UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

RENATO FLOR SALDANHA

CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTERDISCIPLINAR:

Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações Semióticas

RIO BRANCO, AC
2023

RENATO FLOR SALDANHA

CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTERDISCIPLINAR:

Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações Semióticas

Texto de Defesa apresentado, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre.

Orientador: Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva

RIO BRANCO, AC

2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

S162s Saldanha, Renato Flor, 1988 -

Construção de uma sequência didática interdisciplinar: funções trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da teoria dos registros de representações semióticas / Renato Flor Saldanha; orientador: Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva – 2024.

56 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Texto de defesa apresentado, como requisito parcial para obtenção do título de mestre, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre.

1. Movimento Harmônico Simples - MHS. 2.Teoria do Registro e Representação Semióticas - TRRS. 3. Funções trigonométricas. 4. Processo de ensino e aprendizagem. I. Silva, Itamar Miranda da (Orientador). II. Título.

CDD: 516.2

Marcelino G. M. Monteiro Bibliotecário CRB 11ª / 258

RENATO FLOR SALDANHA

CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTERDISCIPLINAR:
Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações Semióticas

Aprovada em: 17.08.2023

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva – CELA/UFAC – Orientador/Presidente
Profª. Drª. Aline Andreia Nicolli CELA/UFAC – Membro Interno
Prof. Dr. Pelegrino Santos Verçosa – CELA/UFAC – Membro Externo
Prof. Dr. Pierre André Garcia Pires - Suplente

RIO BRANCO, AC
2023

Dedico este trabalho a minha mãe, Raimunda Cruz Flor que sempre batalho para que eu pudesse iniciar e continuar minha trajetória de estudos desde o ensino fundamental até o presente momento.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus.

Em especial, aos meus pais, Raimunda Cruz Flor e João Ferreira Saldanha, pela educação familiar e apoio proporcionado durante a minha trajetória de vida.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva, pelas palavras de motivação, sugestões, compreensão orientações e cobranças, que foram fundamentais no desenvolvimento deste trabalho.

A minha esposa, Veronica Afon da Costa, pelo apoio e o incentivo em concluir o trabalho.

À Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática -MPECIM, representada pela professora Dra. Salete Maria Chalub Bandeira, pelo trabalho realizado no desenvolvimento deste programa de Pós-Graduação e compreensão pelos atrasos na elaboração da dissertação.

Aos docentes do curso, pelo trabalho realizado em suas respectivas disciplinas ministradas.

Aos Amigos Bruno Giovanni Mendes da Silveira, Carlos Emanoel Alcides do Nascimento, Janiere Santos Gouveia e Shirley Gadelha Cavalcante, pela colaboração na execução deste trabalho, informações, ajustes no trabalho e apoio nos momentos de ausência do meu local de trabalho.

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo analisar como as funções trigonométricas aplicadas ao Ensino de Movimento Harmônico Simples – MHS, sob o enfoque da Teoria dos Registros e Representações Semióticas, podem contribuir com os processos de ensino e aprendizagem deste objeto no âmbito escolar. Com isso, a pergunta que norteou o desenvolvimento da presente pesquisa foi a seguinte: de que maneira a Teoria dos Registros e Representações Semióticas pode contribuir com as funções trigonométricas aplicadas no Ensino do MHS no Ensino Médio? Para tanto, o aporte teórico utilizado foi a Teoria dos Registros e Representações Semióticas - TRRS, nos escritos de Raymond Duval e Vânia Bolzan Denardi, que forneceu os elementos capazes de mobilizar e analisar vários registros, bem como construtos da Teoria das Situações Didáticas, e que orientou a elaboração de uma Sequência Didática, *que se apresenta como sendo o Produto Educacional deste estudo.* A metodologia que utilizamos configura-se como um percurso de estudo e pesquisa solitário, a partir do qual analisamos alguns livros didáticos que compõem os acervos das Escolas Públicas de Ensino Médio localizadas no munícipio de Rio Branco, Acre. Com base nos resultados obtidos, produzimos a sequência didática com o intuito de nortear os processos de ensino e aprendizagem do MHS ao confrontarmos de forma simultânea os vários registros e representações deste fenômeno físico simultaneamente mobilizando as funções trigonométricas.

Palavras-Chave: Movimento Harmônico Simples – MHS, Teoria do Registros e Representação Semióticas – TRRS, Funções Trigonométricas, Processos de Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

This present study aims to analyze how trigonometric functions applied to Simple Harmonic Motion - SHM, under scrutiny of Theory of Registers of Semiotic Representations, can contribute with teaching-learning processes of this object in scholar environment. Taking it under consideration, the guiding question to the development of this research was: in which ways can the Theory of Registers of Semiotic Representations contribute with trigonometric functions applied in SHM teaching in high school? To do so, we used Raymond Duval and Vânia Bolzan Denardi's writings as theoretical foundations for the Theory of Registers of Semiotic Representations - TRSR. These theoretical support provided us elements capable to bring to bear and analyze lots of registers, as well as ideal theses based on the Theory of Didactical Situations, and that has oriented the elaboration of a Didactic Sequence, that is presented as the Educational Product of this study. The methodology we used is based on a solitary path and study research, from which we analyzed some didactic books that compound the Public High School archives, located in Rio Branco city, Acre state. Based on the obtained results, we produced a didactic sequence aiming to direct the teaching-learning processes of SHM, confronting it simultaneously with many registers and representations of this physical phenomenon simultaneously mobilizing the trigonometric functions.

Key-words: Simple Harmonic Motion - SHM, Theory of Registers of Semiotic Representations - TRSR, Trigonometric Functions, Teaching-Learning Processes.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

TRRS – Teoria dos Registros de Representações Semióticas

MHS – Movimento Harmônico Simples

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No decorrer da carreira profissional os professores de Física e Matemática se deparam com questionamentos realizados pelos alunos, como por exemplo: “Por que preciso aprender Física e Matemática”? ou “Como esses conteúdos serão úteis na minha vida?”. São esses tipos de indagações que, por vezes, fazem os professores buscarem alternativas de contextualização, a fim de que seu alunado compreenda que os conteúdos trabalhados nas disciplinas de Física e Matemática estão presentes no cotidiano.

Assim, alguns questionamentos são importantes de se fazer para atenuar a aflição dos professores e alunos, por exemplo: Por que não propor atividades interdisciplinares que aproximem as duas áreas e minimizem a falta de suporte matemático dos alunos na disciplina de Física? Por que não fazer com que o ensino de Física seja mais dinâmico e de fácil compreensão aos alunos? Refletir sobre o exposto requer que os professores tenham uma maior sintonia e disposição de colaborar uns com os outros, introduzindo em seus planejamentos a construção de sequências didáticas interdisciplinares.

Para Fazenda (1991, p.109), “o educador que pretende interdisciplinar não é solitário, é parceiro: Parceiro de teóricos, parceiro de pares, parceiro de alunos, sempre parceiro”. Assim, pensar na aproximação do trabalho escolar, no Ensino Médio, envolvendo as disciplinas de Matemática e Física pressupõe o estabelecimento de parcerias. Isso, no entanto, é, sem dúvida, um dos grandes desafios existentes na escola, posto que exige que seja quebrado um ciclo de uma rotina escolar onde cada professor caminha sozinho com o objetivo de construir/socializar o conhecimento específico de sua disciplina. Por isso, é importante que os professores que atuam com Física e Matemática trabalhem de forma conjunta, estabelecendo objetivos de aprendizagens comuns e, mais do que, objetivos amplos pautados na necessidade de garantirmos a formação de alunos críticos e capazes de compreender como é importante o estudo dos diversos campos da matemática, e sobretudo, de como a matemática pode fornecer o suporte para a física explicar os fenômenos da natureza.

É importante ressaltar, ainda, que a interdisciplinaridade necessita, segundo Japiassu (1976, p. 75), se reconhecer como um empreendimento interdisciplinar, que é o caso, por exemplo, do Movimento Harmônico Simples e das Funções

Trigonométricas, uma vez que a abordagem do MHS exige que tomemos de empréstimo técnicas, metodologias e soluções presentes no estudo e na análise das funções trigonométricas

A partir do levantamento dessa problemática que envolve professores de Matemática e Física, que atuam no Ensino Médio, e considerando: a) as dificuldades que os alunos apresentam em termos de compreensão das aplicações dos conceitos de Funções Trigonométricas (um conteúdo da Matemática) no Movimento Harmônico Simples (um conteúdo da disciplina de Física) e, b) o fato de que alunos de uma turma que outrora havia resolvido questões de funções trigonométricas não conseguem aplicá-las nas atividades de física que contemplam o Movimento Harmônico Simples – MHS, buscamos, por meio deste estudo, refletir e buscar soluções que possam, de alguma forma, minimizar tais problemas e viabilizar a compreensão, por parte dos aluno, das funções trigonométricas na disciplina de física e no cotidiano.

Para isso, defendemos a abordagem interdisciplinar à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas – TRRS, que foi proposta pelo psicólogo Reymond Duval (1970-1995), como possibilidade de construir processos de ensino/aprendizado de qualidade, por meio dos quais os alunos não apenas reproduzam exercícios, mas possam desenvolver as competências que são propostas pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC.

Então esse trabalho pretende, à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas – TRRS, propor uma sequência didática que aborde de forma interdisciplinar o estudo do Movimento Harmônico Simples e as aplicações das Funções Trigonométricas, a partir de três representações, que são: Representação em Língua Materna, Representação Algébrica e Representação Gráfica.

Esclarecemos ainda que o presente texto está organizado em quatro capítulos, assim intitulados: no primeiro capítulo trataremos da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, Interdisciplinaridade e Geogebra; no capítulo 2, abordaremos a respeito dos objetos de estudo da Matemática e da Física; no terceiro capítulo, descreveremos o desenho metodológico deste estudo; no capítulo 4, apresentaremos os pressupostos educacionais, os resultados e a proposta de produto educacional. Por fim, apresentamos algumas Conclusões.

CAPÍTULO 1: TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS, INTERDISCIPLINARIDADE E GEOGEBRA

1.1 Teoria dos Registros de Representações Semióticas – TRRS

A Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), desenvolvida pelo filosofo e psicólogo Reymond Duval, cita que na atividade matemática a mobilização dos seus objetos só vai ocorrer se tivermos acesso por meio de suas representações. Esse fenômeno ocorre muito na Matemática, considerando a abordagem de funções trigonométricas, mas também ocorre em outras áreas do conhecimento, como por exemplo na Física a partir do estudo de movimento harmônico simples. Por tanto, faz-se necessário trazer essa abordagem para que os estudantes conheçam um pouco desse tema.

Dois termos são centrais para a teoria dos TRRS: os signos e as representações. Por signos entendemos qualquer tipo de movimento como movimentos de mãos, letras, números, siglas; Representações, por sua vez, são conjuntos de signos. Por exemplo, uma operação de adição com algarismos conjuntos de números. Assim como temos uma equação, conjuntos de signos contendo letras e números bem como outros sinais como igualdade, símbolos de consciente, adição e subtração. Duval define os signos como:

> Signos: Unidades elementares de sentido, que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas algarismos, às vezes palavras-chaves, ou os gestos de mão. Oque equivale a considerar os signos como as “coisas” pelas quais é preciso começar para dar um sentido. (Duval, 2011, p. 38)

As representações são regras bem definidas, que estão ligadas às questões epistemológica do objeto. E o que seria a epistemologia dos objetos? Grosso modo, é tudo relativo àquele objeto desde o surgimento das dificuldades o conhecimento em si em torno desse objeto. Por exemplo, ao estudarmos números inteiros na Matemática, temos obstáculos inerentes aos estudos dos sinais (ao jogo de sinais) que o aluno trabalha na Educação Básica e leva essas dificuldades até o Ensino Superior.

