



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ELIETE ALVES DE LIMA

**GEOMETRIAS PARA A VIDA – TPACK E O GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL
DE PROFESSORES**

RIO BRANCO - AC

2023

ELIETE ALVES DE LIMA

**GEOMETRIAS PARA A VIDA – TPACK E O GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL
DE PROFESSORES**

Texto de defesa apresentado ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC), como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Recursos e Tecnologias em Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira

RIO BRANCO - AC

2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

L732g Lima, Eliete Alves de, 1974 -
Geometrias para a vida – TPACK e o Geogebra na formação inicial de
professores / Eliete Alves de Lima; orientadora: Dr^a Salete Maria Chalub
Bandeira. – 2023.
263 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Mestrado
Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Mestre em Matemática, Rio
Branco, 2023.

Inclui referências bibliográficas, anexos e apêndice.

1. Ensino de geometria. 2. GeoGebra. 3. Atividades e lições. I. Bandeira,
Salete Maria Chalub (orientadora). II. Título.

CDD: 510

Bibliotecária: Nádia Batista Vieira CRB-11º/882.

ELIETE ALVES DE LIMA

**GEOMETRIAS PARA A VIDA – TPACK E O GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL
DE PROFESSORES**

Texto de defesa submetido à banca examinadora do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Resultado: Aprovada com Louvor. Data da aprovação: 07/07/2023

Banca Examinadora



Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira - CCET/UFAC
Orientador (a)



Prof. Dr. Pierre André Garcia Pires - CELA/UFAC
Membro Interno



Profa. Dra. Nilra Jane Figueira Bezerra - IFRR/ Boa Vista
Membro Externo

Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquinca - UFRJ/RJ
Membro Suplente

RIO BRANCO – AC

2023

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Eldo Guedes de Lima e Áurea Alves de Lima (*in memoriam*), que me ensinaram valores importantes para toda a vida. Espero que estejam orgulhosos de mim por mais uma conquista. A memória de vocês sempre estará viva em meus pensamentos e no meu coração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, e que ao longo do mestrado sempre esteve olhando por mim e intercedendo a meu favor.

Minha gratidão especial a Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira, minha orientadora e, sobretudo, uma grande amiga, pela pessoa e profissional que é. Obrigada por sua dedicação, e principalmente, obrigada por sempre ter acreditado e depositado sua confiança em mim ao longo desses anos de pesquisa que iniciaram muito antes do mestrado. Sem sua orientação, apoio, confiança e amizade, talvez nada disso teria sido realizado, pois me ajudou a concluir essa pesquisa.

Sou grata aos meus familiares e amigos que sempre me deram apoio durante essa jornada.

Aos membros da banca Profa. Dra. Nilra Jane Filgueira Bezerra e Prof. Dr. Pierre André Garcia Pires pelas valiosas contribuições na qualificação e defesa da dissertação. E, ao Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquinalha pela oportunidade do Curso de formação “Cada um na sua casa: alguns caminhos para ensinar matemática em ambientes virtuais”, que proporcionou uma formação durante a pandemia da COVID-19 com as tecnologias digitais, dentre elas o uso do GeoGebra para ensinar Matemática.

RESUMO

A presente pesquisa está vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/MPECIM, da Universidade Federal do Acre – UFAC e insere-se na linha de pesquisa recursos e tecnologias no ensino de ciências e matemática. A investigação buscou responder, quais os conhecimentos pedagógicos, tecnológicos do conteúdo disciplinar – TPACK podem emergir nas aulas de Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática com os professores em formação inicial da UFAC no Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra? Frente ao problema tem-se como objetivo geral analisar o conhecimento TPACK nas aulas de Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática, com os Professores em Formação Inicial da UFAC, no Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra com o planejamento e aplicação de atividades e lições. A coleta de dados ocorreu por meio da observação, gravações das aulas, aplicação do formulário google docs e o uso do aplicativo Padlet na disciplina Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC). Os sujeitos da pesquisa são dez professores em formação inicial (PFIs) matriculados na disciplina de Tecnologias da Informação e da Comunicação no Ensino de Matemática II (TICII), que foi ofertada no segundo semestre do ano de 2022, identificados como PFI1, PFI2, ..., PFI10. A pesquisa é de natureza qualitativa e se apoia na Engenharia Didática, que se caracteriza como um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, com a execução de quatro fases: (i) análises preliminares; (:ii) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas desenvolvidas durante as aulas; (iii) experimentação e (iv) análise a posteriori e validação. A análise dos dados foi de forma qualitativa, confrontando as análises preliminares, com a análise a posteriori e o referencial teórico TPACK e o ensino de Geometria, em que buscou integrar a tecnologia no Ensino de Matemática, com possibilidades de aulas mais dinâmicas e explorar o potencial do GeoGebra, no espaço para construir atividades e lições. Portanto, a pesquisa apontou iniciativas do TPACK na formação inicial de professores de matemática, com destaque para a utilização do GeoGebra na prática pedagógica desses professores com a exploração dos conhecimentos de conteúdo, pedagógico e tecnológico, bem como o conhecimento pedagógico do conteúdo, ligado as estratégias de ensino para a aprendizagem de conteúdos específicos até se chegar no conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo disciplinar (TPACK) que buscou orientar e promover nos PFIs uma aprendizagem com o uso do GeoGebra para ensinar seus futuros alunos. É uma ferramenta que pode ser útil para os educadores que desejam usar a tecnologia digital de forma eficaz para apoiar o ensino e a aprendizagem da matemática, além de melhorar (ou ressignificar) a sua própria prática pedagógica. Como Produto Educacional a construção de um Livro Digital Dinâmico: Geometri@s para a Vid@ - vivências na Formação Inicial de Professores de Matemática.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. GeoGebra. Atividades e Lições. TPACK. Formação Inicial.

ABSTRACT

This research is linked to the Postgraduate Program in Science and Mathematics Teaching/MPECIM, at the Federal University of Acre – UFAC and is part of the line of research on resources and technologies in science and mathematics teaching. The investigation sought to answer which pedagogical and technological knowledge of the subject content - TPACK can emerge in the classes of Information and Communication Technology for Teaching Mathematics with teachers in initial formation at UFAC in Teaching Geometry for the Final Years of Elementary School through GeoGebra? Faced with the problem, the general objective is to analyze the TPACK knowledge in Information and Communication Technology classes for Mathematics Teaching, with Teachers in Initial Formation at UFAC, in Geometry Teaching for the Final Years of Elementary School through the GeoGebra with the planning and application of activities and lessons. Data collection took place through observation and recordings of classes, application of the form google docs and use of the application Padlet of the discipline of Information and Communication Technologies (TICs) in the Teaching of Mathematics of the Mathematics Degree Course at Federal University of Acre (UFAC). The research subjects are ten teachers in initial training (PFIs) enrolled in the discipline of Information and Communication Technologies in Mathematics Teaching II (TICII), which was offered in the second half of 2022, identified as PFI1, PFI2, ... , PFI10. The research is of a qualitative nature and is based on Didactic Engineering, which is characterized as an experimental scheme based on didactic achievements in class, with the execution of four phases: (i) preliminary analyzes; (ii) a priori design and analysis of didactic-pedagogical experiences developed during classes; (iii) experimentation and (iv) a posteriori analysis and validation. Data analysis was qualitative, confronting the preliminary analyzes with the analysis a posteriori and the theoretical framework TPACK and the teaching of Geometry, in which he sought to integrate technology in the Teaching of Mathematics, with possibilities for more dynamic classes and to explore the potential of GeoGebra, in the space to build activities and lessons. Therefore, the research points to TPACK initiatives in the initial training of mathematics teachers, with emphasis on the use of GeoGebra in the pedagogical practice of these teachers with the exploration of content, pedagogical and technological knowledge, as well as pedagogical knowledge of the content, linked to the teaching strategies for learning specific contents until arriving at the technological and pedagogical knowledge of the subject content (TPACK) that seeks to guide and promote in the PFIs a learning with the use of GeoGebra to teach their future students. It is a tool that can be useful for educators who want to use digital technology effectively to support the teaching and learning of mathematics, in addition to improving (or re-signifying) their own pedagogical practice. As an Educational Product, the construction of a Dynamic Digital Book: Geometries for Life - experiences in the Initial Training of Mathematics Teachers.

Keywords: Teaching of Geometry. GeoGebra. Activities and Lessons. TPACK. Initial formation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Percurso Formativo e Motivação para o título proposto ao MPECIM – UFAC.....	16
Figura 2 - Catálogo Digital de Teses e Dissertações da CAPES - CDTD.....	21
Figura 3 - Ferramenta de Refinamento de Busca da CAPES.....	22
Figura 4 - Exemplos de Topologia.....	46
Figura 5 - Exemplo de Geometria Projetiva, Homotetia em figuras geométricas e bitmoji da pesquisadora e orientadora.	48
Figura 6 - Exemplo de Geometria Euclidiana. Rotação de 45° para esquerda em relação ao ponto E.	49
Figura 7 - Exemplos de Geometria Euclidiana - rotação e translação.	49
Figura 8 - Sequência de Fibonacci na natureza.	52
Figura 9 – Representação do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK).....	60
Figura 10 - Representação do Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK).	61
Figura 11 - Representação do Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK).	62
Figura 12 - Modelo teórico do Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo – TPACK.....	63
Figura 13 - Ambiente Virtual de Aprendizagem do curso 2.....	69
Figura 14 - Conceitos de simetrias de reflexão e de rotação, simetria de uma figura por translação.	71
Figura 15 - Criar conta de perfil para entrar no sistema do geogebra.org.....	74
Figura 16 - Formas de acesso ao portal do GeoGebra – opção outras.....	74
Figura 17 - Cadastro de uma conta de perfil no geogebra.org.	75
Figura 18 - Conta de perfil da mestrandia Eliete Alves de Lima.	75
Figura 19 - Pesquisar materiais sobre localização no portal do GeoGebra.	76
Figura 20 - Procurar materiais por Tópico Raiz: Matemática – Geometria - Trigonometria – Cálculo – Probabilidade – Álgebra – Funções – Estatística.....	76
Figura 21 - Representação dos Materiais de Geometria, organizados no GeoGebra.	77
Figura 22 - Procurar materiais em Transformações Geométricas.	77
Figura 23 - Atividade de Localização.	79
Figura 24 - Exemplo de Questão aberta.....	79
Figura 25 - Questão de Múltipla Escolha.....	80
Figura 26 - Como aparecem as questões para o estudante responder.....	81

Figura 27 - Jogo acertar as coordenadas dos locais da figura.	82
Figura 28 - A frase em vermelho – você errou, tente de novo.	83
Figura 29 - A frase em verde ihuuu você acertou, no caso de acertar as coordenadas da figura.	83
Figura 30 - Questão para o licenciando responder.	84
Figura 31 - Criando Título do Livro e inserindo idioma, descrição, grupo alvo e visibilidade.	85
Figura 32 - Criação dos capítulos do Livro: nome e descrição.	86
Figura 33 - Incluir atividade nos capítulos.	87
Figura 34 - Incluindo as atividades da conta de perfil da pesquisadora.	87
Figura 35 - Atividades do capítulo 1.	88
Figura 36 - Capítulo 2 Transformações de Figuras com as atividades.	89
Figura 37 - Capítulo 3 Geometria Espacial no Cotidiano e duas atividades.	90
Figura 38 - Capítulo 4 - Produções dos Professores em Formação Inicial.	90
Figura 39 - Capítulo 4 - Continuação das atividades dos Professores em Formação Inicial.	91
Figura 40 - Visualização do Livro Digital Dinâmico.	92
Figura 41 - Coleção do livro didático Matemática Essencial (6º ao 9º ano).	98
Figura 42 – Explorando Tecnologias: GeoGebra e Calc.	99
Figura 43 - Representações de figuras geométricas espaciais no cotidiano.	100
Figura 44 - Representação de assentos de uma aeronave e a representação no GeoGebra.	101
Figura 45 - Exemplos de simetrias encontrados em vários objetos.	101
Figura 46 - Exemplos de simetrias em elementos da natureza e figuras geométricas.	102
Figura 47 - Representações de figuras geométricas e homotetia.	103
Figura 48 - Espaço de sala de aula virtual (GeoGebra classroom).	105
Figura 49 - Padlet construído na aula do dia 05 de janeiro de 2023.	109
Figura 50 - QRcode da Atividade 1.	118
Figura 51 - Apresentação da Tarefa 1, visão do estudante no GeoGebra.	119
Figura 52 - Tela para responder a Tarefa 3: Questão 2.	121
Figura 53 - Telas de acerto e erro.	122
Figura 54 - Resposta dos PFIs.	123
Figura 55 - Tela para responder a Tarefa 4: Questão 3.	123

Figura 56 - Resposta dos PFIs.....	124
Figura 57 - Tela para responder a Tarefa 5: Questão 4.	124
Figura 58 - Resposta dos PFIs.....	125
Figura 59 - Tela para responder a Tarefa 6: Questão 5.	125
Figura 60 - Resposta dos PFIs.....	126
Figura 61 - Tela para responder a Tarefa 9: Questão 8.	128
Figura 62 - Resposta dos PFIs.....	129
Figura 63 - Tela para responder a Tarefa 10: Questão 9.	129
Figura 64 - Resposta dos PFIs.....	130
Figura 65 - Tela para responder a Tarefa 11: Questão 10.	130
Figura 66 - Resposta dos PFIs.....	131
Figura 67 - Tela para responder a Tarefa 12: Questão 11:	131
Figura 68 - Resposta dos PFIs.....	132
Figura 69 - Respostas do PFI1 e PFI2.	134
Figura 70 - Respostas do PFI3 e PFI24.....	134
Figura 71 - Respostas do PFI5 e PFI6.	135
Figura 72 - Respostas do PFI7, PFI8 e PFI9.	135
Figura 73 - Imagem de locais da cidade de Rio Branco – Acre.	136
Figura 74 - Resultado da Tarefa 1.....	143
Figura 75 - Resultado da Tarefa 1.....	144
Figura 76 - Resposta do PFI3, na planilha de cálculo dos dados do jogo da Tarefa 1.	144
Figura 77 - Explicação de um par ordenado $A(2, 9)$	145
Figura 78 - A bola e a representação da esfera no GeoGebra.	150
Figura 79 - Caixa de sapato e a representação do paralelepípedo no GeoGebra. .	151
Figura 80 - Protocolo de construção do paralelepípedo dos PFI3 e PFI4.	152
Figura 81 - Chapéu de palhaço e a representação do cone no GeoGebra.....	152
Figura 82 - Protocolo de construção com cone do PFI5 e PFI6 em 3 passos.	153
Figura 83 - Cubo mágico e a representação do cubo no GeoGebra.	153
Figura 84 - Protocolo de construção do PFI7 e PFI8 do cubo em 4 passos.	154
Figura 85 - Uma lata e a representação do cilindro no GeoGebra.....	154
Figura 86 - Protocolo de construção do cilindro em 3 passos.	155
Figura 87 - A pirâmide e a representação da pirâmide no GeoGebra.	155

Figura 88 - Protocolo de construção dos PFI1 e PFI2 da Pirâmide de base quadrada.	156
Figura 89 - Exemplo e Simetria de reflexão do polígono em relação a um ponto D.	156
Figura 90 - Simetria de rotação de 30° em torno do ponto D.....	157
Figura 91 - Simetria de reflexão em relação a uma reta i	157
Figura 92 - Simetria de translação da mandala por um vetor u	158
Figura 93 - Homotetia.	158
Figura 94 - Atividade da PFI1 na malha quadrada (ou quadriculada).....	160
Figura 95 - Tela do GeoGebra Clássico 6.....	161
Figura 96 - Barra de Ferramentas – controles - Inserir Imagem.	161
Figura 97 - Tela inserindo a imagem e fixando o ponto B no GeoGebra Clássico 6.	162
Figura 98 - Eixo de Simetria, a reta f em vermelho.	162
Figura 99 - Simetria de reflexão (Tigre Siberiano) em relação a reta f	163
Figura 100 - Caixa para exibir/esconder objetos.	164
Figura 101 - Tela de construção da Caixa para Exibir e Esconder Objetos.	164
Figura 102 - Atividade da PFI1 no GeoGebra.	165
Figura 103 - Exemplo de Simetria de Reflexão na malha quadrada da plataforma KhanAcademy.....	166
Figura 104 - Resolução do problema do PFI2 no GeoGebra Clássico 6.	167
Figura 105 - Atividade PFI2 construindo o quadrilátero baseado em simetria em relação a uma reta dado dois pontos.	168
Figura 106 - Atividade do PFI2 com caixas de seleção destacando o eixo de simetria e as simetrias do ponto A e ponto B.....	168
Figura 107 - Translação por um Vetor na malha quadrada, com caixas de seleção.	169
Figura 108 - Renomear o vetor u para u_1	170
Figura 109 - Atividade do PFI 3 com as caixas exibir/esconder objetos.	171
Figura 110 - Telas das construções das Caixas para Exibir/Esconder Objetos (Vetor u_1 , u_2 e u_3).....	171
Figura 111 - Telas das caixas das Translações u_2 e u_3	172
Figura 112 - Simetrias: Translação por vetores u_1 , u_2 , u_3	173

Figura 113 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2-3$, na malha quadrada.	174
Figura 114 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2-3$, no GeoGebra.	175
Figura 115 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2$, na malha quadrada.....	176
Figura 116 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2$, no GeoGebra.	177
Figura 117 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2+1$, na malha quadrada.	178
Figura 118 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2+1$, no GeoGebra.	178
Figura 119 - Simetria de Reflexão em relação ao ponto K.	179
Figura 120 - Simetria de reflexão em relação a um ponto.	181
Figura 121 - Atividade de reflexão em relação a reta passando pelos pontos I e J.	181
Figura 122 - Polígono refletido por simetria em relação a uma Reta.	183
Figura 123 - Pentágono na cor roxa e o obtido por simetria de translação por um vetor na cor azul.	184
Figura 124 - Simetria de Translação do polígono pelo Vetor u.	185
Figura 125 - Rotação de um polígono e Simetria de Rotação do polígono no ângulo de 60° em relação ao ponto H.	186
Figura 126 - Escrever o ângulo e já está marcado o sentido anti-horário e depois clicar em ok.	187
Figura 127 - Rotação do Polígono em torno do ponto I, ângulo $\alpha = 60^\circ$, sentido anti-horário.	188
Figura 128 - Polígonos com cores roxa e azul marinho e o ponto K na cor rosa.	189
Figura 129 - Razão da homotetia.	190
Figura 130 - Homotetia do polígono (B, C, D, E, F) em relação ao ponto A e fator 2 (Ampliação).	191
Figura 131 - Construção na malha isométrica da homotetia do losango (quadrilátero).	192
Figura 132 - O controle deslizante $R>1$, a figura do polígono é ampliada no GeoGebra.	192

Figura 133 - O controle deslizante $R=-1$, a figura do polígono é uma identidade inversa (simetria de reflexão ou axial).....	193
Figura 134 - Exemplo de ampliação inversa para $R<-1$. Ângulos com mesma medida.....	194
Figura 135 - Exemplo de homotetia, com a ampliação da figura de um barquinho (heptágono).....	195
Figura 136 - Exemplo de homotetia, com a ampliação da figura de um barquinho no GeoGebra.....	197
Figura 137 - Polígono heptágono – 7 lados, com conceitos de homotetia e simetria de reflexão em relação a uma reta (eixo x e eixo y).,	198
Figura 138 - Polígono heptágono – 7 lados, com conceitos de razão de semelhança e ampliação.....	199
Figura 139 - Produto Educacional – Livro digital dinâmico.....	211
Figura 140 - Capítulo 1 - A localização e seu Entorno.....	212
Figura 141 - Capítulo 2 - Transformações de Figuras.....	213
Figura 142 - Capítulo 3 - Geometria Espacial no Cotidiano.....	214
Figura 143 - Capítulo 4 - Produções dos Professores em Formação Inicial.....	215

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Disciplinas no Currículo da Licenciatura em Matemática, 2004 a 2019. .54	54
Quadro 2 - Objeto do conhecimento e habilidades do 6º ano.....56	56
Quadro 3 - Objeto do conhecimento e habilidades do 7º ano.....57	57
Quadro 4 - Objeto do conhecimento e habilidades do 8º ano.....58	58
Quadro 5 - Objeto do conhecimento e habilidades do 9º ano.....59	59
Quadro 6 - Cronograma do curso CUNSC.64	64
Quadro 7 - Cronograma do Plano de Ação de Formação do curso de Geometria....65	65
Quadro 8 - Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática.73	73
Quadro 9 - Resultados 1ª Coluna - Pergunta 1. 109	109
Quadro 10 - Resultados 2ª Coluna - Pergunta 2. 111	111
Quadro 11 - Resultados 3ª Coluna - Pergunta 3. 112	112
Quadro 12 - Resultados 4ª Coluna - Pergunta 4. 113	113
Quadro 13 - Resultados 5ª Coluna - Pergunta 5. 117	117
Quadro 14 - Respostas dos PFIs da Tarefa 2. 120	120
Quadro 15 - Resultados da Tarefa 7. 126	126
Quadro 16 - Resultados da Tarefa 8. 127	127
Quadro 17 - Tela para responder a Tarefa 13: Questão 12..... 132	132
Quadro 18 - Planilha organizada para ser preenchida observando a Tarefa 1..... 133	133
Quadro 19 - Resultados da Tarefa 16. 136	136
Quadro 20 - Resultados da Tarefa 17. 137	137
Quadro 21 - Resultados da Tarefa 18. 140	140
Quadro 22 - Resultados da Tarefa 3. 146	146
Quadro 23 - Resultados da Tarefa 4. 147	147
Quadro 24 - Resultados da Tarefa 5. 148	148
Quadro 25 - Respostas dos PFIs da pergunta 1 do Tema 1..... 200	200
Quadro 26 - Respostas dos PFIs da pergunta 2 do Tema 1..... 200	200
Quadro 27 - Respostas dos PFIs da pergunta 3 do Tema 1..... 201	201
Quadro 28 - Respostas dos PFIs da pergunta 4 do Tema 1..... 202	202
Quadro 29 - Respostas dos PFIs da pergunta 1 do Tema 2..... 203	203
Quadro 30 - Respostas dos PFIs da pergunta 2 do Tema 2..... 204	204
Quadro 31 - Respostas dos PFIs da pergunta 3 do Tema 2..... 205	205

Quadro 32 - Respostas dos PFIs da pergunta 4 do Tema 2.....	206
Quadro 33 - Respostas dos PFIs da pergunta 5 do Tema 2.....	207
Quadro 34 - Respostas dos PFIs da pergunta 6 do Tema 2.....	208

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REVISÃO DE PESQUISAS MAPEADAS NO PERÍODO DE 2013 A 2021	20
2.1	PESQUISAS SOBRE GEOMETRIA E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR	20
2.2	APROXIMAÇÕES COM O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO.....	35
3	O ENSINO DE GEOMETRIA E AS TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA A VIDA	40
3.1	O ENSINO DE GEOMETRIA ATRAVÉS DOS TEMPOS: TENDÊNCIAS.....	40
3.2	AS GEOMETRIAS: TOPOLOGIA, PROJETIVA, EUCLIDIANA OU MÉTRICA	44
4	TPACK , FORMAÇÃO SBEM E O GEOGEBRA	53
4.1	O CONHECIMENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO -TPACK	53
4.2	FORMAÇÃO SBEM E AS FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS.....	63
4.2.1	Formação SBEM: CUNSC	64
4.2.2	Formação SBEM: Geometria	65
4.2.3	Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática	72
5	CAMINHOS METODOLÓGICOS	93
5.1	ESCOLHA DO TEMA, LOCAL E SUJEITOS DA PESQUISA.....	93
5.2	A PESQUISA	95
5.3	FASES DA PESQUISA Á LUZ DA ENGENHARIA DIDÁTICA.....	96
6	INTERVENÇÕES PEDAGÓGICAS	107
6.1	FASE 3: A EXPERIMENTAÇÃO	107
6.2	FASE 4: PRODUÇÕES DOS PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL ...	159
7	PRODUTO EDUCACIONAL	210
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	216
	REFERÊNCIAS	220
	APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)	227
	APÊNDICE B – ROTEIRO DE ENTREVISTA	233
	APÊNDICE C – ATIVIDADE LOCALIZAÇÃO – (ATIVIDADE PILOTO)	235
	APÊNDICE D – IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA PARA SE LOCALIZAR (REFORMULADA)	238
	APÊNDICE E – ATIVIDADE GEOMETRIA ESPACIAL (PILOTO)	243
	APÊNDICE F – ATIVIDADE JOGO ACERTAR AS COORDENADAS DOS LOCAIS DAS FIGURAS (PILOTO)	247
	APÊNDICE G – USO DO PADLET COMO TECNOLOGIA EDUCACIONAL ..	253
	ANEXO A – FORMULÁRIO DE APRESENTAÇÃO DO MESTRANDO	255
	ANEXO B – CARTA DE ANUÊNCIA DA COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE	257

1 INTRODUÇÃO

O debate e a investigação na formação de professores vêm de longas décadas e até a atualidade, é um tema relevante que requer um olhar contínuo e que consideram diferentes preocupações, dentre elas, a que é bastante criticada é a aprendizagem da docência que “se dá na prática”. Essas discussões são presentes entre os estudantes dos cursos de licenciatura, docentes universitários, professores da educação básica e que estão em mestrados e doutorados (BASTOS; NARDI, 2008; GARCIA, 1999; SCHÖN, 2000; TARDIF, 2002) e outros.

Nas décadas de 1960 e 1970 gerou o entendimento do professor como um profissional técnico (CONTRERAS, 2002; GARCIA, 1999; TARDIF, 2002). Na década de 1980, esse modelo conhecido como da racionalidade técnica ou aplicacionista sofreu muitas críticas, uma vez que, como ressalta Schön (2000) o trabalho do professor ocorre em situações incertas, instáveis e com conflitos de valores.

Esses debates levaram a novos posicionamentos que puderam resgatar o papel da prática acerca do trabalho docente com um novo olhar. Como destaca Schön (2000), conhecimento na ação, reflexão na ação e reflexão sobre a ação, permitindo ao professor “um movimento contínuo de adaptação de seu ensino a contextos de atuação que são singulares em certos por sua própria natureza” (BASTOS; NARDI, 2008, p.14 -15).

Também na década de 1980 ressaltou-se a importância do papel do professor como um investigador de sua própria prática, salientando o professor como um profissional reflexivo que também sofre críticas, tendo a ficar restritas as questões imediatas que ocorrem nas aulas, de forma a ignorar situações econômicas, sociais, políticas e culturais que inspiram o processo de ensino e aprendizagem (CONTRERAS, 2002).

Assim, surge a ideia do professor como um intelectual crítico que tem como ponto de partida de seu trabalho para o questionamento de ideologias e ressalta a análise e discussão das estruturas sociais e uma relação dialética entre teoria e prática. Embora muitas das problemáticas investigadas tenham relação com o binômio teoria-prática, vários outros aspectos do trabalho e da formação do professor foram e continuam sendo objetos de estudos e pesquisas (BASTOS; NARDI, 2008).

Além disso, os pesquisadores García (1999), Nóvoa (2009), Tardif (2002) nos referem que os elementos da história de vida e do percurso profissional dos professores são essenciais para compreender como lidar com questões do dia a dia da profissão docente. Outro grupo, já destacam o conhecimento do professor sobre a matéria a ser ensinada, dos quais uma eventual precariedade é fator de inúmeras dificuldades no trabalho de planejamento e condução das aulas (CARVALHO; GIL PÉREZ, 1995; CHEVALLARD, 1991; SHULMAN, 1986), dentre outros, Nardi, Bastos e Terrazzan (2008) nos remetem que as deficiências de formação do professor em conteúdos (matemática, física, biologia) têm reflexos visíveis sobre a dimensão metodológica de seu trabalho em sala de aula, não sendo possível separar conteúdos e métodos.

Dessa forma, percebeu-se ao longo das décadas várias discussões referentes a problemática para a preparação do exercício da docência e estas mencionam uma série de princípios que se consideram úteis para a estruturação de programas de formação inicial e continuada de professores.

Para Garcia (1999) é necessário a formação contínua do professor, pois é um processo que pode ajudar cada vez mais suas práticas pedagógicas e desenvolvimentos curriculares.

A formação de professores é contínua; integração entre a formação referente a conhecimentos disciplinares e a formação referente a conhecimentos pedagógicos; integração teoria-prática; ligar os processos de formação de professores com os processos de desenvolvimento organizacional da escola; isomorfismo entre a formação recebida pelo professor e o tipo de educação que ele é chamado a desenvolver; reflexão crítica; adaptação da formação às características dos indivíduos e grupos e integrar a formação de professores em processo de mudança, inovação e desenvolvimento curricular (GARCIA, 1999).

Como professora da educação básica em uma escola estadual no município de Rio Branco, convém relatar e esclarecer que a escolha do tema para esta pesquisa foi se transformando com as formações adquiridas no período de 2000 a 2021, esclarecendo o meu¹ percurso profissional.

¹ O caminho a ser relatado será utilizado a primeira pessoa do singular, pois se trata do percurso profissional da professora.

No ano de 2000, iniciei a minha primeira experiência profissional como professora substituta no Curso de Letras na Universidade Federal do Acre (UFAC) e de 2003 até a atualidade sou professora na rede pública estadual de educação.

Durante a primeira formação acadêmica² não tínhamos nenhuma disciplina com o uso da tecnologia e no decorrer da minha atuação profissional tive a experiência como professora tutora³ que me proporcionou o uso de diversas mídias aplicadas à educação, destacando assim formações continuada no âmbito da UFAC para professores da Educação Básica com os Programas: Mídias na Educação e Um Computador Por Aluno (UCA).

Esse caminho, em busca de uma formação não adquirida em minha graduação, me oportunizou ser professora tutora de 2007 a 2009 no Mídias na Educação⁴ (Ciclo Básico - 2ª e 3ª ofertas), um programa de educação a distância com estrutura modular⁵ que visava proporcionar formação continuada para o uso pedagógico das diferentes tecnologias da informação e da comunicação – TV e vídeo, informática, rádio e impresso. Realizado pelo Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da UFAC em parceria com a Secretaria Estadual, Municipal de Educação e Núcleos de Tecnologias Estadual e Municipal, tendo o público-alvo prioritário os professores da educação básica.

Com o programa Mídias na Educação fui convidada a participar do Curso de Especialização em Tecnologias em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), no período de agosto de 2009 à dezembro de 2010 permitindo uma formação continuada com o uso das mídias voltadas para a Educação e, em particular, pesquisei acerca da Tecnologia Assistiva para possibilitar uma melhor aprendizagem a estudantes com deficiência. O curso auxiliou a refletir sobre “o Professor e a Prática Pedagógica com a Integração das Mídias”, que conforme Prado, Almeida e Moreira (2010):

Ter clareza da intencionalidade pedagógica e conhecer as potencialidades e restrições dos diferentes recursos tecnológicos evita a justaposição do uso da tecnologia favorecendo a sua integração com sentido para a aprendizagem do aluno (PRADO; ALMEIDA; MOREIRA, 2010, p. 6).

² Curso de Licenciatura Português/Francês em 1999.

³ Professora tutora do projeto Mídias na Educação e Projeto UCA.

⁴ Disponível no portal.mec.gov.br/mídias-na-educacao. Acesso em: 26 nov. 2020.

⁵ Os módulos de formação estão disponíveis no endereço http://webeduc.mec.gov.br/mídias_educacao/index6.html.

Na continuidade, nos anos de 2010 a 2012, participei como professora tutora do Projeto Um Computador por Aluno (UCA)⁶, atuando no Colégio de Aplicação (CAp/Ufac). O projeto UCA foi implantado em nove escolas no Estado do Acre com o objetivo de intensificar o uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) nas escolas por meio da distribuição de computadores portáteis aos alunos da rede pública de ensino. Foi um projeto que complementou as ações do MEC referentes a tecnologias na educação, em especial os laboratórios de informática, produção e disponibilização de objetos educacionais na *internet* dentro do ProInfo Integrado que promove o uso pedagógico da informática na rede pública de Ensino Fundamental e Médio.

No decorrer do Projeto UCA recebemos formação continuada pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), com a participação em Seminários de Acompanhamento e Avaliação UCA-UNICAMP/Região Norte (AC, PA, RO), com duração de três horas, organizadas por temáticas, ocorridas no ano de 2012 por meio de videoconferência na UFAC, com as seguintes temáticas: Formação Continuada: Diretrizes e Possibilidades; Repensando o plano de ação para a formação continuada; Análise do papel do laptop educacional no aprendizado do aluno; Aprendendo com o laptop: estudo de caso.

Em 2013, com a participação e apresentação do artigo completo: construindo sequências didáticas para uma formação docente de Matemática com os *softwares Winplot* e *GeoGebra* com o Projeto UCA no *VII Simpósio de Linguagens e Identidades das/nas Amazôniaas Sul-Occidental* e no ano de 2011, com a participação e apresentação do artigo completo: As transformações pedagógicas com a implantação do Projeto UCA no colégio de Aplicação (CAp/UFAC) no *V Simpósio de Linguagens e Identidades das/nas Amazôniaas Sul-Occidental*.

Durante esse percurso, ocorreram participações com apresentações de pesquisas com o aprendido em eventos científicos internacionais, regionais e locais, tais como: *XIII Congresso de Linguagens e Identidades das/nas Amazôniaas*, na UFAC, em 2019 com a publicação dos artigos completos: 1 - Matemática e Arquitetura: um protótipo de um cobogó triangular para uma vida mais sustentável; 2 - Olhar sem

⁶ Maiores detalhes disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/proinfo/eixos-de-atuacao/programa-um-computador-por-aluno-prouca>. Acesso em: 25 set. 2020.

os olhos e os blocos de Luria: os outros sentidos na aprendizagem da Matemática; No Viver Ciência (em 2019 – exposição em pôster) e publicação em 2020 (revista *South American Journal of Basic Education, Technical and Technological*) do resumo expandido: 1 - Saberes docentes e as Matemáticas com o uso das tecnologias digitais e vídeo aulas: construção do cobogó triangular.

Destaco que na graduação em Arquitetura e Urbanismo no Centro Universitário UNINORTE entre 2015 a 2019, me faz pensar nas interseções entre a Matemática e a Arquitetura permitindo assim publicar nos eventos supracitados. Nessa mesma época, por questões profissionais, fiz a complementação em pedagogia.

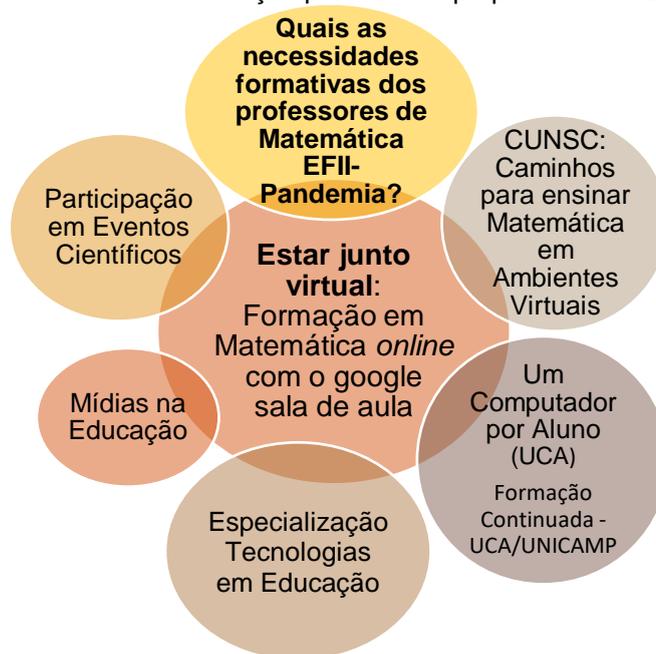
De julho a setembro de 2020, durante a pandemia da Covid-19, surgiu a oportunidade de fazer o curso de extensão, ofertado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Rio de Janeiro, intitulado “Cada um na sua casa: alguns caminhos para ensinar matemática em ambientes virtuais”, com uma carga horária de 60 horas.

O Curso com ementa: Ensino híbrido; Avaliação formativa; Recursos digitais para avaliação no ensino remoto; Ambientes Virtuais de Aprendizagem; Plataforma Desmos; GeoGebra; Vídeos digitais na/para a aula de matemática; Leitura e escrita em matemática; Recursos digitais para ensino de matemática; Educação Matemática *Online*. Como projeto final, construímos uma sala de aula virtual com as atividades desenvolvidas nas semanas e compartilhadas com os colegas da turma *online* através de um *link*. O curso permitiu trocas e aprendizagens no Ambiente *Google Classroom* (ou Google Sala de Aula) e construir caminhos para ensinar Matemática em Ambientes Virtuais.

Assim, surgiu a proposta (submetida e aprovada no processo seletivo do ano de 2020) de nossa investigação no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre (MPECIM/UFAC), na Linha de Pesquisa Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.

Em 2021 durante as disciplinas do mestrado fiz o curso de Geometria ensinando e visualizando com o GeogebraApp para os Anos Iniciais que teve a duração de dez semanas de estudo, com a carga horária de 30h. A Figura 1 destaca o caminho trilhado de minha trajetória profissional.

Figura 1 - Percurso Formativo e Motivação para o título proposto ao MPECIM – UFAC.



Fonte: Elaboração da autora, 2020.

Além disso, estou na função de coordenadora pedagógica desde 2016 e nessa função contribuimos na formação continuada dos professores na escola, com dinamismo, criatividade e capacidade de atender as necessidades emergentes no cotidiano escolar. A motivação dessa temática se deu devido ao cenário da pandemia da COVID -19 e com a necessidade de fazermos encontros pedagógicos *online*. E indagamos com as dificuldades na escola sobre quais necessidades formativas dos professores e mais especificamente dos professores de Matemática do Ensino Fundamental II com a pandemia da COVID 19? Assim, surgiu o tema inicial da pesquisa: **Estar junto virtual:** Formação Continuada em Matemática *online* com o *google* sala de aula.

Sendo assim, com a pandemia da COVID -19 as aulas no mestrado e os encontros de orientação ocorreram de forma remota. Dessa forma, observando e colaborando com a docente (orientadora) na disciplina *MPECIM 008 - Tecnologias e Materiais Curriculares para o Ensino de Matemática*, ofertada no 2º semestre de 2021, nas aulas da graduação com Licenciandos do Curso de Matemática, além de nossa participação conjunta (mestranda e docente orientadora) no *Curso Geometria*⁷:

⁷ Curso oferecido aos professores sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – (sbembrasil.org.br), Edital SBEM- DNE 01/2020- Formação Continuada em Serviço para Professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Programa SBEM Formação.

Ensinando e visualizando no geogebra App, ocorrido de 28/08/2021 a 13/11/2021, formação oferecida aos professores sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, nos fez repensar e adequar nosso projeto de pesquisa com a nova proposta de tema: “*Geometrias para a Vida – TPACK e o GeoGebra na Formação Inicial de Professores*”.

Justificamos a mudança para a formação inicial devido as condições de internet dos professores de Matemática da escola, do município de Rio Branco situada a uma região de difícil acesso de comunicação. Arelado a esse fato, os equipamentos obsoletos utilizados pelos professores que no momento pandêmico ficaram sem condições de adquirir computador ou celular que permitissem realizar as formações de forma virtual.

Assim, anunciamos o problema da pesquisa: Quais os conhecimentos pedagógicos, tecnológicos do conteúdo disciplinar - TPACK podem emergir nas aulas de Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática com os professores em formação inicial da UFAC no Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra?

A partir dessa problemática da pesquisa, temos como *Objetivo Geral*: Analisar o conhecimento TPACK nas aulas de Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática, com os Professores em Formação Inicial da UFAC, no Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra com o planejamento e aplicação de atividades e lições.

E por conseguinte, os *Objetivos específicos*: Identificar os conhecimentos TPACK dos PFIs nas aulas de TICs para o Ensino de Matemática com enfoque na geometria; Investigar as potencialidades do GeoGebra com PFIs, no planejamento e aplicação de sequências didáticas no ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental; Descrever as intervenções realizadas com os PFIs observadas nas aulas de TICs para o Ensino de Matemática.

A pesquisa foi desenvolvida com uma abordagem qualitativa, por se tratar de uma perspectiva metodológica capaz de auxiliar e orientar na compreensão de fenômenos educativos (ESTEBAN, 2010). Essa abordagem propiciou caminhos que

facilitaram a realização da pesquisa, permitindo a liberdade necessária para a nossa investigação.

O projeto de pesquisa foi desenvolvido na Universidade Federal do Acre – UFAC, no âmbito da disciplina de Tecnologia da Informação e Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática. Os sujeitos da pesquisa foram dez professores em formação inicial (PFIs). Como instrumentos de coleta de dados usamos o padlet e roteiro de entrevistas. Para a análise desses dados utilizamos a metodologia da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996).

A proposta do texto para a composição da dissertação está estruturada em oito seções, conforme a descrição:

A seção 1 - “Introdução”, que corresponde à seção atual, em que falamos do tema, das motivações, o problema da pesquisa, os objetivos gerais e específicos e a metodologia.

A seção 2 - “Revisão de pesquisas mapeadas no período de 2013 a 2021” – está organizada em duas subseções: pesquisas sobre geometria e a formação do professor e aproximações com o objeto de investigação. A busca por pesquisas foi realizada no catálogo digital de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, no site do MPECIM e em dois periódicos na revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa. Finalizamos com uma análise das pesquisas frente ao objeto de investigação.

A seção 3 - “O Ensino de Geometria e as Tendências da Educação Matemática para a vida” - está organizada em duas subseções: o ensino de geometria através dos tempos, com as tendências que surgiram no Encontro Nacional de Educação Matemática e no Encontro Paulista de Educação Matemática e as geometrias: topologia, projetiva, Euclidiana ou métrica.

A seção 4 - “TPACK, Formação SBEM e o GeoGebra” - está organizada em três subseções: o conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo – TPACK; formação SBEM e as fases das tecnologias digitais; o GeoGebra no ensino de geometria: atividades – lições e livro dinâmico. Descreve as bases teóricas do TPACK, os sete tipos de conhecimentos baseados nos estudos de Mishra e Koehler (2006), apresenta as formações continuadas SBEM:CUNSC e SBEM: Geometria e as fases

das tecnologias digitais em Educação matemática e apresenta o GeoGebra, com o acesso, a construção de atividades, lições e livro dinâmico.

A seção 5 - “Caminhos Metodológicos” - está organizada em duas subseções: escolha do tema, local e sujeitos da pesquisa; a pesquisa; fases da pesquisa à luz da engenharia didática, com a descrição da fase 1 – análise preliminar e fase 2 - análise a priori.

A seção 6 - “Intervenções Pedagógicas” – está organizada em duas subseções: fase 3 – experimentação e fase 4 – produções dos professores em formação inicial. Apresenta as aplicações das sequências didáticas para os PFIs e as análises de suas produções.

A seção 7 - “Produto Educacional” - apresenta o Produto Educacional de forma descritiva abordando sua finalidade e contribuições para o ensino de geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental com a proposta de construção do livro dinâmico virtual, disponibilizado no portal do GeoGebra.

Na seção 8 - “Considerações finais” - em que destacamos a relevância do caminho trilhado, bem como o que a pesquisa proporcionou a pesquisadora e aos professores em formação inicial após as análises realizadas em busca de responder o nosso problema de pesquisa e sugestões para trabalhos futuros e finalizamos com as referências, os apêndices e anexos.

2 REVISÃO DE PESQUISAS MAPEADAS NO PERÍODO DE 2013 A 2021

Essa seção destaca a importância de mapear as pesquisas sobre a formação inicial de professor de Matemática com o uso da Tecnologia Digital da Informação e Comunicação, em especial, o GeoGebra com a unidade temática de geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental. Ademais, analisou-se pesquisas que possuem semelhanças com o que foi desenvolvido, tendo como referência: título, problema de pesquisa, objetivos; referencial teórico; metodologia (tipo de pesquisa; participantes; local; período e instrumentos); principais resultados e produto educacional.

2.1 PESQUISAS SOBRE GEOMETRIA E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR

Os dados coletados para análise foram nos períodos de 2013 a 2021 e estão disponibilizados no Catálogo Digital de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CDTD) - CAPES e no *site*⁸ do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre (MPECIM-UFAC), nesse com o total de cento e vinte Dissertações até o momento da coleta de dados realizada em 2021, das quais foram selecionadas cinco pesquisas que se aproximam de nossa investigação no período de 2016 a 2020. Em relação aos resultados encontrados, optamos a não escolher trabalhos anteriores a plataforma Sucupira.

Inicialmente utilizamos o CDTD-CAPES com os descritores “formação inicial de professores de matemática” + “uso de tecnologias”, encontramos 2.013 resultados sem o refinamento mais detalhado (Figura 2).

⁸ Disponível em: <http://www2.ufac.br/mpecim/menu/dissertacoes>. Acesso em: 05 jul. 2021.

Figura 2 - Catálogo Digital de Teses e Dissertações da CAPES - CDTD.

The screenshot shows the search results page for the query "formação inicial de professores de matemática"+"uso de tecnologias". The page is titled "Busca" and displays the search results for the year 2013. The search results are filtered by type (Mestrado (Dissertação) and Doutorado (Tese)) and year (2017, 2020, 2018). The results list four items, each with a title, author, and institution.

