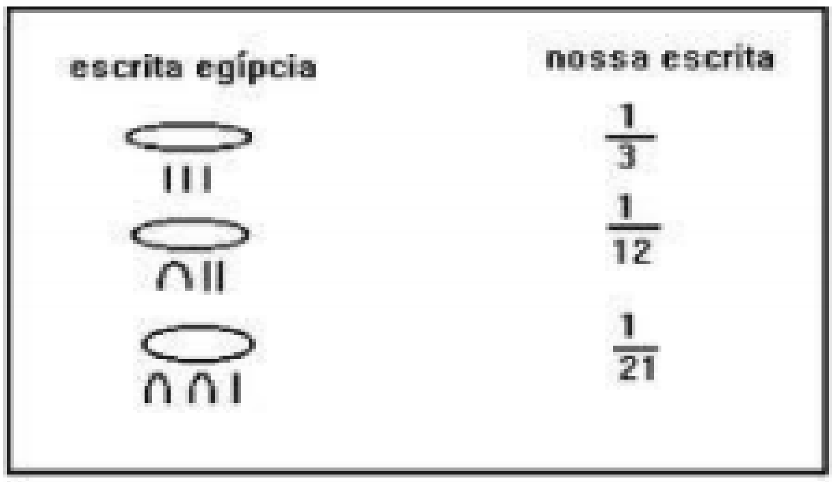
[4] Na Mesopotâmia, onde o barro era abundante, marcas em formas de cunha eram feitas com estilete sobre tabletas moles que depois eram cozidas em fornos ou ao calor do sol (BOYER, 1974, p.07-08).

Romanatto (2011), assim como Boyer (1974) e outros estudiosos matemáticos, baseiam-se naquilo que o historiador grego Heródoto conta sobre o surgimento desse número racional:

> Conta-se que o rei Sesóstris tinha dividido todo o Egito entre os egípcios. Deu a cada um deles uma porção igual e retangular de terra, às margens do rio Nilo, com a obrigação de que fosse pago por ano um imposto. Mas, no período das chuvas, o rio inundava algumas dessas terras, levando parte delas. Então, esses proprietários tinham que procurar o rei e explicar o que tinha acontecido. Assim, o rei enviava medidores ao local a fim de saber quanto diminuiu o terreno e o proprietário pagava o imposto segundo o que tivesse ficado de terra. Os medidores utilizavam uma marcação com cordas, que seria uma espécie de unidade de medida. As cordas eram esticadas e, assim, eles verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Porém, raramente essa medida dava certo no terreno, isto é, não "cabia" um número inteiro de vezes nos lados do terreno. Diante disso, houve a necessidade de dividir a unidade de medida e assim foi criado o número fracionário (PASSOS; ROMANATTO, 2011, p.57).

Boyer (1974) analisa ainda as notações que eram usadas para representar as frações e todo o processo de desenvolvimento. Em seu texto, discorre que nas inscrições hieroglíficas egípcias é notável que as inscrições de frações unitárias, isto é, frações com numerador igual a um, tinham uma escrita especial. Boyer (1974, p. 10) diz que "o recíproco de qualquer inteiro era indicado simplesmente colocando sobre a notação para o inteiro um sinal oval alongado". Veja a seguir como era representado essas frações:

figura 2: Representação de frações unitárias egípcias



Fonte: Blog Prof. Inês Reynaud APUD Celestino.

Além das frações unitárias, os egípcios tinham muita familiaridade com a fração $\frac{2}{3}$, essa representava um papel aritmético importante para eles, inclusive possuía um símbolo hierático[5]: , "atribuíam à fração $\frac{2}{3}$ um papel especial nos processos aritméticos de modo que, para achar o terço de um número, primeiro achavam os dois terços e tomavam depois a metade disso" (BOYER, 1974, p.10). Conseguiam, ainda, manusear métodos como o de encontrar $\frac{2}{3}$ de qualquer fração unitária, pois sabiam que bastava somar $\frac{1}{2p} + \frac{1}{6p}$.

Todavia, a mencionada fração era uma exceção, pois as outras com numerador diferente de um tinham um processo muito complexo para se conseguir, por exemplo, Boyer (1974, p. 10) "A fração $\frac{3}{5}$, para nós uma única fração irredutível, era pensada pelos escribas egípcios como soma de três frações unitárias $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{15}$".

Relata-se que o Papiro de Rhind fornecia uma tabela para encontrar frações do tipo $\frac{2}{n}$ a partir da soma de frações unitárias, ou seja, para encontrar frações com numerador dois, existia uma tabela na qual era utilizada a partir da soma de frações com numerado igual, entretanto, "n" tinha que ser um número ímpar entre 5 e 101. Para melhor entender, Boyer (1974, p.10) nos mostra como era feito:

> "o equivalente de $\frac{2}{5}$ é dado como $\frac{1}{3}$ mais $\frac{1}{5}$ mais $\frac{1}{15}$; $\frac{2}{11}$ é escrito como $\frac{1}{6}$ mais $\frac{1}{66}$; e $\frac{2}{15}$ é expresso como $\frac{1}{10}$ mais $\frac{1}{30}$. O último item da tabela decompõe $\frac{2}{101}$ em $\frac{1}{101}$ mais $\frac{1}{202}$ mais $\frac{1}{303}$ mais $\frac{1}{606}$", o autor afirma ainda que não se sabe o porquê a preferência determinada decomposição.

Para além das colaborações nos conceitos e surgimento de frações, os egípcios têm ainda contribuições em várias áreas da matemática, desde os aspectos mais simples até os mais abstratos. Operações como a adição, multiplicação, divisão e até mesmo a regra de três são derivadas das ideias e métodos por eles utilizados, sendo a adição uma operação fundamental para eles. E a nossa multiplicação, segundo Boyer (1974, p.11), insinua o mecanismo que eles utilizavam. O autor explicita essa ideia quando discorre que:

[5] Refere-se a coisas sagradas.

> Uma multiplicação de, digamos, 69 por 19 seria efetuada somando 69 com ele mesmo para obter 138, depois adicionando a si próprio para alcançar 276, novamente duplicando para obter e mais uma vez, dando 1 104, que é, naturalmente, dezesseis vezes 69. Como 19 = 16 + 2 +1, o resultado da multiplicação de 69 por 19 é 1 104 + 138 + 69 – isto é, 1 311. Ocasionalmente usava-se também uma multiplicação por dez, pois isto é naturalmente na notação hieroglífica decimal.

Nota-se, portanto, como os egípcios tinham domínio sobre vários aspectos, que são objetos de pesquisas atualmente, por isso são tão importantes e relevantes para a história da matemática. O sistema de numeração que se iniciou a partir da necessidade do homem no que diz respeito à contagem tomou proporções imensas e auxiliam em toda evolução da história do homem, incluindo o progresso tecnológico.

Na subseção a seguir, abordaremos um pouco dos conceitos e definições dos números fracionários, que estão interligados com a nossa pesquisa.

2.2 FRAÇÕES: CONCEITOS E DEFINIÇÕES

Os números fracionários, assim como os números naturais e inteiros, surgiram a partir da necessidade do homem. Segundo Passos e Romanatto (2011), as frações surgiram quando os números naturais e inteiros não foram suficientes para fazer a medição de terras no Egito na época do rei Sesóstris.

Para os autores, saber sobre a história do surgimento das frações é fundamental para o entendimento das ideias de frações, pois esse número é a expressão de duas ideias: quantidade e medida.

Romanatto (1997, p. 68) nos traz suas interpretações sobre os números racionais e fracionários, “números racionais são elementos de um conjunto infinito de quocientes, que por sua vez consistem em infinitas classes de equivalência e os elementos destas classes são frações”. Em outras palavras, o conjunto dos números racionais possuem infinitos elementos que são chamados de quocientes e esses podem ser representados de infinitas formas fracionárias.

Como por exemplo, o número 0,5 que pode ser representado das seguintes maneiras: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$..., e isso, como já mencionado antes PCN (1998), traz uma problemática para o processo de abstração dos conteúdo por parte dos alunos e, além de um mesmo número poder ser representado de várias maneiras, os números fracionários podem trazer diversas interpretações, ainda que escritos em uma mesma notação, isto é, seu significado vai depender do contexto em que está inserido e isso também representa um problema.

Concordamos com Romanatto, ao defender que o problema é a maneira como esses significados podem chegar ao aluno, se serão inseridos de forma clara ou não.

> Entretanto, frações e números racionais, quando aplicados a problemas reais e analisados de um ponto de vista pedagógico, assumem várias "personalidades". Na perspectiva da pesquisa e do desenvolvimento curricular, o problema está em descrever estas "personalidades" com profundidade e clareza suficiente, de tal forma que a organização das experiências de aprendizagem para os alunos tenha uma sólida fundamentação teórica (ROMANATTO, 1997, p. 68).

Passos e Romanatto (2011) também mencionam como alguns alunos têm dificuldade de entender a fração como apenas um número. A título de exemplo temos que, nos primeiros contatos com esse conjunto de números, os alunos analisam que a fração $\frac{3}{9}$ são dois algarismos (3 e 9) e esta é a primeira dificuldade que os alunos têm para interpretar esse número. Por isso, é tão importante a fundamentação e consolidação desse conteúdo desde o primeiro contato que os alunos têm, pois se o aluno compreender essas diversas "personalidade" dos números fracionários, conseguirão compreender as noções dos números racionais, como afirma Kieren (1975 apud ROMANATTO 1997, p. 69).

Patrono (2011) diz que durante suas pesquisas pela literatura encontrou vários autores que discutem as dificuldades dos alunos em aprender os números racionais, e, geralmente, estão ligadas à construção dos conceitos. Sabendo que as frações têm inúmeras conjunturas, é comum que muitos autores tenham sua interpretação acerca de cada contexto, mas vamos apresentar, aqui, a interpretação de Kieren (1975 apud ROMANATTO 1997):

a) Os números racionais são frações que podem ser comparadas, somadas, subtraídas etc.;
b) Os números racionais são frações decimais que formam uma extensão natural (via nosso sistema de numeração) para os números naturais;
c) Os números racionais são classes de equivalências de frações. Assim {$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$,...} e {$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$,...} são números racionais;

d) Os números racionais são números da forma $\frac{p}{q}$, onde p e q são inteiros e q ≠ 0. Dessa forma, os números racionais são números relacionais;
e) Os números racionais são operadores multiplicativos (por exemplo, estreitadores, alongadores etc.);
f) Os números racionais são elementos de um campo quociente, ordenado e infinito. Há números da forma x=$\frac{p}{q}$, onde x satisfação a equação qx=p;
g) Os números racionais são medidas ou pontos sobre a linha ou reta numerada.

Para o nosso trabalho, utilizaremos as interpretações “a” e “c”. Segundo Patrono (2011), a interpretação “a” é sobre a fração como relação entre a(s) parte(s) e o todo, e a interpretação “c” é sobre frações equivalentes. Por isso, devemos agora entender esses contextos relacionados às frações, pois como nos reitera Passos e Romanatto (2011, p. 59) “mais do que o estudante saber que, na notação a/b, ‘a’ é o numerador e ‘b’ o denominador, é necessária a compreensão das relações que tais termos representam”.

Portanto, é necessário que fique claro para os alunos que, quando nos referimos a frações com a relação parte-todo, estamos descrevendo uma unidade que foi dividida em partes iguais e essa quantidade total de partes é o que chamamos de denominador, mas consideramos apenas alguma(s) parte(s) em relação à quantidade total de repartições e isso é o que intitulamos de numerador e quando trabalhamos com esse contexto fracionário, o numerador não pode exceder o denominador. A esse respeito, o PCN traz a seguinte definição:

> “A relação parte/todo se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais” (PCN, 1998, p. 102).

Com relação às titularidades de “denominador” e “numerador”, Santos (2019) nos traz um suporte muito importante que pode ser explorado com os alunos, para que eles compreendam o porquê se utilizam esses termos, ao invés de apenas decorar as nomenclaturas:

> Para entender a origem do nome denominador e numerador precisamos entender a natureza do todo e quantas partes foram enumeradas, que é dada por duas ações: ação de qualificar e ação de quantificar. Para o denominador temos que pelo número de partes iguais que o todo é dividido e a ação de

> qualificar esse ato em meios, terços, quartos, ... se refere ação de denominar. Daí vem o nome denominador. Já a ação de quantificar, ou seja, ação de tomar certa quantidade, assim numerar, dá origem ao termo numerador. É extremamente importante que essa mensagem seja transmitida ao longo da construção do conceito de fração com eficácia (SANTOS, 2019, p. 37).

Apesar de parecer para os professores um assunto fácil (e talvez seja esse o problema na fundamentação do conteúdo de frações), muitos alunos não conseguem compreender essa relação e é por isso que é muito significativo para a aprendizagem que trabalhemos de maneira detalhada, esse conteúdo, antes de introduzir os outros princípios, ainda que sejam conceitos que foram vistos nos anos anteriores. Passos e Romanatto (2011) acreditam que a melhor maneira para trabalhar esses conceitos é através de situações-problema que envolvam a fração em situações reais do dia a dia. Concordamos com o autor e assumimos nessa pesquisa essa perspectiva, porque para o aluno será mais fácil assimilar esses conceitos quando trabalhados de acordo com a sua realidade cotidiana. Como podemos ver a seguir:

> Situação 1: dividir uma pizza em quatro partes iguais e comer três delas (unidade: 1 pizza; o resultado é $\frac{3}{4}$ ou três quartos).
> Situação 2: três quartos de um grupo de 12 pessoas (unidade: 12 pessoas; o resultado é nove pessoas).
> Esses exemplos envolvem grandezas contínuas e discretas e alguns aspectos devem ser destacados no trabalho do professor. O primeiro seria a ideia de unidade. Para as crianças, considerar que a unidade, ou o todo, equivale a 12 não é tão simples. Elas precisam entender que nesse caso a unidade representa o número de elementos do grupo, da coleção, do conjunto. E mais, é possível dividir grandezas contínuas em qualquer número de partes iguais. Já nas grandezas discretas, o denominador deve ser um divisor do número de elementos do grupo. Assim, em um grupo de 12 pessoas, só poderíamos expressar frações cujos denominadores fossem: 2, 3, 4, 6 e 12 (PASSOS; ROMANATTO, 2011, p. 62).

Como planejamos trabalhar em conjunto com o livro didático utilizado em nosso estado, podemos, aqui, unificar as ideias do livro com o uso de um MD alternativo, que pode ser uma folha de papel etc. Por exemplo, o livro apresenta o conteúdo a partir de uma situação-problema, mas nesse caso é somente para que o aluno leia e imagine a situação descrita, como Pataro e Balestri (2018, p. 106) iniciam a problemática: "Heloisa está construindo cartas de um jogo para brincar com seus irmãos. Para isso, ela vai recortar uma folha de papel em 6 partes iguais. Veja as marcações que ela fez".

Aqui, objetivamos que os alunos participem ativa e reflexivamente desse processo. Para tanto, são eles que farão as marcações e recortes necessários.

Pretendemos que cada aluno faça cortes de 4 a 10, pois assim podem surgir diversas ideias e respostas, tornando nossa discussão mais dinâmica.

Pataro e Balestri (2018, p. 106) continuam a supracitada situação, da seguinte maneira: “Dessas 6 partes, ela utilizará duas para escrever dicas para o jogo. Considerando a folha como um inteiro, podemos representar as 2 partes que Heloísa vai utilizar pela seguinte fração...”

Como queremos que os alunos sejam participantes ativos e reflexivos, aqui continuaremos com a primeira parte das instruções (para que eles escolham duas ou mais para representar as regras) e então, podemos iniciar nossas discussões com perguntas como: “quantas cartas foram usadas para fazer as regras em relação a quantidade total de cartas?” ou “quantas cartas não tem regras em relação à quantidade total de cartas?”, pedindo sempre que eles registrem seus pensamentos em seus cadernos, pois poderemos verificar quais estratégias são usadas por cada aluno para representar as perguntas.

No primeiro momento da circunstância descrita acima, não exigiremos dos alunos que eles já saibam representar as perguntas com uma linguagem matemática bem definida, mas, no decorrer da discussão, falar sobre a representação correta. Romanatto (2010) nos alerta sobre a importância de o aluno saber os significados das expressões matemáticas, mas deixa claro que caso não seja trabalhado de maneira minuciosa pode atrapalhar os alunos. Por isso, vamos seguir a sugestão do autor e, conforme a conversa for acontecendo, elaboraremos um glossário junto com os alunos.

Planejamos, então, colocar em prática os estudos dos nossos referenciais juntamente com o intuito da nossa pesquisa, priorizando sempre a aquisição de aprendizagem significativa para os alunos e, para isso, estabeleceremos uma fundamentação consolidada do conteúdo, visando a abordagem de uma fração equivalente.

Diz-se que duas ou mais grandezas são equivalentes se tiverem o mesmo valor, peso, força etc., para atribuir às frações esse significado de valor, ou seja, duas ou mais frações, ainda que escritas de maneiras diferentes, são consideradas equivalentes se representam o mesmo valor, se representam a mesma parte de uma unidade.

Passos e Romanatto (2011) destacam a importância de fundamentar esse conceito de frações, pois segundo os autores é ele que ajuda a compreender a comparação de frações. Mas, para os alunos compreenderem as noções de frações equivalentes é muito difícil, pois estamos falando que um único número que pode ser escrito de várias maneiras e, é por isso que os autores mencionados aconselham o uso de materiais manipuláveis para fundamentar o conteúdo, visto que o material em mãos ajuda na mediação da aprendizagem dos alunos, que conseguirão constatar por exemplo, que $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Delineamos, a partir desse conceito, introduzir o “estojo das frações”, mas como já discorremos nesse texto, o primeiro momento do aluno com o material será de extrema importância para as discussões que virão a seguir, por isso iremos elaborar um questionário tomando como base as questões criadas por Silva[6]; Fanti; Barbaresco; Silva[7] e Santos (2018) fazendo as alterações necessárias para a realidade do nosso material.

Depois do questionário, introduziremos aos alunos perguntas para que eles entendam o conceito de frações equivalentes, questões como: “represente, utilizando o estojo, a fração $\frac{2}{4}$” e continuando com “utilizando o material, existem outras transparências que conseguem se encaixar nessas peças escolhidas?”.

Isso porque pretendemos, primeiramente, que o aluno veja que existem outras maneiras de representar partes em relação ao todo, levantando discussões que façam os alunos responderem se existem mais situações além das utilizadas com o material e que eles expliquem o porquê acham que isso acontece. Somente depois dessas discussões e utilizando palavras utilizadas por eles, é que vamos conceituar formalmente frações equivalentes

2.2.1 Adição e subtração de frações

A adição e subtração de frações é composta de duas situações específicas, na qual, uma diz respeito à operação com denominadores iguais, e a outra refere-se ao cálculo com os denominadores diferentes. A especificidade dessas operações com relação ao número racional fracionário se dá pelo fato de que para a resolução de cada uma dessas situações, a metodologia de resolução empregada deve ser diferente.

[6] Prof.ª. Dra. Flávia Souza Machado da Silva.
[7] Prof.ª. Dra. Aparecida Francisco da Silva.

Como definição dessas operações, Gois (2014, p. 22-23) apresenta que "Sendo $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{b}$ dois números racionais, temos que: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ e $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$... e, sendo $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ dois números racionais, as adições e subtrações com denominadores diferentes são definidas como $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d+c.b}{b.d}$ e $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a.d-c.b}{b.d}$ ". Notamos, portanto, que os conceitos envolvendo essas operações podem se apresentar de forma confusa para os alunos que, até então, só haviam trabalhado com as operações com os números naturais. Assim, para que esse conteúdo seja entendido pelos alunos, Gois (2014), Santos (2019), Passos e Romanatto (2011) entre outros autores, sugerem que os professores iniciem esse assunto pelo concreto, seja um material manipulável ou uma representação pictórica.

Para além da definição apresentada por Gois (2014), Santos (2019) evidência em suas falas que precisamos estar cientes que na matemática, quando falamos em operar e queremos preservar a natureza dos objetos somados ou subtraídos é necessário que os objetos sejam de mesma natureza, como sustenta Santos e com o qual concordamos:

> Imagine o leitor que pergunta a uma criança de 5 ou 6 anos. "Quanto é três gatos mais duas rosas?". Mesmo que a resposta seja cinco, há claramente um problema de lógica. A pergunta seguinte pode ser: "Cinco quê?". Naturalmente que não são nem cinco gatos nem cinco rosas. Quanto muito, seriam cinco seres vivos, na medida em que tanto os gatos como as rosas são seres vivos. Há uma espécie de lei fundamental nas adições e nas subtrações que é a necessidade de uma natureza comum para os objetos a contar de modo a que estas operações tenham lógica e façam sentido (SANTOS, 2015 apud SANTOS, 2019, p. 47).

Dessa forma, quando formos introduzir os conceitos de adição e subtração de frações, precisamos nos certificar que os alunos compreendam determinadas noções dessas operações com os números naturais, para que não seja nenhuma surpresa para eles terem que utilizar as frações equivalentes, pois assim como três gatos e duas rosas não são elementos de uma mesma natureza, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{5}$ também não são.

É comum que ao introduzir o conteúdo em sala, os professores utilizem de dois métodos: começar com frações de denominadores iguais e utilizar do MMC para somar ou subtrair frações com denominadores diferentes. Quanto ao segundo método, não pretendemos utilizá-lo neste momento, pois queremos utilizar com os alunos somente os próprios conceitos de frações, que neste caso, refere-se às frações equivalentes.

Santos (2019) aborda que os conceitos de MMC, trabalhados logo no início da introdução do conteúdo, pode induzir os alunos a acreditarem que os conhecimentos referentes às frações estudadas anteriormente não têm mais serventia. Ademais, trabalhar as operações com os conceitos de frações equivalentes impedirá que os alunos acreditem que, para que a operação aconteça de forma correta, é necessário o menor denominador comum entre os denominadores, como expõe Santos (2019):

> Dentro deste contexto, não há uma preocupação com a necessidade de que esse denominador seja o menor. Para esse objetivo basta encontrar um fator multiplicativo para cada fração que são as parcelas a serem somadas e obter frações equivalentes que igualem os denominadores (SANTOS, 2019, p. 51).

Assim, pretendemos abordar a adição e subtração de frações mediante frações equivalentes. Acreditamos que dessa maneira os alunos consigam estabelecer relações entre os conteúdos trabalhados. Ademais, nessa proposta os alunos participarão ativa e reflexivamente do desenvolvimento, fazendo um processo de investigação e resolução de problemas, para que as informações adquiridas sejam de fato significativas.

Compreendemos que essa metodologia é necessária para que se estabeleça a aprendizagem matemática com os alunos. Sendo assim, a BNCC afirma que:

> Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BNCC, 2017, p. 266).

No que se refere a introduzir os conceitos utilizando os denominadores iguais, Passos e Romanatto (2011) nos trazem uma proposta interessante: iniciar o conteúdo com frações de denominadores diferentes, visto que, se nos certificarmos que o aluno compreenda que o conceito de adição e subtração está ligado ao fato da junção (ou retirada) de elementos de uma mesma natureza (ou de uma mesma unidade de medida), os alunos compreenderão que existe a necessidade de denominadores iguais, por isso é importante que as frações equivalentes sejam trabalhadas com os alunos em vários contextos.

Vale ressaltar que ao trabalhar a adição e subtração de frações, não podemos abordar o conteúdo de forma isolada, isto é, explorando apenas os conceitos de cálculos e dedicando pouco tempo para a parte conceitual do tema. Sendo assim, é importante explorar de forma ampla a parte contextual, fazendo com que os alunos pensem sobre o problema apresentado antes de realizar cálculos.

Portanto, no próximo tópico pretendemos expor a metodologia de ensino que utilizaremos, pois pretende-se que seja um recurso facilitador de aprendizagem, de modo que os conceitos e definições abordados, até aqui, se apresentem para os alunos de maneira desafiadora.

2.3 MATERIAL MANIPULÁVEL: UM RECURSO PARA AUXILIAR NO ENSINO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

Entendemos que, para implementar qualquer alternativa de ensino, é necessário que exista uma intenção elaborada, por isso, empregaremos o suporte teórico de Lorenzato (2009; 2010) e do PCN (1998) frente a utilização do MD manipulável e a função do professor para que esse processo de ensino seja potencializado. Levantaremos esta discussão a respeito da função do professor nesse processo, para esclarecer como podemos nos posicionar para que exista a plena ação do aluno no seu processo de aprendizagem.

