

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPEG  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MPECIM

GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO

**OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E DIDÁTICOS NO PROCESSO DE  
CONSTRUÇÃO E ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS**

RIO BRANCO - AC  
2021

GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO

**OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E DIDÁTICOS NO PROCESSO DE  
CONSTRUÇÃO E ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS**

**Proposta de Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM, da Universidade Federal do Acre, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.**

**Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática.**

**Orientador: José Ronaldo Melo**

---

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

---

B817o Brandão, Gesiel de Oliveira 1976 -

Obstáculos epistemológicos e didáticos no processo de construção e ensino da multiplicação de números inteiros / Gesiel de Oliveira Gomes; orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Melo. -- 2021.

101 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Acre. Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Rio Branco, Acre, 2021.

Inclui referências e apêndice.

1. Matemática - estudo e ensino 2. Números inteiros - multiplicação 3. Obstáculos epistemológicos 4. Obstáculos didáticos I. Melo, José Ronaldo (orientador) II. Título

CDD: 510.7

GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO

**OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E DIDÁTICOS NO PROCESSO DE  
CONSTRUÇÃO E ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS**

**Proposta de Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM, da Universidade Federal do Acre, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.**

**Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática.**

**Aprovada dia: 14/05/2021.**

**EXAMINADORES**

---

**Prof.º Dr.º José Ronaldo Melo**  
**Orientador (PROFEMAT/UFAC)**

---

**Prof.º Dr.º Sandro Ricardo Pinto da Silva**  
**Membro Externo (PROFEMAT/UFPR)**

---

**Prof.º Dr.º Itamar Miranda da Silva**  
**Membro Interno (PPGE/UFAC)**

RIO BRANCO – AC  
2021

## **AGRADECIMENTOS**

Inicialmente, a Deus, pela força, nos momentos de dificuldades, nesse percurso acadêmico importante.

Aos meus familiares, em especial, aos meus saudosos avós paternos, José e Eleaci, pela insistência e perseverança na continuidade de meus estudos básicos, meus sinceros sentimentos de gratidão.

Ao prof. Dr. José Ronaldo Melo, pela paciência, orientações e, principalmente, por acreditar no projeto que resultou nessa pesquisa.

A todos os professores e professoras do mestrado pelos ensinamentos e base para a fase preliminar do texto, em particular, a Profa. Dr. Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra pelo incentivo de sempre.

Aos meus colegas professores de matemática, em particular, aos sujeitos da pesquisa por aceitarem esse desafio, pelas contribuições essenciais para a conclusão do trabalho.

Por fim, à Banca Examinadora pelas contribuições e apontamentos nos momentos de qualificação e defesa.

*Em um cenário de revista, de 1884, Hoffmann fez uma advertência, pintando um cenário de horror das consequências nefastas para o ensino da matemática se os professores fossem obrigados a dizer aos alunos que a regra dos sinais é uma mera convenção: “Eu temeria ver os olhos de surpresa e de espanto dos alunos”.*

*(SCHUBRING, 2018, p. 101).*

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Relação de Dissertações.....	12
Quadro 2 - Etapas da Pesquisa.....	43

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Reta numérica.....	37
<b>Figura 2</b> - Atividade “Regularidade e multiplicação com números inteiros”.....	38
<b>Figura 3</b> - Grupo de Pesquisa ANL/SAS.....	48
<b>Figura 4</b> - Integrantes do Pesquisa ANL/SAS.....	49
<b>Figura 5</b> - Imagem do Grupo Turma 7º C 2020.....	55
<b>Figura 6</b> - Resolução 1.....	58
<b>Figura 7</b> - Resolução 2.....	58

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo reconhecer e compreender os obstáculos didáticos e epistemológicos encontrados no ensino da multiplicação de números inteiros no 7º ano do Ensino Fundamental, e como estes obstáculos são enfrentados e superados pelo professor, frente aos documentos oficiais e uma aprendizagem significativa. O campo de pesquisa foi constituído por duas escolas públicas estaduais do município de Rio Branco. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, para a qual foram aplicados questionários e desenvolvido “estudos de aula”, como forma de produção de dados, numa perspectiva participativa, colaborativa e reflexiva entre os sujeitos. Desenvolveu-se em três etapas: planejamento das videoaulas, execução e reflexão, realizadas pelo grupo de pesquisa formado por 05 (cinco) professores, que atuam com os 7º anos, incluído no grupo o pesquisador. Restou demonstrado que os professores reconhecem as obstruções no ensino da operação de multiplicação com números inteiros, evidenciando-se a dificuldade em associar o resultado da multiplicação de números inteiros com situações do mundo real, assim como foi perceptível a presença do obstáculo didático na estratégia usada pelos professores. A pesquisa proporcionou a relação dos obstáculos com a perspectiva teórica adotada, possibilitando aos professores envolvidos um olhar cauteloso na escolha da estratégia de ensino. Dentre essas estratégias, o grupo adotou a relação com situações do cotidiano do aluno, o uso ainda da regra de sinais e a indicação pela continuidade na busca de novas formas de ensino significativas para o aluno, como a elaboração de videoaulas. Como resultado da pesquisa, foi construído o produto educacional intitulado Videoaulas com o uso de um material didático sobre a operação de multiplicação com números inteiros; fruto das discussões e reflexões no decorrer da pesquisa, sendo constituído por videoaulas, que serão utilizadas de forma complementar as aulas desenvolvidas nas escolas campo, levando em consideração a suspensão das atividades presenciais de ensino.

**Palavras-chave:** Ensino. Números inteiros. Multiplicação. Obstáculos didáticos. Obstáculos epistemológicos.

## ABSTRACT

The present work aims to recognize and understand the didactic and epistemological obstacles found in the teaching of whole number multiplication in the 7th year of elementary school, and how these obstacles are faced and overcome by the teacher, in view of official documents and a significant learning experience. The research field consisted of two state public schools in the city of Rio Branco. This is a qualitative research, for which questionnaires were applied and “class studies” were developed as a form of data production, in a participatory, collaborative and reflective perspective among the subjects. It was developed in three stages: planning video classes, execution and reflection, carried out by the research group formed by 05 (five) teachers, who work with the 7th year, including the researcher. It was shown that teachers recognize the obstructions in teaching the multiplication operation with whole numbers, highlighting the difficulty in associating the result of the multiplication of whole numbers with real-world situations, as well as the presence of the didactic obstacle in the strategy used. by the teachers. The research provided the relationship of the obstacles with the theoretical perspective adopted, enabling the teachers involved to take a cautious look in choosing the teaching strategy. Among these strategies, the group adopted the relationship with everyday situations of the student, the use of the rule of signs and the indication for continuity in the search for new ways of teaching that are meaningful to the student, such as the development of video classes. As a result of the research, the educational product entitled Videoaulas was built using a didactic material about the multiplication operation with whole numbers; fruit of discussions and reflections during the research, consisting of video classes, which will be used in a complementary way to classes developed in field schools, taking into account the suspension of in-person teaching activities.

**Keywords:** Teaching. Whole numbers. Multiplication. Didactic obstacles. Epistemological obstacles.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	10
1.1. Justificativas para escolha do tema – trajetória profissional no ensino .....	11
1.2. Revisão de literatura sobre o tema.....	13
1.3. A problemática do ensino e aprendizagem de números inteiros.....	20
1.3.1. A aceitação dos números inteiros negativos: breve histórico .....	20
1.3.2. Obstáculos epistemológicos e didáticos no processo de ensino da operação de multiplicação com números inteiros.....	23
1.3.3. Documentos oficiais: contextualizar e/ou demonstrações que se apoiam em axiomas e postulados.....	29
1.3.4. A operação de multiplicação de números inteiros à luz do livro base escolar .....	35
1.4. Questão da pesquisa .....	39
1.5. Objetivo geral .....	39
1.6. Objetivos específicos.....	40
<b>2. METODOLOGIA</b> .....	40
2.1. Tipo de pesquisa .....	40
2.2. Participantes da pesquisa .....	41
2.3. Campo da pesquisa .....	42
2.4. Estudos de aula .....	42
2.5. Etapas da pesquisa .....	43
2.6. Instrumentos de pesquisa.....	44
<b>3. RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	45
3.1. Contexto da realização da pesquisa: efeitos da pandemia nas atividades de ensino .....	45
3.2. Caracterização do grupo de professores: perfil de formação e aspectos preliminares relacionados às atividades de ensino.....	46
3.3. Planejamento, execução das videoaulas e reflexões .....	48
3.3.1. Identificação do problema de aprendizagem e planejamento das videoaulas .....	48
3.3.2. Execução das videoaulas .....	55
3.3.3. Análise e reflexão sobre as videoaulas .....	59
<b>4. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	63
<b>5. PRODUTO</b> .....	66
5.1. Videoaulas com o uso de um material didático sobre a operação de multiplicação com números inteiros.....	66
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	68
<b>7. APÊNDICES</b> .....	70
APÊNDICE A - GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS (Whatsapp) .....	70
APÊNDICE B - GRUPO DE PESQUISA “TURMA 7º C”, ESCOLA ESTADUAL ALCIMAR NUNES LEITÃO (WHATSAPP).....	11
APÊNDICE C - FORMULÁRIO PARA APRESENTAÇÃO DE MESTRANDO NA ESCOLA ESTADUAL ALCIMAR NUNES LEITÃO .....	72
APÊNDICE D - FORMULÁRIO PARA APRESENTAÇÃO DE MESTRANDO NA ESCOLA ESTADUAL SENADOR ADALBERTO SENA.....	73
APÊNDICE E - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO .....	74

APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE INTEGRAM A PESQUISA.....	82
APÊNDICE G - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE INTEGRAM A PESQUISA.....	86
APÊNDICE H - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE INTEGRAM A PESQUISA.....	90
APÊNDICE I - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE INTEGRAM A PESQUISA.....	91
APÊNDICE J – EXERCÍCIOS SOBRE OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS.....	95
APÊNDICE K – EXERCÍCIOS SOBRE MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS .....	96

## 1. INTRODUÇÃO

O ensino de operações com números inteiros, em especial a multiplicação, na minha visão de professor é um tema que agrega um elevado grau de dificuldade para a aprendizagem dos alunos. Fato percebido no meu dia a dia em sala de aula, mesmo atuando nas séries finais do Ensino Médio, principalmente no que aduz ao sinal do resultado das operações, na medida em que o aluno se apegava a regra dos sinais indistintamente, sem levar em consideração a operação envolvida (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Na minha trajetória como estudante na Educação Básica, o sinal dos resultados das operações com números inteiros sempre foi fundado na regra dos sinais, e foi usando esse método que aprendi, mesmo não vendo significado. Para evitar a confusão com a regra dos sinais, ficava sempre atento à operação envolvida, mas não compreendia a essência da diferença. No Ensino Superior a questão foi resolvida do ponto de vista matemático, mas ao retornar para sala de aula observei que do ponto de vista do ensino das operações com números inteiros existia um obstáculo para o professor, na medida em que percebi que não seria possível a compreensão por parte do aluno por meio de demonstrações fundadas somente em teoremas e propriedades. No meu projeto de pesquisa optei por trabalhar o tema, assim, passei a estudar e conhecer o significado dos obstáculos epistemológicos e didáticos, o que me levou a perceber na revisão de literatura relacionada ao tema que o ensino de operações com números inteiros vem sendo objeto de vários estudos, sobretudo com relação ao sinal dos resultados das operações.

O presente trabalho tem como foco de investigação identificar e compreender os obstáculos didáticos e os epistemológicos encontrados no ensino da multiplicação de números inteiros no 7º ano, e como estes obstáculos são enfrentados e superados pelos professores de matemática.

O trabalho foi estruturado em 04 (quatro) capítulos. O primeiro traz uma revisão de literatura sobre o tema, expressando o que existe na atualidade de pesquisa acerca do objeto de estudo, um breve histórico sobre a aceitação dos números inteiros ao longo da história. Dando sequência, serão abordados aspectos da problemática do ensino da operação de multiplicação com números inteiros, bem como os obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados com as operações com números inteiros. Ainda nesse capítulo, serão apresentados alguns aspectos a serem considerados pelos professores, consoante disposto na Base Nacional Comum Curricular

(Brasil, 2018), como as experiências e os conhecimentos matemáticos do dia a dia dos alunos, o que induziu, a partir dessa leitura, a trazer alguns aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa, a serem observados pelos professores que atuam no 7º ano do Ensino Fundamental.

Na conclusão do primeiro capítulo, foi realizada uma pesquisa e análise do livro didático utilizado nas escolas campo da pesquisa, numa direção de verificar qual a forma e o grau de discussão e profundidade que é dado às operações com números inteiros, especialmente, a multiplicação.

No capítulo segundo, foram trazidos os aspectos metodológicos da pesquisa, que terá uma natureza descritiva e qualitativa, tendo como campo duas escolas da Rede Estadual de Ensino e como sujeitos um grupo de professores, nele incluso o pesquisador.

Já no capítulo terceiro é apresentada a forma de coleta, interpretação, análise e apresentação dos dados. No último, as considerações finais, seguindo com os referenciais bibliográficos, e de uma síntese do Produto Educacional, que versará sobre videoaulas envolvendo as operações com números inteiros, com foco na multiplicação, fazendo o uso de material didático.

### 1.1. Justificativas para escolha do tema – trajetória profissional no ensino

Sou professor, atuando na educação básica há quase 20 anos e, nessa trajetória, tenho vivenciado e enfrentado várias barreiras no processo de ensino da disciplina matemática, no que se refere a certos conteúdos, tais como: produtos notáveis, operações com números inteiros, dentre outros, na medida em que percebo uma tendência direcionada para uma aprendizagem em si mesmo, sem vínculos com aplicações/métodos que facilitariam a compreensão dos alunos.

Concluí minha Licenciatura plena em Matemática, pela Universidade Federal do Acre, em abril de 2001, e na minha formação nunca me deparei com questões relacionadas ao ensino de operações com números inteiros, porquanto o trato dado a questão foi do ponto de vista científico matemático. Logo após a conclusão do curso, atuei em programas de formação de professores para educação básica, ofertado pela Universidade Federal do Acre, instituição na qual trabalhei como professor substituto por duas oportunidades (2004/2005 e 2007), no ensino de graduação. Contudo nessas duas passagens, não me deparei com as questões que influenciaram a escolha da temática para essa pesquisa.

Também atuei como professor temporário na Rede Estadual de Educação, nos anos de 2003 e 2004, prestando concurso para professor efetivo de matemática no 2006, oportunidade em que fui aprovado no certame público. De 2006 até a presente data, venho desenvolvendo minhas atividades de ensino em escolas de Ensino Fundamental e Médio.

E nessa vivência “*in loco*”, durante os anos que lecionei para o 7º ano do Ensino Fundamental (2008 e 2009) e para o 1º ano do Ensino Médio (2013, 2014, 2015 e 2016), observei que os alunos apresentam dificuldades na compreensão das operações com números inteiros, notadamente, com relação ao sinal do resultado da respectiva operação; dificuldades que no desenvolvimento da pesquisa se revelariam como obstáculos epistemológicos, que implicam em obstáculos didáticos no contexto da aprendizagem escolar.

Nos últimos anos, estou atuando nas séries finais do Ensino Médio, onde também é evidente a confusão feita pelos alunos no que se refere ao sinal do resultado das operações, além da falta de compreensão sobre o significado para as operações de multiplicação e divisão de números inteiros.

Essa percepção levou-me a refletir sobre os “*porquês*” dessa dificuldade na aplicação de um conceito matemático tão trivial, mas que se torna confuso quando se considera apenas o uso da regra dos sinais, negando ou desconhecendo os obstáculos epistemológicos atinentes ao conteúdo, e, conseqüentemente, os obstáculos didáticos.

Já não é de hoje que a Matemática vem ocupando um lugar de destaque no rol de disciplinas que mais reprovam na educação básica. Muitas vezes o aluno, antes mesmo de conhecer o professor, suas metodologias e o conteúdo a ser ministrado, já adentra na sala de aula desmotivado, usando como justificativa a seguinte e repisada frase: “*Matemática é difícil* ou *É para poucos*”, o que já se configura em um obstáculo ao ensino e à própria aprendizagem.

Notadamente, alguns conteúdos merecem tratamento especial em face do grau de dificuldade no processo de ensino, como é o caso das operações com números inteiros, que servem como alicerce para introdução de novos conceitos matemáticos em séries seguintes, especialmente, no 1º ano do Ensino Médio, quais sejam: funções do 1º grau, progressões aritméticas e na resolução das equações equivalentes.

Do ponto de vista teórico/acadêmico, o estudo se justifica por realizar análises em práticas pedagógicas e escolares concretas, ao tempo em que se busca apresentar estratégias de ensino, por meio de um produto educacional em formato de videoaulas, gerado por um grupo de

professores que fizeram o uso da metodologia Estudos de aula, acreditando que contribuiriam para um melhor aproveitamento no processo de ensino e aprendizagem das turmas de 7º ano, reduzindo as barreiras que os alunos encontram no tratamento das operações com números inteiros, sobretudo, na compreensão das regras de sinais e, conseqüentemente, contribuindo para redução dos índices de reprovação e desinteresse pela disciplina de Matemática.

## 1.2. Revisão de literatura sobre o tema

O marco inicial para a revisão de literatura, sobretudo, do ponto de vista teórico, foi o trabalho “Estado da Arte”, desenvolvido no decorrer da disciplina Fundamentos teórico-metodológicos da pesquisa em educação, cursada no primeiro semestre de 2019, seguindo os procedimentos, critérios e recortes sugeridos pelos professores ministrantes.

Foram pesquisadas dissertações defendidas em programas de mestrados acadêmicos e profissionais, de diversas Instituições de Educação Superior. As dissertações foram colhidas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, num total de 10 dissertações, de 2009 até 2019.

O objetivo do levantamento foi investigar e melhor compreender as abordagens metodológicas e as teóricas mais utilizadas nas dissertações que tiveram como foco de estudo os obstáculos no ensino de operações com números inteiros no 7º ano do Ensino Fundamental, no sentido de comparar e reconhecer o estágio no qual se encontrava a temática abordada no meu projeto, no intuito de dar continuidade e aprofundamento ao tema, refletindo e aprimorando as abordagens metodológicas já utilizadas.

O levantamento das dissertações foi realizado a partir de uma pesquisa no site da CAPES e em outras instituições de ensino, por meio de consultas em que foram utilizadas a palavra-chave “ensino de números inteiros”. Foram encontrados vários trabalhos, fazendo-se necessário uma delimitação e afinamento da pesquisa, considerando critérios como o ano de defesa, região de oferta do mestrado e ainda a relação com o tema proposto no projeto de pesquisa inicial, utilizado para o ingresso no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Acre.

Após a leitura e análise das proposições teórico-metodológicas de dez dissertações selecionadas, foi elaborado um quadro sintético na forma a seguir.

### Quadro 1 – Relação de Dissertações

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Números Inteiros e suas operações: uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com auxílio de tecnologia.</b>
AUTOR	Flávio Cabral de Souza
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2018/Pontifícia Universidade de São Paulo (PUC/SP)
OBJETIVOS	Verificar como os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que não tiveram contato formal com números inteiros e suas operações, mobilizam seus conhecimentos prévios para resolver situações que envolvam esse objeto matemático e se eles poderiam se desenvolver de forma autônoma para sua compreensão.
METODOLOGIA	Pesquisa qualitativa, estudo de caso e questionário.
SUJEITOS	Alunos de uma escola de 7º ano.
REFERENCIAL TEÓRICO	PCN's, Almouloud, Glaeser, Piaget, Almouloud, Amorim, Coelho.
PRINCIPAIS RESULTADOS	Os resultados obtidos revelam informações que nos permitem repensar sobre como os números inteiros e suas operações podem ser abordados na prática.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, do ponto de vista epistemológico.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Uma intervenção no ensino de operações com números inteiros</b>
AUTOR	Lyvia Poggian Correia
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2017/Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF/RJ)
OBJETIVOS	Proporcionar uma sequência didática que auxilie na representação, compreensão, manipulação e fixação das operações com números inteiros.
METODOLOGIA	Qualitativa, pesquisa-ação, questionários.
SUJEITOS	Alunos do 8º ano do Ensino Fundamental
REFERENCIAL TEÓRICO	PCN's, Lorenzato, Soares, Barbosa e Carvalho.
PRINCIPAIS RESULTADOS	A sequência didática aplicada se mostrou eficaz na construção do conhecimento por parte dos estudantes, uma vez que estes demonstraram mais interesse pelo conteúdo, o que foi fundamental para que a aprendizagem ocorresse de forma significativa.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, do ponto de vista da importância do uso de material didático, com a formulação de conceitos a partir do concreto.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Dificuldades na aprendizagem operatória de números Inteiros no ensino fundamental</b>
AUTOR	Francisco Tavares da Rocha Neto
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2010/Universidade Federal do Ceará (UFC)
OBJETIVOS	Identificar as causas que levam os alunos a terem dificuldades com o estudo dos números inteiros, verificando até que ponto eles operam adequadamente com o sistema desses números, bem como conhecer erros e acertos mais frequentes cometidos pelos alunos.
METODOLOGIA	Qualitativa, questionários.
SUJEITOS	Alunos do 7º do Ensino Fundamental
REFERENCIAL TEÓRICO	Brousseau, Glaeser, Teixeira, D'Ambrósio

PRINCIPAIS RESULTADOS	Relata a importância de que os professores reavaliem a sua prática, planejem suas aulas de acordo com o desenvolvimento de seus alunos e que possam elaborar um material com contextos diversificados para a obtenção de melhores resultados.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, no tocante a importância da história/surgimento/aceitação dos números inteiros e da identificação dos obstáculos epistemológicos.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Menos com menos é menos ou é mais? Resolução de problemas de multiplicação e divisão de números inteiros por alunos do Ensino Regular e da Educação de Jovens e Adultos</b>
AUTOR	Evanilson Landim Alves
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2012/Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
OBJETIVOS	Entender as dificuldades e resistências de adolescentes, jovens e adultos escolarizados na compreensão dos conceitos relativos à multiplicação e a divisão de números inteiros; origem das competências e estratégias empregadas por esses estudantes na resolução de situações, que requerem tais operações.
METODOLOGIA	Quanti-quali, questionários (Teoria dos Campos Conceituais), entrevistas.
SUJEITOS	Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e EJA.
REFERENCIAL TEÓRICO	Glaeser, Borba, Nascimento, Vergnaud, Piaget
PRINCIPAIS RESULTADOS	Os resultados mostraram que ainda se faz necessário o desenvolvimento de situações que realmente apliquem a multiplicação e a divisão de números inteiros e que tenham a reta numérica $Z$ como suporte ao entendimento desses conceitos, já que muitas das situações apresentadas nos livros didáticos funcionam apenas como pretexto para o ensino dessas operações.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Em parte, visto que o trabalho focou muito na questão histórica da educação de jovens e adultos; fugindo um pouco da temática central. Por outro turno, o trabalho foi bem estruturado, no que tange aos objetivos e da metodologia aplicada.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros.</b>
AUTOR	Mércia de Oliveira Pontes
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2010/Universidade Federal do Rio Grande do Norte
OBJETIVOS	Indicar, de um lado, a abordagem da justificativa da multiplicação entre números inteiros que é mais bem compreendida pelo aluno e de outro, os elementos presentes nas justificativas que contribuem para a superação dos obstáculos epistemológicos nos processos de ensino e aprendizagem de números inteiros.
METODOLOGIA	Não fez referência quanto ao paradigma (qualitativo e/ou quantitativo), questionários.
SUJEITOS	Alunos da Educação Básica e do Ensino Superior.
REFERENCIAL TEÓRICO	Glaeser, Teixeira, Machado, Borba, Caraça, Coelho, Baldino, Bachelard, Schubring.