Busca

"formação inicial de professores de matemática"+"uso de tecnologias" **Buscar**

Painel de informações quantitativas (teses e dissertações)

Início > Busca

2013 resultados para "formação inicial de professores de matemática"+"uso de tecnologias"
Exibindo 1-20 de 2013

Refinar meus resultados

Tipo: 4 opções

Mestrado (Dissertação) 1118

Doutorado (Tese) 424

Ano: 29 opções

2017 238

2020 225

2018 220

1. FERNANDES, FREDERICO FONSECA. **O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA MODALIDADE EaD: UM ESTUDO SOBRE CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA'** 20/02/2014 141 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Campo Grande Biblioteca Depositária: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática [Detalhes](#)
2. SOUZA, KELEN CRISTINA PEREIRA DE. **Formação inicial do professor de matemática com uso de tecnologias da informação e comunicação no contexto da escola pública'** 16/02/2016 135 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA, Uberlândia Biblioteca Depositária: Biblioteca Central Universidade Federal de Uberlândia [Detalhes](#)
3. MUSSOLINI, ANA FLAVIA. **Reflexões de futuros professores de matemática sobre uma prática educativa utilizando planilhas eletrônicas.'** 01/10/2004 75 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE EST.PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO/RIO CLARO, Rio Claro Biblioteca Depositária: IGCE/UNESP/Rio Claro **Trabalho anterior à Plataforma Sucupira**
4. DIAS, MÔNICA SOUTO DA SILVA. **Um estudo da demonstração no contexto da Licenciatura em matemática: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico'** 01/11/2009 208 f. Doutorado em

Fonte: Disponível em: <https://catalogodedissertacoes.capes.gov.br/catalogo-dissertacoes/#/>

Em seguida, com os descritores “formação inicial de professores de matemática” + “uso de tecnologias digitais”, refinamos a coleta de dados no CDTD-CAPES selecionando o tipo “Mestrado profissional” com o ano de “2019”. A busca tornou-se mais precisa, com um total de 15 resultados, das quais selecionamos somente uma pesquisa que mais se aproximava de nossa investigação, conforme a Figura 3.

Figura 3 - Ferramenta de Refinamento de Busca da CAPES.

The screenshot displays the CAPES search refinement interface. At the top, it shows 15 results for the search query "formação inicial de professores de matemática" + "uso de tecnologias digitais". The interface includes a sidebar for refining results by type, year, and author, and a main list of search results.

Refinar meus resultados

Tipo: 1 opções

- Mestrado Profissional (15)

Ano: 1 opções

- 2019 (15)

Autor: 15 opções

- ADRIANO BARBOSA LIMA DA SILVA (1)
- CARLOS HENRIQUE JORGE (1)
- DANILLO FISCHER (1)
- DIEGO ROCHA BRAGA DE ARAUJO (1)
- FELIPE JUNIO DE SOUZA OLIVEIRA (1)

1. LIBORIO, REGINALDO GUILHERMINO CABRAL. **Conhecimentos para o ensino de matemática e a formação inicial de professores de matemática: um olhar aos documentos oficiais de âmbito federal (1925-2017)**. 12/03/2019 193 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECN. DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: Biblioteca Francisco Montojos - IFSP/SPO
Detalhes

2. BOUCINHAS, GABRIEL CACAU. **Uma abordagem didática para o ensino das operações básicas dos números fracionários e o uso de tecnologias digitais e não-digitais**. 25/06/2019 96 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: UERJ Maracanã CTC-A
Detalhes

3. FERNANDES, NAVARA ROCHA. **O USO DOS SOFTWARES EDUCACIONAIS POR PROFESSORES DE MATEMÁTICA**. 20/09/2019 113 f. Mestrado Profissional em Educação Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI, Diamantina Biblioteca Depositária: UFMG
Detalhes

4. FERREIRA, REGIMAR ALVES. **A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA E UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO CONTINUADA NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA CRÍTICA**. 08/11/2019 145 f. Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática Instituição de Ensino: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS, Jataí Biblioteca Depositária: Biblioteca do IFG-Câmpus Jataí
Detalhes

5. PENHA, ISAQUE TERRA DA. **Utilização de Tecnologias Digitais para o Ensino de Matemática no 1º segmento do Ensino Fundamental: um estudo de caso em uma escola pública da rede municipal de Nova Iguaçu - RJ**. 28/08/2019 76 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Federal Rural Rio de Janeiro
Detalhes

Fonte: Site da CAPES: <<https://catalogodedissertacoes.capes.gov.br/catalogo-dissertacoes/#/>>

Dessa forma, foram selecionadas dezesseis dissertações de Mestrados Profissionais (das quais 5 do MPECIM) e Mestrado Acadêmico, duas teses e dois artigos publicados nos periódicos Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (GUTIÉRREZ-FALLAS; HENRIQUES, 2020), com o título: *O TPACK de futuros professores de Matemática numa experiência de formação* e Revista Educação em Questão, Natal (RIBEIRO, PIEDADE, 2021), com título: *Revisão sistemática de estudos sobre TPACK na formação de professores no Brasil e em Portugal*. Sendo assim, um total de vinte trabalhos com interseções com a nossa proposta de investigação. Essa pesquisa teve foco em formação inicial de professores de matemática com o uso de tecnologias digitais.

A dissertação de Souza (2016), com o título: *Formação inicial do professor de matemática com uso de tecnologias da informação e comunicação no contexto da escola pública*, realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Matemática – Universidade Federal de Uberlândia (MG), encontra-se disponível na plataforma Sucupira. Trouxe como objetivo analisar quais contribuições para a formação docente a participação em projetos de extensão pôde proporcionar a estudantes do curso de licenciatura em Matemática.

A pesquisa foi de natureza qualitativa e fez uso da metodologia de pesquisa participante realizada em cinco escolas Estaduais de Uberlândia-MG, desenvolvida por dois estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia que fizeram parte da equipe do PEIC (Programa de Extensão Integração Comunidade). Os instrumentos usados foram filmagens, registros fotográficos, relatórios de reuniões, notas de campo, questionário e entrevista. Fundamentou-se em Larrosa (2011), Ponte (2002), Schön (1992), Pimenta e Ghedin (2002).

Como um dos principais resultados, concluiu-se que projetos de extensões realizados durante a graduação podem trazer grandes contribuições para a formação profissional do estudante de licenciatura em Matemática, dentre elas ressaltamos a potencialização de experiências formativas anteriores e o desenvolvimento de trabalho coletivo e de atitudes relativas à de um professor reflexivo.

A dissertação de Silva (2016), com o título: *Apropriação do uso de tecnologias digitais na realização de uma prática pedagógica: um olhar sobre a formação inicial do professor de matemática*, realizada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática de Vitória (ES). Apresentou como objetivo usar tecnologias digitais na produção de atividades matemáticas na Formação Inicial de Professores de Matemática. A pesquisa foi de natureza qualitativa com a participação de 35 estudantes de uma turma de 2º período de licenciatura em Matemática do Ifes.

Os instrumentos utilizados para produção de dados foram o diário de bordo, questionário, rodas de conversa e análise documental (tarefas em sala de aula e no Moodle), no qual os estudantes usaram dispositivos móveis e aplicativos para o planejamento de tarefas Matemáticas, no âmbito da disciplina Informática na Educação Matemática. Esta disciplina foi organizada em cinco módulos: Júri Simulado; Instrucionismo x Construcionismo; XLOGO; Dispositivos Móveis; Geometria Dinâmica. O módulo de dispositivo móveis analisado na pesquisa, com oito horas presenciais e dez dias de atividades, dentre elas postagem de tarefas, leitura de material bibliográfico e fóruns, realizado no ambiente virtual de aprendizagem moodle. Como referencial teórico, baseou-se em Bairral (2012a; 2013; 2015), Borba, Silva e Gadanidis (2014), Fiorentini (2005), Frota e Borges (2004), Moran (2013) e Penteado (2000).

O resultado dessa pesquisa foi a integração de tecnologias digitais às metodologias de ensino, de modo que sejam usadas para favorecer construção de conhecimentos matemáticos. Como produto educacional apresentou um livreto digital

para professores que ensinam Matemática na educação básica, como forma de compartilhar as experiências na Formação Inicial ou Continuada de Professores de Matemática e fomentar reflexões a respeito de uso de Tecnologias Digitais (*tablets*) em planejamentos de atividades matemáticas.

A dissertação de Fernandes (2019), com o título: *O uso dos softwares educacionais por professores de matemática*, realizada no programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina (MG). Teve como objetivo investigar a utilização de *softwares* educacionais por professores de matemática, egressos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais campus São João Evangelista. A pesquisa é de abordagem qualitativa, com a participação de nove egressos de Licenciatura em Matemática. A utilização de instrumentos para a coleta de dados foram questionário online, entrevistas semiestruturadas, analisadas por meio da técnica de análise de conteúdo. Apoiar-se em Borba; Silva; Gadanidis (2014), Tajra (2012), Borba; Penteado (2010), Kenski (2012), D'Ambrosio (2009), Almeida e Moran (2005), Moran; Masetto; Behrens (2013).

Como resultados principais dessa pesquisa citados pelos professores estão relacionados à questão da agilidade nas práticas de ensino, ao melhor aprendizado dos alunos, à ampliação das possibilidades de explorar conteúdos, dentre outros. Além disso, pretende-se contribuir com este estudo para o campo da formação inicial de professores de matemática em articulação com a TDIC no ensino.

A dissertação de Santos (2021), com o título: *Uma proposta de formação com professores que ensinam matemática: uma discussão de conceitos do campo grandezas e medidas com o uso do software hágáquê*, realizada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo. Trouxe como objetivo analisar a ressignificação de conhecimentos relacionados ao campo conceitual escolhido com o uso do *software* HágáQuê, no curso de formação continuada. Realizou-se uma pesquisa de campo de caráter qualitativo-descritivo, cujos colaboradores foram treze professores e como instrumentos de coleta de dados foi utilizado o formulário de inscrição virtual disponibilizado através do Google – Google Forms. Esse trabalho teve como referencial Ponte (2014), Shulman (2014), Paiva (2002), Papert (2008), Rosa e Pazuch (2015), Rosa e Caldeira (2018), Borba et al. (2018).

Como resultado da pesquisa foi apresentado a ressignificações de conhecimentos relacionados ao campo conceitual Grandezas e Medidas com o uso das tecnologias digitais na formação docente e na prática pedagógica.

A dissertação de Araújo (2016), com o título: *O uso das ferramentas do aplicativo “google sala de aula” no ensino de matemática*, realizada no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Uberlândia (MG). A dissertação teve como objetivo trazer discussões sobre como a inserção de Tecnologias de Informação e Comunicação na prática docente por meio das ferramentas para ambiente de Sala de Aula do aplicativo “Google Sala de Aula” contribui para o processo de ensino aprendizagem de Matemática. A pesquisa foi abalizada em uma metodologia qualitativa, com a participação de 34 alunos de uma turma de 9ºano e para a coleta e análise de dados foram utilizados questionários, atividades e vídeos. Fundamentada nas teorias de Lara (2003), Valente (1999), Prandini (2009), Mercado, 2002, Boettcher (2005), Moraes (1993), Kensky (2006), Pierre Levy (2002), Mastrela (2015), SILVA (2015), Oliveira (2014), Borba e Penteado (2001) e Monteiro (2000).

Os resultados obtidos nas análises dos dados apontaram que os objetivos de inserir Tecnologias de Informação e Comunicação na prática docente e utilizar ferramentas para o ambiente de sala de aula do aplicativo “Google Sala de Aula”; como um ambiente interativo e compartilhar materiais didáticos de forma dinâmica, propiciou a interação em tempo real de forma a contribuir significativamente para o processo de ensino aprendizagem de Matemática.

A tese de Figueiredo (2017), com o título: *Design de problemas com a utilização das tecnologias digitais na formação inicial de professores de matemática*. Essa tese foi realizada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana Brasil, Canoas (RS). Apresentou como objetivo investigar por meio do Design de problemas com a utilização das Tecnologias Digitais, quais aspectos matemáticos, metodológicos, tecnológicos e relativos à abordagem de temas de relevância social que se apresentam na formação inicial de professores de Matemática. O paradigma metodológico adotado na investigação foi o qualitativo, cujo método utilizado foi o estudo de caso, com a participação de licenciandos de Cursos de Matemática e os instrumentos utilizados para a construção de dados foram sete

observações, entrevistas, questionários, gravações de áudio e vídeo e o Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle.

Como referencial teórico, fundamentou-se em D'Ambrosio (2014), Kenski (2003, 2007), Borba, Silva e Gadanidis (2014), Allevato (2008), Richit (2005), Allevato (2005), Sangoi (2010), Althaus (2015), Dal Ri (2015), Alves (2008), Nunes (2010), Dutra (2011), Justulin (2014), Santos (2015), Perrenoud (2002a, 2002b), Pimenta (2012), Fiorentini (2008), Rosa (2010, 2011, 2015), Mishra e Koehler (2006), Lévy (1999, 2011), Cyrino (2013), Esteban (2010), Freire (2011, 2014); Gatti (2013-2014, 2013), Mizukami, (2008), Nóvoa, (1992, 2009), Perez (2012), Paiva (2013) e Vaillant, (2010).

Na descrição e análise dos resultados obtidos foi possível compreender que a proposta de formação implementada por meio da realização do Curso de Extensão possibilitou aos licenciandos, individual e colaborativamente, a realização de várias etapas no processo de *Design* dos problemas, que contribuíram para que produzissem conhecimentos como futuros professores de Matemática.

A dissertação de Martins (2021), com o título: *As potencialidades da plataforma khan academy na aprendizagem de conceitos matemáticos do 1º ano do ensino médio*, foi realizada no Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Floriano (PI). Essa dissertação trouxe como objetivo investigar os contributos da plataforma Khan Academy para a aprendizagem de conceitos matemáticos do primeiro ano do Ensino Médio, com atividades e conteúdos que exploram todos os conceitos de funções relativos a essa etapa do ensino.

Utilizou-se uma abordagem qualitativa, tendo como sujeitos da pesquisa trinta e cinco alunos da 1ª série do Ensino médio do Colégio Técnico de Floriano e como instrumentos de dados foram usados questionários, avaliações da plataforma e observação com registros. Como referenciais teóricos embasou-se em Kenski (2008, 2007), Mognhol (2015), Silva (2019), Corrêa (2016), Moran (2012), Imbernóm (2010), Almeida (2001), Carneiro (2002), Roulkouski (2011), Ramal (2000), Staker e Horn (2012), Andrade e Souza (2016), Godinho e Garcia (2016), Minayo (2010), Franco (2016).

Os resultados apresentam uma melhora expressiva na aprendizagem dos alunos mediada por esse recurso, no qual obtiveram um aumento da quantidade de alunos com notas superiores em relação ao primeiro teste, elevando suas médias individuais.

A dissertação de Rocha (2021), com o título: *Ensino de matemática de forma remota: vivências de estudantes da educação básica que utilizaram régua e compasso no estudo de geometria plana*, realizada no Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Oeiras (PI). Essa dissertação teve como objetivo analisar as contribuições dos instrumentos régua e compasso no processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Trata-se de uma pesquisa-ação do tipo descritiva com abordagem qualitativa, com a participação de 9 alunos do 2º Ano do Ensino Médio observação e como instrumentos de registro durante os encontros formativos, foram aplicados questionários e pré e pós-testes. Fundamenta em Wolff e Silva (2013), D'Ambrósio (1996), Fiorentini (2009), Almeida e Pimenta (2014), Farias (2015), Pavanello (1989), Roque (2012), Oliveira e Marcelino (2015), Pacheco e Barros (2013), Borba (2011), Pasinato (2010) e Marconi e Lakatos (2003).

Os resultados evidenciaram que o ensino da matemática com o auxílio das ferramentas régua e compasso, bem como os *softwares* de geometria plana possibilitou aos alunos envolvidos neste trabalho de pesquisa e com os usos dessas ferramentas e as habilidades adquiridas lhes permitiram resolver com facilidades questões com construções geométricas, e os encontros formativos foram um subsídio significativo para o desenvolvimento dos alunos pesquisados.

A dissertação Junior (2021), com o título: *Uma proposta híbrida de ensino para o estudo da função quadrática*, realizada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Trouxe como objetivo construir e aplicar uma sequência didática para o estudo das funções quadráticas, baseada no Ensino Híbrido, com a ajuda de recursos tecnológicos e materiais concretos.

Utilizou-se de uma abordagem qualitativa e contou com dez alunos de duas escolas, sendo cinco alunos do nono ano do ensino fundamental da Escola Estadual Claudizete Lima e os outros cinco alunos do segundo ano do ensino médio da Escola Nicanor Souto Maior, que fizeram comparativos entre as metodologias apresentadas, fazendo o pesquisador uma mediação entre os resultados obtidos e a própria observação. Os dados foram coletados por meio de observação do pesquisador, entrevistas e questionários. A pesquisa apoiou-se em Moran e Bacich (2015), Zabala (1998), Lorenzato (1991), Moran (2000), Freire (2000), Oliveira (2013).

Durante toda a aplicação da pesquisa percebeu-se um ganho de aprendizado dos alunos sobre o conteúdo trabalhado, constatando-se a eficácia da aplicação do Ensino Híbrido. Detalhes que há possibilidade de passar despercebidos em um Ensino Tradicional, mas puderam ser evidenciados e bem mais explorados. Desta forma, tal pesquisa, motivará outros professores a utilizarem a metodologia híbrida em suas aulas.

A dissertação de Garcia (2013), com o título: *A prática de ensino com a história da matemática na formação inicial de professores de matemática na modalidade a distância*, realizada na Universidade Federal de Ouro Preto (MG). Teve como objetivo desvendar possíveis contribuições que pode oferecer uma proposta de prática de ensino usando a História da Matemática para a formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância. Utilizou-se de uma pesquisa qualitativa, cujos participantes foram alunos do 6º período do curso de Licenciatura em Matemática matriculados na disciplina Prática de Ensino IV, e os instrumentos utilizados foram os fóruns de discussão, relatórios das atividades realizadas, o questionário final e o grupo focal. A dissertação foi fundamentada em Miguel (1993; 2009), Mendes (2001; 2009); Behar (2009), Bicudo (1999), Valente (2003), Bairral (2007), Baroni (1999), Pena (2003) e Peters (2003).

As atividades práticas realizadas proporcionaram aos participantes a aprendizagem de realizar pesquisas para criar estratégias de ensino, que estimulam a participação dos alunos nas aulas, possibilitando a aprendizagem de Matemática e conheceram e utilizaram a História da Matemática para o desenvolvimento da prática profissional relacionando a teoria com a prática. Essa pesquisa deu significado para o entendimento de conceitos matemáticos. Finalmente, contribuiu para a aprendizagem dos participantes na condução do processo de ensino/aprendizagem da Matemática na sala de aula.

A dissertação de Silva (2021), com o título: *Análise metodológica da mobilização do TPACK por professores de Matemática a partir das coreografias didáticas*, realizada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. Teve como objetivo investigar como professores de Matemática mobilizam TPACK (Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo) no planejamento do ensino com Tecnologias Digitais (TD). A pesquisa foi qualitativa, cujos participantes foram professores de Matemática da

Educação Básica, a coleta de dados foi realizada em duas etapas: solicitação e acesso a um plano de aula de cada professor, utilizando uma TD para abordar um conteúdo matemático e uma entrevista semiestruturada.

A dissertação foi fundamentada em Borba; Silva; Gadanidis (2018); Chiari (2018), Andrade (2020), Padilha (2019); Bittar (2015), Moss (2013), Mishra; Koehler (2006; 2009); Niess (2006) e Valente (2018). Os resultados dessa pesquisa mostraram que o docente pode mobilizar diferentes aspectos do TPACK por todos os momentos percebidos em seu planejamento, partindo da consolidação do seu Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, considerando a antecipação das aprendizagens e o processo interno dos estudantes (com base nas suas hipóteses sobre como eles aprendem) e, principalmente, ao identificar e justificar a necessidade e as possíveis articulações do uso de uma TD com uma estratégia pedagógica definida, em vistas a promover essas aprendizagens.

Outra pesquisa de mestrado foi a de Crescencio (2020), com o título: *As adversidades no ensino de geometria plana e o software geogebra: uma proposta de formação continuada para os professores de matemática do ensino fundamental II*, realizada no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da Campus Vitória do Instituto Federal do Espírito Santo. Teve como objetivo compreender como um processo formativo destinado a professores de matemática do Ensino Fundamental séries finais, pode provocar práticas pedagógicas na baseadas na investigação para o ensino de geometria plana com o uso de um software de Geometria Dinâmica- GeoGebra. A pesquisa foi qualitativa e como colaboradores professores de matemática, os dados utilizados foram questionários, gravações de áudio, vídeo e observações participantes.

Esse trabalho teve como principais referenciais teóricos: Borba e Penteado (2016), Sousa (2008), Pereira (2000), Nóvoa (2017), Ponte (2007), Nacarato, Santos (2014) Lorenzato (1995), Bairral (2017) e D'Ambrósio (1997). Os resultados obtidos foram a partir da organização de um processo formativo continuado com a temática o ensino de geometria plana e o software de GeoGebra houve a ampliação da forma de pensar o ensino de geometria por parte dos cursistas, uma vez que temas conceituais abstratos, considerado até mesmo por eles, forneceram subsídio para uma melhor compreensão através de atividades dinâmicas construídas no aplicativo.

A tese de Esquincalha (2015), com o título: Conhecimentos revelados por tutores em um curso de formação continuada para professores de matemática na modalidade a distância, realizada na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP, cujo objetivo foi investigar os conhecimentos revelados por tutores de um curso de formação continuada para professores de Matemática, oferecido na modalidade a distância. Pesquisa de natureza qualitativa, teve como participantes seis tutores do Curso de Aperfeiçoamento em Matemática, os dados coletados foram questionários.

Essa pesquisa teve como principais referenciais teóricos: Bairral (2004), Borba e Araújo (2010), Fernandes (2014), Valente (2005), Viel (2011), Viol e Miskulin (2012), Marcelo (2009). Koehler e Mishra (2008), Mishra e Koehler (2006), Shulman (1986), Fiorentini e Oliveira (2013), Prado e Almeida (2007), Nóvoa (2009). Os resultados obtidos foram as análises indicaram que componentes afetivo-atitudinais têm papel fundamental no exercício da tutoria no contexto da formação continuada de professores a distância e, por isso, a pesquisa é concluída com uma proposta de expansão do quadro teórico TPACK, incluindo esses componentes em um quarto tipo de conhecimento, caracterizando o TPACK-OTE (Technological Pedagogical Content Knowledge-Online Teacher Education).

A dissertação de Barros (2016), com o título: *As tecnologias da informação e da comunicação integradas à prática do professor de matemática*, realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Rio Branco (AC). Teve como objetivo investigar como o professor de Matemática do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio vem integrando as tecnologias ao seu trabalho docente. Foi uma pesquisa de caráter qualitativa, teve como participantes quatro professores de matemática e o instrumento utilizado para construção de dados entrevista semiestruturada. Como referencial teórico, fundamentou-se em Moran (2000), Borba e Penteadó (2001), Kenski (2007), Masetto (2000, p. 19), Papert (1994), Fiorentini e Lorenzato (2006).

Como resultado, foi possível perceber que existem ações de formação continuada para os professores das escolas, no entanto, alguns ainda são resistentes à utilização das TICs em sala de aula. A pesquisa aponta a necessidade de uma política universitária que implique mudanças no currículo, com a criação de disciplinas

que enfoquem a formação docente com as TICs e práticas de ensino de matemática aplicadas ao âmbito escolar.

A dissertação de Arruda (2017), com o título: *Formação docente por meio da tecnologia assistiva em um ambiente virtual de aprendizagem para ensinar conceitos matemáticos para alunos com deficiência visual*, realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Rio Branco (AC). Essa dissertação teve como objetivo refletir e analisar as práticas dos professores (da Rede de Ensino e, em Formação Inicial em Matemática) em um Curso de Tecnologia Assistiva e Materiais Didáticos Adaptados em Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) na Plataforma Moodle, com vista a potencializar o ensino de matemática a Deficientes Visuais. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa do tipo “pesquisa-ação” adotando as fases: diagnóstico, intervenção e avaliação. Os participantes foram quatro professores, um em formação inicial e três em formação continuada. Os instrumentos utilizados foram depoimentos e as práticas de quatro colaboradores (professores em formação inicial e continuada) que participaram de todas as etapas do curso de Tecnologia(s) Assistiva, Educacionais e Móveis e a Formação Docente para o Ensino de Matemática voltados à Deficientes Visuais/Intelectuais – Plataforma Moodle – 1ª Edição realizado na modalidade EaD, trabalhando conteúdos sobre frações, equação do 1º grau, equação do 2º grau e gráficos estatísticos por meio de materiais adaptados.

A pesquisa foi embasada em Vygotsky (2011), Bersch (2005; 2013), Ferronato (2002), Borba, Silva e Gadanidis (2015), Reilly (2011), Bezerra (2017), Bandeira (2015) e Kenski (2003). Os resultados dessa pesquisa mostram como foi significativo o uso de novas metodologias para uma formação docente que possa melhorar o processo de ensino e aprendizagem de alunos com deficiência visual no ensino de matemática. Também foi possível observar que os professores foram capazes de propor atividades de acordo com suas vivências.

A dissertação de Nascimento (2019), com o título: *Os registros de representação semiótica a partir do aplicativo trigonometry unit circle em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática*, realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Rio Branco (AC). Teve como objetivo investigar as potencialidades do uso dos registros das representações

semióticas por meio do aplicativo TUC no ensino da Trigonometria para licenciandos em Matemática.

A pesquisa foi de natureza qualitativa, teve como participantes treze professores em formação inicial, os instrumentos utilizados foram oficinas de observação no MPECIM e no Colégio de Aplicação (Cap), análise preliminar, dois formulários no google forms, 1 na análise preliminar e o outro na análise a posteriori, oficinas com alunos do 3º, 4º e 5º período dos alunos de Matemática com oficinas gravadas, sequências didáticas e videoaulas. Fundamentada em Duval (2011), Borba, Silva e Gadanidis (2015), Prado (2009; 2010), Borba e Penteado (2001) e Fiorentini e Nacarato (2005).

Como resultado, observou-se que é possível ensinar trigonometria com o Trigonometry Unit Circle, no entanto, o aplicativo em sua versão 3.24 (de 06 de março de 2019), apresentou limitações, tais como: só faz gráficos das funções trigonométricas $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\operatorname{tg}(x)$, $\operatorname{sec}(x)$, $\operatorname{cosec}(x)$, $\operatorname{cotg}(x)$ no período de 0° a 360° . Os resultados de Área do Setor Circular (S) e Comprimento da circunferência (L) são diretos, não resolve equações e inequações trigonométricas. Dessa forma, os colaboradores sugerem a utilização de outros aplicativos para ensinar trigonometria e outros conteúdos matemáticos como Geogebra 2D/Graphing Calc, Photomath e MalMath, materiais didáticos táteis como o Multiplano (para estudantes com deficiência) e prancheta trigonométrica e relatam que utilizarão as tecnologias para ensinar matemática. Por meio dos registros de representação semiótica, percebemos nas atividades dos colaboradores (desenvolvidas no âmbito das disciplinas) os diferentes tipos de registros: representação linguística/linguagem natural, a representação gráfica, representação em tabelas, representação de escrita simbólica/algébrica. As transformações dentro de um mesmo registro (processamento) e entre registros de diferentes representações (conversão).

A dissertação Oliveira (2019), com o título: *Os usos/significados do tangram em práticas (in)disciplinares no contexto da formação inicial em matemática*, realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Rio Branco (AC). Teve como objetivo descrever as diferentes práticas (in)disciplinares que possibilitam o ensinar e o aprender Matemática com os usos/significados do Tangram no contexto da formação inicial em Matemática. Tratou-se de um trabalho de caráter qualitativo que se constitui por meio de jogos de cenas performáticos que se escrevem

nos rastros das falas do pesquisador e alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC), os participantes da foram 62 professores em formação inicial do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC), os instrumentos utilizados foram os registros escritos, gravações em áudio e registros fotográficos das atividades problematizadas de maneira (in)disciplinar.

Essa pesquisa teve como referencial Lorenzato (2006), Rodrigues e Gazire (2012), Nacarato e Passos (2018), Tardif (2002), Freire (1996), Miguel (2016), Miguel, Vilela e Moura (2012), Bezerra (2016), Wittgenstein (1999) e Derrida (1991). Como resultado, a terapia desconstrucionista nos permite esclarecer os diferentes usos/significados do Tangram constituídos nas diversas formas de vida. O cerne da questão não é apontar um único caminho, mas mostrar que a Matemática se constitui de outras formas que não somente àquela instituída escolarmente.

A dissertação de Ferreira (2020), com o título: *As contribuições das tecnologias digitais e das representações semióticas na aprendizagem de números racionais com estudantes do 6º ano*, realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Rio Branco (AC). Teve como objetivo compreender as contribuições da aprendizagem dos alunos por meio do uso das tecnologias digitais e as diversas representações semióticas sobre o objeto de estudo sendo os números racionais, analisando como os alunos podem potencializar suas construções de conceitos, aplicabilidades e assimilação de contextos. Tratou-se de uma pesquisa qualitativa, teve como participantes alunos do 6º ano (Ensino Fundamental II) e os instrumentos utilizados foram questionário aberto sobre frações e registros das atividades dos alunos conforme as sequências didáticas aplicadas.

Essa pesquisa foi fundamentada em Lorenzato (1997), Toledo e Toledo (1997), D'Ambrósio (1996), Fiorentini (1994), Kenski (2003), Lara (2011), Duval (2011), Moran (2003), Imbernón (2005), Zanella e Lima (2017), Borba, Silva e Gadanidis (2015), Faria, et al. (2018), Duval (2011), Dullius e Quartieri (2015), Amaro et al. (2016).

Com essa pesquisa, comprovou-se que o uso das tecnologias digitais e as representações semióticas produziram contribuições quanto à aprendizagem dos números racionais em suas diversas formas, operações, propriedades e contextos,

estimaram à aprendizagem com os pares, formularam e assimilaram conceitos e coordenaram atributos de vida social coletiva com os demais.

O artigo publicado na Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa – Relime, do México (GUTIÉRREZ-FALLAS; HENRIQUES, 2020), com o título: *O TPACK de futuros professores de Matemática numa experiência de formação*. Esse trabalho se aproxima de nossa proposta de pesquisa por compreender os conhecimentos do TPACK na formação inicial de professores levando em consideração a sua aplicação, em disciplinas da estrutura curricular dos cursos de licenciatura, em particular em nossa pesquisa pretende-se investigar esse modelo teórico nas disciplinas de Tecnologia da Informação e Comunicação no Ensino da Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática de uma IES.

No artigo publicado na Revista Educação em Questão, Natal (RIBEIRO, PIEDADE, 2021), com título: *Revisão sistemática de estudos sobre TPACK na formação de professores no Brasil e em Portugal*, realizada por pesquisadores do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa – Portugal, do Mestrado em Educação e Tecnologias Digitais, destaca a discussão crescente do TPACK, principalmente entre os formadores de professores, que necessitam preparar os professores para integrar as TIC ao ensino e aprendizagem em sala de aula e como o TPACK é utilizado como modelo teórico para o desenho de cursos na formação de professores.

Os estudos apontam o uso da abordagem TPACK nas estratégias de formação inseridas dentro de uma disciplina da matriz curricular dos licenciandos, geralmente as de Educação Tecnológica, Didática ou Metodologia, encontradas duas no Brasil e duas em Portugal. Outro resultado importante diz respeito às áreas científicas das publicações em que mais da metade são da Matemática. Os *softwares* mais utilizados nos programas de formação: *GeoGebra, Excel, Mentimeter, Socrative, Padlet, Régua e Compasso, Grapher, SketchUp, TinkerPlots*, dos quais o *GeoGebra* foi mais citado na pesquisa.

Esse artigo se aproxima de nossa pesquisa, pois apresenta resultados do TPACK nas investigações do ensino da Matemática com o uso das TICs e discutem as relações entre os seus domínios de conhecimentos e indicam que a “reflexão e a solução de problemas são os principais promotores do TPACK e devem estar presente no planejamento de cursos de formação” (RIBEIRO, PIEDADE, 2021).

2.2 APROXIMAÇÕES COM O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

Ao analisar essas pesquisas, observamos o que elas se aproximam e se distanciam da nossa em alguns aspectos. A dissertação de Souza (2016) se aproxima de nossa proposta por ser na formação do professor de matemática com o uso das tecnologias da informação e comunicação. No entanto, diferencia-se por ter sido um curso de extensão realizado em cinco escolas da educação básica.

A dissertação de Silva (2016) se aproxima de nossa proposta, pois investigou a Formação Inicial de Professores de Matemática no IFES, em uma disciplina de Informática na Educação Matemática ofertada pelo curso. Diferencia-se por utilizar somente *tablets* e em tecnologias digitais para realizar práticas pedagógicas, em nosso caso, focamos no conteúdo de geometria e o software GeoGebra e nos equipamentos que os alunos dispuserem para participar das aulas.

A dissertação de Fernandes (2019) se aproxima de nosso objeto de investigação por utilizar softwares educacionais de matemática de forma presencial e utilizaremos o geogebra, com egressos do curso de Licenciatura em Matemática. No entanto, diferencia-se de nossa proposta, pois escolhemos o portal do GeoGebra e outros aplicativos que a autora não utilizou.

A nossa pesquisa se aproxima da dissertação de Santos (2021), pois o uso da tecnologia digital amplia a formação do professor quanto a utilização de recurso tecnológico em sua prática pedagógica. Diferencia-se, pois a autora escolheu apenas um tema, um aplicativo digital - Hagaquê e, com professores em formação continuada, e a nossa proposta é de trabalhar vários temas com os professores de matemática em formação inicial.

A dissertação de Araújo (2016) se aproxima de nossa investigação, por utilizar o Ambiente Google sala de aula como forma de inserção das TICs na prática docente. No entanto, foi com alunos do 9º ano, com o assunto de equação do segundo grau, raízes e conceitos iniciais de funções. Os alunos construíram os próprios vídeos em grupos, compartilharam no *youtube* e disponibilizaram no google sala de aula. Diferencia-se por não ser com professores em formação inicial.

A tese de Figueiredo (2017) se aproxima de nossa investigação por ser com professores em formação inicial com o uso de tecnologias digitais. Se distancia,

porque ocorreu através de um curso de extensão presencial, aplicado a estudantes da Educação Básica.

A dissertação de Martins (2021) se aproxima de nossa investigação em alguns aspectos, dentre eles o uso da plataforma *Khan Academy* e o Ensino Remoto. Se distancia por ser com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Em nosso caso, por utilizar não somente essa plataforma, trabalharemos com licenciandos de Matemática. A dissertação de Rocha (2021) se aproxima de nossa proposta por ser de forma remota, através das plataformas digitais (*google classroom, google meet, whats app*). Se distancia por ser com alunos do 9º ano e do 2º ano do Ensino Médio com a utilização do *software* régua e compasso, que poderemos não o utilizar.

A dissertação de Junior (2021) se aproxima de nossa investigação por utilizar recursos tecnológicos (*geogebra* com uso do celular) e materiais concretos. Se distancia por ser com alunos do 9º ano e do 2º ano do Ensino Médio com encontros presenciais (forma híbrida) e nossa proposta é ensino remoto. A dissertação de Garcia (2013) se aproxima de nossa investigação por ser na formação inicial de professores de Matemática, não ser presencial e, em uma disciplina do Curso de Licenciatura em Matemática (na Prática de Ensino IV – modalidade a distância). Se distancia de nossa intenção, por ser na plataforma moodle e, a nossa proposta no *google* sala de aula. Outra diferença, usar a História da Matemática ao relacionar a teoria com a prática.

Compreendemos que a dissertação de Silva (2021), aproxima-se de nosso trabalho por utilizar o pressuposto teórico TPACK (Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo) como planejamento de estratégias no ensino e aprendizagem dos professores de matemática. A dissertação de Crescencio (2020) se destaca em nossa investigação por utilizar o *software* GeoGebra como um recurso para ensinar o conteúdo de geometria na formação de professores e ampliar a maneira de ensinar esse conteúdo com atividades de forma dinâmica.

A tese de Esquinhalha (2015), se aproxima de nossa pesquisa por ser formação de professores e com a escolha do referencial teórico TPACK (conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo). No entanto, a diferença é que focaremos na formação inicial de professores de Matemática no Curso de uma Instituição Superior. A dissertação de Barros (2016) se aproxima de nossa proposta por trazer o contexto da evolução da formação do professor com o uso das TIC no

estado do Acre, no entanto se distancia por ser na Formação Continuada do Professor de Matemática.

A dissertação de Arruda (2017) se aproxima por ser com formação de professores de Matemática com o uso de tecnologias e por usar um Ambiente Virtual de Aprendizagem para disponibilizar as reflexões e materiais das atividades e curso proposto. No entanto, se distancia por ser no AVA moodle e com materiais didáticos e propostas de ensinar matemática para estudantes cegos.

A dissertação de Nascimento (2019) se aproxima por ser na formação inicial de professores de Matemática, com o uso do celular com aplicativos de matemática – geogebra (construção de vídeos), no âmbito de disciplinas de Prática de Ensino e Informática aplicada ao Ensino de Matemática da UFAC. Se diferencia de nossa proposta, pois ocorreu de forma presencial e não usou AVA, isto é, google sala de aula e pela escolha da engenharia didática como um caminho a ser seguido na busca do conhecimento.

A dissertação de Oliveira (2019) se aproxima de nossa investigação por ser na formação inicial de professores de matemática em duas disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC com o uso do tangram. Se distancia por ter sido de forma presencial e não utilizou tecnologias digitais. A dissertação de Ferreira (2020) se aproxima de nossa investigação por usar tecnologias digitais para ensino de números racionais, dentre elas o *Phet Simulation* de Frações e o aplicativo Relational Rods. Se distancia por ter ocorrido com alunos do 6º ano e de forma presencial. No entanto, se aproxima na escolha da metodologia da pesquisa adotada.

Com base no levantamento bibliográfico realizado, decidimos utilizar na pesquisa o modelo TPACK na formação inicial de professores de Matemática. Segundo Fallas e Henriques (2020, p.180), o TPACK é considerado “um conhecimento didático especializado, em particular para este estudo, como conhecimento didático do professor é necessário para integrar efetivamente a tecnologia no ensino e na aprendizagem da Matemática. Como metodologia de Investigação, a nossa escolha foi pela Engenharia Didática (ARTIGUE,1996), um processo experimental constituído por quatro fases: *análise preliminar (prévia), concepção e da análise a priori, experimentação (aplicação de uma sequência didática) e análise a posteriori e validação.*

Em relação aos referenciais teóricos desse levantamento, alguns já faziam parte de nossa leitura, tais como, Prado, Almeida e Moreira (2010), Lorenzato (2010), Borba, Silva e Gadanidis (2015), Kenski (2012) e outros que definimos no decorrer das análises dessas pesquisas. Os teóricos que norteiam o nosso objeto a ser investigado, bem como Bairral (2012), Borba, Silva e Gadanidis (2014), Fiorentini (2005), Frota e Borges (2004), Moran (2013) e Penteado (2000). Esses teóricos aproximam-se de nosso referencial adotado na pesquisa, uma vez que se destacam sobre o uso das tecnologias para construções de práticas pedagógicas que podem ser utilizadas na formação inicial de professores de Matemática.

Larrosa (2011), Ponte (2002), Schön (1992), Pimenta e Ghedin (2002), destaca os conceitos de professor reflexivo e da importância do trabalho coletivo. No triplo movimento sugerido por Schön (1992) de “reflexão na ação”, de “reflexão sobre a ação”, de “reflexão sobre a reflexão na ação” e compartilhado por Pimenta e Ghedin (2002). Em relação a Ponte (2002), ressalta a importância de contemplar na formação inicial de professores os usos, as potencialidades e os limites das TICs.

Os autores Borba; Silva; Gadanidis (2014) destacam a Educação Matemática e os cenários alternativos para o ensino e aprendizagem dos conteúdos de matemática com as inovações tecnológicas que permitem explorar esses cenários de forma significativa. Dessa forma, os *softwares* educacionais podem vir a ser potenciais de aprendizagem desde que mediados pelo professor. Já Tajra (2019) remete a importância da capacitação do professor de modo que integre o uso da tecnologia com a sua proposta de ensino. Fato esse corroborado por Penteado e Borba (2010), em que a inserção dos *softwares* na sala de aula pode contribuir um ambiente de aprendizado entre professor e estudante.

Segundo Kenski (2012), a integração dos *softwares* educacionais possibilita ampliar a formação do professor com o uso computador na construção do conhecimento. Já D’Ambrosio (2009) nos diz que devemos preparar indivíduos para os avanços científicos e tecnológicos e sendo esse um papel de uma formação de professores. Em relação a formação inicial de professores de Matemática, Fiorentini (2005) nos esclarece que “[...] a licenciatura precisa ser vista como um porto de passagem e de iniciação ao processo de investigar a prática pedagógica em Matemática, condição fundamental para promover sua autonomia profissional e seu próprio desenvolvimento profissional ao longo da carreira.” Que corrobora com os

estudos de Schulman (2014) e Ponte (2014) analisam o processo de formação do professor.

Os teóricos Papert (2008), Valente (2005) e Mercado (2002) também fazem parte de nossa proposta de investigação, pois destacam a ampliação de espaços produtivos e construções colaborativas pelos estudantes com os usos dos recursos digitais. Outro ponto relevante é manter o interesse do estudante, em que o professor desempenha um papel de motivador com novas metodologias e os usos dos recursos tecnológicos. Um dos teóricos que irá ampliar a pesquisa é Boettcher (2005) quando salienta que não dá mais para separar educação *online* de educação presencial. Para o autor, no espaço relacional do laboratório, passamos a utilizar a internet como amplo dispositivo para navegar, inventar, mobilizando os alunos a construir novos dispositivos para disparar, para autoconstruir.

Destacamos a importância tecnológicas - *softwares* na Educação Matemática em que Wolff e Silva (2013), nos dizem que “A utilização de mídias tecnológicas na Educação Matemática como softwares podem auxiliar o professor na sua prática pedagógica, pois este é um recurso que possibilita a experimentação matemática, a análise de construções e resultados”. Bem como D’Ambrósio (1989), quando aponta que a escola precisa se adequar as situações e costumes novos, dessa forma ressalta que isso não é possível sem ser ampliado o uso das tecnologias da informação e comunicação.

Com a ampliação do olhar frente as decisões tomadas no caminho da pesquisa com ênfase no referencial teórico adotado destacam-se os livros: O que a Matemática tem a ver com isso? da professora de educação Matemática Jo Boaler (2018), da Stanford University, que nos direcionam com propostas para professores e pais transformarem a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso. As obras da série desafio da educação: Mentalidades matemáticas – estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador (BOALER, 2018); Mentalidades matemáticas na sala de aula – Ensino Fundamental (BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2018).

Na seção 3, apresentaremos “O Ensino de Geometria e as Tendências da Educação Matemática para a vida”, destaca os encontros nacionais de Educação Matemática e os tipos de geometrias e suas tendências.

3 O ENSINO DE GEOMETRIA E AS TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA A VIDA

Na seção partimos do princípio indagando: o que é a matemática e por que nós precisamos dela? Apresentamos de forma sucinta a geometria com as suas tendências, pelo espaço das transformações geométricas, homotetia, com a importância de se localizar no mundo, com aplicações em exemplos simples de topologia, geometria projetiva e geometria Euclidiana ou métrica, bem como os padrões que encontramos na natureza.

3.1 O ENSINO DE GEOMETRIA ATRAVÉS DOS TEMPOS: TENDÊNCIAS

Primeiramente vamos esclarecer como compreendemos a matemática e destacar que “é uma atividade humana, um fenômeno social, um conjunto de métodos utilizados para ajudar a elucidar o mundo, e ela faz parte da nossa cultura” (BOALER, 2019).

No entanto, trazendo esse fenômeno social, como forma de compreender o mundo e a cultura, vamos fazer um recorte e uma retrospectiva em relação a geometria e as mudanças que vêm ocorrendo nos currículos para a sua compreensão e importância na formação inicial dos professores de matemática. Por volta dos anos de 1960, a partir do Movimento Matemática Moderna⁹ (MMM), ocorrido no Brasil, a base curricular da matemática escolar foi passando por mudanças. Em destaque no tocante aos conteúdos de Geometria, os quais praticamente desapareceram do currículo da Matemática, dando espaço ao simbolismo e a terminologia no ensino da Matemática, distanciando-a, desse modo, da matemática do mundo real (MORELATTI; SOUZA, 2006). Assim, conforme Pavanello (1989):

[...] A ideia central da matemática moderna consistia em trabalhar a matemática do ponto de vista de estruturas algébricas com a utilização da linguagem

⁹ Nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática no Brasil, assim como em outros países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna. [...] ela constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Para tanto procurou-se aproximar a Matemática desenvolvida na escola da Matemática como é vista pelos estudiosos e pesquisadores. [...] O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da Geometria e das medidas (BRASIL, 1998, 19-20).

simbólica da teoria dos conjuntos. Sob esta orientação, não só se enfatizava o ensino da álgebra, como se inviabilizava o da geometria da forma como este era feito tradicionalmente (PAVANELLO, 1989).

Pavanello (1989) ainda nos remete que o ensino da Geometria em uma nova abordagem deveria destacar os aspectos das *transformações*. No entanto, esse conteúdo não é de conhecimento da maioria dos professores, o que os remetem a dedicar-se aos conteúdos de aritmética, álgebra e a teoria dos conjuntos e deixam de lado os conteúdos voltados a Geometria.

Mesmo com os esforços empreendidos para a retomada dos estudos da Geometria nas escolas, ainda pode-se observar que ela é tratada de forma superficial durante a escolarização básica, bem como nos cursos de formação de professores que ensinam matemática (MIKUSKA, 2011; D'ANTONIO; PAVANELLO, 2020).

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), dos Estados Unidos apresentou recomendações para o Ensino de Matemática, presente no documento Agenda para Ação com a proposta em destaque a resolução de problemas. Assim, essas ideias influenciaram as reformas elaboradas no período de 1980 a 1995, em todo o mundo elaboradas com pontos em comum (BRASIL, 1998):

Direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação dos estudos posteriores;
Importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
Ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
Importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdos, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender a demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
Necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e acompanhar sua permanente renovação (BRASIL, 1998).