Primeiramente, precisamos compreender o que os alunos já sabem a respeito do conteúdo de frações, visto que conceitos como frações parte/todo e frações equivalentes já foram estudados durante o Ensino Fundamental I. Para se obter essa compreensão de maneira mais ampla de modo que possamos otimizar o tempo de aplicação do material, será aplicada, para os alunos, uma avaliação diagnóstica. Lorenzato (2009) orienta que devemos identificar e considerar o que os alunos já sabem, pois assim poderemos fazer a introdução de um novo conteúdo no qual o aluno será o centro do seu processo de ensino e aprendizagem.

Assim, a aplicação dessa atividade diagnóstica ocorrerá no primeiro dia de contato com os alunos. Isso significa que cada aluno responderá às questões conforme sua forma de raciocínio e compreensão, pois, até então, não terão contato com a forma de pensar dos outros colegas de classe e nem da pesquisadora, pois é importante para os professores conhecer um pouco dos alunos, com os quais estão trabalhando, assim, conforme Lorenzato (2010) podemos evitar dois erros:

> Na prática pedagógica, conhecer o aluno pode evitar dois graves e comuns erros didáticos: o indevido ensino de determinado assunto, por este exigir condições acima das possibilidades dos alunos; e o adiamento do ensino de algum assunto, por julgá-lo definitivamente acima do nível de compreensão dos alunos (LORENZATO, 2010, p. 24).

Assim, ao verificar quais são os tópicos que os alunos ainda lembram, ficará mais fácil trabalhar estes vistos anteriormente e, agora de modo mais contextualizado, para que em seguida seja aplicado os novos conceitos que abrangem os números fracionários.

Nesse sentido, acreditamos na importância de que ao tentar introduzir os números fracionários com o MD manipulável, primeiramente os alunos precisam ter a compreensão dos conceitos sobre frações, de adição e subtração de números naturais, pois essas concepções devem servir como base para o novo conteúdo. Por exemplo, se o aluno souber que adição se refere à junção de coisas da mesma natureza, e não somente à junção de coisas aleatórias, não será, para ele, difícil entender o fato de as frações terem que ter denominadores iguais para validar a operação mencionada. Por isso, pretendemos elaborar o conteúdo fazendo a utilização do material de forma que os alunos possam se sentir livres para manipular, perguntar e discutir com o professor ou com os colegas suas ideias e definições.

Devemos estruturar a implementação desse recurso manipulável, pois, como Santos (2019, p. 54) nos alerta, é necessário que o aluno encontre sentido naquilo que está sendo apresentado, “pois assim o aluno é posto a pensar. Não podemos cair na ansiedade pelos resultados. Julgar que isso é uma perda de tempo é um ato muito agressivo aos estímulos, que são mortificados” e a ação de querer dos alunos respostas imediatas ou dar a resposta pronta e acabada, não prejudica apenas os alunos que têm dificuldade na disciplina, mas também, os alunos que gostam e mostram um bom desempenho, visto que quando precisam utilizar determinado conteúdo, em anos de escolaridade mais avançados, não lembram ou não entendem o porquê utilizar certos conceitos, como se os conteúdos matemáticos não tivessem nenhuma conexão. Isso porque, em muitos momentos em sala de aula, o aluno não é um sujeito ativo e reflexivo no processo de ensino, ele é apenas o indivíduo que atua como alguém que deve decorar sem questionar.

Lorenzato (2010, p. 38) nos indaga “o que estamos fazendo com os nossos alunos quando deles exigimos técnicas e cálculos sem antes de compreenderem o sistema de numeração, ou, então, quando damos as respostas antes de terem podido encontrá-las?”.

Pensando em todas as problemáticas descritas até aqui no processo de ensino, esta pesquisa sondou qual seria a metodologia mais adequada dentro da nossa realidade escolar para trabalhar com números fracionários. Tal processo de escolha envolveu pesquisas bibliográficas acerca das operações com frações, experiências vivenciadas em sala de aula durante o ano de 2019 e estudo de materiais didáticos apropriados para tentar alcançar os objetivos dessa pesquisa.

Após ler e refletir, foi necessário traçar uma linha para procurar compreender qual método se aproximava mais dos objetivos, já mencionados anteriormente, sendo possível verificar que o material manipulável era o que mais se aproximava daquilo que se pretendia alcançar.

Primeiramente, precisamos definir o que é material didático, e para isso, iremos utilizar a definição de Lorenzato (2009, p.18): Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros.”

Em outras palavras, a escolha do MD dependerá dos objetivos do professor, como defende Lorenzato:

> Os MD podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para que ele deseja utilizar o MD: para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescobertas pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD mais conveniente à aula (LORENZATO, 2009, p.18).

Como um dos principais propósitos dessa pesquisa era trazer um método em que os alunos pudessem de fato aprender com ele desde o momento da introdução do conteúdo, ou seja, que os próprios alunos pudessem formalizar as definições e conceitos através da investigação e com o auxílio da professora, escolhemos o material manipulável para o ensino de frações como uma alternativa de ensino, pois acreditamos que essa é uma das metodologias em que o aluno atuará ativa e reflexivamente na construção do seu próprio conhecimento.

No entanto, precisamos esclarecer que apesar de utilizar esse material para conceituar as definições, e para aplicar a adição e subtração de frações, o ponto que será relevante é a discussão dos alunos entre si e com a professora, para que assim eles possam mostrar qual foi a linha de raciocínio para chegar à determinada definição. Lorenzato em suas falas evidencia a importância do uso do material concreto no qual está incluso o material manipulável, ao defender que:

> O “ver com as mãos” é mais popular do que geralmente se supõe: você já viu alguém numa loja escolher uma roupa sem passar as mãos nelas? E criança em loja de brinquedos consegue apenas olhá-los? Como comprar um veículo sem pôr a mão nele? Por que inúmeras lojas que vendem cristais expõem aviso dizendo “não toque”? Quantas vezes ouvimos de crianças a expressão “dexovê”, a qual já vem acompanhada da mãozinha para pegar o objeto a ser visto? As pessoas precisam “pegar para ver”, como dizem as crianças. Então, não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana. Quem sabe ensinar, sabe disso (LORENZATO, 2010, p. 19).

Observamos então que é de extrema importância que o aluno formule suas próprias conclusões mediante a manipulação, pois muitas vezes os discentes têm dificuldade em imaginar aquilo que os professores passam na lousa. É por isso que buscamos empregar junto ao conteúdo um método que além de sair do abstrato, também desse aos alunos autonomia na sua ação educativa.

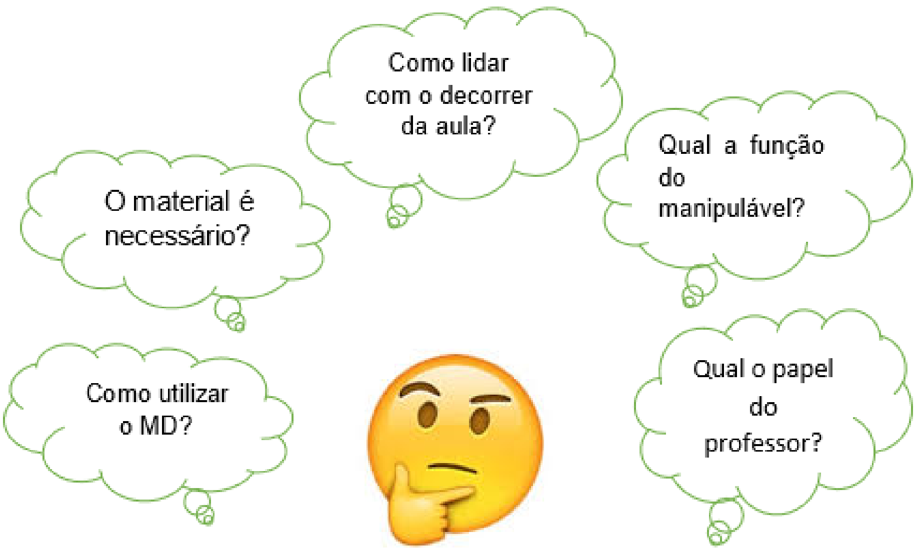
De antemão, deixamos claro que, material concreto e material manipulável não são análogos, pois, como nos afirma Lorenzato (2010, p. 19) “o material concreto não se restringe ao tridimensional, ao palpável”, isto é, o material manipulável é também um material concreto, mas nem sempre o material concreto será manipulável. Lorenzato (2009, p. 22-23), aborda esse assunto em um sentido mais amplo quando afirma que o material concreto poderá ter duas interpretações e que o real tem sido confundido com o concreto, “o concreto pode ter duas interpretações: uma delas refere-se ao palpável, manipulável, e outra, mas ampla, inclui também as imagens gráficas”, é por isso que esta pesquisa se refere aos apetrechos que serão usados como “material manipulável”, pois iremos utilizar o concreto palpável.

Durante nossas pesquisas, foi possível verificar que esse tipo de metodologia vem há muitos séculos sendo defendida por vários educadores como uma alternativa eficaz no processo de aprendizagem. Lorenzato (2009) relata que, em 1650, Comenius já defendia que o ensino deveria se dar do concreto ao abstrato, visto que, desde os nossos primeiros passos, a aprendizagem é dada através dos nossos sentidos. Podemos compreender, então, que quando estamos tratando da aprendizagem, o ver é melhor do que ouvir e, e em alguns casos, o sentir é melhor do que o ver, como nos orienta Lorenzato (2009, p. 17 e18) “palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar... O fazer é mais forte do que o ver ou ouvir”.

Então, quando os professores possibilitam aos alunos a oportunidade de reunir o ver e o sentir durante uma atividade, o resultado provavelmente será os alunos se tornando sujeitos presentes no seu processo de aprendizagem e no próprio progresso diante da disciplina do conteúdo e da sua vida escolar. De acordo com Richard Skemp (1980 apud SANTOS, 2019, p.33) “é necessário que o aluno seja o centro de sua ação educativa assim como suas condições intelectuais”, e isso só é possível quando o professor adota em sala de aula medidas em que os alunos possam explorar de maneiras proveitosa suas experiências.

Queremos, então, trazer o MD manipulável como uma alternativa para romper algumas crenças acerca da matemática que impedem os alunos de ter uma aprendizagem significativa e um bom desenvolvimento cognitivo nesta área. Contudo, para que essa metodologia possa trazer os resultados esperados, precisamos também conhecer quais aspectos podem tornar esse método ineficaz, caso não seja trabalhado com o rigor e reflexão necessária. Abordaremos alguns pontos destacados que Lorenzato (2009) nos chama atenção e que, portanto, o professor deve refletir antes de aplicar qualquer metodologia em sala de aula, pois elas podem interferir na qualidade do processo de aprendizagem:

figura 3: Reflexões acerca da MD manipulável



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Quando falamos em tornar as aulas de matemática mais dinâmicas para os alunos, muitos professores podem interpretar que devem usar materiais apenas para tornar o conteúdo mais atrativo. Entretanto, devemos ter discernimento para saber que um MD qualquer, sem estudo, sem planejamento e sem organização prévia, em nada ajudará no processo de aprendizagem, podendo até mesmo atrapalhar, pois poderá confundir os alunos na ligação entre o conteúdo e a ação em sala, dando a entender que o professor está apenas passando o tempo.

Por isso, precisamos compreender que assim como qualquer outro MD, o manipulável tem uma função que não é somente distrair os alunos. Neste sentido, é necessário que exista um profundo planejamento na escolha do MD para que esse cumpra a função de facilitador na construção do conhecimento, por isso os objetivos daquilo que pretendemos alcançar devem estar claros, pois somente assim é possível escolher o material correto para aquela ação.

Entendemos que uma das principais funções do manipulável é incentivar os alunos a fazerem suas próprias descobertas. Assim sendo, cabe ao professor, por exemplo, conduzi-los por meio de questionamentos que os levem a refletir e que os induzam a manipular o material para obter as respostas e descobertas (ou até mesmo mais perguntas) por conta própria, pois quando o aluno tem autonomia exploratória sobre um material, o poder da descoberta os faz aprender de maneira mais significativa.

Contudo, se o professor utilizar o material apenas para fazer a apresentação do conteúdo com suas próprias palavras ou simplesmente fixar os conceitos e definições levando os alunos a fórmulas prontas e acabadas, o material perderá seu potencial e seus objetivos.

Devemos dar importância no primeiro momento de contato do aluno com o material, pois esse momento é muito importante para o que virá. Por isso, os alunos devem fazer a exploração do material desde os aspectos mais simples, como cor e formato, até aos mais complexos, como entender se o material é estático ou dinâmico, podendo o professor intervir quando necessário, para explicar os aspectos mais difíceis. Assim, quando o professor começar a fazer indagações para iniciar o processo exploratório do conteúdo por meio do material, os alunos saberão fazer o manuseio dos materiais com mais facilidade.

Compreendemos que os professores têm uma gama de conteúdos que devem ser cumpridos ao longo do ano letivo, de modo que o tempo de aplicação do objeto de pesquisa deve ser levado em consideração. Por essa razão, apesar de o manipulável ser um material que dá autonomia aos alunos, é de suma importância que o professor leve questões que impulsionem os alunos a fazerem suas descobertas e, ao mesmo tempo, essas questões acelerarão o ritmo da aula.

Lembrando que ao trabalhar com um MD, que os alunos tenham livre acesso ao roteiro da aula que nunca será pronto e acabado, pois podem surgir questões por parte deles que levarão os outros a refletir, questionar e fazer suas considerações acerca da discussão levantada. Então, é necessário que o professor conduza as discussões da maneira mais produtiva possível, pois somente a manipulação não será suficiente para gerar aprendizagem.

Assim, podemos ver que apesar de o professor atuar em sala de aula como mediador das ações de aprendizagem dos alunos, o seu papel é de suma importância, pois é através da organização do conteúdo, elaboração do material em conjunto com o que se pretende ensinar e intervenção nas discussões quando necessário, é que esse momento de aprender por meio das descobertas terá relevância para os alunos.

> No passado, professor era sinônimo de autoridade, fora e dentro de sala de aula. Por isso, muitos professores davam suas aulas como se fossem donos da verdade, cabendo aos seus alunos apenas ouvirem e obedecerem. Foi uma época de culto ao silencio, na qual, como dizia Paulo Freire “em lugar de comunicar-se, o educador faz comunicados” (1987, p.58) (LORENZATO, 2010, p. 15).

Os professores têm a responsabilidade de cuidar desses estigmas do passado que, infelizmente, até hoje, estão presentes em nossas salas de aula. Por isso, a proposta de metodologia que estamos trazendo nesta pesquisa, apresenta o aluno como um sujeito ativo, reflexivo e importante no seu processo de aprendizagem, e o professor como mediador no processo de ensino.

O papel do professor como mediador em qualquer metodologia escolhida para os conteúdos é a mesmo: intervir como um elo entre o conteúdo, o material didático e o aluno, ou seja, dentro do currículo e dos cronogramas de conteúdos preestabelecidos pela Secretaria de Educação e pela escola, sendo o professor a escolher qual metodologia de ensino melhor se adequa para a realidade da sala de aula, qual a forma correta de introduzir o MD, quais atividades explorará melhor o conteúdo e o método escolhido, e, também, guiar os alunos dentre as discussões necessárias, interferindo quando preciso, mas sem levá-los a uma conclusão pronta, ou seja, são os alunos que devem discutir e conceituar (com a supervisão do professor).

Salientamos que esta função de mediador, que o professor deve assumir em muitas ocasiões, no processo de ensino e aprendizagem não é um conceito novo, em 1997 os PCN's já discutiam essa concepção:

> Outra de suas funções é como mediador, ao promover a confrontação das propostas dos alunos, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento. Atua como controlador ao estabelecer as condições para a realização das atividades (PCN, 1997, p. 27).

Então, precisamos compreender que esta atribuição ao professor é indispensável para que haja uma aprendizagem significativa. Durante o uso do manipulável, que é o material desta pesquisa, isto é, durante o desenvolvimento da aula, é o professor que apresentará o material ao aluno, fazer perguntas que levem eles a refletirem sobre a manipulação do material, incentivar os alunos a fazer tentativas, observar se a experimentação não está induzindo o aluno ao erro, valorizar o erro dos alunos de modo que não se perca totalmente a ideia inicialmente formulada por ele, promover os debates necessários acerca das ideias etc.

Além dessas ações e posturas que o professor deverá tomar em sala de aula para fazer uma aula com caráter mais independente para os alunos, o professor deverá, também, fazer um planejamento minucioso de suas aulas, tendo em vista que quando possibilitamos aos nossos alunos a oportunidade de fazer suas próprias investigações, discussões e conclusões, surgirão questionamentos que não foram previstos pelo professor. Assim sendo, é de suma importância o preparo para as aulas, de modo que conheça e domine o conteúdo que será discutido.

Não estamos propondo e muito menos insinuando que o professor tenha a obrigação de saber as respostas para todas as perguntas, mas é necessária a consciência e a reflexão, que o preparo do professor para suas aulas é determinante para a aprendizagem dos alunos, pois entendemos que com metodologias alternativas ou não, o professor não poderá ensinar aquilo que não sabe.

Podemos então constatar que o trabalho de um professor que escolhe utilizar o manipulável em sua sala de aula é bem maior do que quando escolhe dar a aula tradicional no qual formamos, em que ele escreve no quadro e os alunos copiam no caderno e fazem os exercícios repetindo as mesmas ideias. É, por isso, que em suas palavras, Lorenzato (2010) nos indaga e nos leva a refletir sobre o tipo de professor que queremos ser:

> Considerando que cada professor é o principal protagonista do seu desenvolvimento profissional, a questão resume-se em verificar se você deseja ser protagonista da ação educativa necessária (quase sempre possível), ou se prefere ser objeto de inevitáveis transformações que causam sensações de desiquilíbrio. Alguns preferem ver a banda passar, mas, quem sabe outros não esperam acontecer (LORENZATO, 2010, p. 129).

Por isso, acreditamos que são as metodologias alternativas que, quando preparadas com os devidos cuidados, podem potencializar a aprendizagem, e é isso que deve nos interessar enquanto professor.

No próximo tópico, pretendemos apresentar o material manipulável intitulado como “estojo das frações” e seus aspectos técnicos.

2.4 A HISTÓRIA DO MATERIAL E SEUS ASPECTOS TÉCNICOS

O material utilizado na pesquisa é intitulado como “estojo das frações” e foi aplicado inicialmente em 2014 por Renata Gois. Segundo Baldin; Silva e Martins (2017), o material se mostrou conveniente e proveitoso, pois os alunos tiveram uma participação ativa e bons resultados em avaliações posteriores à aplicação. Após essa utilização do material, ele foi aplicado novamente nos anos de 2015, 2016 e 2017 em outras escolas da mesma região e, segundo essas pesquisas, mostrou-se eficiente no estabelecimento de relação entre o concreto e o abstrato.

No início do texto, traçamos como objetivo da nossa pesquisa “compreender de que modo o material poderia potencializar a aprendizagem da adição e subtração de frações”. Assim, ao longo do trabalho apresentamos investigações a respeito do MD manipulável e acrescentamos nossas concepções baseadas em pesquisas e leituras acerca do referido tema.

Na subseção acima, por exemplo, deixamos claro que esta pesquisa entende a importância de o aluno ser o centro do seu processo de aprendizagem e, que para que isso ocorresse no contexto da manipulação do material, ele precisava ser livre para manipular e, isso seria possível na medida em que ele encontrasse sentido no MD utilizado. Assim, ao escolher o exposto material, levamos em consideração todas essas propostas do nosso trabalho.

O estojo das frações é um material dinâmico que permite livre manuseio, é composto de peças que dão ao aluno segurança, pois não rasgam facilmente. Assim, eles não precisam restringir o uso o que, consequentemente, dá mais liberdade para a exploração. Ademais, o material deixa claro que trabalhará com frações, pois os alunos já tiveram algum contato com esse conteúdo e, assim, ficará mais claro o que será trabalhado.

Além disso, com esse material é possível explorar os conceitos de parte e todo das frações e frações equivalentes, que dentro da nossa proposta, são dois pontos importantes que devem ser trabalhados antes de iniciar a parte das operações. Portanto, após ter os objetivos claros do que queríamos sondar na utilização de um MD manipulável, escolhemos o já referido material, pois com base nas pesquisas já realizadas a respeito dele, compreendemos que a sua utilização poderia ser adaptada para a nossa pesquisa.

Assim, a elaboração do estojo se dará a partir da descrição de Gois (2014), com algumas modificações. O estojo é composto por uma base de 20 cm x 30 cm na parte externa e 12 cm x 28 cm na parte interna, 10 folhas de transparência com marcações de unidades fracionárias que, conforme nos explica Baldin; Silva e Martins (2017), servem, entre outras coisas, para confirmar a notação, inferir resultados, verificar a equivalência de frações, comparar as frações e auxiliar nas operações com frações. Além desses elementos, o estojo terá, também, peças retangulares coloridas feitas em papel cartão, que representarão as frações e serão encaixadas no estojo, como mostra a Figura 4. Essas peças retangulares serão compostas da seguinte maneira:

- 1 peça de dimensão 12 cm x 28 cm (um inteiro);
- 2 peças de dimensões 12 cm x 14 cm (cada peça equivale a $\frac{1}{2}$);
- 3 peças de dimensões 12 cm x (28/3) cm (cada peça equivale a $\frac{1}{3}$);
- 4 peças de dimensões 12 cm x 7 cm (cada peça equivale a $\frac{1}{4}$);
- 5 peças de dimensões 12 cm x (28/5) cm (cada peça equivale a $\frac{1}{5}$);
- 6 peças de dimensões 12 cm x (28/6) cm (cada peça equivale a $\frac{1}{6}$);

- 7 peças de dimensões 12 cm x 4 cm (cada peça equivale a $\frac{1}{7}$);
- 8 peças de dimensões 12 cm x (28/8) cm (cada peça equivale a $\frac{1}{8}$);
- 9 peças de dimensões 12 cm x (28/9) cm (cada peça equivale a $\frac{1}{9}$);
- 10 peças de dimensões 12 cm x (28/10) cm (cada peça equivale a $\frac{1}{10}$).

Assim, esse é o estojo das frações que foi utilizado pelos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II, que, por contextos pandêmicos, cada um teve o seu próprio material para manuseio.

No próximo capítulo, iremos expor o caminho para a escolha dos participantes dessa pesquisa, além dos referenciais teóricos que foram importantes para a construção da escolha do material e da metodologia.

figura 4: estojo das frações

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos a metodologia utilizada na pesquisa, o percurso para a escolha dos participantes da pesquisa e o processo de desenvolvimento da teoria e a prática diante da construção dos materiais didáticos manipulados, bem como o planejamento das sequências didáticas para as intervenções que ocorreram com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, com a finalidade de realizar a construção de proposta de produto educacional.

3.1 A TRAJETÓRIA

Para o desenvolvimento desse estudo, utilizamos uma metodologia com abordagem qualitativa, de natureza aplicada, com objetivo descritivo, por meio de uma consulta bibliográfica e documental. Essa escolha leva em consideração três aspectos que concordamos e são defendidos por Minayo e Minayo-Gómez (2003):

> [...] 1) Não há nenhum método melhor do que o outro, o método, "caminho do pensamento", ou seja, o bom método será sempre aquele capaz de conduzir o investigador a alcançar as respostas para suas perguntas, ou dizendo de outra forma, a desenvolver seu objeto, explicá-lo ou compreendê-lo, dependendo de sua proposta (adequação do método ao problema de pesquisa); 2) Os números (uma das formas explicativas da realidade) são uma linguagem, assim como as categorias empíricas na abordagem qualitativa o são e cada abordagem pode ter seu espaço específico e adequado; 3) Entendendo que a questão central da cientificidade de cada uma delas é de outra ordem [...] a qualidade, tanto quantitativa quanto qualitativa depende da pertinência, relevância e uso adequado de todos os instrumentos (MINAYO; MINAYO-GÓMEZ, 2003, p. 118).

Dentre as informações referidas pelos autores, o processo estrutural da pesquisa parte da investigação com o intuito de solucionar ou apresentar possíveis respostas à dada situação apresentada e direcionadas por perguntas, traçando objetivos para o entendimento das questões centrais em uma sequência de dados e informações mediante a pertinência e relevância dos instrumentos.