PRINCIPAIS RESULTADOS	Os resultados obtidos indicam que a justificativa para a regra de sinais que é considerada de mais fácil compreensão pela maioria dos alunos dos ensinos fundamental, médio e superior pode ser usada para facilitar a compreensão da unificação da reta numérica, um obstáculo amplamente identificado no processo de ensino/aprendizagem na atualidade.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, no tocante aos obstáculos epistemológicos.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais</b>
AUTOR	Selma Felisbino Hillesheim
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2013/Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
OBJETIVOS	Não foram identificados pela autora, que fez a opção por expressar a questão da pesquisa: De que forma o “princípio de extensão” pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da multiplicação de números negativos?
METODOLOGIA	Qualitativa, estudo de caso, observação, entrevista.
SUJEITOS	Alunos do 7º do Ensino Fundamental
REFERENCIAL TEÓRICO	PCN’s, Glaeser, Caraça, Anjos.
PRINCIPAIS RESULTADOS	Na busca por uma melhor compreensão desta questão, organizamos uma sequência para o ensino dos números negativos em uma turma de 7º ano de uma escola pública municipal. Essa aplicação faz transparecer um caminho possível para o ensino dos números negativos sem apelarmos para modelos do tipo comercial e sem comprometer as propriedades multiplicativas desses números.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, considerando o histórico traçado acerca dos números inteiros.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Resolução de problemas: Ensinar e aprender as quatro operações com números inteiros no 7º ano do Ensino Fundamental</b>
AUTOR	Ana Paula Magalhães de Abreu
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2010/Centro Universitário Franciscano (UNIFRA)
OBJETIVOS	Analisar como os alunos resolveram problemas relativos às quatro operações; conhecer o modo como eles usaram o material concreto para a resolução de problemas; identificar como os estudantes relacionaram as situações-problema da sala de aula com o seu cotidiano; verificar se o trabalho em grupo facilitou a resolução de problemas, envolvendo as quatro operações com números inteiros.
METODOLOGIA	Qualitativa, questionário, observações, diário de aula.
SUJEITOS	Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental
REFERENCIAL TEÓRICO	PCN’s, Ausubel, Piaget, Huete e Bravo, Moreira e Masini, Polya.
PRINCIPAIS RESULTADOS	O uso da sequência didática, com o auxílio de material concreto e do trabalho em duplas, favoreceu a aprendizagem dos alunos.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, do ponto de vista metodológico e teórico.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações com números inteiros.</b>
AUTOR	Antônio Silva da Costa.

ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2015/Centro Universitário Univates (UNIVATES)
OBJETIVOS	Avaliar se o uso de materiais alternativos para o ensino de operações dos números inteiros é potencialmente significativo como recurso na aprendizagem dessas operações.
METODOLOGIA	Quanti-quali, estudo de caso, questionários.
SUJEITOS	Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental
REFERENCIAL TEÓRICO	Ausubel, Lara, Kishimoto, Moreira, Ribeiro, Freire, Borges.
PRINCIPAIS RESULTADOS	Nas aulas com materiais alternativos, os pesquisados mostraram-se ativos e participantes da construção do conhecimento frente ao conteúdo de números inteiros.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, do ponto de vista teórico e metodológico.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Obstáculos e dificuldades relacionados à aprendizagem de números inteiros.</b>
AUTOR	Márcia Maria Teodoro
ANO DE DEFESA/ UNIVERSIDADE	2013/ Universidade Anhanguera-SP.
OBJETIVOS	Levantar, em pesquisas em Educação Matemática, dificuldades de aprendizagem e obstáculos para o ensino dos números inteiros; buscar orientações para o ensino desses números em documentos que regem a educação básica, verificando se essas orientações estão presentes nos livros didáticos.
METODOLOGIA	Documental.
SUJEITOS	Não especificado.
REFERENCIAL TEÓRICO	PCN's, Bachelard, Machado e Brousseau.
PRINCIPAIS RESULTADOS	Verificou-se que as orientações feitas pelo PCN estão presentes nos livros didáticos, e também as abordagens utilizando modelos concretos para as operações nos campos aditivo e multiplicativo.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, do ponto de vista do referencial teórico epistemológico.

<b>TÍTULO DO TRABALHO</b>	<b>Sugestões de materiais didáticos manipuláveis a fim de diminuir os obstáculos na aprendizagem de números inteiros</b>
AUTOR	Patrícia Fantini
ANO DE DEFESA/UNIVERSIDADE	2018/Universidade de São Paulo
OBJETIVOS	Apresentar alguns materiais didáticos manipuláveis que podem ser utilizados nas aulas sobre números inteiros, a partir dos sétimos anos do Ensino Fundamental.
METODOLOGIA	Estudo de caso, não foi feita menção quanto ao paradigma.
SUJEITOS	
REFERENCIAL TEÓRICO	PCN's, Schubring, Glaeser, Nascimento, Teixeira, Nascimento
PRINCIPAIS RESULTADOS	Os materiais manipuláveis podem ser utilizados como ferramenta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem não só do referido conteúdo, mas também nas demais áreas da matemática.
CONTRIBUIÇÕES PARA NOSSA PESQUISA	Sim, do ponto de vista dos recursos didáticos, mediante a utilização de materiais manipuláveis.

Fonte: Capes, 2019.

As dissertações analisadas foram selecionadas de programas vinculados a instituições de várias regiões do Brasil, desde que versassem sobre o objeto de estudo: obstáculos no ensino de operações com números inteiros. Com relação aos procedimentos metodológicos, destacou-se, em praticamente todas as dissertações os paradigmas qualitativos e/ou quantitativos. No recorte apresentado no quadro acima, num total de 10 (dez) trabalhos, 06 (seis) seguiram uma abordagem qualitativa, 02 (duas) mistas (qualitativa/quantitativa), conforme se infere da tabela acima. Em duas outras, os autores não fizeram referência explícita sobre o tipo de pesquisa; uma delas fez menção a uma pesquisa de cunho documental. Não foram identificadas pesquisas quantitativas, o que pode ser justificado pelo caráter subjetivo dos estudos e pelos instrumentos utilizados na coleta de dados.

Notou-se uma preponderância da pesquisa qualitativa nos trabalhos analisados, o que se justifica considerando a área de estudo – ensino -, de onde prevalece uma perspectiva subjetiva de pesquisa, sugerindo uma coleta de dados a partir de interações sociais do pesquisador com o fenômeno pesquisado (APOLINÁRIO, 2013).

Em várias das dissertações investigadas prevaleceu, na coleta de dados, instrumentos de observação e aplicação de questionários; assim definidos, respectivamente, de acordo com Apolinário (2012, p. 138)

**A técnica de observação** é uma das mais utilizadas nas áreas de antropologia, psicologia, etologia, marketing, entre outras. Trata-se de entrar em contato diretamente com o fenômeno estudado, utilizando-se para isso, os órgãos e sentidos como ferramentas essenciais para a exploração de determinada realidade. **O questionário** é um documento contendo uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas pelos sujeitos por escrito, geralmente sem a presença do pesquisador (grifo nosso).

Com relação aos referenciais teóricos, houve uma preponderância de discussão sobre os obstáculos didáticos e epistemológicos, em praticamente todos os escritos, mediante a referência dos seguintes autores: Glaeser (2010), Schubring (2018), Almouloud (2007) e Coelho (2018), assim como foram levados em consideração várias indicações previstas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) para compreensão de operações com números inteiros, como a seguinte

Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, “falta”, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas ou ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou

outras situações (BRASIL, 1998, p. 66).

Do ponto de vista da Teoria da Aprendizagem, foram utilizadas poucas referências, as quais se resumiram as propostas por Ausubel, Piaget e Vygotsky, estes dois últimos de forma esparsa, o que me levou a optar pela Teoria Ausubeliana, a considerar as questões abordadas e a relação com os documentos oficiais.

Todas as dissertações seguiram a mesma estrutura de formatação, e, no geral, o trabalho foi bastante proveitoso, pois, a partir do levantamento e estudo dos escritos, foi possível realizar ajustes na minha proposta de pesquisa, o que possibilitou a tomada de rumos mais seguros para o desenvolvimento do trabalho, principalmente, no que se refere aos aportes teóricos.

De forma geral, os resultados das pesquisas apontam no sentido de repensar a forma de ensinar as operações com números inteiros, frente aos obstáculos epistemológicos e didáticos atinentes a esse conceito, numa direção de melhorar as sequências didáticas, implementando nas práticas o uso de materiais manipuláveis como ferramentas facilitadoras do processo de ensino e aprendizagem, tendência que foi adotada na minha pesquisa.

De outro turno, os trabalhos revelaram a importância do trabalho em grupos de alunos, mediante a colaboração na elaboração de materiais alternativos como forma de contextualizar as aulas, numa perspectiva de potencializar a participação dos estudantes, de maneira ativa na construção do conhecimento frente ao conteúdo de números inteiros. Os resultados apontaram também para a importância da utilização da reta numérica, como meio facilitador para a compreensão das operações com números inteiros.

Outro ponto conclusivo diz respeito à preferência pelo uso da regra de sinais por alguns professores, nas escolas de forma geral. Segundo colhido das pesquisas, a regra dos sinais se mostra um caminho mais fácil para vencer o tema, na medida em que se evitam os obstáculos didáticos inerentes ao conceito, sua aceitação, justificativas e questionamentos.

Um aspecto que percebi nos trabalhos foi o de não haver a preocupação acerca do reconhecimento pelos professores da existência dos obstáculos didáticos e epistemológicos no ensino de operações com números inteiros. Ou seja, será que o professor tem ciência da existência de tais entraves ao ensino, numa perspectiva de levá-los em consideração no momento do planejamento das aulas e das escolhas das estratégias a serem adotadas? Esse será um dos tons da minha pesquisa, na medida em que o trabalho busca identificar os obstáculos didáticos e epistemológicos, ao mesmo tempo em que se propõe formas de superá-los.

### 1.3. A problemática do ensino e aprendizagem de números inteiros

Como ponto de partida nesse tópico, será apresentado um breve histórico sobre a evolução dos conceitos e operações sobre os números inteiros, revelando os obstáculos epistemológicos que culminaram em entraves quanto à compreensão e utilização desses conceitos; as teorias que servirão de aporte para o desenvolvimento da pesquisa e reflexões, levando em conta a revisão de literatura anteriormente expressa.

Na sequência, serão discorridos alguns conceitos sobre os obstáculos epistemológicos e didáticos no processo de ensino da operação de multiplicação com números inteiros, numa perspectiva de reconhecer e diferenciar as duas formas, sua interdependência, suas origens e principais teóricos. Por conseguinte, será abordada a forma indicada pelos documentos oficiais para o ensino das operações com números inteiros, a ser adotada pelos professores; substancialmente, a adoção pelo aspecto da contextualização e/ou demonstrações que se apoiam em teoremas, axiomas e postulados.

De arremate, abordaremos a forma como os números inteiros é apresentada aos alunos nas escolas campo da pesquisa, considerando o grau de profundidade como o tema é abordado, a partir do livro didático base usado na unidade escolar.

#### 1.3.1. A aceitação dos números inteiros negativos: breve histórico

Ao longo da história a aceitação dos números inteiros negativos não foi fácil, por vários motivos, levando muitos estudiosos a evitarem o trato com esses números. Dentre os motivos, podemos citar a perplexidade com o resultado positivo da multiplicação de dois números negativos. Para essa questão, a resposta definitiva<sup>1</sup> matemática só veio no final do século XIX, dada pelo matemático alemão Hermann Hankel em 1867.

Outra razão, que contribuiu para a não aceitação das operações com números inteiros, foi que a base para a matemática tradicional foi o de grandeza, como meio de medida. Assim, os valores deveriam ser todos positivos, não havendo lugar para a aplicação de grandezas negativas (SCHUBRING, 2018).

---

<sup>1</sup> Em 1867, Hankel dá a resposta matemática definitiva para a questão, com o seguinte resultado: a única multiplicação nos reais que prolonga a multiplicação usual sobre  $\mathbb{R}^+$ , respeitando as distributividades à esquerda e à direita é aquela que obedece a regra usual dos sinais para a multiplicação:  $+ \times + = +$ ;  $+ \times - = -$ ;  $- \times + = -$ ; e  $- \times - = +$ .

Fazendo um panorama histórico, segundo Schubring (2018), na Babilônia, bem como no Egito, não houve o uso de grandezas negativas, sendo na China que se verificou inicialmente o emprego de grandezas subtrativas, por meio da operação com bastonetes<sup>2</sup>.

Fato é que a história dos números negativos tem sido pouco estudada pelos historiadores da matemática e a rejeição a sua aceitação permaneceu durante muito tempo. Todavia, o problema persistia na medida em que a solução dada se confrontava com o senso comum, contra a visão recebida da matemática (SCHUBRING, 2018).

Acrescente-se que na história houve momentos em que se evitavam questões que tinham como resultado números inteiros negativos, na medida em que a demonstração de sua existência era repleta de complicações para os matemáticos. A esse respeito, trazemos o exemplo de Bhaskara II, citado por Schubring (2018), que rejeita a solução de uma equação negativa de segundo grau, porque o resultado seriam -5 macacos, pontuando também reinterpretações de resultados negativos. Já em meados do século XV, na Itália, era bem comum a prática de formular equações que sempre tivessem como resultados números positivos, como uma forma de fugir de resultados negativos, ante a sua não aceitação. Assim, uma solução negativa era vista como um obstáculo, que atrapalhava.

Na França, após 1800, uma vertente de ideólogos, grupo intelectualmente dominante na época, voltou-se para uma epistemologia empirista. Maine de Biran, citado por Schubring (2018, p. 79/80), reivindicou para a ideologia o papel de orientar e de reformular as ciências e particularmente limpar o campo das evidências de todas as obscuridades. Dentre as noções que considerava obscura, ele mencionou as quantidades negativas. Nesse contexto, conforme Schubring (2018), a Álgebra é colocada de lado e a Geometria passa a ser escolhida como fundamental, pelo papel de conferir uma significação imediata aos símbolos matemáticos, enquanto a Matemática é interpretada nos termos da experiência sensível.

Essa posição é expressa nas palavras Destutt *apud* Schubring (2018, pág. 81), ao afirmar que: “Uma quantidade qualquer é, portanto, calculável enquanto puder ser reduzida diretamente ou indiretamente a medidas de extensão; porque está é a propriedade mais eminentemente mensurável dos seres”.

Trazendo para os tempos modernos, podemos constatar, nas obras do grande algebrista

---

<sup>2</sup> Bastonete: pequeno bastão. Prática clássica de operar com bastonetes: os vermelhos indicavam as quantidades positivas e os pretos quantidades à serem subtraídas. Representavam operações com quantidades e não representavam números.

Cardano, o começo de reflexões sobre a legitimidade de operações com estas quantidades negativas, inclusive, por meio do uso da regra de sinais (SCHUBRING, 2018). Para esse algebrista, o positivo e o negativo constituíam domínios separados, não sendo possível misturá-los, ou seja, passar de um domínio para outro. Daí, concluiu que o produto de mais por mais dava menos, gerando um conflito de natureza epistemológica.

A respeito da “regra de sinais”, Farias e Resende (2015) afirmam que ela foi mencionada de forma explícita nos trabalhos de Diofantes (III d.C.), sendo também utilizada por hindus e chineses. Na china, os números positivos eram representados por barras/bastonetes na cor vermelha e por barras pretas para indicar os números negativos, como já mencionado anteriormente.

Foi na Alemanha, no final do século XVIII, que uma abordagem inteiramente diferente foi desenvolvida, indo na contramão da rejeição aos números inteiros defendida pelos ideólogos na França e na Inglaterra. Essa abordagem tinha como base separar grandezas de números, trazendo como aspecto inovador a diferença entre sinal da operação e da grandeza; diferença trazida, inicialmente, pelo professor de matemática H. D. Wilckens, em 1800.

Nessa esteira, o passo decisivo foi separar os números das grandezas nas operações aritméticas e algébricas, passo em que é dado grande destaque à Álgebra. Essa abordagem epistemológica foi definitivamente estabelecida pelo professor prussiano Wilhelm A. Forstemann, em 1817. Gauss também disseminou a abordagem epistemológica de Forstemann, qual seja, a separação entre grandezas e números, como sendo a nova epistemologia da matemática, numa perspectiva de relações e não mais de substâncias (Schubring, 2018). Assim, a mudança de concepção epistemológica ocorreu no início do século XIX, bem recente, sendo transmitida da Filosofia à Matemática, implicando conseqüentemente em mudanças de mentalidades e de prática (matemática e didática).

Foi em 1867, que o matemático alemão Hermann Hankel, assumindo as concepções de Forstemann, elaborou o “princípio da permanência”, este que serviu como sustentáculo para estender o significado das operações a novos campos numéricos. Esse mesmo autor acrescentou ainda, explicitamente, que tais extensões constituem convenções, significando que não existem provas para estas definições, asseverando que

Todo esforço será pouco para estabelecer que essas equações (as regras dos sinais) jamais poderão ser demonstradas formalmente; elas são convenções arbitrariamente

estabelecidas para que se preserve o formalismo já existente nos cálculos, [...] contudo, uma vez definidas, todas as demais leis da multiplicação derivam delas por necessidade (HANKEL, 1867, apud SCHUBRING, 2018, p. 87).

Portanto, a primeira demonstração aceita só ocorreu em 1867, demonstrada por Hankel, como a única regra possível, através da distributividade à esquerda e à direita, com o uso de propriedades já utilizadas no trato com números inteiros. Esse resultado, atualmente, do ponto de vista da matemática, não traz dificuldade para sua compreensão. Contudo, no campo pedagógico, ainda persiste a dificuldade em seu uso e explicação pelos professores, o que motivou a minha pesquisa, na medida em que esses obstáculos didáticos ainda são enfrentados diariamente por vários professores de matemática no ensino de operações com números inteiros, em especial, as operações de multiplicação e divisão, que seja no Ensino Fundamental ou Médio.

De mais a mais, faz-se necessário que o professor tenha conhecimento de que no ensino de alguns conceitos matemáticos existem vários obstáculos, sejam eles de ordem didática e/ou epistemológica, o que restou demonstrando no panorama histórico acima apresentado sobre as operações com números inteiros. Esses obstáculos devem ser levados em consideração pelo professor no planejamento de suas aulas, na escolha da metodologia de ensino e nas estratégias que serão utilizadas em sala de aula, numa perspectiva de superá-los.

### 1.3.2. Obstáculos epistemológicos e didáticos no processo de ensino da operação de multiplicação com números inteiros

Inicialmente, vamos trazer a definição de epistemologia, que guarda relação com a teoria do conhecimento, assim definida por Pais (2001, p. 24/25)

A epistemologia é o estudo da evolução das ideias essenciais de uma determinada ciência, considerando os grandes problemas concernentes à metodologia, aos valores e ao objeto desse saber, sem vincular necessariamente ao contexto histórico desse desenvolvimento. Trata-se de uma disciplina relacionada à teoria do conhecimento. Émile Meyerson (1859-1933) foi um dos primeiros a utilizar o termo “epistemologia” e a destacar a necessidade de compreender a evolução das ideias científicas para o estudo do objeto central da filosofia das ciências.

O termo “epistemologia” passou a fazer parte da didática da matemática já nos anos 60, junto com as diferentes acepções que conduzem a várias “definições” e interpretações nos diversos países do mundo e em múltiplas situações (D'AMORE, 2007).

A epistemologia da matemática é constituída pelo estudo da evolução de seus conceitos, portanto, está associada à evolução das ideias centrais dessa disciplina. A esse respeito, podemos citar a formação do conceito de número real levou mais de dois mil anos, se revelando num problema epistemológico. Se foi para ciência, será para o professor, traduzido obstáculo no processo de ensino, como ocorre com a justificação do sinal do resultado da multiplicação de dois números negativos (PAIS, 2001).

Ainda na acepção de obstáculos na aprendizagem de matemática, Duval preleciona que

Na realidade, os problemas específicos de compreensão que os alunos enfrentam na aprendizagem da matemática têm sua origem na situação epistemológica particular do conhecimento matemático, e não somente nas questões de organização pedagógica das atividades. Com efeito, o modo de acesso aos objetos matemáticos é radicalmente diferente do modo de acesso aos objetos do conhecimento nas outras disciplinas científicas (DUVAL, 2011, p. 9).

De fato, alguns conteúdos se apegam somente em abstrações e suas validades ficam a cargo de demonstrações matemáticas, muitas vezes sem vínculo com situações compreensíveis para os alunos, o que corrobora, considerando o perfil do aluno do 7º ano e sua capacidade cognitiva, para a formação de obstáculos no ensino de determinados conteúdos, como é o caso da prova do sinal do resultado da multiplicação de números inteiros.