Assim, mesmo com o movimento da atualização das propostas curriculares no Brasil e com experiências bem sucedidas, no entanto, “propostas curriculares mais recentes são ainda bastante desconhecidas de parte considerável de professores, que, por sua vez, não têm uma clara visão dos problemas que motivaram as reformas” (BRASIL, 1998). Em relação as dificuldades apontadas nos documentos legais em relação ao Ensino da Matemática, destacam-se: a falta de uma formação profissional qualificada, bem como as restrições ligadas as condições de trabalho, uma ausência

de políticas educacionais efetivas e ainda interpretações equivocadas de concepções pedagógicas. Assim, as situações da concepção linear de ensino, quando por exemplo: ao privilegiar as noções de ponto, reta e plano como ponto de partida para o Ensino de Geometria ou ainda, quando se tomam os conjuntos como a partida para a aprendizagem de números e operações, esses podem não ser necessariamente os caminhos mais adequados (BRASIL, 1998).

Dessa forma, observou-se alguns pontos anunciados no Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) para que possamos pensar numa formação de professores de matemática e no ensino de matemática para a vida, que contemple um ensino de Geometria. Assim, buscou-se evidenciar quais as tendências didático-pedagógicas que surgem a partir da década 1990, no tocante ao Ensino de Geometria, com os estudos de Carneiro e Déchen¹⁰ (2007). Araújo (2004) e Araújo e Mendes (2009), nos Encontros Paulista de Educação Matemática e Encontros Nacionais de Educação Matemática.

Estudos de Carneiro e Déchen (2007), de 1989 a 2006 realizado nos Anais dos Encontros Paulista de Educação Matemática (EPEM) destacam algumas categorias dos estudos de Araújo e Mendes (2004), realizado nos Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), no Grupo de Trabalho nº 19, em busca de evidenciar as tendências¹¹ didático-pedagógicas para o Ensino de Geometria, ou seja, entendido como uma maneira de produzir conhecimentos geométricos na sala de aula e para a sala de aula.

Os estudos realizados por Carneiro e Déchen (2007) e Araújo e Mendes (2004) apontam as tendências encontradas nas pesquisas dos EPEM e ENEM, a partir da organização das categorias presentes na dissertação de Araújo (2004):

Geometria das Transformações; Geometria Experimental; Relação Álgebra e Geometria; Geometria nas Perspectiva Curricular e/ou Formação de Professores; Geometria em Ambientes Computacionais, Geometria numa Perspectiva Teórica e Geometria numa Perspectiva Histórica (ARAÚJO, 2004).

¹⁰ Disponível em:

https://alb.org.br/arquivomorto/edicoes_antiores/anais16/sem15dpf/sm15ss03_03.pdf.

¹¹ Entende-se por tendência “Um saber funcional, isto é, uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica cotidiana e que se alimenta não só de teorias científicas, mas também em grandes eixos culturais, de ideologias formalizadas, de pesquisas, de experiências em sala de aula e das comunicações cotidianas.” (FIORENTINI, 1995).

Para Carneiro e Déchen (2007) sugerem a partir dos estudos de Araújo (2004) as categorias:

1. *O ensino da geometria na perspectiva empírico-ativista*: nesta categoria foram inseridos os trabalhos que trazem a geometria numa perspectiva mais lúdica, com exploração de materiais manipuláveis e realização de atividades, sem preocupações explícitas com enfoques teóricos;
2. *O ensino da Geometria na perspectiva das provas e argumentações e refutações*: nesta categoria estão os trabalhos que ressaltam a importância das provas e argumentações ou refutações no ensino de Geometria, mas numa perspectiva mais exploratória, sem se prender às concepções do modelo euclidiano¹².
3. *O ensino e a aprendizagem da Geometria na perspectiva de seus fundamentos teóricos-epistemológicos*: refere-se aos trabalhos que tentam discutir aspectos teóricos e/ou epistemológicos da Geometria, tendo sido identificados pelo menos três grandes conjuntos teóricos: 1) um conjunto de trabalhos com enfoque cognitivista ou construtivista. 2) Modelo de Van Hiele; 3) Conceitos da Didática Francesa (situações didáticas, campos conceituais, engenharia didática, etc.); e 4) um conjunto de trabalhos que trazem questões relativas à representação e visualização.
4. *O ensino de Geometria em Ambientes Computacionais*: estão inseridos aqui os trabalhos que contemplam algum ambiente computacional como a linguagem LOGO e os softwares de geometria dinâmica Cabri Geomètre e o Geometrixks (ARAÚJO, 2004).
5. *Formação de Professores para o ensino de Geometria*: incluem-se nessa categoria os trabalhos que abordam propostas realizadas nos cursos de formação inicial ou continuada para que os professores possam ensinar Geometria ou melhorem sua prática de sala de aula (CARNEIRO; DÉCHEN, 2007).

Dessa forma, Carneiro e Déchen (2007) destacam como tendências no ensino da Geometria, nesse período investigativo de 1989 a 2006, no EPEM, a *Perspectiva Empírico-Ativista* e o *ensino de Geometria em Ambientes Computacionais*. Ainda apontam que não se tem dado a devida importância com pesquisas na Formação de Professores (inicial e continuada) para o Ensino de Geometria, que podem “fazer emergir aspectos que contribuem para essa má formação e com isso promover transformações e mudanças para tentar extinguir essas dificuldades dos professores” (CARNEIRO; DÉCHEN, 2007).

Conforme Araújo e Mendes (2004), ressaltam as abordagens exploratórias, em que os “aspectos experimental e teórico do pensamento geométrico são considerados, quer na utilização de diferentes mídias, quer em contextos de aulas mais dialogadas com produção e negociação de significados, que na utilização de *softwares* de geometria dinâmica com explosão de pesquisas a partir do V ENEM, no

¹² Criador da obra *os Elementos* – “aborda os fatos geométricos básicos de maneira axiomática, ou seja, os estudos da geometria consistiam muito mais em aprender a demonstrar teoremas do que conhecer e interpretar propriedades das figuras geométricas” (TOLEDO; TOLEDO, 1997).

ano de 1995. E, destacam ainda as categorias 2 e, como recente, os aspectos epistemológicos como a visualização e a representação em Geometria.

Assim, nos esclarece Lorenzato (1995) que uma das causas apontadas para o abandono do ensino de Geometria se deve a má formação desses professores, que inseguros por não dominar esses conteúdos, colocam a Geometria no final do ano letivo, não dando para ensinar, e simplesmente a tiram do planejamento.

Conforme Brasil (1998), o ensino de matemática:

Passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distantes de questões práticas. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da geometria e das medidas (BRASIL, 1998).

Essas situações refletiram na compreensão da geometria, bem como nos livros didáticos de Matemática. No entanto, a partir dos anos 80, essa configuração começa a se transformar com a ênfase na resolução de problemas, também destacando a relevância dos aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, cognitivos, na aprendizagem da matemática.

Sobretudo, diante do enfrentamento dos desafios gerados com o distanciamento físico no processo educativo, as dificuldades que os docentes já indicavam em relação ao tratamento didático com a Geometria ganham uma nova configuração – a do Ensino Remoto, ou seja, lidar com a Geometria em Ambientes Virtuais de Aprendizagem, e, ainda de forma remota.

Diante disso, é importante salientar que desde que nascemos, estamos em contato com o mundo. Com a visão, a audição, o tato, os movimentos – cinestesia, assim exploramos e interpretamos o ambiente a nossa volta e, antes mesmo de dominar as palavras, conhecemos o espaço e as formas nele presentes (TOLEDO; TOLEDO, 1997).

3.2 AS GEOMETRIAS: TOPOLOGIA, PROJETIVA, EUCLIDIANA OU MÉTRICA

Podemos inferir que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo da matemática, no tocante ao Ensino Fundamental, permitindo ao estudante compreender, descrever, representar, de forma organizada, o mundo em que vive (TOLEDO; TOLEDO, 1997). A geometria consente: o desenvolvimento de outros tipos

de raciocínio; na resolução de problemas destacamos a visualização e manipulação de figuras geométricas; o desenvolvimento do senso estético e da criatividade; valorização de estudantes cujo raciocínio é mais voltado para os aspectos espaciais que quantitativos da realidade, com melhor desempenho nas atividades de geometria do que nas ligadas a números.

Dessa forma, uma Geometria para a vida é aquela realizada com artefatos do mundo físico, exploração de objetos do mundo, como obras de arte, natureza, artesanato, desenhos e pinturas, que permitam ao estudante construir conexões entre a matemática/ conhecimento geométrico e outras áreas do conhecimento (BOALER, 2019; PATARO; BALESTRI, 2018; TOLEDO; TOLEDO, 1997).

No entanto, o livro didático adotado na escola de Educação Básica do município de Rio Branco, dos autores Pataro e Balestri (2018) tem como finalidade construir uma Matemática viva, com a unidade temática de Geometria que tenha valor para a vida:

[...] permite ao aluno interpretar e compreender melhor as formas que o cercam e o mundo em que vive. O conhecimento geométrico tem papel fundamental para a compreensão de conceitos vinculados à Matemática e a outras áreas do conhecimento. Um fator importante no ensino dessa unidade temática é promover valores culturais e estéticos, desenvolvimento e apreciação das formas encontradas na natureza e nas obras de arte (PATARO; BALESTRI, 2018).

Também nessa coleção os conteúdos matemáticos fundamentais estão organizados em cinco unidades temáticas: números; álgebra; geometria; grandezas e medidas, Probabilidade e estatística. E, no final da coleção, explora o uso de tecnologias, em destaque o GeoGebra¹³ e a Planilha Eletrônica - Calc¹⁴ (PATARO; BALESTRI, 2018).

Segundo Toledo e Toledo (1997), em “a Geometria pelas transformações”, os professores Dienes e Golding definem geometria como a exploração do espaço. A melhor maneira de explorar o espaço, segundo esses professores, é deslocar-se por ele ou observar o que ocorre com os objetos neles existentes, quando se realiza uma

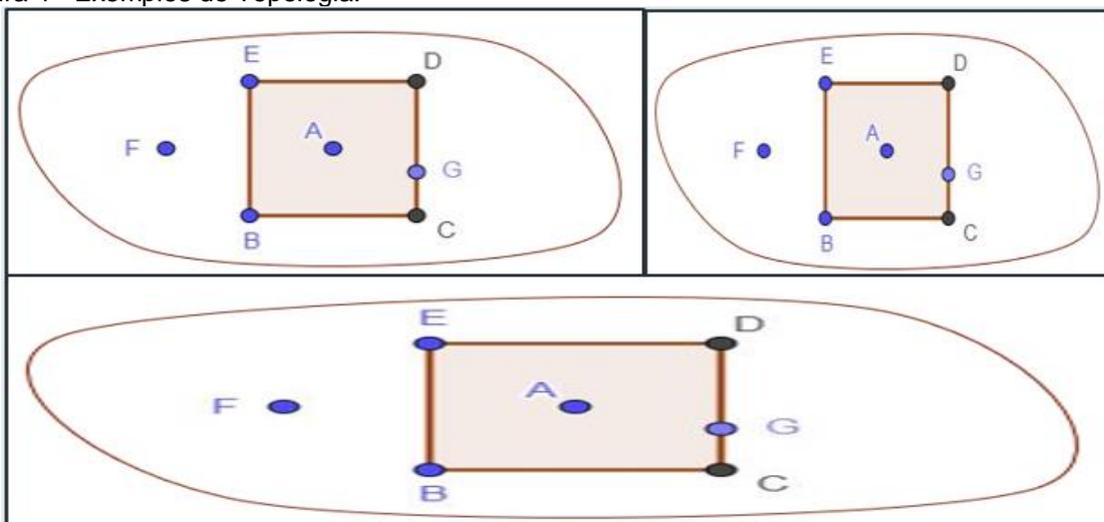
¹³ “É um programa de computacional gratuito que combina recursos de construções geométricas, algébricas, gráficos, tabelas e cálculos. [...] Para fazer o download e instalá-lo basta acessar o endereço www.geogebra.org” (PATARO; BALESTRI, 2019).

¹⁴ “Calc – são tabelas que podem ser preenchidas com diversos tipos de informações, como textos, dados numéricos e fórmulas. Elas facilitam a organização dos dados e possuem recursos para organizar cálculos e construir gráficos” (PATARO; BALESTRI, 2019).

mudança. Mudança é entendida por um tipo qualquer de transformação. Diante dessa premissa os matemáticos foram construindo campos da geometria. Destacam-se a *topologia*, a *geometria projetiva* e a *geometria euclidiana* ou *métrica*.

Para compreender a *topologia*, apresentaremos uma experiência baseada em Toledo e Toledo (1997) usando um pedaço de balão estourado, onde podemos desenhar uma imagem, conforme a Figura 4.

Figura 4 - Exemplos de Topologia.



Fonte: Adaptado de Toledo e Toledo (1997).

Assim, se esticarmos esse pedaço de balão em várias direções, não podemos furar nem rasgar, porém a imagem desenhada se modificará na forma e nas dimensões (lados e ângulos), no entanto mantém algumas propriedades, como: uma curva fechada; o ponto A, que está dentro da imagem, continua interno; o ponto G, que fica em um dos lados, continua no mesmo lugar; o ponto F permanece externo a imagem; a superfície externa à curva desenhada permanece do lado de fora; a superfície interna A permanece dentro dela; a curva, denominada fronteira, continua separando o interior do exterior da imagem; os pontos E e D continuam sendo vizinhos; Os pontos E e C permanecem não sendo vizinhos; a ordem dos pontos E, D, C, B, não foi alterada. Todas essas propriedades são objeto de estudo da Topologia (TOLEDO; TOLEDO, 1997). Uma forma pode ser obtida da outra através de deformações, isto é, por torção ou estiramento (LOREZATO, 2006).

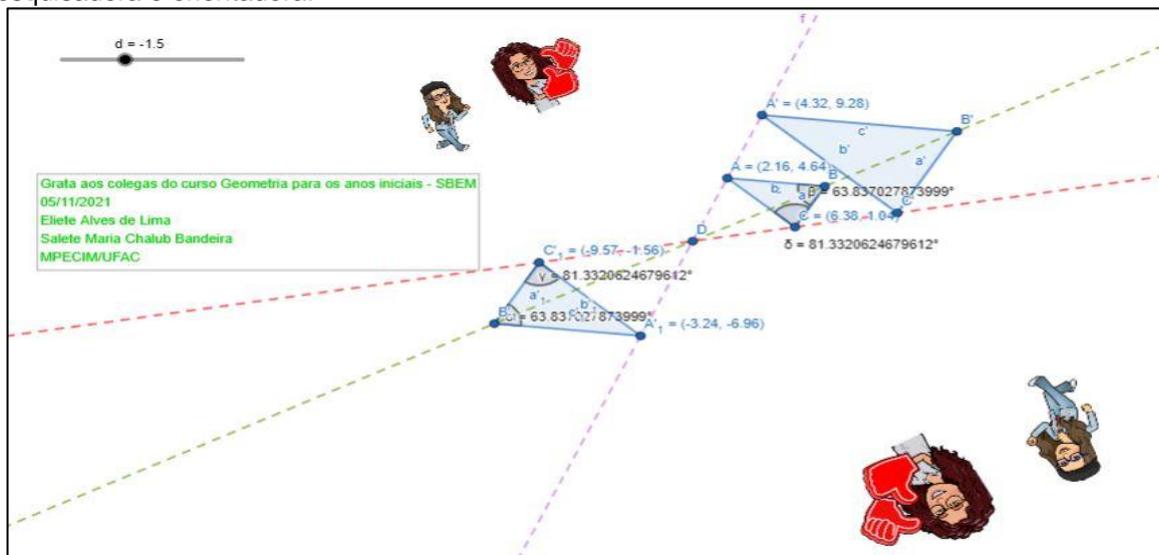
A *Geometria Projetiva*, de acordo com Toledo e Toledo (1997), é a geometria que estuda a perspectiva, isto é, “estuda o que aconteceu com uma figura projetada a

partir de um ponto, ocupando-se das propriedades dessa figura que permanecem constantes, apesar da projeção”. Os autores Dienes e Golding citados por Toledo e Toledo (1997) afirmam que a geometria projetiva é “a geometria das sombras”. Segundo Watermann e Franco (2008), “perspectiva é um método de representação dos objetos, dos ambientes e das paisagens de modo a se aproximar mais da realidade, também significa representar o espaço tridimensional numa superfície plana”.

Como destaca Pataro e Balestri (2018), quando observamos um objeto, podemos ver três dimensões, altura, largura e profundidade. Assim, quando vamos representar um objeto em uma folha de papel que têm duas dimensões, para que tenhamos a ideia de profundidade, é necessário utilizar uma técnica de representação tridimensional chamada de *perspectiva*. Arquitetos, Engenheiros e Pintores costumam usar técnicas de desenho, em que se procura representar por meios de conceitos geométricos, um objeto no plano (duas dimensões - bidimensional) de forma que pareça ter três dimensões (tridimensional). Portanto, os autores esclarecem que com a técnica de “perspectiva pode-se representar objetos de uma mesma cena com profundidades diferentes. [...] É aplicada a partir de retas e um ponto de fuga sobre uma dessas retas, denominada linha do horizonte” (PATARO; BALESTRI, 2018).

Dessa forma, na arquitetura e na arte, vários são os exemplos de geometria projetiva, ou seja, estamos habituados a conviver com as transformações estudadas pela geometria projetiva. Destacam-se aqui, o que conhecemos por ampliação de redução de figuras, a homotetia (PATARO; BALESTRI, 2018). A Figura 5 ilustra a atividade de homotetia construída no GeoGebra.

Figura 5 - Exemplo de Geometria Projetiva, Homotetia em figuras geométricas e bitmoji da pesquisadora e orientadora.



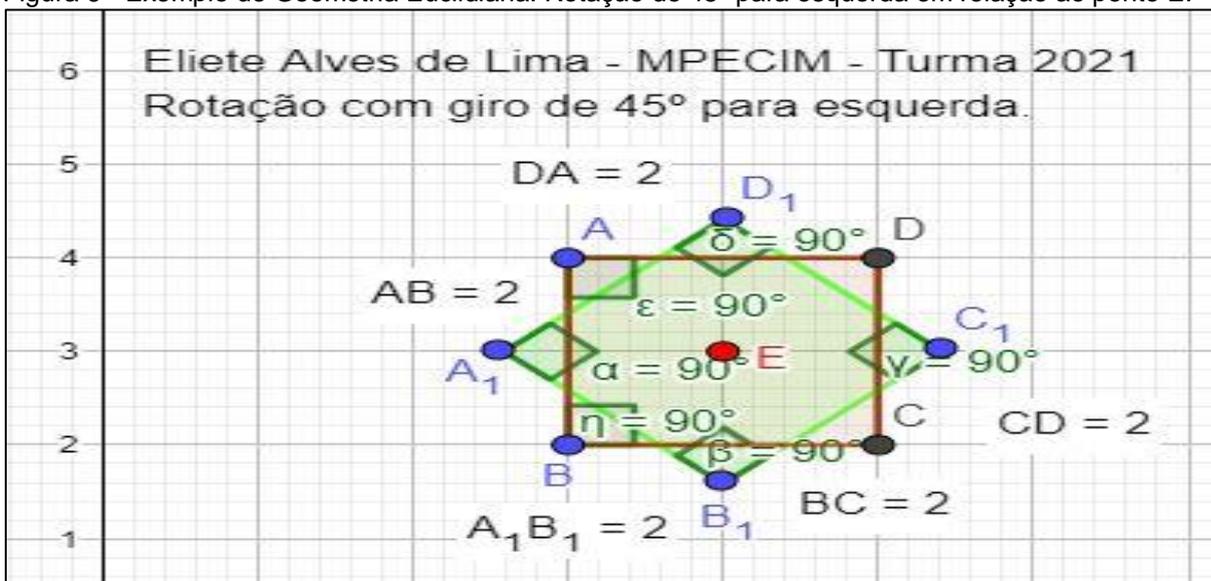
Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Na *Geometria Projetiva*, as retas, as interseções e a ordem dos pontos são invariantes (TOLEDO; TOLEDO, 1997). No entanto, nas figuras homotéticas, nos lados (redução ou ampliação), isso já modifica o perímetro, conhecido como a soma dos lados e área das figuras (PATARO; BALESTRI, 2018).

Em relação a *Geometria Euclidiana ou métrica*, estuda o que ocorrem nas figuras geométricas quando elas sofrem deslocamento no espaço, mantendo, no entanto, sua forma ou suas dimensões. Destacam-se os conteúdos de rotação (TOLEDO; TOLEDO, 1997).

No quadrado ABCD, de lado de medida 2 e ângulos de 90° , construído com o GeoGebra. Ao utilizar a ferramenta "Rotação em Torno de um Ponto", selecionamos o quadrado ABCD, depois o ponto E, e escolhemos o ângulo -45° para fazer o giro no caso: sentido anti-horário. Veja o quadrado na Cor verde, em que a rotação, preservou as medidas dos lados, dos ângulos. No entanto, todos os pontos mudaram de posição, exceto o ponto E (Figura 6). A esse movimento chamamos de Rotação (TOLEDO; TOLEDO, 1997).

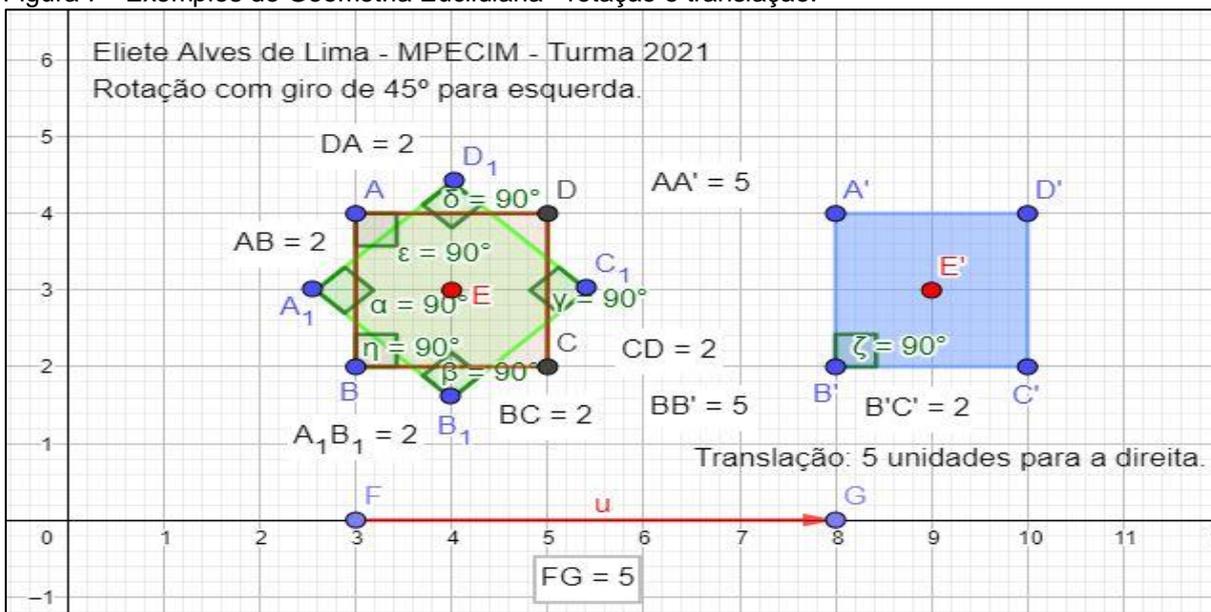
Figura 6 - Exemplo de Geometria Euclidiana. Rotação de 45° para esquerda em relação ao ponto E.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Veja agora, o movimento de translação do quadrado, em relação a um vetor de medida 5 unidades de medida (u.m.). Ele vai realizar um movimento de translação de medida 5.u.m. e todos os seus pontos vão se deslocar na mesma direção, no caso, para a direita. O quadrado ficará numa nova posição (quadrado na cor azul), no entanto seus ângulos, bem como todas as distâncias entre seus pontos permanecerão constantes. Observar a distância dos Pontos A até A' e B até B' (Figura 7).

Figura 7 - Exemplos de Geometria Euclidiana - rotação e translação.



Fonte: Elaboração da autora, adaptado de Toledo e Toledo (1997).

com a unidade temática de geometria.

Com a unidade temática de geometria, buscamos construir em nosso caminho uma Matemática Criativa, com beleza que está presente na natureza, ou seja, em todos os espaços que nos cerca. Assim, pensamos em questões como: qual a importância de se localizar no mundo? Digamos que estamos numa rua e desejamos encontrar a casa de uma família. Para isso, precisaremos de uma única informação, o número da casa. Trazendo para o Modelo Matemático, esse exemplo nos remete a localizar um ponto numa reta (ou curva). Basta dar a esse ponto uma abscissa, vamos destacar a característica de figuras lineares ou unidimensionais, em que consideramos apenas a abscissa de um ponto (TOLEDO E TOLEDO, 1997).

Agora estamos em um bairro e queremos ir à casa de um colega. Nesse caso, precisamos de duas informações para localizar essa casa, o nome da rua e o número da casa. Então, no modelo matemático, teremos a localização de um ponto no plano cartesiano. Para isso, precisamos das coordenadas desse ponto A (abscissa, ordenada), $A(x, y)$, isto é, a representação de figuras bidimensionais. Por fim, nosso professor que procuramos mora em um apartamento. Nesse caso, além de saber a rua e o número do prédio, também precisamos saber o andar em que o apartamento está localizado. No modelo matemático, estamos querendo localizar o ponto no espaço. Dessa forma, pensamos no modelo tridimensional. Enfim, precisamos nos familiarizar com formas desde os Anos Iniciais e mostrar para as crianças essa beleza que a matemática apresenta, como nos lugares, na natureza e em toda parte nos cercam (TOLEDO; TOLEDO, 1997).

Fechamos essa trilha indagando conforme Boaler (2018), o que a matemática é realmente? E por que tantos estudantes a temem, ou não gostam dessa disciplina ou ambos? A matemática é diferente de outras disciplinas porque não é ensinada da mesma maneira das demais matérias. Segundo a autora, um dos aspectos que a difere é o fato de ser considerada uma matéria de desempenho. Caso pergunte aos estudantes qual o seu papel nas aulas de matemática, a maioria dirá que é acertar as perguntas, ou seja, eles acham que estão nas aulas para executar tarefas. A cultura de provas é a dominante nos Estados Unidos e podemos nos remeter ao Brasil. Dessa forma, “os estudantes raramente pensam que estão nas aulas de matemática para apreciar a beleza da disciplina” (BOALER, 2018).

Dessa forma, destacamos Maryam Mirzakani, vencedora da Medalha Fields em 2015. Foi uma matemática em Stanford que ganhou o maior prêmio mundial da

matemática. Estudou superfícies hiperbólicas e produziu o que foi chamado “teoria da década”. Nas reportagens sobre a sua pesquisa, ela aparece esboçando ideias em “grandes folhas de papel na mesa de cozinha, pois seu estudo é quase totalmente visual. Boaler (2018) remete que na defesa de doutorado de uma das alunas de Maryam, Jenya Sapir, “que andou de um lado para o outro”, mostrando os sonhos em diferentes paredes, fazendo conjecturas com relações entre linhas e curvas em seus desenhos.

A matemática descrita por essa estudante de doutorado “era uma matéria de imagens visuais, criatividade, conexões e estava cheia de incertezas” (BOALER, 2018). Assim, Boaler (2018) nos esclarece sobre a natureza da disciplina de matemática através da defesa de doutorado de Jenya Sapir:

A banca examinadora fez quatro perguntas nas quais a estudante respondeu “não sei”, fato esse incomum em uma defesa de doutorado em educação, pois isso “seria mal visto por alguns professores. Mas a matemática, a matemática real, é uma matéria de incerteza; ela trata de explorações, conjecturas e interpretações, não respostas definitivas. Isso não significa que não existem respostas em matemática. Existem muitas coisas conhecidas e importantes que devem ser aprendidas pelos estudantes. Mas de alguma forma, a matemática escolar distanciou-se tanto da matemática real que, se eu tivesse levado a maioria dos estudantes para assistir a defesa no departamento de matemática naquele dia, eles não teriam reconhecido a matéria a sua frente. [...] Estou convicta de que se as aulas de matemática nas escolas apresentassem a verdadeira natureza da disciplina, não teríamos esse despreço por ela e tantos maus resultados na sua aprendizagem (BOALER, 2018).

A autora ainda ressalta que a matemática “é um fenômeno cultural, um conjunto de ideias, conexões e relações desenvolvidos para que as pessoas compreendam o mundo. Em sua essência a matemática trata de padrões” (BOALER, 2018).

Assim, os padrões que permeiam a natureza e a vida selvagem, as estruturas e precipitações pluviométricas, o comportamento animal e as redes sociais têm fascinado os matemáticos a séculos. Dentre eles, podemos destacar o padrão de Fibonacci, conhecida como a sequência de Fibonacci (1,1,2,3,5,8, 13,...), hoje sabemos que esse padrão apareceu há muitos séculos, em 200 a.C., na Índia.

Os dois primeiros números são 1 e 1, os demais são encontrados pela soma de seus dois antecessores. Se seguirmos pela sequência dividindo cada número pelo seu anterior, obtemos a conhecida proporção áurea (1,618) que está em toda a

natureza, como nos espirais em pinhas, flores e abacaxis (BOALER, 2019), como podemos observar na Figura 8.

Figura 8 - Sequência de Fibonacci na natureza.



Fonte: <https://graficaonixxblog.com.br/proporcao-aurea/>. Acesso: 13 fev. 2022.

Se explorarmos os flocos de neve, todos eles possuem o mesmo padrão, com o formato de um hexágono, ou seja, quase sempre possuem seis vértices. Boaler (2018) nos esclarece que “flocos de neve são compostos de moléculas de água, e quando a água congela, ocorre em um padrão de hexágonos repetidos”, A matemática também é usada em animais, como na comunicação de golfinhos, uma teia de aranha, a casa das abelhas e outros.

Dessa forma, quando ensinamos matemática real, uma disciplina de conexões e profundidade, as oportunidades para aprendizagem aumentam e as salas de aula ficam repletas de alunos contentes, empolgados e engajados. Esse é o nosso intuito com a Geometria para a Vida. Na seção 3, discorreremos sobre o referencial teórico adotado na pesquisa o TPACK, atrelado a formação SBEM e o GeoGebra.

4 TPACK , FORMAÇÃO SBEM E O GEOGEBRA

A seção apresenta as bases teóricas do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo – TPACK, os sete tipos de conhecimentos baseados nos estudos de Mishra e Koehler (2006) que visa orientar e promover nos estudantes uma aprendizagem com tecnologia. Exibe as formações continuadas SBEM:CUNSC e SBEM: Geometria, ocorridas na Pandemia da Covid - 19, as fases das tecnologias digitais em Educação matemática e as possibilidades de construções com o GeoGebra de atividades/tarefas, lições e livro digital dinâmico.

4.1 O CONHECIMENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO -TPACK

Primeiramente, antes de adentrarmos no quadro teórico do Conhecimento Tecnológico e **Pedagógico** do Conteúdo (*Technological Pedagogical Content Knowledge* - TPACK), convém esclarecer a sua construção nas pesquisas de Shulman (1986), no que se discorre sobre a atuação docente, em que uma de suas preocupações quanto a avaliação dessa atuação, estava a ausência de foco no conteúdo ensinado, uma vez que na época de suas pesquisas, as avaliações levavam em conta apenas a capacidade de ensinar do professor, no qual o conteúdo específico não era considerado. Esse autor “referia-se a essa questão como o paradigma perdido, pois entendia que a docência [...] exigia uma articulação entre o conhecimento específico (conteúdo) e a prática (instrução)” (RIBEIRO; NUNES, 2021).

Assim, em uma busca para se definir bases para o conhecimento da docência, Shulman (1987) criou sete categorias, nas quais segundo Bolivar (2005) o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge* – PCK), uma das categorias teóricas de conhecimento docente que interessam para o campo da didática e da formação de professores, nas diversas áreas do saber e influenciou o campo educacional. Segundo Shulman (1987), existem outros conhecimentos exigidos para o professor ter um êxito no ensino e aprendizagem: do conteúdo, pedagógico geral, currículo, dos alunos, dos contextos educacionais e finalidade educacional.

Dessa forma, vários estudos foram realizados e, dentre eles os de Mishra e Koehler (2006) que denominou-se de *Conhecimento Tecnológico Pedagógico do*

Conteúdo. Esse referencial teórico TPACK, criado pelos autores Koehler e Mishra (2006, 2008), disseminou-se pelos Estados Unidos, Brasil e outros países latino americanos, servindo como ferramenta para abrir diálogos no campo de formação de professores para a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) em suas práticas pedagógicas, ou seja, a finalidade de integrar as TICs no processo de ensino e aprendizagem em sala de aula.

Sendo assim, ao longo dos anos os professores de matemática têm sido encorajados através de oferta de formações continuadas, dentre elas, as ofertadas no decorrer da Pandemia Covid-19 por professores da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, da regional, do Rio de Janeiro – SBEM/RJ e por professores da SBEM/Brasil. Outro aspecto, com base nas orientações curriculares, e em especial a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), esse incentivo também vem norteando e reformulando os currículos de Cursos de Formação Inicial de Professores de Matemática. Dessa forma, não seria diferente para o Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre. Como também, buscamos nas Estruturas Curriculares do Curso a partir de 2004, informações de disciplinas de informática, ou de tecnologias, conforme o Portal de Ementas do Curso de Licenciatura em Matemática, com o foco no Ensino de Matemática com o uso de tecnologias (Quadro 1).

Quadro 1 - Disciplinas no Currículo da Licenciatura em Matemática, 2004 a 2019.

Ano Currículo/Versão	Disciplina / Carga Horária	Ementa
2004 – Versão 2 – 2004/1 - Ativa Anterior/1 Carga Horária: 3455	ME254 – Informática – 60h	Estrutura geral do computador. Utilização de programas. Arquivos e dados. Sistemas Operacionais. Internet.
2006 – Versão 4 – 2006/1 – Inativa Carga Horária: 3360	CCET055 – Informática – 60h	Estrutura geral do computador. Utilização de programas. Arquivos e dados. Sistemas Operacionais. Internet.
2008 – Versão 3 – 2008/1 – Ativa Anterior Carga Horária: 3455	CCET055 – Informática – 60h	Estrutura geral do computador. Utilização de programas. Arquivos e dados. Sistemas Operacionais. Internet.
2012 – Versão 5 – 2012/1 – Ativa Anterior Carga Horária: 2900	CCET348 – Informática Aplicada ao Ensino de Matemática – 60h	Análise e utilização de aplicativos de informática para o ensino de matemática na Educação Básica e no ensino profissionalizante. Planejamento de ensino em ambiente informatizado.
		Formação do professor de matemática e a prática

2019 – Versão 6 – 2019/1 – Corrente Carga Horária: 3595	CCET460 – Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática I – 30h	pedagógica com a integração das mídias. Planejamento de ensino de Matemática no Ensino Fundamental , e na Educação de Jovens e Adultos e Educação Especial com as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e Tecnologia Assistiva.
	CCET461 – Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática II – 30h	Ensino de Matemática utilizando: tecnologias da informação e da comunicação voltada para a Resolução de Problema, História da Matemática, Modelagem e Jogos Matemáticos. Projetos interdisciplinares. Aulas experimentais com uso de Tecnologias da informação e da comunicação relacionado tópicos de aritmética. Álgebra, Geometria, Tratamento de Informação, Princípios de Combinatória ou Probabilidade.

Fonte: Disponível em: <https://portal.ufac.br/ementario/curso.action?v=44>. Acesso em: 15 nov 2021.

Trazendo esse cenário da utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para a Formação Inicial de Professores da Universidade Federal do Acre, e nos dados da BNCC – Anos Finais do Ensino Fundamental, no intuito de responder nosso problema de pesquisa:

Quais os Conhecimentos Pedagógicos Tecnológicos do Conteúdo disciplinar – TPACK podem emergir nas aulas de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática, com Professores em Formação Inicial da Universidade Federal do Acre, no tocante ao Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental, por meio do GeoGebra?

No Quadro 1, a possibilidade de responder o nosso problema, podem ser articuladas com a estrutura curricular vigente, a partir do ano de 2019, na disciplina CCET 461, bem como com as recomendações da BNCC.

No que se refere a Base Nacional Comum Curricular¹⁵ (BNCC), recomendam-se nas competências gerais da Educação Básica, especificamente na competência 5, BRASIL (2017), que podem ser articulados com o TPACK:

¹⁵ BNCC – Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>>. Acesso em: 03 ago. 2021.

Compreender, utilizar e criar **tecnologias digitais de informação e comunicação** de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2017).

Outro aspecto para a articulação do TPACK presente na BNCC, é a recomendação de utilizar *softwares* de geometria dinâmica desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio de *tablets* ou *smartphones* (dentre outros). Assim, como destacado em Brasil (2017):

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, **tablets ou smartphones**), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O **estudo das simetrias** deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e **com recurso de softwares de geometria dinâmica** [Grifo nosso] (BRASIL, 2017).

Apresenta-se a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, com a Unidade Temática de Geometria, com objeto de conhecimento e habilidades do 6º, 7º, 8º e 9º anos (Anos Finais do Ensino Fundamental) e as possibilidades de se construir o TPACK.

- 6º ano: Unidade Temática Geometria: objeto de conhecimento e habilidades, (Quadro 2).

Quadro 2 - Objeto do conhecimento e habilidades do 6º ano.

Objeto do Conhecimento	Habilidades
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não

	<p>regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.</p> <p>(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.</p> <p>(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.</p>
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	<p>(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.</p> <p>(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).</p>

Fonte: Brasil (2017, p. 300-301).

- 7º ano: Unidade Temática Geometria: objeto de conhecimento e habilidades, (Quadro 3).

Quadro 3 - Objeto do conhecimento e habilidades do 7º ano.

Objeto do Conhecimento	Habilidades
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	<p>(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.</p> <p>(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.</p>
Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
A circunferência como lugar geométrico	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos

	<p>lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.</p> <p>(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.</p> <p>(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.</p>
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	<p>(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.</p> <p>(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.</p>

Fonte: Brasil (2017, p. 307).

- 8º ano: Unidade Temática Geometria: objeto de conhecimento e habilidades, (Quadro 4).

Quadro 4 - Objeto do conhecimento e habilidades do 8º ano.

Objeto do Conhecimento	Habilidades
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

Fonte: Brasil (2017, p. 313).

- 9º ano: Unidade Temática Geometria: objeto de conhecimento e habilidades, (vide Quadro 5).

Quadro 5 - Objeto do conhecimento e habilidades do 9º ano.

Objeto do Conhecimento	Habilidades
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
Semelhança de triângulos	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Fonte: Brasil (2017, p. 315).

Assim, buscamos investigar e compreender o(s) conhecimento(s) TPACK nas aulas de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática, com Professores em Formação Inicial da Universidade Federal do Acre, no tocante ao Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental, por meio do GeoGebra.

Com a pandemia da Covid-19, necessitou-se de forma urgente integrar o uso das tecnologias digitais da informação e comunicação na formação de professores, em especial na formação inicial de forma remota. Nesse cenário, os docentes de matemática precisaram experimentar a integração das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no ensino e aprendizagem de tópicos específicos de matemática. O que se aproxima da proposta do TPACK na formação inicial de professores (GUTIÉRREZ-FALLAS; HENRIQUES, 2020).

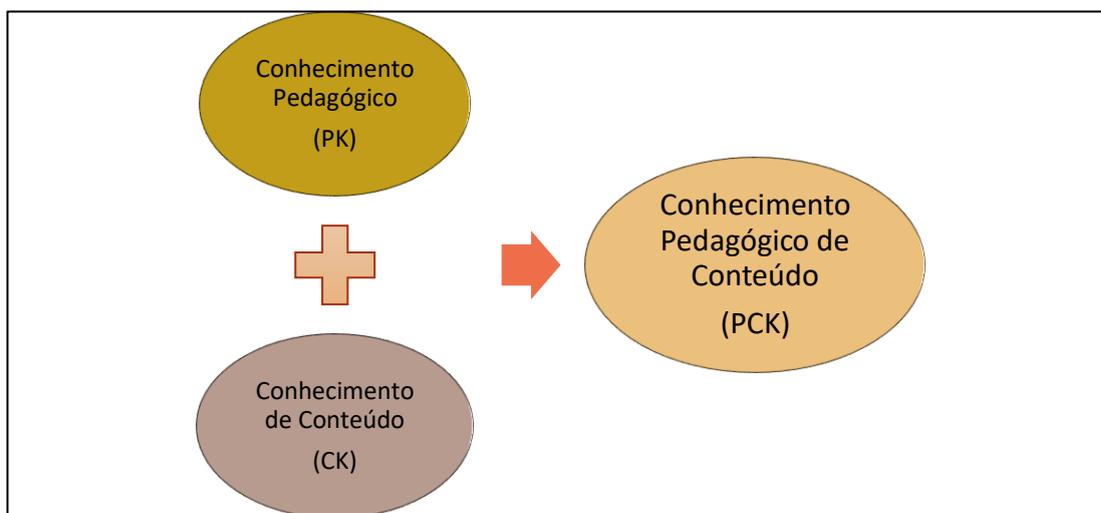
Nesse sentido, o TPACK é caracterizado pela integração de três domínios do conhecimento profissional do professor: conteúdo, pedagógico e tecnológico. Porém nessa integração são apresentados sete conhecimentos a seguir, baseados em Mishra e Koehler (2006).

1. O conhecimento do conteúdo (CK): conhecimento sobre o conteúdo da disciplina a ensinar;
2. O conhecimento pedagógico (PK): conhecimento sobre estratégias, métodos e processos de ensino;
3. O conhecimento tecnológico (TK): conhecimento técnico e operacional sobre ferramentas tecnológicas;
4. O conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK): conhecimento sobre estratégias de ensino e gestão da sala de aula para a aprendizagem de conteúdos específicos.
5. O conhecimento tecnológico e pedagógico (TPK): conhecimento sobre as características de ferramentas tecnológicas e o potencial de usá-las no ensino;

6. O conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK): conhecimento operacional de ferramentas tecnológicas para representar e operar conteúdos específicos;
7. O conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK): conhecimento que combina de forma relacional e integral os conhecimentos anteriores (MISHRA; KOEHLER, 2006 apud GUTIÉRREZ FALLAS; HENRIQUES, 2020).

Sendo assim, o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK) é a interação do conhecimento pedagógico com o conteúdo, e esses vão além da análise do conteúdo e da pedagogia de forma isoladamente, pois a prioridade é alcançar a aprendizagem (MISHRA e KOEHLER, 2008). O PCK tem como objetivo destacar um conhecimento que possui a capacidade e ensinar um conteúdo curricular dando ênfase aos conhecimentos prévios dos alunos, e o educador precisa dominar diversas metodologias para ensinar para tornar o conteúdo mais compreensível. A Figura 09 representa a junção do Conhecimento de Conteúdo (CK) com Conhecimento Pedagógico (PK) formando assim o PCK.

Figura 9 – Representação do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK).

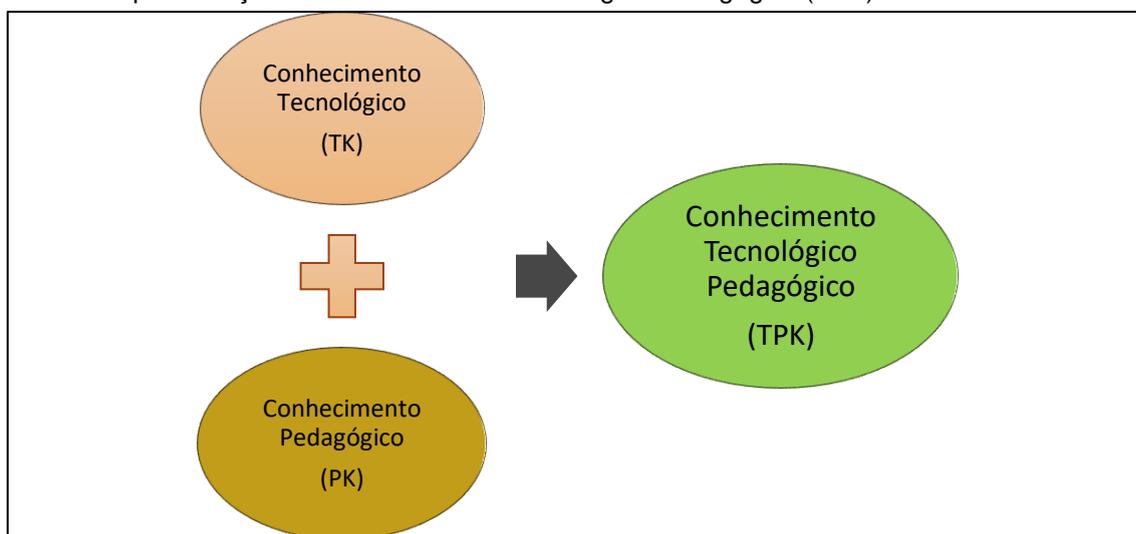


Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

O Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK) é quando o professor utiliza e adequa os recursos tecnológicos como estratégia pedagógica para o ensino e aprendizagem. O TPK é a capacidade do professor integrar a tecnologia com o contexto pedagógico. Para Mishra e Koehler (2008), o Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK) é a existência de diversos componentes e recursos tecnológicos que ser utilizados no cenário de ensino e aprendizagem, e vice-versa, sabendo como

o ensino pode mudar como resultado do uso de tecnologias específicas. A Figura 10 ilustra a integração do Conhecimento Tecnológico (TK) e Conhecimento Pedagógico (PK).