Primeiramente, precisamos compreender quais são os aspectos de uma pesquisa qualitativa e quais são os seus objetivos. Para isso, utilizaremos o esclarecimento que Flick (2009) nos traz acerca desta metodologia de investigação:

> A pesquisa qualitativa usa o texto como material empírico (em vez de números), parte da noção da construção social das realidades em estudos,

> está interessada nas perspectivas dos participantes, em suas práticas do dia a dia e em seu conhecimento cotidiano relativo à questão em estudo (FLICK, 2009, p. 16).

Portanto, entendemos que uma abordagem qualitativa está focada em compreender os participantes da investigação, mediante uma exposição detalhada da experiência. É por isso, que a nossa pesquisa traz esse caráter em sua estrutura, na perspectiva do método da coleta de dados na vivência e conhecimento dos alunos com relação a nosso objeto de pesquisa.

Para além disso, trouxemos uma natureza aplicada, pois pretendíamos que os alunos que participaram dessa investigação pudessem obter a compreensão da aprendizagem de tal maneira, que conseguissem fazer a aplicação prática naquilo que envolvesse a adição e subtração de frações em períodos de curto, médio e longo prazo.

Apresentamos ainda fins descritivos, ou seja, pretendemos descrever todas as informações da pesquisa e das intervenções, por meio das observações, anotações e análises. Para tanto, utilizamos como embasamento registros de interações durante as ações que, por motivos pandêmicos, precisamos levar em consideração o distanciamento entre os alunos, a utilização do material individual de modo que a aplicação ocorreu com 6 alunos do 6º ano Ensino Fundamental II, que trabalharam os conteúdos de frações com relação de parte/todo, frações equivalentes, adição e subtração de frações.

Selecionamos inicialmente 6 alunos que se mostraram participativos e, desses 6 alunos, apenas 3 compareceram para aplicação que ocorreu em três dias (28/07/2021, 29/07/2021 e 04/08/2021) durante duas horas/aulas no contraturno. E na segunda etapa, que ocorreu na semana posterior ao encerramento da primeira turma (05/08/2021, 11/08/2021 e 12/08/2021), tivemos a necessidade de selecionar mais 4 alunos, pois dois dos alunos que haviam sido escolhidos anteriormente e não puderam comparecer, pediram para participar nessa aplicação. Assim, na segunda aplicação iriam participar 6 alunos, mas, por problemas diversos, dos 6, apenas 5 compareceram. Porém, a partir do segundo dia, por problemas de saúde, apenas 3 prosseguiram na pesquisa. Os alunos selecionados na primeira e na segunda etapa mostravam dificuldade em interpretar situações problemas da matemática em sala de aula.

As intervenções ocorreram sem a presença da professora regente dos alunos, pois ela ministra aulas no período da manhã. Para que o registro de interações dos alunos fosse o mais claro e descritivo possível, foi utilizado um smartphone Android para gravar vídeos e áudios das aulas e, registros escritos dos métodos que os alunos estavam utilizando para resolver as questões propostas.

Tendo em vista toda essa organização nos aspectos investigativos, procuramos responder à seguinte pergunta: De que maneira a utilização do material didático manipulável pode potencializar a aprendizagem dos alunos no que diz respeito às operações com frações no 6º ano do Ensino Fundamental?

3.2 A CONSTRUÇÃO DO REFERENCIAL TEÓRICO

O primeiro momento dessa pesquisa se constituiu por meio de buscas em livros, artigos e dissertações que discutissem nosso objeto de investigação, com o propósito de entender quais contribuições poderíamos agregar a esse campo que já vem sendo investigado. Além disso, conseguimos analisar diversas metodologias elaboradas para o enfrentamento da problemática.

A nossa investigação se deu por meio da pesquisa no portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, na qual procuramos por trabalhos com temas envolvendo adição e subtração de frações ou o trabalho com MD manipulável no ensino das quatro operações com frações. Inicialmente, foi feita uma leitura dos resumos de cada trabalho que abordasse temáticas próximas àquela que pretendemos abordar. E durante a leitura desses trabalhos, conseguimos identificar os referenciais teóricos presentes nesse texto.

Compreendemos a necessidade de uma consulta documental a partir da definição de Fonseca (2002 apud Gerhardt; Silveira, 2009) ao advogar que:

> A pesquisa documental trilha os mesmos caminhos da pesquisa bibliográfica, não sendo fácil por vezes distingui-las. A pesquisa bibliográfica utiliza fontes constituídas por material já elaborado, constituído basicamente por livros e artigos científicos localizados em bibliotecas. A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, tais como: tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, cartas, filmes, fotografias, pinturas, tapeçarias, relatórios de empresas, vídeos de programas de televisão etc. (FONSECA, 2002, p. 32).

Portanto, buscamos por documentos oficiais pautados por lei e regidos pelo MEC, pois alguns deles regem a forma como deve ocorrer a elaboração do currículo escolar. Assim, analisamos os seguintes documentos: Constituição Federal 1988; Lei de Diretrizes e Bases da Educação - LDB 9.394/1996; Base Nacional Comum Curricular e Parâmetros Curriculares Nacionais.

Ainda utilizamos esses documentos como uma técnica de coleta de dados que, segundo Gil (2007), ajudam o pesquisador, visto que os documentos obtêm dados suficientes para que não se perca tempo durante a investigação, pois em sua concepção:

> Essas fontes documentais são capazes de proporcionar ao pesquisador dados em quantidade e qualidade suficiente para evitar a perda de tempo e o constrangimento que caracterizam muitas das pesquisas em que os dados são obtidos diretamente das pessoas. Sem contar que em muitos casos só se torna possível realizar uma investigação social por meio de documentos (GIL, 2007, p. 147).

Nesse sentindo, nosso texto não poderia ser elaborado sem a consulta de documentos e leis que regem a educação nacional, pois são esses que definem direitos e deveres dos alunos, além dos aspectos da qualidade de ensino englobando, nesse caso, as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas durante o processo de ensino e aprendizagem. Ademais, foi possível fazer um aparato histórico acerca do ensino das operações com frações, com destaque para os erros mais evidentes na abordagem do conteúdo.

Assim, abordaremos no próximo capítulo, as intervenções de maneiras mais detalhada, apresentando as respostas escritas e parte das discussões que foram realizadas em sala de aula.

4 ANÁLISE DA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS POR ALUNOS(AS) DO 6º ANO COM MEDIAÇÃO DO ESTOJO DE FRAÇÕES

Neste capítulo relatamos os passos da sequência didática, as discussões e descobertas levantadas pelos alunos e as intervenções realizadas pela pesquisadora para tornar as discussões a respeito do conteúdo mais dinâmica e expressiva.

Vale lembrar, que a experiência foi realizada em uma Escola Pública Estadual de Rio Branco – Ac, com seis alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II, escolhidos aleatoriamente num grupo de 30 alunos, os quais apresentavam dificuldades em interpretar situações problemas da disciplina.

O primeiro contato da pesquisadora com os alunos participantes ocorreu a partir da primeira aplicação da sequência didática. Além disso, a ação em sala de aula só ocorreu quando os alunos iniciaram os estudos sobre números fracionários. O intuito de iniciar as aplicações apenas quando o assunto se iniciasse em sala de aula era de não sobrecarregar os alunos com conteúdo e ajudá-los trabalhando em paralelo às atividades que estavam sendo realizadas em sala de aula envolvendo tais assuntos.

4.1 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A primeira etapa ocorreu no dia 28/07/2021 e, para esse momento, foram convidados um total de seis alunos, mas, por motivos diversos, apenas três compareceram à aula. No primeiro momento, a pesquisadora que estava sozinha (sem a presença da professora regente) se apresentou para as alunas e explicou que com o consentimento (escrito) dos pais, elas seriam gravadas em vídeos/áudios, e que poderiam ficar à vontade, pois esses recursos serviriam apenas para cargo de informação, ou seja, as imagens delas não seriam divulgadas.

Em seguida, foi perguntado a elas se sabiam o que é uma atividade diagnóstica, ao que não se obteve resposta. Então, foi explicado que a atividade tinha o intuito apenas de constatar o que elas já sabiam a respeito do conteúdo, por isso, não deveriam se preocupar e, fazer apenas aquilo que sabiam, caso não entendessem alguma das perguntas, poderiam pedir explicação.

A segunda etapa aconteceu no dia 05/08/2021, foram convidados seis alunos e, apenas cinco compareceram. O primeiro momento ocorreu tal qual como no primeiro grupo de alunos. Mas, diferente do primeiro grupo, estes não estavam tão tímidos e, ao serem perguntados se sabiam o que significava a atividade diagnóstica, houve uma afirmativa e explicação deles do que entendiam.

Assim, logo após a apresentação, foi aplicada a mencionada tarefa que a seguir, apresentaremos os resultados, mas, informamos que a partir de agora, os alunos não serão mais separados pelas etapas. Assim, os que participaram da primeira e da segunda etapa serão nomeados como os alunos A, B, C, D, E, F, G e H, conforme ordem alfabética. Como a partir do segundo dia de aplicação, dois alunos não puderam mais participar por motivos de saúde, a partir da aplicação do reconhecimento do estojo de frações, os dados dos alunos não serão citados.

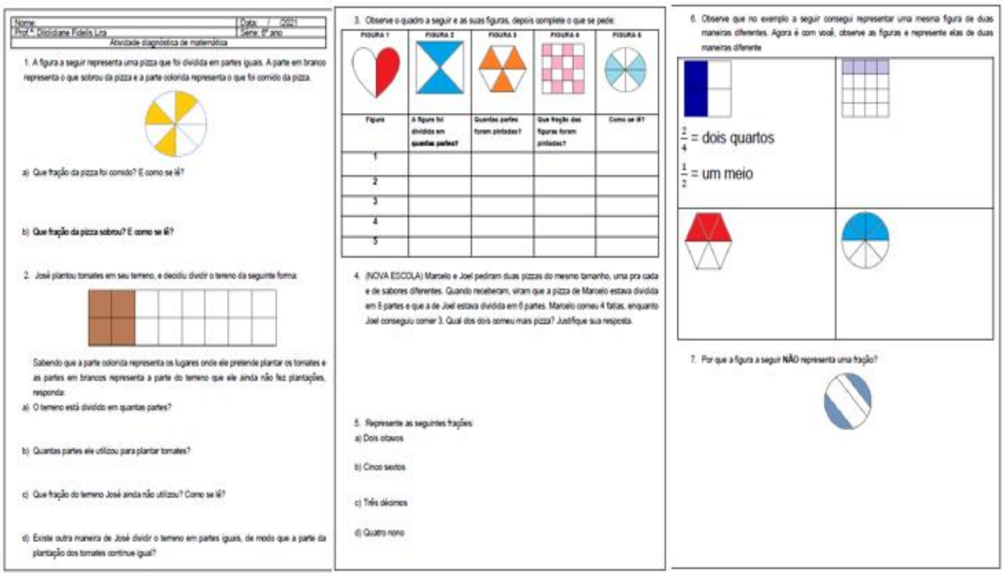
4.2 ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Conforme abordamos no capítulo 2 na subseção 2.3, é de extrema importância conhecer um pouco os nossos alunos para se obter aproveitamento e valorização daquilo que eles já sabem e, trabalhar de maneira proveitosa o novo conteúdo que será abordado. Isto é, a partir desses dados, podemos trabalhar com os alunos, conteúdos que realmente estejam em seu momento de aprendizagem, nem fácil demais, a ponto de que nenhum conhecimento seja produzido durante a utilização do material e do novo conteúdo e nem difícil demais, para não transformar esse momento de construção dos alunos em um ponto de dificuldade na formação dos novos conhecimentos. Lorenzato (2010) em suas discussões abordava a importância de conhecer os conhecimentos prévios dos alunos, com o qual estamos em acordo:

> Partir de onde o aluno está. E por que isso? Porque ninguém vai a lugar algum sem partir de onde está, toda aprendizagem a ser construída pelo aluno deve partir daquela que ele possui, isto é, para ensinar é preciso partir do que ele conhece, o que também significa valorizar o passado do aprendiz... Com o objetivo de proporcionar um ensino partindo do momento em que o aluno está, precisamos considerar os pré-requisitos cognitivos matemáticos referente ao assunto a ser prendido pelo aluno (LORENZATO, 2010, p.27).

Assim, dada as condições para trabalhar o material e o conteúdo com alunos que, neste caso, não são alunos da pesquisadora, a maneira de otimizar o tempo e ainda entender como os alunos pensam e o que ainda sabem dos anos anteriores, foi elaborada uma atividade diagnóstica de acordo com o Currículo de Referência Único do Estado do Acre do 5º ano do Ensino Fundamental I. Ou seja, que abordava os conceitos de frações como parte/todo, representação de frações, leitura e escrita de frações e frações equivalentes, isto é, porque a intenção era compreender o que os alunos já sabiam referente ao conteúdo de frações e que tinham estudado no ano anterior. Vejamos agora, as questões que foram aplicadas para os seis alunos (esta folha de atividade encontra-se nos apêndices):

figura 5: Atividade diagnóstica



Nome:	Data: / /2021
Prof.ª: Diciidiane Fidelis Lira	Série: 5º ano

Atividade diagnóstica de matemática

1. A figura a seguir representa uma pizza que foi dividida em partes iguais. A parte em branco representa o que sobrou da pizza e a parte colorida representa o que foi comido da pizza.

a) Que fração da pizza foi comido? E como se lê?

b) **Que fração da pizza sobrou? E como se lê?**

2. José plantou tomates em seu terreno, e decidiu dividir o terreno da seguinte forma:

Sabendo que a parte colorida representa os lugares onde ele pretende plantar os tomates e as partes em brancos representa a parte do terreno que ele ainda não fez plantações, responda:

a) O terreno está dividido em quantas partes?

b) Quantas partes ele utilizou para plantar tomates?

c) Que fração do terreno José ainda não utilizou? Como se lê?

d) Existe outra maneira de José dividir o terreno em partes iguais, de modo que a parte da plantação dos tomates continue igual?

3. Observe o quadro a seguir e as suas figuras, depois complete o que se pede:

FIGURA 1	FIGURA 2	FIGURA 3	FIGURA 4	FIGURA 5
Figura	**A figura foi dividida em quantas partes?**	**Quantas partes foram pintadas?**	**Que fração das figuras foram pintadas?**	**Como se lê?**
1				
2				
3				
4				
5				

4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

5. Represente as seguintes frações:

a) Dois oitavos

b) Cinco sextos

c) Três décimos

d) Quatro nono

6. Observe que no exemplo a seguir consegui representar uma mesma figura de duas maneiras diferentes. Agora é com você, observe as figuras e represente elas de duas maneiras diferente

$\frac{2}{4}$ = dois quartos

$\frac{1}{2}$ = um meio

7. Por que a figura a seguir **NÃO** representa uma fração?

Fonte: Produzido pela autora, 2021.

A seguir, expomos um quadro que mostra a quantidade de acertos, erros, acertos parciais ou questões em branco. Este levantamento é necessário para compreender e reconhecer cada processo dos alunos na realização da atividade proposta e considerar que nenhum pensamento apresentado por eles será em vão. Ademais, devemos considerar que em dado momento, os alunos já sabem o assunto que está sendo abordado, apenas não recordam.

Quadro 2: Levantamento dos dados da avaliação diagnóstica

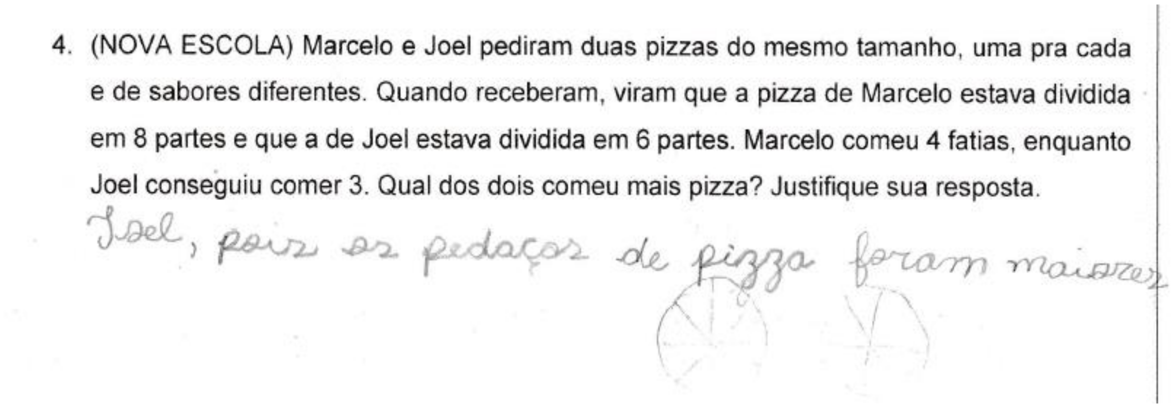
Questão	Acertos	Erros	Acerto parcial	Não fizeram
1) a b	8 8	0 0	0 0	0 0
2) a b c	7 8 7	1 0 1	0 0	0 0 0

d	6	1	0 5	1
3	3	0	5	0
4	1	7	0	0
5				
a	7	0	0	1
b	7	0	0	1
c	7	0	0	1
d	7	0	0	1
6	4	2	2	0
7	7	0	0	1

Fonte: Produzido pela autora, 2021.

A partir da avaliação diagnóstica, foi possível constatar que os alunos não tinham o conceito de frações equivalentes bem definido, tendo em vista que, na questão quatro foi apresentada uma situação - problema envolvendo o referido assunto e, dos oito alunos que fizeram a tarefa, apenas um acertou, mas, na questão seis, por exemplo, que trazia figuras para representar as frações, metade dos alunos conseguiram responder corretamente, enquanto os outros responderam errado ou parcialmente correto. Como podemos observar:

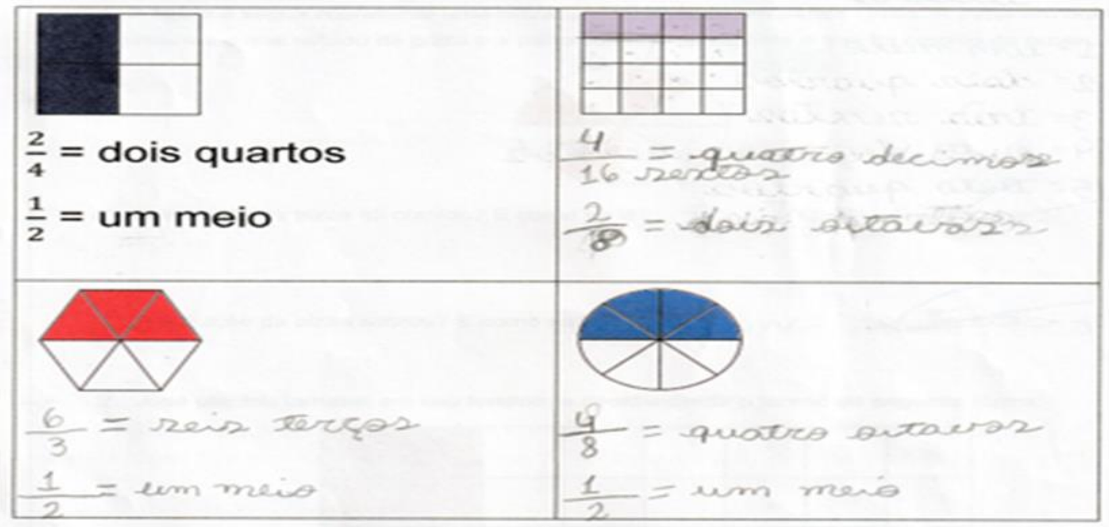
figura 6: Questão 4 da diagnóstica - aluna A


4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

Joel, pois os pedaços de pizza foram maiores

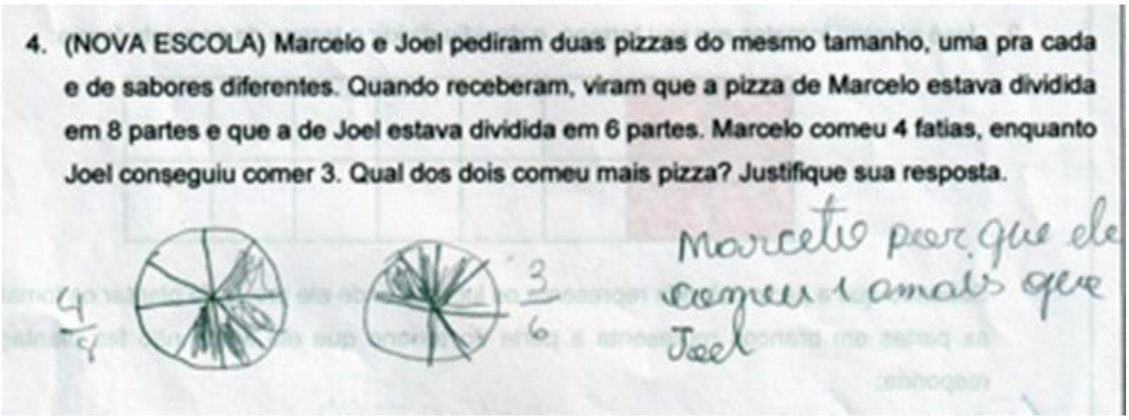
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 7: Questão 6 da diagnóstica – aluna A figura



Fonte: arquivo pessoal

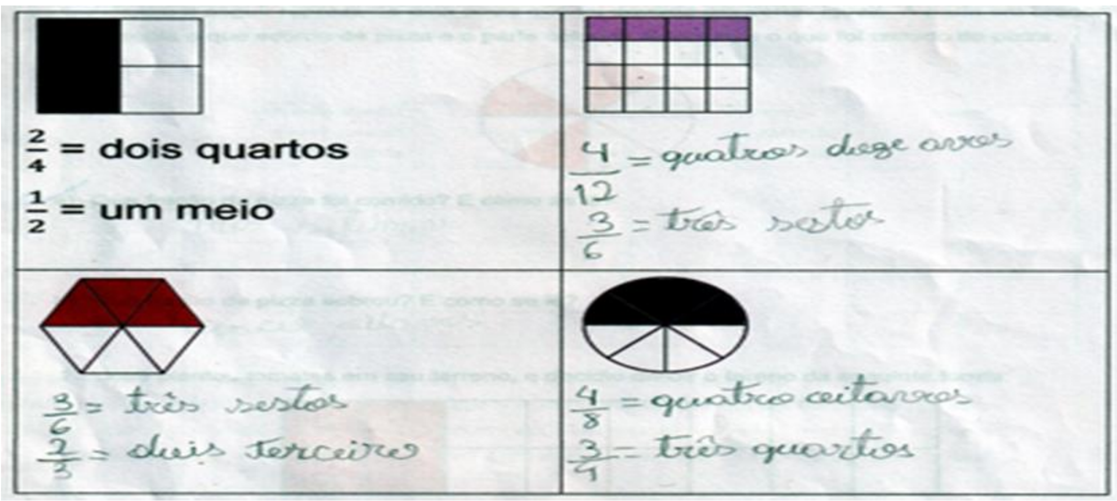
figura 8: Questão 4 da diagnóstica – aluna B



4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

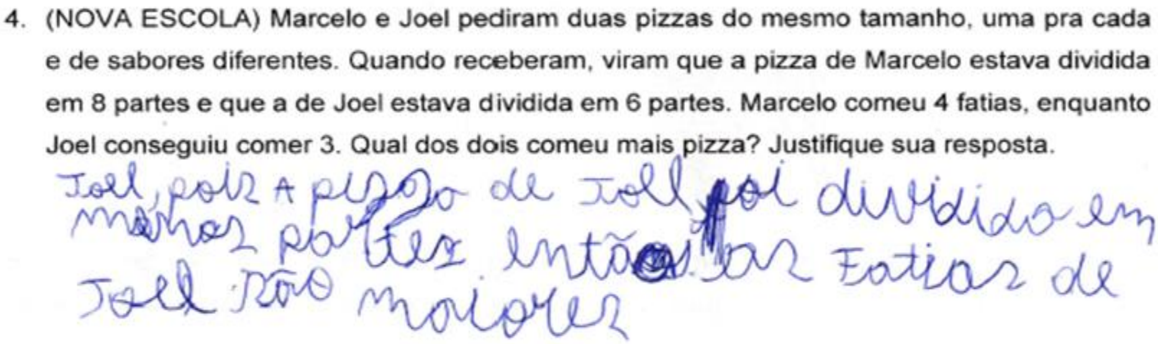
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 9: Questão 6 da diagnóstica – aluna B