O obstáculo pode estar presente no próprio conteúdo a ser ministrado, por isso, o professor precisa ter consciência disso, pois essa desconsideração pode criar outros obstáculos didáticos. Um desses conteúdos que apresentam obstáculos na sua essência são as operações com números inteiros, principalmente, nas de multiplicação e divisão, quando se tenta validar o sinal do resultado dentro de um contexto compreensível para o aluno, relacionado com situações da vida cotidiana.

Nesse sentido, Schubring (2018, p. 10) afirma que

Os números inteiros apresentam um caso particularmente revelador para a importância de reflexões históricas e epistemológicas. De fato, a tendência dominante é negar toda a especialidade desse conceito, de apresentar estes números como objetos matemáticos bem evidentes, como mesmo já sendo identificáveis na natureza, no “mundo real”, ou como facilmente dedutíveis a partir de fatos empíricos – uma abordagem que parece funcionar bem quando se consideram as operações de adição e subtração, mas que fracassa quando se trata da multiplicação ou da divisão.

Em adição, D’Almore (2007) afirma, como exemplo, que o conhecimento dos números

naturais é indispensável para adquirir o conhecimento dos racionais, mas, ao mesmo tempo, é um obstáculo para essa aquisição. Ou seja, o obstáculo se esconde no interior de um saber que funciona, mas que também pode representar um obstáculo para aquisição do novo saber, a depender da forma que é utilizado.

A introdução do conceito de números inteiros para o aluno do 7º ano do Ensino Fundamental, que traz a ideia de um conjunto infinito e que introduz os números negativos aos naturais e suas respectivas operações, é um entrave no processo de ensino e aprendizagem. A título de exemplo, tomemos a seguinte operação:

$(-4) \times (-2) = +8$ . Por que o resultado é positivo? Qual a situação já vivida pelo estudante que pode explicar o resultado? Qual a representação possível?

No simples exemplo acima, percebemos o grau de dificuldade enfrentando pelo professor no ensino desse conceito, *a priori* simples, mas que agrega um grau alto de dificuldade de assimilação e retenção pelo aluno, em função dos obstáculos epistemológicos e didáticos presentes no conteúdo, muitas vezes nem reconhecidos pelo professor.

Nas escolas prevalece ainda o ensino de conteúdos matemáticos através da aula expositiva, método que recebe várias críticas, na medida em que põe o aluno numa posição de mero ouvinte, não reflexivo e o professor como detentor do conhecimento, não podendo ser questionado, corroborando com a criação de um obstáculo pela prática do professor.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para Matemática (5ª a 8ª série) expressam que faz-se necessário superar a mera memorização de regras e de algoritmos (divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima, inverte a segunda e multiplica) e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo (BRASIL, 1998, pág. 67).

Muitas vezes o professor prefere seguir um roteiro de aula mais simples – expondo o conteúdo, exemplos e resolução de exercícios, não deixando margens para questionamentos; decorando a resolução dos exercícios previamente, seguindo um roteiro de aula mecânico, desconsiderando o grau de dificuldade do assunto, ignorando os obstáculos.

Também acontece de o professor acreditar, de forma equivocada, que o método expositivo se alinha com o docente que tem domínio do conteúdo somente, e que essa competência é suficiente para que o processo de ensino e aprendizagem seja eficaz. Com isso, o planejamento da aula perde a importância, concorrendo para a escolha errada da estratégia de ensino potencialmente significativa para aula, o não uso de materiais didáticos, e o professor bom

é aquele que sabe o conteúdo de cabeça e somente faz o uso do giz e do quadro, concorrendo para a formação de um obstáculo didático, como veremos adiante.

A respeito do professor, Bachelard (1996) acautelou que no decurso de minha longa e variada carreira, nunca vi um educador mudar o método pedagógico. O educador não tem o senso do fracasso porque se acha um mestre”. Eu também confesso que também nunca vi.

No que se refere aos obstáculos que já acompanham o aluno, advindos de outros processos de ensino e de seu cotidiano, Bachelard (1996, p. 23), consubstancia que

Os professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto a ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já constituídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana.

A concepção de obstáculo epistemológico foi formulada pelo filósofo francês Gaston Bachelard, por volta de 1938, na obra *A Formação do Espírito Científico*, onde descreveu a noção de obstáculo epistemológico, que hoje é bastante mencionada em estudos de didática. Esse autor, com suas críticas ao realismo ingênuo, ao empirismo e ao racionalismo cartesiano, contribuiu de forma significativa no campo da história da ciência, e define o obstáculo epistemológico da seguinte forma

[...] é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1996, p.17).

De acordo com Bachelard (1996), na formação do espírito científico, o primeiro obstáculo é a experiência primeira, ou seja, existe um antagonismo entre o conhecimento empírico e o conhecimento científico. Portanto, um conhecimento empírico já enraizado pode se torna um obstáculo contra o progresso e obtenção de um conhecimento científico.

Nessa esteira, Bachelard diz que

Na formação do espírito científico, o primeiro obstáculo é a experiência primeira, a experiência colocada antes e acima da crítica – crítica esta que é, necessariamente, elemento integrante do espírito científico. Já que a crítica não pode intervir de modo explícito, a experiência primeira não constitui, de forma alguma, uma base segura

(Bachelard, 1996, p. 29).

Bachelard concebeu sua obra a fim de investigar o pensamento científico, tendo em vista refletir sobre a história da ciência. O autor não teve a intenção de aplicar sua teoria aos processos de aprendizagem de alunos, muito menos aplicar na Matemática (SCHUBRING, 2018). Contudo, suas pesquisas contribuíram consideravelmente para o campo da didática, na medida em que vários autores trouxeram seus conceitos para esta área, como podemos citar Guy Brousseau, que adotou a teoria bachelardiana em “Didática Matemática”.

A Didática da Matemática é assim definida, segundo Pais

A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica (PAIS, 2001, p. 7-8).

Em complementação D'amore (2007) define a didática da matemática como a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito (que pode ser qualquer organismo envolvido nessa atividade: pessoa, instituição, até mesmo um animal).

A proposta de Bachelard, acerca dos obstáculos epistemológicos, não se restringe apenas ao campo da filosofia, mas possui uma intenção pedagógica, considerando o contexto em que foram idealizados, fornecendo à didática o direito de se inspirar na fonte histórica e evolutiva das ciências.

Segundo Pais (2001), Bachelard observou que a evolução de um conhecimento pré-científico para um nível de reconhecimento científico passa, quase sempre, pela rejeição de conhecimentos anteriores e se defronta com um certo número de obstáculos.

Em que pese os obstáculos epistemológicos terem suas raízes históricas e culturais, ao mesmo tempo eles se relacionam com a dimensão social da aprendizagem, legitimando sua importância para didática, posto que os obstáculos são geradores de obstruções na aprendizagem, daí a importância de serem identificados pelo professor.

Já para Almouloud, os obstáculos epistemológicos são definidos como

Os obstáculos de origem epistemológica são inerentes ao saber e podem ser identificados

nas dificuldades que os matemáticos encontraram, na história, para a compreensão e utilização desses conceitos (ALMOULOU, 2007, p.139).

O obstáculo epistemológico se incrusta no conhecimento não questionando, na falta de variação das estratégias de ensino adotadas pelo professor, no uso só do giz e apagador, do desconhecimento de um maior grau de dificuldade no ensino de um conteúdo se comparado com outro. De acordo com Mesquita e Pena (2018), existem, considerando a epistemologia bachelardiana, vários tipos de obstáculos epistemológicos, como o verbal, o do conhecimento unitário e pragmático, o substancialista, o animista, dentre outros.

Trazendo para sala de aula, podemos dizer que este obstáculo epistemológico reflete na forma de um *obstáculo didático*, ou seja, em barreiras na ação de ensinar, de conduzir uma situação de maneira coerente que contribua para a aprendizagem (GOMES, 2002).

Diversos autores trouxeram a noção de obstáculo epistemológico para o campo da didática e para formação de professores, como Guy Brousseau. Este autor apresenta a perspectiva de *obstáculo didático* e argumenta que este se configuraria pela falta de domínio dos conceitos fundamentais de matemática pelo professor e, como consequência, causaria dificuldade de aprendizagem dos alunos (MESQUITA; PENA, 2018).

Brousseau aponta que obstáculos didáticos

[...] se manifestam através de erros que são reprodutíveis, persistentes. Estes erros estão ligados entre si por uma fonte comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente, se não correto, um conhecimento antigo e que obteve êxito em todo domínio de ação. Erros que não são facilmente explícitos e não podem desaparecer radicalmente, de uma forma instantânea. Persistem num momento, ressurgem em outros, manifestam-se muito tempo depois do sujeito ter rejeitado o modelo defeituoso de seu sistema cognitivo (BROUSSEAU, 1983, p. 372).

Identificar os obstáculos didáticos na atuação da prática docente conjugaria em mudar a forma de ensinar, adoção de novas estratégias, em fazer diferente, superando os obstáculos e contribuindo para um melhor aprendizado do aluno. Conforme Gomes e Pena (2018), a partir do conhecimento desses obstáculos poderemos discutir caminhos para dar subsídios para mudanças das práticas docentes relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem que se pautem em modelos didáticos mais atuais de ensino dessa ciência.

Nas palavras de Almouloud, o obstáculo didático é assim definido, literalmente

Os obstáculos de origem didáticas são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou de um projeto de sistema educativo e provocados por uma transposição didática, que o professor pode dificilmente renegociar no quadro restrito da classe. Eles nascem da escolha da estratégia de ensino que permitem a construção, no momento da aprendizagem, de conhecimentos cujos domínios de validade são questionável ou incompletos que, mais tarde, revelar-se-ão como obstáculo ao desenvolvimento da conceituação (ALMOULOUD, 2007, p. 139-140).

Pais (2001) corrobora pontuando que no plano pedagógico é mais pertinente a referência a obstáculos didáticos

Devido ao caráter específico do contexto histórico das ciências, em que surgiu a noção de obstáculo epistemológico, no plano pedagógico, é mais pertinente se referir à existência de obstáculos didáticos. Essa é uma posição que tem sido elaborada na Educação Matemática. (Pais, 2001, p. 37)

Os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar. No que diz respeito a esses obstáculos, faz-se um paralelismo possível entre o plano histórico do desenvolvimento das ciências e o plano cognitivo da aprendizagem escolar, mas que muitas vezes o obstáculo pode estar presente na dificuldade encontrada pelo professor em se orientar frente às diretrizes oficiais e na sua estratégia de ensino, como será discorrido no tópico a seguir (PAIS, 2001).

### 1.3.3. Documentos oficiais: contextualizar e/ou demonstrações que se apoiam em axiomas e postulados

O professor precisa compreender que o aluno já entra em sala de aula com conhecimentos empíricos enraizados, que podem contribuir para uma melhor aprendizagem, se bem relacionados com o novo conteúdo a ser ministrado; bem como pode representar um obstáculo para a retenção do novo conteúdo. Levando isso em consideração. Nessa esteira, Pais (2001) declara como aprendizagem ideal aquela em que

Os conhecimentos anteriores são adicionados uns aos outros e incorporados à nova situação. Assim, ocorre uma parte do processo cognitivo que consiste no conjunto de

procedimentos de raciocínio desenvolvidos pelo sujeito para coordenar as adaptações necessárias para que informações precedentes sejam incorporadas em uma situação de aprendizagem, sintetizando o novo conhecimento (PAIS, 2001, p. 45-46).

A contextualização do saber escolar é uma tendência presente nas escolas, mas que no caso das operações com números inteiros nem sempre é possível, o que se traduz num obstáculo didático e um grande desafio para os professores que lecionam no 7º ano, que muitas vezes recorrem apenas a regra de sinais para justificar os resultados.

Relacionar situações cotidianas para introduzir conteúdos matemáticos pode contribuir de forma significativa para compreensão dos conceitos ministrados, possibilitando ao aluno compreender melhor o mundo e a si próprio. Essa mesma tendência está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais para Matemática, na medida em que apontam no sentido de relacionar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos, com questões habituais, da vida real, inclusive figurando como princípio norteador, conforme trecho abaixo colacionado

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. [...] A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à atribuição e apreensão de significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe identificar suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas (BRASIL/MEC, 1998, p. 56/57).

Com efeito, a contextualização do saber escolar é uma tendência presente nas escolas, mas isso sempre é possível ou totalmente possível, a depender do conteúdo, se manifestando como um obstáculo didático à aprendizagem. É um grande desafio para o professor trabalhar com conteúdo que envolve uma maior aproximação da abstração do que da dimensão experimental, como podemos vislumbrar no ensino da multiplicação de números inteiros.

Por outro lado, a educação escolar não pode se resumir apenas na dimensão empírica, nem tampouco à ao isolamento da ciência pura, mas deve se situar entre o saber cotidiano e o saber científico. Para Pais (2001), o saber escolar não pode ser concebido apenas com uma simplificação do saber científico, validado apenas pelos paradigmas da área. O saber escolar está sob o controle de um conjunto de regras que condicionam as relações entre professor, aluno e saber.

Esse mesmo autor, ainda pontua que para o educador os fatos científicos não podem predominar no tratamento do objeto pedagógico e, quando isto acontece, a amplitude do fenômeno cognitivo é sensivelmente reduzida. Ou seja, a aprendizagem da matemática não se faz da forma sequencial como vista na redação científica da área (PAIS, 2001).

Uma forma de dar sentido ao plano existencial do aluno é através do compromisso com o contexto por ele vivenciado, fazendo com que aquilo que ele estuda tenha um significado autêntico e por isso deve estar próximo a sua realidade (Pais, 2001). De outro modo, mesmo contextualizando o conteúdo a situações próximas do aluno, isso não deve significar que a educação escolar deve se limitar ao saber cotidiano, mas caminhar no sentido dos conceitos previstos. Sobre a contextualização, Pais afirma que ela permite ao educador uma postura crítica, ao mesmo tempo que não pode reduzir o aspecto científico, e traz o seguinte exemplo

Um exemplo de contextualização do saber pode ser dado pelas atividades de ensino relativas ao tratamento de dados numéricos (porcentagem, gráficos, tabelas, razão, proporção...), por ocasião das eleições políticas, quando os alunos ficam envolvidos pelo clima dos debates eleitorais. Este contexto transcende o aspecto conceitual e oferece a oportunidade para o professor articular o conteúdo matemático com os temas transversais da ética e da cidadania (PAIS, 2001, p. 9).

Acerca do ensino das operações com números inteiros, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam numa direção de que o professor não pode se apoiar apenas em situações concretas. Vejamos

Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apoiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas. É preciso ir um pouco além e possibilitar, pela extensão dos conhecimentos já construídos para os naturais, compreender e justificar algumas das propriedades dos números inteiros. Por outro lado, ao desenvolver um tratamento exclusivamente formal no trabalho com os números inteiros, corre-se o risco de reduzir seu estudo a um formalismo vazio, que geralmente leva a equívocos e é facilmente esquecido. Assim, devem-se buscar situações que permitam aos alunos reconhecer alguns aspectos formais dos números inteiros a partir de experiências práticas e do conhecimento que possuem sobre os números naturais (BRASIL, 1998, p. 100).

Nesse norte, o professor nem deve se isolar ensinando a ciência pura e sem conexões com o mundo real, nem tampouco se balizar apenas em situações concretas, considerando que nem todo conteúdo é possível de ser compreendido somente numa tendência ou por outra, mas num balizamento entre situações vivenciadas pelo aluno e por propriedades e axiomas inerentes à

ciência pura.

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, dispõe que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental inserem-se em uma faixa etária que corresponde intensas mudanças decorrentes de transformações biológicas, psicológicas, sociais e emocionais e acrescenta que

As mudanças próprias dessa fase da vida implicam a compreensão do adolescente como sujeito em desenvolvimento, com singularidades e formações identitárias e culturais próprias, que demandam práticas escolares diferenciadas, capazes de contemplar suas necessidades e diferentes modos de inserção social (BRASIL, 2018, p. 60).

Segundo ainda a BNCC, para o desenvolvimento das habilidades para os anos finais do Ensino Fundamental devem ser consideradas

Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas (BRASIL, 2018, p. 299).

Adiciona ainda que a aprendizagem nessa etapa também está intrinsecamente relacionada à apreensão de significado dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos (BRASIL, 2018). A BNCC também traz da história da Matemática como um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática, talvez até numa intenção de expor as obstruções na evolução de determinado conceito, o que deve ser observado pelo professor até como forma de compreender o obstáculo epistemológico relacionado com o conteúdo.

A BNCC também indica que para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2018). Essa tendência se aproxima muito da Teoria da Aprendizagem Significativa concebida por David Ausubel, que foi um psicólogo da educação, cognitivista, nascido em Nova Iorque, aos 25 de outubro de 1918, que é resumida, segundo Moreira (2006, p. 13), pelo princípio

Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigüe isso e ensine-o de acordo.

Trata-se de uma teoria de aprendizagem construtivista que leva em consideração o conhecimento prévio do aluno, que figura como elemento principal do processo de ensino e aprendizagem, assim definida por Moreira (2006, p. 15)

O conceito central da teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa, um processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira, não literal e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Nesse processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de “conceito subsunçor”, existente na estrutura cognitiva de quem aprende.

A aprendizagem significativa envolve uma interação seletiva entre o novo material de aprendizagem e as ideias preexistentes na estrutura cognitiva do aluno, daí a importância de se considerar os conhecimentos prévios dos alunos. O autor emprega o termo ancoragem para sugerir a ligação com as ideias preexistentes ao longo do tempo. Assim, exige-se para uma aprendizagem significativa um mecanismo de aprendizagem significativa e a apresentação de material potencialmente significativo para o aprendiz (AUSUBEL, 2003).

O próprio conteúdo, como é o caso da multiplicação de números inteiros, por si só, já traz vários obstáculos epistemológicos na formação de seus conceitos, principalmente com relação ao sinal do resultado de algumas operações, o que dificulta o processo de ensino, o já indica o uso de um material significativo. Ocorre que muitas vezes nem o próprio professor consegue identificar a existência desse obstáculo didático ou ignora-o, fazendo o mais fácil: uso da “regrinha de sinais”, sem as devidas justificativas e validações.

Na aprendizagem significativa é dado muito valor a aprendizagem por recepção, não descartando a contribuição das demais, como a aprendizagem por descoberta e a baseada em resolução de problemas, o que é reforçado quando o autor expressa que a aquisição de conhecimentos de matérias em qualquer cultura é, essencialmente, uma manifestação de aprendizagem por recepção (AUSUBEL, 2003).

Contudo, Ausubel (2003, pág. 05) condiciona como quesito para essa aprendizagem significativa por recepção e ativa, a utilização de métodos de ensino adequados

Também contrariamente a convicções expressas em muitos âmbitos educacionais, a

aprendizagem recepção verbal não é necessariamente memorizada ou passiva, desde que se utilizem métodos de ensino expositivos baseados na natureza, condições e considerações de desenvolvimento que caracterizam a aprendizagem por recepção significativa.

E acrescenta ainda sobre a aprendizagem por percepção Ausubel (2003, p. 16)

A aprendizagem por recepção e a retenção significativas são importantes para a educação, pois são os mecanismos humanos *par excellence* para a aquisição e o armazenamento da vasta quantidade de ideias e informações representadas por qualquer área de conhecimentos.

No que concerne ao ensino de operações com números inteiros a aprendizagem por memorização é verificada mediante o uso da “regrinha dos sinais”, que se aplica somente às operações de multiplicação e divisão, e que, quando fixada, leva os alunos a uma confusão nas operações de adição e subtração, o que se conjuga em forma de obstáculo didático. O que se indaga é até que ponto o uso dessa técnica de aprendizagem mecânica pode ser válida para alguns conteúdos matemáticos. Vamos tentar desvendar essa indagação a partir dos pressupostos presentes na teoria da aprendizagem significativa. Ao diferenciar a aprendizagem significativa da mecânica, Ausubel (1978, p. 57) estabelece no excerto abaixo colacionado o seguinte

É importante reconhecer que a aprendizagem significativa (independente do tipo) não quer dizer que a nova informação forma, simplesmente, uma espécie de ligação com elementos preexistentes na estrutura cognitiva. Ao contrário, somente na aprendizagem mecânica é que uma simples ligação, arbitrária e não substantiva, ocorre com a estrutura cognitiva preexistente. Na aprendizagem significativa, o processo de aquisição de informações resulta em mudança, tanto da nova informação adquirida como no aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva ao qual essa se relaciona.

Os três tipos de aprendizagem significativa são: representacional, a de conceitos e a proposicional, sendo a primeira o tipo mais básico de aprendizagem significativa do qual as demais dependem. Para esse autor a diferença principal entre a aprendizagem por memorização e a significativa reside na relação com a estrutura cognitiva do aprendiz, vez que na memorização prevalece o aspecto arbitrário e literal, o que converge para o esquecimento do novo conteúdo, ante a ausência de novos significados (MOREIRA, 2006).

A aprendizagem por memorização e o esquecimento dependem da aquisição de uma forma associativa discreta e da diminuição desta através da exposição a interferências anteriores e/ou posteriores de elementos semelhantes (AUSUBEL, 2003). É o que ocorre com a tabela de

jogos de sinais (mais vezes mais é mais; menos vezes mais é menos, etc.), que por não ter muito significado para o aluno, leva-o ao esquecimento rápido e a confusão nas operações de adição e subtração de números inteiros, como, por exemplo, na seguinte operação:  $(-5) \times (+8) = -40$ .

Por outro lado, Ausubel também não descarta o uso da memorização como complemento de uma aprendizagem significativa, ao afirmar que

Apesar de existirem diferenças marcantes entre elas, a aprendizagem significativa e por memorização não são, como é óbvio, dicotômicas em muitas situações de aprendizagem prática e podem colocar-se facilmente numa contínua memorização-significativo. A aprendizagem representacional, por exemplo, está muito próxima da extremidade memorização do que as aprendizagens conceitual ou proposicional, visto que o processo engloba elementos significativos de relação arbitrária e literal para com o próprio referente na estrutura cognitiva (AUSUBEL, 2003, p. 5).