Temos também ligada às representações o funcionamento do pensamento. Essas representações contribuem diretamente com o funcionamento do pensamento matemático. Particularmente falando do pensamento matemático, a TRRS pode ser usada em outras áreas, como Química e Biologia, no entanto vamos nos ater somente às áreas de Física e Matemática. Duval (1993, p.39) “afirma que o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros de representações semiótica”. Então, essa representação semiótica contribui para o desenvolvimento de três aspectos importantes para o indivíduo, vejamos:

a) O Desenvolvimento das representações mentais;
b) Realização de diferentes funções de conhecimento;
c) Produção de conhecimentos.

Quanto ao desenvolvimento das representações semióticas, podemos afirmar que são interiorizadas pelo indivíduo da mesma maneira que conseguimos fazer uma interiorização das representações mentais, ou seja, de tudo aquilo que nos é percebido~~.~~

Quanto à realização de diferentes funções cognitivas, as representações semióticas cumprem uma função de objetivação, uma vez que ela tem uma expressão própria. Por exemplo, absolvemos uma representação semiótica, um tipo de representação da nossa maneira, o que é diferente de tentar se comunicar. Pode ser que consigamos absolver aquela representação, mas não será possível nos comunicar com ela. Isso é o que, muitas vezes, acontece com os alunos ao estudar Matemática. As representações semióticas, ainda pensando nas questões de funções cognitivas, estão ligadas ao tratamento que é preciso dar a determinada situação, tratamento que não conseguimos fazer apenas com as situações mentais. Ao pensar manipulações do cálculo diferencial ou ao tentar resolver uma interação, por exemplo, não é possível fazer esse processo apenas com representações mentais, é necessária a representação semiótica.

Por fim, quanto à produção de conhecimento, as representações semióticas vão permitir que consigamos analisar um objeto em diferentes tipos de registros. Os registros de representação semiótica, para que ocorram, devem estar associados a três questões: a formação, ao tratamento e a convecção.

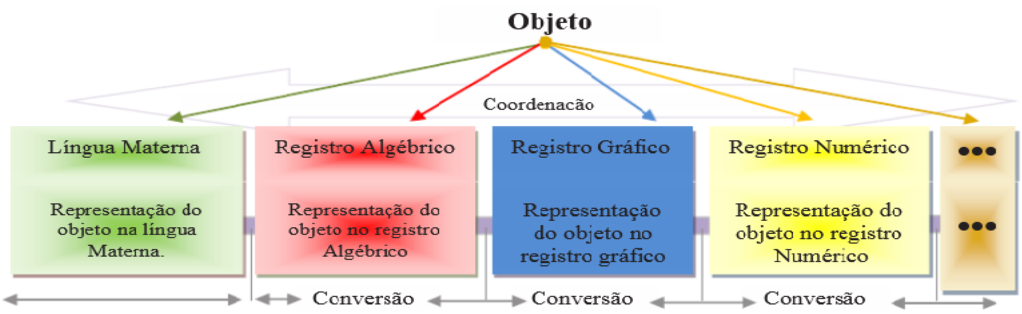
No que tange à Matemática, a formação são as regras e as características deste conteúdo, já o tratamento são as transformações dessa representação especialmente do conteúdo que estiver abordando em outras representações neste mesmo registro. Por exemplo, podemos indicar o seguinte: ao manipular uma equação do segundo grau, efetuando o seu desenvolvimento, estamos fazendo um tratamento numa mesma representação que é uma representação no registro algébrico. No entanto, ao mudar o registro, estamos fazendo uma conversão, uma transformação dessa representação em uma representação de outro registro.

Além disso, ao resolver uma equação o primeiro grau dessa equação está associado, feito o tratamento dela e encontrando a solução particularmente quando ela vale zero e uma expressão do primeiro grau é: $2x + 5 = 0$. Assim, alguns tipos de registros semióticos são assim indicados: língua materna, registros algébricos, registro gráfico, registro numérico, registro figural, dentre outros que podemos construir utilizando os conhecimentos matemáticos.

Os registros se associam por meio de uma coordenação que serve para gerar uma interrelação entre eles. Porém, não podemos confundir as representações entre cada registro e a possibilidade que existe de uma função do primeiro grau no registro algébrico ser diferente da visualização que temos no registro gráfico. No registro gráfico a função de primeiro grau é considerada uma reta, já no registro algébrico a sua representação algébrica é dada por um polinômio de primeiro grau atrelado a outra variável Y, caso tenhamos duas variáveis elas serão a dependente e a independente.

Na figura abaixo podemos verificar que existe uma coordenação que relaciona os diferentes registros semióticos, de forma que quando fazemos a mudança da representação de um registro para outro registro temos uma conversão, mas quando o objeto é manipulado dentro do próprio registro nós temos um tratamento.

Figura 01: Representações semióticas e conversão.



Fonte: Figura 2 de Henriques e Almouloud (2016).

Vamos observar o seguinte exemplo para compreender melhor o que se apresenta na figura 1. Considerando a lei de formação da função do 2º grau, a seguir, com o domínio real encontre as suas raízes e faça o esboço do seu gráfico no plano cartesiano.

O enunciado acima inicialmente é uma representação em língua materna. Agora quando nos debruçamos sobre a questão e encontramos suas raízes como podemos verificar abaixo teremos a resolução da função.

$$f(x) = x^2 + x - 6$$

$$f(x) = 0$$

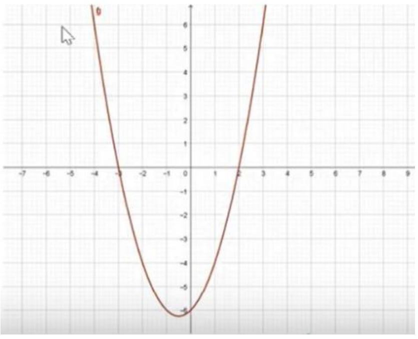
$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

x = 2 ou x = -3 (Raízes Reis)

Considerando a resolução da função percebemos que foi feita uma conversão do registro da língua materna para o registro algébrico, também podemos representar a função no registro gráfico, que é o esboço do gráfico da função no plano cartesiano.

Figura 02: Gráfico da *f*(x).



Fonte: O próprio autor (2023).

Podemos observar que em apenas um exemplo temos três tipos de representação para um mesmo objeto a função do 2º grau.

1.2 Interdisciplinaridade Matemática e Física

O movimento interdisciplinar com enfoque teórico co-metodológico começou na metade do século passado encampado pelas áreas das ciências humanas, mais especificamente, pela educação, com o objetivo de superar aspectos do ensino fragmentado que seguia uma epistemologia positivista, tendo suas raízes no naturalismo e mecanicismo da Ciência, no início da modernidade.

Conforme Juarez Thiesen (2008), a influência das publicações de diversos trabalhos, como os propostos por Newton, Darwin e Galileu, dentre outros, contribuiu para a divisão das ciências em especialidades e, nesse sentido, a interdisciplinaridade busca promover uma maior integração das Ciências, a fim de construir um fazer científico colaborativo entre as diversas áreas do conhecimento. Isto posto, cabe indicar que,

> As abordagens teóricas apresentadas pelos vários autores vão deixando claro que o pensamento e as práticas interdisciplinares, tanto nas ciências em geral quanto na educação, não põem em xeque a dimensão disciplinar do conhecimento em suas etapas de investigação, produção e socialização. O que se propõe é uma profunda revisão de pensamento, que deve caminhar no sentido da intensificação do diálogo, das trocas, da integração conceitual e metodológica nos diferentes campos do saber (Thiesen, 2008, p. 548).

Como trata Juarez Thiesen (2008), as práticas interdisciplinares não expõem ao risco a produção de conhecimento. Ao contrário, elas podem contribuir de maneira significativa com os processos de ensino/aprendizagem dos alunos, inclusive, no Ensino Médio, *lócus* desta pesquisa, criando pontes, ou ainda, diálogos e integração entre as áreas de conhecimento.

Nesse trabalho, além da aplicação da TRRS, vamos abordar os benefícios de um Ensino de Física e Matemática interdisciplinar, reconhecendo a relação dos fenômenos naturais e a necessidade de abordá-los de forma conjunta ou em parceria com registros matemáticos. Consideraremos a Física e Matemática no contexto do Ensino Médio, principalmente, quando trata do estudo do Movimento Harmônico Simples e das Funções Trigonométricas (objeto de estudo deste trabalho).

Um dos temas fundamentais da Física é o conceito do estudo dos movimentos, em que temos de forma mais específica o movimento harmônico simples – MHS. Em linhas gerais, esse movimento descreve a oscilação periódica de um objeto em torno de um ponto de equilíbrio. Esse tipo de movimento pode ser matematicamente descrito por funções trigonométricas como o seno e o cosseno. Da mesma forma, um dos campos de estudos da Matemática é o estudo das funções trigonométricas, que tratam das relações entre os ângulos e os lados de um triângulo retângulo.

O estudo do movimento harmônico simples - MHS e das funções trigonométricas ajuda os alunos a entenderem como os fenômenos físicos e os conceitos abstratos se relacionam entre si, a partir da Física e Matemática. Por exemplo, é possível compreender como a oscilação de um pêndulo, uma onda se deslocando em lago ou uma mola e pode ter seu comportamento expresso por uma função trigonométrica e com mudanças nos parâmetros da função (como amplitude ou frequência) o que afeta o movimento de um objeto real.

Considerando um ensino interdisciplinar, entre Matemática e Física, podemos promover habilidades como modelagem matemática, que envolve o uso de conceitos matemáticos para descrever fenômenos do mundo real e integrar várias áreas do conhecimento, além de desenvolver um pensamento crítico mais expansivo pela aplicação de conceitos matemáticos na resolução de problemas físicos. As disciplinas de Física e Matemática são cruciais para que os alunos desenvolvam habilidades fundamentais de um pensamento científico e compreendam de forma aprofundada os fenômenos da natureza.

Considerando-se o fenômeno do movimento harmônico simples e a modelagem do MHS por meio das funções trigonométricas pode-se dizer que elas permitem aos alunos entenderem as relações entre conceitos abstratos e fenômenos físicos, desenvolvendo habilidades fundamentais para a formação acadêmica, social e profissional. No sentido de promover uma educação interdisciplinar, como proposto por (FAZENDA, 1991, p. 109), é importante promover um ensino parceiro entre professor e aluno, professor e professor e aluno e aluno, que evite uma caminhada solitária quando da construção do conhecimento.

Podemos pensar a interdisciplinaridade, tanto no contexto de integração/interação de aulas de Matemática e Física, posto que tais práticas podem ser desafiadoras, especialmente se o objetivo for o de demostrar aos alunos exemplos práticos de movimento harmônico simples - MHS, seguidos de exercícios a partir dos quais os alunos poderão usar conceitos matemáticos relacionados às funções trigonométricas para descrever esses movimentos e os professores podem fornecer exemplos de problemas envolvendo a determinação da magnitude, período, frequência e velocidade do movimento e incentivando os alunos a resolver esses problemas usando funções trigonométricas.

O desafio se pauta na intenção de estabelecer uma ligação entre o ensino de Física e Matemática com a finalidade de permitir aos alunos a construção de conhecimentos de maneira integrada, pela abordagem do movimento harmônico simples e das funções trigonométricas, num empreendimento interdisciplinar, considerado que o estudo do MHS faz uso dos esquemas, conceitos e das análises presentes nos estudos de funções trigonométricas.

Para Japiassu (1976, p.75),

> Nos reconhecemos diante de um empreendimento interdisciplinar todas as vezes em que ele conseguir incorporar os resultados de várias especialidades, que tomar de empréstimo a outras disciplinas certos instrumentos e técnicas metodológicos, fazendo uso dos esquemas conceituais e das análises que se encontram nos diversos ramos do saber, a fim de fazê-los integrarem e convergirem, depois de terem sido comparados e julgados. Donde podermos dizer que o papel específico da atividade interdisciplinar consiste, primordialmente, em lançar uma ponte para ligar as fronteiras que haviam sido estabelecidas anteriormente entre as disciplinas com o objetivo preciso de assegurar a cada um seu caráter propriamente positivo, segundo modos particulares e com resultados específicos. (Japiassu, 1976, p. 75)

Conforme Japiassu (1976), estamos diante de uma situação em que podemos interdisciplinar os conceitos presentes no ensino de física e matemática, é de fundamental importância que o professor de ambas as áreas utilize técnicas e metodologias para aproximar ambos os campos de ensino e ligar o ensino de física e matemática respeitando suas características e particularidades, mas criando pontes em temas que são trabalhados em ambas áreas como por exemplo as funções trigonométricas e o movimento harmônico simples - MHS.