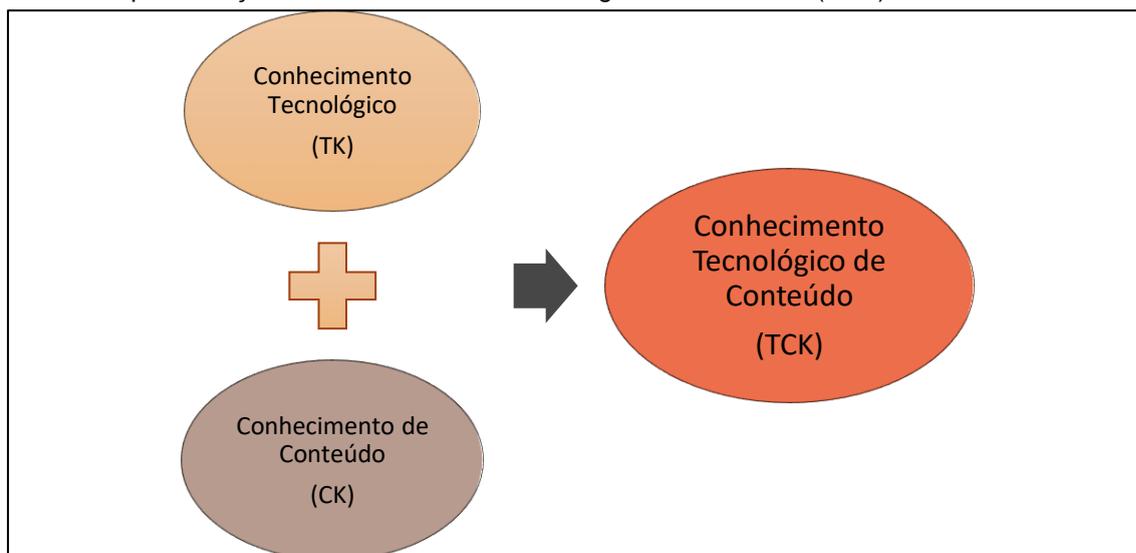
Figura 10 - Representação do Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK).



Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

O conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), é a integração da tecnologia ao ensino, consiste em professor relacionar e adequar as tecnologias a um conteúdo para obter um melhor ensino e aprendizagem por meio de diferentes ferramentas tecnológicas. Segundo Mishra e Koehler (2008), o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK) é o conhecimento sobre a maneira pela qual a tecnologia e conteúdo estão reciprocamente relacionados. A Figura 11 representa a integração de Conhecimento Tecnológico (TK) e Conhecimento de Conteúdo (CK).

Figura 11 - Representação do Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK).



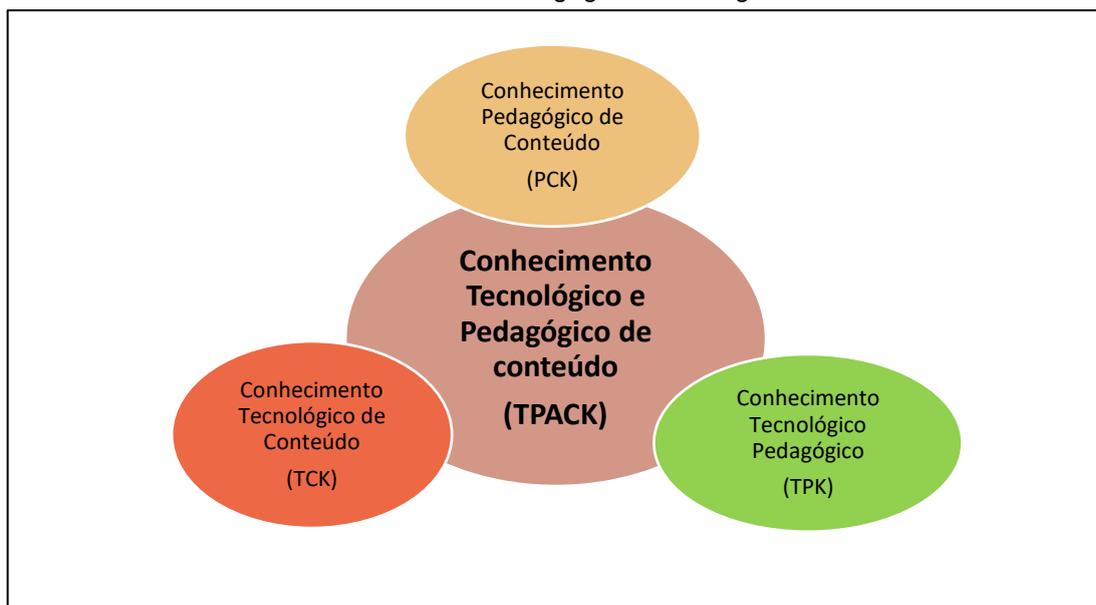
Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

Conforme Mishra e Koehler (2006), o TPACK é o uso da tecnologia para apoiar estratégias pedagógicas específicas e construtivas para ensinar o conteúdo, devidamente adequadas as necessidades e às preferências dos alunos, exigindo dos professores flexibilidade e o domínio do conteúdo a ser ensinado, ter estratégia pedagógica e utilizar a tecnologia para contribuir no decorrer da aprendizagem. Esses autores argumentam que:

[...] TPACK é a base para o ensino eficaz mediado pela tecnologia e requer a compreensão da representação de conceitos usando tecnologias; técnicas pedagógicas que utilizam tecnologias de forma construtivista para ensinar o conteúdo; conhecimento do que torna certos conceitos fáceis ou difíceis de aprender e como a tecnologia pode ajudar a resolver alguns dos problemas que os alunos encontram; conhecimento acerca do conhecimento prévio dos alunos e de teorias de epistemologia; e conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir e desenvolver novas epistemologias ou mesmo reforçar algumas teorias antigas (MISHRA ; KOEHLER, 2006).

Assim, o TPACK é a integração dos três saberes: Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK), Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK) e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), que tem como objetivo alcançar um ensino e aprendizagem de qualidade (Figura 12).

Figura 12 - Modelo teórico do Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo – TPACK.



Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

De acordo com Gutiérrez Fallas e Henriques (2020), o conhecimento tecnológico e pedagógico (TPK); o conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK) e o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK), são considerados emergentes, pois integram o conhecimento do conteúdo (CK), o conhecimento pedagógico (PK) e o conhecimento tecnológico (TK), sendo os considerados clássicos.

Dessa maneira, destacamos que o conhecimento TPACK sugerem aos professores a compreensão de cada um desses conhecimentos para planejar e desenvolver o currículo que permitam aos estudantes uma aprendizagem com tecnologia, destacando uma “relação dinâmica entre os domínios do conhecimento e as habilidades do professor para ensinar conteúdos específicos em níveis escolares específicos [...]” (MISHRA; KOEHLER, 2006 apud GUTIÉRREZ FALLAS; HENRIQUES, 2020).

4.2 FORMAÇÃO SBEM E AS FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS

Nessa seção apresentaremos os cursos de formação continuada oferecidos aos sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática e de sua regional do Rio de Janeiro – SBEM/RJ, que nos nortearam com as possibilidades de uso das

Tecnologias Digitais para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática, em tempos de Pandemia. Dentre eles, destacamos a formação “*Cada Um Na Sua Casa: alguns caminhos para ensinar matemática em ambientes virtuais – CUNSC*” – SBEM/RJ, com carga horária de 60 horas, realizado entre 11/07/2020 e 19/09/2020 e, o curso “Ensinando e Visualizando no GeoGebra App, voltado para professores dos anos iniciais do ensino fundamental, associados à SBEM, com quitação de 2021. A carga horária do curso foi de 30 horas, com início em 28/08/2021 e fim, em 13/11/2021. Nas seções seguintes, detalharemos cada um dos cursos.

4.2.1 Formação SBEM: CUNSC

O Curso: *Cada Um Na Sua Casa: alguns caminhos para ensinar matemática em ambientes virtuais – CUNSC*, foi executado em dez semanas, com atividades síncronas¹⁶ (aos sábados) e assíncronas¹⁷ (no decorrer das semanas), realizado entre 11/07/2020 e 19/09/2020, com carga horária de 60 horas, organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Rio de Janeiro (SBEM-RJ) e pelo Grupo de Pesquisa TIME: Tecnologia, Inclusão, Matemática e Educação, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, composta por vinte e uma pessoas dentre elas quatro doutores, um doutorando, quatro mestrandos e doze licenciandos. O Quadro 6 demonstra o planejamento do curso CUNSC.

Quadro 6 - Cronograma do curso CUNSC.

Semana	Tema	Live da Semana
11/07	Palestra – Ensino Híbrido em tempos de pandemia: Tecnologias digitais e sala de aula invertida – Prof. ^a Dr. ^a Gilmara Barcelos – Youtube da SBEM - RJ	Sábados 09h00 às 11h00
15/07 – 21/07	Desafios de ensinar Matemática remotamente	
22/07 – 28/07	Avaliação com recursos digitais – Parte 1	
29/07 – 04/08	Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA)	
05/08 – 11/08	Plataforma Desmos	
12/08 – 18/08	GeoGebra	
19/08 – 25/08	Captura e edição de vídeos	
26/08 – 01/09	Edição de textos matemáticos	
02/09 – 08/09	Explorando recursos da web	
09/09 – 15/09	Avaliação com recursos digitais - Parte 2	
16/09 – 22/09	Feira de projetos de ensino de matemática em ambientes virtuais	

¹⁶ Foi utilizado o *StreamYard* (Estúdio de transmissão ao vivo através do *YouTube*) para transmitir aos cursistas as oficinas de cada semana e com a participação via *chat*.

¹⁷ Foi utilizado o *google* sala de aula, conforme o planejamento do curso em dez semanas, com os materiais do curso, participação em fóruns e atividades.

19/09	Encerramento do curso	
-------	-----------------------	--

Fonte: <https://classroom.google.com/u/0/c/MTI4OTA1NzlwODU3>.

Esse curso nos proporcionou a construção e a aprovação da proposta do projeto inicial de pesquisa submetida ao processo seletivo do Mestrado Profissional em Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre, tinha como tema: “*Estar junto virtual: possibilidades de uma formação continuada em Matemática online com o google sala de aula*”, que nos apresentou caminhos para que trabalhássemos e avaliássemos conteúdos de matemática em ambientes virtuais de aprendizagem, uma vez que foi ofertado de forma remota.

4.2.2 Formação SBEM: Geometria

As atividades formativas são referentes a conceitos geométricos, por meio do GeoGebraApp no *smartphone*. É necessário ter uma conta de *e-mail*, no *Gmail*, para acesso à plataforma. Haverá encontros síncronos obrigatórios, programados aos sábados (de 9h às 11h), como podemos observar no Quadro 7.

Quadro 7 - Cronograma do Plano de Ação de Formação do curso de Geometria.

Semanas	Modalidade	Tópicos	Ações dos organizadores	Tarefas e prazos
Abertura	1º Encontro virtual (síncrono)	Conhecimento do grupo (práticas dos professores e suas expectativas para o curso)	Dar Boas Vindas, apresentação da equipe, do cronograma e das regras de avaliação	- Participar pelo <i>Google Meet</i> Data: 28/08/2021 (Sábado)
Semana I	Assíncrono	Conhecimento da plataforma e do cronograma	Postar apresentação para conhecimento da plataforma (tutoriais de apresentação)	- Ler a ementa do curso, do cronograma e das regras de avaliação - Participar no fórum de apresentação Período: 31/08/2021 a 06/09/2021
Semana II	Assíncrono	Texto 1: Por que ensinar Geometria? (ARAÚJO, 1994)	Postagens do texto 1, da tarefa 1e tutorial como aluno pode interagir na tarefa	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana (Ambientação ao fórum de discussão)

Semana III	Assíncrono	Texto 2: A Comunicação e a Interpretação do Espaço por Crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Considerações	Postagens do texto 2 e da tarefa 2	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana - Comentar, pelo menos, duas postagens de outros participantes Período: 14/09/2021 a 20/09/2021
	2º encontro virtual (síncrono)	Introdução: Por que ensinar Geometria? Construção 1: Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo (CURI e MARIANO, 2015)	Proporcionar reflexões a respeito do texto 1 Construção 1 com <i>GeoGebraApp</i>	- Participar pelo <i>Google Meet</i> - Utilizar o <i>GeoGebraApp</i> Data:18/09/2021 (Sábado)
SEMANA IV	(Assíncrono)	Texto 3: O Ensino de Geometria e o processo de visualizar (SETTIMY, 2020)	Postagens do texto 3 e da tarefa 3	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana - Comentar, pelo menos, duas postagens de outros participantes Prazo: 21/09/2021 a 27/09/2021
	3º encontro virtual (síncrono)	Construção 2: Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides) - reconhecimento, representação, planificação e características	Construção 2 com <i>GeoGebraApp</i>	- Participar pelo <i>Google Meet</i> - Utilizar o <i>GeoGebraApp</i> Data: 25/09/2021 (Sábado)
SEMANA V	(Assíncrono)	Texto 4: Geometria nos Anos Iniciais: Uma proposta de ensino-aprendizagem usando Geometria Dinâmica (HEINEN; BASSO, 2015)	Postagens do texto 4 e da tarefa 4	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana - Comentar, pelo menos, duas postagens de outros participantes Prazo: 28/09/2021 a 04/10/2021
	4º encontro virtual (Síncrono)	Construção 3: Ângulos retos e não retos -uso de dobraduras, esquadros e	Construção 3 com <i>GeoGebraApp</i>	- Participar pelo <i>Google Meet</i> - Utilizar o <i>GeoGebraApp</i>

		softwares. Simetria de reflexão.		Data: 02/10/2021 (Sábado)
SEMANA VI	(Assíncrono)	TEXTO 5: A Simetria nas Aulas de Matemática: uma proposta investigativa (LOPES; ALVES; FERREIRA, 2015)	Postagens do texto 5 e da tarefa 5	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana - Comentar, pelo menos, duas postagens de outros participantes Prazo: 05/10/2021 a 11/10/2021
	5º encontro virtual (Síncrono)	Construção 4: Plano Cartesiano, coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano	Construção 4 com <i>GeoGebraApp</i>	- Participar pelo <i>Google Meet</i> - Utilizar o <i>GeoGebraApp</i> Data: 09/10/2021 (Sábado)
SEMANA VII	(Assíncrono)	Texto 6: Transformações isométricas com manipulações em tela (ASSIS, 2017)	Postagens do texto 6 e da tarefa 6	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana - Comentar, pelo menos, duas postagens de outros participantes Prazo:12/10/2021 a 18/10/2021
	6º encontro virtual (Síncrono)	Construção 5: Figuras geométricas espaciais - reconhecimento, representação, planificação e características. Figuras geométricas planas - características, representação e ângulos.	Construção 5 com <i>GeoGebraApp</i>	- Participar pelo <i>Google Meet</i> - Utilizar o <i>GeoGebraApp</i> Data: 16/10/2021 (Sábado)
SEMANA VIII	Assíncrono	Texto 7: Pantógrafos Virtuais e Cultura Visual na Exploração do Conceito de Homotetia com Alunos do Ensino Fundamental (Izar, S. B.; BAIRRAL, M. A., 2014).	Postagens do texto 7 e da tarefa 7	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana - Comentar, pelo menos, duas postagens de outros participantes Prazo: 19/10/2021 a 25/10/2021
	7º encontro virtual (Síncrono)	Construção 6: Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas	Construção 6 com <i>GeoGebraApp</i>	- Participar pelo <i>Google Meet</i> - Utilizar o <i>GeoGebraApp</i>

		quadriculadas - reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes.		Data: 23/10/2021 (Sábado)
SEMANA IX	Assíncrono	Produção de atividade final	Disponibilizar modelos e regras para o plano de aula	Construir um plano de aula com algum tema de geometria trabalhado no curso com uso do <i>GeoGebraApp</i> Prazo: 26/10/2021 a 01/11/2021
SEMANA X	Assíncrono	Reposição de tarefas não concluídas	Sinalizar para os participantes as tarefas pendentes	- Leitura do texto - Comentar o texto proposto da semana - Comentar, pelo menos, duas postagens de outros participantes Prazo: 02/11/2021 a 08/11/2021
	8º encontro virtual (Síncrono)	Apresentação dos trabalhos		- Participar pelo <i>Google Meet</i> - Utilizar o <i>GeoGebraApp</i> Data: 06/11/2021 (Sábado)
SEMANA XI	Assíncrono	Avaliação do curso de formação	Disponibilizar um formulário avaliativo sobre o curso de formação	- Responder ao formulário de avaliação Prazo: 02/11/2021 a 13/11/2021

Fonte: Coordenação do curso SBEM – Geometria, 2021.

O curso de Geometria ensinando e visualizando com o GeogebraApp para os Anos Iniciais teve a duração de dez semanas de estudo, realizado no período de 28/08 a 13/11/2021, com a carga horária de 30h com vagas para trinta professores sócios da SBEM. Tinha o objetivo de explorar conteúdos de geometria abordados no 4º e 5º anos por meio do GeoGebraApp, no Smartphone, e de forma colaborativa com os cursistas construir as possibilidades para o ensino de geometria por meio desse aplicativo.

Os encontros online ocorreram aos sábados no Google Meet e foram gravados e disponibilizados no AVA do Curso, ilustrado na Figura 13. As atividades assíncronas organizadas no google Sala de Aula (Classroom) e também foi criado um grupo de WhatsApp.

Figura 13 - Ambiente Virtual de Aprendizagem do curso 2.



Fonte: <https://classroom.google.com/u/0/w/MTEzMTIxNTk2ODUz/t/all>, 13 Fer. 2022.

O primeiro encontro ocorreu de maneira síncrona, foi o momento da equipe executora, composta por Alexander Pires da Silva (coordenador), Cristiano de Souza Brito e Darling Domingos Arquieres e Gabriel dos Santos Muniz, se apresentarem ao grupo de professores, apresentar o cronograma do Curso e cada professor se apresentou e falou das suas práticas e expectativas para com o curso.

Assim, na semana 1, conhecemos a plataforma e o cronograma do Curso e logo após, postamos a nossa apresentação (tutorial de apresentação).

Nos momentos assíncronos tivemos a oportunidade de nos deleitarmos com a leitura de sete textos que tínhamos que ler, fazermos reflexões de forma individual e coletiva, no google Sala de Aula, e assim discutíamos nos encontros síncronos.

Na semana 2 trabalhamos o primeiro texto com tema: “Por que ensinar Geometria?” (Araújo, 1994), esse texto faz uma cronologia da história da humanidade que envolve a construção do conhecimento matemático, em particular a Geometria, que está presente, seja na construção civil, na arte e ao nosso redor.

Na semana 3, foi trabalhado o texto “A Comunicação e a Interpretação do Espaço por Crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: algumas considerações” (Curi & Mariano, 2015), e teve como foco análises de atividades realizadas com crianças em sala de aula, na qual observaram no próprio espaço a localização e a movimentação, com desenhos que representavam o âmbito escolar e seu entorno e com a utilização de vocabulário apropriado às da espacialidade e uso

da lateralidade ao indicarem à direita ou esquerda de um ponto de referência utilizado no percurso.

Já nas semanas 4 e 5, estudamos os textos, “Visualização em sala de aula: revelando descobertas de estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental” (SETTIMY; BAIRRAL, 2019) que retrata a importância de estimular cinco pontos do aluno com a utilização dos verbos: manipular, estruturar, reconhecer e construir, e através destes trabalhar a geometria. E o outro relacionado ao tema de “Geometria nos Anos Iniciais: Uma proposta de ensino-aprendizagem usando Geometria Dinâmica” (HEINEN; BASSO, 2015), que tem como foco uma pesquisa sobre a forma de trabalhar a geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, mostrando que a geometria está presente em nosso cotidiano e nas diversas formas e que podemos fazer relação com o dia a dia para ter uma melhor compreensão.

Na semana 6 trabalhamos com o texto, “A Simetria nas Aulas de Matemática: uma proposta investigativa” (LOPES; ALVES; FERREIRA, 2015), que aborda a didática com o uso da simetria nas aulas de matemática envolvendo sugestões de atividades através de sequência didática e utilização de materiais acessíveis e possíveis de serem trabalhados em turmas que tenham uma grande quantidade de estudantes. Além disso, mostrou que a Etnomatemática, perdura ao longo da história e que os padrões simétricos estão relacionados ao momento histórico e cultural.

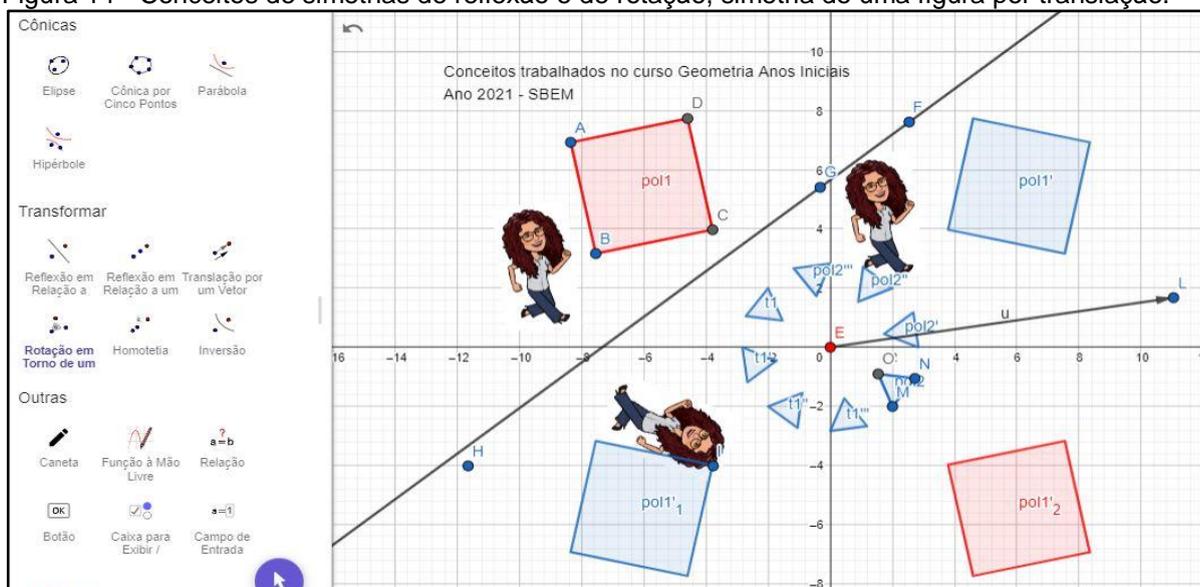
Em seguida, na semana 7, o texto indicado foi, “Transformações isométricas com manipulações em tela” (ASSIS, 2017), tem como análise as tarefas realizadas com estudantes de Ensino Médio e tem como proposta a utilização do software GeoGebra, com os usos das ferramentas transformações isométricas para tablets, com apresentação de tarefas. A primeira tarefa estava direcionada para a utilização da ferramenta ‘reflexão’, a segunda, para a ‘rotação’, a terceira para a ferramenta ‘translação’ e a quarta tem como objetivo ‘elaborar estratégias para o deslocamento de um polígono no plano com utilização das transformações isométricas’, vide a Figura 4.

O último texto, na semana 8, intitulado “Pantógrafos Virtuais e Cultura Visual na Exploração do Conceito de Homotetia com Alunos do Ensino Fundamental” (IZAR, 2014), esse artigo foi elaborado através de uma pesquisa de mestrado e análises de atividades com a exploração de pantógrafos virtuais de uma proposição e tem como abordagem a homotetia com aplicativos dinâmicos articulados a elementos da cultura

visual. Assim, a homotetia foi selecionada como conteúdo norteador para a elaboração de escala gráfica e projeções cônicas. Essa pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio.

Conforme íamos nos apropriando com o uso do aplicativo e os conceitos abordados nos textos das semanas, fomos planejando e explorando esses conceitos para a apresentação da atividade em forma de sequência didática no último encontro do curso no dia 06 de novembro de 2021 de forma remota (Figura 14).

Figura 14 - Conceitos de simetrias de reflexão e de rotação, simetria de uma figura por translação.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Logo, percebemos a grandiosidade desse curso na exploração de conceitos da Geometria e a sua importância para a nossa vida, nos textos apresentados, bem como na exploração do GeoGebra App, apresentando e nos fazendo colocar a mão na massa nas atividades propostas, tanto no Google Sala de Aula, como nas *lives* de sábado.

Os conceitos de simetrias, construídos na figura 9, funcionam tanto para polígonos, como para imagens. A imagem da menina foi construída utilizando o celular com o aplicativo *bitmoji* para *smartphone* – plataforma *Android*. Exploramos a ferramenta de transformação no GeoGebraApp, com simetrias: de reflexão (em relação a reta, a ponto. Eixos - das abscissas e das ordenadas), de rotação, translação de uma figura (*bitmoji* ou polígono) por um vetor, homotetia (tanto no uso do celular, como do computador), bem como jogos desenvolvidos no GeoGebra.

Em algumas lives de sábado, apresentamos de forma individual e também em duplas/trios nossas descobertas nas tarefas propostas pelo professor coordenador e professores colaboradores, deixadas no AVA ao longo das semanas.

Como proposta de atividade final, os cursistas tinham que construir um plano de aula e apresentar na *live* final e, também postar no AVA do curso. Assim, decidiu-se que as atividades seriam feitas em duplas e apenas um trio, com a utilização de conceitos já trabalhados durante as semanas do curso. Como a atividade final, foi flexível em relação a escolha da aplicação da geometria, cada grupo decidiu escolher uma etapa de ensino para fazer seu planejamento, tanto nas Séries Iniciais, Anos Finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio.

Desse modo, o que aprendíamos no decorrer da semana do curso aplicávamos nas aulas da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática I, componente curricular do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Federal da Região Norte do Brasil. Planejamos todas as atividades para serem aplicadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, conforme a ementa da referida disciplina. Salienta-se que essa disciplina, faz parte da Recente Estrutura Curricular e foi ofertada pela primeira vez, no Ano de 2021, de forma *online* devido a Pandemia da Covid -19.

As aulas síncronas com os licenciandos ocorriam às sextas feiras, de forma remota, com o Google *Meet*, eram gravadas com o consentimento de todos os licenciandos e professoras pesquisadoras, e disponibilizadas no AVA google Sala de aula da disciplina. Dessa forma, apresentamos na seção seguinte nossas atividades construídas a partir do Curso SBEM geometria, e colocadas em prática com a turma de Licenciatura em Matemática do 5º período de uma Instituição Federal de Ensino Superior.

4.2.3 Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática

Para ilustrar as fases das tecnologias digitais em Educação Matemática, apresentamos no Quadro 8, os estudos de Borba, Silva e Gadanidis (2015), organizados em: fases, tecnologias, natureza ou base tecnológica das atividades, perspectivas ou noções teóricas e terminologia.

Quadro 8 - Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática.

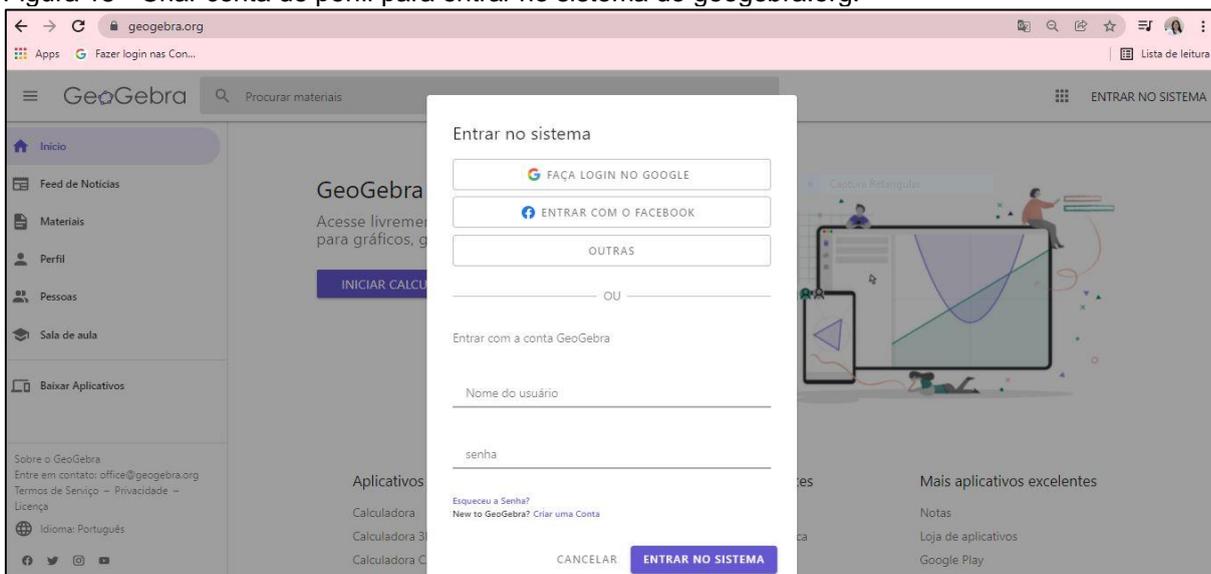
Fases	Tecnologias	Natureza ou base tecnológica das atividades	Perspectivas ou noções teóricas	Terminologia
Primeira fase (1985)	Computadores; calculadoras simples e científicas.	LOGO Programação.	<i>Construcionismo</i> ; micromundo.	Tecnologias informáticas (TI).
Segunda fase (início dos anos de 1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	Geometria dinâmica (<i>Cabri Géomètre</i> ; <i>Geometriks</i>); múltiplas representações de funções (<i>Winplot</i> , <i>fun Mathematica</i>); CAS; jogos	Experimentação visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem, construcionista; seres-humanos-com-mídias.	TI; <i>software</i> educacional; tecnologia educativa.
Terceira fase (1999)	Computadores, laptops e internet.	<i>Teleduc</i> ; <i>e-mail</i> ; <i>chat</i> ; fórum; <i>Google</i> .	Educação a distância online; interação e colaboração <i>online</i> ; comunidades de aprendizagem.	Tecnologias da informação e comunicação (TIC).
Quarta fase (2004)	Computadores; <i>laptops</i> ; <i>tablets</i> ; telefones celulares; internet rápida.	<i>Geogebra</i> ; objetivos virtuais de aprendizagem; <i>Applets</i> ; vídeos, <i>You Tube</i> ; <i>WolframAlpha</i> ; <i>Wikipédia</i> ; <i>Facebook</i> .	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento <i>online</i> de vídeos; performance matemática digital.	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis portáteis.

Fonte: Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 39).

4.3 O GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA: ATIVIDADES – LIÇÕES E LIVRO DINÂMICO

Para iniciar o uso do GeoGebra com vista a construir atividades de ensino, lições e criação de uma sala de aula (*classroom*) precisa-se acessar o endereço <https://www.geogebra.org/>. Em seguida, entrar no sistema e para isso é necessário ter uma conta de acesso. As formas de acesso para entrar no sistema geogebra.org, podem ser: faça login no *google*, entrar com o *facebook*, ou outras. Se na janela as informações aparecerem em inglês, pode acessar o botão direito do *mouse* e escolher a opção traduzir para o português, como ilustra a Figura 15.

Figura 15 - Criar conta de perfil para entrar no sistema do geogebra.org.



Fonte: Elaboração da autora - geogebra.org.

Caso acione a opção outras, as formas de acesso em que podem ser: uma conta no *gmail*, *office 365*, *microsoft*, *facebook* e *twitter*. No entanto, pode escolher a opção criar uma conta (Figura 16).

Figura 16 - Formas de acesso ao portal do GeoGebra – opção outras.



Fonte: Elaboração da autora - geogebra.org.

Em criar uma conta, você é direcionado para fazer um cadastro, com o endereço de e-mail, nome de usuário, senha, confirmação de senha e marcar a opção do consentimento (uma delas), para obter o acesso ao geogebra.org (Figura 17).

Figura 17 - Cadastro de uma conta de perfil no geogebra.org.

GeoGebra

Materialis Downloads Blog Ajuda Entrar

Cadastre-se

Cadastre-se usando um login do ...

Google Office 365 Microsoft Facebook Twitter

Cadastre-se usando o seu login GeoGebra

E-mail: Um endereço de e-mail válido (necessário, mas que nunca será exibido)

Nome do usuário: Seu nome público

senha: Uma senha forte com pelo menos 6 caracteres

Confirmação da senha:

Consentimento: Por favor, selecione apenas uma das opções a seguir.

Reconheço que tenho mais de 14 anos, li o [Termos de Serviço](#) e a [Política de Privacidade](#) e consentir com o seu conteúdo

Em nome do meu filho, reconheço que li o [Termos de Serviço](#) e a [Política de Privacidade](#) e consentir com o seu conteúdo

Criar uma Conta

Fonte: Elaboração da autora - geogebra.org.

Em seguida, você já é direcionado para a sua conta de perfil do geogebra.org (Figura 18).

Figura 18 - Conta de perfil da mestrande Eliete Alves de Lima.

GeoGebra

Procurar materiais

MATERIAIS FAVORITOS LINHA DO TEMPO PESSOAS GRUPOS

Início Feed de Notícias Materiais Perfil Pessoas Sala de aula Baixar Aplicativos

Sobre o GeoGebra
Entre em contato: office@geogebra.org
Termos de Serviço - Privacidade - Licença
Idioma: Português

Eliete Alves de Lima

EDITAR PERFIL

+ CRIAR

Pastas Última modificação Qualquer tipo de material

UNIDADE I

Materiais

Fonte: Elaboração da autora, 2021. Endereço: geogebra.org.

No GeoGebra podemos ver na lupa à direita do nome GeoGebra na cor azul claro, na parte superior, como ilustrado na Figura 18, realizar pesquisas, procurar materiais e para isso, basta colocar uma palavra na lupa e escrever no lugar de procurar materiais, por exemplo, o nome localização e apertar em *enter* no teclado e

o GeoGebra faz a busca de materiais, que podem ser, atividade, lição ou livro, que tenham relação com o tema da pesquisa (Figura 19).

Figura 19 - Pesquisar materiais sobre localização no portal do GeoGebra.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Outra possibilidade é procurar materiais didáticos de Matemática, no centro a matemática (tópico raiz), se expande para Estatística, Aritmética, Geometria, Trigonometria, Cálculo, Probabilidade, Álgebra, Funções, que se desdobram (Figura 20).

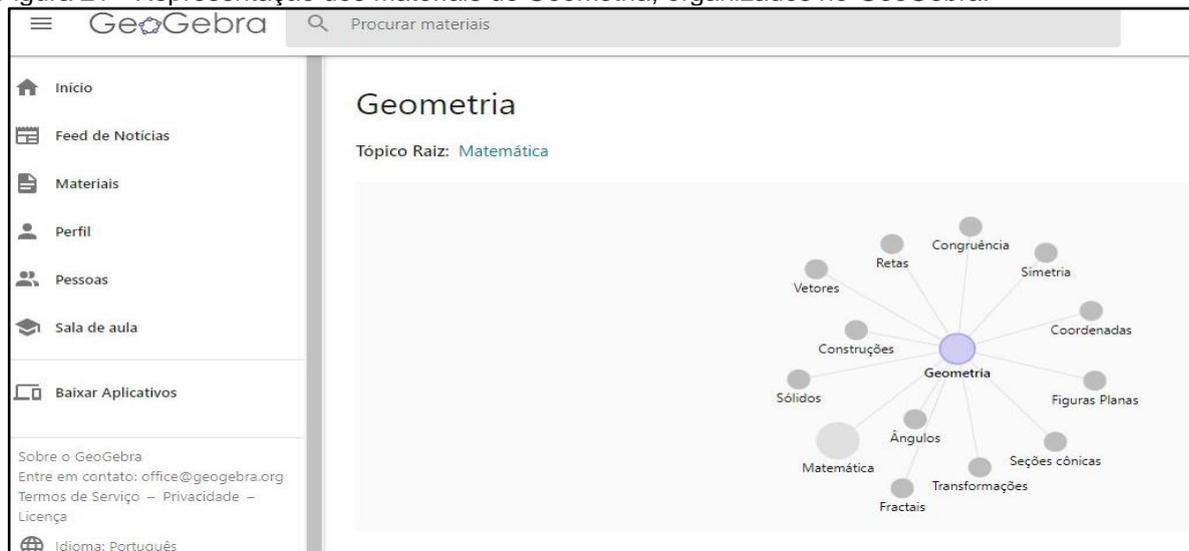
Figura 20 - Procurar materiais por Tópico Raiz: Matemática – Geometria - Trigonometria – Cálculo – Probabilidade – Álgebra – Funções – Estatística.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Observar que ao clicar em Geometria, a palavra vai para o centro da Imagem, faz parte do tópico raiz Matemática, e se expande para Simetria, Coordenadas, Figuras Planas, Seções Cônicas, Transformações, Fractais, Ângulos, Matemática (Tópico Raiz), Sólidos, Construções, Vetores, Retas e Congruência (Figura 21).

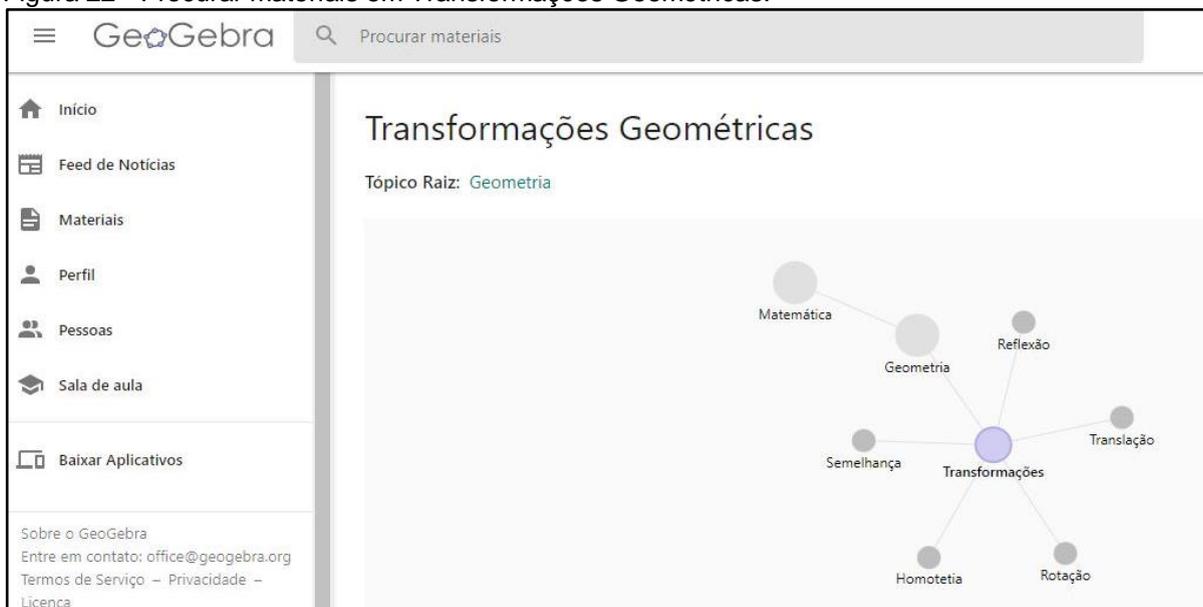
Figura 21 - Representação dos Materiais de Geometria, organizados no GeoGebra.



Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Ao explorar transformações, se expande para reflexão, translação, rotação, homotetia e semelhança (Figura 22).

Figura 22 - Procurar materiais em Transformações Geométricas.



Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Esses são alguns exemplos de como se pode procurar materiais no GeoGebra. Como já mencionado, os materiais podem ser atividades, lições e livros. Vamos explorar cada um deles.

Existem milhares de atividades e livros disponíveis no *site* do GeoGebra. Dessa forma, como construir atividades e lições com situações do dia a dia, de forma dinâmica com o uso do GeoGebra nas aulas de matemática? Destaca-se que a maioria desses recursos, podem ser usados de forma síncrona, *online*. Uma atividade no GeoGebra (GeoGebra *Activity*) pode conter muitos elementos, tais como: textos, vídeo, *applet* do GeoGebra, imagem, notas, arquivo pdf, questão e *web*.

Também é importante ver quais elementos se tornam tarefas para os estudantes (*students tasks*) no GeoGebra *Classroom*¹⁸. Para criar uma sala de aula (*classroom*) no GeoGebra que contenha atividades, e se tornem dinâmicas, precisa-se encontrar (ou criar) uma atividade contendo elementos que se transformam em tarefas para os estudantes¹⁹. Entendemos por dinâmico algo que se modifica de maneira contínua (NÓBRIGA; SIPLER, 2020).

Nessa primeira atividade construída (planejamento da Sequência Didática com o uso do site do [geogebra.org](https://www.geogebra.org), se chama atividade de localização²⁰, o nome Localização, o Autor: Eliete Alves de Lima, foi inserido um *applet*²¹ do GeoGebra, com o plano cartesiano, com imagens de locais fixados em Coordenadas (x, y) que existem em uma Cidade X, e em seguida são construídas cinco questões (abertas e de múltipla escolha) conforme Figura 23.

¹⁸ Autores: Carmem Mathias, Geogebra team, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/hncrgruu>. Acesso em 08 fev. 2022.

¹⁹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/a4dujady#material/epqb26t3>. (MATHIAS, C.; TEAM, GeoGebra). Acesso em: 08 fev. 2022.

²⁰ Disponível em: <https://www.geogebra.org/classroom/sdw4q4ns>. (LIMA, 2021). Acesso em: set a dez. 2021.

²¹ *Applet* é uma aplicação gráfica. (Disponível em: <https://www.devmedia.com.br/o-que-sao-os-applets-de-java/2574>).

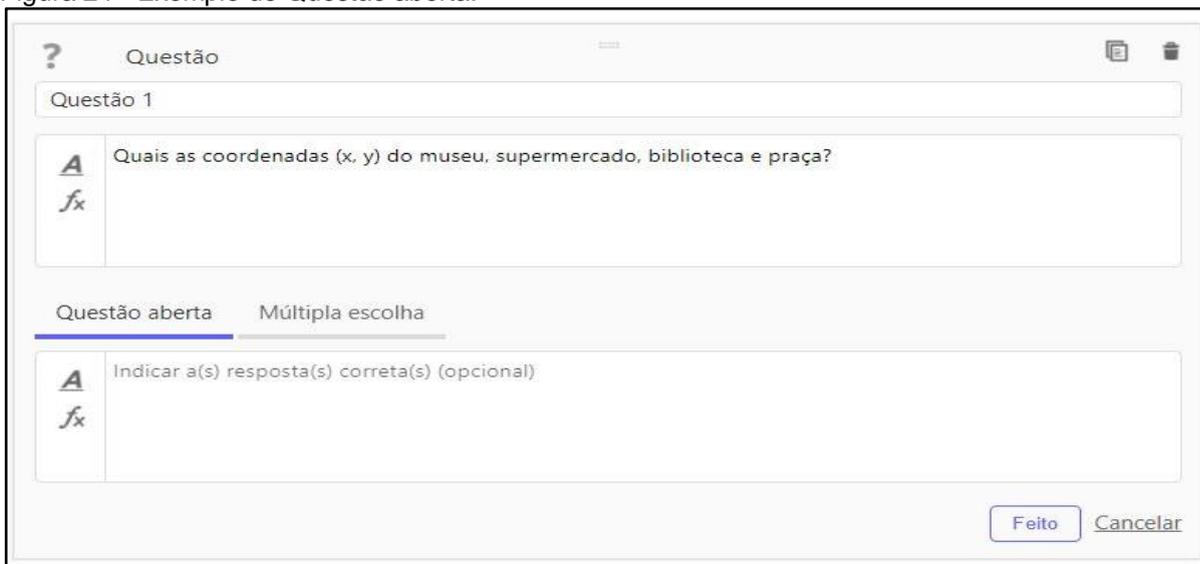
Figura 23 - Atividade de Localização.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Para criar uma classe no GeoGebra (*GeoGebra Class*) que contenha atividades interessantes, é necessário encontrar (ou criar) uma atividade contendo elementos (na nossa primeira atividade incluímos questões – abertas e de múltipla escolha) que se transformam em tarefas para os estudantes. A Figura 24, exemplifica uma Questão aberta, confirmar no botão Feito.

Figura 24 - Exemplo de Questão aberta.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Na Figura 25, exemplo de uma questão de múltipla escolha com a opção de resposta, e confirmar no botão Feito.

Figura 25 - Questão de Múltipla Escolha.

Questão

Questão 2

Marque a alternativa em que está a localização da hamburgueria e da escola:

Questão aberta Múltipla escolha

<input type="checkbox"/>	(0, -3) e (2, 0)	A	f_x	🗑️
<input checked="" type="checkbox"/>	(-3, 0) e (2, 0)	A	f_x	🗑️
<input type="checkbox"/>	(0, -3) e (0, 2)	A	f_x	🗑️
<input type="checkbox"/>	(2, 0) e (-3, 0)	A	f_x	🗑️

Incluir resposta

Feito Cancelar

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Veja na Figura 26, como aparece para o estudante responder, Tarefa 2: Questão 1 e Tarefa 3: Questão 2 e Tarefa 4: Questão 3.

Figura 26 - Como aparecem as questões para o estudante responder.

Tarefa 2: Localizar os lugares no Plano Cartesiano

Questão 1
Quais as coordenadas (x, y) do museu, supermercado, biblioteca e praça?

Assine e digite sua resposta aqui...

Tarefa 3: Questão 2
Marque a alternativa em que está a localização da hamburgueria e da escola:

Assinale a sua resposta aqui:

(0, -3) e (2, 0)

(-3, 0) e (2, 0)

(0, -3) e (0, 2)

(2, 0) e (-3, 0)

Tarefa 4: Questão 3
Nas coordenadas (0, 2) e (0, -2) estão localizados:

Assinale a sua resposta aqui:

Praça e Biblioteca

Escola e Museu

Igreja e Padaria

Hamburgueria e Supermercado

Tarefa 5: Questão 4
No domingo Maria foi: a igreja, em seguida, a praça e lanchou na hamburgueria. Descreva as coordenadas de seu percurso.

Assine e digite sua resposta aqui...