Fonte: Arquivo pessoal, 2021

figura 10: Questão 4 da diagnóstica – aluna C

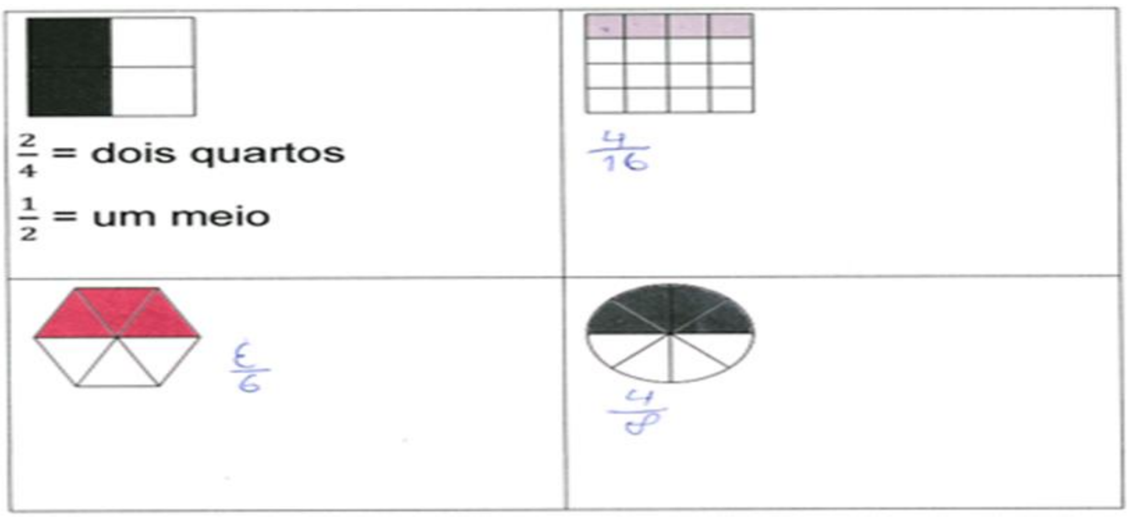


4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

Joel, poiz a pizza de Joel foi dividido em menoz partez intão az fatiaz de Joel são maiorez

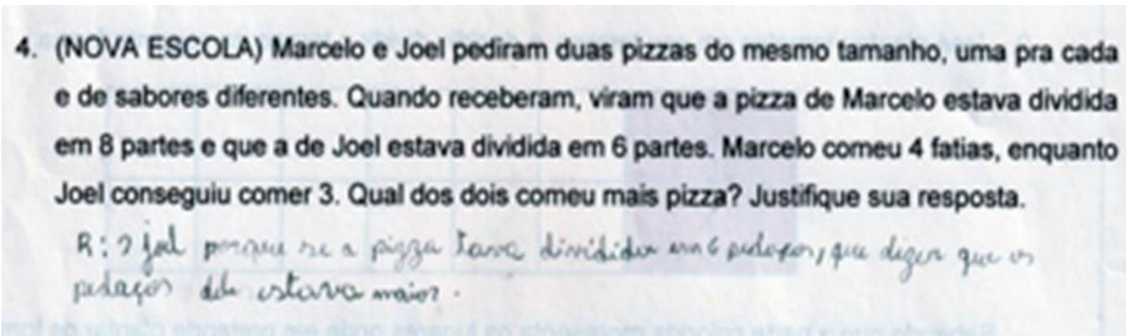
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 11: Questão 6 da diagnóstica – aluna C



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 12: questão 4 da diagnóstica – aluna D

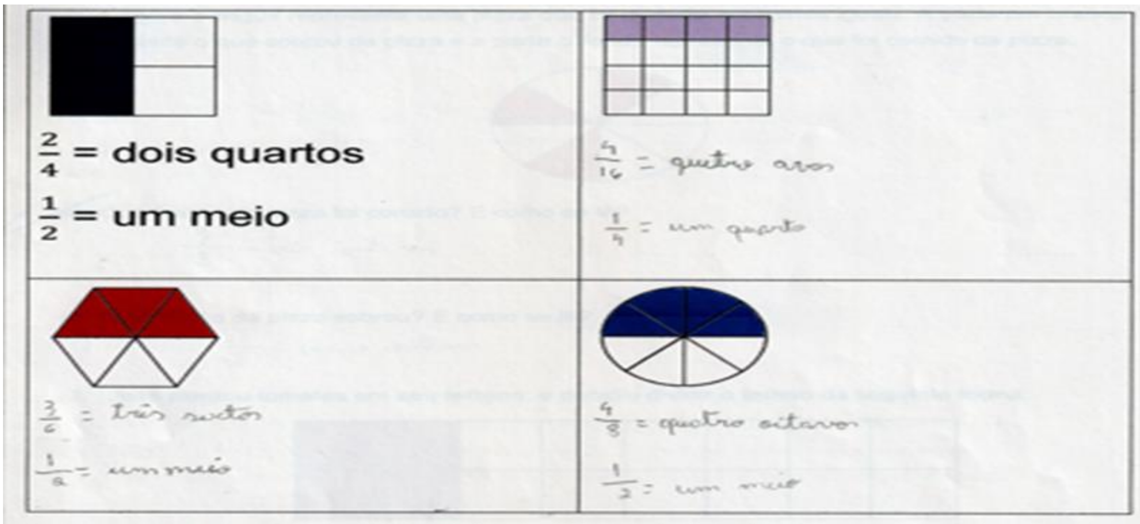


4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

R: o Joel porque se a pizza tava dividida em 6 pedaços, quer dizer que os pedaços dele estava maior.

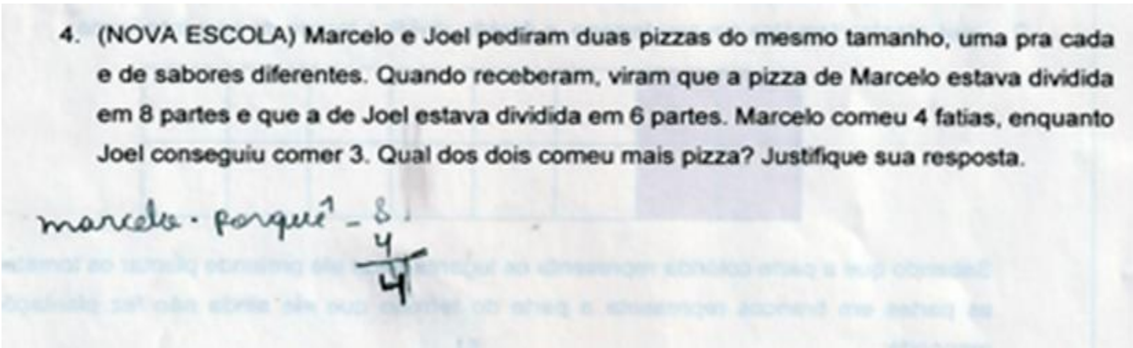
Fonte: Arquivo pessoal, 2021

figura 13: questão 6 da diagnóstica - aluna D



Fonte: Arquivo pessoal, 202

figura 14: Questão 4 da diagnóstica – aluna E

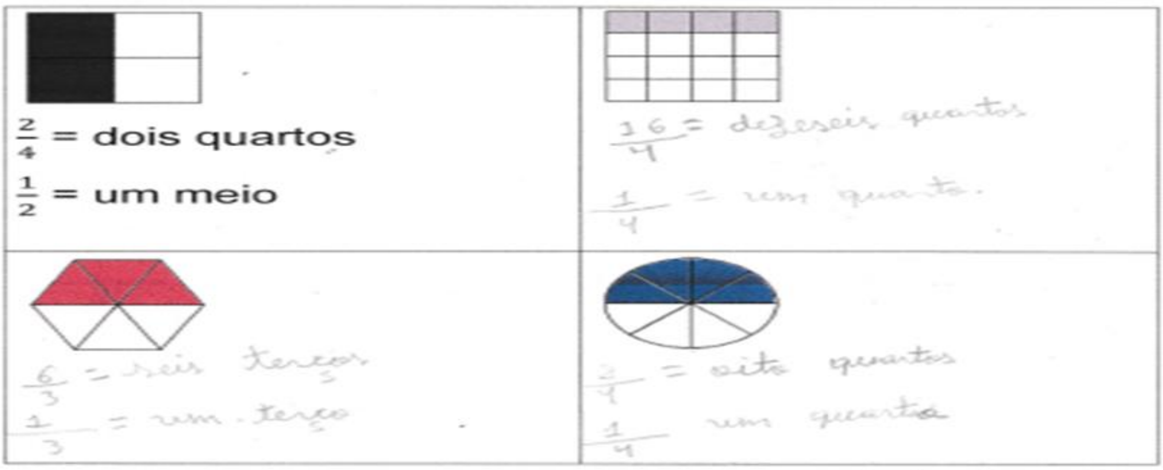


4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

marcelo. porquê – 8

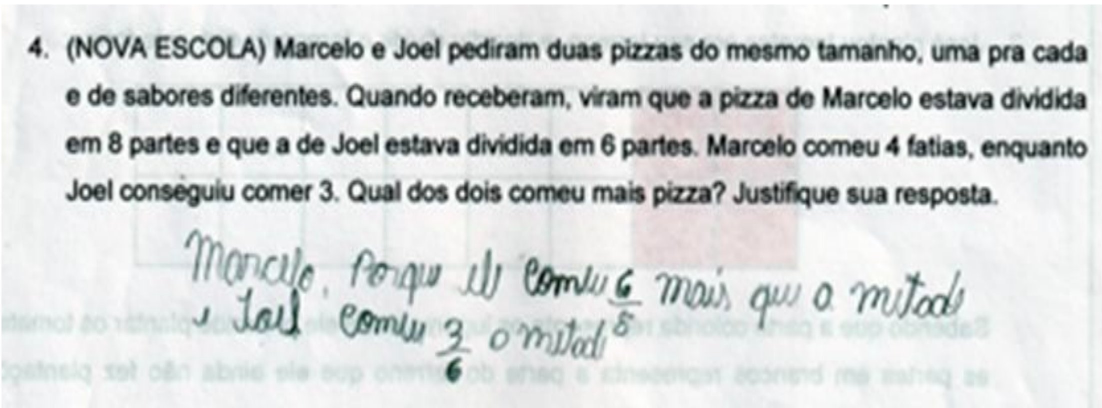
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 15: Questão 6 da diagnóstica – aluna E



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

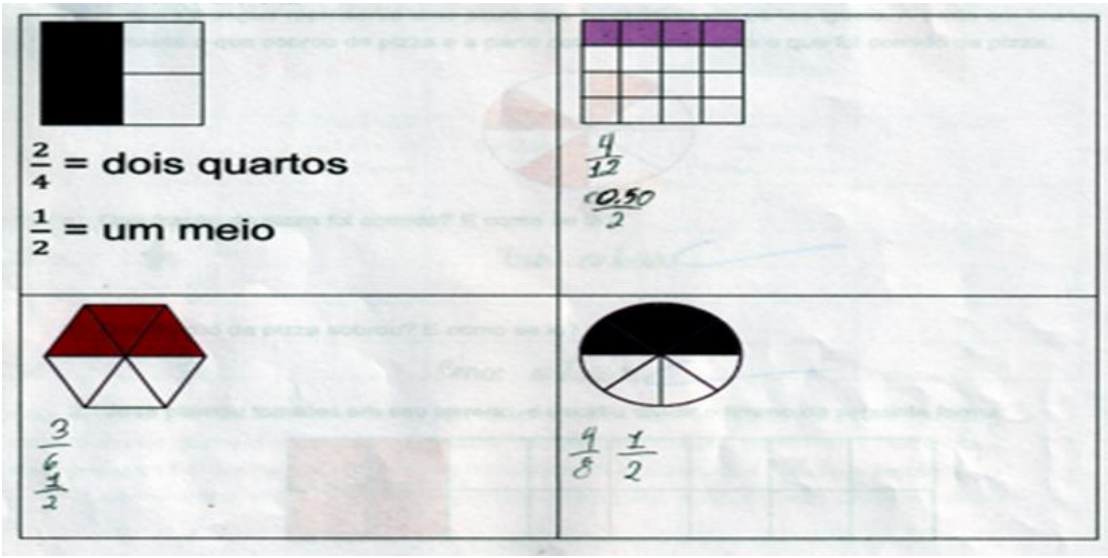
figura 16: questão 4 da diagnóstica - aluna F


4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

Marcelo, Porque ele comeu $\frac{6}{8}$ mais que a metade e Joel comeu $\frac{3}{6}$ a metade

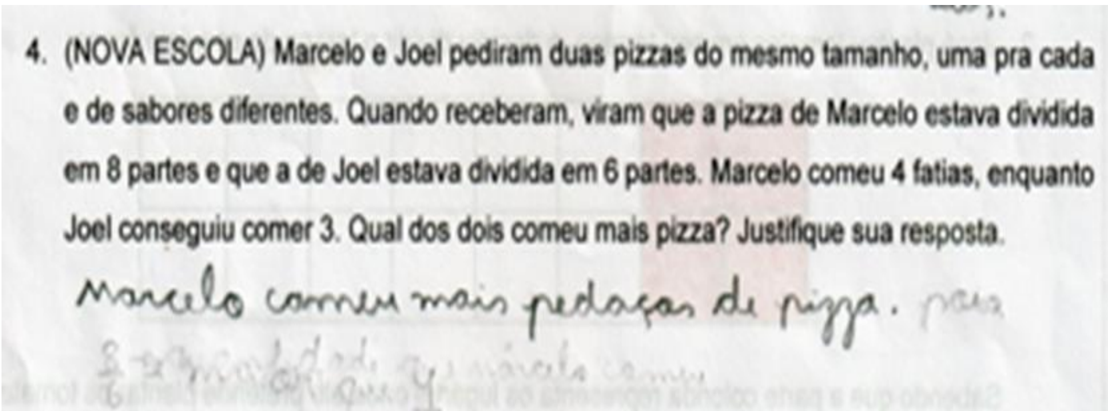
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 17: Questão 6 da diagnóstica – aluna F



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

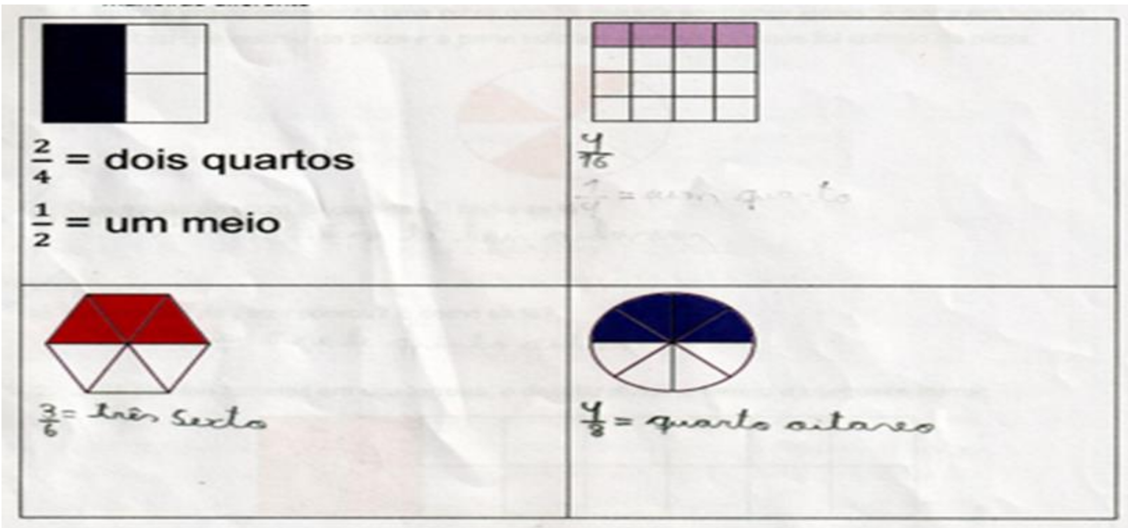
figura 18: Questão 4 da diagnóstica – aluna G


4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

Marcelo comeu mais pedaços de pizza.

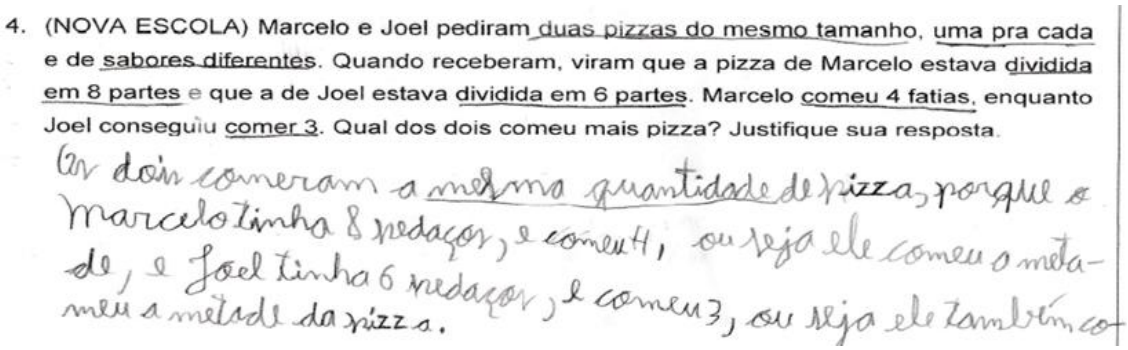
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 19: Questão 6 da diagnóstica – aluna G



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 20: Questão 4 da diagnóstica – aluna H

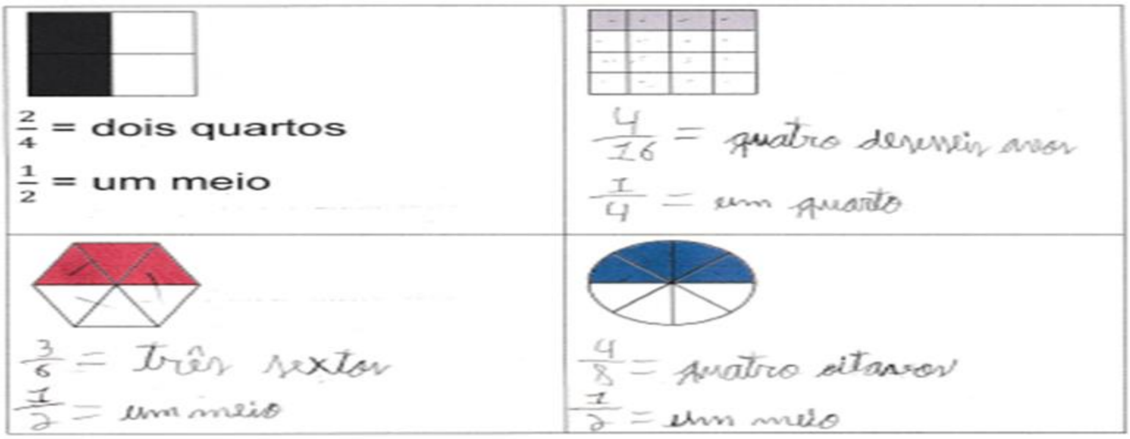


4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

Os dois comeram a mesma quantidade de pizza, porque o Marcelo tinha 8 pedaços, e comeu 4, ou seja ele comeu a metade, e Joel tinha 6 pedaços, e comeu 3, ou seja ele também comeu a metade da pizza.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 21: Questão 6 da diagnóstica – aluna H



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

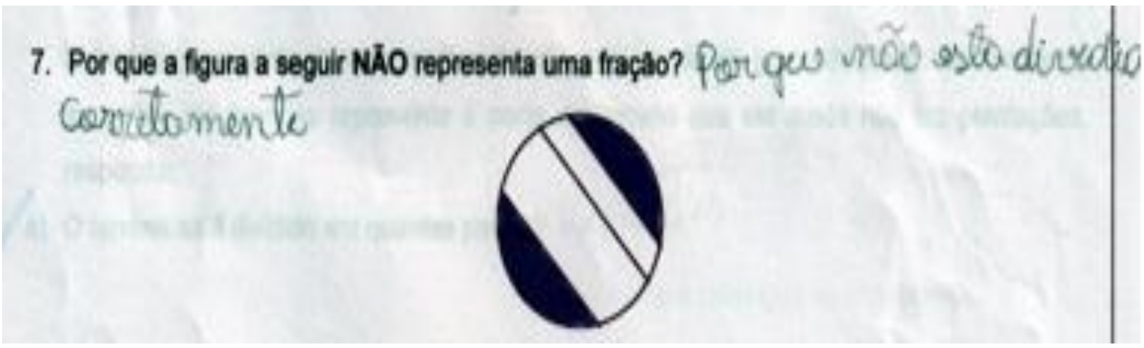
Observa-se, portanto, que na questão quatro, os alunos tentaram responder a situação - problema a partir do tamanho de cada pedaço de pizza ou pela quantidade de pedaços que Marcelo e Joel comeram. Houve ainda os que tentaram desenhar as pizzas, em que o intuito era fazer um comparativo, mas, depararam-se com a negativa, pois os desenhos não os ajudaram a formular uma resposta, então, tentaram responder usando as lógicas já mencionadas nesse parágrafo. O aluno G, no entanto, percebeu que os dois tinham comido a mesma quantidade de pizza. Isso se percebe pela explicação do aluno, que ao entender que as pizzas tinham o mesmo tamanho, tanto Joel quanto Marcelo haviam comido a metade.