1.3 Geogebra

O Geogebra é uma ferramenta matemática que permite a exploração, interatividade e visualização de conceitos e a construção de modelos matemáticos. O uso do Geogebra vem auxiliando os professores e alunos na construção de conhecimento, principalmente no âmbito da disciplina de matemática, mas também pode ser utilizado na disciplina de física, principalmente nas representações gráficas.

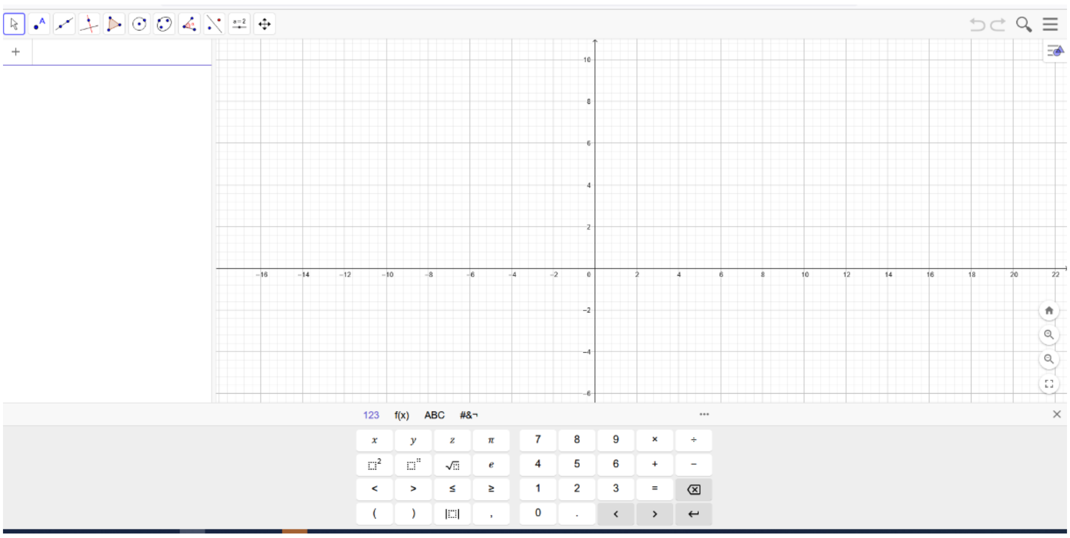
O Geogebra foi desenvolvido na Universidade de Salzburg, por Markus Hohenwarter e uma equipe de programadores internacional, com objetivo de facilitar a aprendizagem nos estabelecimentos de ensino. O software Geogebra[1] permite a elaboração de pontos, retas, seguimentos, vetores e gráficos de diversos tipos de funções.

Segundo Hohenwarter:

> O GeoGebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica ou numérica, e a Folha de Cálculo. Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (ex. pontos, gráficos de funções), algebricamente (ex. coordenadas de pontos, equações) e nas células das folhas de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados. (Hohenwarter, 2009, p. 75)

Considerando as funcionalidades do Geogebra sempre será possível apresentarmos uma função em mais de uma representação, como podemos observar na figura 03 que mostra a área de trabalho do Geogebra, em que podemos ver aso opções para inserir números, equações, funções, pontos e a partir da maneira como alimentamos aplicativos podemos obter gráficos em outras formas geométricas.

Figura 03: Área de trabalho do Geogebra.



Fonte: Geogebra, produzido pelo autor, 2023.

[1] O download do software pode ser realizado no site https: //www.geogebra.org

Como podemos verificar na figura 03, o Geogebra nos apresenta uma interface em que os professores e alunos podem desenvolver várias atividades do campo de estudo da Matemática, tendo como funções principais a) a produção de figuras geométricas e manipulas, b) a criação de novas ferramentas e adição ao menu software, c) elaboração de esboços gráficos de funções entre outras funções.

O Geogebra, por ser software de código aberto, vem facilitando o ensino e aprendizagem dos alunos em diversos níveis da educação, por isso vários autores concordam que o Geogebra é enriquecedor na prática docente. Segundo Fanti (2010):

> O Geogebra é um software livre e pode ser usado facilmente como uma importante ferramenta para despertar o interesse pela busca do conhecimento matemático principalmente com alunos dos ensinos fundamental e médio. Possibilita trabalhar de forma dinâmica em todos os níveis da educação básica permitindo a abordagem de diversos conteúdos especialmente os relacionados ao estudo da geometria e funções. (Fanti, 2010, p. 1)

Então o uso do Geogebra é de grande importância para despertar nos estudantes interesse pelo conhecimento matemático, considerando o seu fácil manuseio e a possibilidade de compartilhamento de seus arquivos em outros softwares. Vale ressaltar que para a presente pesquisa o Geogebra contribuirá no esboço de gráficos referentes a aplicação das funções trigonométricas para o ensino de movimento harmônico simples.

CAPÍTULO 2: OS OBJETOS DE ESTUDO DA MATEMÁTICA E DA FÍSICA

Nesse capítulo abobadaremos o objeto de estudo do trabalho. Inicialmente, será feita uma abordagem do objeto de estudo principal. Contudo, ressaltamos que antes de entramos na temática de movimento harmônico simples – MHS, faremos uma breve recapitulação de conceitos básicos velocidade, aceleração, princípios fundamentas da dinâmica e para finalizar será feita uma exposição de funções trigonométrica.

2.1 Movimento Harmônico Simples

Na natureza existem várias formas de movimentos periódicos. Esses movimentos que apresentam ciclos, como o movimento de rotação da Terra em torno de seu próprio eixo e o movimento de translação, por meio do qual a Terra gira ao redor do Sol. O Movimento Harmônico Simples também é um movimento com essas características, por esse motivo, consideramos de fundamental importância o seu estudo no campo da Física.

Para compreendermos o Movimento Harmônico Simples – MHS, se faz necessário nos apropriarmos de alguns outros conceitos de grandeza, do campo da Física, são eles: Velocidade, Aceleração e Força.

2.1.1 Velocidade Escalar Média

Podemos definir a velocidade como a taxa de variação da posição ou espaço de um corpo em função do tempo. Quando um veículo muda de posição em uma rodovia, saindo do ponto *A* para o ponto *B* temos que o veículo está se deslocando de uma posição para outra a uma determinada taxa, a qual chamamos de velocidade.

Ramalho (2007) afirma que, a qualquer movimento associamos a grandeza chamada velocidade escalar para medir a variação do espaço do móvel no decorrer do tempo.

Analisando a definição propostas por Ramalho (2007) tem-se o seguinte: Considerando um ponto material P descrevendo uma certa trajetória em relação a um determinado referencial. No instante t_1 seu espaço é s_1 e no instante posterior t_2 seu espaço é s_2. No intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, a variação do espaço do ponto material é $\Delta t = s_2 - s_1$. A velocidade escalar medida v_m no intervalo de tempo Δt é expressa pela relação $\mathbf{v_m} = \frac{\mathbf{\Delta s}}{\mathbf{\Delta t}}$.

Então temos que a definição da velocidade escalar média é dada pela expressão $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2}{t_2} - \frac{s_1}{t_1}$, em que a sua unidade de medida no sistema internacional é o metro por segundo - m/s, mas também no Brasil se usa o km/h principalmente nos hodômetros dos automóveis.

Para melhor compreensão vamos tomar como exemplo um ônibus de passageiros que se desloca em reação ao solo percorrendo uma distância de 180 km em um período de 3 h. Dividindo a distância percorrida pelo intervalo de tempo encontramos a Velocidade Escalar Média v_m do ônibus.

$v_m = \frac{180}{3} = 60$ km/h

Quilômetros por hora (km/h) é a unidade de mediada da velocidade conforme registrada no hodômetro do ônibus, mas fazendo conversão para metro por segundo - m/s temos velocidade conforme o sistema internacional de unidades de 16,6 m/s.

2.1.2 Aceleração Escalar Média

Durante um GP de Fórmula 1, os carros podem atingir velocidades superiores aos 320 km/h. Sabendo dessa informação e que a velocidade se altera constantemente, podemos fazer um simples exercício de imaginação. Ao entrar na reta principal de um autódromo temos o instante t_1 e o carro está com uma velocidade v_1 = 180 km/h. 1 s após o piloto aplica mais pressão no acelerador, o carro atinge uma velocidade v_2 = 240 km/h, nota-se que a velocidade aumentou em 60 km/h. Então, podemos dizer que houve uma aceleração.

Para definir a aceleração escalar média, vamos considerar o seguinte: um carro em seu deslocamento tem o instante de tempo t_1 e velocidade v_1 e quando o instante de tempo é t_2 a velocidade é v_2.

Calculando a Variação do tempo *t* e da velocidade *v* temos as seguintes expressões:

$\Delta t = t_2 - t_1$, onde Δt é a variação do tempo.

$\Delta t = v_2 - v_1$, onde Δv é a variação da velocidade.

Então a aceleração escalar média é dada pela seguinte expressão:

$\boldsymbol{a_m} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Sendo a razão entre a variação da velocidade e variação do tempo a aceleração escalar média a_m. A unidade de medida da aceleração no sistema internacional SI é metro por segundo ao quadrado - m/s².

Em relação à aceleração, vejamos o seguinte: durante a realização de um GP Formula 1, os pilotos realizam vários testes, um dos testes é o de largada, que consiste em simular o momento de partida dos carros para iniciar a prova. Considere que um piloto em seu carro parte do repouso e, ao fim de 5 s atinge a velocidade 234 km/h. qual é a aceleração escalar média do carro no intervalo de tempo.

Em primeiro lugar, é necessário que todas as unidades estejam no mesmo padrão, se tempo está e segundos (s) a velocidade deve representada em metros por segundo (m/s). Como não é conveniente trata de conversão de unidades vamos apenas aplicar regras básicas.

Fazendo conversão de 234 km/h para m/s temos que dividir $\frac{234}{3{,}6}$ = 65 m/s.

Considerando que ao partir do repouso o intervalo de tempo é t_1 = 0 e t_2 = 5 s.

Considerando que o piloto partiu do repouso a velocidade v_1 = 0 e v_2 = 65 m/s.

Então temos que $\Delta t = 5 - 0 = 5s$ e $\Delta v = 65 - 0 = 65\ m/s$.

Com todos os dados citados acima, podemos aplicar na formula para encontra a aceleração escalar média a_m = $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ substituindo temos a_m = $\frac{65}{5}$ = 13 m/s².

Portanto, a aceleração escalar média do carro é a_m = 13 m/s².

Como vimos, no exemplo apresentado, a aceleração está presente em muitos momentos da vida cotidiana, posto que observamos tal fenômeno quando estamos dirigindo um carro no trânsito da cidade ou mesmo quando estamos como passageiros no transporte público.

2.1.3 Princípio fundamental da dinâmica

Antes de tratarmos sobre força elástica será necessário definirmos alguns conceitos prévios. A inércia, para Ramalho (2007), apresenta o seguinte conceito “um corpo em repouso tende, por inércia, a permanecer em repouso; um corpo em movimento tende, por inércia, a continuar em movimento retilíneo uniforme”.

Assim sendo, considerando um passageiro sentado em um ônibus que está no repouso, quando o ônibus inicia o movimento o passageiro sente seu corpo pressionado contra o banco. Ele é válido para o ônibus se movimentando em MRU que se acionar os freios fará com que o passageiro sinta que seu corpo continua em movimento. Esse fenômeno chamamos de inércia.