Tarefa 6: Questão 5
Ao sair da escola, faça um trajeto que primeiramente passa pela origem e visite três lugares de sua preferência.

Assine e digite sua resposta aqui...

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

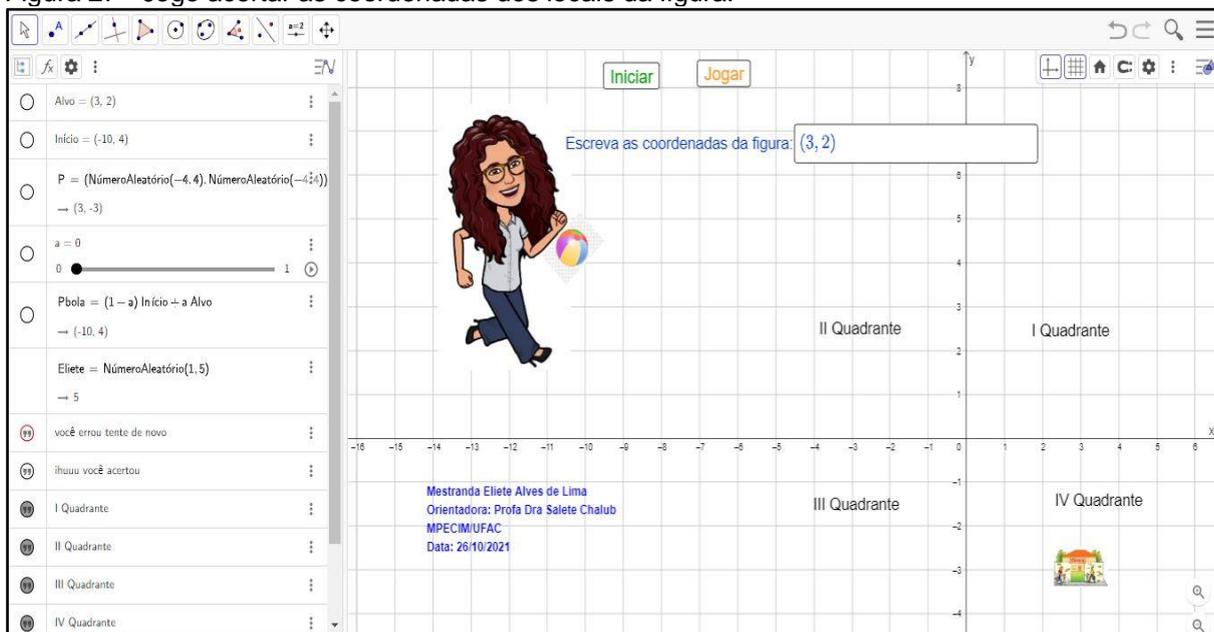
Nessa atividade de Localização, à medida que fomos nos apropriando do GeoGebra e de suas possibilidades, ampliamos a ideia inicial, agora com 15 questões e, passou a se chamar: Importância da Matemática para se localizar (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/kj9yxpdz>), com a inclusão de outros elementos. Foram construídas perguntas sobre a localização dos locais em relação aos quadrantes do plano cartesiano, bem como realizar pesquisas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC em relação à Matemática - Unidades Temáticas, Objetos do Conhecimento e Habilidades relacionados ao tema apresentado na atividade realizada.

Outra atividade construída sobre o tema, para as intervenções com os licenciandos do Curso de Licenciatura em Matemática, foi sobre o formato de jogo e se chama “*Jogo acertar as coordenadas dos locais da figura*”. Para essa atividade foi

preciso aprender a fazer o meu *bitmoji*²², ou seja, a minha caricatura de professora para ficar mais real o seu uso com os estudantes. Outro aspecto importante, foi adaptação da atividade apresentada no curso de extensão da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, na qual fomos cursistas, junto com a orientadora, e construímos com o GeoGebra o jogo.

Para a construção da atividade²³ (roteiro de construção no APÊNDICE F) foi necessário aprender a construir botões no GeoGebra, inserir figuras como o bitmoji da Professora Pesquisadora, da bola e dos locais que a bola precisa acertar, tais como, igreja, padaria, lanchonete e outros. Caso se inscreva o par ordenado corretamente e clica no botão jogar, a bola se movimenta conforme a escrita do par ordenado, e caminha em direção ao local do par ordenado inscrito. Se acertar o alvo “local que aparece” aparecerá o texto “**ihuuu você acertou**”, caso contrário “**você errou tente de novo**” (Figuras 27).

Figura 27 - Jogo acertar as coordenadas dos locais da figura.



Fonte: Elaboração da Autora e Orientadora, out. 2021. Adaptado de Atividade no GeoGebra Luiz C. M. Aquino, 6 Ago. 2016. Luiz C. M. de Aquino — 6 de agosto de 2016.

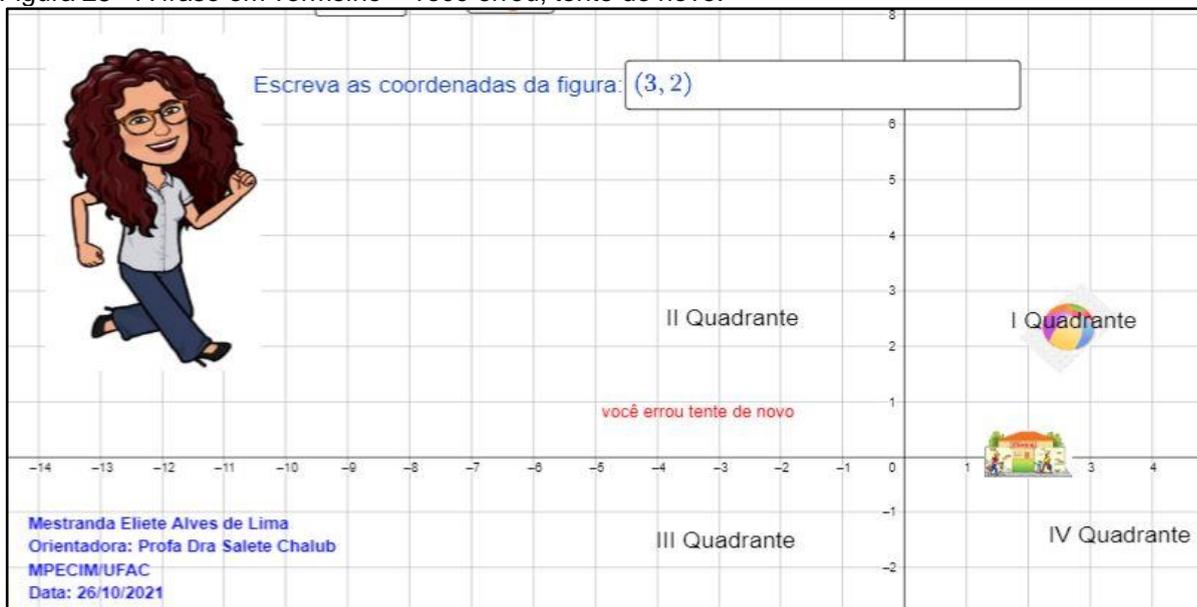
Para começar o jogo basta clicar no botão iniciar, na continuidade escrever as coordenadas da figura e clicar no botão jogar. Assim, o *bitmoji* da professora

²² Aplicativo utilizado no aparelho celular Samsung, plataforma Android, no aplicativo bitmoji. Disponível em: <https://www.bitmoji.com>. Acesso em ago. 2021.

²³ A construção do jogo acertar as coordenadas disponível no APÊNDICE F.

pesquisadora lança a bola em direção ao par ordenado escrito, e se caso não acertar o alvo desejado é porque ocorreu erro com o par ordenado registrado (Figura 28).

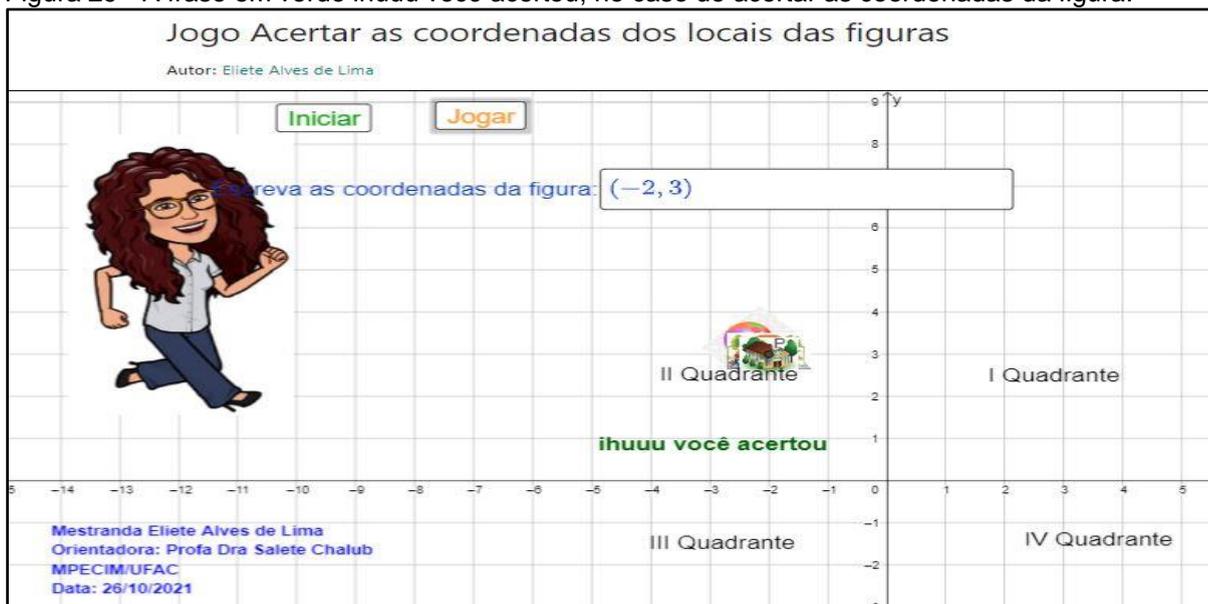
Figura 28 - A frase em vermelho – você errou, tente de novo.



Fonte: Elaboração da Autora e Orientadora, out. 2021. Adaptado de Atividade no GeoGebra Luiz C. M. Aquino, 6 Ago. 2016. [Luiz C. M. de Aquino](#) — 6 de agosto de 2016.

E se caso acertar a coordenada da imagem, é porque o par ordenado informando está correto, assim aparecendo a frase em verde, conforme a Figura 29.

Figura 29 - A frase em verde ihuuu você acertou, no caso de acertar as coordenadas da figura.



Fonte: Elaboração da Autora e Orientadora, out. 2021. Adaptado de Atividade no GeoGebra Luiz C. M. Aquino, 6 Ago. 2016. [Luiz C. M. de Aquino](#) — 6 de agosto de 2016.

Dessa forma, foi construído primeiramente esse jogo e, na continuidade melhoramos a atividade e incluímos outros elementos, como: questões e *aplet*.

O Jogo "Acertar a localização das figuras" tem uma apresentação com as orientações para jogar, tais como: 1 - Clicar com o botão esquerdo do mouse em iniciar; 2 - Escrever as coordenadas da figura, ou a sua localização (x, y); 3 - Clicar no botão Jogar (aparecerá um texto informando algo sobre a sua resposta. Clicar em Iniciar novamente e, assim sucessivamente. Além do Jogo, o "licenciando- jogador" (ao jogar) precisa responder as duas questões elaboradas (Figura 30).

Figura 30 - Questão para o licenciando responder.

Questão 1

Escrever o nome das figuras e a sua localização (x, y), conforme for jogando.

	A	B	C	D	E
1	Figura	Par Ordenado	Texto que apareceu	Quadrantes	Posição da figura em relação ao eixo dos x e y.
2	Escola	(-4, 3)	Ihuu você acertou	II Quadrante	Eixo x - acima, Eixo y - a esquerda.
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

Questão 2 - Relate o que aprendeu e as suas dificuldades em relação ao conhecimento com o uso do geogebra e dos conhecimentos da matemática para realizar em suas práticas de ensino de matemática com o uso da tecnologia com a atividade proposta.

Fonte: Elaboração da autora e orientadora, 2021.

Para a criação do Livro Digital Dinâmico no GeoGebra vamos aos passos:

- Logado em sua conta de perfil, em materiais  Materiais, meus recursos  MEUS RECURSOS, opção criar  livro  Livro.
- Abrirá uma janela para Criar Título da Página (inserir o título) – “Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial”. Idioma (Escolher na seta de seleção): Portugueses/Português (Brasil), Descrição (opcional):” As atividades apresentadas no livro fazem parte de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre - PPGPECIM/UFAC, pela mestranda Eliete Alves de Lima e a sua orientadora Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira, iniciada no ano de 2021,

em momento Pandêmico, com professores em formação inicial do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática.

- As atividades desenvolvidas pelas autoras e Licenciandos em Matemática, constituem o produto educacional "Geometri@s para a Vid@: construções possíveis na formação inicial de professores". Aprovada no comitê de ética em 03/01/2023, com coleta de dados iniciada em 05/01/2023", Grupo alvo (idade), Palavras-chave (usadas para descrever o material e ajudar na pesquisa): "transformações de figuras", "simetrias de reflexão em relação a um ponto", "simetrias de reflexão em relação a uma reta", "translação", "rotação em torno de um ponto", "homotetia", Visibilidade (escolher se quer compartilhar este Livro com outras pessoas ou quer mantê-lo privado. Grupo alvo (idade): 10-19+ (Figura 31).
- Esclarecemos que ao criar um Livro você concorda em publicar o seu trabalho seguindo a licença Creative Commons: Attribution Share Alike. Depois dos dados preenchidos clicar em Gravar.

Figura 31 - Criando Título do Livro e inserindo idioma, descrição, grupo alvo e visibilidade.

The screenshot shows the GeoGebra interface for creating a book. The title field contains "Geometri@s para a Vid@: vivências na form". The language is set to "Portuguese / Português". The description field contains a detailed text about the research project. The target group (age) is set to "3 - 19+".

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- Na continuidade vamos acrescentar os capítulos: no botão acrescentar Capítulo

Acrescentar Capítulo

e no botão criar novo capítulo



Criar novo capítulo

Inserir um nome para o capítulo: A Localização e seu Entorno e fizemos a Descrição (opcional): Será composta de três atividades: SD1 - Importância de se Localizar e SD2 - Jogo Acertar as Coordenadas dos Locais das Figuras e SD3 - Parede de Cobogós.

Objetivos:

- Explorar com o uso do GeoGebra a importância da localização no cotidiano e, com isso, apresentar figuras de locais presentes no dia a dia (praça, museu, biblioteca, supermercado, igreja, padaria e escola), anexadas ao plano cartesiano e trazer como foco de reflexão, a importância de saber se localizar nos espaços em que vivemos, com a representação da geometria e da álgebra.
- Reconhecer as coordenadas do plano cartesiano e situar os estudantes na importância de saber interpretar os mapas de localização de uma cidade.

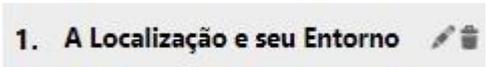
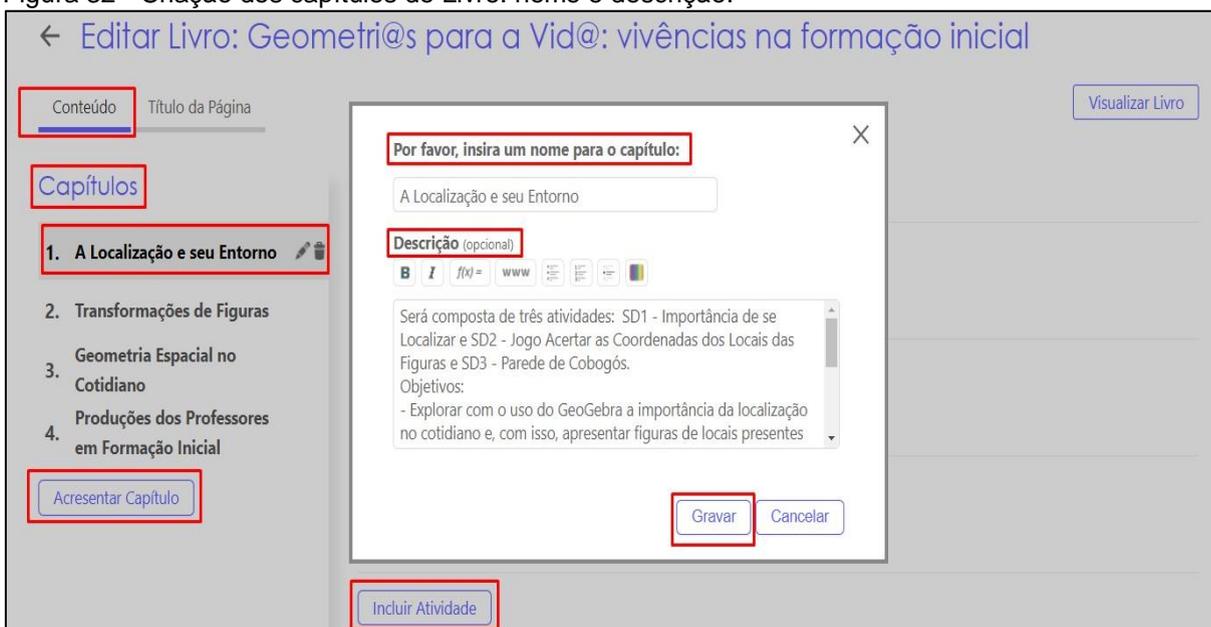
Depois clicamos em Gravar . Para acrescentar os capítulos 2. Transformações de Figuras, 3. Geometria Espacial no cotidiano e 4. Produções dos Professores em Formação Inicial (repetir o procedimento anterior para cada capítulo). Caso queira editar o nome do capítulo ao lado do título basta ir na canetinha, caso queira apagar na lixeira  (Figura 32).

Figura 32 - Criação dos capítulos do Livro: nome e descrição.

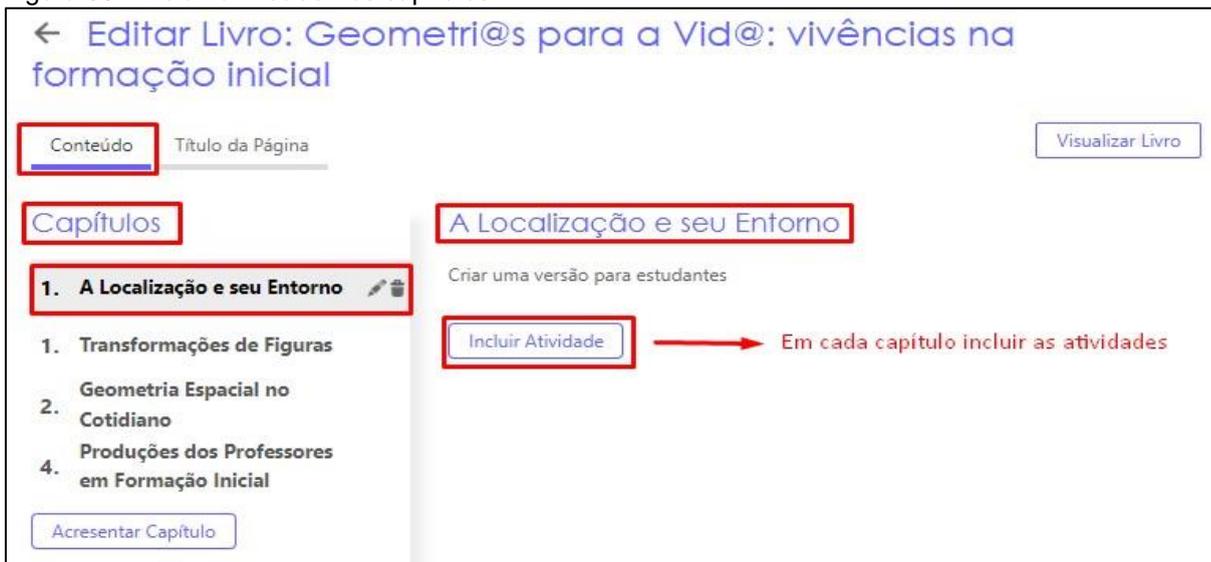


Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- Passo seguinte, incluir as atividades no capítulo. Para isso as atividades já devem estar construídas na sua conta de perfil, ou ainda pode escolher atividades de outros pesquisadores no próprio GeoGebra. Vá em incluir

atividade (Figura 33).

Figura 33 - Incluir atividade nos capítulos.



Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- Abrirá uma janela de nome Incluir Material no Livro e uma caixa pesquisar, escrever o nome eliete e abrirá as atividades construídas nessa conta de perfil. Basta localizar a atividade e clicar no botão incluir (Figura 34).

Figura 34 - Incluindo as atividades da conta de perfil da pesquisadora.



Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- O passo anterior foi realizado em cada capítulo, incluindo as atividades. O capítulo 1 - A Localização e seu Entorno com três atividades (Figura 35).

Figura 35 - Atividades do capítulo 1.

The screenshot displays the GeoGebra.org interface. On the left, under 'Capítulos', the first chapter '1. A Localização e seu Entorno' is selected and highlighted with a red box. Below it are '2. Transformações de Figuras', '3. Geometria Espacial no Cotidiano', and '4. Produções dos Professores em Formação Inicial'. A button 'Acrescentar Capítulo' is visible. On the right, under 'Atividades', the title 'A Localização e seu Entorno' is highlighted with a red box. Below it are three activity cards:

- Activity 1: 'Cópia de Importância de se ...' by Eliete Alves de Lima, dated 11 de maio de 2023 - 03:51. It includes a lock icon and the text 'Este material não está visível ao público'.
- Activity 2: 'Cópia de Jogo Acertar as co...' by Eliete Alves de Lima, dated 27 de outubro de 2021 - 00:20. It includes a lock icon and the text 'Este material não está visível ao público'.
- Activity 3: 'Parede De Cobogós' by Mirla Vitoria, dated 2 de dezembro de 2021 - 21:46. It includes a lock icon and the text 'Este material não está visível ao público'.

 A button 'Incluir Atividade' is located at the bottom of the activities list.

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- Na continuidade, o capítulo 2 - Transformações de Figuras. Com descrição de seis atividades com os objetivos:
 - Reconhecer os tipos de simetrias presentes nas artes e na natureza e nos polígonos.
 - Identificar homotetia em polígonos e figuras.
 - Identificar os elementos do triângulo e as medidas de áreas, perímetro e lados.
 - Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano com o uso do GeoGebra.
 - Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
 - Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando o software GeoGebra e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros (Figura 36).

Figura 36 - Capítulo 2 Transformações de Figuras com as atividades.

The screenshot displays the GeoGebra.org interface. On the left, the 'Capítulos' (Chapters) sidebar is visible, with '2. Transformações de Figuras' highlighted in a red box. Below it are '3. Geometria Espacial no Cotidiano' and '4. Produções dos Professores em Formação Inicial'. A button 'Acrescentar Capítulo' is at the bottom of the sidebar. On the right, the 'Transformações de Figuras' activity list is shown, also highlighted in red. It contains six activities, each with a thumbnail, a title, a date and time, the author's name 'Eliete Alves de Lima', and a lock icon indicating that the material is not visible to the public.

Id	Thumbnail	Activity Title	Date and Time	Author	Visibility
1	[Thumbnail]	Cópia de Matemática na vida...	11 de maio de 2023 - 04:00	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
2	[Thumbnail]	homotetia 05112021	5 de novembro de 2021 - 21:27	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
3	[Thumbnail]	Elementos do Polígono ABC	11 de novembro de 2021 - 14:06	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
4	[Thumbnail]	Simetria de reflexão ou axial	14 de junho de 2023 - 17:44	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
5	[Thumbnail]	exemplos de Rotação e trans...	19 de março de 2022 - 19:47	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
6	[Thumbnail]	homotetia barquinho - heptá...	7 de junho de 2023 - 04:13	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

O capítulo 3 – Geometria Espacial no Cotidiano. Com duas atividades e objetivos:

Explorar as construções com o uso do GeoGebra 3D - três dimensões - de objetos do dia a dia (bola, caixa de sapato, chapéu do palhaço, cubo mágico, lata de leite e pirâmide do Egito) que lembram figuras espaciais, tais como: cilindro, paralelepípedo, cone, cubo, cilindro e pirâmide.

Explorar o conhecimento tecnológico do aplicativo GeoGebra 3D. Identificar e associar figuras geométricas espaciais a objetos e elementos do cotidiano.

Classificar as figuras em poliedros e não poliedros. Identificar os elementos que compõem o prisma a pirâmide, o cilindro e o cone. Identificar e quantificar vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides. Dentre outros (Figura 37).

Figura 37 - Capítulo 3 Geometria Espacial no Cotidiano e duas atividades.

The screenshot shows the GeoGebra.org interface. On the left, under 'Capítulos', the following chapters are listed:

1. A Localização e seu Entorno
2. Transformações de Figuras
- 3. Geometria Espacial no Cotidiano** (highlighted with a red box)
4. Produções dos Professores em Formação Inicial

Below the list is a button labeled 'Acrescentar Capítulo'. On the right, the selected chapter 'Geometria Espacial no Cotidiano' is displayed. Under the heading 'Atividade', two activities are listed:

1. Atividade 2 - Geometria Esp...
6 de outubro de 2021 - 23:59
Eliete Alves de Lima
Este material não está visível ao público
2. Geometria Plana e Espacial
15 de junho de 2023 - 05:10
Salete Maria Chalub Bandeira
Este material não está visível ao público

Below the activities is a button labeled 'Incluir Atividade'.

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

Por fim, o capítulo 4 – Produção dos Professores em Formação Inicial com treze atividades desenvolvidas pelos estudantes na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática, componente da estrutura curricular do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre, no período de janeiro a março do ano de 2023 (Figura 38).

Figura 38 - Capítulo 4 - Produções dos Professores em Formação Inicial.

The screenshot shows the GeoGebra.org interface. On the left, under 'Capítulos', the following chapters are listed:

1. A Localização e seu Entorno
2. Transformações de Figuras
3. Geometria Espacial no Cotidiano
- 4. Produções dos Professores em Formação Inicial** (highlighted with a red box)

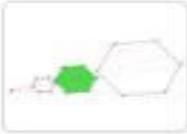
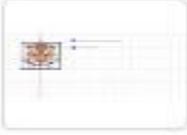
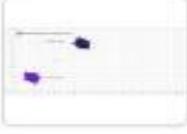
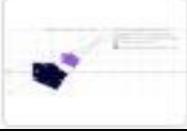
Below the list is a button labeled 'Acrescentar Capítulo'. On the right, the selected chapter 'Produções dos Professores em Formação Inicial' is displayed. Six activities are listed:

1. Transformação de Figuras no...
11 de maio de 2023 - 02:39
Eliete Alves de Lima
Este material não está visível ao público
2. Cópia de Arvore de natal
11 de maio de 2023 - 04:33
Eliete Alves de Lima
Este material não está visível ao público
3. Cópia de TRANSLAÇÃO POR UM ...
18 de março de 2023 - 19:49
Eliete Alves de Lima
Este material não está visível ao público
4. TIPOS DE SIMETRIA: Rotação,...
17 de março de 2023 - 04:03
Eliete Alves de Lima
Este material não está visível ao público
5. Simetrias no GeoGebra
18 de março de 2023 - 22:38
Eliete Alves de Lima
Este material não está visível ao público
6. Cópia de Atividade de reflexão
14 de junho de 2023 - 15:13
Eliete Alves de Lima

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

Na Figura 39, a continuação das atividades dos PFIs no capítulo 4.

Figura 39 - Capítulo 4 - Continuação das atividades dos Professores em Formação Inicial.

7		<p>Cópia de Pentaminó Como Sim...</p> <p>18 de março de 2023 - 20:06</p> <p>Eliete Alves de Lima</p> <p>Este material não está visível ao público</p>
8		<p>Cópia de Homotetia na matem...</p> <p>17 de março de 2023 - 12:48</p> <p>Eliete Alves de Lima</p> <p>Este material não está visível ao público</p>
9		<p>Cópia de Cópia de HOMOTETIA...</p> <p>18 de março de 2023 - 20:02</p> <p>Eliete Alves de Lima</p> <p>Este material não está visível ao público</p>
10		<p>Cópia de Simetria de reflex...</p> <p>14 de junho de 2023 - 18:03</p> <p>Eliete Alves de Lima</p> <p>Este material não está visível ao público</p>
11		<p>Cópia de Cópia de Reflexão ...</p> <p>14 de junho de 2023 - 18:51</p> <p>Eliete Alves de Lima</p> <p>Este material não está visível ao público</p>
12		<p>Simetria de Reflexão de um ...</p> <p>28 de maio de 2023 - 20:31</p> <p>Eliete Alves de Lima</p> <p>Este material não está visível ao público</p>
13		<p>Reflexão, translação, rotaç...</p> <p>22 de maio de 2023 - 05:05</p> <p>Eliete Alves de Lima</p> <p>Este material não está visível ao público</p>

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

As produções dos PFIs contemplam o conteúdo de transformações de figuras: simetria de reflexão em relação a pontos, retas e eixos x e y; simetria de rotação em torno de um ponto (no sentido horário e anti-horário), simetria de translação, homotetia.

Com os capítulos e atividades incluídas no Livro, na aba Título da Página

Conteúdo Título da Página

escolher arquivo para ser a capa do livro. Assim, finalizamos a

sua construção. Para visualizar o Livro basta ir em Visualizar Livro (Figura 40).

Figura 40 - Visualização do Livro Digital Dinâmico.

Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial

Autor: Eliete Alves de Lima

As atividades apresentadas no livro fazem parte de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre - PPGPECIM/UFAC, pela mestranda Eliete Alves de Lima e a sua orientadora Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira, iniciada no ano de 2021, em momento Pandêmico, com professores em formação inicial do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática. As atividades desenvolvidas pelas autoras e Licenciandos em Matemática, constituem o produto educacional "Geometri@s para a Vid@: construções possíveis na formação inicial de professores". Aprovada no comitê de ética em 03/01/2023, CAAE: 64415422.3.0000.5010, com coleta de dados iniciada em 05/01/2023.

Lista de conteúdos

A Localização e seu Entorno

[Cópia de Importância de se localizar](#)

[Cópia de Jogo Acertar as coordenadas dos locais das figuras](#)

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

Dessa maneira, na seção apresentou-se o referencial teórico adotado na pesquisa em que o TPACK sugere que os professores precisam ter uma compreensão de cada um dos sete tipos de conhecimentos para que possam planejar, desenvolver o currículo, promover a aprendizagem e ensinar conteúdos específicos (com escolha da unidade temática de geometria) que visam orientar e promover nos estudantes uma aprendizagem com tecnologia (nossa escolha o portal do *GeoGebra*).

Para ser possível realizar esta ação em um curso de licenciatura em matemática, a pesquisadora juntamente com a orientadora fizeram formações no intuito de planejar aulas com o uso de tecnologias digitais de forma remota (o novo espaço para o ensino e retorno das aulas durante a Pandemia da Covid - 19), com possibilidades de avaliações de conteúdos específicos de matemática com professores da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. E ainda reconhecer nesse caminho as fases das tecnologias digitais em Educação Matemática e as potencialidades do GeoGebra nas construções de atividades e lições, para após intervenções serem inseridas no livro digital dinâmico.

Na seção 5, discorreremos sobre os caminhos metodológicos.

5 CAMINHOS METODOLÓGICOS

Esta seção apresenta o caminho em que a pesquisa está estruturada e organizada acerca dos seus procedimentos metodológicos (abordagem e tipo de pesquisa, os instrumentos que foram utilizados para a coleta e análise dos dados, local de pesquisa e colaboradores). Como destaque, vislumbrou-se na Engenharia Didática²⁴ como a metodologia da pesquisa, uma vez que está relacionada à didática da matemática, sendo composta por quatro fases: 1. Análises preliminares, 2. Concepção e análise *a priori*, 3. Experimentação e 4. Análise *a posteriori* e validação (ARTIGUE, 1996). No entanto, para fins didáticos e estrutura textual apresenta-se nessa seção as fases 1 e 2.

5.1 ESCOLHA DO TEMA, LOCAL E SUJEITOS DA PESQUISA

A proposta inicial do projeto de pesquisa submetida ao processo seletivo ao Mestrado Profissional em Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre tinha como tema: “*Estar junto virtual: possibilidades de uma formação continuada em Matemática online com o google sala de aula*”, cujo os colaboradores seriam os professores que atuam com o ensino de matemática nas escolas da rede estadual do município de Rio Branco.

No entanto, devido ao enfrentamento da emergência de saúde pública decorrente da doença Covid-19, causada pelo coronavírus SARS-CoV-2 e com a necessidade de garantir a redução do risco de contágio da doença, conforme a Portaria SEE N° 764 de 18/03/2020 (ACRE, 2020), resolveu:

Em seu Art. 1° - estabelecer medidas temporárias a serem adotadas pelas unidades escolares, setores administrativos e núcleos de educação da Secretaria de Estado de Educação, Cultura e Esportes, e no & I – resolveu suspender as aulas presenciais nas unidades escolares da rede pública estadual de Educação Básica até o dia 03.04.2020 (ACRE, 2020).

Esse fato, nos fez repensar a proposta inicial e, em nossos encontros de orientação, bem como nas aulas da disciplina *MPECIM 008 - Tecnologias e Materiais*

²⁴ “[...] Possibilita uma sistematização metodológica para a realização prática da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre a teoria e a prática”. (PAIS, 2011, p. 99).

Curriculares para o Ensino de Matemática, ofertada de forma remota no 2º semestre de 2021, observando e colaborando nas aulas da graduação com Licenciandos do Curso de Matemática²⁵, com a orientadora, além de nossa participação conjunta (mestranda e orientadora) no *Curso Geometria*²⁶: *Ensinando e visualizando no geogebra App*, ocorrido de 28/08/2021 a 13/11/2021, formação oferecida aos professores sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, além da participação no *VII Seminário GEPETICEM*²⁷ “O lugar da Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais”, na oficina “*Quem conta e canta, encanta: relações matemáticas na musicalização e na literatura infantil*”, no dia 09 de fevereiro de 2022, nos fez repensar e adequar nosso projeto de pesquisa, com a nova proposta de tema: “*Geometrias para a Vida – TPACK e o GeoGebra na Formação Inicial de Professores*”.

Assim, escolheu-se a unidade temática de geometria, com o uso do *software* GeoGebra (através do portal geogebra.org), uma vez que fizemos formações sobre esse campo de estudo, recebida através da SBEM Brasil (2021, 2022) e SBEM – RJ (2020).

Com as formações continuadas realizadas, nos anos de 2021, 2022 e inicialmente no ano de 2020 (em pleno período de pandemia da Covid -19), de nome “*Cada um na sua casa: alguns caminhos para ensinar matemática em ambientes virtuais*”, realizado entre 11/07/2020 e 19/09/2020, com carga horária de 60 horas, organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Rio de Janeiro (SBEM-RJ) e pelo Grupo de Pesquisa TIME: Tecnologia, Inclusão, Matemática e Educação, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, cujo coordenador o Prof. Dr. Agnaldo Conceição Esquinalha nos permitiu escolher o portal do GeoGebra, para a construção de atividades e lições, bem como a unidade temática de Geometria.

Diante desse caminho definimos o local da pesquisa, a Instituição de Ensino Superior - Universidade Federal do Acre – UFAC e, os nossos 10 (dez) sujeitos, os

²⁵ Vide documentos de apresentação da mestranda encaminhado a coordenação do Curso (ANEXO A) e de autorização do Colegiado do referido Curso (ANEXO B).

²⁶ Curso oferecido aos professores sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – (sbembrasil.org.br), Edital SBEM- DNE 01/2020. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/formacao/ed-infantil-e-anos-iniciais>>. Acesso em: 10 Mar. 2022.

²⁷ O Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) em Educação Matemática – GEPETICEM/UFRRJ. Disponível em: <<http://gepeticem.ufrrj.br/>>. Acesso em: 10 Mar. 2022.

discentes do Curso de Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina de Tecnologia da Informação e Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática (EM) II²⁸, ofertadas no segundo semestre do ano de 2022, que foram convidados para participação da pesquisa (APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre Esclarecido – TCLE).

5.2 A PESQUISA

Trata-se de uma abordagem qualitativa da pesquisa em Educação, uma vez que não nos interessa os dados numéricos alcançados por procedimentos estatísticos ou outro tipo de quantificação, e sim, explorar o mundo real e o sujeito, podendo descrevê-lo e analisá-lo. Segundo Esteban (2010), esse tipo de pesquisa “[...] pode referir-se sobre a vida das pessoas, histórias, comportamentos e também ao funcionamento organizativo, aos movimentos sociais e as relações e interações”.

Assim, a pesquisa qualitativa, conforme Esteban (2010):

É uma atividade sistemática orientada à compreensão em profundidade de fenômenos educativos e sociais, à transformação de práticas e cenários socioeducativos, à tomada de decisões e também ao descobrimento e desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos (ESTEBAN, 2010, p. 127).

Portanto, buscamos analisar o conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK)²⁹ nas aulas da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Matemática II, com os PFI da UFAC, no Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra - com o planejamento e aplicação de atividades e lições.

²⁸ CCET 461 – TICs no Ensino de Matemática II - Ensino de Matemática utilizando: tecnologias da informação e da comunicação voltada para a Resolução de Problema, História da Matemática, Modelagem e Jogos Matemáticos. Projetos interdisciplinares. Aulas experimentais com uso de Tecnologias da informação e da comunicação relacionado tópicos de aritmética. Álgebra, Geometria, Tratamento de Informação, Princípios de Combinatória. Disponível em: portal de EMENTAS DA UFA

²⁹ Segundo Mishra e Koehler (2006), Niess (2012) e outros pesquisadores, o TPACK é mais do que conhecimento de conteúdo, pedagógico e tecnológico, considerados de forma individual, “envolve uma relação dinâmica entre esses domínios do conhecimento e as habilidades do professor para ensinar conteúdos específicos em níveis escolares (GUTIÉRREZ-FALLAS, HENRIQUES, 2020).

As aulas aconteceram no laboratório de informática do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre – UFAC. Como instrumentos de coletas de dados: formulário no *google docs* – Roteiro de Entrevista (APÊNDICE B), de forma síncrona o aplicativo *Padlet*³⁰ (APÊNDICE G), cujo modelo escolhido foi o de coluna (agrupamos os conteúdos em uma série de colunas), com o intuito de construir “um mural dinâmico em formato de painel virtual que possibilita gravação e compartilhamento de conteúdo multimídia de maneira interativa” (ALMEIDA, 2001).

No entanto, o projeto de pesquisa foi submetido ao comitê de ética na Plataforma Brasil no ano de 2022, e a sua aprovação ocorreu em 03/01/2023, conforme o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética - CAAE: 64415422.3.0000.5010. Devido a este fato, a coleta de dados iniciou no dia 05/01/2023, com a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE A) dos sujeitos da pesquisa.

5.3 FASES DA PESQUISA Á LUZ DA ENGENHARIA DIDÁTICA

O termo Engenharia Didática emergiu da Teoria Educacional da Didática da Matemática, no início dos anos 80, essa nomenclatura faz uma analogia entre o trabalho do engenheiro, em relação à concepção, planejamento e execução de um projeto e a de um pesquisador em didática – “educador”. Da mesma forma que o engenheiro, o “educador”, depende de um conjunto de conhecimentos sobre os quais ele tem domínio profissional. Essa linha de pesquisa francesa, possui uma forma específica para organizar os procedimentos metodológicos da pesquisa, pois contempla desde a teoria até a experimentação (ARTIGUE, 1996).

No campo da didática, as dimensões da teoria e da experiência no fenômeno da aprendizagem se complementam, uma vez que relacionamos os aspectos científicos com a prática pedagógica em sala de aula, nesse ponto a engenharia didática está inserida. Assim, essa metodologia da engenharia didática nos remete Artigue (1996) “[...] se caracteriza por ser um esquema experimental baseado em

³⁰ *Padlet* é um aplicativo que permite a construção de murais virtuais que utilizam linguagem multimodal (texto, imagens, vídeos, áudios, hiperlinks), (ALMEIDA, 2021).

realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise das sequências de ensino”.

Dessa forma, a engenharia didática mantém uma articulação entre o saber acadêmico e o saber a ser ensinado, com o objetivo de aproximar a academia das práticas escolares (PAIS, 2011).

A metodologia de pesquisa, engenharia didática desenvolve-se através de quatro fases consecutivas: Análises preliminares; Concepção e análise *a priori*; Experimentação e Análise *a posteriori* e validação.

A primeira fase, a *análise preliminar*, conforme Artigue (1996), envolve a análise epistemológica dos conteúdos apontados pelo ensino, pautado com a análise do ensino tradicional e dos seus efeitos, como também as concepções dos alunos, bem como as dificuldades, obstáculos que podem estabelecer sua evolução, as formas de estudo e o que se relaciona com o sistema educativo. Nessa fase, pode-se identificar as plausíveis causas de um problema de pesquisa e as diversas maneiras que poderá solucionar do ponto de vista didático.

Nessa fase delimitamos o problema da pesquisa a ser estudado com base nas vivências do curso online em Formação Continuada SBEM – Geometria, com leituras e atividades práticas desenvolvidas no curso sobre o ensino de geometria com o aplicativo GeoGebra. Observamos que o grupo que era composto por professores de vários estados do Brasil (que lecionam nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, Médio e Superior) as dificuldades de ensinar geometria com o uso de tecnologia de forma remota.

Então, tivemos a experiência de apresentar para esse grupo atividades voltadas para essa temática e percebemos as dificuldades dos professores cursistas, no âmbito teórico e tecnológico. Assim, vislumbramos a necessidade de investigar essa situação relatada na formação inicial de professores de matemática da UFAC.

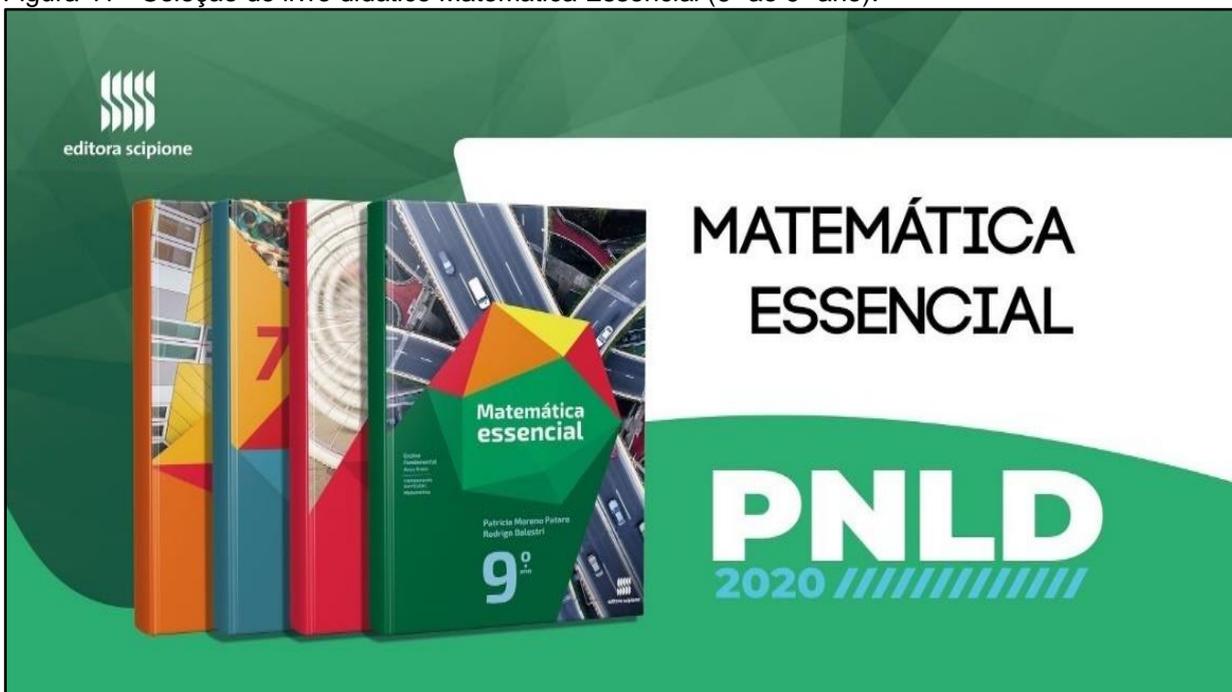
Com o intuito de avaliarmos nossas atividades e posteriormente melhorarmos, resolvemos iniciar nossa investigação com os alunos do Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre, com a turma de 2021, onde aplicamos uma atividade no GeoGebra relacionando a Geometria Espacial com o nosso cotidiano, exploramos os sólidos geométricos nas construções de pirâmides, cones, cilindro, esfera, cubo e prima (APÊNDICE E).

Sendo assim, iniciou-se a pesquisa com o levantamento bibliográfico no banco digital de teses e dissertações especificando o uso de tecnologia, formação inicial e geometria.

Outro aspecto relevante, foi investigar o livro didático³¹ de Matemática adotado na escola estadual de educação básica do município de Rio Branco - AC, frente a abordagem da geometria e as possíveis tecnologias utilizadas, para embasar o planejamento das sequências didáticas pela pesquisadora e licenciandos.

Dessa forma, tomamos como base na pesquisa a utilização a coleção de Pataro e Balestri (2018), cujo manual do professor acompanha um CD. A coleção está organizada em quatro volumes (6º, 7º, 8º e 9º anos) em que os conteúdos estão estruturados em capítulos e organizados em tópicos e subtópicos, correspondendo às habilidades, aos objetos de conhecimentos e às competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conforme Figura 41.

Figura 41 - Coleção do livro didático Matemática Essencial (6º ao 9º ano).



Fonte: <https://www.google.com/search?q=matem%C3%A1tica+essencial+-+pnld+2020>.