A aprendizagem por memorização ainda prevalece na prática em sala de aula para alguns conteúdos, é bem verdade, e não deixa de ter sua importância no processo de ensino e aprendizagem, segundo o excerto acima, apesar do material aprendido por memorização requerer muito esforço e não ter longevidade, do ponto de vista do esquecimento. Como já reportado acima, isso ocorre no ensino da operação de multiplicação com o uso da regra de sinais da forma que está disposta no livro didático, sem a devida contextualização (quando possível) ou por intermédio de recursos da Matemática (demonstrações, proposições, axiomas).

Importante realçar que os objetos matemáticos não têm existência real, não são acessíveis diretamente ou empiricamente, o que, por si só, já traz uma dificuldade no ensino de um conteúdo matemático, na perspectiva da didática difundida nos documentos oficiais. Ou seja, faz-se necessário que o professor tenha ciência que nem sempre é possível relacionar o mundo real com o conhecimento matemático, a depender do objeto em estudo. O professor precisa considerar a existência dos obstáculos epistemológicos e didáticos nos momentos dedicados aos planejamentos e nos processos de ensino, compreender que mesmo diante de uma tendência de contextualização, isso nem sempre é possível, devendo recorrer a artifícios da própria matemática associados a recursos didáticos, com o objetivo de superar os obstáculos didáticos, conforme será discorrido no próximo tópico.

#### 1.3.4. A operação de multiplicação de números inteiros à luz do livro base escolar

Nesse tópic, iremos expor, de forma geral, como a operação de multiplicação com números inteiros é apresentada aos alunos do 7º ano, a partir de um dos livros base utilizados em uma das escolas pesquisadas. Dentre os livros disponíveis, a opção foi pela obra projeto Teláris (2015), do ano 7º ano, do autor Luiz Roberto Dante.

No ensino de Matemática, muitas vezes o professor impõe o conteúdo ao aluno de forma arbitrária, a partir de uma aula elaborada com base apenas no livro didático disponível na escola, sem levar em consideração os conhecimentos de vida trazidos pelo estudante, muito menos a existência dos obstáculos epistemológicos, estes inerentes ao conceito a ser ensinado, que no contexto da sala de aula, se mostram como obstáculos didáticos, atuando na obstrução do ensino.

Inicialmente, o livro didático introduz uma exploração dos números inteiros, mediante a proposta de uma atividade relacionada com a noção de temperaturas negativas e positivas. E acrescenta por meio de um quadro ilustrativo

Você sabia?

- Os números inteiros negativos aparecem sempre com o sinal de -.
- Os números inteiros negativos aparecem com sinal de + ou sem sinal.
- O zero não é número positivo ou negativo.

E Dante (2015, p. 13), define o conjunto dos números inteiros, da seguinte forma, abaixo literalmente replicada.

### **O conjunto dos números inteiros**

No conjunto dos números naturais temos:  $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ . Como as representações 2 e +2 têm o mesmo significado, o conjunto dos números naturais também pode ser escrito desta forma:  $N = \{0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, \dots\}$ . Dizemos que os números naturais correspondem aos inteiros positivos, com o zero. Observe agora o conjunto dos números inteiros negativos:  $\{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$ . Reunindo os números naturais com os inteiros negativos, obtemos o conjunto dos números inteiros, que é assim representado assim:  $Z = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ , ou assim:  $Z = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5,$

+6, ...}

O autor prossegue afirmando que

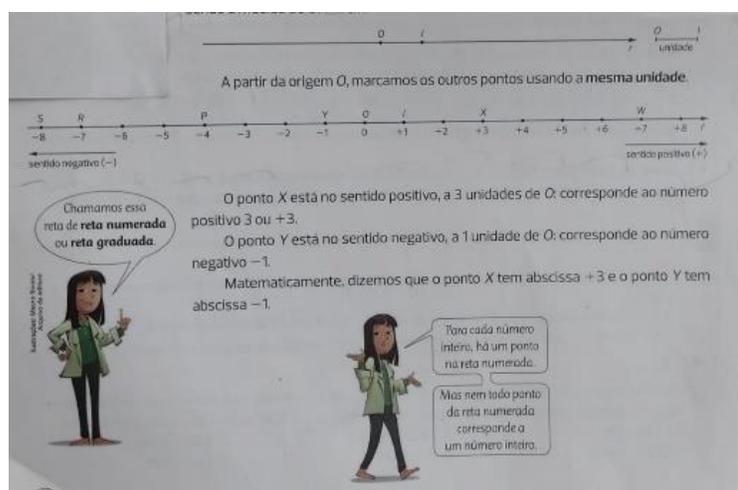
Observe que  $-4$  é um elemento de  $Z$ , mas não é um elemento de  $N$ . Dizemos que:

\*  $-4$  pertence ao conjunto  $Z$  e representamos:  $-4 \in Z$ .

\*  $-4$  não pertence ao conjunto  $N$  e representamos:  $-4 \notin N$ .

Considere a reta  $r$  abaixo. Para representar os números negativos e os números positivos sobre ela, começaremos com a escolha de um ponto que será a origem. Vamos escolher o ponto  $O$ . Agora precisamos escolher uma unidade, por exemplo,  $OI$ , sendo a medida de  $OI = 1\text{cm}$ .

**Figura 1: Reta numérica**



Fonte: DANTE, 2015, p. 18.

Continuando a sequência do livro e antes de tratar a questão das operações com números inteiros, em especial, a multiplicação, parte que nos interessa na presente pesquisa, o autor faz referência a módulo de um número inteiro e traz a ideia de números opostos ou simétricos. Vejamos:

### **Módulo ou valor absoluto de um número inteiro**

Chamamos de módulo ou valor absoluto de um número inteiro a distância do ponto que representa esse número até a origem. [...]

### Números opostos ou simétricos

Vamos considerar em uma reta numerada o ponto O, correspondente ao número zero, como origem. Temos, nesse caso, um exemplo de **simetria central**, ou seja, uma **simetria em relação a um ponto (O)**. [...] Devido a essa simetria em **relação ao zero**, os números inteiros também são chamados de **inteiros relativos**. (DANTE, 2015, p. 20/21).

A multiplicação de números inteiros é introduzida por meio de uma atividade de exploração e descoberta, intitulada “regularidade e multiplicação com números inteiros”. Na atividade o autor sugere a reprodução do quadro abaixo em um papel quadriculado.

**Figura 2:** Atividade “Regularidade e multiplicação com números inteiros”

×	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3
+3	+9	+6	+3	0	-3	-6	-9
+2	+6	+4	+2	0	-2	-4	-6
+1	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3
0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
-2	-6	-4	-2	0	+2	+4	+6
-3	-9	-6	-3	0	+3	+6	+9

Fonte: Dante, 2015, p. 18.

O preenchimento do quadro deve seguir uma regra de correspondência entre os números inteiros positivos mais o zero e os números naturais. O sinal do resultado depende da cor da região das correspondências dos dois números. Caindo na parte amarela ou verde, o sinal será positivo. Se na lilás, o resultado será negativo.

E, para resumir, ao final de uma proposta de exercícios, o autor acrescenta

Resumindo: na multiplicação, se um fato é zero, o resultado é zero. O produto de dois números inteiros com sinais iguais tem sempre o sinal positivo. O produto de dois números com sinais diferentes tem sempre o sinal negativo (DANTE, 2015, p. 35).

Não obstante o livro associar o conceito a situações do cotidiano, como escala de temperaturas, representações de prédios, profundidades, o tratamento dado é muito superficial, do ponto de vista conceitual do objeto matemático, e ao final, como anteriormente evidenciado o tema é resumido pela velha regra de sinais. Em que pese se tratar de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, inexistiu qualquer tratamento histórico acerca do tema, o que revelaria ao professor a existência do obstáculo epistemológico, numa perspectiva de reconhecer e superar o obstáculo didático em sala de aula. Também não existe um aprofundamento mínimo do ponto de vista algébrico, indicando a justificativa dos sinais do resultado por meio do uso de recursos matemáticos.

Nesse aspecto, Pais (2001) afirma que os primeiros obstáculos estão associados à forma simplificada com que os conteúdos são apresentados nos livros didáticos, nos quais o formalismo não corresponde aos desafios do fenômeno cognitivo. A generalidade pode vir a ser um obstáculo didático, posto que explicar o sinal do resultado da operação de multiplicação de dois inteiros com fundo apenas na “regrinha de sinais” pode causar confusão nos alunos.

#### 1.4. Questão da pesquisa

A ideia para a realização desse trabalho surgiu na minha atuação em sala de aula, posto que sempre encontrei dificuldade em justificar para os alunos o sinal do resultado das operações de multiplicação e divisão com números inteiros. Muitas indagações ficavam sem respostas, talvez pela falta de noção do ponto de vista teórico do que seria o obstáculo epistemológico e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem, na forma de obstáculo didático. Nesse sentido, formulei a seguinte questão de pesquisa:

-Quais e como são enfrentados os obstáculos didáticos e os epistemológicos encontrados pelo professor de matemática no ensino da multiplicação de números inteiros no 7º ano?

#### 1.5. Objetivo geral

Com os primeiros passos na elaboração do presente trabalho e depois de algumas leituras e pesquisas bibliográficas sobre o tema, ficou claro que na minha prática pedagógica, assim como na atuação de muitos professores de Matemática, não existe a percepção sobre a existência dos

obstáculos epistemológicos, que no contexto da sala de aula se revelam como obstáculos didáticos, estes atuando como obstrutores no ensino e aprendizagem da multiplicação e divisão com números inteiros. A superação de tais obstáculos requer conhecimento conceitual pelo professor sobre o tema, para que assim possa reconhecê-los na sua prática com relação a determinados conteúdos. O reconhecimento é quesito para superação dos obstáculos, que implica em libertar os alunos dos conceitos falsos e da não reprodução, no âmbito escolar, das condições históricas em que os conceitos foram formados. Essa compreensão me levou a formular, como objetivo geral:

-Reconhecer e compreender os obstáculos didáticos e os epistemológicos no ensino da multiplicação de números inteiros no 7º ano, e como estes obstáculos são enfrentados e superados pelo professor.

#### 1.6. Objetivos específicos

Em consequência, levando em conta o reconhecimento como quesito para superação dos obstáculos epistemológicos e didáticos, que emperram o processo de ensino e aprendizagem, os objetivos específicos assim foram definidos:

- Reconhecer os obstáculos didáticos e epistemológicos no ensino da operação de multiplicação com números inteiros.

- Descrever que métodos e instrumentos didáticos que são utilizados pelos professores de matemática para enfrentar e superar tais obstáculos no ensino da multiplicação com números inteiros.

## **2. METODOLOGIA**

### 2.1. Tipo de pesquisa

A pesquisa é de cunho descritivo, com uma abordagem observacional, colaborativa, levando em consideração o objeto de estudo (ensino), portanto, de natureza qualitativa, na medida em que prevê a coleta de dados a partir das interações entre pesquisador com o fenômeno estudado. Esse tipo de pesquisa não possui condições de generalização, ou seja, dela não se

podem extrair previsões nem leis que podem ser extrapoladas para outros fenômenos diferentes daquele que está sendo pesquisado (APPOLINÁRIO, 2012).

O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa prioriza procedimentos descritivos, na medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente (BORBA, 2004). Ou seja, dentro dessa concepção tudo é dinâmico e passível de ser alterado.

A pesquisa teve como aporte fontes de documentação indireta, a partir de nascentes secundárias, do ponto de vista da fundamentação teórica. Nessa direção, o trabalho utilizou como sustentáculos: teses, dissertações, livros, artigos, planos, projetos e relatórios relacionados com o tema da pesquisa.

A análise dos dados foi qualitativa, que, segundo Gil (2002), é caracterizada como menos formal do que a análise quantitativa, dependendo de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Nessa direção, envolve a redução de dados, categorização, interpretação e redação de relatório.

## 2.2. Participantes da pesquisa

Participaram como sujeitos da pesquisa um grupo de professores de matemática, num total de 05 (cinco), incluindo-se o pesquisador, que lecionam ou lecionaram nos sétimos anos ofertados nas duas escolas públicas estaduais, numa perspectiva colaborativa e reflexiva, tendo o estudo de aula como forma de produção de informações e dados possíveis de serem investigados, refletidos e analisados. Na escolha dos sujeitos, um dos critérios utilizados foi trabalhar com todos os professores que lecionam no 7º ano do Ensino Fundamental, nas escolas campo de pesquisa, que ensinam operações com números inteiros, e também pelo interesse em participar do trabalho, numa direção de conhecer as origens das dificuldades no processo de ensino da operação de multiplicação com números inteiros, se comparada a outros conteúdos, com o intuito de buscar soluções para as obstruções à aprendizagem.

Na parte de análise e reflexões, bem como em todo o restante do texto, os sujeitos serão identificados por Professor A, Professor B, Professor C e Professor D, como forma de evitar qualquer tipo de exposição ou possível constrangimento.

### 2.3. Campo da pesquisa

O trabalho teve como campo de investigação duas escolas que ofertam o Ensino Fundamental, ambas da Rede Estadual de Ensino, situadas no Município de Rio Branco, Estado do Acre, em bairros adjacentes, quais sejam: Escola de Ensino Alcimar Nunes Leitão e a Escola Senador Adalberto Sena. A escolha da primeira se justifica por ser a unidade onde o pesquisador atua desde o ano de 2008, com o Ensino Fundamental e Médio, de onde surgiram os questionamentos e inquietações que ensejaram a pesquisa. A segunda escola possui clientela semelhante do ponto de vista socioeconômico, instalações didáticas, estrutura física, número de alunos e professores, o que possibilitou trabalhar com os professores que atuam na série escolhida.

### 2.4. Estudos de aula

A metodologia utilizada para o levantamento de dados no campo da pesquisa foi o estudo de aula. A “Lesson Study” é nome de uma metodologia japonesa de desenvolvimento profissional de professores. Nessa perspectiva, um grupo de professores avaliam seus métodos de ensino e planejam conjuntamente uma aula, na busca pela melhora no processo de aprendizagem dos alunos. A metodologia se funda em dois pilares: a colaboração entre os professores e a reflexão acerca de suas práticas.

É esse sentido colaborativo e reflexivo, que Curi e Merichelli (2016 apud Nunes e outros, 2012), realçam: “Esses autores apresentam “estudos de aula” como uma forma de trabalho colaborativo, destacando que ele possui potencialidades e um ciclo que conjuga reflexões pessoais com experiências vividas em sala de aula”.

Ponte e outros (2016) corroboram que

Num estudo de aula, os professores trabalham em conjunto, procurando identificar dificuldades dos alunos, e preparam em detalhe uma aula que depois observam e analisam em profundidade. No fundo, realizam uma pequena investigação sobre a sua própria prática profissional, em contexto colaborativo, informada pelas orientações curriculares e pelos resultados da investigação relevante (PONTE *et al*, 2016, p. 869).

Na concepção de Curi e Merichelli (2016, p. 16), a metodologia Estudo de Aula envolve

A identificação de uma área do ensino problemática por um grupo de professores. O grupo então planeja em conjunto uma aula que poderia facilitar o processo de ensino-aprendizagem (com especial destaque para situações que permitam monitorar o progresso dos alunos). Em seguida um professor do grupo executa a aula planejada, enquanto os outros membros do grupo a observam. [...] Após esse momento, o grupo se reúne novamente e a aula é então analisada, destacando os pontos fortes e as partes que precisam ser melhor desenvolvidas.

Portanto, a execução da metodologia é condensada em três etapas: i) planejamento coletivo de uma aula; ii) execução da aula planejada por um professor sendo observada pelos demais; e iii) reflexão dos pontos fortes e sobre a melhora da aula a ser executada. A área problemática a ser analisada foi a operação de multiplicação com números inteiros e o sinal do resultado das operações.

Durante as reuniões, observações e discussões em grupo, mediante a execução das fases da metodologia, foram registradas as percepções dos professores acerca da existência de obstruções no ensino da operação de multiplicação com números inteiros, bem como as estratégias e sugestões adotadas para superar os obstáculos didáticos no ensino da multiplicação com números inteiros, considerando as especificidades desse conteúdo, seus obstáculos didáticos e epistemológicos, num cenário de busca pela melhoria do processo de ensino desse objeto matemático.

As aulas foram substituídas por videoaulas considerando o contexto em que a pesquisa foi realizada, na medida em que as atividades de ensino presenciais nas escolas estão ainda suspensas, e as atividades estavam sendo desenvolvidas, principalmente, com o uso de aplicativos de mensagens, onde eram disponibilizados vídeos institucionais elaborados pela Secretária de Estado de Educação, textos, exercícios, áudios e as videoaulas elaboradas pelos professores, estas sem caráter obrigatório.

## 2.5. Etapas da pesquisa

**Quadro 2:** Etapas da Pesquisa

Etapa	Data	Ação
-------	------	------

Etapa I	08 de outubro de 2020	Ocorreu o deslocamento até a Escola Alcimar Nunes Leitão, reunião com o Gestor Escolar, com vistas à apresentação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da proposta de trabalho e para assinatura da documentação atinente ao Programa e autorizações pertinentes.
Etapa II	09 de outubro de 2020	Ocorreu o deslocamento até a Escola Adalberto Sena, reunião com o Gestor Escolar, com vistas à apresentação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da proposta de trabalho e para assinatura da documentação atinente ao Programa e autorizações pertinentes.
Etapa III	13, 14, 15 e 16 de outubro de 2020	Apresentação da proposta aos professores, assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido, conforme padrão utilizado no programa, e aplicação de questionário (anexo).
Etapa IV	19 e 20 de outubro de 2020	Deslocamento até às escolas para estudo do livro didático utilizado no 7º ano do Ensino Fundamental e da Sequência Didática utilizada pelos professores. O fornecimento do material para consulta foi realizado mediante o uso de tecnologias digitais de informação e comunicação, a considerar a situação de isolamento e distanciamento social em decorrência do novo coronavírus.
Etapa V	27 de outubro de 2020 até 04 de novembro de 2020	Criação de um Grupo num aplicativo de mensagem para realização das discussões, colaborações, sugestões e registros, acerca do tema da pesquisa, a considerar a situação de isolamento e distanciamento social em decorrência do novo coronavírus.
Etapa VI	20 de novembro de 2020	Execução e disponibilização da primeira videoaula numa turma do 7º ano de uma das escolas campo. A videoaula foi elaborada por um professor do grupo de pesquisa, considerando o que foi debatido no grupo, tudo por meio remoto, a considerar a situação de isolamento e distanciamento social em decorrência do novo coronavírus.
Etapa VII	12 de dezembro de 2020	Execução e disponibilização da segunda videoaula numa turma do 7º ano de uma das escolas campo. A videoaula foi elaborada por um professor do grupo de pesquisa, considerando o que foi debatido no grupo, tudo por meio remoto, a considerar a situação de isolamento e distanciamento social em decorrência do novo coronavírus.
Etapa VIII	15 de dezembro de 2020 até 06 de janeiro de 2021.	Reflexões, discussões e sugestões sobre o que pode ser melhorado nas videoaulas, como métodos e recursos, o que foi desenvolvido por meio de um grupo de aplicativo de mensagem, a considerar a situação de isolamento e distanciamento social em decorrência do novo coronavírus.
Etapa IX	10 Janeiro de 2021	Regravação das videoaulas sobre multiplicação de números inteiros como produto final, fruto das reflexões dos professores e do refinamento do que foi produzido, como última etapa da pesquisa, constituindo o Produto Educacional, conforme ao final descrito.

## 2.6. Instrumentos de pesquisa

Foi utilizada a técnica da observação direta para fins de coleta dados. Essa técnica é uma das mais utilizadas nas áreas de antropologia, psicologia, etologia, marketing, entre outras; direta

porquanto a observação será realizada diretamente enquanto o fenômeno ocorre. As observações se desenvolveram através de uma observação participante, uma vez que o pesquisador, enquanto observa e registra, interage com os sujeitos observados (APPOLINÁRIO, 2012).

As reuniões com os diretores e equipe das escolas ocorreram de forma presencial, mas as discussões entre os sujeitos da pesquisa foram realizadas por meio remoto (grupo de aplicativo de mensagem), em razão da situação de pandemia atualmente vivida. Todo o processo de execução da pesquisa ficou registrado em vídeos, áudios, textos, comentários, no próprio aplicativo de mensagem.

Também foi aplicado um questionário aos professores envolvidos na pesquisa, numa direção de caracterizar o perfil do grupo, assim como fazer uma leitura inicial acerca da percepção sobre a existência dos obstáculos epistemológicos e didáticos, e ainda conhecer as estratégias de ensino utilizadas pelos professores para superá-los. O questionário é um documento contendo uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas pelos sujeitos por escrito, geralmente sem a presença do pesquisador. Podendo ser entregues pessoalmente ou por meio eletrônico. O questionário foi composto por perguntas abertas e fechadas. As perguntas abertas são aquelas nas quais o correspondente pode escrever livremente, enquanto as perguntas fechadas oferecem algumas opções restritas de respostas possíveis (APPOLINÁRIO, 2012).

### **3. RESULTADOS E DISCUSSÃO**

#### **3.1. Contexto da realização da pesquisa: efeitos da pandemia nas atividades de ensino**

Preliminarmente, traçarei um panorama do contexto em que a pesquisa foi realizada, o que trouxe algumas dificuldades na sua execução, sobretudo, na produção dos dados. A pesquisa teve início no mês de outubro de 2020, em meio a um estado de calamidade pública, instituído pelo Decreto Legislativo nº 6, de 20 de março de 2020, em decorrência do novo coronavírus COVID-19. Em razão disso, as escolas estaduais ainda se encontravam com suas atividades presenciais de ensino suspensas, em respeito às determinações impostas pelos órgãos de controle e acompanhamento da doença, que estabeleceram regras de distanciamento e isolamento social.