Agora tratando da segunda Lei de Newton e considerando que uma força *F* é aplicada em um bloco de massa *m* constante, ao aplicar a força o bloco ganha velocidade produzindo uma aceleração com a mesma direção e mesmo sentido de *F*. Bonjono (2016, p. 129) apresenta um exercício de imaginação que diz o seguinte:

> *Imagine a experiência em que um corpo é sujeito, sucessivamente, a* diferentes forças resultantes $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}, \ldots . \overrightarrow{F_R}$ que produzem respectivamente, aceleração $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots \overrightarrow{a_R}$. Efetuando-se o quociente entre a intensidade de cada força resultante e a respectiva aceleração tem-se:
> $\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \cdots \frac{F_R}{a_R} = k =$ constante
> O quociente mostra que, duplicando o valor da força resultante, o valor da aceleração duplica; triplicando o valor da força, o valor da aceleração triplica, e assim sucessivamente.
> Desta expressão, concluir-se que a constante k mede a resistência que o corpo opõe ao ser acelerado, isto é, mede a inércia do corpo. A constante é denominada massa inercial do corpo (k = m).
> Desse modo, para corpos de mesma massa, a aceleração é diretamente proporcional a força resultante aplicada e tem a mesma direção e o mesmo sentido que ela.
> O fato de que a relação entre a forção resultante aplicada a um corpo e a aceleração adquirida é constante e igual a massa m é expressão por. (BONJORNO, et al, 2016, p. 129)

$\frac{F_R}{a} = m$ ou seja $\boldsymbol{F_R = m \cdot a}$

Onde:

F_R é a forção resultante de todas as forças em modulo.

m é a massa do corpo.

a é aceleração adquirida em modulo.

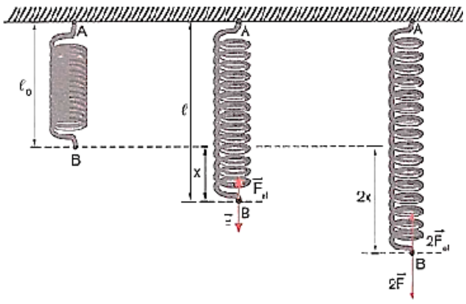
A unidade de forção no sistema internacional é o Newton, que é representado pela letra (N) e equivale a forção necessária para acelerar 1 kg a 1 m/s².

2.1.4 Força Elástica

Um esporte radical em que podemos observar a Lei de Hooke é o *Bungee Jump*. Esse esporte consiste em saltar de uma altura entre 40 e 200 metros preso a uma corda com propriedades estáticas com as seguintes características: quando uma pessoa salta ela sofre o efeito da gravidade esticando a corda que imprime uma força contrária à da gravidade – este é o limite de estiramento da corda. Essa força chamamos de força elástica, que está presente em alguns materiais que têm a capacidade de recuperar sua forma original.

Considerando uma mola que tem sua extremidade *A* presa a um anteparo e a outra extremidade *B* livre. Considere l como o comprimento da mola quando relaxada.

Figura 04: Deformação de uma mola



Fonte: BONJORNO, PRADO e CASEMIRO, 2016, p. 150.

Podemos verificar que, se aplicamos uma força na extremidade *B*, a mola sofre uma deformação, e se a força for duplicada a deformação também duplica, e assim sucessivamente. Como l é o comprimento da final da mola temos: $x = l - l_0$, onde x é a deformação sofrida pela mola.

Após essas observações, Hooke elaborou a seguinte lei: uma mola ao ser deformada tem a intensidade da força proporcional a deformação da mola.

Então: $\frac{F_{el}}{X} = k,$ $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{F_{el} = kx}$

Onde:

F_{el} é a intensidade da força elástica;

k é a constante elástica da mola, sua unidade no SI é o N/m;

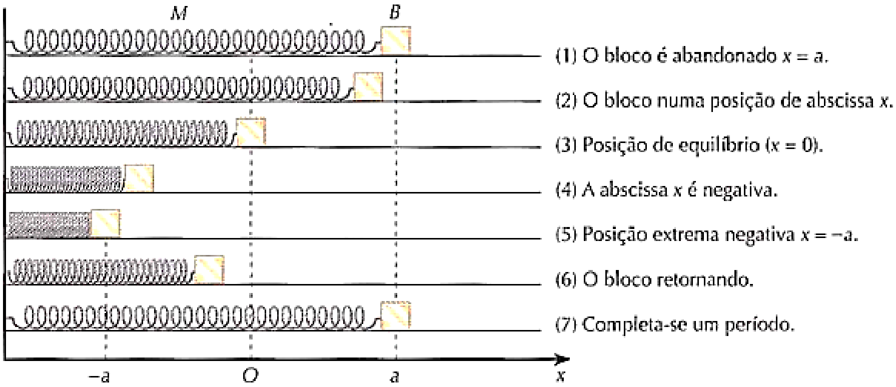
X é a deformação da mola.

Voltando ao exemplo do *bungee jump:* observamos que a corda quando relaxada tem o comprimento l_0 e ao chegar ao máximo estiramento a corda tem o comprimento l; em que X é a deformação sofrida pela corda; enfim F_{el} é a forção elástica.

2.1.5 Movimento Periódico

A literatura entende movimento periódico como "um fenômeno é periódico quando se repete identicamente em intervalos de tempo iguais. O período T é o menor intervalo para a repetição do fenômeno" (RAMALHO, 2007, p. 375)

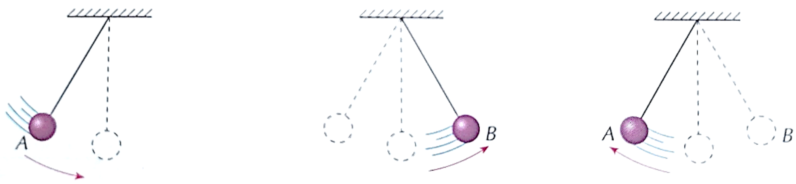
Figura 05: Sistema oscilador harmônico



Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 375).

Ao não consideramos a resistência do ar e outras forças de atrito, o pêndulo oscila da posição A até a B retornando novamente até a posição A.

Figura 06: Pêndulo oscilante



Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 375).

Considerando a figura 05, podemos obter algumas informações, vejamos: desprezando a resistência do ar e as forças de atrito no sistema observamos que o bloco B e a mola M constituem um sistema oscilador harmônico. Podemos encontrar a posição do bloco B utilizando o eixo das abscissas que é orientado da esquerda para direita.

Quando o bloco B se encontra a direita a abscissa *X* tem seu valor positivo e quando está a sua esquerda sua abscissa é negativa. Então, observando a figura 05 verificamos que o oscilador harmônico realiza um movimento periódico onde T é o período e é o intervalo de tempo em que o bloco B leva para realizar uma oscilação completa de $-a$ até a.

No fenômeno periódico também consideramos a grandeza de frequência, que é representada pela letra *f*. A frequência é "o número de vezes em que o fenômeno se repete na unidade de tempo" (RAMALHO, 2007, p. 376). Então, podemos relacionar o período *T* com a frequência *f* conforme demostrado a seguir.

Intervalo de tempo	Número de repetições do Fenômeno
$Período\ T$	1
$1\ Unidade\ de\ tempo$	$frequência\ f$

Aplicando a regra de três simples temos:

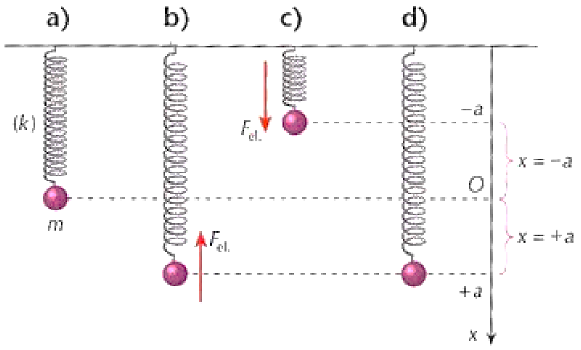
$fT = 1$ Isolando *f* e *T* temos:

f = $\frac{1}{T}$ e *T*= $\frac{1}{f}$

Lembremos que no sistema internacional de medidas a frequência tem sua unidade dada por hertz (Hz).

Considerando uma esfera ligada a uma mola que, por sua vez, está presa em um suporte, figura 06, ao desprezamos as forças de atrito a mola realiza um MHS. O Movimento Harmônico Simples é um movimento de sua trajetória retilínea. Assim, podemos encontrar a posição da esfera através do eixo das abscissas que é orientado a partir de *O* que é o ponto de equilíbrio do Sistema. Temos que a amplitude *a* é basicamente a distância da posição de equilíbrio de *a* até a extremidade da oscilação, ao atingir os extremos da oscilação temos a abscissa x = +*a* e x = -*a* e nos extremos da oscilação a velocidade e nula. Quando a esfera passa pelo ponto de equilíbrio a velocidade tem seu valor máximo em módulo.

Figura 07: Sistema mola esfera



Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 377).

Para o movimento Harmônico Simples o período *T* é o intervalo de tempo que o fenômeno leva para ser repetido o mesmo que de ir +*a* até -*a.* Temos *T* dependendo da massa *m,* do ponto material e da constante da mola *k,* como essa informação podemos determinar o período *T* através da expressão.

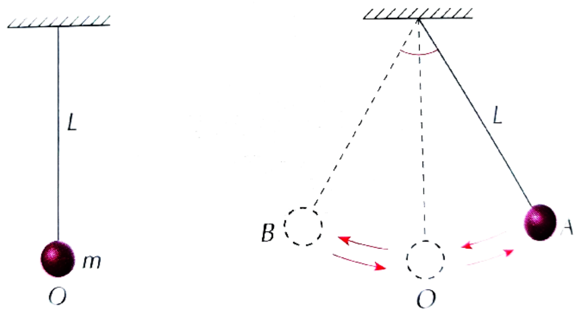
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Temos então o período próprio da oscilação que é independente da amplitude *a* e é, importante destacar que a amplitude depende da energia entregue ao sistema.

2.1.6 Pêndulo Simples

Observando a figura 07, temos um pêndulo simples, em que uma partícula de massa *m* é suportada por um fio ideal. Quando aplicado uma força provocando uma oscilação em torno da sua posição de equilíbrio, desprezando as resistências envolvidas. O pêndulo passa a realizar um movimento periódico.

Figura 08: Pêndulo Simples



Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 392).

Considerando que para realizar MHS a abertura da oscilação não pode ser maior que 10°. Temos que o período T é dado pela seguinte expressão:

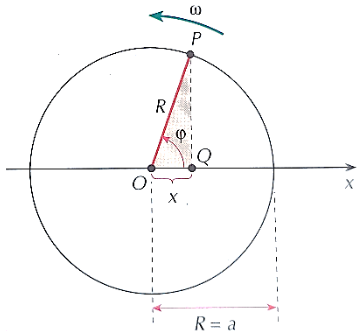
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

L é o comprimento do fio e *g* é a aceleração da gravidade no local onde o pêndulo se encontra. A unidade do período T no sistema internacional é dado em segundos s.

2.1.7 Função Horária da posição para o MHS

Observando a figura 09, temos o ponto Q que representa a projeção ortogonal de P no eixo das ox. Localiza-se a posição de Q no eixo da abscissa x através do triangulo OPQ. Usando a definição de cosseno temos $x = Rcos\varphi$ sabendo que o raio *R* igual a amplitude *a*. Temos $x = acos\varphi$ sendo $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ que é a distância angular de P que está realizando Movimento Circular Uniforme – MCU. Substituindo em $x = acos\varphi$ encontramos.

Figura 09: Posição em função do tempo



$$\boldsymbol{x = \mathbf{acos}\,(\omega t + \varphi_0)}$$

Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 383).