Além disso, foi notório que o conceito de que para algo ser considerado uma fração precisava estar dividido em partes iguais, já estava bem estabelecido para a maioria dos alunos. Por exemplo, na questão sete, a maioria dos alunos responderam que a imagem não representava uma fração porque as partes não estavam divididas igualmente. Observe:

figura 22: Questão 7 da diagnóstica – aluna A

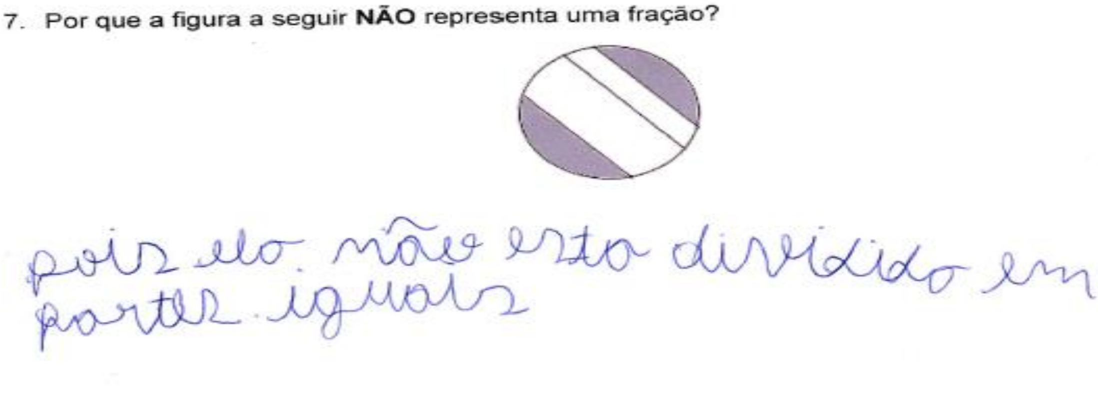
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 23: Questão 7 da diagnóstica – aluna B



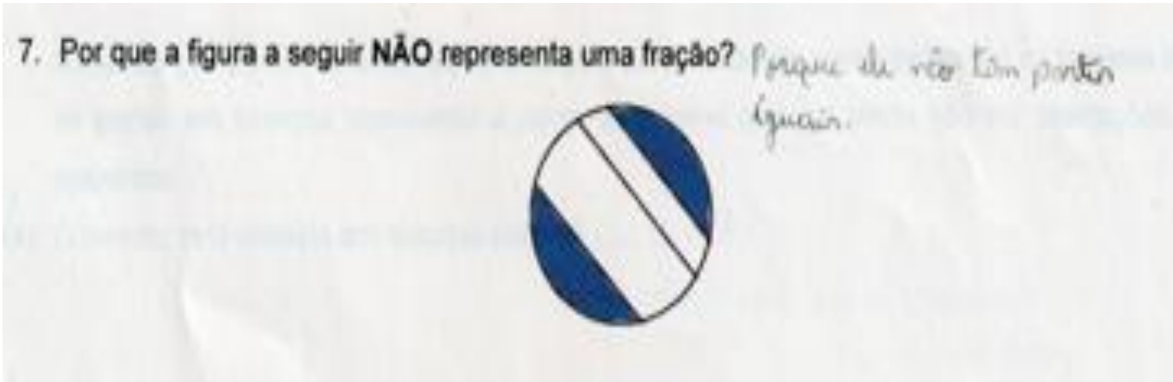
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 24: Questão 7 da diagnóstica – aluna C



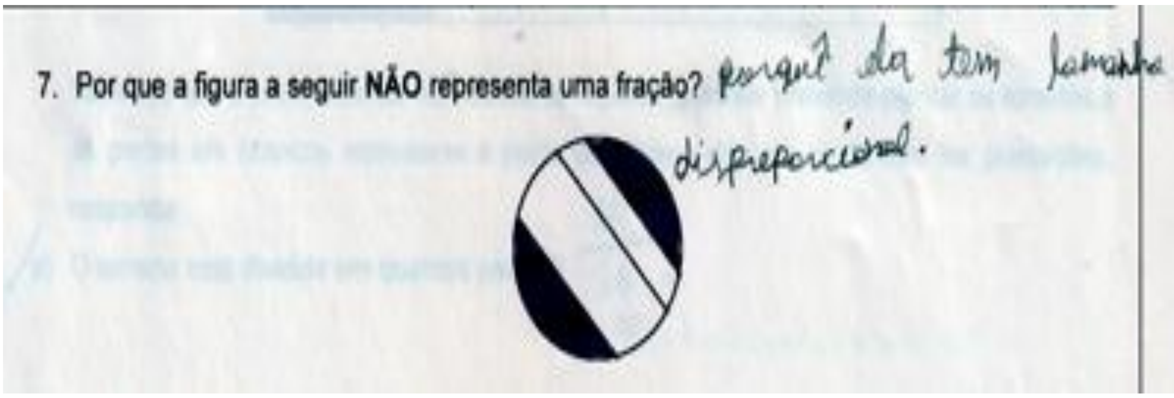
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 25: Questão 7 da diagnóstica – aluna D



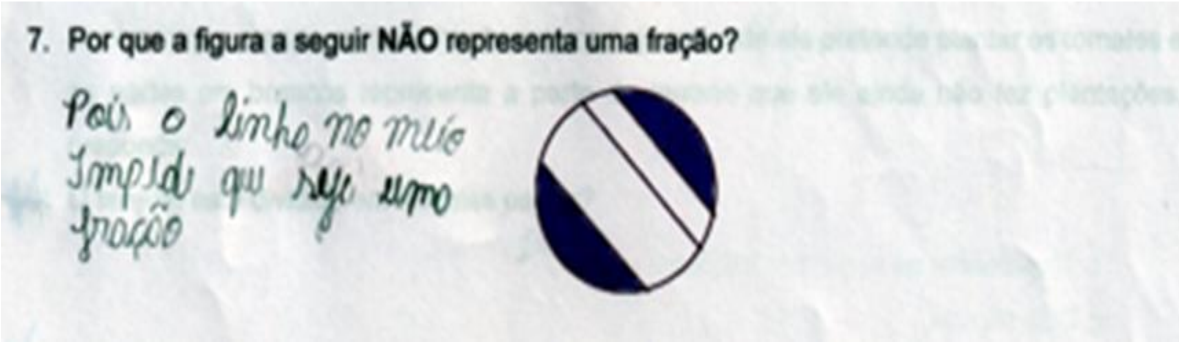
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 26: Questão 7 da diagnóstica – aluna E



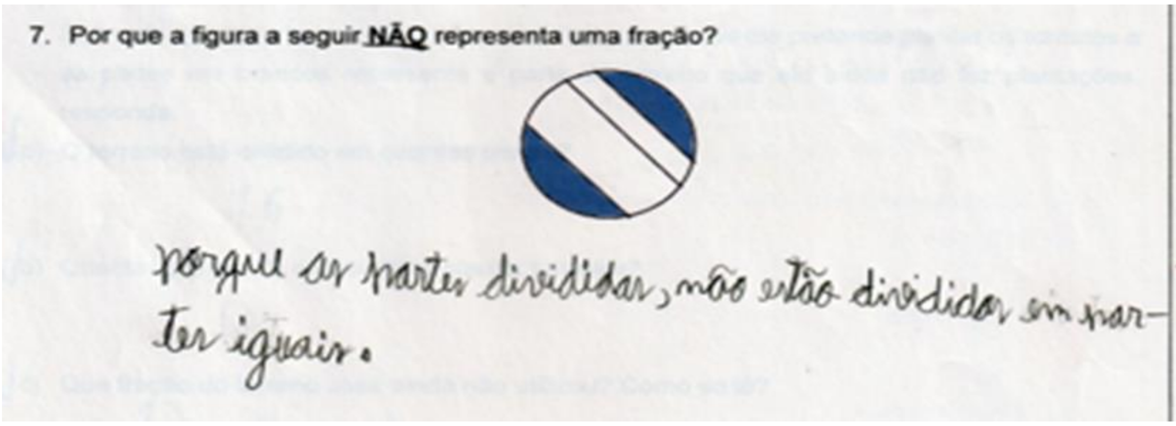
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 27: Questão 7 da diagnóstica – aluna F



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 28: Questão 7 da diagnóstica – aluno H



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Estes dois conceitos destacados da avaliação diagnóstica foram a base para que os alunos tivessem um bom entendimento referente ao conteúdo de adição e subtração de frações, principalmente, no que se referia ao conceito de frações equivalentes. As respostas acima, apresentadas pelos alunos, ocorreram antes da utilização do material.

O próximo passo da sequência didática, foi fazer o reconhecimento do MD manipulável estojo das frações. Por isso, na próxima subseção mostraremos como foi elaborado e executado esse momento.

4.3 RECONHECIMENTO DO ESTOJO DE FRAÇÕES

Na subseção 2.3 discutimos a respeito da estruturação de uma aula em que foi aplicado o MD manipulável. Assim, deixamos claro em nossas discussões com apoio teórico de Lorenzato que, é de suma importância que o professor induza os alunos, por meio de perguntas, a fazerem suas próprias descobertas durante a manipulação do material. Entretanto, segundo o autor, a utilização e conceituação do material e do conteúdo serão mais bem aproveitadas se o professor valorizar o primeiro momento do aluno com os equipamentos.

Por isso, ao apresentar o material para os alunos A, B, C, D, E e F, foi dado a eles um questionário para fazer uma exploração guiada dos utensílios que compõem o estojo das frações. As perguntas envolviam conceitos a respeito dos aspectos físicos do material, como cor, tamanho das peças etc. É importante relembrar que esse questionário foi elaborado pelos autores Silva; Fanti; Barbaresco; Silva e Santos (2018) para a semana da matemática em São José do Rio Preto e, feito algumas alterações para a nossa pesquisa. Veja a seguir, o questionário (ver apêndice) que foi entregue aos alunos:

figura 29: Perguntas para o reconhecimento do material manipulável

1. Utilizando o estojo das frações, responda:

a) Quais objetos compõe o estojo?

___

b) Para que serve a moldura?

___

c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

___

d) Tome a peça retangular que preenche sozinha o fundo da moldura do Estojo e localize a transparência que se encaixa nessa peça. Qual a representação na transparência para essa peça? _______. Essa parte/peça será referida como o inteiro (todo).

e) Escolha uma cor e coloque todas as peças dessa cor na moldura. O que você observa? Para essa cor escolhida, quantas peças existem?

___

f) Encontre uma transparência cujos retângulos desenhados se encaixam sobre as peças de cores iguais que foram escolhidas anteriormente. O que está escrito nessa transparência? _______. Observamos que essa é a notação matemática para indicar a "fração" que representa a parte do inteiro correspondente a uma peça da cor escolhida.

2. Separe todas as peças do Estojo por cor e encontre a transparência correspondente a cada conjunto de peças de mesma cor. Em seguida preencha a tabela a seguir anotando a "fração" (que está escrita na transparência) que é usada para representar a parte correspondente a uma peça na transparência:

Cor da peça	Quantidade de peças	Representação da parte correspondente a uma peça na transparência (unidade fracionária)

tabela abaixo preencha os demais espaços conforme indicados (se necessário, utilize as transparências):

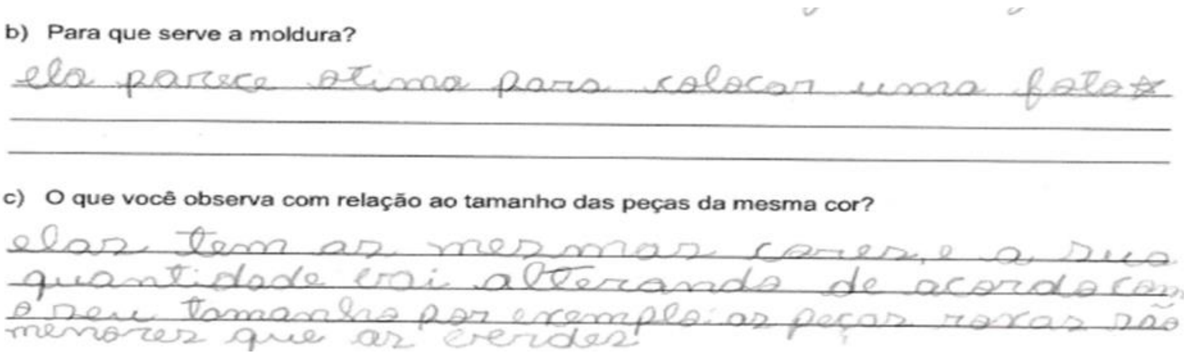
Peças	Representação de uma unidade fracionária na transparência (fração)	Fração que representa o conjunto de peças que foram colocadas	Como se lê a fração que indica o conjunto de peças
1 preta			
2 amarelas			
3 róseas			
4 laranjas			
5 roxas			
6 verdes			

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Lorenzato (2009) nos chama a atenção para a importância do primeiro momento dos alunos com o MD, pois, segundo o autor, caso o material seja novo para os alunos, inicialmente poderá causar estranheza ou dificuldade e gerar noções superficiais, rasas e errôneas, complementando que, os alunos devem ter um momento de exploração dos utensílios que serão utilizados.

Depois que os alunos tiveram contato com o material e com a folha de perguntas, foi possível observar que, inicialmente, tiveram certa dificuldade de conciliar as peças com as transparências e, apesar de afirmarem que a moldura servia para colocar as peças, pouco a utilizaram, pois, as peças ficaram escorregadias. Assim, optaram por usar a transparência e as peças em cima de suas mesas. Com relação às peças, todos afirmaram que as peças de mesma cor tinham o mesmo tamanho. Veja a seguir:

figura 30: Pergunta 1 do reconhecimento do estojo – aluna A


b) Para que serve a moldura?

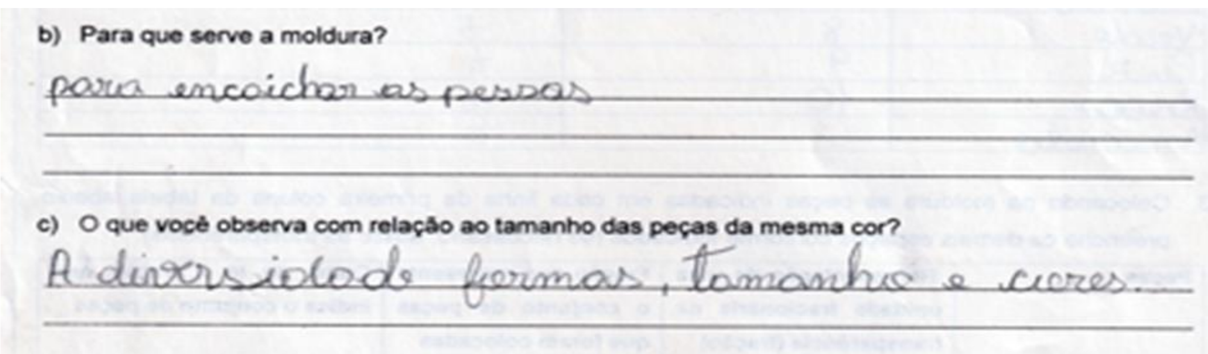
ela parece ótima para colocar uma foto

c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

elas tem as mesmas cores, e a sua quantidade vai alterando de acordo com o seu tamanho por exemplo: as peças roxas são menores que as verdes

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 31: Pergunta 1 do reconhecimento do estojo – aluna B


b) Para que serve a moldura?

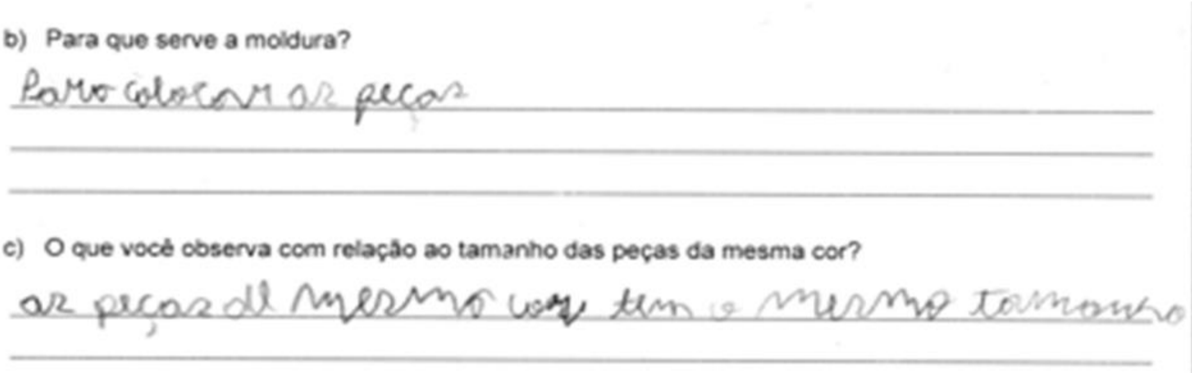
para encaichar as pessas

c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

A diversidade formas, tamanho e cores.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 32: Pergunta 1 do reconhecimento do estojo – aluna C


b) Para que serve a moldura?

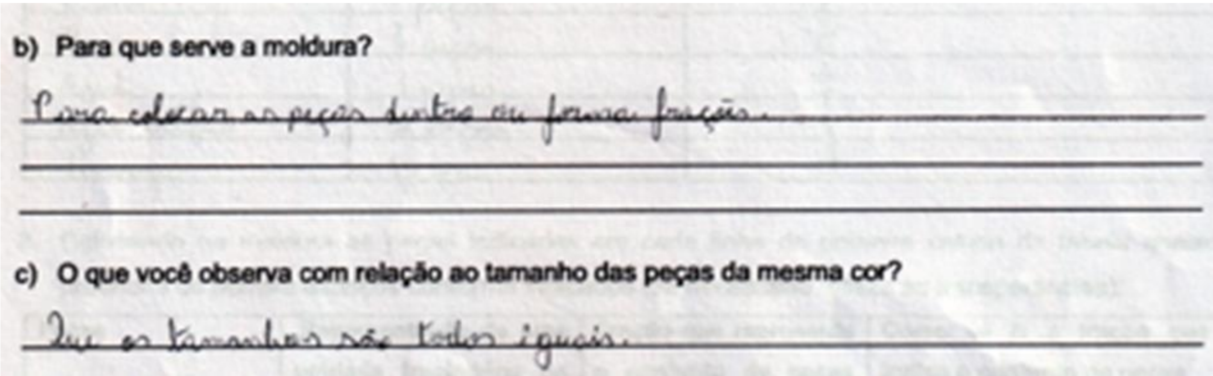
Parro colocar as peças

c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

as peças dl mesmo coy tem o mesmo tamanho

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 33: Pergunta 1 do reconhecimento do estojo – aluna D


b) Para que serve a moldura?

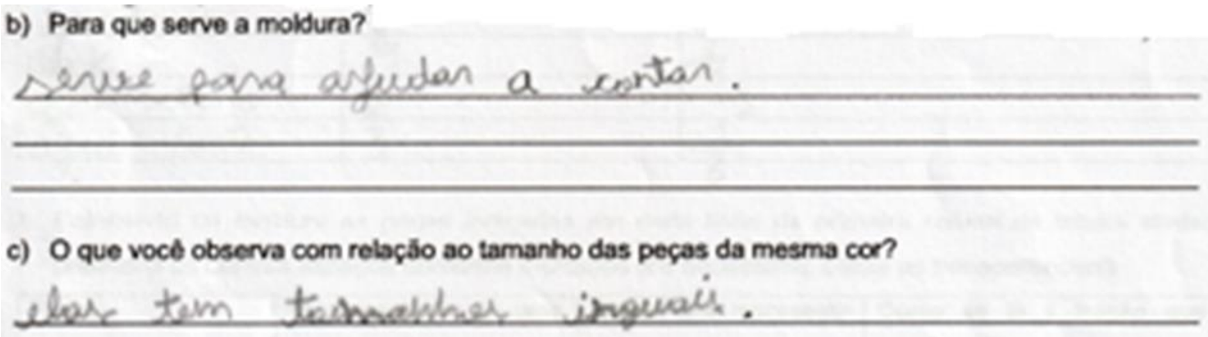
Para colocar as peças dentro ou forma frações.

c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

Que os tamanhos são todos iguais.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 34: Pergunta 1 do reconhecimento do estojo – aluna E


b) Para que serve a moldura?

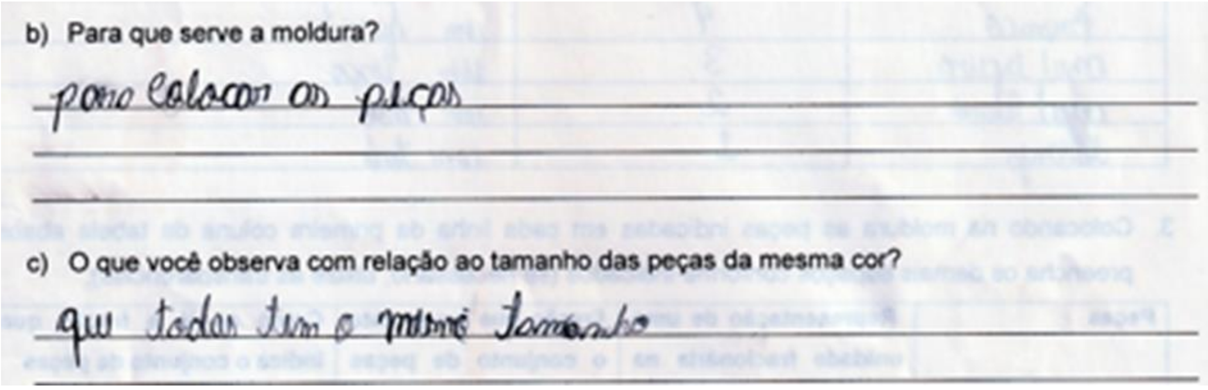
serve para ajudar a contar.

c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

elas tem tamanhos inguais.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 35: Pergunta 1 do reconhecimento do estojo – aluna F


b) Para que serve a moldura?

para colocar as peças

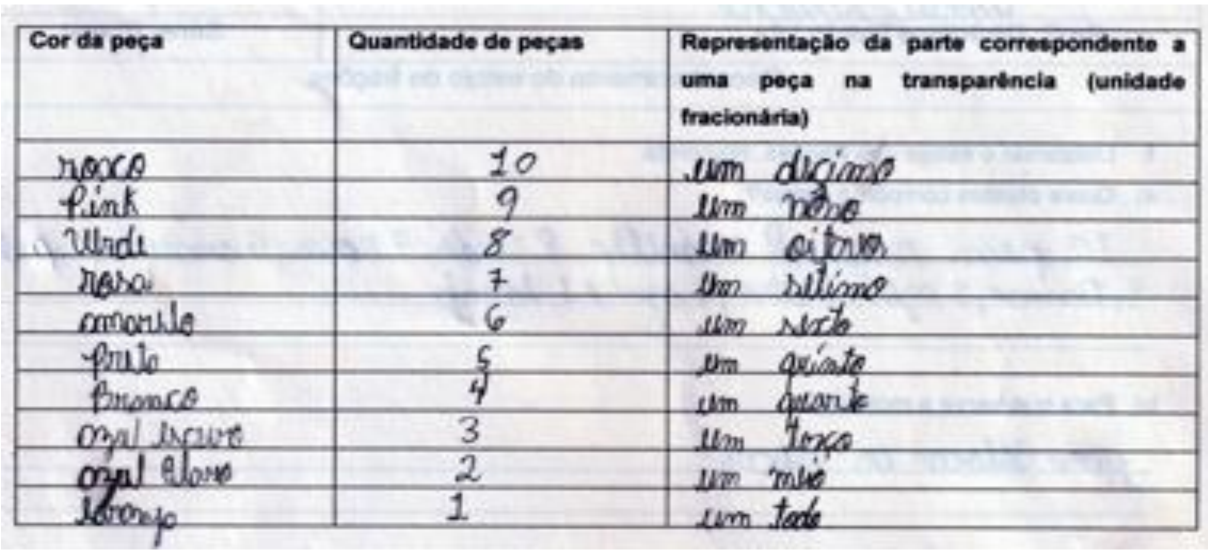
c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

que todas tem o mesmo tamanho

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Em parte do questionário, foi pedido a eles que separassem as peças de mesma cor e encontrassem a transparência correspondente a cada conjunto de peças de mesma cor. Depois, deviam preencher uma tabela que continha indicações como “cor da peça”, “quantidade de peças”, “representação da parte correspondente a uma peça na transparência”. Foi possível notar que, para responder esta última parte da tabela, os alunos não utilizaram a transparência, apenas contaram a quantidade de peças de cada cor e preencheram a partir dessa contagem. Por exemplo, havia dez peças roxas no estojo, assim, a representação de uma peça seria $\frac{1}{10}$ e assim sucessivamente. Conforme mostraremos a resposta da aluna B (todos os outros alunos fizeram analogamente).

figura 36: Pergunta 2 do reconhecimento do estojo – aluno F


Cor da peça	Quantidade de peças	Representação da parte correspondente a uma peça na transparência (unidade fracionária)
roxo	10	um dicimo
pink	9	um nono
verde	8	um oitavo
rosa	7	um sétimo
amarelo	6	um sexto
preto	5	um quinto
branco	4	um quarto
azul escuro	3	um terço
azul claro	2	um meio
laranja	1	um todo

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Os participantes chamavam a pesquisadora com frequência durante o reconhecimento do estojo, e perguntavam coisas como “o que era a transparência?”, ou, tinham dificuldades em expressar suas observações e, a partir de uma conversa da pesquisadora com os alunos, eles conseguiram expor o que estavam pensando.

Este momento serviu para corroborar a importância que existe de os alunos explorarem sozinhos o material, sem uma explicação prévia, pois assim, eles tiraram suas próprias conclusões, mesmo os que apresentaram dificuldades no início, depois de certo tempo que estavam em contato com o material, mostraram que já sabiam manusear e organizar todos os utensílios sem dificuldades. A partir de então, foi notório que já era o momento de utilizar o MD para introduzir o conteúdo.

Deste modo, no próximo tópico, iremos exibir a utilização do estojo para trabalhar as frações equivalentes. Em seguida, a adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

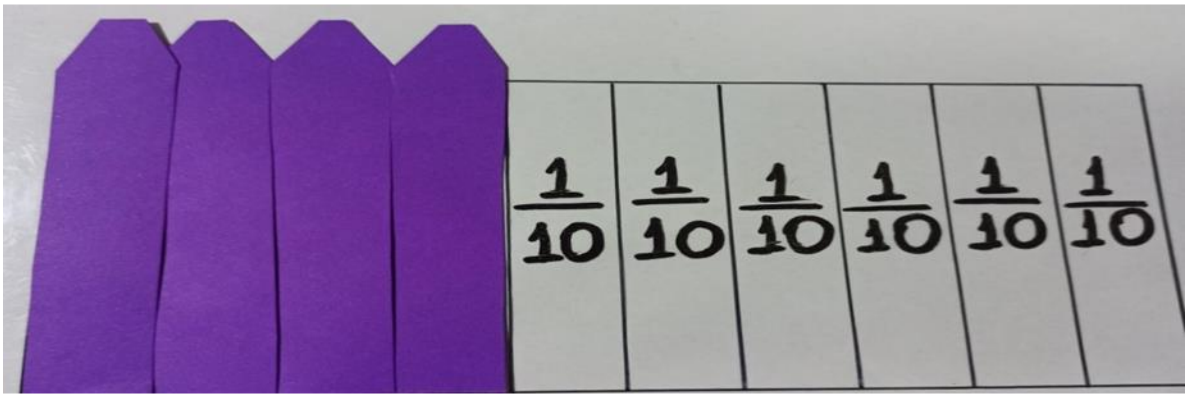
4.4 FRAÇÕES EQUIVALENTES COM A UTILIZAÇÃO DO ESTOJO DE FRAÇÕES

A utilização do estojo, na exploração das frações equivalentes, ocorreu durante o segundo encontro com os alunos do primeiro e do segundo grupo. Para trabalhar o conteúdo utilizamos o método que Lorenzato (2009) chamado de descoberta dirigida, que ocorre quando o professor acelera o ritmo das atividades apresentando questões que auxiliam na reflexão. Antes de entregar a atividade, foi explicado a eles que a utilização do material não era obrigatória, mas, que eles poderiam utilizar caso sentissem dificuldades em responder as questões.