As aulas estavam sendo realizadas por meio remoto, com a utilização de videoaulas institucionais, textos, áudios, dentre outros meios em formato digital, disponibilizados para os

alunos, principalmente, por meio de aplicativo de mensagens *WhatsApp*<sup>3</sup>. Nas escolas campo da pesquisa, as equipes pedagógicas e professores criaram grupos nesse aplicativo, onde eram executadas as aulas, sempre de forma assíncrona<sup>4</sup>. Os grupos foram criados por turma/série para todas as disciplinas. Nesse sentido, é importante ressaltar que a única forma do professor participar ativamente das aulas nesse contexto seria por meio da elaboração de videoaulas de curta duração e áudios, como complementação ao material institucional cedido pela Secretaria de Estado de Educação. A escolha pela utilização do aplicativo ocorreu em razão de que muitos alunos possuem *smartphones* e o aplicativo é o mais difundido e utilizado atualmente, figurando com a solução imediata mais viável para garantir a retomada das atividades de ensino e aprendizagem. Nesse cenário, as atividades de ensino e aprendizagem não ocorriam de forma simultânea. Assim, durante a realização da pesquisa, as atividades foram desenvolvidas por meio de material previamente gravado, sem o desenvolvimento de atividades síncronas, uma vez que as escolas, alunos e professores, não dispunham de estrutura necessária para realização de atividade simultânea.

### 3.2. Caracterização do grupo de professores: perfil de formação e aspectos preliminares relacionados às atividades de ensino

A caracterização do grupo envolvido na pesquisa com enfoque na formação e aspectos pedagógicos de atuação em sala de aula, teve como parâmetro um questionário aplicado, conforme cronograma anteriormente expresso. Da análise das respostas, evidenciou-se que todos os professores envolvidos, inclusive o autor do trabalho, atuam na Rede Pública Estadual de Ensino e nas duas escolas campo, nos sétimos anos, com exceção do Professor C, que atua na Rede Pública Federal. Todos os professores envolvidos na pesquisa são egressos de escolas públicas e são licenciados em Matemática. Todos os integrantes têm especialização na área de ensino/educação, mas nenhum possui pós-graduação *stricto sensu* na área de ensino de matemática. Os participantes, de forma geral, segundo colhido do questionário aplicado, fizeram

---

<sup>3</sup> Whatsapp é um software para smartphones utilizado para troca de mensagens de texto instantaneamente, além de vídeos, fotos e áudios através de uma conexão à internet. Fonte: <https://www.significados.com.br/whatsapp>.

<sup>4</sup> Adjetivo. Que não ocorre nem se efetiva ao mesmo tempo; Que não ocorre em conjunto com outra coisa; Que conserva uma sincronia, com intervalos regulares por não possuir temporizador. Fonte: Dicionário on line de Português, disponível em: <https://www.dicio.com.br/assincrona>.

a escolha pelo curso pela afinidade com a disciplina e possuem, em sua maioria, mais de 04 (quatro) anos de atuação, dos quais 03 (três) atuam/atuaram há mais de 20 (vinte) anos como professor na Rede Estadual de Ensino. A carga horária, mínima, em sala de aula, de todos os professores é superior a 20 (vinte) horas semanais, e no caso do professor A, por possuir dois contratos, chega a 36 (trinta e seis) horas por semana, fora o tempo dedicado aos planejamentos, formações, correções de provas e trabalhos; realidade que é bem comum entre professores que atuam na Rede Pública Estadual, como forma de complementar o salário. Todos os pesquisados responderam que participam de programas de formação continuada ofertados pelos órgãos empregadores, mas, em sua maioria, atribuíram pouca relevância a essas atividades, sem justificar.

Com relação aos aspectos relacionados às atividades de ensino, conforme questões apresentadas no questionário, os professores assinalaram que a formação pedagógica tem relevância para o desenvolvimento de suas atividades de ensino na educação básica, mesma relevância atribuída a formação específica, com exceção de um professor que indicou essa formação como muito relevante.

Ainda com relação às atividades de ensino, dentre os métodos adotados pelos professores, ganhou destaque a aula expositiva, a resolução de listas de exercícios e atividades em grupo e acerca das dificuldades encontradas em sala de aula para o desenvolvimento de suas atividades os professores convergiram para o excesso de alunos por turma, defasagem de aprendizagem e falta de acompanhamento de pais e/ou responsáveis. Foi dada grande relevância à sequência didática para o trabalho em sala de aula, e um dos respondentes indicou como muito relevante.

A respeito dos obstáculos didáticos no ensino das operações com números inteiros, notadamente sobre o questionamento, por parte dos alunos, acerca do sinal do resultado, o Professor A respondeu que já foi questionado e não soube explicar. O Professor B disse que, quando indagado, explicou por meio de exemplos relacionados com conceitos do dia a dia do aluno. Ainda sobre o questionamento da operação de multiplicação com números inteiros, todos os pesquisados responderam que encontram dificuldades em associar a operação com situações concretas, fazer relações com o cotidiano do aluno. Como forma de superar tais obstáculos os professores responderam, numa questão aberta, que fazem o uso de jogos, exemplos de movimentação financeira, situações de ganhos e perdas, dentre outros, e dois pesquisados apontaram o livro didático como meio de superar os obstáculos didáticos.

Sobre a importância dos recursos tecnológicos durante as aulas que envolvam operações com números inteiros, os professores responderam que se bem utilizados podem contribuir com as atividades de ensino.

Do ponto de vista da estratégia bem-sucedida, os professores apontaram o uso da regra de sinais, bem como a resolução de listas de exercícios e a associação com situações do cotidiano do aluno. Como estratégia fracassada em relação a aprendizagem dos alunos, um dos professores respondeu que o uso da regra dos sinais se mal compreendida é um fracasso; outro colega respondeu que uma estratégia malsucedida é a associação de uma situação do livro didático que não guarda relação com a vivência do aluno, como, por exemplo, associar o nível do mar. Outro pontuou que a resolução de poucos exemplos relacionados com o conteúdo seria exemplo de uma má estratégia.

### 3.3. Planejamento, execução das videoaulas e reflexões

#### 3.3.1. Identificação do problema de aprendizagem e planejamento das videoaulas

Considerando a situação de isolamento social ocasionado pela pandemia da COVID-19, os encontros presenciais do grupo de professores foram substituídos por encontros remotos, com a criação de um grupo no aplicativo de mensagem *WhatsApp*, no dia 27/10/2020, onde ocorreram as discussões e registros. As intervenções ocorreram também por meio de chamadas, nas datas estabelecidas conforme cronograma anteriormente apresentado, assim como em outros momentos, a depender da disponibilidade dos professores.

O grupo recebeu o nome Grupo de Pesquisa ANL/SAS – Escolas estaduais Alcimar Nunes Leitão e Senador Adalberto Sena, em alusão as duas escolhas de campo, com foto de perfil fazendo referência a uma frase de Gaston Bachelard, conforme imagem a seguir.

**Figura 3:** Grupo de Pesquisa ANL/SAS



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

**Figura 4:** Integrantes do Pesquisa ANL/SAS



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Inicialmente, no grupo os professores juntaram as sequências didáticas utilizadas nas escolas (anexadas) sobre as operações com números inteiros, para fins de leitura, críticas e sugestões. Como início, o Professor D fez a seguinte indagação: *“Em relação à explicação de uma aula em sala por que muitos professores não sabem responder às perguntas do sinal negativo de forma clara?”* (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

Já como ponto de partida, o professor D traz um dado bem relevante, compartilhando por muitos colegas, que muitos professores não sabem responder e/ou significar o sinal do resultado, o que se revela como um obstáculo didático.

Uma das explicações, como vimos no tópico que tratou da história de aceitação e evolução dos números inteiros, está na presença do obstáculo epistemológico que se reflete, no contexto da sala de aula, na forma de um osbstáculo didático, ou seja, em barreiras na ação de ensinar, de conduzir uma situação de forma coerente contribuindo para a aprendizagem (GOMES, 2002).

Continuando a discussão foi lançado no grupo o seguinte desafio pelo pesquisador: *“É possível preparar videoaula sem o uso da regra de sinais?”* (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

Como resposta ao desafio, o Professor B respondeu

Bom dia a todos. Com relação a esse questionamento, eu acho que seja possível, elaboração de vídeo sem o "uso explícito da regra de sinais" embora necessitemos de uma dose de criatividade maior que a utilizada por nós cotidianamente (por vários

motivos estruturais que não vêm ao caso), para isso no meu parco nível de conhecimento creio que seja necessário exatamente lançarmos mãos de atividades lúdicas, especialmente jogos e situações vivenciadas por nossos alunos tais como, a realização de compras e o acesso, análise de extratos bancários, fusos horários, temperaturas e outros (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

O mesmo professor acrescentou que, particularmente, tem dificuldade em fazer-se compreender com relação ao fato de dois sinais negativos terem como resultado um positivo, como é o caso do resultado da multiplicação de dois números negativos, mais uma vez se confirmando a existência do obstáculo didático, o que guardou relação com o afirmado pelo Professor D.

Na fala dos dois professores percebemos a existência de obstáculos de ordem epistemológica refletidos na forma de obstáculos didáticos, na medida em que trazem barreiras na ação de ensinar (GOMES, 2002).

Para Almouloud (2007), a justificação do sinal do resultado foi um entrave do ponto de vista da evolução do próprio conceito, ou seja, identificados nas dificuldades que os matemáticos encontraram, na história, para a compreensão e utilização. Importante ressaltar ainda que durante muito tempo o conceito de número permaneceu associado ao modelo geométrico euclidiano e associado a grandezas. Se foi uma barreira para os matemáticos, superada somente em meados do século XIX, será para o professor como obstáculo didático.

Com relação especificamente a justificação do sinal do resultado na operação de multiplicação, sem o uso da regra de sinais, o Professor A expressou que para alguns casos, sim. Já o Professor D respondeu o seguinte: *Acho que não, ou teria?*

O Professor D reconhece o obstáculo didático, mas percebe-se em sua prática uma tendência de não buscar superar a barreira imposta à aprendizagem, refletindo numa falta de compreensão do conteúdo a ser ensinado, ocasionando a formação de outro obstáculo didático. A respeito dessa forma de manifestação do obstáculo didático na ação do professor, Brousseau assim o significou que

[...] se manifestam através de erros que são reprodutíveis, persistentes. Estes erros estão ligados entre si por uma fonte comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente, se não correto, um conhecimento antigo e que obteve êxito em todo domínio de ação (BROUSSEAU, 1983, p. 372).

A atuação sem questionamento, da forma rotineira de fazer sua prática, cria o obstáculo

didático, posto que o professor transmite os conhecimentos como sendo dogmáticos, impossibilitando o questionamento, a discussão de ideias, a elaboração de hipóteses, uma vez que, sendo dogmático, passa a ser encarado como verdade única e absoluta (GOMES, 2002).

Dando seguimento às discussões o Professor B acrescentou

Bom dia. Quanto a sua indagação eu imagino que a dificuldade da resposta está no sentido de que é uma resposta que demanda elementos de abstração que por vezes nem nós mesmos (professores) assimilamos completamente e os alunos do 7º ano necessitam em razão da faixa etária de concretude mais que abstração, para entendimento dos conceitos. É minha opinião (não quero aqui jamais ser o dono da verdade)(GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

Como forma de auxiliar no entendimento dos obstáculos epistemológicos e didáticos atinentes ao ensino das operações com números inteiros, notadamente, a operação de multiplicação, o professor Éder disponibilizou para leitura o artigo: “Menos vezes menos dá mais: observações históricas sobre o conceito de número negativo”, de Frank Raul Neto (2011), o que foi lido pelos colegas do grupo. O Professor assim justificou a importância da leitura

Ele é bem interessante, fica aqui minha sugestão de leitura para os amantes da matemática e para a gente perceber o quão difícil é o entendimento pleno desse conteúdo, ainda mais para crianças e adolescentes na faixa etária que trabalhamos (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

O artigo faz referência, fazendo o uso da história da matemática, aos problemas que os matemáticos tiveram com a regra dos sinais e sua aceitação, mesmos problemas que estão presentes na didática da matemática no ensino desse conteúdo, em forma de obstáculos didáticos. No texto, o autor corrobora

A história do desenvolvimento do conceito de número negativo passa pelas críticas relativas ao seu legítimo estatuto na matemática, pelas descrições das razões de sua não aceitabilidade pelos matemáticos e pelas tentativas de deduzir as regras dos sinais. As dificuldades, ao cabo e ao final, são a confusão entre sinal de operação e sinal de número [...] (NETO, 2011, p. 09).

O excerto presente no texto trazido pelo professor reflete o obstáculo epistemológico, e que não pode ser justificado por meio tão somente da regra de sinais, porquanto pode ter como consequência um cenário de horror para o aluno, que Schubring citando Hoffmann, assim anotou

Em um número de revista, de 1894, Hoffmann fez uma advertência, pintando um cenário de horror das consequências nefastas para o ensino da matemática se os professores fossem obrigados a dizer aos alunos que a regra de sinais é mera convenção: “Eu temeria ver os olhos de surpresa e de espanto dos alunos” (SCHUBRING, 2018, p. 101).

Ainda discorrendo sobre o uso da regrinha dos sinais pelo professor, percebe-se que o livro didático utilizado na escola também condiciona o professor ao seu uso, como se verifica no resumo: “[...]na multiplicação, se um fato é zero, o resultado é zero. O produto de dois números inteiros com sinais iguais tem sempre o sinal positivo. O produto de dois números com sinais diferentes tem sempre o sinal negativo” (DANTE, 2015, p. 35). Em adição, o livro didático não levanta nenhuma questão do ponto de vista da formação do conceito, como forma de revelar para o professor o obstáculo epistemológico, que surgirá como obstáculo didático obstruindo a ação de ensinar.

Dando sequência no grupo, como professor/pesquisador, pontuei

Tento sempre fazer uma autocrítica, reavaliar minha prática em sala de aula, tentar melhorar. Percebi também nesse tempo como professor que alguns conteúdos são mais complicados de ensinar. Atuando nos últimos anos com segundos e terceiros anos do Ensino Médio essa dificuldade dos alunos fica sempre evidente. Fazem confusão com a regra dos sinais, não sabem em qual operação utilizar (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

O Professor C, único dos componentes do Grupo que não atua nas duas escolas campo, mas atua na Rede Pública Federal, fez as seguintes considerações

Caros amigos Professores, Bom dia! Algumas considerações: Nas operações de adições algébricas o problema é menos enfático, já na operação de multiplicação no Conjunto dos Números Inteiros é bem mais acentuado. Para convencer os alunos começo por identificar o que são os números opostos ou simétricos, em seguida acabamos por concluir que a soma de números opostos ou simétricos é sempre igual a zero, quando isso fica claro passo para demonstração do por que um número positivo multiplicado por um número negativo resulta sempre em um outro número negativo. Assim também, se um número negativo for multiplicado por outro número negativo irá resultar em um número positivo. Após ter convencido a classe e eles conseguirem dominar o conteúdo resolvendo 5 (cinco) exercícios liberei uma lista de 90 (noventa) exemplos, práticos e fáceis de fazer (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

O professor reconhece o obstáculo didático presente no ensino da operação de multiplicação com números inteiros, indo na direção do que Duval expressa afirmando que os problemas específicos de compreensão que os alunos enfrentam na aprendizagem da matemática

têm sua origem na situação epistemológica particular do conhecimento matemático, e não somente nas questões de organização pedagógica das atividades (DUVAL, 2011). Como já frisado anteriormente, no contexto da sala de aula, devido ao caráter específico do contexto histórico das ciências, em que surgiu a noção de obstáculo epistemológico, no plano pedagógico, é mais pertinente se referir à existência de obstáculos didáticos (PAIS, 2001).

Dando continuidade, o Professor complementa

Aí entra a parte de aplicação prática, onde aborde tais cálculos fazendo alusão a utilização dos sinais, como é diferente a assimilação para cada discente, o sinal positivo e o negativo podem ser vistos como sendo:

Situação (1) \* Um garoto tem um saco contendo petecas, mas não sabe a quantidade que tem lá dentro. Em certo dia ele sai para brincar com os colegas, naquela manhã ele se saiu bem e ganhou oito petecas, então e passou a ter oito petecas em seu saco de petecas ou +8 petecas; \* Naquele mesmo dia, na parte vespertina, ele perdeu cinco petecas, logo ele passou a ter cinco petecas em seu saco de petecas ou -5 petecas. Daí vem a pergunta: ele, naquele dia, tem mais petecas ou menos petecas do que tinha naquela manhã?

Situação (2) \*A aluna Kremilda tem conta corrente no 'Banco Topa Tudo':  
\* Certo dia ele faz um depósito de R\$\_100,00;  
\* Naquele mesmo dia ela faz um saque (retirada) de R\$\_150,00;  
Daí vem a pergunta: Como ficou o saldo na conta corrente da Kremilda, sabendo que sua conta estava zerada? (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

O Professor C ainda adiciona que procura enfatizar tais exemplos a fim de fixar na memória dos alunos o raciocínio de posse (positivo) e perda (negativo), e expressa que

No entanto, também é sabido por todos que o ato de repetições na resolução de variados tipos de exercícios, ligados ao mesmo tema, é o que gera a assimilação com maior exatidão e por mais tempo, ou seja, se o aluno resolve apenas 5 (cinco) exercícios ele aprende, mas ele só se lembrará desse conteúdo até o momento de fazer a prova, depois ele vai esquecer e não lembrará mais. No entanto, se ele resolver uns 50 (cinquenta) exercícios ou mais com certeza ele guardará por muito mais tempo na memória o algoritmo de resolução de tais cálculos (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

Por fim, o professor faz alusão a importância de relacionar o ensino com problemas do cotidiano dos alunos, assim como envolvendo leitura e interpretação de textos, e se posiciona de forma desfavorável, inicialmente, ao uso de situações lúdicas como forma de superar os obstáculos didáticos no ensino da operação de multiplicação com números inteiros.

Como forma de superar os obstáculos didáticos o Professor C propõe, inicialmente, a exploração de listas com vários exercícios, com repetição, numa direção de memorizar o sinal do resultado. Sobre a aprendizagem por memorização, Ausubel (1978) dispõe que essa forma de

aprendizagem forma uma simples ligação, arbitrária e não substantiva, com a estrutura cognitiva preexistente. Por outro lado, o mesmo autor não descarta o seu uso, desde que

Apesar de existirem diferenças marcantes entre elas, a aprendizagem significativa e por memorização não são, como é óbvio, dicotômicas em muitas situações de aprendizagem prática e podem colocar-se facilmente numa contínua memorização-significativo (AUSUBEL, 2003, p. 5).

Após a parte de memorização por intermédio da resolução de vários exercícios, o professor traz situações contextualizadas, que vão da direção de relacionar o conceito com os conhecimentos prévios dos alunos, indo na mão do princípio balizar da Teoria da Aprendizagem Significativa, assim reduzida por Moreira

Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo (MOREIRA, 2006, p. 13).

Por sua vez, o Professor A expressou que

Na minha lida procuro sempre, nos primórdios, não variar nas aplicações a fim de não confundir o aluno, deixando-o fixar bem a regra dos sinais, mas, depois de algumas práticas e conseqüente demonstração de assimilação faço variações nas aplicações (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

O Professor A traz um ponto importante para discussão que é a confusão feita pelos alunos com relação à aplicação da regra dos sinais, dando valor inicialmente a regra de sinais como forma de justificar o sinal do resultado das operações, numa perspectiva mais mecânica, deixando as aplicações em situações concretas para o final. A esse respeito, Schubring (2018) assevera que os números inteiros apresentam um caso particularmente revelador para a importância de reflexões históricas e epistemológicas, existindo uma tendência dominante de negação da especialidade desse conceito e de apresentar estes números como objetos matemáticos bem evidentes.

Por outro lado, o professor não pode limitar sua prática somente pelo uso da regrinha de sinais, mas deve direcioná-la no sentido do que dispõe os PCN (1998) indicação a superação da memorização de regras e de algoritmos e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo.

### 3.3.2. Execução das videoaulas

Encerrada essa primeira parte de discussões e sugestões, os professores decidiram elaborar duas videoaulas, porquanto, no contexto excepcional da realização da pesquisa, os vídeos/áudios gravados pelos professores figuraram como única via de exposição das aulas, sem a interação dos alunos. Os vídeos foram elaborados pelo Professor C e Prof. Pesquisador, conforme apensado ao produto educacional, e aplicados numa turma de 7º ano da Escola Alcimar Nunes Leitão, no dia 20.11.2020, seguindo o estabelecido pela equipe pedagógica da escola.

O estabelecimento escolar criou um grupo de *WhatsApp*, com o nome de “Turma 7º C 2020”, conforme Figura 5 abaixo. Nesse grupo, foram incluídos os professores de todas as disciplinas e as aulas se desenvolveram nos horários estabelecidos pela escola, onde cada componente curricular tinha seu dia e horário previamente estabelecido.

**Figura 5:** Imagem do Grupo Turma 7º C 2020



Fonte: Criado pelo autor, 2020.

No dia estabelecido para execução da primeira videoaula, todos os integrantes/professores da pesquisa foram incluídos no grupo da Turma 7º C 2020, para acompanhar a forma de desenvolvimento das atividades. A aula de Matemática teve início às 10h, após a aula de Arte. O Professor B/sujeito da pesquisa foi o regente da aula, que deu início da seguinte forma

Bom dia alunos e responsáveis, aqui Professor B (professor de matemática) Neste momento estou postando uma atividade complementar (ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS – SINAIS), com o objetivo de melhorar a aprendizagem, uma vez que alguns alunos apresentam ainda dificuldades neste conteúdo que é do 1º bimestre. Este material é extra, ou seja, está fora da nossa apostila do 3º bimestre, pois trata-se apenas de uma revisão e foi elaborado pelo professor de matemática GESIEL BRANDÃO. O material referente a esta aula está sendo postado também no Google Classroom. a) Vídeo fornecido pela SEDUC-Ac (programa escola em casa); b) 2 vídeos produzidos pelos professores do Grupo de Pesquisa; c) Uma lista de exercícios (atividade complementar). Em caso de dúvidas como sempre estarei a disposição para explicações e justamente tirar dúvidas até as 11:15 (via whataszap privado) Data da entrega da atividade: 27/11/2020 (GRUPO DE PESQUISA TURMA 7°C 2020, ALCIMAR NUNES LEITÃO, 2020).