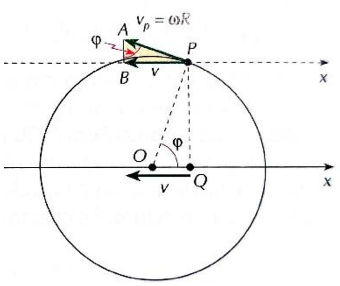
Como podemos verificar a abscissa x define a posição do ponto Q. X é a elongação. Observando novamente a figura podemos concluir que P realiza um MCU descrevendo toda a circunferência enquanto *Q* oscila em torno da origem *O* realizando MHS. Então a velocidade é a mesma para o MHS e para MCU, sendo expressão por: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ Onde ω é denominado frequência angular ou pulsação e sua unidade é dada em radianos por segundo (rad/s).

Para o período *T* se aplica a mesma situação, *T* é o mesmo no MHS e no MCU. Sendo que *P* ao completar uma volta na circunferência corresponde a uma oscilação completa de *Q*. Então o período e dado pela seguinte expressão: $\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{\omega}}$.

2.1.8 Função horária da velocidade para o MHS

Conforme a figura 10, a partir da velocidade de P que está descrevendo MCU, podemos obter a velocidade de Q. Observando triângulo ABP notamos que a velocidade de Q é a projeção da velocidade de P no eixo OX, agora acrescentando um sinal negativo para a velocidade de P. Temos: $v = -v_P \cdot \operatorname{sen} \varphi$.

Figura 10: Velocidade em função do tempo



como $v_P = \omega R$ ou $v_P = \omega a$

$\varphi = \varphi_0 + \omega$

Substituindo em v_P e em φ encontramos a função horária da velocidade escalar no MHS.

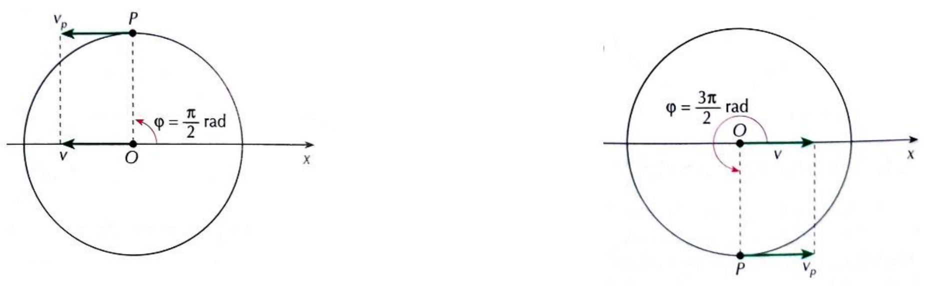
$$\boldsymbol{v = -\omega a \cdot \mathbf{sen}(\omega t + \varphi_0)}$$

Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 384).

Considere a figura 10 em que o ponto P passa pela posição de equilíbrio O. Então temos que $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$ como o $\operatorname{sem}\frac{\pi}{2} = 1$ temos que: $\boldsymbol{v = -\ \omega a}$ e quando $\varphi = \frac{3\pi}{2}\ rad$ o $\operatorname{sem}\frac{3\pi}{2} = \ -1$ (figura b) Portanto, a expressão da velocidade escalar pode ser escrita deste modo:

$$\boldsymbol{v = \pm\ \omega a}$$

Figura 11: Comportamento da velocidade



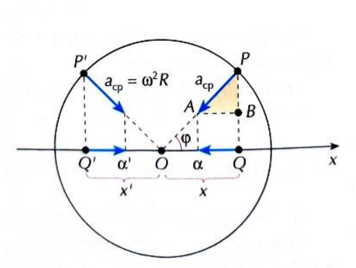
Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 384).

2.1.9 Função horária da aceleração para o MHS

A partir da aceleração centrípeta de P que realiza MCU (figura 12), podemos determinar a aceleração de Q que realiza MHS. Observando o triangulo em destaque, a aceleração a de Q é a projeção da aceleração a_{cp} no eixo OX. Considerando que o sentido da aceleração e contrário ao sentido de OX, é necessário acrescentar um sinal negativo (-). Então: $\alpha = -a_{cp} \cdot \cos\varphi$

Assim, considerando que $a_{cp} = \omega^2 a$ e $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ e substituindo as seguintes informações encontramos a função horária da aceleração escalar que é dada por:

Figura 12: Aceleração em função do tempo



$$\boldsymbol{\alpha = -\omega^2 a \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)}$$

Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 384).

Para encontrar a expressão da aceleração α temos que substituir a função horária da posição na função horária da aceleração. Então temos que a aceleração é:

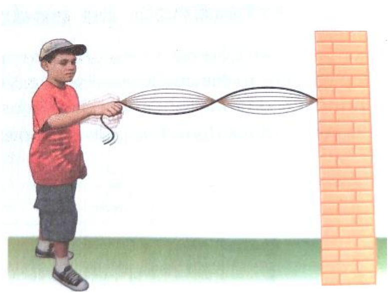
$$\boldsymbol{\alpha = -\omega^2 x}$$

2.2 Ondas

Ao jogarmos uma pequena pedra em uma lagoa ou lâmina d'água podemos observar a formação de uma deformação em formato circular. A essa deformação atribuímos o nome de onda. Segundo Ramalho (2007, p. 402), "denomina-se onda uma perturbação que se propaga nem meio".

Para melhor compreensão, vamos analisar a seguinte situação: em um sistema uma corda está presa, em uma ponta, a uma parede e na outra ponta sendo segurada pela mão de um menino. Considere que a corda está tensionada. Ao aplicar o movimento de sacudir a corda para cima, e logo depois para baixo, provocamos uma perturbação na corda. Essa perturbação provoca uma deformação, na corda, que se move por toda sua extensão em direção da parede. Vale ressaltar que quando se provoca uma perturbação em uma das extremidades da corda, mas como tal perturbação tende a retornar a sua posição inicial, a perturbação se desloca afastando-se do ponto inicial.

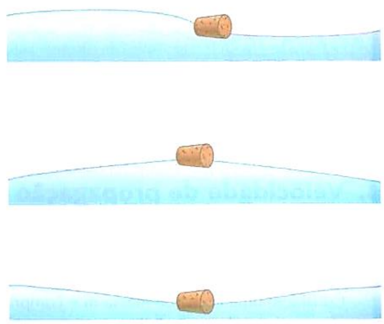
Figura 13: Propagação de onda em uma corda



Fonte: BONJORNO, CLINTON e PRADO e CASEMIRO, 2016, p. 226

Considerando a dinâmica de se jogar uma pedra em uma lâmina d'água, mas acrescentando uma rolha ao experimento, podemos notar que a onda ao passar pela rolha provoca um movimento para cima e para baixo e, sofre o movimento de ir para frente e voltar para trás. Então, podemos notar que a rolha recebe energia da onda.

Figura 14: Rolha sendo atingida por onda.



Fonte: Bonjorno, Clinton, Prado e Casemiro (2007, p. 219).

Para Ramalho (2007, p. 403), "uma onda transfere energia de um ponto a outro sem o transporte de matéria entre os pontos". Além disso, podemos classificar as ondas conforme sua natureza, da seguinte forma: ondas eletromagnéticas e mecânicas. Nos exemplos apresentados temos ondas mecânicas e, temos outra onda mecânica que é a onda sonora, mas de forma específica vamos aprofundar os estudos das ondas mecânicas.

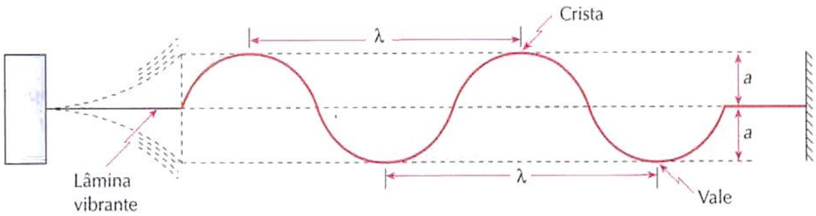
2.2.1 Ondas Periódicas

Anteriormente foi abordado apenas perturbações repentinas, mas quando temos um pulso que se segue obtemos um trem de ondas. Se o pulso for sucessivo com intervalos de tempos iguais teremos uma onda periódica. As ondas periódicas têm um tipo de onda simples de formato senoidal que pode ser gerada por uma fonte realizando Movimento Harmônico Simples.

Observando a figura podemos verificar que uma lâmina ao vibrar suas pontas executa um movimento periódico que em amplitudes pequenas consideramos um Movimento Harmônico Simples. Agora, considerando que na ponta da lâmina seja fixada uma corda flexível e tensionada, podemos observar a propagação da onda na corda que tem sua forma senoidal.

Diante do exposto, temos que a fonte realiza um Movimento Harmônica Simples que tem amplitude a, período T e frequência *f.* A onda ao se propagar pelo meio, cada ponto realiza um MHS. Observamos também que conforme a onda se propaga na corda os pontos mais altos chamamos de crista e os baixos chamamos de vales, a distância entre dois vales ou a distância entre duas cristas é constante e a essa constante damos o nome de λ.

Figura 15: Onda senoide produzida por uma lâmina vibrante



Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 409).

Segundo (Ramalho. et al, p. 409), “O comprimento de onda λ das ondas senoidal que se propagam num meio elástico é igual a duas cristas ou dois vales”

Na figura 15 temos o momento da criação da onda e sua propagação em uma corda e que tem seu sentido orientado da esquerda para direita. A fonte X ao realiza o MHS em intervalos de tempo de $\frac{T}{4}$, os pontos y e z repetem o mesmo movimento ao serem atingidos pela perturbação, vale lembrar que esse movimento é realizado com atraso em relação fonte.

Agora para expressamos a fórmula da velocidade da onda, consideramos que as distâncias x até z é igual a λ. Também e possível notar que a onda percorre a abscissa entre os pontos x e z e, entre os intervalos de tempo t = 0 e t = T

Então temos:

$\Delta S \ = \lambda$ e $\Delta t = \ T$

Substituindo em $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

Temos a fórmula para calcular a velocidade de propagação da onda. $v = \frac{\lambda}{T}$

Considerando a frequência $f = \frac{1}{T}$ temos que a velocidade $v = \ \lambda f$

Conforme Ramalho:

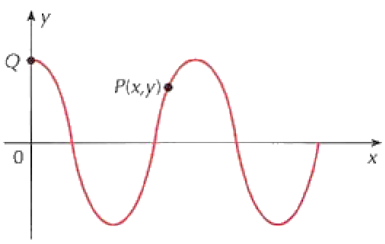
> A frequência de uma onda é sempre igual a frequência da fonte que a emite. A velocidade das ondas mecânicas, como as que se propagam ao longo de uma corda tensa, não depende da frequência das ondas que se propagam. Depende apenas das características do meio. Ramalho, 2007, p. 410)

Então podemos compreender que a frequência não depende da velocidade de onda e, sim do meio de propagação.

2.2.2 Função de Onda

Ainda sobre o exemplo da lâmina vibrante, podemos considerar um sistema de coordenada oxy onde o ponto P realiza MHS com a função horária dada por y_a =acos $(\omega t + \varphi_0$ onde φ_0 é a fase inicial da extremidade Q. Sabendo-se a função horária de Q podemos definir a função do ponto P, como o ponto P está realizando MHS atrasado em relação a Q, temos que a função horária do movimento de P é dada conforme abaixo.

Figura 16: MHS para uma onda



$$y = \text{acos}\ [\omega(t - \Delta t + \ \varphi_0)]$$

$$y = \text{acos}\ [\frac{2\pi}{T}\left(T - \frac{x}{v}\right)]$$

$$y\ \text{acos}\ [2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = \ \varphi_0]$$

Fonte: Ramalho, Nicolau e Toledo (2007, p. 411).

Ao fixamos o valor de x encontramos a função horária do movimento do ponto da abscissa *x* e fixando o valor de t na expressão encontramos a configuração da corda no instante *t*.

Com isso, podemos compreender que são vários conceitos e noções que envolvem o MHS e dentre eles temos os modelos que em grande parte compõem os parâmetros e constantes presentes nas funções trigonométricas aplicadas, portanto, entendemos ser de suma importância reconhecer o modelo físico, isto é, uma aplicação em um modelo matemático e daí, a relevância de apresentarmos o tópico a seguir.