Essa coleção Matemática Essencial aborda atividades que estão relacionadas a realidade dos estudantes em que desenvolve competências e habilidades em

³¹ PATARO, P.M.; BALESTRI, R. Coleção Matemática Essencial. Ensino Fundamental Anos Finais (6º ao 9º). 1. Ed. São Paulo: Scipione, 2018. PNLD 2020,2021,2022, 2023. (PATARO; BALESTRI, 2018).

situações diversas. Além disso, possui uma seção que destaca a tecnologia, com programas e ferramentas para uso de computador, como o GeoGebra e planilha eletrônica (Calc.), que podem ser acessados gratuitamente.

Essa coleção aborda situações e assuntos do cotidiano, utilizando nas atividades uma linguagem clara e acessível que permite o aluno assimilar os conteúdos de forma gradativa de acordo com os requisitos da BNCC. O que podemos destacar nessa obra é que no final de cada capítulo tem a seção “explorando o que estudei”, com o intuito do aluno recordar o assunto estudado com foco no dia a dia. A seção Cidadania com temas elencados na BNCC que podem despertar um pensamento crítico conforme a situação apresentada e a seção Explorando Tecnologias (Figura 42), que estimula o aluno a utilizar ferramentas tecnológicas para ter um melhor aprendizado.

Figura 42 – Explorando Tecnologias: GeoGebra e Calc.

Explorando tecnologias

Os constantes avanços tecnológicos são notados pelas versões de equipamentos eletrônicos lançadas praticamente todos os dias, além das novas linguagens e programas computacionais.

As gerações atuais, já inseridas na cultura digital, de modo geral, lidam facilmente com esses avanços. Entretanto, é necessário que desenvolvam habilidades cada vez mais refinadas e específicas para destacarem-se no mundo do trabalho, que também tem sido muito influenciado pela tecnologia.

Compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) é imprescindível para se comunicar por meio das diferentes linguagens e mídias, produzir conhecimentos, resolver problemas e desenvolver projetos autorais e coletivos.

Nesta seção, indicamos possibilidades de utilização de alguns programas computacionais que contribuem para a visualização e a verificação de propriedades matemáticas, uma vez que permitem construções e efeitos pouco viáveis de serem realizados apenas com lápis, papel e instrumentos físicos de medição e desenho. Com isso, esperamos ampliar o repertório de utilização das tecnologias digitais, a fim de favorecer a capacidade de se comunicar e resolver problemas por meio de alguns recursos tecnológicos disponíveis gratuitamente.

Convidamos você para conhecer e explorar o uso de tais recursos computacionais e experimental, de diferentes maneiras, os conteúdos matemáticos presentes em seu livro, o que torne o estudo mais interessante e dinâmico.

GeoGebra.....281

Transformação de figuras geométricas.....282

Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.....284

Equações do 2º grau do tipo $ax^2 = b$286

Mediatrizes e circuncentro de um triângulo.....287

Bissetrizes e incentro de um triângulo.....288

Polígonos regulares.....289

Planilha eletrônica.....291

Potências e raízes.....292

Valor numérico de um polinômio.....293

Porcentagem e regra de três.....294

GeoGebra

GeoGebra é um programa computacional gratuito que combina recursos de construções geométricas, algébricas, gráficos, tabelas e cálculos. Sua interface é simples e exibe comandos para realizar diferentes tipos de construções. Para fazer o download e instalá-lo, basta acessar o endereço eletrônico <www.geogebra.org>. Acesso em: 24 ago. 2018. O site também possui informações e materiais de apoio para a utilização do programa.

Veja algumas ferramentas do GeoGebra que serão úteis nesta seção.

- Para Perpendicular
- Medidor
- Bissetriz
- Teorema
- Interseção de Dois Objetos
- Mover
- Polígono
- Polígono Regular
- Ângulo
- Arco
- Controle Deslocamento
- Criação dados Centro e um de seus Pontos
- Reflexão em Relação a uma Reta
- Rotação em Torno de um Ponto
- Translação por um Vetor

Configura elementos, como eixos, malha e objetos. Para um objeto, selecione-o e altere características, como cor, estilo e exibição.

Exibe ou oculta a malha.

Exibe ou oculta os eixos.

Ao selecionar uma ferramenta nos botões da barra superior, aparecerá neste campo a ação que o usuário deve realizar na janela de Visualização.

Aumenta o zoom.

Diminui o zoom.

Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Assim, fizemos uma análise de cada volume dessa coleção e percebemos que possuem capítulos que contemplam conteúdos que norteiam a pesquisa. O capítulo 1 do livro do 6º ano, aborda Figuras geométricas espaciais (Figura 43), as quais podemos encontrar essas formas construídas pelo homem e até mesmo essas características pode-se observar na natureza.

Figura 43 - Representações de figuras geométricas espaciais no cotidiano.



Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Nesse mesmo volume, o capítulo 9 enfatiza o conteúdo Localização e pares ordenados. Para expor esse conteúdo foi utilizado o sistema de satélite que localiza pontos específicos para realizar a segurança no decorrer do deslocamento de uma aeronave de um lugar para outro e o próprio assento do avião para exemplificar localização. Para demonstrar os pares ordenados utilizou-se no desktop do notebook, o GeoGebra com a janela de visualização com a representação do plano cartesiano, uma malha quadriculada composta por dois eixos, um vertical e outro horizontal e a representação de um quadrado, seus vértices A, B, C e D, cuja representação da área na cor amarela e lados com sete unidades de medidas, como ilustra a Figura 44.

Figura 44 - Representação de assentos de uma aeronave e a representação no GeoGebra.



Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Já no volume do 7º ano, o capítulo 11 aborda a Simetria e transformação de figuras, e para termos a ideia de simetria de reflexão foram utilizados vários elementos da natureza para percebermos que a matemática está em nosso dia a dia, sejam em plantas, animais, obras de arte e outros objetos, como podemos observar na Figura 45. Para reconhecermos e construirmos conceitos de simétricas: translação, rotação e reflexão, podemos usar *softwares* de geometria, conforme indica a obra, o aplicativo *GeoGebra*.

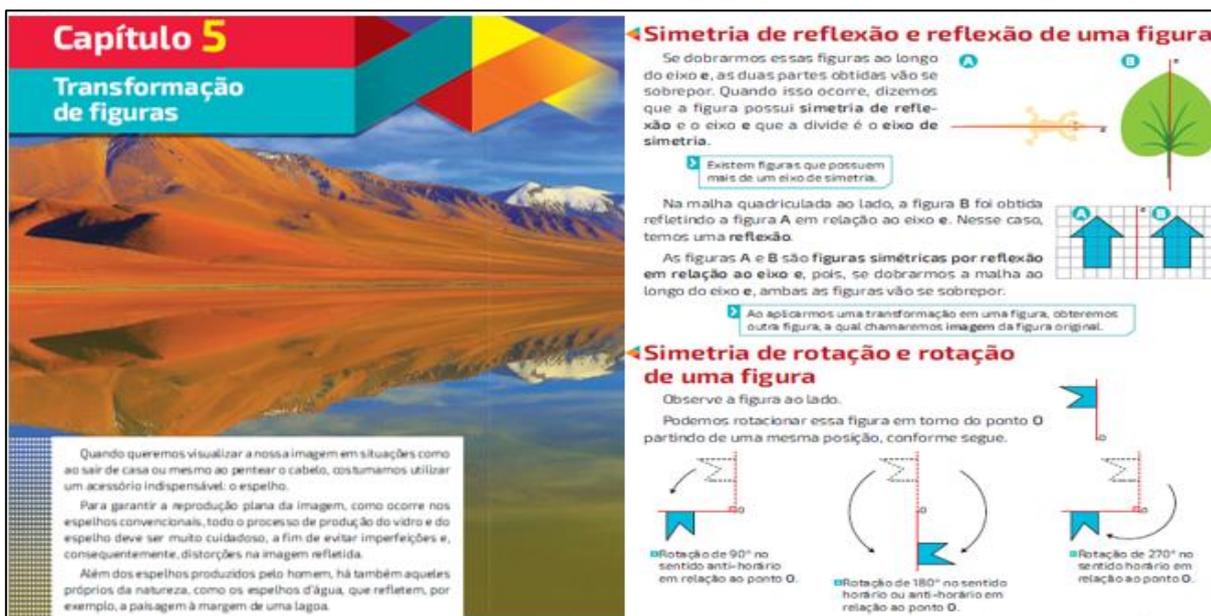
Figura 45 - Exemplos de simetrias encontrados em vários objetos.



Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

No volume do 8º ano, o conteúdo abordado é Transformação de figuras que se encontra no capítulo 5, que inicia exemplificando o objeto espelho que utilizamos para refletir nossa imagem, mas também existem os próprios da natureza, que são os espelhos d'água, que refletem a paisagem. Como também, representações de simetria de reflexão numa folha (elementos da natureza), e eixo de simetria, bem como exemplos de simetria de rotação em figuras geométricas. Também aborda translação de uma figura, como podemos observar na Figura 46.

Figura 46 - Exemplos de simetrias em elementos da natureza e figuras geométricas.



Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Logo, o volume do 9º ano destaca as figuras geométricas espaciais (Figura 47), retomando esse conteúdo já foi estudado no 6º ano, porém aborda de forma mais aprofundada. Apresenta também figuras geométricas com representações em perspectiva e o outro conteúdo que nos interessa que essa série expõe é homotetia (redução e ampliação), que podemos usar o *software* GeoGebra para expor uma atividade.

Figura 47 - Representações de figuras geométricas e homotetia.

Capítulo 12
Figuras geométricas espaciais

Relembrando figuras geométricas espaciais
Diversos objetos e elementos do cotidiano, por apresentarem determinadas características, podem ser associados a figuras geométricas espaciais. Veja alguns exemplos:

- Caixa que lembra um retângulo retangular.
- Tubo de celulosa que lembra um paralelepípedo retangular obliquo retangular.
- Dado com quatro faces, que lembra uma pirâmide de base triangular.
- Caixa que lembra um prisma de base hexagonal.
- Meio que lembra um cilindro.
- Cone de sinalização que lembra um cone.
- Bola de basquetebol que lembra uma esfera.

É possível classificar algumas figuras geométricas espaciais em **poliedros** e **não poliedros**. Os poliedros são figuras geométricas espaciais limitadas por uma quantidade finita de polígonos, de maneira que cada lado de um polígono seja também lado de apenas um outro polígono. Já as figuras que não têm pelo menos uma dessas características são chamadas não poliedros. Veja alguns exemplos.

Poliedros (face, vértice, aresta)

Não poliedros

Homotetia
No exemplo desse tópico, vamos construir uma redução na razão 1 : 2 e uma ampliação na razão 3 : 2 de um polígono.

1. Selecione a ferramenta Polígono e construa um polígono qualquer. Depois, marque um ponto, neste caso O, externo ao polígono.
2. Com a ferramenta Homotetia, clique no polígono e, em seguida, no ponto O na janela que será exibida, digite 1/2 ou 0,5 no campo Fator, para construir uma redução do polígono na razão 1 : 2, e clique em OK. $1:2 = \frac{1}{2} = 0,5$
3. De maneira parecida, construa uma ampliação do polígono do passo 1 na razão 3 : 2, inserindo o valor 1,5 no campo Fator.
4. Se necessário, modifique o zoom da Janela de Visualização para que seja possível visualizar os três polígonos.

Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Com a finalidade de termos uma avaliação prévia de nosso planejamento de atividades com o uso do GeoGebra, com a exploração de conteúdos de geometria (organizados em atividades de lições) e com um olhar no TPACK, recorremos aos mestrandos da turma de 2021. Assim, coincidiu que precisaríamos planejar e apresentar atividades solicitadas pelas docentes do MPECIM que ministraram a disciplina *Tecnologia e materiais curriculares para o ensino de Matemática*, com temas da educação básica e uso do aplicativo GeoGebra em aulas remotas. Dessa forma, ampliamos a atividade inicial com cinco questões para dezesseis questões, da Atividade de Localização (APÊNCICE C) e atividade de geometria espacial (APÊNCICE E). Essa ação nos permitiu replanejar e ampliar nossa sequência didática que foi melhor explorada nas fases seguintes.

A segunda fase, concepção e *análise a priori* é muito relevante para a pesquisa, é a partir dessas análises que o pesquisador verifica as variáveis e as decisões que serão adotadas e os possíveis caminhos e solução para o problema.

Segundo Artigue (1996) para facilitar a análise dessa fase da engenharia é imprescindível definir dois tipos de variáveis: as macro-didáticas ou globais, que dizem respeito à organização global da engenharia e as micro-didáticas ou locais, que dizem respeito à organização local da engenharia, seja em uma sessão ou uma fase.

Compreende-se *análise a priori* como uma análise do controle de comportamento e sentido. Assim, esse aspecto deve ser levado em consideração,

pois a teoria construtivista aborda o princípio do compromisso do estudante na construção dos seus conhecimentos e seus significados por intermédio de interações com determinado meio. A teoria das situações didáticas que fundamentam a metodologia da engenharia possui, desde o seu princípio, a aspiração de se estabelecer como uma teoria do controle das relações entre sentido e situação. (ARTIGUE, 1996).

Na segunda fase, *a análise a priori*, delimitamos os 10 (dez) sujeitos da pesquisa (quatro mulheres e seis homens), em formação inicial do curso de Licenciatura em Matemática, além de definir aqueles que gostariam de participar de nossa investigação³², dentre aqueles matriculados na disciplina ofertada, com o uso das tecnologias digitais da informação e comunicação no ensino. Conforme o Quadro 1 e estrutura curricular vigentes a partir do ano de 2019, foi escolhida a disciplina CCET 461 (Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino da Matemática II). Assim, com a solicitação do Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática – UFAC, desenvolvemos a nossa pesquisa no âmbito dessa disciplina. As informações anteriores compõem as variáveis macro-didáticas de nossa pesquisa. Bem como recebemos a carta de anuência da coordenação (ANEXO B).

Como variáveis micro-didáticas, elaboração de um roteiro de atividades (*padlet*³³, roteiro de entrevista - formulário³⁴ (APÊNDICE B), GeoGebra sala de aula/classroom) e registros gravados (sistema de gravação do *Windows*) nas aulas de Tecnologias da Informação e Comunicação para o ensino de Matemática para análise de sequência didática que exploram o tema.

Conforme Artigue (1996), nessa fase delimitamos as variáveis de comando (as macro-didáticas e as micro-didáticas) escolhidas, nas quais torna-se possível exercer algum controle, relacionando o conteúdo estudado e atividades que os estudantes podem desenvolver.

Também, nessa fase decidimos pelo conteúdo de geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental, descritos na coleção de Pataro e Balestri (2018),

³² APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

³³ APÊNDICE G – uso da *padlet* como tecnologia educacional. Disponível em: <https://padlet.com/elietelimaac/a7zdg3e22luikye0>. Acesso em: 05 jan. 2023.

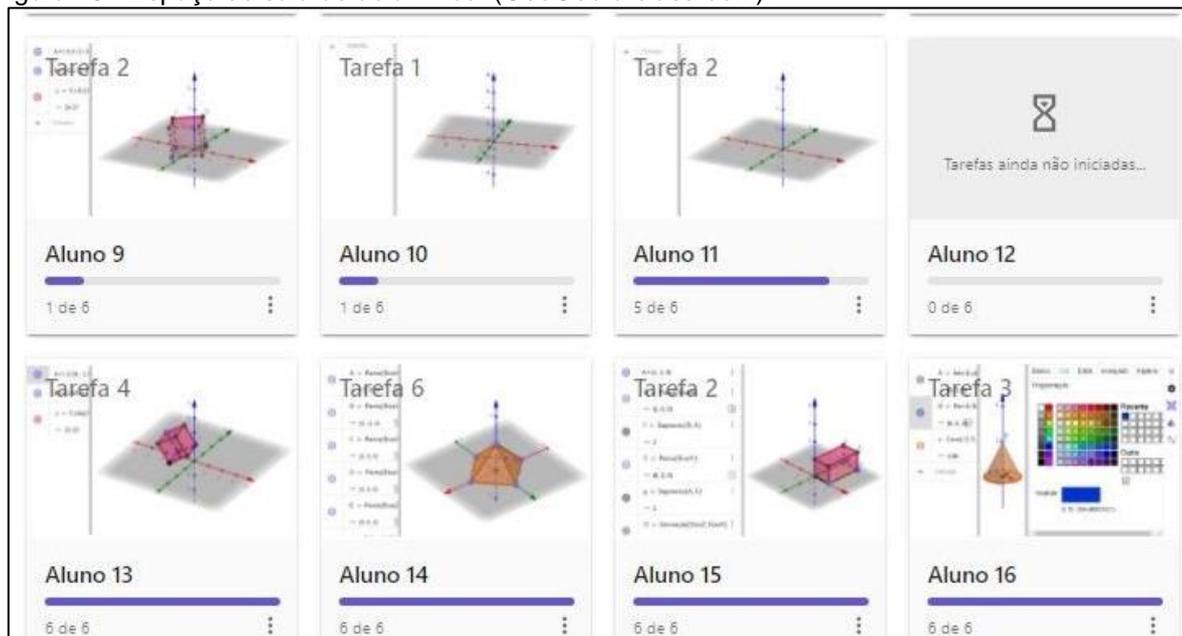
³⁴ APÊNDICE B – Roteiro de entrevista no formulário docs. Disponível em: <https://forms.gle/tjLY4WhT8ofvd3Cj8>. Acesso em: 20 mar. 2023.

apresentados na fase 1. Para isso, escolhemos o aplicativo *software GeoGebra*³⁵ para explorar o ensino da matemática, específico a unidade temática de geometria. A escolha desse aplicativo deu-se: por ser um *software* livre, ter possibilidades de uso em celulares, computadores e *tablets*, bem como possibilita a construção de atividades, lições, livro dinâmico, podendo ser utilizado e visualizado, em tempo real, por todos que possuem o código de acesso a uma sala de aula virtual. Ou ainda, fazer uma atividade avaliativa

Além disso, a escolha também se deu pela formação recebida pela pesquisadora através dos cursos ofertados aos sócios da SBEM/RJ e SBEM/Brasil: Cada Um Na Sua Casa: alguns caminhos para ensinar matemática em ambientes virtuais – CUNSC e Geometria: Ensinando e visualizando com o *GeoGebraApp* para os Anos Iniciais.

Portanto, os mestrandos e licenciandos (na pandemia da Covid - 19 e pós pandemia³⁶), até então não sabiam das potencialidades do *GeoGebra* para um ensino de matemática, em um ambiente de sala de aula (virtual) mais dinâmico e colaborativo, e ainda, que as atividades podem ser visualizadas por todos no espaço sala de aula/classroom (Figura 48). (LIMA, BANDEIRA, 2022).

Figura 48 - Espaço de sala de aula virtual (GeoGebra classroom).



Fonte: <https://www.geogebra.org/classroom/gdcbccqc>. (LIMA, BANDEIRA, 2022).

³⁵ Nas unidades temáticas de geometria que orientam o uso de *software* de geometria dinâmica (BRASIL, 2017).

³⁶ Licenciandos na pós pandemia foram os sujeitos da pesquisa.

Além do mais, foram observadas as condições dos licenciandos para a realização de aulas remotas (devido a pandemia da Covid -19) e, no período pós pandemia as possibilidades online, híbrida e presencial, bem como os aplicativos que conheciam para o ensino de matemática com o uso do Padlet (APÊNDICE G).

Na seção 6, as intervenções pedagógicas, com as fases 3 e 4 da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996).

6 INTERVENÇÕES PEDAGÓGICAS

Esta seção dedica-se as duas últimas fases da Engenharia Didática, metodologia escolhida para realizar essa pesquisa. Dessa forma, a terceira fase, a *experimentação* é o momento para colocamos em prática a(s) sequência(s) didática(s), pois de acordo com Artigue (1996) nessa fase são planejadas e analisadas previamente sequências de aulas com a finalidade de observar situações de aprendizagens envolvendo conceitos previstos na pesquisa. A quarta fase, *análise a posteriori e validação*, analisamos as produções dos PFIs nas atividades realizadas, com um olhar qualitativo, confrontando os dados com as análises preliminares, com a análise posteriori e o referencial teórico TPACK.

6.1 FASE 3: A EXPERIMENTAÇÃO

Nessa seção serão descritas as intervenções realizadas de janeiro a março do ano de 2023³⁷ com os sujeitos da pesquisa. Para tal, foram ao longo da pesquisa planejadas quatro sequências didáticas³⁸: 1 - Importância de se localizar; 2 - Jogo acertar as coordenadas dos locais das figuras (as sequências 1 e 2 estão no Livro digital dinâmico no capítulo 1 – Localização e seu Entorno); 3 - Geometria Espacial no Cotidiano (está no Livro digital dinâmico no capítulo e 4 – Transformações de figuras (Livro digital dinâmico no capítulo 2 – Transformações de Figuras).

Assim, a terceira fase, a *experimentação* é uma etapa muito importante para a pesquisa, pois é a ocasião de colocarmos em execução as construções feitas anteriormente pela pesquisadora, ou seja, é o momento de aplicarmos as sequências didáticas (SD) e verificarmos a sua funcionalidade e as alterações que serão necessárias no decorrer da aplicabilidade. É o momento que podemos coletar dados e registros para a fase conseguinte.

Uma sequência didática conforme Pais (2011) é composta por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente que tem como finalidade observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa.

³⁷ Após a aprovação da pesquisa no CAAE: 64415422.3.0000.5010, no dia 03/01/2023.

³⁸ As sequências didáticas estão nos capítulos 1, 2, 3 e 4 no Livro Digital Dinâmico, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/xqy5erki> Acesso em: 25 jun. 2023.

Sendo assim, a fase da experimentação é o onde permite um olhar crítico e reflexivo do pesquisador e sujeitos da pesquisa frente a sequência didática construída.

Nessa fase, aplicou-se quatro sequências didáticas, das quais três delas foram disponibilizadas através de links (e-mail e/ou no grupo de WhatsApp) para a turma da disciplina de Tecnologias da Informação e da Comunicação no Ensino de Matemática II (CCET461 TIC II), cuja as aulas ocorreram no laboratório de informática do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC. Os estudantes que não compareciam as aulas, podiam responder as atividades em outro espaço não formal (com o uso do celular, ou tablet, ou computador pessoal ou notebook).

Os encontros com os sujeitos da pesquisa iniciaram no dia 05 de janeiro de 2023, com a apresentação da mestranda. Informando aos presentes que as aulas da disciplina ocorriam às quintas-feiras, das 13h30min às 15h10min, com dois tempos de 50 minutos. Além do mais, informou da autorização de participação da mestranda na disciplina CCET461, com a anuência da Coordenação do Curso (ANEXO B) e que estavam sendo convidados para participar como sujeitos da pesquisa intitulada “Geometrias para a vida - TPACK e o GeoGebra na formação inicial de professores” do MPECIM/UFAC.

Assim, foi entregue a cada aluno um, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (APÊNDICE A) que foi lido em voz alta pela mestranda, esclarecendo as dúvidas. Diante do exposto, dez (10) licenciandos assinaram o termo, de quatorze (14) matriculados, que foram nomeados por PF1, PF2, ..., PF10 sendo os sujeitos de nossa pesquisa.

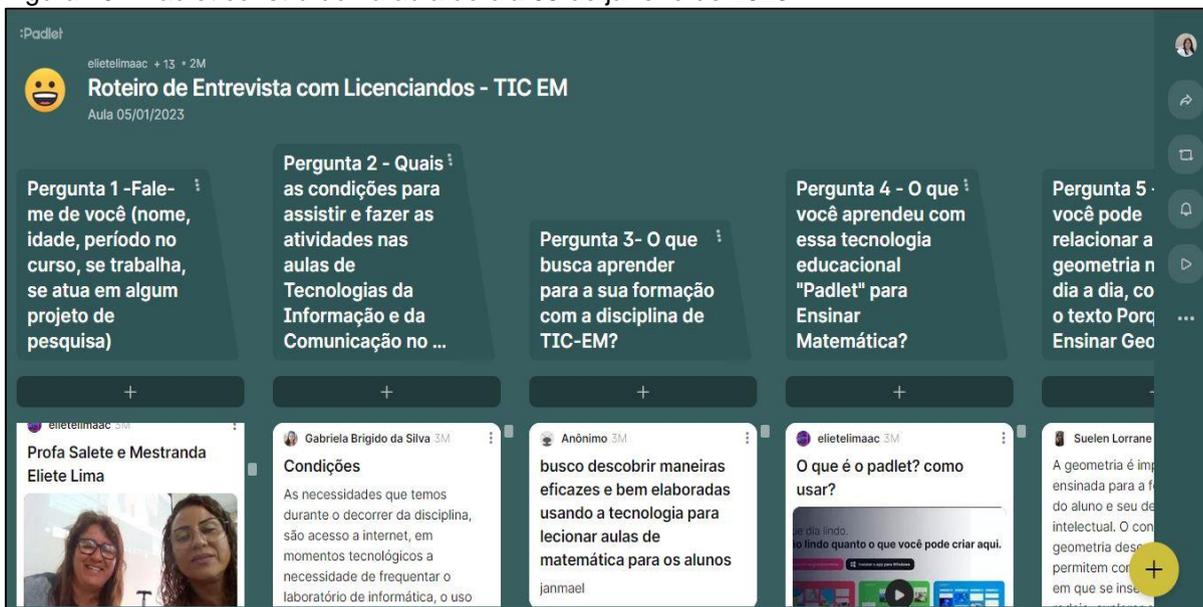
E como forma de conhecer melhor os sujeitos da pesquisa, apresentamos o Padlet com o intuito de mostrar o seu uso para fins educacionais. O aplicativo Padlet permite a construção de murais virtuais que utilizam linguagem multimodal, ou seja, texto, imagens, vídeos, áudios, hiperlinks (ALMEIDA, 2021).

O modelo de Padlet (APÊNDICE G) escolhido foi o de colunas (Figura 49), com cinco perguntas, de forma que todos pudessem interagir no momento da aula, incluindo materiais, por meio do link. Nosso intuito foi de construir com a turma um mural dinâmico, no formato de um painel virtual, com possibilidades de incluir imagens da câmera, textos, vídeos do youtube, ou seja, compartilhar os mais diversos conteúdos multimídias de forma interativa.

Os estudantes que não conseguiram responder todas as perguntas no dia

05/01, por isso foi disponibilizado o link³⁹ por meio do grupo de WhatsApp da turma e no horário do dia 12/01 finalizamos essa atividade.

Figura 49 - Padlet construído na aula do dia 05 de janeiro de 2023.



Fonte: Elaboração da mestrandia e orientadora, 2023.

Com relação a 1ª coluna, a partir do padlet construído na aula com os estudantes, temos a Pergunta 1- **Fale-me de você** (nome, idade, período no curso, se trabalha, se atua em algum projeto de pesquisa), as respostas obtidas no Quadro 09.

Quadro 9 - Resultados 1ª Coluna - Pergunta 1.

Licenciandos	1ª Coluna - Resultados
PF11	Tenho 20 anos, estou no 8 período do curso. Atualmente não trabalho. <u>Participo do programa PET</u> - Conexões de Saberes - UFAC (As informações abaixo do título)
PF2	Tenho 23 anos, estou no 6º período em licenciatura em matemática na ufac e faço parte da <u>residência pedagógica</u> . (colocou as informações no título). Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.
PF13	Tenho 22 anos, estou no quarto período de licenciatura em Matemática na Ufac, não trabalho, e participo do <u>PIBID</u> . (Escreveu todas as informações no título). Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.
PF14	Tenho 36 anos. Curso o 8º período de Licenciatura Plena em Matemática-UFAC. Já trabalho como professor de Física da Educação Básica. (As informações abaixo do título) Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.

³⁹ <https://padlet.com/elietelimaac/a7zdg3e22luikey0>.

PFI5	Tenho 22 anos. Estou no 8º Período de Licenciatura Plena em Matemática-UFAC, não trabalho, participo do programa PET. (As informações abaixo do título) Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.
PFI6	Tenho 18 anos, atualmente trabalho como jovem aprendiz na Casa da Sogra. Meus hobbies favoritos são: ler e praticar esportes. (As informações abaixo do título). Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.
PFI7	Tenho 20 anos, sou aluna da Matemática e estou no 5º período. Na Ufac, faço parte do PIBID, e no momento dedico meu tempo somente aos estudos. (As informações abaixo do título). Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.
PFI8	Tenho 20 anos e estou no 5º período de licenciatura em matemática, trabalho de jovem aprendiz na parte da manhã em uma escola de cursos livres. (As informações abaixo do título). Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.
PFI9	Colocou título – nome. Sou aluno 5º período estou buscando aprender o máximo possível para poder contribuir no aprendizado dos alunos. trabalho como autônomo na parte da manhã. Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.
PFI10	Colocou título - nome Utilizo apenas os recursos do celular até o momento. (As informações abaixo do título). Incluiu uma foto sua usando o recurso câmera.

Fonte: Elaboração da autora.

Conforme os dados apresentados no Quadro 9, identificou-se que os estudantes estão na faixa etária de idade 18 a 36 anos, isso corresponde que eles se encaixam entre as Gerações Y e Z. A Geração Y compreendem os nascidos nas décadas de 1980 e 1990. Essa Geração viveu “o surgimento da internet, teve acesso à televisão, a programações transmitidas por satélites e a computadores e notebook. Já se questionavam como a sociedade vivia sem esses recursos tecnológicos” (TAJRA, 2019, p. 25). Já a Geração Z encontra-se os nascidos nas décadas de 2000 e 2010, “[...] tiveram acesso ao mundo pela internet. [...] é uma geração multitarefa que realizam diversas atividades ao mesmo tempo. Discutem vários assuntos e assumem diferentes papéis” (TAJRA, 2019, p. 26). O que destacamos nessa Geração é que não existe barreiras geográficas e temporais, como também é comum terem mais de uma profissão.

Com relação a 2ª coluna, com a Pergunta 2 - **Quais as condições para assistir e fazer as atividades nas aulas de Tecnologias da Informação e da Comunicação no Ensino de Matemática (TIC - EM)?** no Quadro 10.

Quadro 10 - Resultados 2ª Coluna - Pergunta 2.

Licenciandos	2ª Coluna - Resultados
PF11	As necessidades que temos durante o decorrer da disciplina, são acesso a internet, em momentos tecnológicos a necessidade de frequentar o laboratório de informática, o uso de celulares e computador.
PF12	Na UFAC temos acesso a internet e a computadores para as aulas de TICs e demais no laboratório para realização das atividades propostas. E em casa tenho notebook e acesso a internet
PF13	Temos um laboratório de informática municiados de bons computadores e internet (nem sempre é boa), tenho um celular, mas não possuo internet em casa, sendo assim dependendo totalmente das instalações da UFAC para atividades que necessitem do uso de tecnologias. Allan
PF14	Diante do cenário, as condições para desenvolver as atividades da disciplina Tecnologia da Informação e da Comunicação no Ensino de Matemática são adequadas, pois tenho acesso a internet, tenho computador/notebook, celular e materiais adaptados disponibilizados pela a professora da referida disciplina.
PF15	Essencialmente é preciso ter condições de acesso à internet e a computadores, celulares para as aulas de tics, e ainda, acesso também ao laboratório para realização das atividades propostas.
PF16	Notebook ou celular e tenho acesso a internet.
PF17	Faço uso do computador e às vezes do celular.
PF18	Possuo notebook, celular e internet.
PF19	Utilizo notebook e celular para assistir as aulas, fazer pesquisas dos materiais disponibilizado e buscando conhecer e manusear as novas tecnologias da melhor forma possível.
PF110	Utilizo apenas os recursos do celular até o momento.

Fonte: Elaboração da autora.

Em relação as condições para as aulas, a maioria dos estudantes possuem notebook e celular. Destacam da importância do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC por ter um laboratório de informática com acesso à internet e computadores para as aulas da referida disciplina. Para aqueles que não possuem computadores e nem internet, podem fazer uso do laboratório para fazer as atividades do curso, além de poderem utilizar seu tablet ou celular com acesso à internet nas atividades das disciplinas.

Com base nos depoimentos dos alunos viu-se que a estrutura física do laboratório de informática do curso atende as necessidades formativas dos professores em formação inicial que podem fazer uso de práticas (com o uso de

softwares híbridos⁴⁰) para ensinar matemática para a nova geração nas escolas, a exemplo do padlet que permitiu mesmo de forma presencial a interação dos estudantes por meio de uma tecnologia que pode ser considerada educacional (TAJRA, 2019).

Com relação a 3ª coluna, com a Pergunta 3 - **O que busca aprender para a sua formação com a disciplina de TIC-EM?** no Quadro 11.

Quadro 11 - Resultados 3ª Coluna - Pergunta 3.

Licenciandos	3ª Coluna - Resultados
PFI1	Conhecimentos, durante o processo da disciplina, é possível aprender como utilizar as tecnologias nas aulas de matemática. Em busca de apresentar para os alunos uma matemática interativa, que desperte a atenção e curiosidade dos mesmos.
PFI2	Busco descobrir maneiras eficazes e bem elaboradas usando a tecnologia para lecionar aulas de matemática para os alunos.
PFI3	Aprender maneiras variadas de ensinar a matemática usando tecnologias para facilitar o entendimento e ajudar na dinâmica das aulas.
PFI4	Qualificação Profissional. Primeiramente, nós professores em formação temos que buscar novas ferramentas para desenvolver boas práticas de Ensino-aprendizagem. Nesse sentido, vejo que a disciplina de TIC-EM pode contribuir bastante na formação docente. A disciplina TIC-EM vem trazendo novas metodologias e práticas docente. Então, por meio dessa disciplina busco me qualificar melhor para executar boas práticas de ensino.
PFI5	Expandir os horizontes do conhecimento através de práticas "fora da caixinha" que proporcionem o diferencial na elaboração e execução de um plano de aula de forma interessante, de forma a atrair a atenção de meus alunos bem como inclusiva.
PFI6	Atualmente, o uso da TIC facilita o preenchimento de lacunas que possam aparecer no processo de ensino, então a tecnologia deve ser usada a favor durante as aulas de Matemática, preparando aulas dinâmicas, utilizando-se, para tanto, de ferramentas tecnológicas e softwares educativos.
PFI7	Espero que a disciplina me possibilite conhecer novas tecnologias e me ajude a entender melhor esse campo tecnológico.
PFI8	Busco conhecer novas tecnologias que possam me ajudar na hora de lecionar algum conteúdo matemático quando estiver em sala de aula, procurando também transformar essas tecnologias em uma forma de inclusão para alunos com algum tipo de deficiência.
PFI9	Espero aprender a manusear o que for surgindo de novidades tecnológicas com auxílio da professora e colegas.

⁴⁰ "São aqueles que apresentam os recursos multimídia e ainda têm interação com a internet. Seus bancos de dados podem ser alimentados a partir de informações coletadas em pesquisas on-line" (TAJRA, 2019, p. 78).

PFI10	Assim como na TICs I, pretendo melhorar a trabalhar com os recursos tecnológicos apresentados nesta disciplina. Para mim, qualquer tecnologia que venha para ajudar e melhorar a ensinar matemática.
-------	--

Fonte: Elaboração da autora.

O que observamos com as respostas dos estudantes com essa indagação é todos buscam inovação e qualificação para trabalhar matemática de maneira inovadora e interativa com a utilização das tecnologias. Podemos salientar que inicialmente o uso da tecnologia educacional foi de forma tecnicista, no entanto, Tajra (2019) nos diz que o campo que estuda os recursos tecnológicos:

[...] vem ganhando novo espaço, nos ambientes educacionais, de forma cada vez mais integrada às metodologias ativas, propondo transformar o processo de aprendizagem em algo mais dinâmico e interativo, favorecendo a melhor inserção das tecnologias como instrumentos que vão além das técnicas em si, mas que provocam impactos e promovem mudanças sociais, culturais, econômicas e até mesmo políticas (TAJRA, 2019, p. 50).

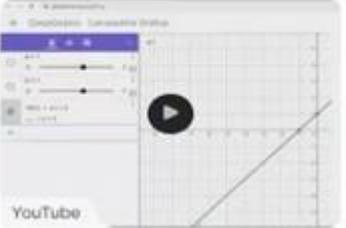
Dessa forma, apontamos que a “utilização de um software pode ocorrer quando o professor conseguir entender como relacionar a tecnologia à sua “proposta educacional”, como nos diz Prado (2009-2010), equilibrar os conhecimentos específicos com os tecnológicos. No entanto, com o TPACK, é importante pensar que ensinar abrange os conhecimentos pedagógicos, os conhecimentos de conteúdos e a utilização da tecnologia (MISHRA; KOEHLER, 2006).

Com relação a 4ª coluna, com a **Pergunta 4 - O que você aprendeu com essa tecnologia educacional "Padlet" para Ensinar Matemática?** no Quadro 12.

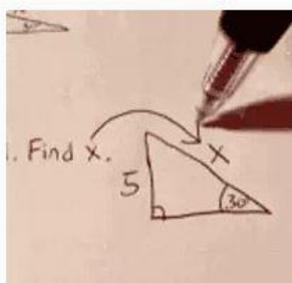
Quadro 12 - Resultados 4ª Coluna - Pergunta 4.

Licenciandos	4ª Coluna - Resultados
PFI1	Padlet no ensino de matemática. Essa tecnologia pode ser usada como ferramenta de ensino interativa. Pois à medida que os alunos vão interagindo virtualmente é possível que o professor tenha um controle do andamento da atividade, assim possibilitando uma troca efetiva entre professor e aluno no decorrer da disciplina.
PFI2	Um fichário interativo, com layout dinâmico e de fácil manuseio, tanto pelo professor quanto pelos próprios alunos. Com a opção de gerar o trabalho em pdf, facilita a criação de formulários bem como listas ou até mesmo pesquisas. Uma excelente ferramenta.
PFI3	Uma ferramenta muito útil para ajudar o professor a desenvolver atividades para trabalhar no ensino da matemática
PFI4	Prática de Ensino com o Padlet: Com o uso do aplicativo Padlet, nas aulas de Matemática e de Física no Ensino Médio pude perceber que os alunos ficam mais comunicativos com a matéria (conteúdo) trabalhado em sala de aula. Ao meu ver o Padlet, trouxe boas interações digitais entre os alunos envolvidos nas atividades.

<p>PFI5</p>	<p>O Padlet é uma ferramenta online que permite a criação de um mural ou quadro virtual dinâmico e interativo para registrar, guardar e partilhar conteúdo multimídia. Funciona como uma folha de papel, onde se pode inserir qualquer tipo de conteúdo (texto, imagens, vídeo, hiperlinks) juntamente com outras pessoas para dar dinâmica às aulas.</p>
<p>PFI6</p>	<p>O Padlet possibilita a integração entre professores, alunos e conteúdos. Sendo assim, entende-se que ferramentas como Padlet quando utilizados como ambientes virtuais de aprendizagem assumem um papel social que desenvolvem maior autonomia e organização diante da interação com conteúdo. Fazendo assim, que a forma de Ensinar Matemática se torne cativante.</p>
<p>PFI7</p>	<p>Acredito que é uma ferramenta extremamente importante para o ensino EAD, pois os alunos podem ter uma interação em tempo real com o professor e entre si através de diversas ferramentas, como: texto, imagem, links e etc.</p> <p><i>Adicionei o link da minha atividade no GeoGebra.</i></p> <div data-bbox="459 745 842 1205" style="border: 1px solid #ccc; padding: 10px; margin: 10px 0;">  <p style="text-align: center;">GeoGebra Classroom - Live Conversations with Interactive Math Tools</p> <p style="text-align: center;">GeoGebra Classroom - Live Conversations with Interactive Math Tools</p> <p style="text-align: center;">GeoGebra</p> <p style="text-align: center;">Abrir</p> </div> <p>GeoGebra</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Atividade 1 TIC EM II</p> <p style="text-align: center;">Geometria Plana e Espacial empregada em questões do dia a dia.</p> <p style="text-align: center;"><small>Maria tem uma caixa de papelão com as dimensões: 3u.m de comprimento, 2u.m de largura e 1u.m de altura.</small></p> <div data-bbox="564 1424 727 1541" style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Questão 1</p> <p style="text-align: center;"><small>Construa no plano bidimensional as figuras geométricas planas que formam a caixa de sapato com as medidas dadas</small></p> <p>Vídeo do YouTube:</p>

	 <p>Segue em anexo o vídeo sobre o GeoGebra.</p>  <p>Segue em anexo o vídeo sobre o GeoGebra.</p> 
PFI8	 <p>Uma nova forma de se comunicar com os alunos, o qual eu posso fazer diversas perguntas e tenho uma resposta imediata das pessoas com quem compartilho a sala do Padlet. Logo facilita a comunicação em grupo.</p>
PFI9	<p>... muito bom essas formas de trabalhar com GeoGebra.</p>  <p>COMO FAZER GRÁFICO DE FUNÇÃO NO GEOGEBRA ?</p>

PF110



Conheci uma nova ferramenta para auxiliar no ensino aprendizagem na matemática, que futuramente será usual para incrementar as aulas.
<https://www.geogebra.org/m/pn4m2hxq>

GeoGebra

Avião - Trigonometria Determinar ângulo - seno

Autor: João Vieira

Trigonometria

Para um determinado avião descolar em segurança da pista deve, no momento em que descola, estar inclinado com um ângulo de 7° a 10° . A figura ilustra o momento em que o avião descola da pista.

De acordo com os dados da figura, determina o ângulo de inclinação α do avião.

Fonte: Elaboração da autora.

Ao analisar as respostas dos estudantes no Quadro 12, o padlet é uma ferramenta que pode potencializar no ensino e aprendizagem da matemática, realiza atividade que integram professor, aluno e conteúdo de forma imediata. Além de ser uma “nova forma de se comunicar com os alunos”, bem como facilitar a comunicação em grupo. É uma atividade próxima das gerações Z (2000 a 2010) e Alpha (crianças nascidas a partir de 2010⁴¹). Mesmo como aprendizes com o uso do Padlet, os licenciandos de forma unânime tiveram facilidade de uso com a proposta de atividade, como nos remete Koehler e Mishra (2008) com a evolução tecnológica digital exige dos professores ser eternos aprendizes para poder utilizá-las de forma pedagógica.

Com relação a 5ª coluna, com a Pergunta 5 - **Como você pode relacionar a geometria no seu dia a dia, conforme o texto Porque Ensinar Geometria?** no Quadro 13. Informamos que dois sujeitos da pesquisa não responderam.

⁴¹<https://www.dentrohistoria.com.br/blog/familia/desenvolvimento-infantil/geracao-alpha-caracteristicas/>

Quadro 13 - Resultados 5ª Coluna - Pergunta 5.

Licenciandos	5ª Coluna - Resultados
PFI1	Geometria: Podemos dizer que a geometria está presente no cotidiano de todos os indivíduos. Por exemplo, na construção de casas, no tamanho do quadro branco da sala de aula, no formato do caderno, no comprimento do lápis, ou seja, em tudo que utilizamos na vida. Desta forma como afirma o texto, ao invés de utilizarmos apenas a abstração da geometria, nós como professores de matemática podemos usufruir de recursos que estão ao nosso redor, fazendo assim uma aula mais dinâmica e produtiva.
PFI2	A geometria está presente em todo o universo, do plano micro ao macro. O buscar pelo seu entendimento nos leva a compreender os mistérios da criação ao qual nos inspira a reproduzir seus encantos através da ciência, da arte, do conhecimento.
PFI3	A geometria é muito importante para todas as pessoas, coisas básicas do cotidiano estão sempre ligadas a geometria, com os conhecimentos de geometria muitas coisas se esclarecem.
PFI4	Geometria no dia a dia: Diante de tudo, as matemáticas estão presentes em várias situações do cotidiano. Mas no que diz respeito a geometria não é diferente, a geometria pode ser encontrada em utensílios, obras de artes, edifícios, no futebol e em tantas outras situações. A geometria é fundamental para o desenvolvimento da sociedade e sobretudo na harmonia das coisas.
PFI5	Da necessidade dos povos antigos de construir navios, casas, medirem terrenos, calcular distâncias, surgiu a Geometria Plana, pois era preciso sistematizar as aplicações usadas no dia-a-dia uma vez que as formas geométricas estavam presentes na maioria das atividades realizadas por eles e estão presentes até os dias atuais.
PFI6	A geometria pode ser observada, por exemplo, ao irmos ao supermercado e nos depararmos com produtos que possuem embalagens formadas por figuras semelhantes com tamanhos e preços diferentes. Qual delas vale mais a pena levar? A capacidade de relacionar elementos abstratos com estruturas algébricas pode ser útil nessa situação e dentre outras várias que surgem diariamente.
PFI7	O ensino de Geometria está intimamente relacionado ao espaço no qual estamos inseridos, a Geometria está nas aplicações nas construções, na agricultura, na pecuária e na resolução de problemas, que envolvem cálculos e medidas. Então, conseqüentemente, está presente no dia a dia, passando muitas vezes despercebido. Como as placas de trânsito, casas e prédios são alguns dos exemplos em que a geometria está presente. Portanto, esta Geometria se faz presente na Matemática empírica, ou seja, sendo baseada somente na experiência ou na observação.
PFI8	A geometria é importante ser ensinada para a formação global do aluno e seu desenvolvimento intelectual. O conhecimento da geometria desenvolve ideias que permitem compreender o mundo em que se insere, o espaço que o rodeia, explorar e descobrir as ações que lhe conferem um sentido de espaço.

Fonte: Elaboração da autora.

Conforme as respostas dos estudantes no Quadro 13, a geometria está presente no cotidiano de todo mundo, seja nas construções, nas artes e sobretudo nas harmonias das coisas, como por exemplo na cultura indígena, na própria simetria

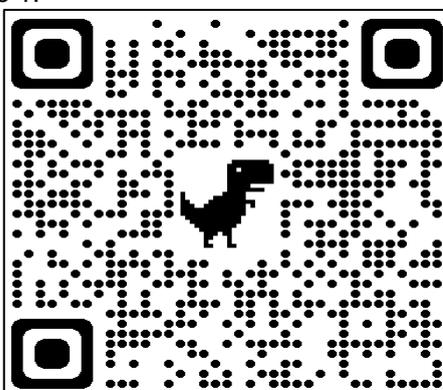
do corpo humano, nos animais, nas placas de trânsito, dentre outros.