A primeira pergunta dizia: “A mãe de Pedro comprou uma caixa de bombons contendo 10 bombons do mesmo sabor. Sabendo que dessa caixa de bombons, Pedro comeu 4, responda as seguintes questões utilizando o estojo: Represente a quantidade de bombons que Pedro comeu. Como se escreve? b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de bombons que Pedro comeu. Se sim, qual?”

Assim, todos os alunos responderam à questão “a” sem utilizar o estojo, mas, nenhum dos alunos conseguiram responder à questão “b” e pediram ajuda, pois não conseguiam responder e nem fazer a utilização do material. Assim, o primeiro passo foi pedir para que representassem a quantidade de bombons comido, e todos apresentaram conforme a figura 37:

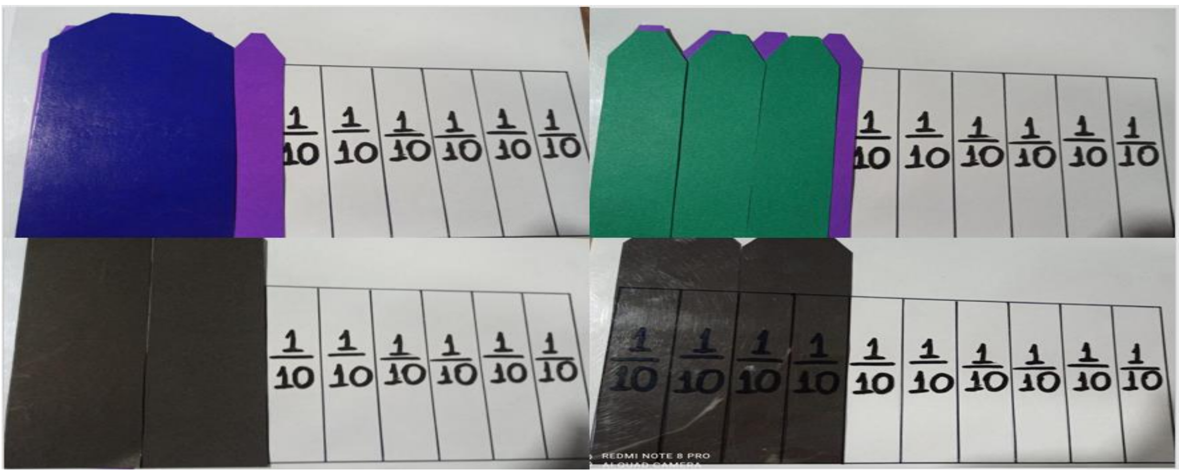
figura 37: Representação da fração 4/10 no estojo das frações



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Em seguida, foi pedido que os alunos fossem sobrepondo peças, para verificar se existia outra maneira de representar essa mesma quantidade. Assim, os alunos foram sobrepondo as peças e verificaram que duas peças pretas também representavam a mesma quantidade e, ao serem questionados a que grupo pertenciam essas peças, eles disseram que era ao grupo de cinco. Então, a pesquisadora questionou como representar essa quantidade na forma de fração e eles falaram "$\frac{2}{5}$" concluindo, então, que esta última fração também era capaz de caracterizar a quantidade de bombons que Pedro comeu, conforme mostra a figura 38:

figura 38: Sobreposição das peças



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

A partir de então, todos os alunos começaram a responder o restante do questionário, no qual a questão dois dizia: "Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:

a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve? b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual?".

Apresentaremos a resposta dos alunos, dado que a partir desse momento eles estavam trabalhando sozinhos com o questionário e o estojo sem pedir ajuda para a pesquisadora que estava em sala de aula.

figura 39: Questão 2 das frações equivalentes – aluna A

2. Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:

a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve? $\frac{4}{8}$, quatro oitavos

b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual? $\frac{1}{2}$, um meio

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 40: Questão 2 das frações equivalentes – aluna B

2. Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:

a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve? $\frac{4}{8}$ quatro oitavos

b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual?

$\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 41: Questão 2 das frações equivalentes – aluna C

2. Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:

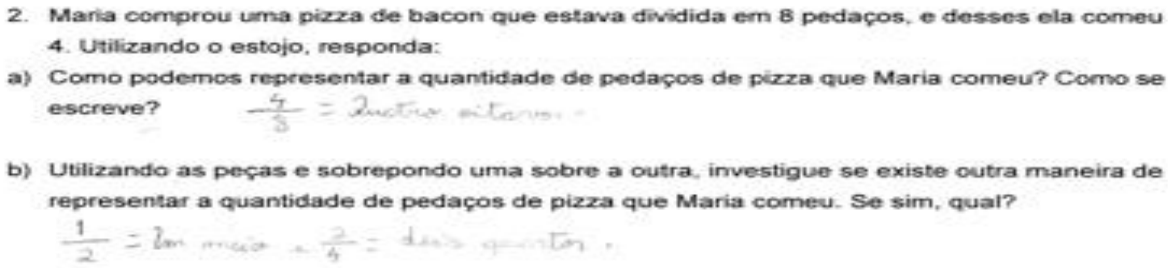
a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve? um, $\frac{4}{8}$ quatro oitavos

b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual?

$\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$

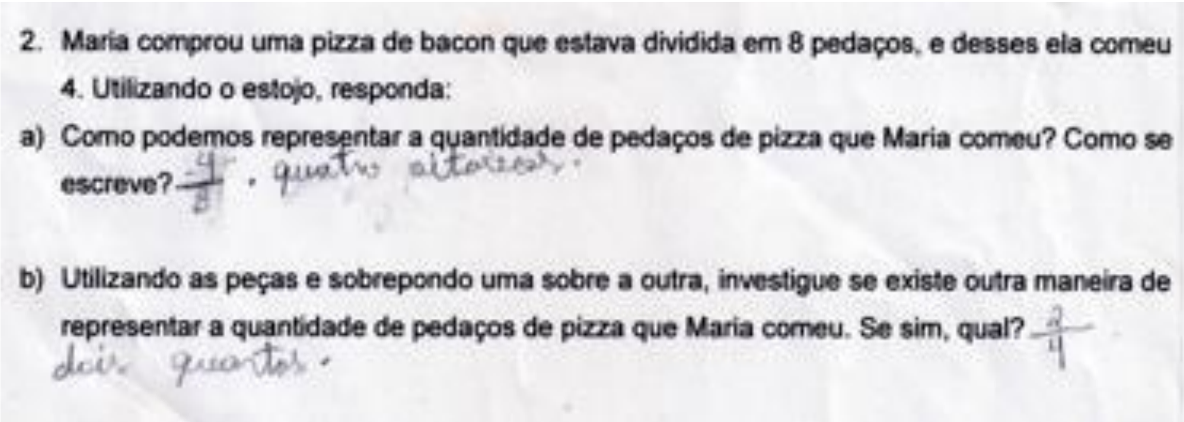
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 42: Questão 2 das frações equivalentes – aluna D


2. Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:
a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve? $\frac{4}{8}$ = Quatro oitavos.
b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual?
$\frac{1}{2}$ = Um meio e $\frac{2}{4}$ = dois quartos.

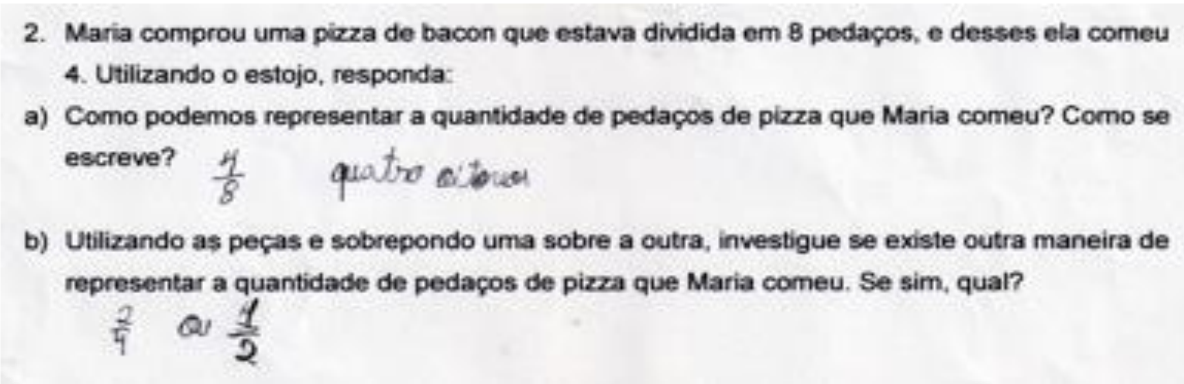
Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 43: Questão 2 das frações equivalentes - aluna E


2. Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:
a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve? $\frac{4}{8}$. quatro oitavos.
b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual? $\frac{2}{4}$
dois quartos.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 44: Questão 2 das frações equivalentes - aluno F

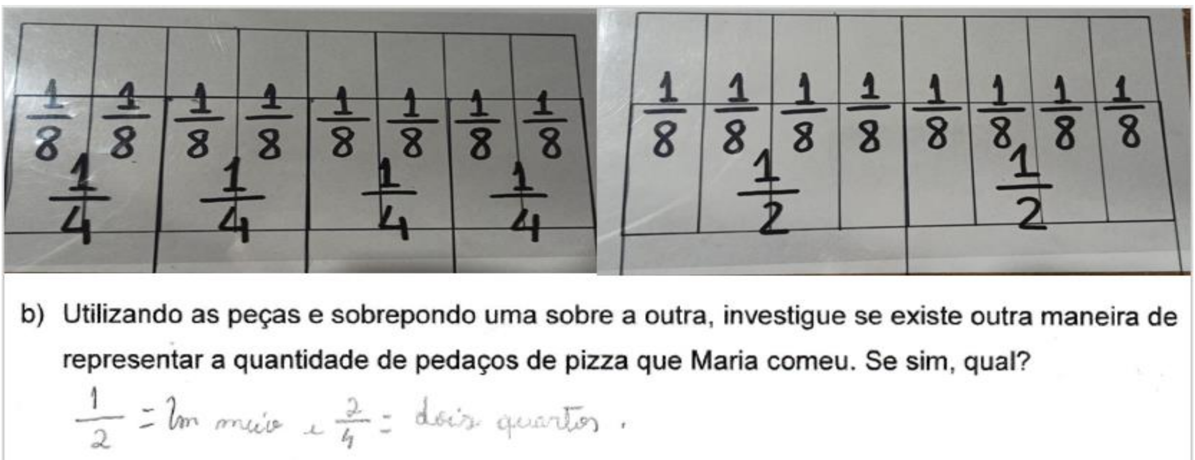

2. Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:
a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve? $\frac{4}{8}$ quatro oitavos
b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual?
$\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Como as peças ficavam deslizando, e os alunos já sabiam a representação da questão “a”, pegavam a transparência e iam sobrepondo outras peças para verificar se existia outra maneira de representar a fração. Até que em determinado momento, a aluna “D” notou que era possível sobrepor somente as transparências e chamou a pesquisadora para verificar se não era uma coincidência. Com a afirmativa de que era realmente possível, ela compartilhou a ideia com os outros colegas.

Para responder à pergunta “b” por exemplo, ela utilizou o seguinte método: localizou a transparência que representava o total de pedaços de pizzas, que seria a transparência dividida em oito partes, localizou a quantidade de pedaços que Maria comeu que seria quatro partes, e sobrepôs as outras transparências. Nesse processo investigativo que a aluna estava fazendo, ela descobriu que existia mais de uma maneira de representar a situação, ficando, dessa forma, muito impressionada, inclusive pediu ajuda para saber se realmente fez o processo correto e, ao ser respondida que estava correto, representou no papel as suas descobertas, conforme mostra a figura 45:

figura 45: Resposta da aluna D - frações equivalentes



Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

A próxima questão trabalhava frações equivalentes contextualizadas de formas diferentes, pois dizia: “João e Gabi participaram de um concurso para ver quem conseguia comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes. O bolo de João estava dividido em 6 partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo, e Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta. (Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir)”.

Cinco alunos responderam corretamente e afirmaram que os dois haviam comido a mesma quantidade. Uma aluna errou a sua resposta, pois ainda estava ligando a quantidade de pedaços sem olhar para o todo. Conforme mostraremos a seguir:

figura 46: Questão 3 das frações equivalente - aluna A

3. João e Gabi participaram de um concurso para ver quem consegui comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes, o bolo de João estava dividido em 6 partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo e, Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta.
(Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir) as dois comeram a mesma quantidade de bolo

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 47: Questão 3 das frações equivalentes – aluna B

3. João e Gabi participaram de um concurso para ver quem consegui comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes, o bolo de João estava dividido em 6 partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo e, Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta.
(Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir)
João. Porque ele comeu 3 e Gabi 1

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 48: Questão 3 das frações equivalentes – aluna C

3. João e Gabi participaram de um concurso para ver quem consegui comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes, o bolo de João estava dividido em 6 partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo e, Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta.
(Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir)
Os duas comeram A mesma quantidade

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 49: Questão 3 das frações equivalentes – aluna D

3. João e Gabi participaram de um concurso para ver quem consegui comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes, o bolo de João estava dividido em 6 partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo e, Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta.
(Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir)

Nenhum dos dois, pois os dois comeram a mesma quantidade.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 50: Questão 3 das frações equivalentes – aluna E

3. João e Gabi participaram de um concurso para ver quem consegui comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes, o bolo de João estava dividido em 6 partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo e, Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta.
(Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir)

nenhum dos dois, pois os bolos tinham o mesmo tamanho e pedaços diferentes e cada um comeu a metade do seu bolo só que de forma diferente.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 51: Questão 3 das frações equivalentes – aluno F

3. João e Gabi participaram de um concurso para ver quem consegui comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes, o bolo de João estava dividido em 6 partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo e, Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta.
(Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir)

teve empate pois é duas partes de 6 no caso 3 que é o ponto de João

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

As questões cinco, seis, sete e oito tinham uma intenção mais reflexiva, ou seja, perguntavam sobre as observações dos alunos referentes às perguntas anteriores. Os dois grupos mostraram muita dificuldade em expor suas descobertas. Assim, decidimos que primeiro discutiríamos as questões que haviam sido feitas.

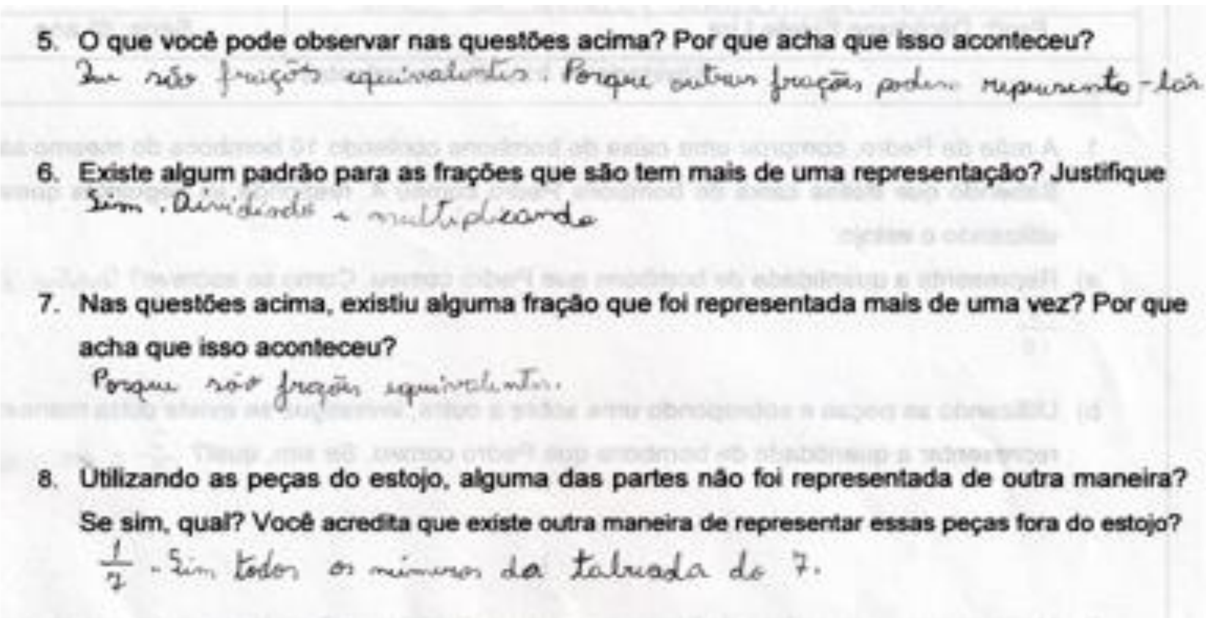
No primeiro momento das discussões, foi pedido aos alunos que falassem a fração que estava sendo utilizada em cada enunciado e, também, a fração da resposta de cada aluno. A pesquisadora foi escrevendo no quadro conforme eles iam falando. Ao terminar de escrever todas as respostas, foi indagado aos alunos a seguinte questão: O que ocorreu de uma fração para outra? Vocês conseguem perceber algo?

Nos dois grupos, os alunos passaram bastante tempo calados e pensativos, olhando fixamente para cada uma das frações, até que perceberam que de uma fração para a outra, houve uma divisão do numerador e do denominador pelo mesmo número e, que também era possível fazer uma multiplicação do numerador e denominador pelo mesmo número.

A partir daí, foram questionados sobre o valor de cada uma das frações, ao que responderam que representavam o mesmo valor, escritos de formas diferentes. Novamente questionados se sabiam que nome esse tipo de fração levava, no primeiro grupo, as meninas lembraram que eram frações equivalentes. No segundo grupo os alunos não lembravam, então foi necessário falar a eles.

Assim, foi escrito no quadro algumas frações aleatórias e pedido que os alunos falassem frações equivalentes a elas e todos conseguiram. Após esse momento, foi solicitado que eles respondessem as perguntas cinco, seis, sete e oito e cada um respondeu, conforme conseguia se expressar, mas todos de forma coerente. Vejamos as respostas da aluna D:

*f*igura 52: Questões 5, 6, 7 e 8 frações equivalentes – aluna D



5. **O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?**

São frações equivalentes. Porque outras frações podem representá-las

6. **Existe algum padrão para as frações que são tem mais de uma representação? Justifique**

Sim. Dividindo e multiplicando

7. **Nas questões acima, existiu alguma fração que foi representada mais de uma vez? Por que acha que isso aconteceu?**

Porque são frações equivalentes.

8. **Utilizando as peças do estojo, alguma das partes não foi representada de outra maneira? Se sim, qual? Você acredita que existe outra maneira de representar essas peças fora do estojo?**

$\frac{1}{7}$ - Sim todos os números da tabuada do 7.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

Após o questionário e todas as discussões levantadas a respeito da adição e subtração de frações, o tempo da aula terminou, então, deixamos a última parte da sequência que se referia à adição e subtração de frações com denominadores diferentes e com denominadores iguais para a aula seguinte. Assim, no próximo tópico exporemos a maneira como os alunos reagiram frente à adição e subtração de frações.

4.5 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

No tópico 2.2.1 fizemos algumas considerações a respeito da adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes. Então, dali em diante deixamos claro que, a partir do momento que os conceitos de adição e subtração com os números naturais estão bem definidos pelos alunos, poderíamos abordar, também, as frações sem necessariamente ter um roteiro pronto, ou seja, começamos a falar dos denominadores iguais ou não.

Desse modo, durante o último dia de encontro com o primeiro grupo que aconteceu no dia 04/08/2021 e com o segundo grupo que ocorreu no dia 11/08/2021, iniciamos pelas frações com os denominadores diferentes, utilizando como embasamento Passos e Romanatto (2011) que nos apresenta a seguinte questão:

> É comum propor a adição e a subtração de frações com o mesmo denominador e, em seguida, como extensão, apresentar frações com denominadores diferentes. Pensamos que deveríamos propor, inicialmente, essas operações com denominadores diferentes, pois são nessas condições que a necessidade de denominadores iguais se apresenta (PASSO; ROMANATTO, 2011, p. 66).

Assim, foi entregue aos alunos uma lista de questões e o estojo das frações para que eles resolvessem as perguntas. A primeira questão foi: “Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{2}{9}$ + $\frac{1}{3}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar”. Conforme já era esperado, os dois grupos não conseguiram resolver sozinhos, então, a discussão foi colocada para todos e, a eles, foi pedido que expusessem suas possíveis respostas, deixando claro que não teria problema, caso houvesse erros.

Dessarte, a maioria somou numerador com numerador e denominador com denominador. O próximo passo foi utilizar as transparências para descrever essa ideia, então, juntaram as transparências correspondentes às frações que estavam sendo trabalhadas. Ao que verificaram, que somar denominador com denominador não era correto, pois descaracterizava a fração, visto que, aquele todo não estava dividido em partes iguais. Outro momento, foi usado para juntar os numeradores em uma única transparência, e verificaram novamente, que não atendia aos requisitos, pois, ao utilizar as peças, viram que não se encaixavam perfeitamente nas partes, o que também descaracterizava a fração.

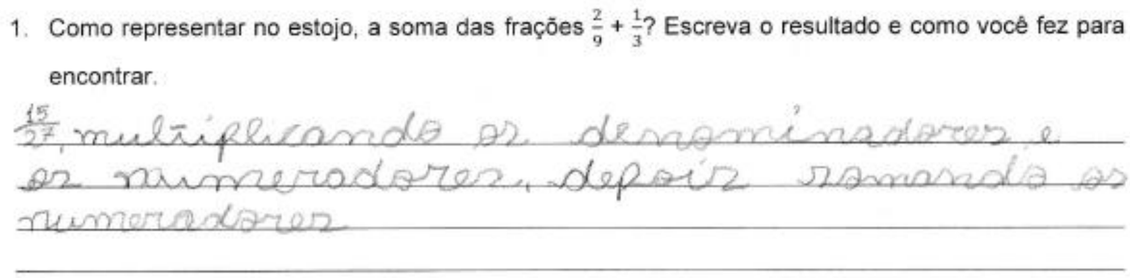
Dessa forma, voltamos ao quadro para discutir as propostas para a resolução desse problema. Esse momento, necessitou de muito tempo, no qual a maior parte foi dedicado ao silêncio, pois a pesquisadora escreveu as frações no quadro e deixou os alunos livres para analisar a situação.

Inicialmente, eles ficaram muito inquietos, pois não sabiam como resolver esse problema. Até que, no grupo 1, a aluna “A” propôs a solução de alterar os denominadores de modo que ficassem iguais. Ao ser questionada como seria possível, ela disse que bastava multiplicar o denominador da fração $\frac{1}{3}$ por 3. Mais uma vez foi perguntado se poderia alterar apenas o denominador da fração e ela disse que não, e que deveríamos multiplicar também o numerador por 3.

Utilizamos, então, as transparências e as peças para verificar se essa ideia seria correta, sendo provado que sim. Elas ficaram muito felizes em conseguir entender e fizeram o restante das questões sozinhas sem pedir apoio. O mesmo ocorreu no grupo dois, quando após um tempo de análise e algumas propostas de resolução, a aluna C sugeriu igualar os denominadores. Em seguida, foi levantado os mesmos questionamentos por parte da pesquisadora e, foi feita a prova utilizando o material.