2.3 Funções trigonométricas

Vamos fazer uma breve abordagem do estudo das funções trigonométricas. Sabemos que o caminho até o estudo de fato envolve outros passos, mas como nosso objetivo principal não é trazer uma contextualização completa do estudo de funções trigonométricas e sim estudar de forma aprofundada o movimento harmônico simples – MHS.

As funções trigonométricas têm uma relação intrínseca com o estudo dos triângulos e das oscilações periódicas, proporcionando uma compreensão profunda de fenômenos naturais e padrões matemáticos recorrentes. Podemos utilizar o estudo de funções trigonométricas para descrever de forma matemática diversas situações como o funcionamento de pêndulos, no comportamento da tensão elétrica, no comportamento das marés entre outros eventos da natureza.

Geralmente, iniciamos no segundo ano do Ensino Médio a abordagem de funções trigonométricas. Para o início desses estudos é necessário que os alunos já tenham um conhecimento razoável sobre trigonometria no triângulo retângulo que é estudado no ensino fundamento II.

Vamos tratar primeiramente da função seno que é uma função de $f(R)$ pertencente aos reais e em que o seu domínio D e o contradomínio pertencentes aos reais é chamada de função periódica se: Existe um valor │p│ pertencentes aos reais tais que $f(x) = f(x + p)$.

Sabendo que $f(x) = senx$ podemos esboçar o gráfico para uma função seno, mas é importante lembrar que a função seno completa é dada por:

$f(x) = a + bsen(cx = d)$

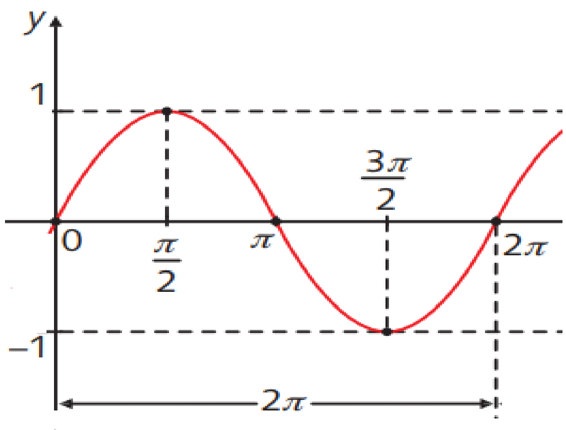
Então considerando a função: $f(x) = senx$ temos que os termos $a = 0, b = 1, c = 1\ e\ d = 0$. Sabendo disso vamos atribuir valores par x.

Escolhendo os seguintes valores para x podemos encontrar seu valor correspondente em y.

x	y
0	0
$\frac{\pi}{2}$	1
π	0
$\frac{3\pi}{2}$	-1
2π	0

Sabendo que $y = f(x)$ podemos esboçar o seguinte gráfico.

Figura 17: Gráfico da função seno.



Fonte: O próprio autor.

Observando a figura 17 podemos notar que a curva da função seno sempre se repete. Por tanto, é denominada uma função periódica, o intervalo que a senoide leva para completar o seu movimento que se compreende de 0 até 2π chamamos de período.

Generalizando para qualquer função seno temos que o período é dado por: $P = \frac{2\pi}{|c|}$.

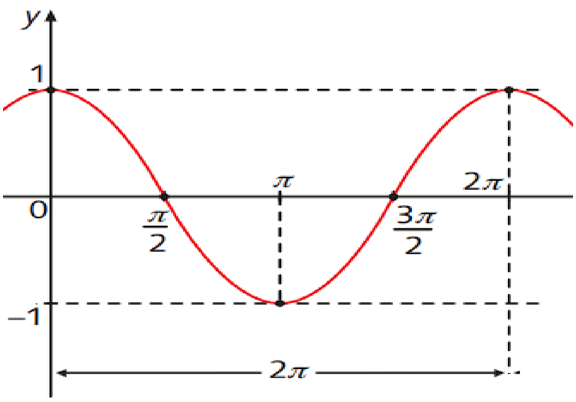
Agora vamos abordar a função cosseno, do mesmo modo de que a função seno o cosseno também é uma função periódica. Então considerando que a função de f(R) (pertencentes aos reais e em que o seu domínio D e o seu contradomínio pertencentes aos reais) é chamada de função periódica se as seguinte características estão presentes: a ocorrência de um valor de |p| pertencentes aos reais tais que $f(x) = f(x + p)$.

Sabendo que $f(x) = a + bcos(cx + d)$ podemos esboçar o gráfico para uma função cosseno e tomando como referência a função cosseno em sua forma completa, estabelecendo os seguintes valores para os parâmetros da função $f(x) = a + bcos(cx + d)$ temos que $a = 0, b = 1, c = 1\ e\ d = 0$ encontramos a seguinte função $f(x) = cosx$ agora com estabelecendo valores para x vamos encontrar seus correspondes em y.

x	y
0	1
$\frac{\pi}{2}$	0
π	-1
$\frac{3\pi}{2}$	0
2π	1

Após substituirmos os valores de x e encontrarmos os valores de y temos o seguinte gráfico para função cosseno.

Figura 18: Gráfico da função cosseno



Fonte: O próprio autor.

É possível observar que a função cosseno tem as mesmas características da função seno, mas vale ressaltar que, para uma cossenoide, o início do movimento se dá a partir de $y = 1$ enquanto na função seno o seu início ocorre em $y = 0$. Também é importante enfatizar que a função cosseno é par enquanto a função seno é uma função ímpar.

No que tange ao período da função, observamos que a cada intervalo de 2π o comportamento da função se repete. Então, seu período é dado da mesma maneira que o período da função seno $P = \frac{2\pi}{|c|}$.

Após essa breve exposição com relação ao estudo de funções seno e cosseno podemos notar que ambas as funções são empregadas para descrever os fenômenos do movimento harmônico simples como por exemplo a função horária da posição, velocidade e aceleração como vimos no capítulo 2, a partir do item 2.1.5 desse trabalho.

CAPÍTULO 3 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

3.1 Trajetória da pesquisa

Este trabalho se caracteriza, quanto à natureza, como exploratória, uma vez que, segundo Gil (2008), ela se caracteriza por proporcionar maior familiaridade do pesquisador com o objeto pesquisado. Além disso, envolve a realização de uma pesquisa bibliográfica, por meio do qual analisamos, registramos e interpretamos os Livros Didáticos de Física disponibilizados para os professores do Ensino Médio, da cidade de Rio Branco, Acre. Esse movimento foi necessário para sugerirmos uma sequência e/ou situação didática à luz dos princípios da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, proposta pelo psicólogo francês Raymond Duval para o ensino do conceito de Movimento Harmônico Simples MHS e Funções Trigonométricas.

3.2 O material de análise: uma caracterização

Esta pesquisa busca analisar como as funções trigonométricas aplicadas ao Ensino de Movimento Harmônico Simples – MHS, sob o enfoque da Teoria dos Registros e Representações Semióticas, podem impactar os processos de ensino e aprendizagem dos alunos do ensino médio. Assim, é necessário analisar os livros didáticos que estão à disposição dos professores de Física e Matemática do Ensino Médio.

Considerando que a Constituição Federal assegura em seu Art. 208 inciso VII a todos os alunos o "atendimento em todas as etapas da educação básica, por meio de programas suplementares de material didático escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde", temos que o livro didático é uma importante ferramenta didática no ensino e aprendizagem dos educandos.

Nesse sentido, a presente pesquisa buscou analisar alguns exemplares de livro didático voltados para o Ensino Médio. Quanto aos livros dedicados para a matéria de física foram analisadas três coleções indicados para o 2º ano do ensino médio. O primeiro livro analisado foi a coleção *Ensino Médio Componentes Curriculares – Física*, de José Roberto Bonjorno e Clinton Marcico Ramos (Editora FTD, 2016). A segunda coleção analisada foi *Física: Interação e Tecnologia*, de Aurelio Gonçalves Filhos e Carlos Toscano (Editora Leya, 2016). A terceira coleção analisada foi *Os Fundamentos da Física* V. 2, de Francisco Ramalho Júnior, Nicolau Gilberto Ferraro e Paulo Antônio de Toledo Soares (Editora Moderna, 2007).

3.3 Elementos de análise e resultados preliminares

Ao analisamos os livros didático de Física foi possível notar que as novas edições sofreram simplificações drásticas de conteúdo no caso do estudo de Movimento Harmônico Simples – MHS. É importante ressaltar que, para esta pesquisa, o foco principal foi o estudo do MHS e Funções Trigonométricas. Assim, não foram analisadas outras temáticas do ensino de Física e Matemática.

Numa breve comparação dos livros didáticos *Os Fundamentos da Física* e *Componentes Curriculares – Física*, encontramos algumas diferenças na abordagem apresentada. Em *Componentes Curriculares – Física*, o conteúdo contém supressão de algumas definições no que tange à abordagem do MHS, mas ainda mantendo boa parte do conteúdo movimento periódico. Desse modo, cabe ao professor buscar em outras fontes definições que esclareçam de possíveis dúvidas que se manifestem no decorrer das aulas de Física com relação de maneira algumas definições são construídas.

Em *Componentes Curriculares – Física*, os autores apresentam alguns exemplos que mostram movimentos periódico na natureza fazendo uma conexão da teoria com fenômenos que podem ser observados pelos próprios alunos, o mesmo movimento também podemos encontrar no exemplar *Os Fundamentos da Física.*

Em *Física: Interação e Tecnologia*, não encontramos nenhuma menção aos estudos do MHS, movimentos periódicos e os conteúdos de ondulatória. Ainda encontramos em capítulo complementar uma abordagem de movimento retilíneo uniforme e variado.

Diante do que foi exposto, podemos chegar em algumas conclusões sobre o tratamento que o ensino de ciências da natureza vem recebendo com as mudanças na implementadas pela BNCC.

O ensino de física, em especial o estudo de movimento harmônico simples vem sendo simplificado (ou em alguns casos até mesmo suprimido) graça às novas políticas que foram implementadas com a nova BNCC. Um exemplo foi demostrado ao analisamos a coleção *Física: Interação e Tecnologia*, voltada para o ensino de Física. Nesse novo contexto de mídias sociais, informações rápidas e curtas sem o devido aprofundamentos dos temas. É de duma importância a formação científica dos alunos do ensino médio, a fim de evitar o crescimento de movimentos descolados da realidade que prejudicam a sociedade com informações falsas e inverídicas com relação aos fenômenos da natureza.

CAPÍTULO 4 Pressupostos Educacionais, Resultados e Proposta de Produto Educacional

Nesse capítulo vamos apresentar alguns pressupostos teóricos que constituíram o texto da BNCC, especialmente em relação à Física e à Matemática (Áreas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias). A partir da análise da BNCC, associaremos à análise dos Livros Didáticos analisados. Além disso, apresentaremos algumas aplicações da TRSS no MSH/FT.

Apresentamos, ainda, elementos que nortearam a construção do Produto Educacional e Sequência Didática elaborado como possibilidade para auxiliar os docentes de Física e Matemática do Ensino Médio a realizar uma nova abordagem dos conteúdos referentes ao MHS e as funções trigonométricas.