Podemos destacar que o assunto de geometria está bem presente nos livros didáticos, conforme a coleção de matemática (PATARO; BALESTRINI, 2018) que analisamos para essa pesquisa. Bem como oportuniza os estudantes relacionarem o conteúdo que estudam de geometria com a sua própria vivência.

O uso desse mural interativo nos proporcionou conhecer o perfil da turma, verificar as disponibilidades tecnológicas que eles possuem e as possibilidades de ensinar matemática por meio de diversas linguagens, além de conhecermos as expectativas em relação a disciplina TIC II e o uso da geometria no seu dia a dia. Também foi possível vivenciar com os sujeitos a facilidade de utilização do recurso tecnológico padlet com a exploração de textos, imagens, animações, câmera, vídeos e atividades do aplicativo GeoGebra para ensinar conteúdos matemáticos. Portanto, a interação permitiu um conhecimento coletivo das potencialidades de uma tecnologia para fins educacionais.

A partir dessa atividade a aula finalizou com a disponibilização para a turma do link da Sequência Didática 1 (SD1): “Importância de se localizar”. A SD1 foi planejada nos meses de outubro e novembro do ano de 2021, e inserida na plataforma do GeoGebra no dia 29/11/2021, com a sua primeira versão composta de cinco (5) questões. No entanto, com a apropriação do uso do aplicativo pela pesquisadora e com o olhar da orientadora, foi ampliada para dezesseis (16) questões, no ano de 2022, e se encontra disponível no link: <https://www.geogebra.org/m/kj9vxpdz>. (BANDEIRA; LIMA; CASTRO, 2022, p.143). A SD1 também pode ser visualizada pelo QRcode na Figura 50.

Figura 50 - QRcode da Atividade 1.



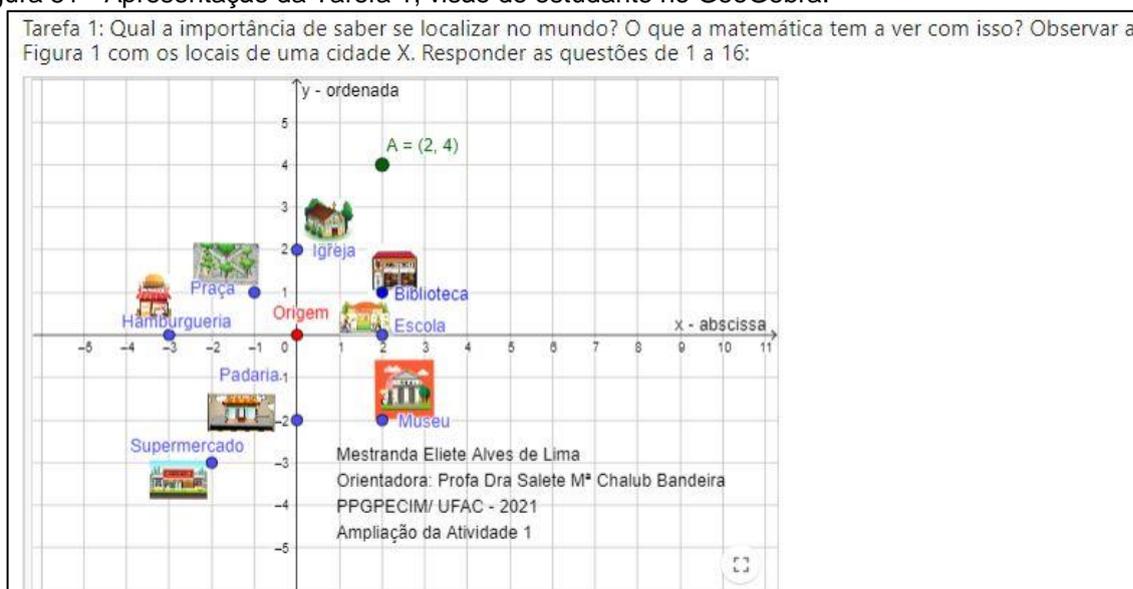
Fonte: <https://www.geogebra.org/m/t6sv8yr5#material/kj9vxpdz>.

A aplicação da SD1, ocorreu em dois encontros (online - 12/01/2023 e 19/01/2023 - presencial), que teve como objetivo explorar, com o uso do GeoGebra de forma síncrona, a importância da localização no cotidiano e, com isso, apresentar figuras de locais presentes no dia a dia (praça, museu, biblioteca, supermercado, igreja, padaria e escola), anexadas ao plano cartesiano e trazer como foco de reflexão, a importância de saber se localizar nos espaços em que vivemos, com a representação da geometria e da álgebra. Reconhecer as coordenadas do plano cartesiano e, situar os estudantes da importância de saber interpretar os mapas de localização de uma cidade.

A aula do dia 12/01/2023, os PFIs responderam a SD1 online, e no dia 19/01/2023 a intervenção ocorreu de forma presencial no laboratório de informática do Curso de Licenciatura em Matemática. Dois PFIs fizeram a atividade no tablet e os demais utilizaram o computador do laboratório para finalizar a atividade proposta. Na continuidade, analisamos os dados apresentados para cada tarefa/questão. A Figura 51 apresenta a tarefa 1 no GeoGebra, com indagações e imagens de locais de uma cidade X, em que irão responder questões a partir da imagem observada.

Tarefa 1: Qual a importância de saber se localizar no mundo? O que a matemática tem a ver com isso? Observar a Figura 1 com os locais de uma cidade X. Responder as questões de 1 a 16 (Figura 51).

Figura 51 - Apresentação da Tarefa 1, visão do estudante no GeoGebra.



Fonte: Elaboração da autora. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/t6sv8yr5#material/kj9yxpdz>.

Esclarecemos que as questões do GeoGebra são chamadas de tarefas, em que a tarefa 1 é apenas para observar e refletir o que consta na Figura 51. No Quadro 14 apresentamos os resultados da Tarefa 2 - Questão 1.

Tarefa 2 - Questão 1: Quais as coordenadas (x, y) do museu, supermercado, biblioteca e praça?

O quadro 14 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 2.

Quadro 14 - Respostas dos PFIs da Tarefa 2.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 2 - Questão 1
PF11	museu (2,-2); supermercado (-2,-3); biblioteca (2,1); praça (-1,1)
PF12	(2,-2); (-2,-3); (2,1); (-1,1)
PF13	As coordenadas são respectivamente: (2,-2), (-2,-3), (2,1) e (-1,1).
PF14	(2,-2) (-2, -3) (2,1) (-1,1)
PF15	Museu (2,-2), Supermercado (-2,-3), Biblioteca (2,1), Praça (-1,1)
PF16	(2,-2); (-2,-3); (2,1); (-1,1).
PF17	Museu=(2,-2) ;Supermercado=(-2,-3) ; Biblioteca=(2,1) ; Praça=(-1,1)
PF18	museu (2,-2) supermercados (-2,-3) biblioteca (2,1) praça (-1,1)
PF19	Museu = (2,-2); Supermercado = (-2,-3); Biblioteca = (2,1); Praça = (-1,1)
PF110	Museu (2,-2); supermercado (-2,-3), biblioteca (2,1) e praça (-1,1)

Fonte: Respostas dos PF11 a PF110. Disponível em:
<https://www.geogebra.org/classroom/jqv2qk7u/results/knbhkhev7>.

Os resultados nos mostram que todos os PFIs acertaram as coordenadas dos locais perguntados, no entanto o PF12, PF14 e PF16 não indicam por escrito os nomes dos locais correspondentes as suas coordenadas. Salienta-se que na representação de pares ordenados de números, que são as coordenadas dos pontos (locais das cidades) o primeiro número refere-se ao eixo horizontal (eixos das abcissas) e o segundo número é referente ao eixo vertical (eixos das ordenadas).

O ponto de nome Museu (2, - 2), o primeiro número 2 significa a quantidade de unidades a direita do zero (Origem) no eixo horizontal e o segundo número - 2 é a quantidade de unidades abaixo do zero (Origem) no eixo vertical (PATARO; BALESTRI, 2018). Importante destacar que para explicarmos o par ordenado Museu (2, - 2) tomamos como ponto de referência para a sua localização a Origem (0,0). Além do

mais, a importância da linguagem matemática: acima, abaixo, a direita e a esquerda, são fundamentais para sabermos identificar e explicar a localização do Museu, supermercado, biblioteca e praça. Observamos também que o PF11, PF18 e PF110 escreveram o nome dos locais com letras minúsculas, ou seja, não prestaram atenção que as palavras iniciavam com letra maiúscula, conforme a Figura 51.

As respostas dos PF17 e PF19 utilizam o símbolo = para separar o nome do local do par ordenado. A escrita da igualdade é necessária no uso aplicativo GeoGebra, no entanto, na representação de pares ordenados não se utiliza o =. Nesse ponto, chamamos a atenção para o conhecimento tecnológico e para o conhecimento do conteúdo específico. Cabe ao professor ao ensinar a representação de pares ordenados salientar a diferença na representação no aplicativo GeoGebra e na escrita algébrica presente no livro didático de matemática (PATARO; BALESTRI, 2018).

Tarefa 3 - Questão 2: Marque a alternativa em que está a localização da hamburgueria e da escola.

Destacamos que é uma questão de múltipla escolha e há somente uma opção correta (Figura 52).

Figura 52 - Tela para responder a Tarefa 3: Questão 2.

Assinale a sua resposta aqui

A $(0, -3)$ e $(2, 0)$

B $(-3, 0)$ e $(2, 0)$

C $(0, -3)$ e $(0, 2)$

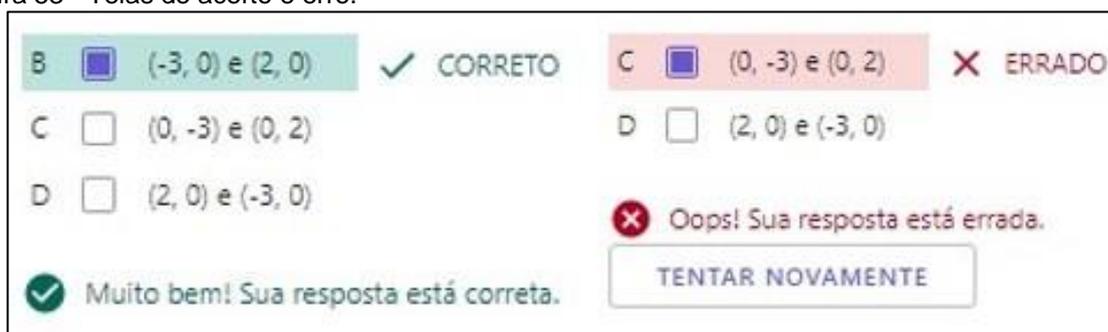
D $(2, 0)$ e $(-3, 0)$

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Elaboração da autora.

A Figura 52 representa a forma em que os estudantes visualizam a questão de múltipla para responder, e ainda podem verificar a resposta em “VERIFIQUE MINHA RESPOSTA”. Caso a resposta esteja correta aparece a alternativa na cor verde, caso contrário aparece que está errada na cor vermelha (Figura 53).

Figura 53 - Telas de acerto e erro.

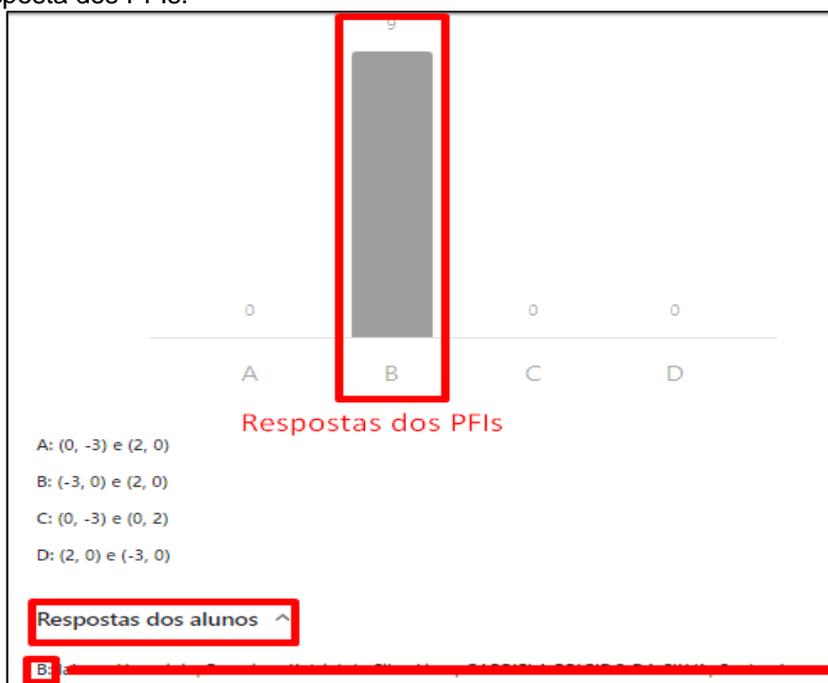


Fonte: Elaboração da autora.

Na Figura 53, o aplicativo GeoGebra apresenta ao estudante possibilidade de tentar novamente responder à questão caso tenha errado. Esse fato é importante devido à valorização do erro, pois permite que possamos refletir sobre o erro cometido. Como ressalta Boaler (2018, p. 15), “quando ensinamos aos estudantes que erros são positivos, isso tem um efeito incrivelmente libertador para eles”. Importante destacar que para a formação do profissional professor para a vida é “valorizar menos o trabalho correto e mais os erros” (BOALER, 2018, p. 18). Esse fato, pode permitir aos estudantes enfrentar problemas mais desafiadores na matemática e aprender com eles coletivamente.

O aplicativo possibilita ao professor mostrar a todos a resposta dada pelos estudantes na plataforma, podendo mostrar ou ocultar o nome dos estudantes. A Figura 54 apresenta o resultado, e tem como correto o item B, ou seja, os estudantes não apresentaram dificuldades em responder essa questão, ou seja, eles souberam identificar a localização da Hamburgueria e da Escola no plano cartesiano.

Figura 54 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

A Figura 54 ilustra as respostas em gráfico de coluna (parte superior) e, na parte inferior, em respostas dos alunos, mostra o item selecionado e os nomes.

Tarefa 4 - Questão 3: Nas coordenadas (0, 2) e (0, -2) estão localizados.

Na Figura 55 estão as opções de respostas da Tarefa 4:

Figura 55 - Tela para responder a Tarefa 4: Questão 3.

Assinale a sua resposta aqui

A Praça e Biblioteca

B Escola e Museu

C Igreja e Padaria

D Hamburgueria e Supermercado

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Detailed description: The image shows a multiple-choice question interface. It has a title 'Assinale a sua resposta aqui' and four options labeled A, B, C, and D. Option C, 'Igreja e Padaria', is highlighted with a red box. At the bottom, there is a grey button with the text 'VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)'.

Fonte: Elaboração da autora.

Resultados da Tarefa 4 - Questão 3, todos os nove licenciandos responderam corretamente a Letra C, conforme a Figura 56, com a representação das respostas em um gráfico em colunas (9) e abaixo a Resposta dos alunos - C e os nomes.

Figura 56 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

Tarefa 5 - Questão 4: Ao observar a Figura 1, do plano cartesiano (x, y), como se fosse um mapa, quais locais estão sobre o eixo das abscissas?

Na Figura 57 estão as opções de respostas da Tarefa 5:

Figura 57 - Tela para responder a Tarefa 5: Questão 4.

Assinale a sua resposta aqui

A Igreja e Padaria

B Escola e Hamburgueria

C Biblioteca e Praça

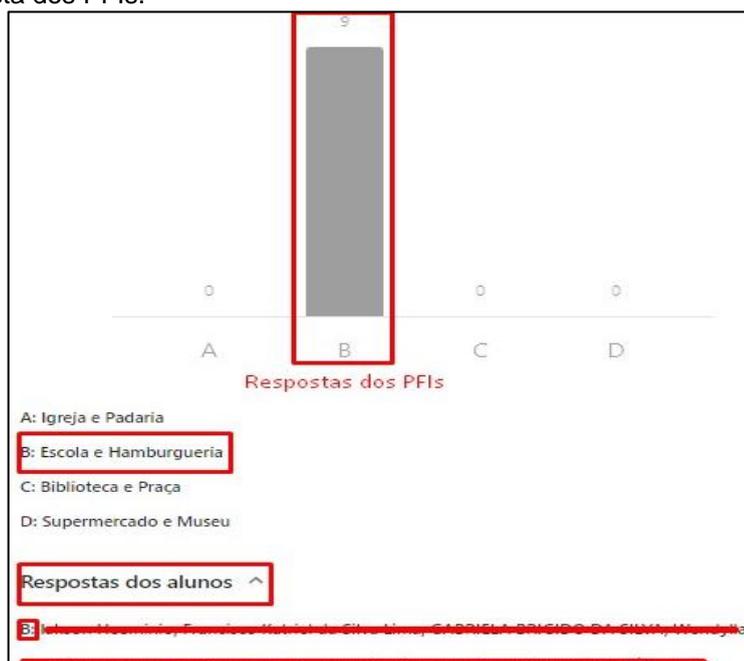
D Supermercado e Museu

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Elaboração da autora.

Resultados da Tarefa 5 - Questão 4, todos os nove licenciandos responderam corretamente a Letra B, conforme a Figura 58, com a representação das respostas em um gráfico em colunas (9) e abaixo a Resposta dos alunos - B e os nomes.

Figura 58 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

Tarefa 6 - Questão 5: Ao observar a Figura 1, do plano cartesiano (x, y), como se fosse um mapa, quais locais estão sobre o eixo das ordenadas?

Na Figura 59 estão as opções de respostas da Tarefa 6:

Figura 59 - Tela para responder a Tarefa 6: Questão 5.

Assinale a sua resposta aqui

A Igreja e Padaria

B Escola e Hamburgueria

C Biblioteca e Praça

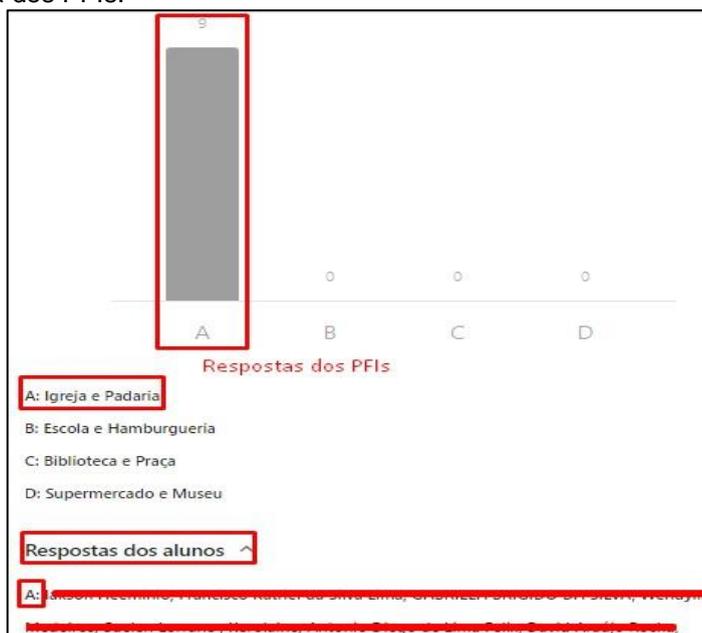
D Supermercado e Museu

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Elaboração da autora.

Resultados da Tarefa 6 - Questão 5, todos os nove licenciandos responderam corretamente a Letra A, conforme a Figura 60, com a representação das respostas em um gráfico em colunas (9) e abaixo a Resposta dos alunos - A e os nomes.

Figura 60 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

Referentes as Tarefas 5 e 6, os PFIs não tiveram dificuldades, mas quando o local de uma cidade está sobre o eixo das ordenadas (y), o valor do primeiro número do par ordenado é sempre zero. Analogamente, quando o local de uma cidade está sobre o eixo das abscissas (x), o valor do segundo número do par ordenado é sempre zero.

Tarefa 7 - Questão 6: No domingo Maria foi a Igreja, em seguida, a praça e lanchou na hamburgueria. Descreva as coordenadas de seu percurso.

O quadro 15 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 7:

Quadro 15 - Resultados da Tarefa 7.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 7 - Questão 6
PFI1	igreja (0,2); praça (-1,1); hamburgueria (-3,0)
PFI2	igreja (0,2); Praça (1,-1) e Hamburgueria (-3,0)
PFI3	Origem (0,0) foi a igreja (0,2) foi a praça (-1,1) e foi a hamburgueria (-3,0).
PFI4	(0,2) (-1,1) (-3,0)
PFI5	Igreja (0,2), Praça (-1,1), Hamburgueria (-3,0).
PFI6	(0,2); (-1,1); (-3,0)
PFI7	Igreja (0,2); Praça (-1,1); Hamburgueria (-3,0)
PFI8	(2,0) depois (-1,1) e saindo da praça foi na hamburgueria (-3,0)

PFI9	Da igreja (0, 2) foi pro (0,0), passou pelo (-1,0) e chegou a praça (-1,1), foi pra (-3,1) e chegou a hamburgueria no (-3,0).
PFI10	Igreja (0,2), praça (-1,1), hamburgueria (-3,0)

Fonte: Elaboração da autora.

Na tarefa 7, percebemos que o PFI3, interpretou a questão tomando como ponto de referência, a saída de Maria para a igreja da Origem (0, 0) do Plano Cartesiano. Os demais responderam como se Maria já estivesse na Igreja (0, 2). Embora, todos tenham acertado as coordenadas da Igreja, da Praça e da Hamburgueria, importante destacar que na atividade de localização, estabelecermos um ponto de referência é importante para chegarmos ao local desejado (PATARO; BALESTRI, 2018).

Tarefa 8 - Questão 7: Ao sair da escola, faça um trajeto que primeiramente passa pela origem e visite três lugares de sua preferência.

O quadro 16 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 8:

Quadro 16 - Resultados da Tarefa 8.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 8 - Questão 7
PFI1	Ao sair da escola (2,0), passei pela origem (0,0) e fui direto para a padaria (0,-2) depois passei no supermercado (-2,-3) e por fim fui ao museu (2,-2)
PFI2	Origem (0,0); padaria (0,-2); supermercado (-2, 3); museu (2, -2)
PFI3	Origem (0,0) em seguida ir à escola (2,0), ir à biblioteca (2,1); chegar a praça (-1,1)
PFI4	(0,0) (-1,1) (-1,-2) (-3,0) – não relacionou o par ordenado com o nome do local
PFI5	Saio do museu, vou a praça, posteriormente a igreja e por último a biblioteca.
PFI6	(0,2); (-1,1); (-3,0) – não passou pela origem
PFI7	Origem=(0,0) ; Praça=(-1,1) ; Supermercado=(-2,-3) ; Padaria=(0,-2)
PFI8	sai da faculdade às 18h (escola (2,0)) segui direto na "rua x" passando pelo posto de gasolina (origem (0,0), indo para o supermercado (-3,-2) para comprar café, açúcar, arroz e carne, paguei a conta e fui na padaria (-2,0) comprar pão para a manhã seguinte, como estava com preguiça de fazer a janta decidi comprar um hambúrguer na hamburgueria pixel (-3,0).
PFI9	Da escola (2, 0) foi pro (0,0) e chegou na hamburgueria (-3,0), foi pra (-3,1) e chegou na praça no (-1,1).
PFI10	a origem, fui a praça em (-1,1), depois na igreja (0,2) e depois na hamburgueria (-3,0)

Fonte: Elaboração da autora.

Os PFI1, PFI3, PFI5, PFI9 e PFI10 não apresentaram problemas conceituais em suas respostas. No entanto, o PFI2 apresentou as coordenadas do supermercado de forma errada $(-2, 3)$, uma vez que a resposta correta do par ordenado $(-2, -3)$, o supermercado, o primeiro número do par ordenado, x , se encontra duas unidades à esquerda da origem e o segundo número do par ordenado, y , está a três unidades abaixo da origem (PATARO; BALESTRI, 2018).

Já o PFI4 não relacionou os pares ordenados aos nomes dos locais, o PFI6 não passou pela origem, conforme solicitado. O PFI8 trocou as coordenadas tanto do supermercado e da padaria, um erro de conceito de par ordenado, em que x é o primeiro elemento do par e y é o segundo elemento. O PFI9 apresentou um par ordenado $(-3, 1)$ que não está relacionado com nenhum dos locais apresentados na Figura 1⁴², (PATARO; BALESTRI, 2018).

Tarefa 9 - Questão 8: Qual local está no I Quadrante?

Na Figura 61 estão as opções de respostas da Tarefa 9:

Figura 61 - Tela para responder a Tarefa 9: Questão 8.

Assinale a sua resposta aqui:

A Biblioteca

B Igreja

C Escola

D Museu

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

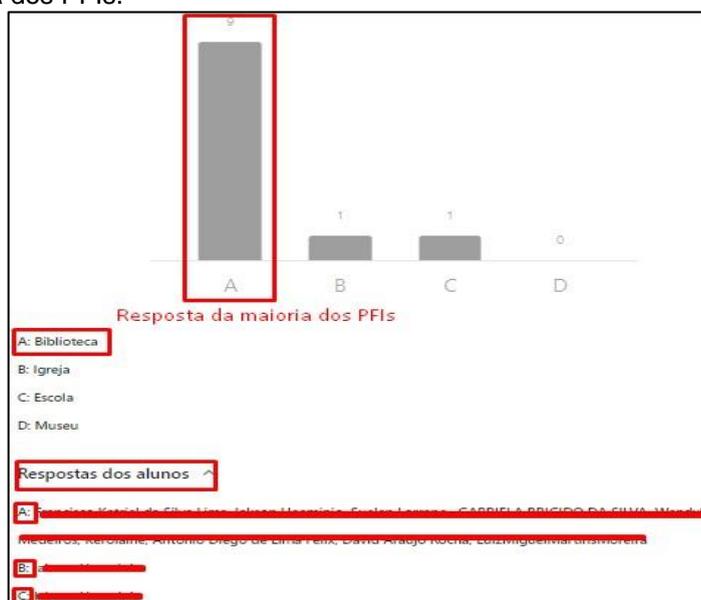
Fonte: Elaboração da autora.

Podemos observar na Figura 62 as respostas dos PFIs apresentaram a resposta errada (letra B e letra C). Esclarecer que o local que está no 1º quadrante, dentre as opções apresentadas é a Biblioteca. Os locais que estão sobre o eixo das abscissas e das ordenadas não fazem parte dos quadrantes, estão sobre os eixos do

⁴² Refere-se a Figura 51, na página 119, da atividade.

plano cartesiano. A Igreja, por exemplo, está entre o I quadrante⁴³ e o II quadrante, já a Escola está entre o I quadrante e o IV quadrante (PATARO; BALESTRI, 2018). No primeiro quadrante os elementos do par ordenado (x, y), x e y são maiores que zero.

Figura 62 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

Tarefa 10 - Questão 9: Qual local está no III Quadrante?

Na Figura 63 estão as opções de respostas da Tarefa 10:

Figura 63 - Tela para responder a Tarefa 10: Questão 9.

Assinale a sua resposta aqui

A Padaria

B Supermercado

C Hamburgueria

D Museu

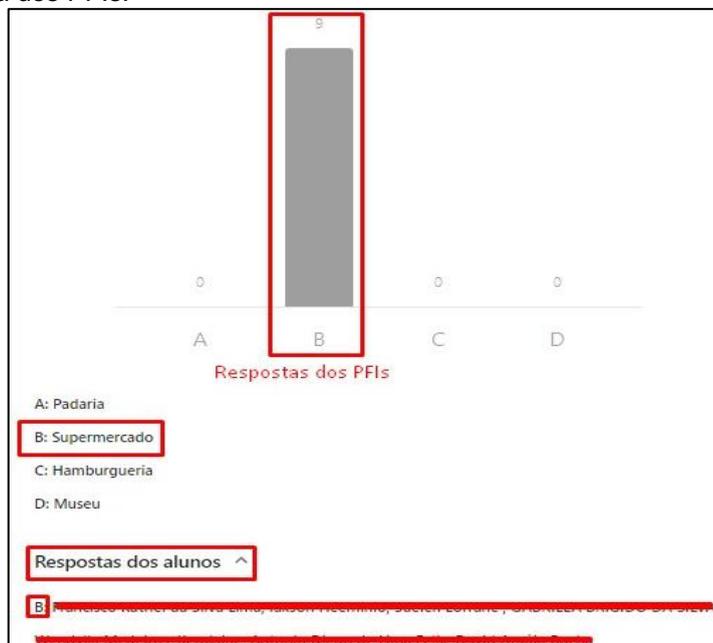
VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Elaboração da autora.

⁴³ Disponível em: <https://www.estudopratico.com.br/plano-cartesiano/>. Acesso em: 10 jan. 2023.

Podemos observar na Figura 64 que todos acertaram a questão, ou seja, não repetiram o erro da questão anterior.

Figura 64 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

Tarefa 11 - Questão 10: Qual local está no II Quadrante?

Na Figura 65 estão as opções de respostas da Tarefa 11:

Figura 65 - Tela para responder a Tarefa 11: Questão 10.

Assinale a sua resposta aqui

A Praça

B Igreja

C Hamburgueria

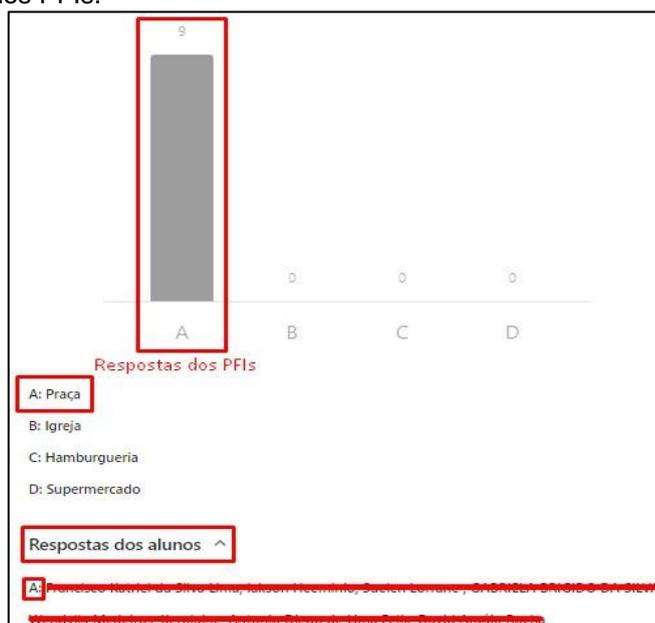
D Supermercado

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Elaboração da autora

Podemos observar na Figura 66 que todos acertaram a questão, ou seja, não repetiram o erro da questão 8, uma vez que entenderam o conceito de quadrantes.

Figura 66 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

Tarefa 12 - Questão 11: Qual local está no IV Quadrante?

Na Figura 67 estão as opções de respostas da Tarefa 12:

Figura 67 - Tela para responder a Tarefa 12: Questão 11:

Assinale a sua resposta aqui

A Supermercado

B Padaria

C Escola

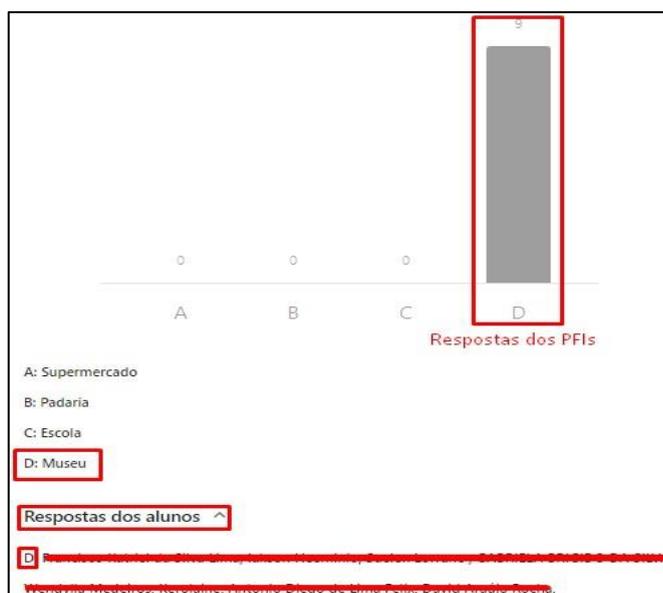
D Museu

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

Fonte: Elaboração da autora.

Podemos observar na Figura 68 que todos acertaram a questão 11, uma vez que entenderam o conceito de quadrantes.

Figura 68 - Resposta dos PFIs.



Fonte: Elaboração da autora.

Tarefa 13 - Questão 12: Completar os dados da Tabela 1, conforme a Figura 1 com os locais.

Quadro 17 - Tela para responder a Tarefa 13: Questão 12.

	A	B	C	D	E	F
1	Local	x -Abscissa	y - Ordenada	Coordenadas (x,y)		
2	Escola					
3	Hamburgueria					
4		0	-2	(0, -2)		
5				(0, 2)		
6	Biblioteca					
7		2	-2			
8	Origem					
9						
10						

Fonte: Elaboração da autora.

Resultados da Tarefa 13 - Questão 12, não foi feita pelos estudantes - possivelmente problemas de conexão com a internet. Vale esclarecer que foi incluída a planilha com as colunas A, B, C e D e as linhas de 1 a 10. A célula A1 refere-se ao local, B1 x-abscissas, C1 y-ordenadas e D1 coordenadas (x, y). Na célula A2 está a escola, B2 para preencher o valor numérico da abscissa, C2 a ordenada e no D2 as coordenadas (x, y) referente a escola. O Quadro 18 foi construído com os PFIs na aula

do dia 19/01/2023, de forma colaborativa. Em vermelho apresentamos a resposta dos PFIs respondidas de forma oral.

Quadro 18 - Planilha organizada para ser preenchida observando a Tarefa 1.

	A	B	C	D
1	Local	x – Abscissa	y - Ordenada	Coordenadas (x, y)
2	Escola	2	0	(2, 0)
3	Hamburgueria	-3	0	(-3, 0)
4	Padaria	0	-2	(0, -2)
5	Igreja	0	2	(0, 2)
6	Biblioteca	2	1	(2, 1)
7	Museu	2	-2	(2, -2)
8	Origem	0	0	(0, 0)

Fonte: Elaboração da autora.

O Quadro 18 possibilita conhecer o plano cartesiano, os eixos x e y, a representação das coordenadas de acordo com os locais observados na Figura 1 da Tarefa 1, bem como perceber a aproximação entre a representação algébrica e geométrica, uma vez que os locais são representados por pontos que tem uma ordem na representação do par ordenado, o primeiro número corresponde ao x - abscissa e o segundo número ao y - ordenada obedecendo essa ordem (PATARO; BALESTRI, 2018).

As respostas dos PFIs das tarefas 14 e 15 são apresentadas simultaneamente a imagem e os conteúdos específicos da matemática pensados pelos sujeitos da pesquisa.

Tarefa 14 - Questão 13: Ligue os locais que você andou nesse mês, utilizando a ferramenta segmento de reta contornada por um quadrado azul.

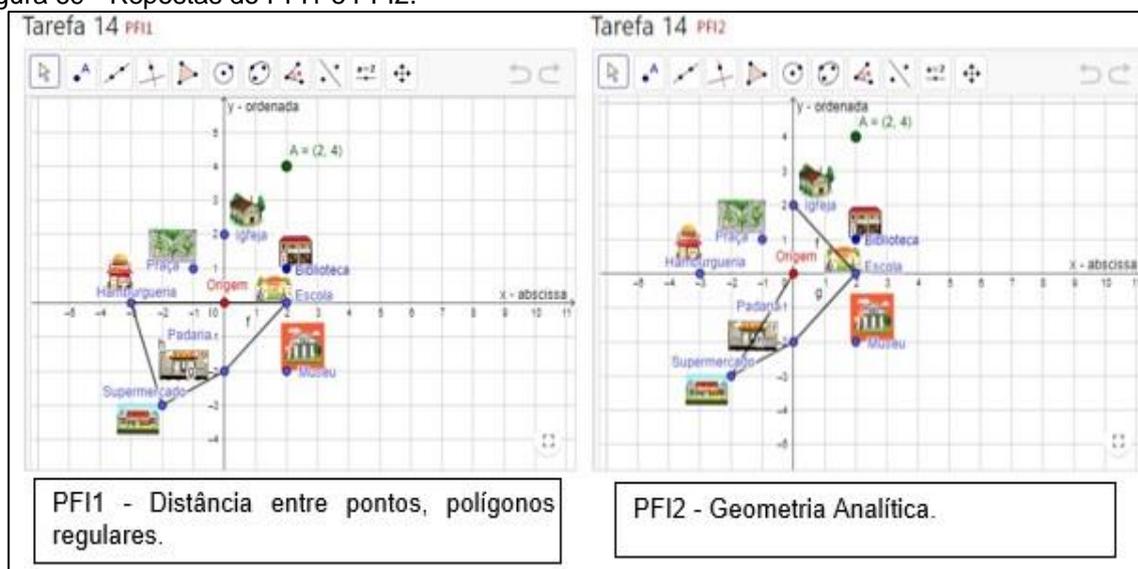
Tarefa 15 - Questão 14: A ligação dos locais delineada por você te lembra algum conteúdo que pode ser ensinado na matemática?

A Figura 69 mostra os resultados dos PFI1 e PFI2 das tarefas 14 e 15. Conforme as ligações dos locais da tarefa 14, indicam na tarefa 15 os possíveis conteúdos para ensinar matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, tais como: distância entre dois pontos, polígonos regulares e geometria analítica.

Na atividade ocorre uma aproximação entre a geometria e a álgebra com os estudos do plano cartesiano. Salienta-se na representação geométrica dada pelos

PFI que o conteúdo de geometria analítica abordados no Ensino Médio, tais como distância entre dois pontos. A geometria analítica “é abordada em atividades que trabalham ideias de coordenadas, por exemplo, na representação da solução de sistemas lineares de equações do 1º grau” (PATARO; BALESTRI, 2018, p. XXV).

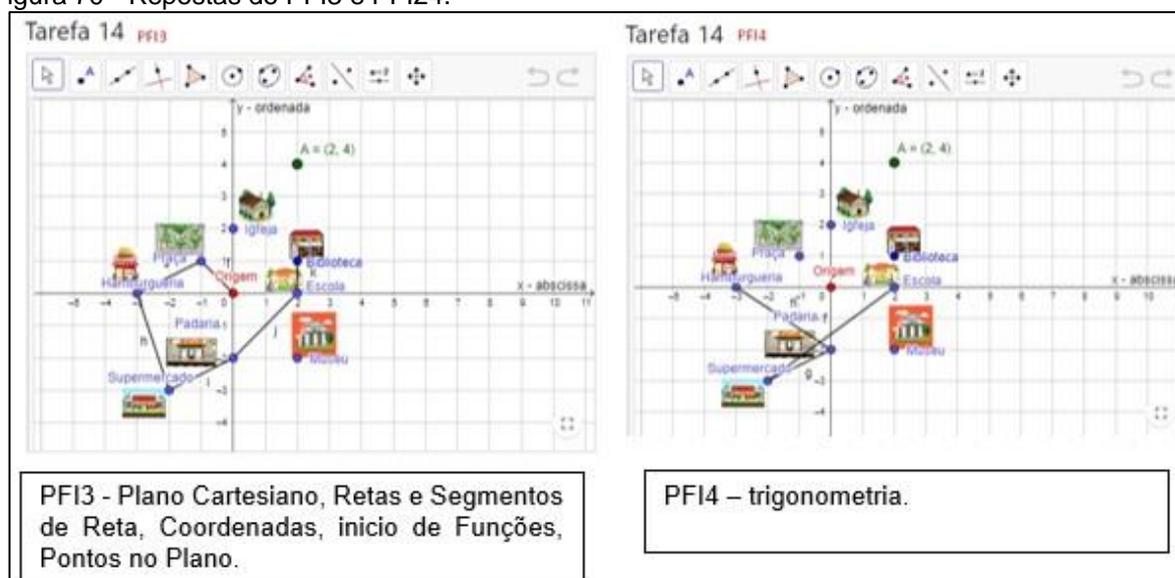
Figura 69 - Repostas do PFI1 e PFI2.



Fonte: Elaboração da autora.

A Figura 70 apresenta os resultados dos PFI3 e PFI4 das tarefas 14 e 15. Conforme as ligações dos locais da tarefa 14, indicam na tarefa 15 alguns conteúdos para ensinar matemática, tais como: plano cartesiano, retas e segmentos de reta, coordenadas, início de funções, pontos no plano e trigonometria.

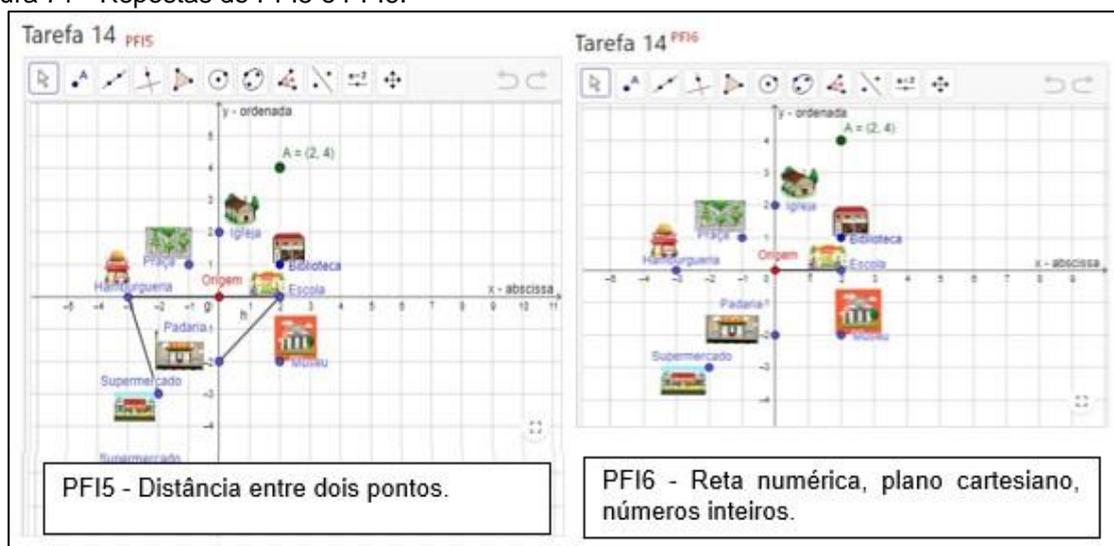
Figura 70 - Repostas do PFI3 e PFI24.



Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

A Figura 71 apresenta os resultados dos PFI5 e PFI6 das tarefas 14 e 15. Conforme as ligações dos locais da tarefa 14, indicam na tarefa 15 determinados conteúdos para ensinar matemática, tais como: distância entre dois pontos, reta numérica, plano cartesiano e números inteiros.

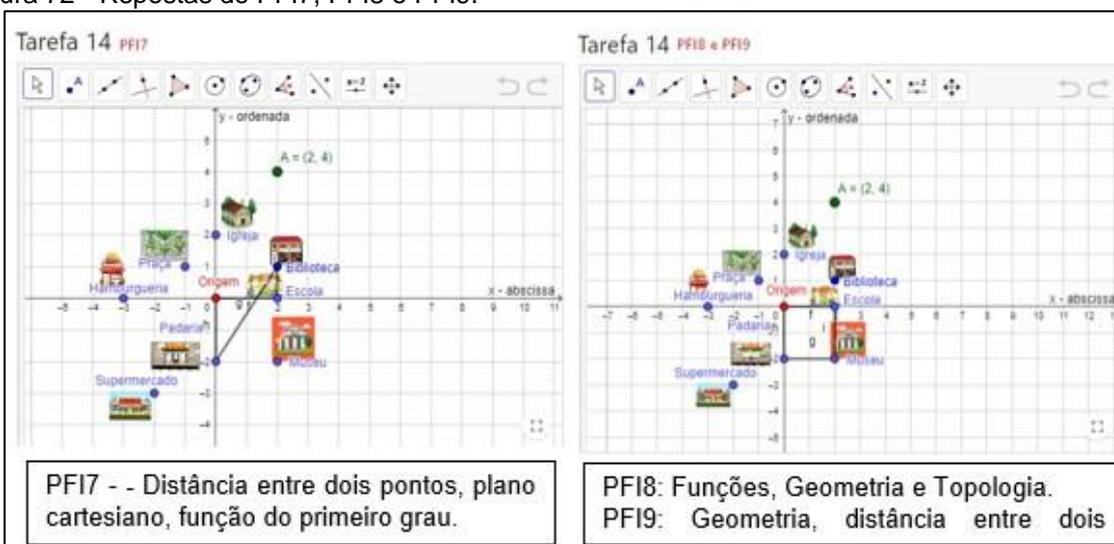
Figura 71 - Repostas do PFI5 e PFI6.



Fonte: Elaboração da autora.

A Figura 72 apresenta os resultados dos PFI7, PFI8 e PFI9 das tarefas 14 e 15. Conforme as ligações dos locais da tarefa 14, indicam na tarefa 15 os possíveis conteúdos para ensinar matemática, tais como: distância entre dois pontos, plano cartesiano, função do primeiro grau, funções, geometria e topologia.

Figura 72 - Repostas do PFI7, PFI8 e PFI9.