Vale ressaltar, que para resolver as questões, os alunos não utilizaram o estojo de frações, pois os conceitos de frações equivalentes já estavam bem definidos para eles. Assim, apresentaremos, a seguir, as respostas dos alunos durante a atividade:

figura 53: Questão 1 soma e subtração de frações – aluna A

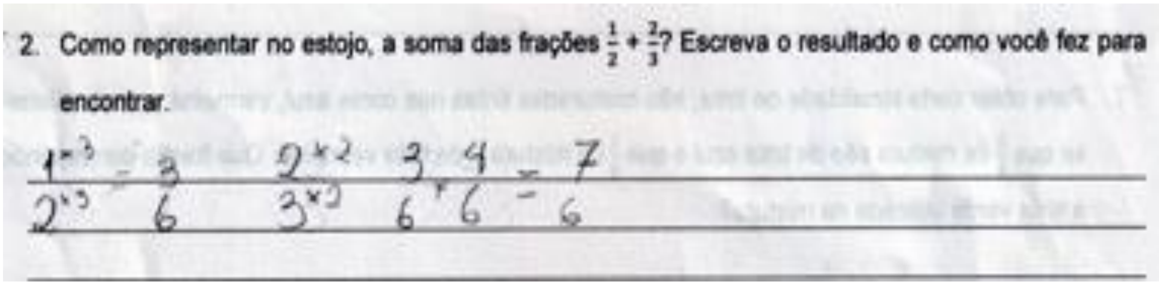


1. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{2}{9}+\frac{1}{3}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{15}{27}$, multiplicando os denominadores e os numeradores, depois somando os numeradores

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 54: Questão 2 soma e subtração de frações – aluna B

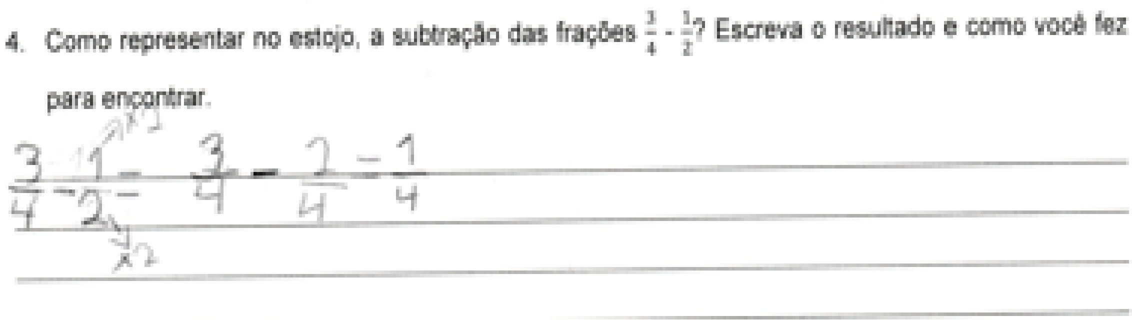


2. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{1^{\times 3}}{2^{\times 3}} = \frac{3}{6}$ $\frac{2^{\times 2}}{3^{\times 2}}$ $\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 55: Questão 4 soma e subtração de frações – aluna C

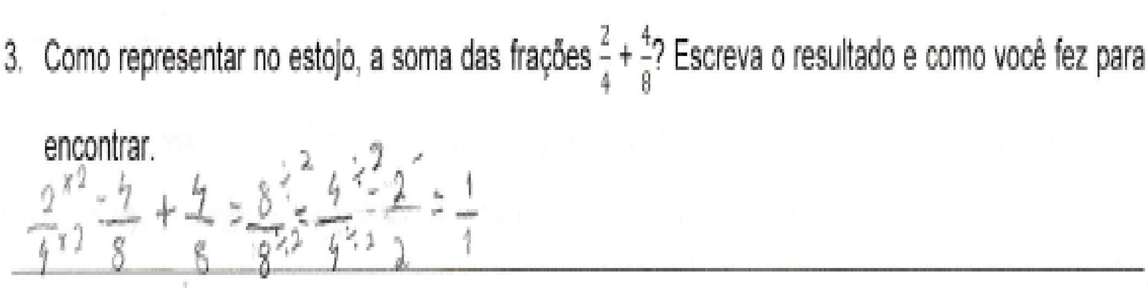


4. Como representar no estojo, a subtração das frações $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{3}{4}-\frac{1^{\times 2}}{2_{\times 2}} = \frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 56: Questão 3 soma e subtração de frações – aluna D

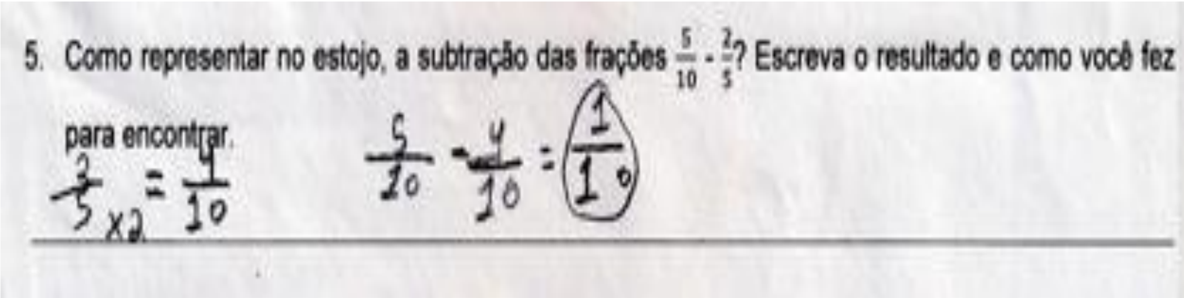


3. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{2}{4}+\frac{4}{8}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{2^{\times 2}}{4^{\times 2}} = \frac{4}{8}+\frac{4}{8}=\frac{8^{\div 2}}{8^{\div 2}}=\frac{4^{\div 2}}{4^{\div 2}}=\frac{2}{2}=\frac{1}{1}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 57: Questão 5 soma e subtração de frações – aluna E

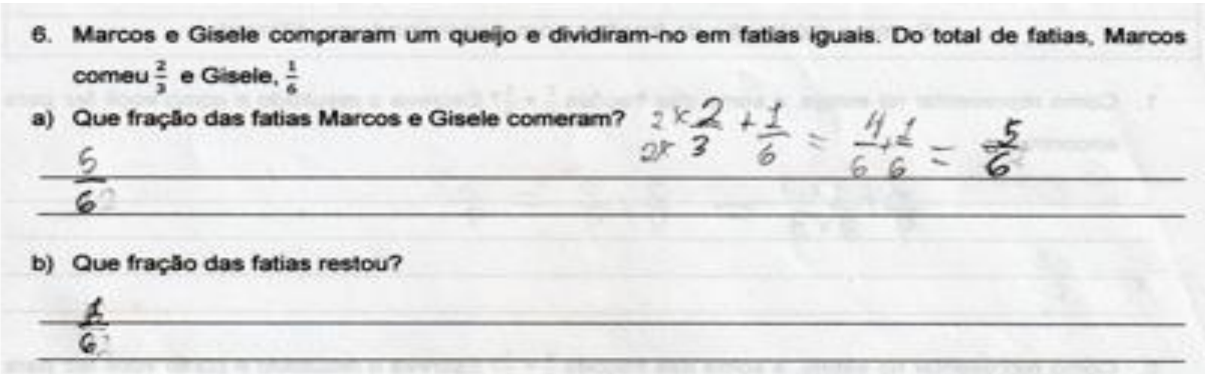


5. Como representar no estojo, a subtração das frações $\frac{5}{10} - \frac{2}{5}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{2}{5}_{\times 2} = \frac{4}{10}$ $\frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 58: Questão 6 soma e subtração de frações – aluno F



6. Marcos e Gisele compraram um queijo e dividiram-no em fatias iguais. Do total de fatias, Marcos comeu $\frac{2}{3}$ e Gisele, $\frac{1}{6}$

a) Que fração das fatias Marcos e Gisele comeram? $\frac{2 \times 2}{2 \times 3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

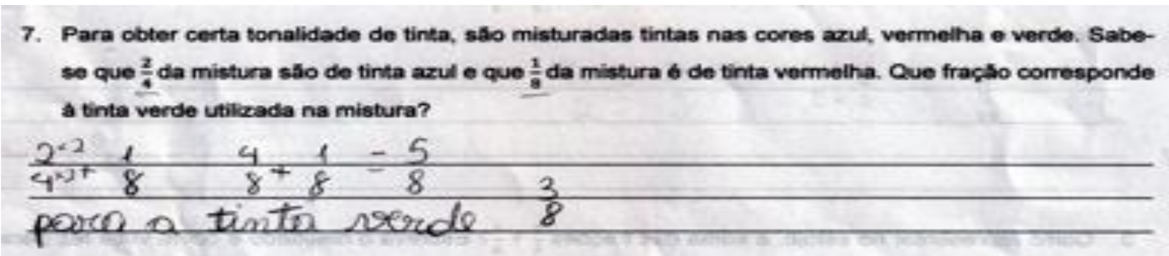
$\frac{5}{6}$

b) Que fração das fatias restou?

$\frac{1}{6}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 59: Questão 7 soma e subtração de frações – aluna B



7. Para obter certa tonalidade de tinta, são misturadas tintas nas cores azul, vermelha e verde. Sabe-se que $\frac{2}{4}$ da mistura são de tinta azul e que $\frac{1}{8}$ da mistura é de tinta vermelha. Que fração corresponde à tinta verde utilizada na mistura?

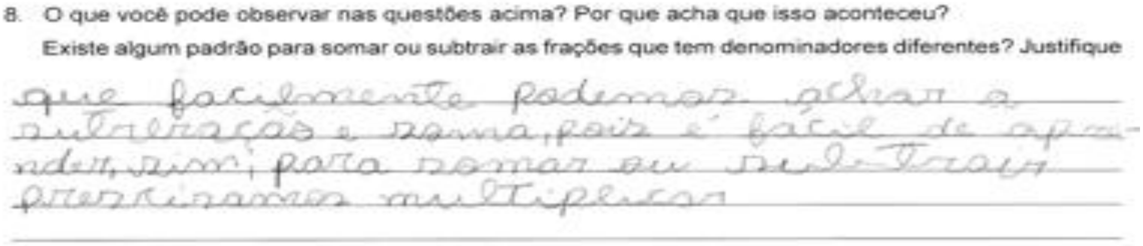
$\frac{2 \times 2}{4 \times 2} + \frac{1}{8}$ $\frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$ $\frac{3}{8}$

para a tinta verde $\frac{3}{8}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

A última questão tinha um teor mais reflexivo a respeito do processo que os alunos haviam feito para somar e subtrair frações com denominadores diferentes. Obtivemos as seguintes respostas:

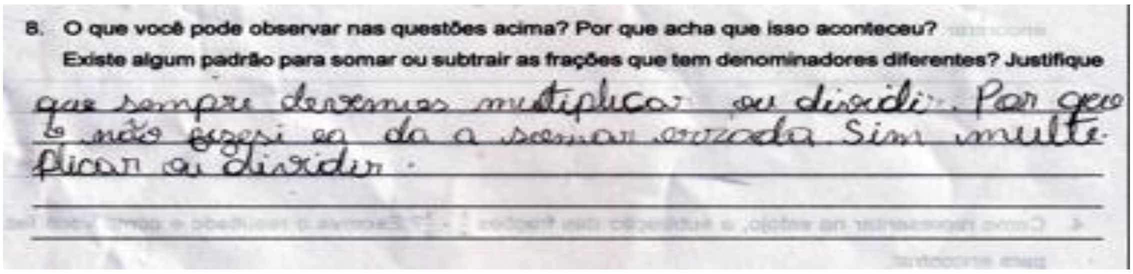
figura 60: Questão 8 soma e subtração de frações – aluna A


8. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?
Existe algum padrão para somar ou subtrair as frações que tem denominadores diferentes? Justifique

que facilmente podemos achar a sutração e soma, pois é facil de aprender, sim; para somar ou sulbtrair precisamos multiplicar

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

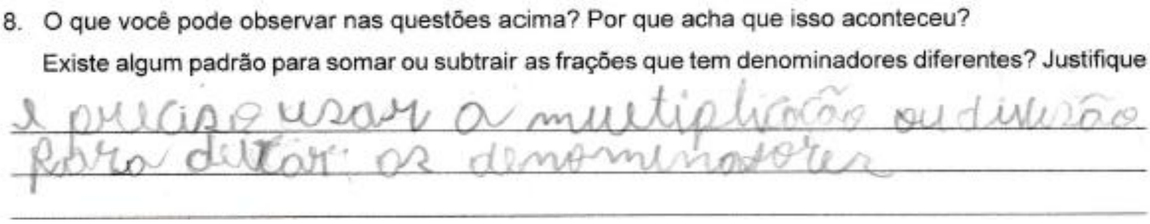
figura 61: Questão 8 soma e subtração de frações – aluna B


8. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?
Existe algum padrão para somar ou subtrair as frações que tem denominadores diferentes? Justifique

que sempre devemos mutiplicar ou dividir. Por que se não fizesse ia da a somar errada. Sim multeplicar ou dividir.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

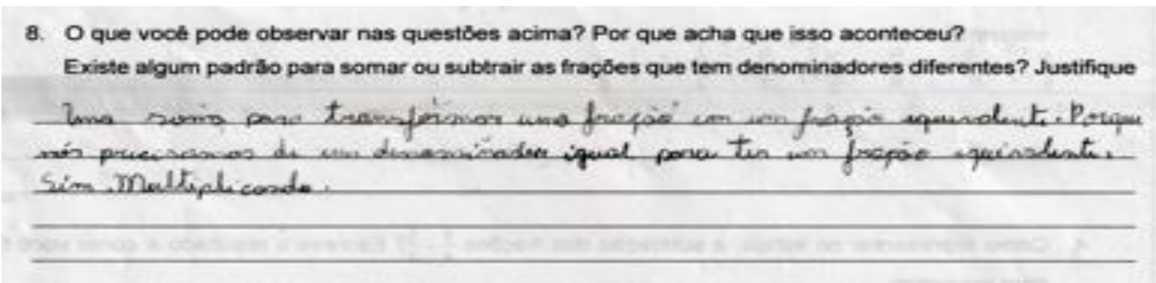
figura 62: Questão 8 soma e subtração de frações – aluna C


8. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?
Existe algum padrão para somar ou subtrair as frações que tem denominadores diferentes? Justifique

é preciso usar a multiplicação ou divisão para deixar os denominadores

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

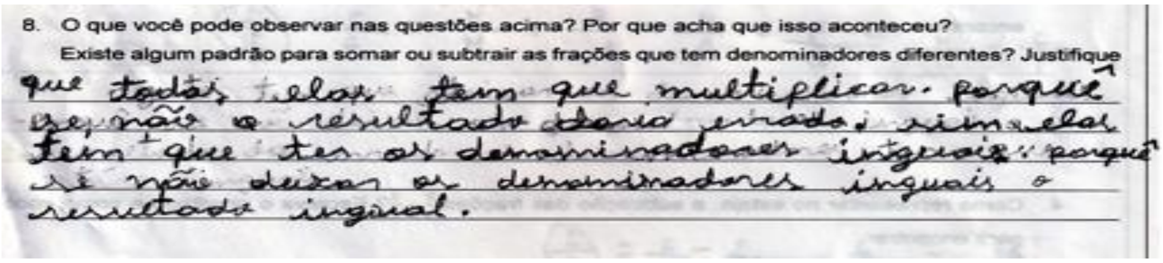
figura 63: Questão 8 soma e subtração de frações – aluna D


8. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?
Existe algum padrão para somar ou subtrair as frações que tem denominadores diferentes? Justifique

Uma soma para transformar uma fração em uma fração equivalente. Porque nós precisamos de um denominador igual para ter uma fração equivalente. Sim. Multiplicando.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

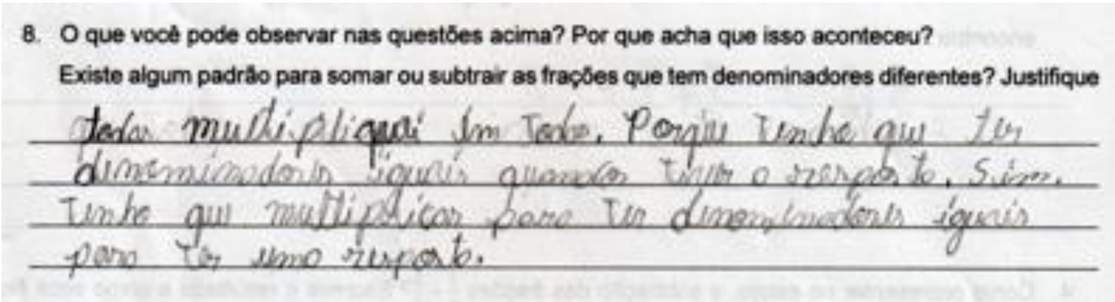
figura 64: Questão 8 soma e subtração de frações – aluna E



8. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?
Existe algum padrão para somar ou subtrair as frações que tem denominadores diferentes? Justifique
que todas elas tem que multiplicar. porquê se não o resultado daria errado, sim elas tem que ter os denominadores inguais: porquê se não deixar os denominadores inguais o resultado ingual.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 65: Questão 8 soma e subtração de frações – aluno F



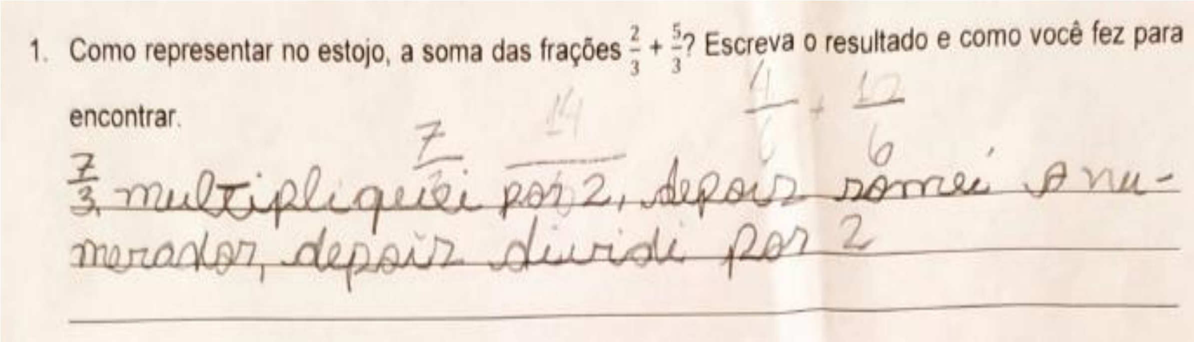
8. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?
Existe algum padrão para somar ou subtrair as frações que tem denominadores diferentes? Justifique
Toda multipliquei em todo. Porque tinha que ter denominadores iguais quando tiver o resposta. Sim. Tinha que multiplicar para ter denominadores iguais para ter uma resposta.

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

A realização dessa tarefa foi muito positiva. Observou-se, por parte dos alunos, que eles conseguiram responder as questões sozinhos, sem fazer a utilização do material e sem muitas dúvidas. No que se refere a última questão, notou-se que ainda não existia um rigor matemático para formular suas respostas, o que é normal para a idade dos alunos, sendo necessário trabalhar essas questões reflexivas sempre que possível, pois, assim, aos poucos eles conseguiram se expressar melhor.

Devido ao tempo, não foi possível que todos os alunos respondessem a atividade de adição e subtração de frações com denominadores iguais em sala de aula. Apenas o aluno F entregou a atividade em sala, o restante levou para casa, sendo que, apenas as alunas A e D deram a devolutiva. A primeira encaminhou suas respostas no dia 07/08/2021 e a segunda, no dia 23/08/2021. As respostas dos três alunos que entregaram foram convincentes, pois eles conseguiram responder sem auxílio do material. Entretanto, a aluna A pareceu um pouco confusa com o processo, pois em sua resolução deixou claro que sempre utilizou o processo de frações equivalentes, mesmo quando não era necessário, utilizando em seguida o método de simplificar as frações, como veremos a seguir:

figura 66: Questão 1 soma e subtração com denominadores iguais – aluna A

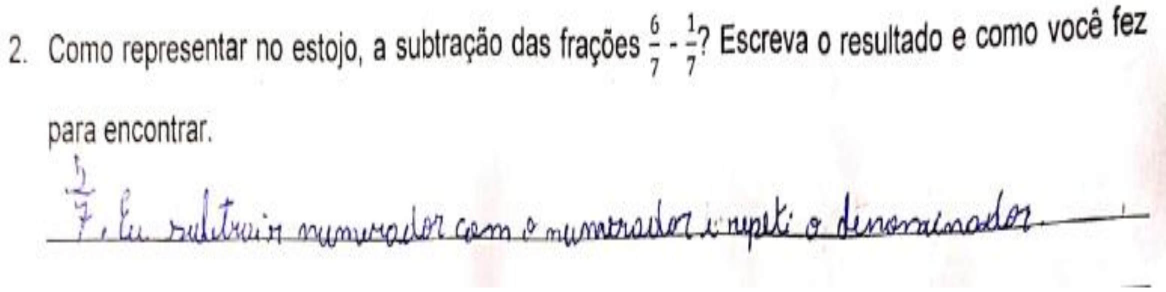


1. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{7}{3}$ multipliquei por 2, depois somei o numerador, depois dividi por 2

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 67: Questão 2 soma e subtração de frações com denominadores iguais – aluna D

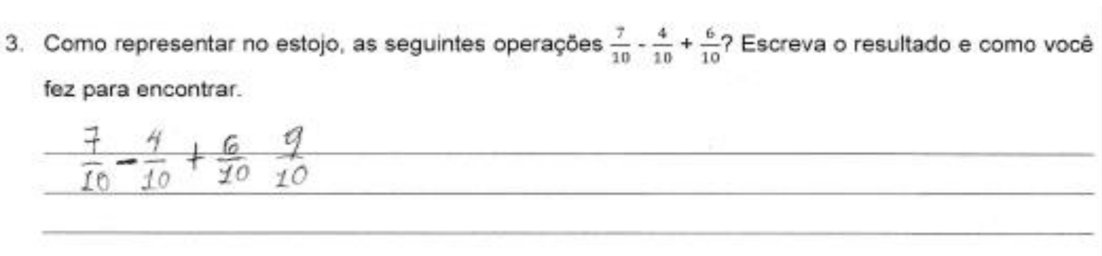


2. Como representar no estojo, a subtração das frações $\frac{6}{7} - \frac{1}{7}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{5}{7}$, Eu subtrair numerador com o numerador i repeti o denominador

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 68: Questão 3 soma e subtração de frações com denominadores iguais – aluno F

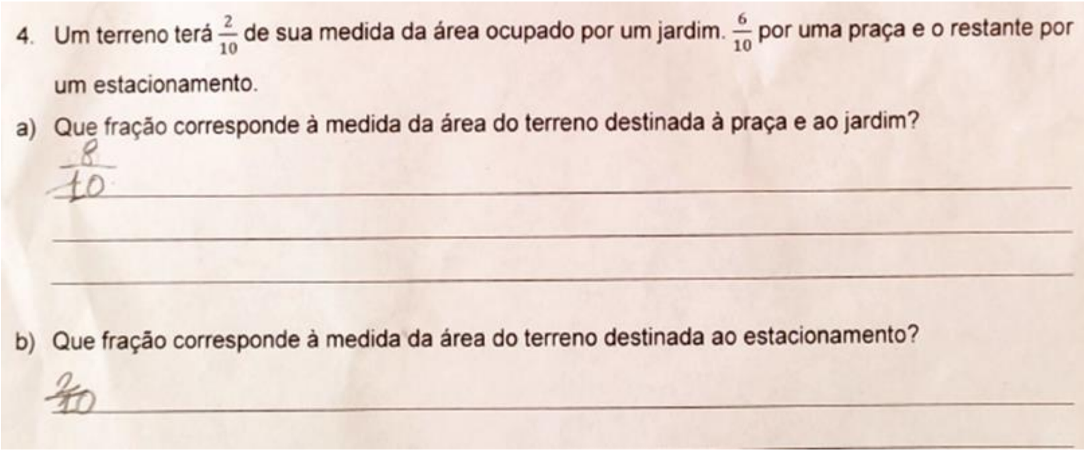


3. Como representar no estojo, as seguintes operações $\frac{7}{10} - \frac{4}{10} + \frac{6}{10}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.

$\frac{7}{10} - \frac{4}{10} + \frac{6}{10}$ $\frac{9}{10}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

figura 69: Questão 4 soma e subtração de frações com denominadores iguais – aluna A



4. Um terreno terá $\frac{2}{10}$ de sua medida da área ocupado por um jardim. $\frac{6}{10}$ por uma praça e o restante por um estacionamento.

a) Que fração corresponde à medida da área do terreno destinada à praça e ao jardim?

$\frac{8}{10}$

b) Que fração corresponde à medida da área do terreno destinada ao estacionamento?

$\frac{2}{10}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2021.