4.1 BNCC e os impactos no ensino de Física e Matemática

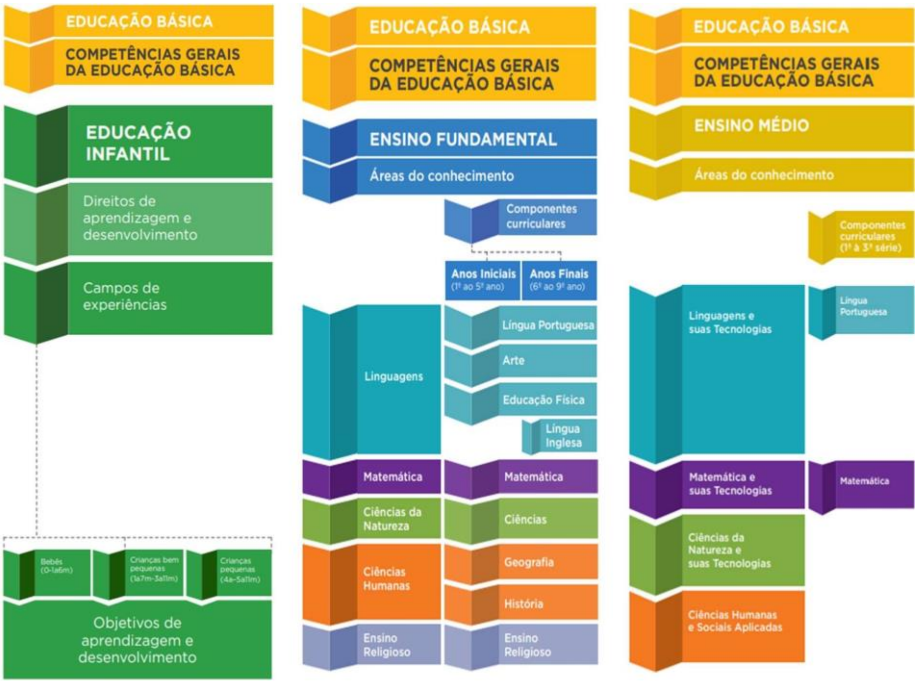
Considerando a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que define as competências que os alunos da educação básica tanto das escolas públicas quando das escolas particulares devem desenvolver durante a vida escolar. A BNCC foi entregue ao Conselho Nacional de Educação (CNE), em 2018, que promoveu audiências púbicas durante o mesmo ano e cominando com sua implantação ao fim do ano de 2018.

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusiva- mente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996)1, e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica. (BNCC, 2018, p. 7)

A BNCC diz que durante o percurso da Educação Básica, as aprendizagens essenciais devem garantir aos estudantes o desenvolvimento de competências gerais, que devem ser comuns a todos os alunos da Educação Básica. Para isso define competência como: “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p. 08).

Conforme apresentado na figura 19, as Competências Gerais que devem ser desenvolvidas pelos aulos estão presentes nas três etapas da Educação Básica, sendo que cada uma destas etapas se preocupa em desenvolver as Competências Gerias da forma apropriada.

Figura19: Áreas de conhecimento por ciclo da educação Básica - BNCC



Fonte: A Base Nacional Comum Curricular -BNCC

Considerando que este trabalho tem seu foco na área de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio, prosseguiremos tratando das competências específicas para o Ensino Médio.

O documento explica que o Ensino Médio constitui, no tratamento dos componentes curriculares, uma continuação (progressão, ampliação) do que foi trabalhado no Ensino Fundamental. Além disso, segundo a BNCC:

> trata a investigação como forma de engajamento dos estudantes na aprendizagem de processos, práticas e procedimentos científicos e tecnológicos, e promove o domínio de linguagens específicas, o que permite aos estudantes analisar fenômenos e processos, utilizando modelos e fazendo previsões. Dessa maneira, possibilita aos estudantes ampliar sua compreensão sobre a vida, o nosso planeta e o universo, bem como sua capacidade de refletir, argumentar, propor soluções e enfrentar desafios pessoais e coletivos, locais e globais." (BRASIL, 2018, p. 472).

Além disso, a área de ciências da natureza se compromete com o saber científico dos alunos que serão formados no Ensino Médio, considerando que o saber científico vem da sistematização dos conhecimentos, conceitos, teorias, modelos e leis, conforme afirma a BNCC (BRASIL, 2018 p. 547).

Sendo assim, "a elaboração, a interpretação e a aplicação de modelos explicativos para fenômenos naturais e sistemas tecnológicos são aspectos fundamentais do fazer científico, bem como a identificação de regularidades, invariantes e transformações. Portanto, no Ensino Médio, o desenvolvimento do pensamento científico envolve aprendizagens específicas, com vistas a sua aplicação em contextos diversos." (BRASIL, 2018 p. 548).

Conforme a competência específica 1 de ciências da natureza e suas tecnologias:

> Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global. (BRASIL, 2018, p. 554).

Vamos considerar a análise de fenômenos da natureza (que no caso deste trabalho se trata dos movimentos periódicos) e a importância de analisar a tais movimentos, investigar seu comportamento e identificar suas manifestações no cotidiano ou em eventos históricos que se apresentaram. O Movimento Harmônico Simples – MHS é um movimento periódico é pode ser analisado e interpretado por meio da aplicação das funções trigonométricas.

Conforme proposto a partir da habilidade EM13CNT101:

> Analisar e representar, com ou sem o uso de dispositivos e de aplicativos digitais específicos, as transformações e conservações em

> sistemas que envolvam quantidade de matéria, de energia e de movimento para realizar previsões sobre seus comportamentos em situações cotidianas e em processos produtivos que priorizem o desenvolvimento sustentável, o uso consciente dos recursos naturais e a preservação da vida em todas as suas formas. (BRASIL, 2018, p. 555)

Temos que o direcionamento da habilidade considerando os estudos dos movimentos aponta para analisar e representar a quantidade de movimento e assim realizar previsões sobre o comportamento dos movimentos periódicos

Por outro lado, em se tratando da área de matemática e suas tecnologias a BNCC propõe a consolidação, ampliação e aprofundamento das aprendizagens essenciais que foram desenvolvidas no Ensino Fundamental, propondo uma abordagem inter-relacionada dos conhecimentos que foram exploradas na etapa do ensino fundamental. Tal abordagem busca construir uma visão integrada da matemática e que tenha relação como o cotidiano e fenômenos da natureza observáveis.

Considerando a competência específica 3, na BNCC consta: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 535). Podemos estabelecer alguns paralelos como o ensino de ciências da natureza, no que trata da construção de modelos e resoluções de problemas em vários contextos.

Agora tratando especificamente das habilidades relacionadas à competência específica 3 de ciências da natureza e suas tecnologias, na habilidade EM13MAT306 temos a seguinte afirmação:

> (EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos
> periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e
> comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com
> ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. (BRASIL, 2018, p. 536)

Tendo como base a habilidade Em13MAT306 pretende-se desenvolver a capacidade de resolver fenômenos periódicos reais fazendo comparações com as funções seno e cosseno. Portanto, destacamos um elo importante nesta habilidade que liga o ensino Movimento Harmônico Simples – MHS e Funções Trigonométricas, também cabe ressaltar que o professor pode fazer uso de aplicativos para demonstrar de forma gráfica o comportamento dos fenômenos físicos.

Tendo em vista a breve apresentação das competências e habilidades e considerando que a BNCC cita a investigação como uma possibilidade de engajamento dos alunos na realização de atividades que permitem analisar fenômenos e modelos, podemos considerar o estudo do Movimento Harmônico Simples – MHS, pois ele analisa o comportamento de fenômenos periódicos existentes na natureza, e utiliza as ferramentas matemáticas das funções trigonométricas. Assim, podemos demostrar os fenômenos de forma algébrica e de forma gráfica em a atividades em sala de aula.

Ainda quando da análise do texto da BNCC, podemos depreender que é possível elaborar sequências didáticas aproximando o ensino de Física e Matemática promovendo um movimento interdisciplinar de forma a contemplar uma aprendizagem que permita aos alunos interpretarem modelos e, a partir deles, explicar os fenômenos da natureza. Dito de outra forma, integrar elementos da Física e da Matemática em práticas pedagógicas e processos de ensino e aprendizagem.

Assim, frente às mudanças implementadas pela BNCC, os docentes enfrentam novos desafios, principalmente o professor de física que viu a carga horária obrigatória destinada à disciplina ser reduzida de forma significativa. Por isso, o docente precisa, nesse contexto, pensar em estratégias que proporcionem aos alunos a compreensão adequada dos conteúdos de física que precisam ser abordados com os alunos do ensino médio e, para tanto, a aproximação com matemática torna-se, a nosso ver, mais uma possibilidade de sucesso nesta empreitada.

Considerando a implementação da BNCC e fundamentado pela Teoria dos Registros de Representações Semióticas, pretende-se propor estratégias para elaboração de sequências didáticas favorecendo o estudo do Movimento Harmônico Simples MHS e das Funções Trigonométricas. Para que o aluno compreenda a importância do estudo de Física e da Matemática, devemos enfatizar as aplicações em situações reais em que o aluno tenha a possibilidade de compreender os fenômenos que ocorrem e que pode ser caracterizado e explicado pelo estudo do MHS e das Funções Trigonométricas.

Aplicando a Teoria dos Registros de Representações Semióticas podemos estabelecer algumas metodologias para melhorar a aprendizagem dos alunos. Inicialmente, podemos escolher um fato histórico ou do cotidiano que possa ser encaixar com a temática em questão, no caso o MHS e as Funções trigonométrica. Nesse caso, podemos analisar a propagação das ondas de um tsunami atingindo uma região do planeta, estabelecendo um determinado intervalo de tempo. Considerando a propagação das ondas como um fenômeno periódico, temos um fato histórico em que os alunos podem observar aplicação da Física e Matemática.

4.2 Aplicações da TRRS no MHS

Um *tsunami* é um conjunto de ondas causado por uma grande movimentação de água, como os acontecidos em 2004, na ilha de Sumatra, e os ocorridos em 2011, no Japão. Nos dois casos, as ondas gigantes foram provocadas por abalos sísmicos no fundo do mar que liberam grandes quantidades de energia e provocou o deslocamento de imensas quantidades de água no oceano.

Em 11 de março de 2011, o Japão foi atingido por um terremoto de 8.9 na escala *Richter*. Uma hora depois várias partes do país foram atingidas por ondas gigantes, figura 20, causando a destruição de vilarejos, cidades, infraestruturas importantes e causando um acidente nuclear na usina de Fukushima. Apesar dos alertas emitidos pelo governo japonês e institutos sísmicos, o terremoto seguido de *tsunami* provocou mais de 1500 mortes no Japão.

Figura 20: Mar invadindo cidade Miyako Japão.

Fonte: BBC News Brasil. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/internacional-55943220

Sete anos antes, no dia 26 de dezembro de 2004, cerca de 14 países foram atingidos por um *tsunami* de grandes proporções que surpreendeu os moradores e turistas das ilhas do oceano índico e pacífico provocando cerca de 226 mil mortes, como pode ser visualizado na figura 21.

O terremoto atingiu 9,1 graus na escala *Richter*, que foi considerado o terceiro maior da história desde 1900. “O terremoto foi tão poderoso que a ilha de Simeulue, na costa da Indonésia, a oeste de Sumatra, foi deslocada. Corais que estavam no fundo do mar havia milhares de anos, acabaram na superfície” (BBC NEWS BRASIL, 2021).

Figura 21: Destruição provocada pelo t*sunami* em Ko Phi Phi Tailândia

Fonte: BBC New Brasil. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/internacional-55926800

Como vimos, temos eventos históricos que podem ser usados como motivadores em aulas de Física e/ou Matemática. Além de analisar a propagação das ondas de um *tsunam*i podemos considerar ostras situações do cotidiano que são mais próximas da realidade que se encontra nossa região, como, por exemplo, os seguintes:

a) Movimento de uma rede;
b) Movimento de uma roda gigante;
c) Movimento de subida e da baixa das marés;
d) Intervalos de um eletrocardiograma.

Nas situações citadas, podemos considerar a aplicação da TRRS, com os seguintes registros:

1) A língua materna, ao descrevermos o comportamento de uma função trigonométrica usando linguagem formal ou popular de acordo com a região;
2) representação algébrica, quando aplicamos os modelos das funções trigonométricas que expressa de forma algébrica do movimento harmônico simples – MHS no caso de uma roda gigante;
3) registro gráfico, quando mostramos o comportamento da função em um gráfico com todos os seus parâmetros com auxílio do Geogebra. Essas são situações em que simultaneamente estamos mobilizando registros diferentes, por meio de ferramentas distintas e que possibilitam a interpretação e compreensão interdisciplinar de objetos de saber tanto da física quanto da matemática em um mesmo sistema didático.