Como já dito acima, inexistia imposição para que o professor elaborasse as videoaulas. Para as aulas, a Secretaria de Estado de Educação, por meio do programa Escola em Casa, elaborou e disponibilizou para escolas videoaulas, por meio do Projeto Escola em Casa<sup>5</sup>. O programa foi lançado pelo Governo do Estado do Acre, através da Secretaria de Educação Cultura e Esportes (SEE), no dia 22 de junho de 2020, como alternativa para retomada das atividades de ensino nas escolas estaduais.

No caso da Escola Campo e da turma escolhida, o vídeo institucional, como marco inicial da aula, foi disponibilizado no grupo de *whatsapp* da Turma 7°C 2020, através da plataforma *youtube* ou também poderia ser acessado no *Google Classroom*<sup>6</sup>. Dessa forma, a videoaula gravada pelo Professor, em colaboração com os demais integrantes da pesquisa, figurou como complementação ao vídeo institucional. Como avaliação, o grupo elaborou também uma lista de exercícios (em apenso), fruto das sugestões colhidas no grupo de pesquisa, que serviu de avaliação da aula, a ser entrega na data de realização da próxima aula.

Outro ponto que merece destaque é que poucos alunos tinham acesso ao material de forma mediata a disponibilização, isso pelos mais variados motivos, dentre eles a falta de acesso à internet banda larga e dados móveis, dentre outros. O acesso ao material disponibilizado ocorria de acordo com a possibilidade de acesso de cada aluno e as dúvidas e questionamentos eram feitos ao longo da semana, inclusive por meio mensagem e/ou ligação telefônica diretamente para

---

<sup>5</sup> O projeto consiste em manter a Educação Básica gratuita com videoaulas, audioaulas, e acesso à plataforma digital para alcançar todos os alunos do estado do Acre, durante o período da pandemia. Disponível em: <http://www.consed.org.br/central-de-conteudos/programa-escola-em-casa-e-lancado-no-acre-garantindo-ensino-a-distancia>.

<sup>6</sup> Google Classroom é um sistema de gerenciamento de conteúdo para escolas que procuram simplificar a criação, a distribuição e a avaliação de trabalhos. Ele é um recurso do Google Apps para a área de educação e foi lançado o para o público em agosto de 2014 Acesso em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Google\\_Classroom](https://pt.wikipedia.org/wiki/Google_Classroom). Acesso em: 20 de jan. de 2021.

o professor. Isso ocorria dessa forma porque, no Grupo Turma 7°C 2020 criado pela Escola, faziam parte todos os professores, o que significaria uma confusão de informações de várias disciplinas, portanto, não existia um grupo para cada disciplina.

A segunda videoaula foi disponibilizada para os alunos, no dia 12/12/2020, agora versando sobre a operação de multiplicação com números inteiros, sob a regência do Prof. Éder. O vídeo foi elaborado pelo Professor C, com a colaboração dos outros professores e disponibilizado para os alunos. Além do vídeo, os professores elaboraram uma lista de exercícios (apêndices J e K), como forma de avaliação da aula.

O Professor B deu início à aula segundo o mesmo itinerário da primeira, com o seguinte texto de abertura

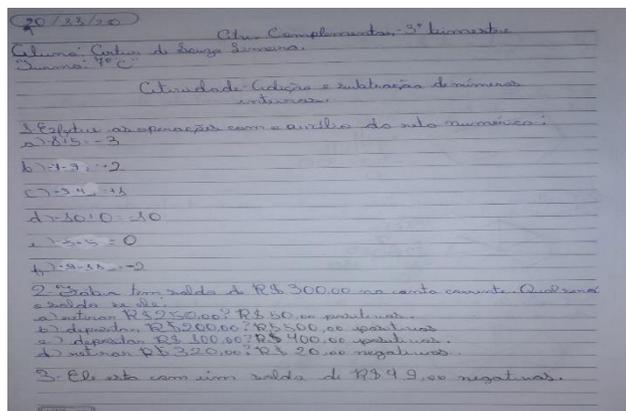
Bom dia, alunos, pais, e/ou responsáveis, aqui é o professor Professor B da disciplina de matemática. Na data de hoje (12.12.2020 – Sábado), conforme cronograma da escola teremos aula. Hoje, considerando que tivemos aula também ontem (11/12/2020), estudaremos o conteúdo abaixo, pois notamos a partir das atividades que alguns alunos ainda apresentam dificuldades com o mesmo, sendo este importantíssimo para o desenvolvimento do aprendizado em séries posteriores. REVISÃO – MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS. Estarei à disposição hoje de 7:00 as 11:15, com o objetivo de explicar-lhes as atividades, além de tirar dúvidas e recebimento inclusive, das atividades já enviadas anteriormente. Quaisquer dúvidas entre em contato via whatsapp privado. Importante: antes de entrar em contato via whatsapp, assistam os vídeos e leiam o material disponibilizado. OBS: Trata-se de uma atividade complementar fornecida pelo Professor C. A seguir disponibilizarei o material contendo o assunto de hoje: a) Arquivo em PDF contendo lista de exercícios; b) 02 vídeos com o conteúdo de hoje; Data da entrega da atividade: 18/12/2020 (GRUPO DE PESQUISA TURMA 7°C 2020, ALCIMAR NUNES LEITÃO, 2020).

A primeira videoaula foi focada nas operações de adição e subtração, mas com atenção especial ao sinal do resultado, sem fazer o uso de regrinha de sinais, o que não trouxe grande dificuldade para o grupo de professores, a considerar que foi possível a associação com situações do cotidiano do aluno, possibilitando trabalhar numa perspectiva contextualizada ao dia a dia do aluno, indo na direção do disposto nos PCN que estabelecem que no ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos (BRASIL, 1998).

Em que pese tratar-se de uma retomada de conteúdo, os alunos ainda demonstraram alguma dificuldade no trato com o sinal do resultado das operações, como podemos verificar nas resoluções abaixo, refletindo a necessidade de retomada desse conceito, considerando as

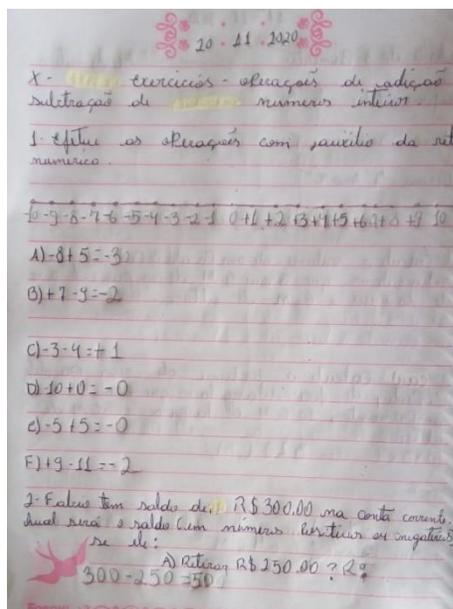
obstruções na aprendizagem.

**Figura 6:** Resolução 1



Fonte: Grupo Turma 7º ano C, 2020.

**Figura 7:** Resolução 2



Fonte: Grupo Turma 7º ano C, 2020.

Na segunda videoaula, o grupo encontrou dificuldade para elaboração do vídeo sem o uso da regra de sinais, e permaneceu a inquietação sobre a elaboração de um outro vídeo com o uso de um material melhor compreensível para o aluno, na medida em que o elaborado fez as justificações dos sinais por meio do uso de propriedades da matemática e com os argumentos utilizados na videoaula anterior, para a multiplicação de um número negativo por um positivo e vice-versa. Nesse contexto, ficou bem difícil significar melhor o conteúdo para o aluno, restando

o uso das propriedades dos números inteiros, o que guarda guarida no previsto nos PCNs

Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apoiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas (BRASIL, 1998, p. 100).

A esse respeito Pais (2001) contribui colocando que o desafio pedagógico envolve também a aprendizagem de conceitos cujo significado pode estar mais próximo da abstração do que da dimensão experimental. Significando que o professor não deve centralizar-se na contextualização, nem tampouco pouco na abstração. Adotando apenas uma prática abstrata ou sempre por meio da contextualização, o professor poderá criar um obstáculo didático, conforme estabelece Brousseau apud Almouloud (2007, p. 141) ao dispor que: “Os obstáculos didáticos são aqueles que “parecem depende apenas de uma escolha ou de um projeto de sistema educativo”.

### 3.3.3. Análise e reflexão sobre as videoaulas

A pesquisa teve por escopo o reconhecimento pelos professores do grupo dos obstáculos didáticos e epistemológicos no ensino da operação de multiplicação com números inteiros, bem como os caminhos por eles adotados como forma de superar tais obstáculos, proporcionando aos alunos uma aprendizagem efetiva e mais significativa.

Após a execução das duas videoaulas, as conversas e discussões no grupo foram retomadas a partir do dia 15 de dezembro de 2020. Iniciando, o Professor A expressou: “*Gostei dos vídeos, com relação as atividades, seria muito importante se tivesse um pouco mais de questões contextualizadas. Acho que com isso eles teriam um aprendizado maior ou uma interpretação melhor do conteúdo*” (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS).

A observação exposta pelo professor vai na direção do que dispõe a BNCC, que assevera que para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos (BRASIL 2018, p. 299).

Mesma posição adotada por Ausubel (1978) na aprendizagem significativa, que discorre que o processo de aquisição de informações resulta em mudança, tanto da nova informação adquirida como no aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva ao qual essa se

relaciona.

O professor novamente reiterou que quando se trata da operação de multiplicação a contextualização se torna bem difícil, reconhecendo o obstáculo didático, ficando um novo desafio no grupo: *“Inclusive, fica o desafio de inserir num vídeo o uso de um material didático (jogo, etc), para ensinar essa multiplicação”*, numa direção de superar o obstáculo.

Novamente fica evidente a presença do obstáculo epistemológico no conteúdo na forma de obstáculo didático, o primeiro revelado na construção do conhecimento ao longo do decorrer na história e da própria construção cognitiva do aluno (OLIVEIRA; ARRUDA; SILVA e CAMARGO, 2012).

Dando continuidade, o Professor B afirmou que: *“Realmente é complicado o ensino deste conteúdo de multiplicação. Encontrei apenas uma sugestão de aula com esse conteúdo, não é um jogo, mas foge um pouco do nosso habitual”*, sugerindo uma aula disponível no Portal do Professor<sup>7</sup>, como forma de superar o obstáculo didático.

Na aula disponibilizada no portal do professor, site do Ministério da Educação, as justificações ficaram por conta do uso de propriedades, sem o uso de situações contextualizadas no tocando a multiplicação de números inteiros, parte em que se relaciona a operação de multiplicação de dois números inteiros à adição de parcelas repetidas, sem muito significado para o aluno, não se alinhando com disposto na BNCC, que considera que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2018).

Já o Professor C, por meio de áudio disponibilizado no Grupo de Pesquisa ANL/SAS, afirmou

[...] nas suas conversas com caixas de supermercados, taxistas, comerciantes, nunca encontrei nenhum exemplo que refletisse na prática o resultado positivo da multiplicação de dois números inteiros negativos. Ainda segundo ele, nessas suas conversas, chegou a sugerir que pessoas tentassem vislumbrar uma situação do cotidiano que justificasse esse resultado, mas que nunca teve uma resposta plausível (GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS, 2020).

Verifica-se uma tentativa de justificção do sinal do resultado da operação de

---

<sup>7</sup> Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=24122>.

multiplicação de dois inteiros pela significação com o mundo sensível, o que foi amplamente defendido por ideólogos franceses no início do século XIX, com a adoção de uma epistemologia empirista (SCHUBRING, 2018). Essa experiência do professor nas suas relações sociais pode se refletir na sua atuação em sala de aula, por meio de um obstáculo didático, assim traduzido nas palavras de Bachelard:

O primeiro obstáculo é a experiência primeira, a experiência colocada antes e acima da crítica – crítica esta que é, necessariamente, elemento integrante do espírito científico. Já que a crítica não pode intervir de modo explícito, a experiência primeira não constitui, de forma alguma, uma base segura (BACHELARD, 1996, pág. 29).

Dando sequência, um dos professores disponibilizou um vídeo<sup>8</sup> que trazia como título: Por que um número negativo multiplicado por um número negativo faz sentido? O vídeo também traz uma argumentação com a aplicação de propriedades da multiplicação (associativa e distributiva), pela repetição das somas, mas que emperra quando chega no exemplo  $(-2) \times (-3)$ . O vídeo se aproxima muito da videoaula elaborada pelo Professor C, que trouxe uma justificação com o uso de propriedades, mas que o grau de dificuldade se mostrou evidente quando do produto de dois números inteiros negativos, demonstrando mais uma vez a presença do obstáculo didático, que segundo Pais (2001) é noção motivada pela comparação entre a evolução dos conceitos, no plano histórico dos saberes científicos, e o fenômeno cognitivo, no plano subjetivo da elaboração do conhecimento.

Encerrando as discussões no grupo, foi compartilhado um novo vídeo<sup>9</sup> como resposta ao segundo desafio do grupo com o título: Menos vezes menos dá mais. Por quê? O vídeo faz o uso de uma figura desenhada no quadro, representando uma máquina estabilizada quanto a quantidade de números negativos e positivos, como forma inovadora de justificar o sinal do resultado do produto de dois números negativos, numa perspectiva mais significativa para o aprendiz, onde exige-se um mecanismo de aprendizagem significativa e a apresentação de material potencialmente significativo para o aprendiz (AUSUBEL, 2003).

O vídeo Menos vezes menos dá mais. Por quê? foi reproduzido por um dos integrantes do grupo, a sua forma, o que foi compartilhado com os demais, ficando acordado a regravação da videoaula sobre multiplicação de números inteiros e de uma nova com o uso da estratégia acima

---

<sup>8</sup> Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-negative-numbers/arith-review-multi-divide-negatives/v/why-a-negative-times-a-negative-makes-intuitive-sense>.

<sup>9</sup> Disponível, em: <https://www.youtube.com/watch?v=AnGKoFdPOEA&feature=youtu.be>

descrita, agora com o uso de equipamentos adequados, o que foi solicitado junto ao Núcleo de Interiorização e Educação a Distância da Universidade Federal do Acre, vindo a ser deferido. Os vídeos foram regravados no mês de janeiro de 2021. Por iniciativa de alguns professores do grupo, considerando também a situação pandêmica vivida e a falta de perspectivas para a retomada das atividades presenciais, ficou decidido que as pesquisas sobre novos métodos irão continuar, com o intuito de aprimorar as videoaulas já gravados bem como realizar novos vídeos com novas estratégias, alterações e inovações e disponibilizá-los para as escolas campo da pesquisa.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa foi desenvolvida com o intuito de investigar quais e como são enfrentados os obstáculos epistemológicos e didáticos encontrados pelos professores de matemática no ensino da operação de multiplicação com números inteiros; figurando como objetivos o reconhecimento dos obstáculos didáticos e a descrição das estratégias por eles adotadas para superar as obstruções ao ensino e aprendizagem. Restou demonstrado no decorrer do trabalho, nas interações e reflexões entre os sujeitos, que todos os professores envolvidos tinham ciência da obstrução no ensino da operação de multiplicação com números inteiros. Contudo, não existia conhecimento teórico sobre o que seriam os obstáculos didáticos e os epistemológicos, e muito menos a compreensão de que estes últimos têm relação com o contexto histórico das ciências, na evolução, nas rupturas, nas correntes epistemológicas, que contribuiriam para a formação do conceito sobre números inteiros, e que, no plano pedagógico, é mais pertinente se referir-se à existência de obstáculos didáticos, que atuam na obstrução ao ensino, adotando o entendimento trazido por Pais (2001).

Assim, os obstáculos na operação de multiplicação com números inteiros têm origem epistemológica, na medida em que são inerentes ao saber e podem ser identificados nas dificuldades que os matemáticos encontraram, na história da formação dos conceitos. E que, seguindo o mesmo raciocínio de Pais (2001), no plano pedagógico, se revelam como obstáculos didáticos, ou seja, em barreiras na ação de ensinar, de conduzir uma situação de forma coerente contribuindo para a aprendizagem (GOMES, 2002).

A dificuldade se mostrou latente na elaboração e escolha da estratégia videoaula sobre multiplicação com números inteiros, onde o grupo encontrou dificuldade para confecção do vídeo sem o uso da regra de sinais, o que só foi possível com o uso de propriedades de números inteiros. Em vista disso, ficou a indicação para a elaboração de um outro vídeo com o uso de material didático, numa perspectiva mais significativa para o aprendiz, onde exige-se um mecanismo de aprendizagem significativa e a apresentação de material potencialmente significativo para o aprendiz (AUSUBEL, 2003).

Do ponto de vista da atuação dos professores, verificou-se uma tentativa de justificação do sinal do resultado da operação de multiplicação de dois inteiros pela significação com o mundo sensível, o que foi amplamente defendido por ideólogos franceses no início do século

XIX, com a adoção de uma epistemologia empirista (SCHUBRING, 2018). Essa experiência do professor nas suas relações sociais pode se refletir na sua atuação em sala, com a formação do obstáculo didático.

As discussões se mostraram relevantes para essa consciência teórica, na medida em que foram discutidos no grupo e compartilhados materiais trazendo essa relação, bem como o próprio tema da pesquisa, direcionando o professor a repensar sua metodologia de ensino, a partir da capacidade de reconhecer o obstáculo epistemológico e didático. Ficou claro nas falas dos professores a impossibilidade de associar o ensino da operação de multiplicação com números inteiros com aspectos da vida real do aluno, figurando como um verdadeiro obstáculo didático. A tendência a essa associação está presente na BNCC (BRASIL, 2018), que, considerando a fase da vida dos alunos do 7º ano, aponta para adoção práticas escolares diferenciadas, capazes de contemplar suas necessidades e diferentes modos de inserção social, levando em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos.

Como estratégia para superação dos obstáculos didáticos, de forma geral, ficou evidente a tendência de elaboração de videoaulas contextualizadas, com o uso de material didático. Essa indicação tem relação com a Teoria da Aprendizagem Significativa, que tem como o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe (AUSUBEL, 2003).

Também como estratégia para superação dos obstáculos didáticos no ensino da operação de multiplicação com números inteiros, percebe-se o uso inicial da regra de sinais, aplicação de exercícios de fixação, para após realizar a justificção do ponto de vista matemático, a partir de demonstrações, não se abrindo mão de situações contextualizadas.

Entre contextualizar e tomar o caminho da justificção pela demonstração, Pais (2001) menciona que o professor não deve centralizar-se na contextualização, nem tampouco somente no mundo da experimentação, e que essa escolha se revela como um desafio pedagógico. Essa mesma percepção está presente nos PCN que expressam que ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apoiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas (BRASIL, 1998).

As videoaulas produzidas durante a pesquisa constituíram o produto educacional, que será disponibilizado nas escolas campo, como forma complementar ao material institucional já

disponibilizado, bem como disponibilizadas por meio de uma plataforma digital, para demais interessados, sejam professores, alunos ou público em geral.

De forma geral, faz-se necessário mudar os caminhos, métodos, práticas, a depender do objeto matemático; reconhecendo nele o obstáculo epistemológico do ponto de vista da evolução do conceito, que surge na sala de aula na forma de obstáculo didático, que importa em barreiras na ação de ensinar. É preciso que o professor também reconheça que o obstáculo didático pode ser por ele mesmo criado, pela sua forma de ensinar, na escolha da estratégia errada, pela prática pedagógica sem valor argumentativo, fechada as indagações e questionamentos.

Por fim, destaco como um obstáculo de força maior o contexto excepcional da realização da pesquisa, na percepção das dificuldades encontradas pelos professores para a elaboração e compartilhamento de suas aulas por meio de vídeos/áudios, meios estes que se revelaram como única via para a continuidade das aulas das duas escolas pesquisadas.

## 5. PRODUTO

5.1. Videoaulas com o uso de um material didático sobre a operação de multiplicação com números inteiros.

O produto educacional foi construído numa perspectiva de contribuir com o processo de ensino-aprendizagem e desenvolvido no decorrer da pesquisa, sendo aplicado numa turma de 7º ano de uma das escolas campo. O produto não se apresenta como única via para superação dos obstáculos epistemológicos e didáticos, a partir da ciência da existência de tais obstáculos, mas como um facilitador e adicional ao processo de ensino e aprendizagem das operações com números inteiros, em especial, a operação de multiplicação.

O produto é constituído por três videoaulas idealizadas a partir das colaborações, reflexões e sugestões de todos os professores envolvidos na pesquisa. A elaboração das videoaulas se mostrou significativa considerando a situação de isolamento e distanciamento social em decorrência do COVID-19, vindo como complementação às videoaulas já utilizadas nas escolas, surgindo como um dos recursos midiáticos possíveis para adaptação ao ensino remoto. Acerca do uso de videoaulas, Cordeiro (2020) afirma:

A criatividade dos professores brasileiros em se adaptar à nova realidade é indescritível no que se trata da criação de recursos midiáticos: Criação de vídeo aulas para que os alunos possam acessar de forma assíncrona além das aulas através de videoconferência para a execução de atividades síncronas como em sala de aula. (CORDEIRO, 2020, p. 6).

As videoaulas foram disponibilizadas por meio de um aplicativo de mensagem instantânea, como a única solução imediata e acessível para retomar as atividades de ensino e aprendizagem, minimizando os efeitos da suspensão das atividades presenciais. Sobre a dificuldade no acesso, levando em conta tratar-se de uma escola pública, Cordeiro corrobora que:

Além da utilização de diferentes recursos, muitos professores confrontaram-se com a dificuldade de acesso, por parte de muitas famílias onde não possuíam uma alternativa a não ser um telefone com o aplicativo de mensagens instantâneas. A curadoria de recursos realizadas por educadores no qual, os professores e alunos possam em conjunto trocar informações de forma proveitosa, é essencial para que o processo possa acontecer. (CORDEIRO, 2020, p. 6).