De modo geral, considerando o contexto pandêmico em que a atividade foi realizada, e que por isso, foi necessário separar os participantes em dois pequenos grupos, os resultados foram satisfatórios, pois, demonstrou a empolgação e desempenho dos alunos para trabalhar as atividades propostas, participação ativa e reflexiva nas discussões e vontade de aprender.

Conforme citamos na subseção 2.4, o estojo de frações foi aplicado por Gois (2014) e, esse momento ocorreu com os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II, ou seja, os alunos já haviam trabalhado com as operações e com as frações equivalentes no ano letivo anterior, por isso, não é possível fazer um comparativo dos resultados, visto que as folhas de atividades utilizadas e a metodologia de aplicação foram diferentes, pois cada autora adaptou a ação em sala de aula ao seu público-alvo. Além disso, por motivos pandêmicos, os alunos participantes dessa pesquisa cursaram o 5º ano do Ensino Fundamental I de forma *on-line*, assim, o processo de aprendizagem deles foi diferente.

Consideramos, portanto, que a participação ativa e reflexiva dos alunos no seu processo de aprendizagem foi essencial para demonstrar a capacidade que eles têm de investigar possíveis soluções diante dos problemas propostos. Contudo, sabemos que seria necessário mais tempo com os alunos e, até mesmo, com a classe inteira para alcançar amplamente os objetivos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O nosso objetivo consiste em responder à questão de pesquisa: De que modo a utilização do material didático manipulável, estojo das frações, pode potencializar a aprendizagem dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no que diz respeito às operações de adição e subtração de frações?

Compreendemos que é importante implementar o ensino à aprendizagem por meio do tátil, mas, para além disso, é notório que a estruturação da aplicação de um MD é o que faz a diferença no processo de ensino e aprendizagem, isto é, a aplicação pela aplicação não trará benefício algum para os alunos, podendo por vezes até confundi-los ainda mais.

Notamos que por intermédio do manuseio, o aluno formula, interpreta e manipula mediante às suas próprias percepções, isto é, explora ainda mais as ideias que envolvem o número racional. Além disso, em momentos em que ocorreram questionamentos para gerar descobertas, como no caso de adição e subtração com denominadores diferentes, ou até mesmo o de perceber o que aconteceu com as frações equivalentes, houve interação positiva entre os alunos para completar ideias que surgiam.

No entanto, para que essa interação fosse positiva e cumprisse o seu papel (seja de formalizar as ideias, seja de levantar questionamentos), foi importante a intervenção parcial (pois, levantemos questões e as corrigimos quando necessário, mas, foram os alunos que criaram e expuseram suas deduções) da pesquisadora para tornar a comunicação mais dinâmica e centrada na questão.

No que se refere à participação ativa e reflexiva dos alunos, observou-se que inicialmente eles estavam mais tímidos. Porém, por meio das conversas, que a pesquisadora levantava sempre que achava necessárias, os discentes começaram a perguntar e participar mais.

Logo, na maior parte da aplicação do material, conseguimos atingir o objetivo de termos alunos ativos e reflexivos em seu processo de aprendizagem e que fizessem suas próprias descobertas.

Entendemos, portanto, que, quando o material manipulável é trabalhado de maneira estruturada e coerente leva os alunos ao centro da sua ação educativa, o que para os autores, já mencionados nessa pesquisa, é o que leva os discentes a potencializar o seu aprendizado.

No capítulo 4, no tópico 4.4 deixamos claro que o estojo foi pouco utilizado para encaixar as transparências e as peças pelo fato de ser muito escorregadio e dificultar que as peças ficassem no lugar. Assim, no primeiro grupo, partiu de uma aluna a percepção de que poderia utilizar somente as transparências e, divulgou a ideia para as outras alunas. No segundo grupo, a informação teve que partir da pesquisadora. Assim, foi notório que é necessário pensar novamente nesse material que foi utilizado para montar o estojo e utilizar um que fixe melhor, pois assim, facilitará para os alunos que sentem dificuldade em representar uma fração.

Como já citado anteriormente, devido ao contexto pandêmico, não foi possível estruturar essa pesquisa de maneira mais ampla, mas, entendemos que a sequência didática que foi elaborada poderia ser seguida em uma turma completa, inclusive que o material poderia ser trabalhado em dupla.

Por fim, a nossa pesquisa considera que é importante investigar o ensino da adição e subtração de frações no 6º ano do Ensino Fundamental II, por entender que é neste período que esse conteúdo se inicia. Sendo assim, esse é o ano base do presente tema e ao fortalecer e potencializar essa estrutura podemos evitar contratempos em anos posteriores.

REFERÊNCIAS

BOYER. C. B. **História da matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Bluecher. 1974. 488 p.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: primeiro e segundo ciclos: Matemática. Brasília: MECSEF, 1997.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MECSEF, 1998.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei n° 9394, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: http:// portal. Mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf. Acesso em: 16 fev. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria Executiva. Conselho Nacional de Educação. **Base Nacional Comum** Curricular – BNCC. Brasília: MEC/SEB,2017.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. Metodologia científica. São Paulo. 6. ed.
FLICK. U. **Desenho da pesquisa qualitativa.** Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto alegra: Artmed, 2009.

GERHARTD, T. E; SILVEIRA, D. T. **Método de pesquisa.** Rio Grande do Sul: UFRGS. 2009

GIL, A.C. **Métodos e técnicas da pesquisa social**. São Paulo. 6º. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOIS, R. C. **O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do ensino fundamental.** 2014. 99f. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas. Centro de Ciências Exatas e Tecnologias. Universidade de São Carlos, São Carlos.

LORENZATO, S. **Formação de professores: o laboratório do ensino de matemática na formação de professores.** 2. Ed. Campinas, SP: autores associados, 2009.

LORENZATO, S. **Formação de professores: para aprender matemática.** 3. Ed. Campinas, SP: autores associados, 2010

MINAYO, M. C. S.; MINAYO-GOMÉZ, C. Difíceis e possíveis relações entre métodos quantitativos e qualitativos nos estudos de problemas de saúde. In: GOLDENBERG, P.; MARSIGLIA, R. M. G.; GOMES, M. H. A. (Orgs.). **O clássico e o novo: tendências, objetos e abordagens em ciências sociais e saúde.** Rio de Janeiro: Fiocruz, 2003. p.117-42.

PATARO, P. M; BALESTRI, R. **Matemática Essencial**. 6º ano ensino fundamental anos finais. 1 ed. São Paulo: Scipione. 2018.

PATRONO, R. M. **A aprendizagem de Números Racionais na forma fracionária no 6º ano do ensino fundamental: análise de uma proposta de ensino. 2011.** 185f. Dissertação (Mestrado). Mestrado Profissional em Educação Matemática, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

ROMANATTO, M. C. **Número Racional: relações necessárias à sua compreensão.** 1997. 169f. Tese (doutorado). Concentração: metodologia de ensino.

SANTOS, J. C. M. de. **Conceituação, manipulação e aplicação de frações pelo método de Singapura**. 2019. 150f. Dissertação (mestrado). Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Instituto de Matemática. Universidade Federal de Alagoas, Maceió.

SANTOS, J.A.; FRANÇA, K.V.; SANTOS, L.S.B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. Centro Universitário Adventista de São Paulo. Campus São Paulo.2007. São Paulo: Pearson, 2007.

SILVA, U. M. **As frações e os jogos matemáticos: uma relação de interação em turmas do 6º ano do ensino fundamental.** 2015. 132f. Dissertação (mestrado) Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Centro de Educação. Universidade Federal de Alagoas, Maceió.

TARTUCE, T. J. A. **Métodos de pesquisa.** Fortaleza: UNICE – Ensino Superior, 2006. Apostila.

APÊNDICE A – Sequência didática

PROFESSOR(A): Dilclidiane Fidelis	**COMPONENTE CURRICULAR: matemática**	**ANO/SÉRIE: 6º**	**AULAS PREVISTAS: 6 horas/aula**	**Execução: julho/agosto de 2021**

OBJETIVOS/CAPACIDADES (Competências amplas da disciplina)
● Resolver situações-problema que permitam utilizar os números racionais positivos nas suas representações fracionárias, estabelecendo relações entre essas representações, ler, escrever, comparar, ordenar e usar arredondamento de números racionais, reconhecendo equivalências, relações e regularidades. ● Resolver situações-problema que envolvam diferentes significados das operações fundamentais com números racionais positivos representados na forma fracionária.

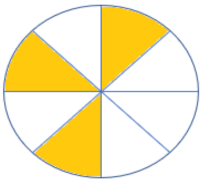
CONTEÚDOS **(O que é preciso ensinar explicitamente ou criar condições para que os alunos aprendam e desenvolvam as capacidades que são objetivos)**	
HABILIDADES	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**
● Compreensão e reconhecimento de números racionais positivos, em situações do cotidiano, representados nas formas fracionária e decimal finita. ● Leitura e escrita de números racionais positivos, representados na forma fracionária, em situações do cotidiano. ● Resolução e elaboração de situações-problema envolvendo o cálculo, com e sem calculadora, da parte de um todo e do todo a partir da parte, cujo resultado seja um número natural. ● Identificação de frações equivalentes em situações do cotidiano. ● Adição e subtração com números racionais positivos na forma fracionária. ● Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema envolvendo as diferentes ideias da adição e subtração com números racionais positivos, representados nas	● Significado de números racionais positivos. ● Frações equivalentes. ● Leitura e escrita de números racionais positivos. ● Situações-problema envolvendo frações. ● Adição e subtração com números racionais positivos.

formas fracionária e decimal finita, com e sem o uso de calculadora.	

DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES **(Descrição de situações de ensino e aprendizagem para desenvolver as habilidades)**

Atividade/Situação 1: Aplicar uma atividade diagnóstica para fazer um levantamento sobre os conteúdos que os alunos já sabem ou o que precisamos reforçar no que diz respeito ao conteúdo de frações do 5º ano.

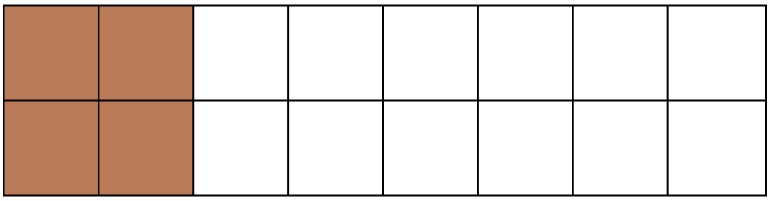
1. A figura a seguir representa uma pizza que foi dividida em partes iguais. A parte em branco representa o que sobrou da pizza e a parte colorida representa o que foi comido da pizza.



a) Que fração da pizza foi comida? E como se lê?

b) Que fração da pizza sobrou? E como se lê?

2. José plantou tomates em seu terreno e decidiu dividir o tereno da seguinte forma:



Sabendo que a parte colorida representa os lugares onde ele pretende plantar os tomates e as partes em brancos representa a parte do terreno que ele ainda não fez plantações, responda:

a) O terreno está dividido em quantas partes?

b) Quantas partes ele utilizou para plantar tomates?

c) Que fração do terreno José ainda não utilizou? Como se lê?

d) Existe outra maneira de José dividir o terreno em partes iguais, de modo que a parte da plantação dos tomates continue igual?

3. Observe o quadro a seguir e as suas figuras, depois complete o que se pede:

FIGURA 1	FIGURA 2	FIGURA 3	FIGURA 4	FIGURA 5

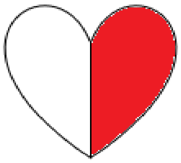
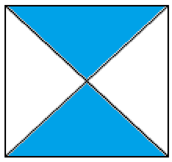
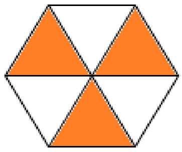
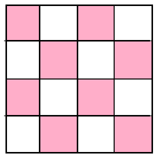
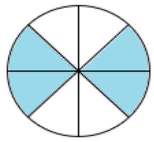

				

Figura	**A figura foi dividida em quantas partes?**	**Quantas partes foram pintadas?**	**Que fração das figuras foram pintadas?**	**Como se lê?**
1				
2				
3				
4				
5				

4. (NOVA ESCOLA) Marcelo e Joel pediram duas pizzas do mesmo tamanho, uma pra cada e de sabores diferentes. Quando receberam, viram que a pizza de Marcelo estava dividida em 8 partes e que a de Joel estava dividida em 6 partes. Marcelo comeu 4 fatias, enquanto Joel conseguiu comer 3. Qual dos dois comeu mais pizza? Justifique sua resposta.

5. Represente as seguintes frações:

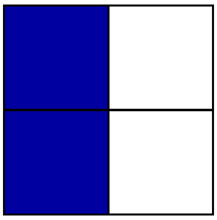
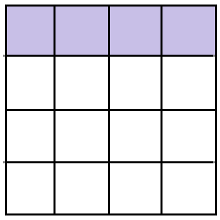
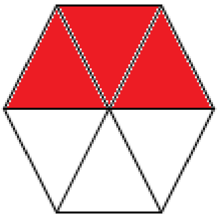
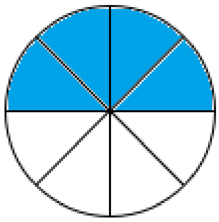
a) Dois oitavos

b) Cinco sextos

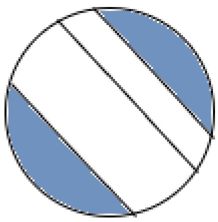
c) Três décimos

d) Quatro nonos

6. Observe que no exemplo a seguir consegui representar uma mesma figura de duas maneiras diferentes. Agora é com você, observe as figuras e represente elas de duas maneiras diferente.

 $\frac{2}{4}$ = dois quartos $\frac{1}{2}$ = um meio	
	

7. Por que a figura a seguir **NÃO** representa uma fração?



Atividade/Situação 2: Iniciaremos a aula recordando o que foi estudado na aula anterior, por isso, os alunos devem pontuar tudo que lembrarem, assim, poderei verificar se ficou alguma dúvida nesse aspecto.

Após esse primeiro momento, será introduzido o material manipulável estojo das frações e, para que se tenha a valorização do primeiro contato dos alunos com os materiais, será feito um questionário que foi adaptado do conjunto de atividades feito por Silva, Fanti, Barbaresco, Silva e Santos.

<u>**Questionário 2:**</u>

1. Utilizando o estojo das frações, responda:

a) Quais objetos compõem o estojo?

b) Para que serve a moldura?

c) O que você observa com relação ao tamanho das peças da mesma cor?

d) Tome a peça retangular que preenche sozinha o fundo da moldura do estojo e localize a transparência que se encaixa nessa peça. Qual a representação na transparência para essa peça? _______. Essa parte/peça será referida como o inteiro (todo).

e) Escolha uma cor e coloque todas as peças dessa cor na moldura. O que você observa? Para essa cor escolhida, quantas peças existem?

f) Encontre uma transparência cujos retângulos desenhados se encaixam sobre as peças de cores iguais que foram escolhidas anteriormente. O que está escrito nessa transparência? _______. Observamos que essa é a notação matemática para indicar a "fração" que representa a parte do inteiro correspondente a uma peça da cor escolhida.

2. Separe todas as peças do estojo por cor e encontre a transparência correspondente a cada conjunto de peças de mesma cor. Em seguida preencha a tabela anotando a "fração" (que está escrita na transparência) que é usada para representar a parte correspondente a uma peça na transparência:

Cor da peça	**Quantidade de peças**	**Representação da parte correspondente a uma peça na transparência (unidade fracionária)**

3. Colocando na moldura as peças indicadas em cada linha da primeira coluna da tabela abaixo preencha os demais espaços conforme indicados (se necessário, utilize as transparências):

Peças	**Representação de uma unidade fracionária na transparência (fração)**	**Fração que representa o conjunto de peças que foram colocadas**	**Como se lê a fração que indica o conjunto de peças**
1 roxa			
2 marrons			
3 salmões			
4 azul			

5 verdes escuros			
6 verdes claros			

Atividade/Situação 3: Iniciaremos o conteúdo de frações equivalentes, para isso, iremos utilizar o estojo das frações e perguntas que impulsionem os alunos a descobrir que um mesmo valor pode ser representado de várias maneiras.

Questionário 3:

1. A mãe de Pedro comprou uma caixa de bombons contendo 10 bombons do mesmo sabor. Sabendo que dessa caixa de bombons Pedro comeu 4, responda as seguintes questões utilizando o estojo:

a) Represente a quantidade de bombons que Pedro comeu. Como se escreve?

b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de bombons que Pedro comeu. Se sim, qual?

2. Maria comprou uma pizza de bacon que estava dividida em 8 pedaços, e desses ela comeu 4. Utilizando o estojo, responda:

a) Como podemos representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu? Como se escreve?

b) Utilizando as peças e sobrepondo uma sobre a outra, investigue se existe outra maneira de representar a quantidade de pedaços de pizza que Maria comeu. Se sim, qual?

3. João e Gabi participaram de um concurso para ver quem conseguiria comer mais bolo. Os bolos tinham o mesmo sabor e tamanho, porém, estavam divididos de maneiras diferentes. O bolo de João estava dividido em seis partes iguais, e o bolo de Gabi estava dividido em duas partes iguais. Assim, João comeu três pedaços do seu bolo, e Maria comeu um pedaço do seu bolo. Quem comeu mais bolo? Justifique sua resposta.

(Dica: se necessário sobreponha as peças do estojo de frações para descobrir)

4. Danilo costuma sair para correr todos os dias. Em um determinado dia, Danilo correu apenas $\frac{3}{9}$ do seu percurso. Existe outra maneira de representar o percurso feito por Danilo? Se sim, qual?

5. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?

6. Existe algum padrão para as frações que são têm mais de uma representação? Justifique.

7. Nas questões acima, existiu alguma fração que foi representada mais de uma vez? Por que acha que isso aconteceu?

8. Utilizando as peças do estojo, alguma das partes não foi representada de outra maneira? Se sim, qual? Você acredita que existe outra maneira de representar essas peças fora do estojo?

Definição: Em Matemática, as frações que representam a mesma parte do todo/inteiro são chamadas frações equivalentes.

Ao final do questionário, irei abrir um debate com os alunos acerca de todas as questões, irei ouvi-los para compreender qual raciocínio eles utilizaram para responder as questões. Além disso, quero identificar as diferentes maneiras que cada um justificou suas respostas. Pretendo identificar se os alunos conseguirão perceber que para conseguir uma fração equivalente basta multiplicar/dividir o denominador e o numerador pelo mesmo número.

Atividade/Situação 4: neste momento, objetiva-se que os alunos realizem a soma e subtração de frações com denominadores diferentes. O estojo das frações aqui será de extrema importância, pois assim, quando os alunos tentarem somar ou subtrair com denominadores diferente utilizando as peças e as transparências, vão identificar que as peças não se encaixarão. No primeiro momento não pretendo dar a dica de sobrepor peças e tentar escrever cada fração de maneira diferente utilizando as equivalentes, caso haja necessidade, abrirei a discussão para sondar se essa ideia poderá partir dos próprios alunos.

<u>Questionário 4: Soma e subtração de frações com denominadores diferentes</u>

1. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{2}{9}$ + $\frac{1}{3}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
2. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{1}{2}$ + $\frac{2}{3}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
3. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{2}{4}$ + $\frac{4}{8}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
4. Como representar no estojo, a subtração das frações $\frac{3}{4}$ - $\frac{1}{2}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
5. Como representar no estojo, a subtração das frações $\frac{5}{10}$ - $\frac{2}{5}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
6. Marcos e Gisele compraram um queijo e dividiram-no em fatias iguais. Do total de fatias, Marcos comeu $\frac{2}{3}$ e Gisele, $\frac{1}{6}$

a) Que fração das fatias Marcos e Gisele comeram?

b) Que fração das fatias restou?

7. Para obter certa tonalidade de tinta, são misturadas tintas nas cores azul, vermelha e verde. Sabe-se que $\frac{2}{4}$ da mistura são de tinta azul e que $\frac{1}{8}$ da mistura é de tinta vermelha. Que fração corresponde à tinta verde utilizada na mistura?
8. O que você pode observar nas questões acima? Por que acha que isso aconteceu?
9. Existe algum padrão para somar ou subtrair as frações que têm denominadores diferentes? Justifique.

Atividade/Situação 6: Iniciaremos o conteúdo de soma e subtração de frações utilizando o estojo. Aqui, também, utilizaremos um questionário com algumas dicas, quando necessário, para impulsionar os alunos a fazer as descobertas. Esse questionário será elaborado a partir das questões do livro didático, fazendo adaptações sempre que for necessário. As questões estarão sempre abertas a discussões no decorrer de cada uma.

<u>Questionário 5: Soma e subtração de frações com denominadores iguais</u>

1. Como representar no estojo, a soma das frações $\frac{2}{3}$ + $\frac{5}{3}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
2. Como representar no estojo, a subtração das frações $\frac{6}{7}$ - $\frac{1}{7}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
3. Como representar no estojo, as seguintes operações $\frac{7}{10}$ - $\frac{4}{10}$ + $\frac{6}{10}$? Escreva o resultado e como você fez para encontrar.
4. Um terreno terá $\frac{2}{10}$ de sua medida da área ocupado por um jardim. $\frac{6}{10}$ por uma praça e o restante por um estacionamento.

a) Que fração corresponde à medida da área do terreno destinada à praça e ao jardim?
b) Que fração corresponde à medida da área do terreno destinada ao estacionamento?

5. Realize as operações abaixo:

a) $\frac{5}{15} + \frac{8}{15}$
b) $\frac{2}{16} + \frac{7}{16}$
c) $\frac{9}{17} - \frac{5}{17}$
d) $\frac{9}{13} - \frac{3}{13}$

Após a resolução das questões, irei abrir debate para ouvir os alunos e saber como eles fizeram para resolver cada uma das alternativas, quais foram as dificuldades encontradas etc.

Atividade/Situação 5: Chegamos, então, ao fim dos objetivos que traçamos na utilização do material manipulável, que era abordar os conteúdos fazendo a utilização do estojo das frações.
Não pretendo, aqui, fazer um questionário para os alunos, mas, pedirei que eles discorram sobre todos os pontos que vimos, o que eles conseguiram compreender etc. Será por meio desses relatos que conseguirei identificar o que devo mudar na aplicação do material e na abordagem do conteúdo.

VALORES ATITUDINAIS DESENVOLVIDOS NAS ATIVIDADES/ SITUAÇÕES	INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO	RECURSOS
• Instigar o espírito investigativo dos alunos. • Participação ativa dos alunos no seu processo de aprendizagem. • Aprender (ou reforçar) a ouvir.	• Participação ativa. • Interesse pelo assunto. • Interesse em compreender o material.	• Livro didático • E.V.A • Folha A4 • Folhas de acetato

• Reforçar o respeito aos colegas e suas opiniões.		• Papel cartão

REFERÊNCIAS

PATARO, P. M; BALESTRI, R. **Matemática Essencial**. 6º ano Ensino Fundamental anos finais. 1 ed. São Paulo: Scipione. 2018.

SILVA, F.L. M da. et. al. **Aprendizagem significativa de frações com material concreto.** In: Semana da matemática. 30. 2018. São José do Rio Preto.

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, ____ pai/mãe ou responsável legal do(a) aluno(a), ____ fui informado(a) que meu(minha) filho(filha) foi convidado(a) pela professora Dilclidiane Fidelis Lira, aluna do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, a participar de sua pesquisa que se realizará no contraturno do horário em que o aluno estuda, na escola na qual está matriculado. Sei que tal pesquisa conta com o apoio da direção dessa escola e do professor de matemática.

Estou ciente de que o trabalho envolverá a participação ativa dos alunos nas atividades propostas pela professora. Tais atividades, com o objetivo de melhorar o desempenho deles na disciplina de matemática, os ajudarão a compreender melhor os números racionais na forma fracionária e, em especial frações equivalentes e adição e subtração de frações. As aulas ocorrerão no segundo semestre de 2021, nos meses de julho e agosto.

Este trabalho fará parte da pesquisa de Mestrado da professora Dilclidiane Fidelis, e a mesma me solicita permissão para filmar e gravar em áudio alguns momentos em sala de aula e informou que nenhum aluno terá seu nome mencionado na pesquisa. Além disso, eu e meu(minha) filho(filha) podemos desistir de participar da pesquisa em qualquer momento, se julgarmos necessário.

Sinto-me esclarecido(a) acerca da proposta, concordo com a participação do meu(minha) filho(filha) na pesquisa e permito que as aulas sejam gravadas em vídeos e áudio.