4.3 Elaboração do Produto Educacional

Nesta subseção vamos apresentar uma proposta de construção da sequência didática que contemple um ensino interdisciplinar à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas. Trataremos do movimento harmônico simples e das funções trigonométricas, uma vez que os dois temas são interligados, considerando a BNCC.

Para o Movimento Harmônico Simples serão consideradas as competências específicas 1 e 3 de ciências da natureza e suas tecnologias no Ensino Médio proposta pela BNCC que trata de:

> Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global. (BRASIL, 2018, p. 554).
> Investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC). (BRASIL, 2018, p. 558).

Também foram empregadas as habilidades especificas propostas para o ensino de ciências da natureza e suas tecnologias, considerando que a proposta de sequência didática é para uma aula de física no Ensino Médio, mas também foi utilizada a habilidade EM13MAT306 de matemática e suas tecnologias no mesmo nível escolar.

> EM13CNT101: Analisar e representar, com ou sem o uso de dispositivos e de aplicativos digitais específicos, as transformações e conservações em sistemas que envolvam quantidade de matéria, de energia e de movimento para realizar previsões sobre seus comportamentos em situações cotidianas e em processos produtivos que priorizem o desenvolvimento sustentável, o uso consciente dos recursos naturais e a preservação da vida em todas as suas formas. (BRASIL, 2018, p. 555).
> EM13CNT301: Construir questões, elaborar hipóteses, previsões e estimativas, empregar instrumentos de medição e representar e interpretar modelos explicativos, dados e/ou resultados experimentais para construir, avaliar e justificar conclusões no enfrentamento de situações-problema sob uma perspectiva científica. (BRASIL, 2018, p. 559).

Analisando as habilidades especificas para estabelecer um paralelo com MHS, começamos com a habilidade EM13CNT101: quando se falar em analisar e representar as transformações e conservação da quantidade de matéria, energia e movimento, podemos trabalhar as questões que envolvem o MHS. É importante ressaltar que ao estudar o MHS estamos tratando de movimento e transferência de energia.

A habilidade EM13CNT205 indica que podemos associar ao estudo do MHS à interpretação de fenômenos naturais e processos tecnológicos, considerando que o estudo do MHS busca observar e interpretar fenômenos de caráter periódico, que se apresenta de várias maneiras na natureza ou no cotidiano da vida humana.

Por fim, tratando da habilidade EM13CNT301, ao falamos na construção de hipóteses, previsões e estimativas, empregar instrumentos de medidas. Podemos aplicar no estudo do MHS, considerando que é possível prever o comportamento de ondas em vários meios utilizando as funções do MHS.

4.4 Sequência Didática: Movimento Harmônico Simples – MHS e Função Trigonométrica

A sequência didática apresentada a seguir foi construída a partir da orientação da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), integrando o conteúdo de Funções Trigonométricas, numa perspectiva interdisciplinar. Para isso, observamos o “modelo de sequência didática” disponibilizado aos professores da rede estadual de ensino do Acre, a fim de entender de que modo a Secretaria de Educação orienta a elaboração das sequências didáticas. Vejamos um exemplo:

Figura 22: Modelo de sequência didática

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO, CULTURA E ESPORTES

ÁREA DO CONHECIMENTO: Ciências da Natureza e suas tecnologias.	COMPONENTES CURRICULAR: Biologia, Física e Química.	1º BIMESTRE
SÉRIE:	CARGA HORÁRIA BIMESTRAL:	CARGA HORÁRIA ANUAL:

COMPETÊNCIA	HABILIDADES	COMPONENTES	OBJETOS DE CONHECIMENTO
COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2:	Habilidades para Recomposição	Biologia	Objetos de conhecimento para a Recomposição
			Objetos de conhecimento focais
			Objetos de conhecimento da Avaliação Diagnóstica
	Habilidades focais do Currículo	Física	Objetos de conhecimento para a Recomposição
	(EM13CNT201).		
			Objetos de conhecimento focais
			Objetos de conhecimento da Avaliação Diagnóstica
	Habilidades da Avaliação Diagnóstica	Química	Objetos de conhecimento para a Recomposição
			Objetos de conhecimento focais

Fonte: Documento Orientador da SEE (2022).

Numa rápida análise do documento orientador da Secretaria de Educação do Estado do Acre (SEE/AC), é possível notar que o professor não tem muitas opções para construir uma sequência didática elaborada, ficando o docente preso a um modelo fixo. Então vamos propor uma forma de sequência didática dinâmica, interdisciplinar, como o suporte do Geogebra e considerando o aporte da Teoria dos Registros de Representação Semióticas.

CONCLUSÕES

O ensino de Física e Matemática tem constituído um desafio para os docentes. Este trabalho teve como objetivo analisar como as funções trigonométricas aplicadas ao Ensino de Movimento Harmônico Simples (MHS), sob o enfoque da Teoria dos Registros e Representações Semióticas, podem impactar os processos de ensino e aprendizagem deste objeto do conhecimento em âmbito escolar. Partimos da seguinte questão de pesquisa: de que maneira a Teoria dos Registros e Representações Semióticas pode contribuir com o Ensino do MHS no Ensino Médio?

A partir disso, pudemos elaborar uma proposta de sequência didática para atender às necessidades de um ensino mais interdisciplinar e colaborativo envolvendo as disciplinas de Física e Matemática e proporcionando aos alunos suporte teórico e prático para uma melhor compreensão dos fenômenos físicos e da aplicação das ferramentas da matemática no cotidiano.

Desta forma, defendemos, em termos teóricos, a elaboração de uma proposta de sequência didática interdisciplinar pautada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), com o uso do *software* Geogebra. Para cumprir com a proposta, primeiramente foi realizada uma análise de Livros Didáticos disponibilizados nas escolas de Rio Branco, Acre; em seguida, verificamos como Base Nacional Curricular Comum propõe o ensino de Física e Matemática.

A partir desse primeiro momento, foi possível construir uma sequência didática com o objetivo de proporcionar aos docentes possibilidades para desenvolverem práticas pedagógicas e processos de ensino e aprendizagem interdisciplinar, atendendo às novas diretrizes implementadas pela BNCC, e integrando as áreas de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias.

Com isso, em se tratando dos objetivos específicos da sequência didática cabe indicar que inicialmente, ante à elaboração de sequências didáticas à luz da TRRS tendo como objetos de estudo o Movimento Harmônico Simples e as Funções Trigonométricas, pensamos em tornar aulas de matemáticas mais interativas, por meio da abordagem com exemplos de fenômenos naturais que são observados pelos alunos no seu cotidiano, ou ainda, em noticiários de TV, mídias sociais ou outros meios de comunicação. Por isso, escolhemos os fenômenos conhecidos e a partir de então partimos para a elaboração da sequência didática buscando trabalhar com três registros da teoria do psicólogo Reymond Duval, quais sejam:

a) Registro em Língua Materna
b) Registro Algébrico
c) Registro Gráfico

Na apresentação da sequência didática, que consta no Capítulo 4 deste trabalho, temos um exercício resolvido, em que foi contextualizado ao máximo o fenômeno físico oferecendo informações claras do que estava sendo proposto e o que se queria por parte do aluno. A esse movimento chamamos de registro em língua materna. Depois, buscou-se resolver a função trigonométrica de forma comentada evitando fazer apenas cálculos e explicando como e onde aparecem algumas transformações.

Quanto ao registro algébrico, na sequência didática, foram expostas as funções trigonométricas que são usadas para representar algebricamente o fenômeno físico encontrando cada parâmetro da função.

Por fim, a representação gráfica foi explorada em dois momentos da resolução do exercício. No caso específico, utilizamos e sugerimos a utilização do Geogebra, para construir o gráfico de subida e de baixa da maré durante um intervalo de tempo, na cidade de Recife -PE. Pudemos observar que a curva do gráfico passa justamente pelos pontos que são indicados no desenvolvimento algébrico do fenômeno.

Podemos então afirmar que a sequência didática cumpriu minimamente com o que foi proposto, se considerarmos que pretendíamos abordar de forma interdisciplinar, a luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, os conteúdos de MHS e Funções Trigonométricas.

Além disso, vale ressaltar que todos os registros são importantes para a compreensão de uma situação em que seja necessário aplicar mais de um registro, pois eles se comunicam durante toda a sequência de maneira que quando mudamos de um registro para outro estamos apresentando as mesmas informações de uma forma diferente. Tal situação pode, a nosso ver, contribuir de maneira significativa para aprendizagem dos alunos que tenham alguma dificuldade em interpretar conceitos algébrico ou gráficos por exemplo.

Ao avaliarmos as ideias propostas por esse trabalho, consideramos importante pensar em um ensino interdisciplinar à luz da TRRS, buscando melhorias para os processos de ensino e aprendizagem, no Ensino Médio, por meio de atividades que proporcionem uma abordagem mais dinâmica para o Ensino de Matemática e de Física ao apresentar situações envolvendo fenômenos físicos e modelos matemáticos que sejam explicados pelos diferentes registros, isto é, a possibilidade de incrementar os sistemas linguísticos existente parece ser uma alternativa viável para o enfrentamento dos problemas enfrentados por aqueles que se debruçam com o ensino e aprendizagem, em particular com a Física e a Matemática.

REFERÊNCIAS

RAMALHO, Francisco; FERRARO JUNIOR, Nicolau; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Os fundamentos da física 1**. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007.

RAMALHO, Francisco; FERRARO JUNIOR, Nicolau; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Os fundamentos da física 2**. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007.

Bonjorno, J. et al. Física Mecânica 1º. 3ª Edição. São Paulo: FTD, 2016.

Bonjorno, J. et al. Física Termologia, Óptica e Ondulatória 2º. 3ª Edição. São Paulo: FTD, 2016.

Gonçalves, A; Toscano, C. Física Interação e Tecnologia 1. 2ª Edição. São Paulo: Leya, 2016.

Gonçalves, A; Toscano, C. Física Interação e Tecnologia 2. 2ª Edição. São Paulo: Leya, 2016.

Marcelle, T. Matemática Interativa. São Paulo: Scipione, 2020.

BRASIL. Lei nº 9340, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 de dezembro de 1996.

Duval, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. REVEMAT, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266> Acesso em 23/08/2022

Henrique, A; Almouloud, S. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. Ciência e Educação (Bauru), 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1516-731320160020012> Acesso em 23/08/2022.

Santibáñez, L; Latores, D; Vasquez, C. Representaciones estadísticas de estudiantes de educación primaria: Un análisis desde la teoría de Duval. Tendencias y nuevos desafíos de la investigación en Educación Estadística en Latinoamérica. Santa Fé, III, Páginas 170-176, 2021.

Fazenda, I. Interdisciplinaridade: Um Projeto em Parceria. 6ª Edição. São Paulo: Loyols, 2007 (1991).

HOHENWARTER, Markus. HOHENWARTER, Judith. Ajuda GeoGebra: Manual Oficial da Versão 3.2. 2009. Disponível em <http://static.geogebra.org/help/docupt_PT.pd f>.

TABUADEMARES. tabua de mares. 2023. Disponível em: <https://tabuademares.com/br/pernambuco/recif

FANTI, E. L. C. Utilizando o software Geogebra no ensino de certos conteúdos matemáticos. V Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Universidade Federal da Paraíba, 16p, João Pessoa, 2010.

JAPIASSU, Hilton. Interdisciplinaridade e patologia do saber.
Rio de Janeiro: Imago, 1976.

BRASIL, Base Nacional Comum Curricular, Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponívelem:<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192> Acesso em 20/07/2023.

Thiesen, J. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. Revista Brasileira de Educação, Santa Catarina, v. 13, n. 39, p. 545-554, setembro de 2008.