Após a aplicação das duas primeiras videoaulas, o grupo de professores retomou as discussões, e decidiu pela regravação da videoaula sobre a multiplicação de números inteiros e de uma outra fazendo o uso do vídeo “Menos vezes menos dá mais, Por quê?” – a máquina estabilizadora, desta vez com o uso de equipamentos de filmagem adequados. Os vídeos foram regravados no mês de janeiro de 2021, no Núcleo de Interiorização e Educação a Distância da Universidade Federal do Acre.

Seguindo as sugestões de alguns professores do grupo, considerando também a situação pandêmica vivida e a falta de perspectivas para a retomada das atividades presenciais, ficou acordado que as pesquisas sobre novos métodos irão continuar, numa direção de aprimorar as videoaulas já elaboradas, bem como realizar novos vídeos com novas estratégias, alterações e inovações e disponibilizá-los para as escolas campo da pesquisa.

Participaram como autores do Produto um grupo de quatro professores sujeitos da pesquisa, juntamente com o pesquisador.

As videoaulas serão destinadas aos professores que atuam no 7º ano nas duas escolas campo, como forma complementar o material institucional já disponibilizado, bem como disponibilizadas por meio do blog: <https://profgesiensino.blogspot.com>, para demais interessados, sejam professores, alunos ou público em geral.

Por derradeiro, conforme definido pelos sujeitos da pesquisa, as videoaulas serão melhoradas e adequadas aos novos métodos de ensino, seguindo as diretrizes fixadas pelo grupo, qual seja, numa direção de justificar o sinal do resultado da operação de multiplicação de números inteiros sem o uso da regra de sinais.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Sado. **Didática Matemática**, 2007. São Paulo.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e a Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Lisboa: Paralelo Editora, 2003.

APPOLINÁRIO, Fábio. **Metodologia da Ciência: Filosofia e prática da pesquisa**. 2ª edição. São Paulo: Editora Cengage Learning, 2012.

BRASIL/MEC. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

BRASIL/MEC. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BORBA, F. S. **Dicionário UNESP do Português Contemporâneo**. Curitiba: Editora Piá, 2011.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Contraponto: Rio de Janeiro, 1996.

CORDEIRO, K. M. **O impacto da pandemia na educação: a utilização da tecnologia como ferramenta de ensino**, 2020. Disponível em [repositorio.idaam.edu.br](http://repositorio.idaam.edu.br). Acesso em abril de 2021.

D'AMORE, B. **Epistemologia didática da matemática e práticas de ensino**. Boletim de Educação Matemática. Vol. 20, núm. 28. Rio Claro, 2007.

DANTE, L. R. **Projeto Têlaris 7 Matemática**. São Paulo: Editoria Ática, 2015.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemática de pensar: os registros de representações semióticas**. 1ª ed. São Paulo: PROERM, 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. Editora Atlas S.A. São Paulo, 2002.

GOMES, M. **Obstáculos epistemológicos, obstáculos didáticos e o conhecimento matemático nos cursos de formação de professores das séries iniciais do ensino fundamental**. Itajaí, vol.2, nº 3, Contrapontos, 2002.

GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS - Escolas estaduais Alcimar Nunes Leitão e Senador Adalberto Sena, Rio Branco, 2020.

GRUPO DE PESQUISA “Turma 7º C”, Escola Estadual Alcimar Nunes Leitão, Rio Branco, 2020.

LORENZATO, S. **Coleção Formação de Professores. O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** São Paulo: Autores Associados, 2009.

MERICHELLI, M. A, J; CURI, Edda. **Estudos de aula como metodologia de formação de professores.** Revista de Ensino de Ciências e Matemática, São Paulo, vol. 7, nº 4, p. 15-27, Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

MESQUITA, N; PENA, G. **Caracterização de obstáculos epistemológicos na concepção de licenciandos em química que dificultam o desenvolvimento do conhecimento profissional docente.** São Paulo, vol.41, no.8, Quím. Nova, 2018.

MORETTI, M. T. **A Regra dos Sinais para a Multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática.** Rio Claro (SP), v. 26, n. 42B, p. 691-714, Bolema, 2012.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.

NETO, F. R. **Menos vezes menos dá mais: observações históricas sobre o conceito de número negativo Minus times minus makes plus: historical remarks about the concept of negative number.** Recife, vol. 2, nº 1, Edumatec/UFPE, 2011.

OLIVEIRA, J. L.; ARRUDA, A. M.; SILVA, F. C.; CAMARGO, J. A. **Os conceitos de erro, obstáculo e contrato didático segundo Guy Brousseau.** Santa Maria, III EIMAT Escola de Inverno de Educação Matemática, 2012.

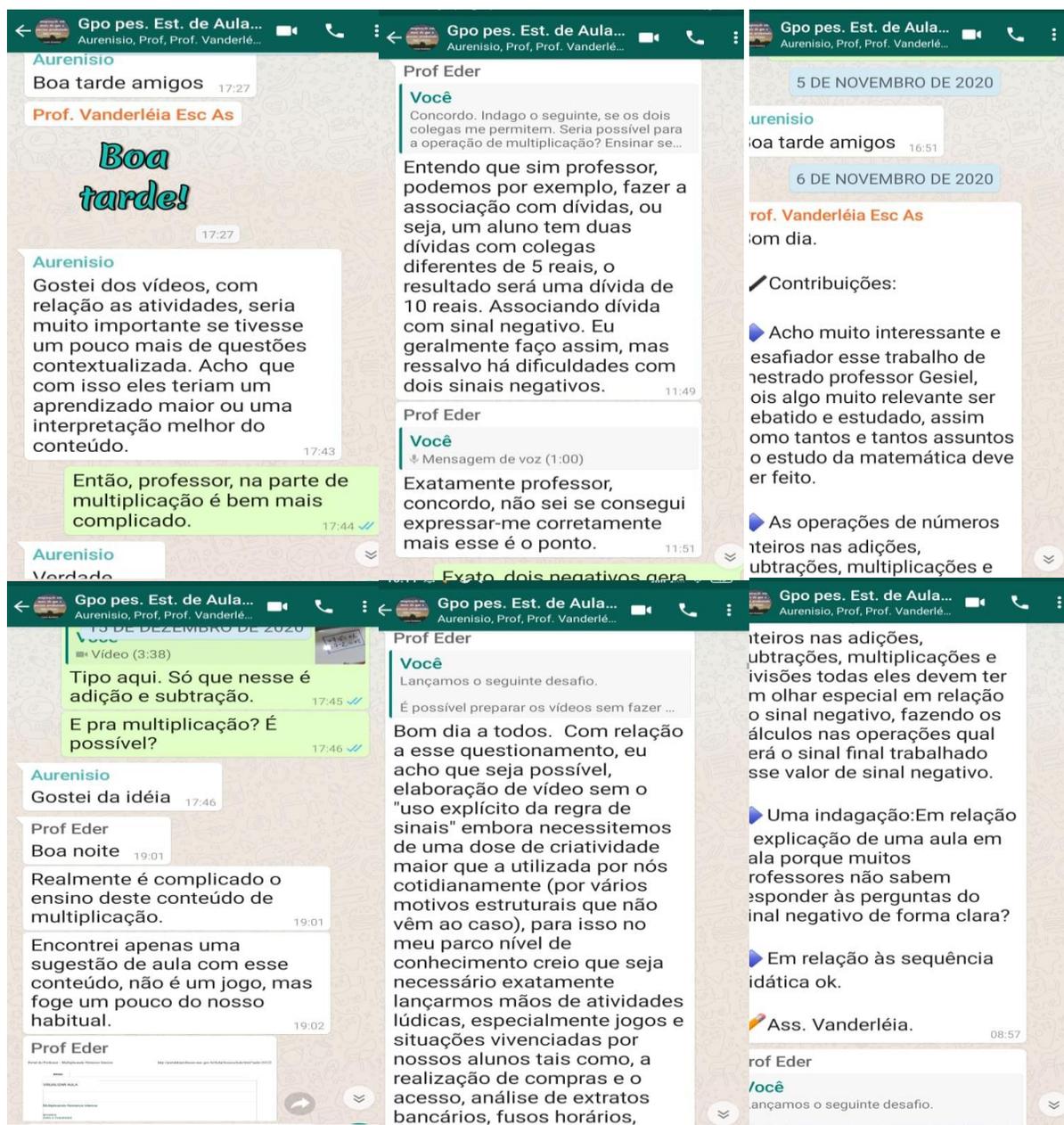
PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2005.

SCHUBRING, G. **Os números negativos: exemplos de obstáculos epistemológicos?** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

SOARES, J.; NICOSIA, G. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino Epistemology, Didactics of Mathematics, and Teaching Practices Bruno D’Amore.** Rio Claro, vol. 20, nº 28, p. 179 a 205, Bolema, 2020.

## 7. APÊNDICES

## APÊNDICE A - GRUPO DE PESQUISA ANL/SAS (Whatsapp)





APÊNDICE C - FORMULÁRIO PARA APRESENTAÇÃO DE MESTRANDO NA ESCOLA  
ESTADUAL ALCIMAR NUNES LEITÃO



Universidade Federal do Acre  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG  
Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Formulário para apresentação de mestrados no local de pesquisa

DE: Prof.ª Dr.ª Saete Maria Chalub Bandeira  
Coordenadora do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

PARA: Diretor (a) da Escola Alcimar Nunes Leitão

ASSUNTO: Apresentação do mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO -  
Turma 2019, para desenvolver sua pesquisa.

Senhor (a) Diretor (a),

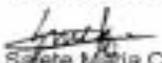
Vimos por meio deste apresentar o mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO - Turma 2019, portador (a) do CPF: 484.536.682/72; RG nº 280331-SSP/AC, com o tema **"OBSTÁCULOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS NO PROCESSO DE ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO"**, sob orientação do Prof. Dr. JOSÉ RONALDO MELO.

Na oportunidade, solicitamos a colaboração da Escola para que o referido mestrando desenvolva sua pesquisa no segundo semestre de 2020,

Justificamos a escolha desta escola com base nos argumentos: a escola oferece o 7º ano do Ensino Fundamental, o que permite o contato com os professores/sujeitos diretamente envolvidos com o ensino das operações com números inteiros, permitindo identificar os instrumentos didáticos utilizados, bem como os obstáculos epistemológicos, didático-pedagógicos, dentre outros enfrentados pelos professores.

Por fim, caso a Direção deseje outras informações, nos colocamos à disposição pelo e-mail: [mpecim.ufac@gmail.com](mailto:mpecim.ufac@gmail.com).

Atenciosamente,

  
Prof.ª Dr.ª Saete Maria Chalub Bandeira  
Coordenadora do MPECIM – Portaria nº 4.001, de 30 de dezembro de 2019

Recebido  
09/10/2020

  
Alcimar Nunes Leitão  
Diretor  
2020

APÊNDICE D - FORMULÁRIO PARA APRESENTAÇÃO DE MESTRANDO NA ESCOLA  
ESTADUAL SENADOR ADALBERTO SENA



Universidade Federal do Acre  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG  
Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Formulário para apresentação de mestrados no local de pesquisa

DE: Prof.ª Dr.ª Salete Maria Chalub Bandeira  
Coordenadora do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

PARA: Diretor (a) da Escola Senador Adalberto Sena

ASSUNTO: Apresentação do mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO -  
Turma 2019, para desenvolver sua pesquisa.

Senhor (a) Diretor (a),

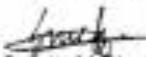
Vimos por meio deste apresentar o mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO - Turma 2019, portador (a) do CPF: 484.536.682/72; RG nº 260331-SSP/AC, com o tema **"OBSTÁCULOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS NO PROCESSO DE ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO"**, sob orientação do Prof. Dr. JOSÉ RONALDO MELO.

Na oportunidade, solicitamos a colaboração da Escola para que o referido mestrando desenvolva sua pesquisa no segundo semestre de 2020.

Justificamos a escolha desta escola com base nos argumentos: a escola oferece o 7º ano do Ensino Fundamental, o que permite o contato com os professores/sujeitos diretamente envolvidos com o ensino das operações com números inteiros, permitindo identificar os instrumentos didáticos utilizados, bem como os obstáculos epistemológicos, didático-pedagógicos, dentre outros enfrentados pelos professores.

Por fim, caso a Direção deseje outras informações, nos colocamos à disposição pelo e-mail: [mpecim.ufac@gmail.com](mailto:mpecim.ufac@gmail.com).

Atenciosamente,

  
Prof.ª Dr.ª Salete Maria Chalub Bandeira  
Coordenadora do MPECIM – Portaria nº 4.061, de 30 de dezembro de 2019

CPF: 09/10/20  
Salete Maria Chalub Bandeira  
COORDENADORA

## APÊNDICE E - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



**Universidade Federal do Acre**  
Pró- Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Centro de Ciências Biológicas e da Natureza-CCBN  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

---

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Baseado nos termos da Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012 e Resolução nº 196/96, de 10 de outubro de 1996 do Conselho Nacional de Saúde, do Ministério da Saúde.

O presente termo em atendimento as resoluções acima citadas, destina-se a esclarecer ao participante da pesquisa intitulada **"OBSTÁCULOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS NO PROCESSO DE ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO"**, sob a responsabilidade de GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO, do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática / MPECIM – UFAC, os seguintes aspectos:

**Objetivos:**

- Descrever que métodos e instrumentos didáticos que são utilizados pelos professores de matemática no ensino de operação com números inteiros;
- Identificar os principais obstáculos didático-pedagógicos enfrentados pelos professores no ensino das operações com números inteiros.

**Metodologia:**

A pesquisa será de cunho descritivo, com uma abordagem observacional, levando em consideração o objeto de estudo (ensino), portanto, de natureza qualitativa, na medida em que prevê a coleta de dados a partir das interações entre pesquisador com o fenômeno estudado. Esse tipo de pesquisa não possui condições de generalização, ou seja, dela não se podem extrair previsões nem leis que podem ser extrapoladas para outros fenômenos diferentes daquele que está sendo pesquisado (APPOLINÁRIO, 2012, p. 61).

A pesquisa terá como aporte fontes de documentação indireta, a partir de nascentes secundárias, do ponto de vista da fundamentação teórica. Nessa

direção, o trabalho terá como sustentáculo: teses, dissertações, livros, artigos, planos, projetos e relatórios relacionados com o ensino da Matemática.

Participaram como sujeitos da pesquisa um grupo de professores de Matemática (cinco, incluindo-se o pesquisador), que lecionam ou lecionaram nos sétimos anos vinculados as duas escolas públicas estaduais, escolhidas seguindo os critérios adiante expostos.

A pesquisa terá como campo de investigação duas escolas que atuam com o Ensino Fundamental, ambas da rede estadual de ensino, situadas no Município de Rio Branco, Estado do Acre, quais sejam: Escola Alcimar Nunes Leitão e Escola Senador Adalberto Sena.

A metodologia utilizada para o levantamento de dados no campo/local objeto da pesquisa será o estudo de aula. A "Lesson Study" é nome de uma metodologia japonesa de desenvolvimento profissional de professores. Nessa perspectiva, um grupo de professores avaliam seus métodos de ensino e planejam conjuntamente uma aula, na busca pela melhora no processo de aprendizagem dos alunos. A metodologia se funda em dois pilares: a colaboração entre os professores e a reflexão acerca de suas práticas.

A execução da metodologia é condensada em três etapas: i) planejamento coletivo de uma aula; ii) execução da aula planejada por um professor sendo observada pelos demais; e iii) reflexão dos pontos fortes e sobre a melhora da aula a ser executada. Esse processo então é repetido, numa perspectiva de refinar a estratégia de ensino.

A área problemática a ser analisada será operações com números inteiros, com foco especial para a operação de multiplicação e o sinal do resultado das operações – objeto matemática foco da pesquisa em epígrafe.

**Justificativa e Relevância:** Sou um profissional do ensino, atuando na educação básica há quase 20 anos e, nessa trajetória, venho vivenciando e enfrentando várias barreiras no processo de ensino da disciplina matemática, no que alude a certos conteúdos.

Durante os anos que lecionei para o 1º ano do ensino médio (2013, 2014, 2015 e 2016), observei que os alunos oriundos do ensino fundamental II



apresentam dificuldades no trato com operações com números inteiros, especialmente, com relação ao sinal do resultado da respectiva operação. Nos últimos anos, estou atuando nas séries finais do Ensino Médio, de onde é, também, notório a confusão causada por muitos alunos quanto ao sinal das operações.

Essa percepção levou-me a refletir sobre os “porquês” dessa dificuldade na aplicação de um conceito matemático tão trivial, a priori, principalmente porque esse bloqueio deságua em prejuízos para o aprendizado de novos conceitos matemáticos.

Alguns conteúdos merecem tratamento especial em face do grau de dificuldade no processo de ensino, de seus obstáculos, como é o caso das operações com números inteiros, que servem como alicerce para introdução de novos conceitos matemáticos em séries seguintes e o presente trabalho busca identificar esses obstáculos.

**Participação:** Grupo de 05 (cinco) professores, incluindo-se o pesquisador, que atuam ou que já atuaram com o ensino de operações com números inteiros.

**Riscos e desconfortos:** Não haverá riscos e desconfortos para os participantes.

**Benefícios:** O estudo se justifica por buscar apresentar estratégias pedagógicas, através de um produto educacional – sequência didática, gerada por um grupo de professores, através do uso da metodologia Estudos de aula, que possa contribuir para um melhor aproveitamento no processo de ensino e aprendizagem no 7º ano, reduzindo as barreiras que os alunos encontram no tratamento das operações com números inteiros, sobretudo, na compreensão das regras de sinais e, conseqüentemente, contribuindo para redução dos índices de reprovação e desinteresse.

**Dano advindo da pesquisa:** Não se vislumbra danos advindos da pesquisa

**Garantia de esclarecimento:** A autoria da pesquisa se compromete está à disposição dos sujeitos participantes da pesquisa no sentido de oferecer quaisquer esclarecimentos sempre que se fizer necessário.

**Participação voluntária:** A participação dos sujeitos no processo de investigação é voluntária e livre de qualquer forma de remuneração, e caso ache

conveniente, o seu consentimento em participar da pesquisa poderá ser retirado a qualquer momento.

**Consentimento para participação:**

Eu estou ciente e concordo com a participação no estudo acima mencionado. Afirmando que fui devidamente esclarecido quanto aos objetivos da pesquisa, aos procedimentos aos quais serei submetido e os possíveis riscos envolvidos na minha participação. O responsável pela investigação em curso me garantiu qualquer esclarecimento adicional, ao qual possa solicitar durante o curso do processo investigativo, bem como também o direito de desistir da participação a qualquer momento que me fizer conveniente, sem que a referida desistência acarrete riscos ou prejuízos à minha pessoa e meus familiares, sendo garantido, ainda, o anonimato e o sigilo dos dados referentes à minha identificação. Estou ciente também que a minha participação neste processo investigativo não me trará nenhum benefício econômico.

Eu, Auremisio Barbosa Farias,

aceito livremente participar da pesquisa intitulada "OBSTÁCULOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS NO PROCESSO DE ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO", desenvolvida pelo mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, sob a orientação do(a) professor(a) Dr(a) JOSÉ RONALDO MELO, da Universidade Federal do Acre – UFAC.

X   
Assinatura do Participante



Polegar  
direito

-9

conveniente, o seu consentimento em participar da pesquisa poderá ser retirado a qualquer momento.

**Consentimento para participação:**

Eu estou ciente e concordo com a participação no estudo acima mencionado. Afirmando que fui devidamente esclarecido quanto aos objetivos da pesquisa, aos procedimentos aos quais serei submetido e os possíveis riscos envolvidos na minha participação. O responsável pela investigação em curso me garantiu qualquer esclarecimento adicional, ao qual possa solicitar durante o curso do processo investigativo, bem como também o direito de desistir da participação a qualquer momento que me fizer conveniente, sem que a referida desistência acarrete riscos ou prejuízos à minha pessoa e meus familiares, sendo garantido, ainda, o anonimato e o sigilo dos dados referentes à minha identificação. Estou ciente também que a minha participação neste processo investigativo não me trará nenhum benefício econômico.

Eu, EDER DE SOUZA VIANA,  
aceito livremente participar da pesquisa intitulada "OBSTÁCULOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS NO PROCESSO DE ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO", desenvolvida pelo mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, sob a orientação do(a) professor(a) Dr(a) JOSÉ RONALDO MELO, da Universidade Federal do Acre – UFAC.

X Eder de Souza Viana  
Assinatura do Participante



Polegar  
direito

conveniente, o seu consentimento em participar da pesquisa poderá ser retirado a qualquer momento.

**Consentimento para participação:**

Eu estou ciente e concordo com a participação no estudo acima mencionado. Afirmando que fui devidamente esclarecido quanto os objetivos da pesquisa, aos procedimentos aos quais serei submetido e os possíveis riscos envolvidos na minha participação. O responsável pela investigação em curso me garantiu qualquer esclarecimento adicional, ao qual possa solicitar durante o curso do processo investigativo, bem como também o direito de desistir da participação a qualquer momento que me fizer conveniente, sem que a referida desistência acarrete riscos ou prejuízos à minha pessoa e meus familiares, sendo garantido, ainda, o anonimato e o sigilo dos dados referentes à minha identificação. Estou ciente também que a minha participação neste processo investigativo não me trará nenhum benefício econômico.

Eu, Wandelson Affon da Costa,  
aceito livremente participar da pesquisa intitulada "OBSTÁCULOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS NO PROCESSO DE ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO", desenvolvida pelo mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, sob a orientação do(a) professor(a) Dr(a) JOSÉ RONALDO MELO, da Universidade Federal do Acre – UFAC.

X Wandelson Affon da Costa  
Assinatura do Participante



Polegar  
direito

conveniente, o seu consentimento em participar da pesquisa poderá ser retirado a qualquer momento.

**Consentimento para participação:**

Eu estou ciente e concordo com a participação no estudo acima mencionado. Afirmando que fui devidamente esclarecido quanto os objetivos da pesquisa, aos procedimentos aos quais serei submetido e os possíveis riscos envolvidos na minha participação. O responsável pela investigação em curso me garantiu qualquer esclarecimento adicional, ao qual possa solicitar durante o curso do processo investigativo, bem como também o direito de desistir da participação a qualquer momento que me fizer conveniente, sem que a referida desistência acarrete riscos ou prejuízos à minha pessoa e meus familiares, sendo garantido, ainda, o anonimato e o sigilo dos dados referentes à minha identificação. Estou ciente também que a minha participação neste processo investigativo não me trará nenhum benefício econômico.

Eu, Wilson José Pascerica Sales,  
 aceito livremente participar da pesquisa intitulada "OBSTÁCULOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS NO PROCESSO DE ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA CONSTRUÇÃO E AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO", desenvolvida pelo mestrando GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, sob a orientação do(a) professor(a) Dr(a) JOSÉ RONALDO MELO, da Universidade Federal do Acre – UFAC.

X   
 Assinatura de Participante



Polegar  
 direito

### TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR

Eu, **GESIEL DE OLIVEIRA BRANDÃO**, apresentei todos os esclarecimentos, bem como discuti com os participantes as questões ou itens acima mencionados. Na ocasião expus minha opinião, analisei as angústias de cada um e tenho ciência dos riscos, benefícios e obrigações que envolvem os sujeitos. Assim sendo, me comprometo a zelar pela lisura do processo investigativo, pela identidade individual de cada um, pela ética e ainda pela harmonia do processo investigativo.

Rio Branco, 08 de outubro de 2020.

  
Assinatura do (a) Pesquisador (a)

  
Prof.ª Dr.ª Salete Maria Chalub Bandeira  
Coordenadora do MPECIM – Portaria nº 4.001, de 30 de dezembro de 2019

APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE  
INTEGRAM A PESQUISA



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Questionário aplicado aos professores que integram o grupo de pesquisa

I – PERFIL/FORMAÇÃO DO PROFESSOR

1. Onde cursou a Educação Básica?

- Integralmente em estabelecimento público de ensino  
 Parcialmente em estabelecimento público de ensino  
 Integralmente em estabelecimento de ensino privado

2. Qual sua formação acadêmica (graduação)?

Bicenciatura em Matemática

3. Qual a sua motivação para escolher este curso?

Gosto da Matemática

4. Tempo de docência na Educação Básica?

- 0 – 3 anos  
 4 – 11 anos  
 12 – 18 anos  
 19 – 25 anos  
 mais que 25 anos

5. Qual a sua carga horária semanal de trabalho, em sala de aula?

- 0 – 20 horas semanais  
 21 – 30 horas semanais  
 31 – 40 horas semanais

6. Você possui pós-graduação na área de ensino/educação?

- Sim. Qual? Metodologia do Ensino de Matemática e Física  
 Não. Por quê? \_\_\_\_\_

7. Existe incentivo do seu órgão/empresa empregador(a) para participação em programas de pós-graduação na sua área de atuação?

- Sim. Quais incentivos? \_\_\_\_\_



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Não.

8 – Participa de programas de formação continuada ofertados pelo órgão empregador?

Sim.

Não.

## II – ASPECTOS RELACIONADOS ÀS ATIVIDADES DE ENSINO

9 – Em caso de resposta afirmativa no item precedente, indaga-se sobre a contribuição/relação da formação continuada para/com as atividades de ensino e aprendizagem.

Muito relevante.

Relevante.

Média relevância.

Irrelevante. Por quê? \_\_\_\_\_

10. Qual a relevância que você atribui à sua formação pedagógica para o ensino de Matemática na Educação Básica?

Muito relevante.

Relevante.

Sem relevância. Justifique \_\_\_\_\_

11. Qual a relevância que você atribui à sua formação específica (matemática) para o ensino de Matemática na Educação Básica?

Muito relevante.

Relevante.

Sem relevância. Justifique \_\_\_\_\_

12. Assinale qual(is) o(s) os métodos de ensino mais utilizados em sala de aula.

Aula expositiva (quadro)

Aula dialogada

Resolução de lista de exercícios.



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

- Slides
- Atividades individuais
- Atividades em grupos
- Outros, Especificar \_\_\_\_\_

13. Identifique as dificuldades encontradas na sala de aula que dificultam o processo de ensino:

- Excesso de alunos por turma
- Estrutura física deficitária
- Falta de segurança
- Defasagem de aprendizagem
- Falta de acompanhamento dos pais/responsáveis

14. Qual a relevância da sequência didática ou do plano de aula para seu trabalho em sala de aula?

- Muito relevante.
- Relevante
- Média relevância.
- Irrelevante. Justifique? \_\_\_\_\_

15. Vários conteúdos matemáticos apresentam vários obstáculos pedagógicos no processo e ensino. Durante as suas aulas, você já foi indagado, pelos alunos, acerca do porquê do resultado, por exemplo, do produto de dois números negativos ser positivo?

- Sim. Como explicou? *Mostrando outros exemplos relacionando com conceitos do dia-a-dia dos alunos*
- Sim, mas não soube explicar.
- Não.

16. Você encontra obstáculos para associar o conteúdo de operações com números inteiros com situações concretas (do dia-a-dia), em especial, nas operações de multiplicação?

- Sim. Quais dificuldades? \_\_\_\_\_
- Não. Por quê? *basta associar a compra de um produto na feira*

17. Para superar os obstáculos no ensino de operações com números inteiros, já fez uso de algum material didático?

- Sim. Qual? *com recursos de livros didáticos com histórias*



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Não. Justifique? \_\_\_\_\_

18. Acha importante o uso de recursos tecnológicos durante as aulas que envolvem operações com números inteiros (aplicativos, celulares, vídeos, etc)?

Sim. Justifique vai ~~ser~~ auxiliar na aprendizagem dos alunos

Não. Justifique \_\_\_\_\_

19 – Em sala de aula qual estratégia é utilizada, de forma a tornar compreensível para os alunos as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros.

Explicar as operações e depois relacionar com os problemas do dia-a-dia

20 – Descreva:

a) uma estratégia bem sucedida, em relação a aprendizagem dos alunos, ao ensinar a multiplicação com números inteiros.

Faço na quadra exemplos de multiplicação de n<sup>o</sup> inteiros e discute com eles, fazendo perguntas e exemplificando

b) uma estratégia mal sucedida, em relação a aprendizagem dos alunos, ao ensinar a multiplicação com números inteiros.

Quando se trabalha com a ideia de parcelas iguais e tem muitos alunos que não retém a tabuada.

→ com situações do dia-a-dia quando possível.

APÊNDICE G - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE  
INTEGRAM A PESQUISA



Universidade Federal do Acre  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG  
Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Questionário aplicado aos professores que integram o grupo de pesquisa

I – PERFIL/FORMAÇÃO DO PROFESSOR

1. Onde cursou a Educação Básica?

- Integralmente em estabelecimento público de ensino  
 Parcialmente em estabelecimento público de ensino  
 Integralmente em estabelecimento de ensino privado.

2. Qual sua formação acadêmica (graduação)?

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA E LICENCIATURA EM GEOGRAFIA

3. Qual a sua motivação para escolher este curso?

GOSTAVA DA DISCIPLINA DESDE A INFÂNCIA E OPORTUNIDADE DE REALIZAÇÃO DO CURSO

4. Tempo de docência na Educação Básica?

- 0 – 3 anos  
 4 – 11 anos  
 12 – 18 anos  
 19 – 25 anos  
 mais que 25 anos

5. Qual a sua carga horária semanal de trabalho, em sala de aula?

- 0 – 20 horas semanais  
 21 – 30 horas semanais  
 31 – 40 horas semanais

6. Você possui pós-graduação na área de ensino/educação?

- Sim. Qual? CIÊNCIAS SOCIAIS: HISTÓRIA E GEOGRAFIA DO BRASIL  
 Não. Por quê? \_\_\_\_\_

7. Existe incentivo do seu órgão/empresa empregador(a) para participação em programas de pós-graduação na sua área de atuação?

- Sim. Quais incentivos? FINANCEIRO, OU SEJA AUMENTO SALÁRIA EMBORA PEQUENO.



Universidade Federal do Acre

Pré-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Não.

8 – Participa de programas de formação continuada ofertados pelo órgão empregador?

Sim.

Não.

## II – ASPECTOS RELACIONADOS ÀS ATIVIDADES DE ENSINO

9 – Em caso de resposta afirmativa no item precedente, indaga-se sobre a contribuição/relação da formação continuada para/com as atividades de ensino e aprendizagem.

Muito relevante

Relevante

Média relevância.

Irrelevante. Por quê? \_\_\_\_\_

10. Qual a relevância que você atribui à sua formação pedagógica para o ensino de Matemática na Educação Básica?

Muito relevante

Relevante.

Sem relevância. Justifique \_\_\_\_\_

11. Qual a relevância que você atribui à sua formação específica (matemática) para o ensino de Matemática na Educação Básica?

Muito relevante

Relevante.

Sem relevância. Justifique \_\_\_\_\_

12. Assinale qual(is) o(s) os métodos de ensino mais utilizados em sala de aula:

Aula expositiva (quadro)

Aula dialogada

Resolução de lista de exercícios



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

- Slides
- Atividades individuais
- Atividades em grupos
- Outros, Especificar \_\_\_\_\_

13. Identifique as dificuldades encontradas na sala de aula que dificultam o processo de ensino:

- Excesso de alunos por turma
- Estrutura física deficitária
- Falta de segurança
- Defasagem de aprendizagem
- Falta de acompanhamento dos pais/responsáveis

14. Qual a relevância da sequência didática ou do plano de aula para seu trabalho em sala de aula?

- Muito relevante.
- Relevante
- Média relevância.
- Irrelevante. Justifique? \_\_\_\_\_

15. Vários conteúdos matemáticos apresentam vários obstáculos pedagógicos no processo e ensino. Durante as suas aulas, você já foi indagado, pelos alunos, acerca do porquê do resultado, por exemplo, do produto de dois números negativos ser positivo?

- Sim. Como explicou? \_\_\_\_\_
- Sim, mas não soube explicar.
- Não.

16. Você encontra obstáculos para associar o conteúdo de operações com números inteiros com situações concretas (do dia-a-dia), em especial, nas operações de multiplicação?

- Sim. Quais dificuldades? *Dificuldade de inventar exemplos do cotidiano para os alunos.*
- Não. Por quê? \_\_\_\_\_

17. Para superar os obstáculos no ensino de operações com números inteiros, já fez uso de algum material didático?

- Sim. Qual? *Paralmentes coloridos que simulam dominó, etc.*



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Não. Justifique? \_\_\_\_\_

18. Acha importante o uso de recursos tecnológicos durante as aulas que envolvem operações com números inteiros (aplicativos, celulares, vídeos, etc)?

Sim. Justifique *Os recursos tecnológicos sempre auxiliam, porém em alguns casos nem todos os alunos possuem acesso.*

Não. Justifique \_\_\_\_\_

19 – Em sala de aula qual estratégia é utilizada, de forma a tornar compreensível para os alunos as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros.

*Geralmente procuro fazer associações com situações cotidianas, tais como, compras, utilização da moeda corrente, entre outros.*

20 – Descreva:

a) uma estratégia bem sucedida, em relação a aprendizagem dos alunos, ao ensinar a multiplicação com números inteiros.

*Associações com situações que envolvem moeda.*

b) uma estratégia mal sucedida, em relação a aprendizagem dos alunos, ao ensinar a multiplicação com números inteiros.

*Associação de números inteiros com o nível do mar (abaixo do nível do mar ou acima do nível do mar), muitos dos nossos alunos não possuem conhecimento do mar e não entenderam como uma cidade ou local poderia estar acima ou abaixo do nível do mar.*

## APÊNDICE H - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE INTEGRAM A PESQUISA



**Universidade Federal do Acre**

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Questionário aplicado aos professores que integram o grupo de pesquisa

### I – PERFIL/FORMAÇÃO DO PROFESSOR

1. Onde cursou a Educação Básica?

- Integralmente em estabelecimento público de ensino  
 Parcialmente em estabelecimento público de ensino  
 Integralmente em estabelecimento de ensino privado.

2. Qual sua formação acadêmica (graduação)?

Licenciatura em Matemática

3. Qual a sua motivação para escolher este curso?

Ensinar com dedicação

4. Tempo de docência na Educação Básica?

- 0 – 3 anos  
 4 – 11 anos  
 12 – 18 anos  
 19 – 25 anos  
 mais que 25 anos

5. Qual a sua carga horária semanal de trabalho, em sala de aula?

- 0 – 20 horas semanais  
 21 – 30 horas semanais  
 31 – 40 horas semanais

6. Você possui pós-graduação na área de ensino/educação?

- Sim. Qual? Educação Especial Inclusiva  
 Não. Por quê? \_\_\_\_\_

7. Existe incentivo do seu órgão/empresa empregador(a) para participação em programas de pós-graduação na sua área de atuação?

- Sim. Quais incentivos? \_\_\_\_\_

APÊNDICE I - QUESTIONÁRIO APLICADO AO GRUPO DE PROFESSORES QUE  
INTEGRAM A PESQUISA



Universidade Federal do Acre  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG  
Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Questionário aplicado aos professores que integram o grupo de pesquisa

I – PERFIL/FORMAÇÃO DO PROFESSOR

1. Onde cursou a Educação Básica?

- Integralmente em estabelecimento público de ensino  
 Parcialmente em estabelecimento público de ensino  
 Integralmente em estabelecimento de ensino privado.

2. Qual sua formação acadêmica (graduação)?

Matemática

3. Qual a sua motivação para escolher este curso?

Afinidade

4. Tempo de docência na Educação Básica?

- 0 – 3 anos  
 4 – 11 anos  
 12 – 18 anos  
 19 – 25 anos  
 mais que 25 anos

5. Qual a sua carga horária semanal de trabalho, em sala de aula?

- 0 – 20 horas semanais  
 21 – 30 horas semanais  
 31 – 40 horas semanais

6. Você possui pós-graduação na área de ensino/educação?

- Sim. Qual? Ensino da Matemática  
 Não. Por quê? \_\_\_\_\_

7. Existe incentivo do seu órgão/empresa empregador(a) para participação em programas de pós-graduação na sua área de atuação?

- Sim. Quais incentivos? Oferecem anualmente dois cursos.



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Não.

8 – Participa de programas de formação continuada ofertados pelo órgão empregador?

Sim.

Não.

## II – ASPECTOS RELACIONADOS ÀS ATIVIDADES DE ENSINO

9 – Em caso de resposta afirmativa no item precedente, indaga-se sobre a contribuição/relação da formação continuada para/com as atividades de ensino e aprendizagem.

Muito relevante

Relevante

Média relevância.

Irrelevante. Por quê? *Apresentam sempre novas formas de abordagem.*

10. Qual a relevância que você atribui à sua formação pedagógica para o ensino de Matemática na Educação Básica? *Relevante.*

Muito relevante

Relevante.

Sem relevância. Justifique *Aprendizagem e entendimento de novos conceitos.*

11. Qual a relevância que você atribui à sua formação específica (matemática) para o ensino de Matemática na Educação Básica?

Muito relevante

Relevante.

Sem relevância. Justifique *Trazer novos conhecimentos aos discentes.*

12. Assinale qual(is) o(s) os métodos de ensino mais utilizados em sala de aula:

Aula expositiva (quadro)

Aula dialogada

Resolução de lista de exercícios



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

- Slides
- Atividades individuais
- Atividades em grupos
- Outros. Especificar \_\_\_\_\_

13. Identifique as dificuldades encontradas na sala de aula que dificultam o processo de ensino:

- Excesso de alunos por turma
- Estrutura física deficitária
- Falta de segurança
- Defasagem de aprendizagem
- Falta de acompanhamento dos pais/responsáveis

14. Qual a relevância da sequência didática ou do plano de aula para seu trabalho em sala de aula?

- Muito relevante.
- Relevante
- Média relevância.
- Irrelevante. Justifique? *É um parâmetro já testado e aprovado.*

15. Vários conteúdos matemáticos apresentam vários obstáculos pedagógicos no processo de ensino. Durante as suas aulas, você já foi indagado, pelos alunos, acerca do porquê do resultado, por exemplo, do produto de dois números negativos ser positivo?

- Sim. Como explicou? \_\_\_\_\_
- Sim, mas não soube explicar.
- Não.

16. Você encontra obstáculos para associar o conteúdo de operações com números inteiros com situações concretas (do dia-a-dia), em especial, nas operações de multiplicação?

- Sim. Quais dificuldades?
- Não. Por quê? *Sempre relaciono a fatos do cotidiano*

17. Para superar os obstáculos no ensino de operações com números inteiros, já fez uso de algum material didático?

- Sim. Qual? *Papel moeda, pedras, etc.*



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Não. Justifique? \_\_\_\_\_

18. Acha importante o uso de recursos tecnológicos durante as aulas que envolvem operações com números inteiros (aplicativos, celulares, vídeos, etc)?

Sim. Justifique Os alunos necessitam desses conhecimentos.

Não. Justifique \_\_\_\_\_

19 – Em sala de aula qual estratégia é utilizada, de forma a tornar compreensível para os alunos as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros.

Aplica sempre em movimentações financeiras em petições, com ganhos, perdas e divisões de lucros.

20 – Descreva:

a) uma estratégia bem sucedida, em relação a aprendizagem dos alunos, ao ensinar a multiplicação com números inteiros.

Após comenciar os alunos das regras de operação criar uma lista de exercícios.

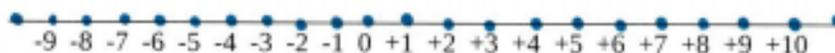
b) uma estratégia mal sucedida, em relação a aprendizagem dos alunos, ao ensinar a multiplicação com números inteiros.

Após comenciar os alunos da forma de cálculo criar apenas quatro exemplos e cinco exercícios eram bastante e suficiente para a aprendizagem de fato.

## APÊNDICE J – EXERCÍCIOS SOBRE OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

### Exercícios - operações de adição e subtração de números inteiros

1. Efetue as operações com o auxílio da reta numérica (vide vídeo).



- a)  $-8+5=$
- b)  $+7-9=$
- c)  $-3-4=$
- d)  $-10+0=$
- e)  $-5+5=$
- f)  $+9-11=$

2. Fábio tem um saldo de R\$ 300,00 na conta corrente. Qual será o saldo (em números positivos ou negativos), se ele:

- a) retirar R\$ 250,00?
- b) depositar R\$ 200,00?
- c) depositar R\$ 100,00
- d) retirar R\$ 320,00?

3. Carlos devia a três amigos as seguintes quantias: R\$ 35,00, R\$ 40,00 e R\$ 75,00. Mas outros amigos lhe deviam R\$ 24,00, R\$ 50,00, R\$ 17,00 e R\$ 10,00. Qual era a situação financeira de Carlos?

## APÊNDICE K – EXERCÍCIOS SOBRE MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Efetue: (observe o exemplo)

a)  $(+2) \times (+4) = +8$

b)  $(-2) \times (-4) = +8$

c)  $(+2) \times (-4) = -8$

d)  $(-2) \times (+4) = -8$

1)  $(+) \times (+) = \dots\dots$

2)  $(-) \times (+) = \dots\dots$

3)  $(+) \times (-) = \dots\dots$

4)  $(-) \times (-) = \dots\dots$

5)  $(+) \times (-) \times (-) = \dots\dots$

6)  $(-) \times (-) \times (-) = \dots\dots$

7)  $(-) \times (+) \times (-) = \dots\dots$

8)  $(-) \times (-) \times (+) = \dots\dots$

9)  $(+) \times (+) \times (-) = \dots\dots$

10)  $(-) \times (+) \times (+) = \dots\dots$

11)  $(+) \times (-) \times (+) = \dots\dots$

12)  $(+2) \times (+3) = \dots\dots$

13)  $(+3) \times (+4) = \dots\dots$

14)  $(+5) \times (+2) = \dots\dots$

15)  $(+4) \times (+2) = \dots\dots$

16)  $(+2) \times (+6) = \dots\dots$

17)  $(-2) \times (+3) = \dots\dots$

18)  $(+3) \times (-4) = \dots\dots$

19)  $(-5) \times (+2) = \dots\dots$

20)  $(+4) \times (-2) = \dots\dots$

21)  $(+2) \times (-6) = \dots\dots$

17)  $(-3) \times (+3) = \dots\dots$

18)  $(+5) \times (-4) = \dots\dots$

19)  $(-4) \times (+3) = \dots\dots$

20)  $(+5) \times (-2) = \dots\dots$

21)  $(+2) \times (-7) = \dots\dots$

22)  $(-5) \times (-3) = \dots\dots$

23)  $(-3) \times (-2) = \dots\dots$

24)  $(-5) \times (-6) = \dots\dots$

25)  $(-6) \times (-2) = \dots\dots$

26)  $(-2) \times (-7) = \dots\dots$

28)  $(-3) \times (-8) = \dots\dots$

29)  $(-4) \times (-6) = \dots\dots$

30)  $(-5) \times (-7) = \dots\dots$

31)  $(-5) \times (-7) \times (+2) = \dots\dots$

32)  $(-5) \times (+2) \times (+3) = \dots\dots$

33)  $(+1) \times (-7) \times (+2) = \dots\dots$

34)  $(-2) \times (-3) \times (+4) = \dots\dots$

35)  $(+3) \times (-6) \times (+1) = \dots\dots$

36)  $(-4) \times (-1) \times (+2) = \dots\dots$

37)  $(-5) \times (-3) \times (-2) = \dots\dots$

38)  $(-3) \times (-4) \times (-2) = \dots\dots$

39)  $(-4) \times (-5) \times (-1) = \dots\dots$

40)  $(+5) \times (-4) \times (-2) = \dots\dots$

41)  $(-2) \times (-4) \times (-3) \times (-1) = \dots\dots$

42)  $(-3) \times (-1) \times (-3) \times (-1) = \dots\dots$

43)  $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-5) = \dots\dots$

44)  $(-5) \times (-2) \times (-3) \times (-1) = \dots\dots$

45)  $(-2) \times (-5) \times (-3) \times (-1) = \dots\dots$

46)  $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-1) = \dots\dots$

47)  $(-6) \times (-2) \times (-1) \times (-1) = \dots\dots$

48)  $(-5) \times (+4) \times (-2) \times (+1) = \dots\dots$

49)  $(+2) \times (-1) \times (+3) \times (-4) = \dots\dots$

50)  $(-3) \times (+2) \times (-4) \times (-5) = \dots\dots$