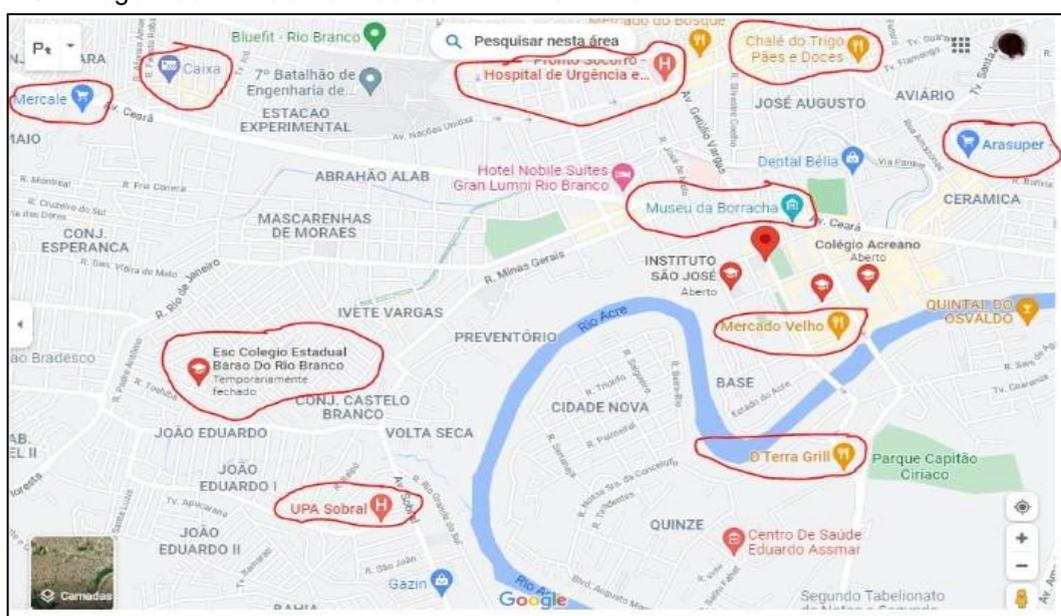


Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

Tarefa 16 - Questão 15: Observar a imagem do Mapa de locais selecionados da cidade de Rio Branco, no estado do Acre e refletir o que esses locais comunicam e, em particular, o que a Matemática e, a unidade temática de Geometria tem a ver com isso?

A Figura 73 representa a imagem utilizada na Tarefa 16, com os locais da cidade de Rio Branco - Acre.

Figura 73 - Imagem de locais da cidade de Rio Branco – Acre.



Fonte: Elaboração da autora.

O Quadro 19 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 16.

Quadro 19 - Resultados da Tarefa 16.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 16 - Questão 15
PF11	Esses locais identificados em vermelho, estão localizados por meio de coordenadas cartesianas, assunto esse que está no interior da geometria, que é usado para determinar posição no meio.
PF12	Estes locais segundo a visão geométrica estão no mesmo plano e se usarmos alguma unidade de medida conseguimos medir suas respectivas distâncias, se traçarmos um plano cartesiano nesta figura do mapa conseguiremos ir além e marcar as coordenadas de cada lugar.
PF13	Distância entre dois pontos, plano cartesiano, função do primeiro grau.
PF14	Tem tudo a ver com a atividade proposta pela professora pelo GeoGebra.
PF15	Podemos analisar pela matemática que eles estão no mesmo cartesiano e tem suas coordenadas.
PF16	Localização via plano cartesiano, comunicando distância entre cada local, os pontos

	denominados determinam uma posição, na geometria, podendo conter "n" coordenadas.
PF17	Comunica a localização e a distância entre os locais, podendo assimilar com a utilização do plano cartesiano, onde vemos ponto, coordenadas, reta e distância.
PF18	Posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais.
PF19	Os locais circulos comunicam a posição deles em cada localidade e o que cada lugar é. Com relação a matemática, ao se tratar da geometria podemos trabalhar com distância entre dois pontos, por exemplo.
PF110	Comunica o plano cartesiano, lembrando das coordenadas e facilitando a localização.

Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

Com essa atividade proposta os PFIs conseguiram identificar a importância da geometria que possibilita a percepção do espaço, a sua visualização, além de representar formas geométricas com o uso do GeoGebra e a importância da localização no Maps, relacionando-os com o plano cartesiano, as medições. Além disso, apontam a importância da localização com o plano cartesiano e a representação de pares ordenados.

Tarefa 17 - Questão 16: Pesquisar na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2021)⁴⁴, Unidades Temáticas, Objetos de Conhecimento e Habilidade relacionadas com as atividades propostas e mostrar quais as possibilidades construídas na atividade frente a BNCC.

O quadro 20 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 17.

Quadro 20 - Resultados da Tarefa 17.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 17 - Questão 16
PF11	Unidades temáticas: A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. 5º ano Geometria - Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano. Habilidades: (EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; (EF05MA14) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.

⁴⁴ Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf

PFI2	<p>UNIDADES TEMÁTICAS: Geometria</p> <p>OBJETOS DE CONHECIMENTO: Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano</p> <p>HABILIDADES: (EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.</p>
PFI3	<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4 Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.</p> <p>HABILIDADE -(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (não se atentou a pergunta que se refere ao Ensino Fundamental)</p>
PFI4	<p>Unidade temática: geometria</p> <p>Habilidades: EF01MA14 - Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.</p>
PFI5	<p>Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano.</p> <p>(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.</p> <p>(EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.</p>
PFI6	<p>Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido; Paralelismo e perpendicularismo; Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características; Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares;</p> <p>Simetria de reflexão;</p> <p>A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos.</p> <p>Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência.</p> <p>Tendo como reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria. Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria. Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.</p>

PF17	<p>Nessa unidade temática (Geometria):</p> <ul style="list-style-type: none"> -Estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos; -Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado; -Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido; - Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial. <p>E entre diversas outras Habilidades e conhecimentos proporcionado pelo uso da Geometria.</p>
PF18	<p>Fundamental I</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Os alunos devem ser preparados para identificar e estabelecer pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, além de estimar e representar usando mapas (inclusive em suportes digitais) e croquis, por exemplo. 2. Outro aspecto importante é que os estudantes sejam capazes de observar e comunicar características tridimensionais e bidimensionais das formas geométricas, assim como de associar figuras espaciais a suas representações bidimensionais e vice-versa. 3. Nas aulas de geometria, reconhecer lados, vértices e ângulos também é fundamental para nomear e comparar polígonos. 4. É esperado que os estudantes possam trabalhar com representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano e com softwares de geometria dinâmica para chegar aos objetivos esperados na unidade temática. <p>No Fundamental II</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Nessa fase, a unidade prevê que os alunos sejam preparados para analisar, transformar, ampliar e reduzir figuras geométricas planas, para perceber seus elementos variantes e invariantes e, a partir desse estudo, evoluir para os conceitos de congruência e semelhança. O conteúdo também deve contribuir para a formação do raciocínio hipotético-dedutivo. 2. É igualmente relevante, nas aulas de geometria, que a ideia de coordenadas seja ampliada para as representações no plano cartesiano, o que exigirá conhecimentos prévios envolvendo a ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica
PF19	<p>Unidade temática - GEOMETRIA</p> <p>Objetos de conhecimento: 5º ano - Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano; 9º ano - Distância entre pontos no plano cartesiano;</p> <p>Habilidades - (EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros; (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano</p>

PF10	Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado. (EF01MA11) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. (EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.
------	---

Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

Os resultados dos PFIs em relação a SD1: “Importância de se localizar” frente a unidade temática: geometria, destacaram as habilidades referentes aos Anos Iniciais do Fundamental: (EF01MA11), (EF01MA12), (EF05MA14), (EF05MA15); Anos Finais do Fundamental: (EF09MA16) e Ensino Médio:(EM13MAT401). No geral, perceberam a importância de saberem localizar pessoas e objetos de uma cidade através de um ponto (local) de referência, bem como saber utilizar e compreender as diferentes representações possibilitadas pelo GeoGebra dentre elas: localização de locais em plano cartesiano, escrever essa representação na planilha eletrônica, em diferentes células, para desenvolver as noções de coordenadas cartesianas, indentificando os quadrantes (BRASIL, 2018).

Aindam apontam a relação do conteúdo abordado com a localização de diferentes espaços com o Maps, ilustrando várias localidades do município de Rio Branco, além de relacionar as coordenadas do plano cartesiano com os conteúdos de ponto médio de um segmento de reta, distância entre dois pontos, isto é, encontrar medidas sem o uso de fórmulas (BRASIL, 2018).

Tarefa 18 - Questão 17: O que aprendeu com a atividade realizada, frente aos conhecimentos específicos da matemática, pedagógicos e tecnológicos, para a sua formação de professor(a) de matemática?

O quadro 21 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 18.

Quadro 21 - Resultados da Tarefa 18.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 18 - Questão 16
PF11	Durante essa atividade foi possível relembrar os conceitos de plano cartesiano feito no GeoGebra, durante as outras disciplinas de TICs realizamos trabalhos dentro do GeoGebra, devido a essa pratica anterior os passos produzidos na atividade se tornam conhecidos para nos alunos do curso de matemática.
PF12	Aprendi que se pode utilizar de fatos cotidianos que facilmente são compreendidos pelos alunos para ensinar assuntos matemáticos

PFI3	Atividade proposta é bem interessante, uma vez que traz o uso de tecnologia no ensino de matemática. Ficou claro que é possível aplicar o GeoGebra em vários conteúdos de matemática. Além disso, a atividade resgata os conteúdos trabalhados no ensino médio e fundamental.
PFI4	Uma atividade mais didática e lúdica, usando o app GeoGebra que pode-se aplicar lá dentro de sala de aula com os alunos. Portanto, tem um grande agregado a bagagem didática
PFI5	Atividades interativas que estimulam a participação dos alunos são mais fáceis de se trabalhar e os alunos participam mais. além de melhorar a didática do professor.
PFI6	As atividades envolvendo a ideia de coordenadas, sendo iniciadas no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, podem ser ampliadas para o contexto das representações no plano cartesiano, como a representação de sistemas de equações do 1º grau, articulando, para isso, conhecimentos decorrentes da ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica. Além disso, podendo ser utilizado o plano cartesiano: coordenadas cartesianas e representação de deslocamentos no plano cartesiano e, ainda, aproximando a Álgebra com a Geometria.
PFI7	Como podemos ver através da atividade realizada, o ensino de Geometria está intimamente relacionado ao espaço no qual estamos inseridos, e isso pode ser explorado pelo professor, pois possibilita ao aluno a aprendizagem dos conhecimentos e conceitos relacionados com sua visão de mundo, que abrange diversas áreas do conhecimento e em diferentes níveis de compreensão. E ainda, com uma melhor formação dos professores e, conseqüentemente, com o uso adequado da tecnologia, aumenta a capacidade da oferta de um ensino de qualidade, e isso é necessário, pois a aprendizagem da Geometria é fundamental no processo de construção do conhecimento, já que permite ao aprendiz não só a conhecer as formas, mas conjecturar e desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo diante das diversas atividades sistematizadas em sala, que são vivenciadas no dia a dia.
PFI8	Que eu tenho que melhorar muito ainda, pois assuntos simples eu ainda fico confundindo ou não sei o que responder
PFI9	Reforcei sobre a construção de atividades no GeoGebra, ainda, sobre as competências e habilidades voltadas a geometria a partir da BNCC.
PFI10	Esta forma de aplicar com o GeoGebra no assunto de geometria é bem diferenciado e interessante, pois liga muito lugares do dia a dia com a atividade realizada, não fazendo uma fuga da realidade.

Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

Conforme o relato dos PFIs apresentado no Quadro 21, podemos destacar que um dos diferenciais para a formação desses sujeitos é o fato do Curso de Licenciatura em Matemática ofertar em sua estrutura curricular disciplinas de TICs para o Ensino de Matemática, pois permitiu “relembrar os conceitos de plano cartesiano feito no GeoGebra” (PFI1), podemos salientar a necessidade na formação de professores de conhecimento e habilidades que podem favorecer o uso de tecnologias para fins pedagógico, para que possam adaptá-las para ensinar

matemática (HARRIS; MISHARA; KOEHLER, 2009).

Além de poder “utilizar de fatos cotidianos que facilmente são compreendidos pelos alunos para ensinar assuntos matemáticos” (PFI2). Uma vez que para a maioria dos PFIs a atividade foi interessante, pois com o uso do GeoGebra possibilitou uma nova forma de se pensar o ensino de geometria com o uso desse aplicativo, uma vez que podem adquirir uma “melhor formação dos professores e, conseqüentemente, com o uso adequado da tecnologia, aumenta a capacidade da oferta de um ensino de qualidade, e isso é necessário” (PFI7). Destaca-se a necessidade de que para se ter uma formação de professores de qualidade, utilizar a tecnologia para ensinar matemática deve ser refletida durante todo o percurso do curso de Licenciatura.

Portanto, “esta forma de aplicar com o GeoGebra no assunto de geometria é bem diferenciado e interessante, pois liga muito lugares do dia a dia com a atividade realizada” (PFI10). Com a atividade proposta, ficou evidente salientar na formação de professores as conexões “ existentes entre tecnologias, abordagens pedagógicas específicas e conteúdos curriculares, conceituando como essa tríade pode interagir, uns elementos com os outros, para produzir o ensino baseado em tecnologias educacionais” (CIBOTO; OLIVEIRA, 2017).

Conforme Ghedin (2007) e Pimenta (2008) apoiados na contribuição de Schön (1983), as tendências investigativas sobre a formação de professores, especificamente na formação inicial, valorizam a reflexão na ação, da reflexão sobre a ação e da reflexão sobre a reflexão na ação, apontando a construção de professores reflexivos e críticos.

Segundo os autores supracitados, os professores não podem abrir mão da reflexão, uma vez que esse processo de reflexão significa “um pensar sobre o modo de agir, sobre a ação e também pensar se no próprio momento que se está agindo, registrar esta experiência em ação, torná-la significativa no sentido de atribuir sentido ao que fazemos” (GHEDIN, 2007, p. 71). Contudo, visualizamos esse processo reflexivo nos depoimentos dos licenciandos registrados no Quadro 21, fato esse que nos remete a uma evolução no curso de licenciatura do Curso de Matemática.

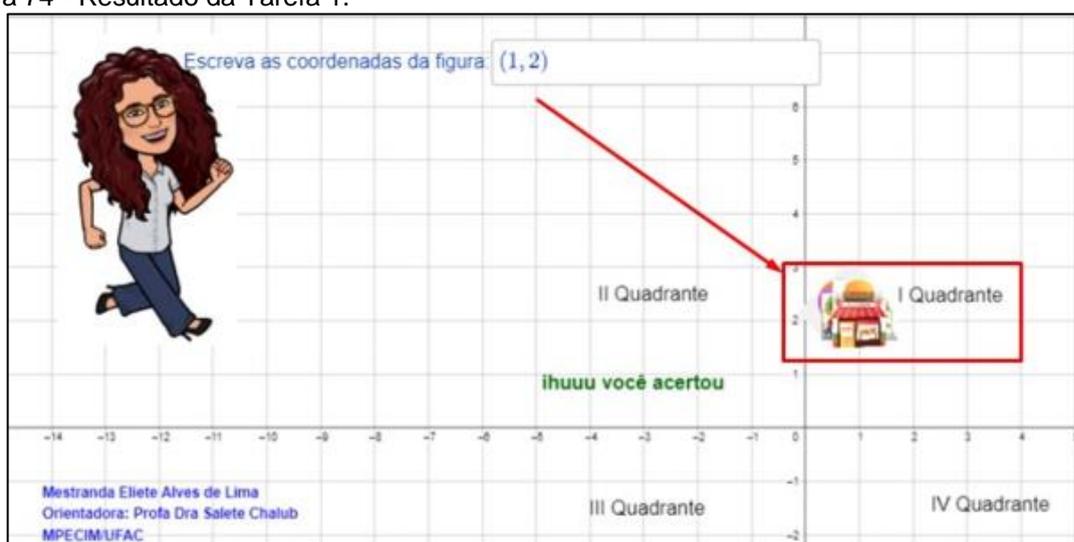
A aplicação da Sequência Didática 2 (SD2): Jogo “acertar as coordenadas dos locais das figuras” aconteceu no dia 26/01/2023 com seis tarefas planejadas. Nessa SD2 foram utilizadas imagens de locais de compõem uma cidade x anexadas no plano cartesiano como forma de identificar os pares ordenados (x, y) , os quadrantes e

comunicar a posição do local a partir de um ponto de referência, com o uso do GeoGebra - planilha de cálculos para que a partir do momento que for fazendo a Tarefa 1, ao mesmo tempo registrar na Tarefa 2 os dados encontrados no jogo, na planilha de cálculos. As Tarefas 3,4 e 5 são reflexões a cerca dessas atividades.

A Tarefa 1, é O jogo "acertar as coordenadas dos locais das figuras", tem como objetivo identificar os pares ordenados no plano cartesiano através do jogo acertar as coordenadas dos locais das figuras. Inicialmente apresenta-se ao jogador as orientações: 1 - Clicar com o botão esquerdo do mouse em iniciar; 2 - Escrever as coordenadas da figura, ou a sua localização (x, y); 3 - Clicar no botão Jogar (aparecerá um texto informando algo sobre a sua resposta. Clicar em Iniciar novamente para continuar jogando.

A Figura 74 ilustra o resultado da Tarefa 1 realizada por um dos PFIs, quando ele acerta a questão o jogo apresenta uma devolutiva "ihuuu você acertou". Observou-se que os PFIs não apresentaram dificuldade no uso do jogo. Frente a isso, percebeu-se o conhecimento tecnológico e do conteúdo específico, ou seja, a relação do conteúdo com a tecnologia - Conhecimento Tecnológico de Conteúdo (TCK). Nesse ponto, o professor em formação inicial pode refletir sobre como um conteúdo deve ser melhor ensinado com o uso da tecnologia (CIBOTO; OLIVEIRA, 2017).

Figura 74 - Resultado da Tarefa 1.

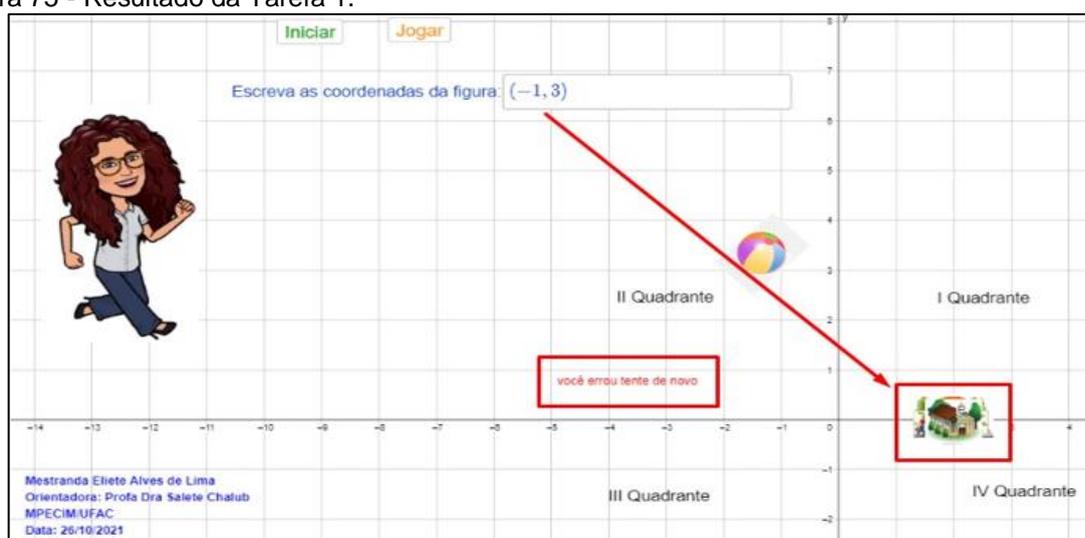


Fonte: Elaboração da autora.

A Figura 75 representa a Tarefa 1 quando ocorre erro na resposta, percebe-se que imediatamente o jogo dar uma devolutiva "você errou, tente de novo", ou seja,

o par ordenado não condiz com local que se encontra a imagem. Isso faz com que o jogador não desista de tentar acertar as coordenadas do jogo. Inicialmente no jogo alguns PFIs erraram a localização da figura no plano cartesiano, por tocar na tecla Enter antes de informar a coordenada aonde estava a localização da figura. Após compreender o uso do jogo com os botões *iniciar*, *jogar* e *escreva as coordenadas da figura* não tiver mais dificuldades nessa tarefa.

Figura 75 - Resultado da Tarefa 1.



Fonte: Elaboração da autora.

Tarefa 2: Escrever o nome das figuras e a sua localização (x, y), conforme for jogando na tarefa anterior.

A Figura 76 ilustra os dados de um dos PFIs na planilha de cálculo feita nessa tarefa.

Figura 76 - Resposta do PFI3, na planilha de cálculo dos dados do jogo da Tarefa 1.

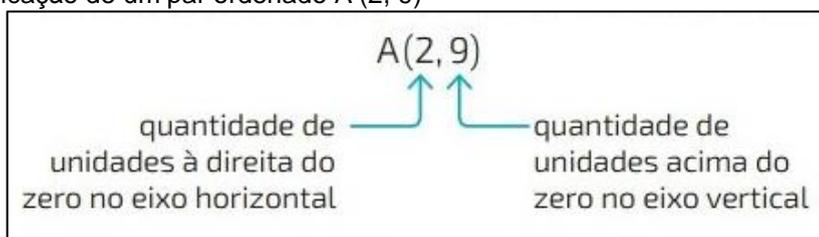
	A	B	C	D	E
1	Figura	Par Ordenado	Texto que apareceu	Quadrantes	Posição da figura em relação ao eixo dos x e y
2	Escola	(-4, 3)	Ihuu você acertou	II Quadrante	Eixo x - a cima 3 u., Eixo y - a esquerda 4 u..
3	Igreja	(2, 0)	Ihuu você acertou	I Quadrante	Eixo x - em cima 0 u., Eixo y - a direita 2u.
4	Escola	(1, -2)	Ihuu você acertou	IV Quadrante	Eixo x - a baixo 2 u., Eixo y - a direita 1u.
5	Lanchonete	(4, -4)	Ihuu você acertou	IV Quadrante	Eixo x - a baixo 4 u., Eixo y - a direita 4u.
6	Escola	(-2, 4)	Ihuu você acertou	II Quadrante	Eixo x - acima 4 u., Eixo y - a esquerda 2 u.
7	Lanchonete	(4, 0)	Ihuu você acertou	I Quadrante	Eixo x - em cima 0 u., Eixo y - a direita 4 u.
8	Igreja	(2, -1)	Ihuu você acertou	IV Quadrante	Eixo x - a baixo 1 u., Eixo X - a direita 2 u.

Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

Ao observar a resposta do PFI3 na Figura 76, com os dados da planilha de cálculo nos chamou a atenção a linha 3: E3 igreja, B3 par ordenado (2, 0), C3 Ihuu você acertou a respota, D3 I quadrante e E4 posição da figura em relação ao eixo dos x e y. Na coluna D3 dos quadrantes, percebeu-se um erro conceitual quando o par ordenado fica sobre o eixo dos x (abscissa), nesse caso o par ordenado não está em nenhum quadrante, poderia dizer que o par (2, 0) está localizado entre o primeiro e o quarto quadrantes, pois está sobre o eixo dos x. Analogamente, na linha 7 ocorre o mesmo erro conceitual de informar o quadrante e posição da figura em relação ao eixo dos x e y.

Ao debater com os PFIs sobre os resultados apresentados dessa tarefa e ao pesquisar o livro didático Matemática Essencial – 6º ano (PATARO; BALESTRI, 2018, p. 173), utilizamos um par ordenado de números que são as coordenadas do ponta A. Lembrando que o próprio nome “par ordenado” já sugere que a ordem dos números 2 e 9 deve ser respeitada. O primeiro número 2 se refere ao eixo horizontal – x e o segundo número 9 se refere ao eixo vertical – y (Figura 77).

Figura 77 - Explicação de um par ordenado A (2, 9)



Fonte: Pataro e Balestri (2018, p. 173).

Na tarefa realizada o ponto de referência solicitado para indicar a localização foram os eixos x - horizontal e y - vertical. No entanto, Pataro e Balestri (2018, p. 173) explicam esse conceito tomando a origem do plano cartesiano como ponto de referência para a localização do pares ordenados (x, y).

Juntamente os PFIs foi decidido reformular o item E da planilha perguntando a localização da figura tomando como ponto de referência a origem do plano cartesiano. Esclaremos que para a localização dos quadrantes: quando $x > 0$ e $y > 0$ (I quadrante); quando $x < 0$ e $y > 0$ (II quadrante); quando $x < 0$ e $y < 0$ (III quadrante) e quando $x > 0$ e $y < 0$ (IV quadrante). Quando o par ordenado estiver sobre o eixo horizontal - x ou sobre eixo vertical - y esse par, estará entre dois quadrantes. No ponto Lanchonete (4,0), o par está localizado sobre o eixo x e está entre o I quadrante

e o IV quadrante (PATARO; BALESTRI, 2018).

Tarefa 3: Relate o que aprendeu com a atividade, em que pode destacar sobre o conhecimento com o uso do GeoGebra, e conhecimentos de matemática para realizar práticas de ensino com o uso da tecnologia.

O Quadro 22 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 3.

Quadro 22 - Resultados da Tarefa 3.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 3 - Questão 2
PF11	Durante a atividade, foi possível lembrar os conceitos de coordenada, quadrantes e localização de pontos no plano cartesiano. Tais conceitos utilizados no GeoGebra, que é uma ferramenta gráfica que auxilia na construção de conhecimento matemático.
PF12	Aprendi que este tipo de atividade pode ser desenvolvido no GeoGebra, até então desconhecia esta forma de utilização da ferramenta.
PF13	Atividade bastante didática, em relação a posição da figura tive apenas que prestar mais atenção na hora de descrever a posição devido a linguagem que utilizei, fora isso não tive mais dúvidas ou dificuldades.
PF14	Com a atividade proposta é possível aprender o assunto de localização de pontos no plano cartesiano pelos pares ordenados, identificar em qual quadrante está o ponto e etc. o uso do GeoGebra pode destacar sobre o conhecimento de em que quadrante está localizado o ponto em relação aos eixos também. E para utilizar essa atividade é necessário o conhecimento desses tópicos da geometria sobre o plano cartesiano e tal.
PF15	Com o decorrer da atividade percebe-se que é muito melhor a resolução no geométrica ao invés de métodos antigos já que de maneira interativa prende o aluno para a resolução da atividade.
PF16	A partir do GeoGebra, pude aprender a ensinar de a realizar práticas de ensino com o uso da tecnologia de maneira muito mais dinâmica e lúdica, no qual quando colocado em prática tornou-se algo muito mais viável e simples de ensinar, por exemplo, coordenadas no plano cartesiano, figuras geométricas, dentre outros assuntos.
PF17	Através da atividade, vemos que ensinar através de práticas de ensino que tem como meio o uso da tecnologia, se faz muito mais dinâmica e lúdica, no qual quando colocado em prática tornou-se algo muito mais viável e simples de ensinar, por exemplo, coordenadas no plano cartesiano, figuras geométricas, dentre outros assuntos.
PF18	Aprendi bastante coisa, já que conheci o GeoGebra através da Universidade ao decorrer das aulas. Com esse jogo, senti dificuldade em saber o que fazer no começo, pois para mim, manusear o GeoGebra pelo celular é um pouco trabalhoso, mas observei e entendi o que pedia e consegui jogar. Joguei três vezes e escrevi o que pedia, apesar de ser pequeno pelo celular consegui responder. Achei divertido o jogo, como a bola se move de acordo com nossas coordenadas.
PF19	Fiz o uso do computador, então a visualização do jogo foi boa, e de fácil entendimento. Para realizar a atividade eu precisei dos conhecimentos sobre o plano cartesiano, para o ensino é algo bem didático, e facilita o entendimento para os alunos ganharem prática no assunto.

PFI10	Eu aprendi a identificar as coordenadas no plano cartesiano. Tive apenas dificuldades básicas de como usar a plataforma.
-------	--

Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

Os PFIs destacaram a proposta dessa atividade inovadora e didática, que chama a atenção para as novas formas de ensinar conteúdos matemáticos com o uso do GeoGebra, até então desconhecida por alguns. Apontou-se que inicialmente deve-se compreender a utilização do aplicativo com o jogo, pois esse fato os fez errar algumas representações de pares ordenados e a localização dos respectivos quadrantes e eixos. Dessa forma, concordamos com Mishra e Koehler (2006, p. 1028) quando afirmam que “[...] os professores necessitam conhecer não apenas a matéria que eles ensinam, mas também alterar a maneira como o assunto pode ser ensinado por meio da aplicação de tecnologia”. Destacamos que a atividade permite falar de um mesmo conteúdo utilizando dois recursos no GeoGebra, tais como: jogo e planilha de cálculo.

Tarefa 4: Relate se encontrou alguma dificuldade em relação ao conhecimento com o uso do GeoGebra e dos conhecimentos da matemática frente a atividade proposta.

O Quadro 23 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 4.

Quadro 23 - Resultados da Tarefa 4.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 4 - Questão 3
PFI1	A dificuldade encontrada durante a atividade, foi identificar as figuras, mas em conversa com a professora foi explicado que a mediada que aumentamos a imagem iria ficar mais difícil a localização da coordenada. Mas diante as ferramentas do GeoGebra não encontrei nenhuma dificuldade
PFI2	Nenhuma dificuldade, pois os conteúdos abordados na atividade são de simples entendimento.
PFI4	Com a aplicação desse recurso no geogebra não encontrei alguma dificuldade, pois a atividade é bem objetiva, onde propõe que escrevamos o par ordenado de onde se encontra a figura, que é o nosso ponto, e com isso podemos, por uma observação, verificar em qual quadrante está situado o ponto e etc.
PFI5	Não teve nenhuma dificuldade com a atividade nem com o geogebra.
PFI6	Das dificuldades na qual tive, posso destacar os comandos utilizados para representar os conhecimentos matemáticos.
PFI7	Não tive dificuldades, somente achei que, para alunos do ensino regular, faltaria instruções para o comando das coordenadas.

Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

A maioria dos PFIs não tiveram dificuldades na resolução da atividade, porém evidenciaram que as figuras dos locais estavam pequenas dificultando identificar o que seria. Como sugestão, a docente explicou que eles poderiam utilizar a tela cheia, ou ainda, para quem estivesse utilizando o mouse com o terceiro botão (scroll do mouse – permite ampliar ou reduzir a janela de visualização conforme a movimentação).

Tarefa 5: De que forma poderia utilizar a atividade para ensinar esse conteúdo a estudantes da Educação Básica?

O Quadro 24 apresenta as respostas dos PFIs da Tarefa 5.

Quadro 24 - Resultados da Tarefa 5.

Licenciandos	Resposta da Tarefa 5 - Questão 4
PFI1	Seria possível aplicar essa atividade para exercitar a compreensão de coordenadas no plano cartesiano, a distância entre pontos, localização de pontos. Além de conceitos de quadrante.
PFI2	Poderia ser desenvolvida uma "disputa" entre os alunos reunindo em grupos (caso a escola possua poucos computadores) para ampla participação da turma, assim estimulando o aprendizado dos mesmos através do uso desta atividade.
PFI4	Essa atividade poderia ser utilizada nas aulas de matemática nas escolas, quando trabalhados os assuntos de plano cartesiano, localização de ponto por par ordenado e etc, em aulas mais dinâmicas voltadas para uma atividade mais animada, como sendo uma brincadeira com os alunos, e mesmo assim trabalhando o conhecimento na área, com recompensas pro que tiver melhor desempenho e etc.
PFI5	Primeiramente seria dado uma aula teórica para introdução do conteúdo e para melhor fixação será apresentado a atividade no GeoGebra.
PFI6	Nós poderíamos utilizar a atividade de tal maneira, na qual se possa utilizar, por exemplo, do artifício de utilização de jogos matemáticos, como o ensino de coordenadas no plano cartesiano por meio do jogo "batalha naval".
PFI7	Pode-se utilizar a atividade proposta, para ensinar Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado. E ainda, descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.

Fonte: Dados da pesquisadora, 2023.

Conforme as respostas dos PFIs sobre o questionamento, é possível levar essa atividade para aplicar na escola de algumas maneiras: atividade de fixação, exercitar a compreensão dos conteúdos (coordenadas no plano cartesiano, a distância

entre pontos e localização de pontos) e atividade de competição.

Após a SD2 apresentamos os tipos de geometrias: Euclidiana, Projetiva e Topologia, ancorados em Lorenzato (2006), Toledo e Toledo (1997) e Pataro e Balestri (2018). Assim, a partir de conhecimentos adquiridos com a prática, com Euclides no século II a. C., na Grécia, nasceu a geometria que hoje chamamos de Euclidiana, no século XVII surgiu a geometria Projetiva e no século XX, a geometria Topológica (LORENZATO, 2006).

Além do mais, de acordo com Lorenzato (2006, p.45 - 46) existem habilidades que favorecem a Percepção Espacial que são: Discriminação Visual, Memória Visual, Decomposição de Campo e Conservação de Forma e de Tamanho. A *Discriminação Visual* “é a habilidade de perceber semelhanças e/ou diferenças entre dois objetos tridimensionais ou entre duas figuras desenhadas” (LORENZATO, 2006, p. 45); Já a *Memória Visual*: “é a habilidade de lembrar-se daquilo que não está mais sob sua vista” (LORENZATO, 2006, p. 45); A *Decomposição de Campo*: “é a habilidade de isolar o campo visual em subpartes”, ou seja, é a focalização da parte no todo (LORENZATO, 2006, p. 46). A *Conservação de forma e de tamanho* é a “habilidade de perceber que os objetos possuem propriedades invariantes. [...] a forma e o tamanho dos objetos que nos rodeiam não se modificam, dependendo das posições dos objetos e do observador, a forma e o tamanho parecem modificados” (LORENZATO, 2006, p. 46).

Ainda como habilidades para percepção visual, tem-se a *Coordenação visual-motora*: “é a habilidade que permite realizar ações de olhar e de agir ao mesmo tempo”, como exemplos o andar, ligar pontos no papel, pular corda, andar de bicicleta, dentre outros (LORENZATO, 2006, p. 46).

Por fim, a *Equivalência por movimento*: “é a habilidade que permite identificar a equivalência entre duas figuras, desde que uma delas seja movimentada” (LORENZATO, 2006, p. 47). Existem três tipos em que podemos movimentar as figuras ou objetos. A *Translação*: “quando todos os pontos da figura obedecem a uma mesma direção”; A *Rotação*: “quando a figura gira em torno de um ponto ou eixo” e, a *Reflexão*: “quando ocorre imagem espelhada da figura. Observar no espelho a imagem de sua mão direita é uma boa oportunidade para constatar que ela está invertida e que por isso, parece ser sua mão esquerda” (LORENZATO, 2006, p. 47).

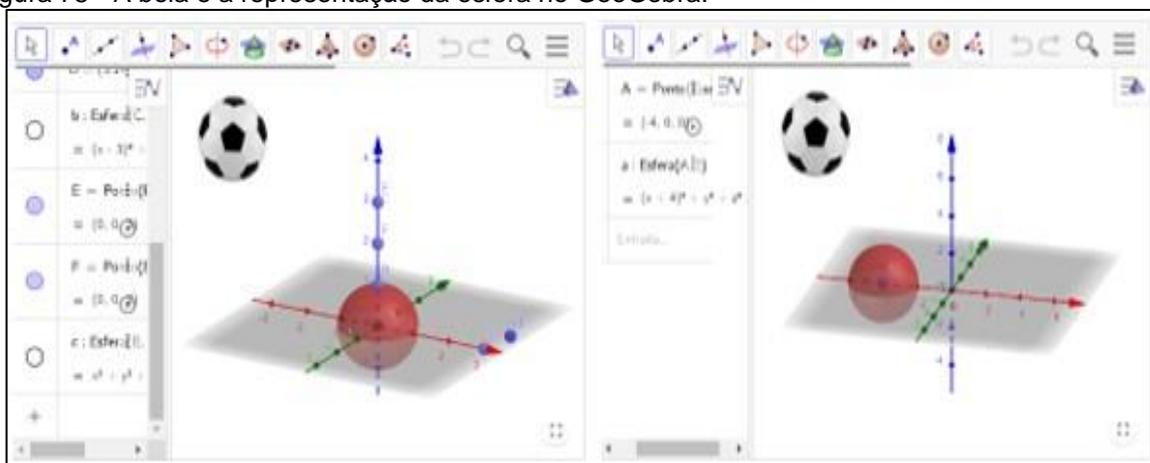
A Sequência Didática 3 (SD3): Geometria Espacial no Cotidiano, foi aplicada

no dia 23/02/2023. Essa SD3 foi pensada para despertar o interesse do estudante pelo conhecimento geométrico, porque as formas geométricas fazem parte do nosso dia a dia e assim, para estimular e desenvolver habilidades nesse assunto utilizamos como recurso tecnológico GeoGebra.

A SD3 – Geometria Espacial no Cotidiano, tem como objetivo: Explorar as construções com o uso do GeoGebra 3D - três dimensões de objeto do dia a dia (bola, caixa de sapato, chapéu do palhaço, cubo mágico, lata de leite e pirâmide do Egito) que lembram figuras espaciais, tais como: cilindro, paralelepípedo, cone, cubo, cilindro e pirâmide. Explorar o conhecimento tecnológico do aplicativo GeoGebra 3D. Identificar e associar figuras geométricas espaciais a objetos e elementos do cotidiano. Classificar as figuras em poliedros e não poliedros. Identificar os elementos que compõem o prisma a pirâmide, o cilindro e o cone. Identificar e quantificar vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides.

Tarefa 1: Construir sólido geométrico baseado na imagem de uma bola com o uso do GeoGebra (Figura 78).

Figura 78 - A bola e a representação da esfera no GeoGebra.



Fonte: Atividade dos PFI1 e PFI2, 2023.

Observa-se que os PFIs conseguiram construir no GeoGebra 3D, a esfera para isso escolheram na barra de menu a Esfera: centro & ponto  e para a sua construção a imagem a esquerda na Figura 78 o PFI 1 escolheu o centro da esfera a origem $(0,0,0) = (x, y, z)$. Já o PFI2 escolheu o centro da esfera $(-2, 0, 0)$. No computador na construção da esfera com o GeoGebra Calculadora 3D, podemos

utilizar o ajuda

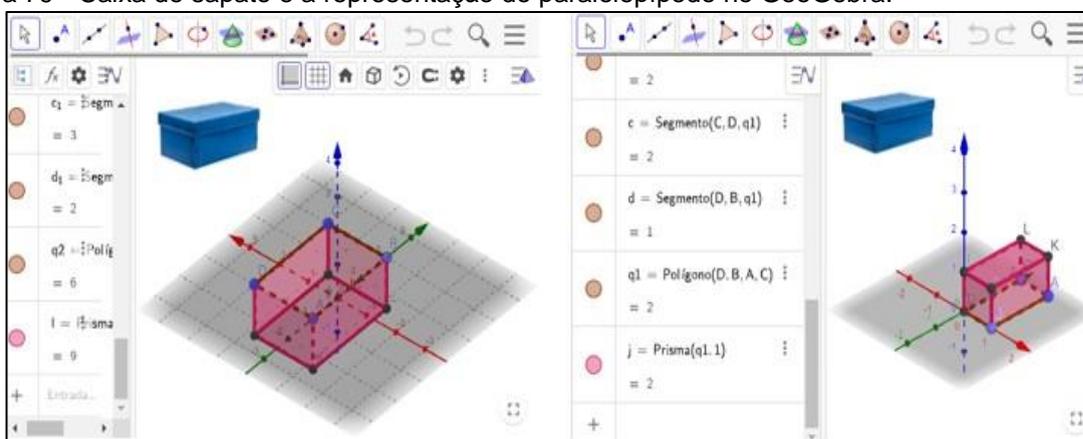
Esfera: Centro & Ponto
Selecione o centro e, então, um ponto da esfera AJUDA

que nos diz para selecionar o centro e,

então um ponto da esfera. No entanto, na SD3 não deixamos habilitado essa condição para analisarmos os conhecimentos tecnológicos dos PFIs para essa construção de qual objeto 3D representaria a bola. Nenhum PFI apresentou dificuldade nessa construção.

Tarefa 2: Construir sólido geométrico baseado na imagem de uma caixa de sapato bola com o uso do GeoGebra. (Figura 79).

Figura 79 - Caixa de sapato e a representação do paralelepípedo no GeoGebra.



Fonte: Atividade do PFI3 e PFI4, 2023.

A construção do paralelepípedo que representa a caixa de sapato foi a que os licenciandos tiveram dificuldade para a sua construção, pois na barra de ferramentas não temos um ícone que já construa de forma direta o paralelepípedo. Precisam das noções de retas paralelas e perpendiculares, além de informar as coordenadas (x, y, z) dos pontos da base da imagem da caixa de sapato e ter a certeza que formam ângulos de 90° . Para terem a noção do grau de dificuldade da construção o PFI3 fez construção em 13 passos e o PFI4 em 10 passos (Figura 80).

Figura 80 - Protocolo de construção do paralelepípedo dos PFI3 e PFI4.

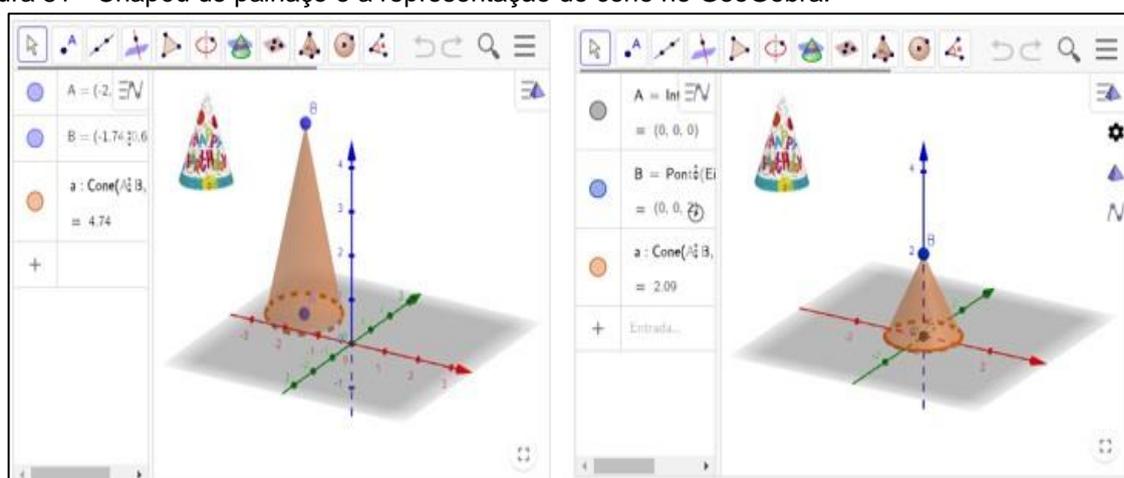
Nome	Descrição	Valor
1	Ponto A	sobre EixoY $A = (0, -1, 0)$
2	Ponto B	Ponto sobre EixoY $B = (0, 2, 0)$
3	Ponto C	$C = (2, 2, 0)$
4	Ponto D	$D = (2, -1, 0)$
5	Segmento f	Segmento A, D $f = 2$
6	Segmento g	Segmento D, C $g = 3$
7	Segmento h	Segmento C, B $h = 2$
8	Segmento i	Segmento B, A $i = 3$
9	Quadrilátero q1	Polígono A, D, C, B $q1 = 6$

Nome	Descrição	Valor
1	Ponto A	$A = (1, 2, 0)$
2	Ponto B	Ponto sobre EixoX $B = (1, 0, 0)$
3	Segmento f	Segmento B, A $f = 2$
4	Ponto C	Ponto sobre EixoY $C = (0, 2, 0)$
5	Segmento g	Segmento A, C $g = 1$
6	Ponto D	Ponto de interseção de EixoZ, EixoX $D = (0, 0, 0)$
7	Segmento h	Segmento C, D $h = 2$
8	Segmento i	Segmento D, B $i = 1$

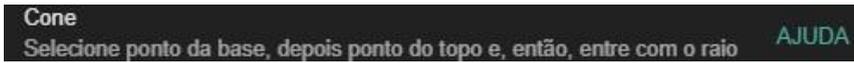
Fonte: Atividade do PFI3 e PFI4, 2023.

Tarefa 3: Construir sólido geométrico baseado na imagem de um chapéu de aniversário bola com o uso do GeoGebra (Figura 81).

Figura 81 - Chapéu de palhaço e a representação do cone no GeoGebra.



Fonte: Atividade do PFI5 e PFI6, 2023.

Com o cone para representar o chapéu do palhaço o PFI5 e PFI6 não tiveram dificuldade para construir, pois para construir o cone  perceberam que precisam escolher um ponto na base, um no topo e informar o raio. No ajuda do GeoGebra calculadora 3D,  (Figura 82).

O PFI5 e o PFI6 fizeram em 3 passos, conforme o protocolo de construção.

Figura 82 - Protocolo de construção com cone do PFI5 e PFI6 em 3 passos.

	Nome	Descrição	Valor		Nome	Descrição	Valor
1	Ponto A		$(-2, 1, 0)$	1	Ponto A	Ponto de interseção de EixoZ, EixoX	$A = (0, 0, 0)$
2	Ponto B		$B = (-1.74, 0.61, 4.5)$	2	Ponto B	Ponto sobre EixoZ	$B = (0, 0, 2)$
3	Cone a	$\text{Cone}(A, B, 1)$	a: 4.74	3	Cone a	$\text{Cone}(A, B, 1)$	a: 2.09
3	Superfície b	$\text{Cone}(A, B, 1)$	b: 14.57	3	Superfície b	$\text{Cone}(A, B, 1)$	b: 7.02
3	Círculo c	$\text{Cone}(A, B, 1)$	c: $X = (-2, 1, 0) + (0.83 \cos(t) + 0.55 \sin(t), 0.56 \cos(t) - 0.83 \sin(t), 0)$	3	Círculo c	$\text{Cone}(A, B, 1)$	c: $X = (0, 0, 0) + (\cos(t), -\sin(t), 0)$

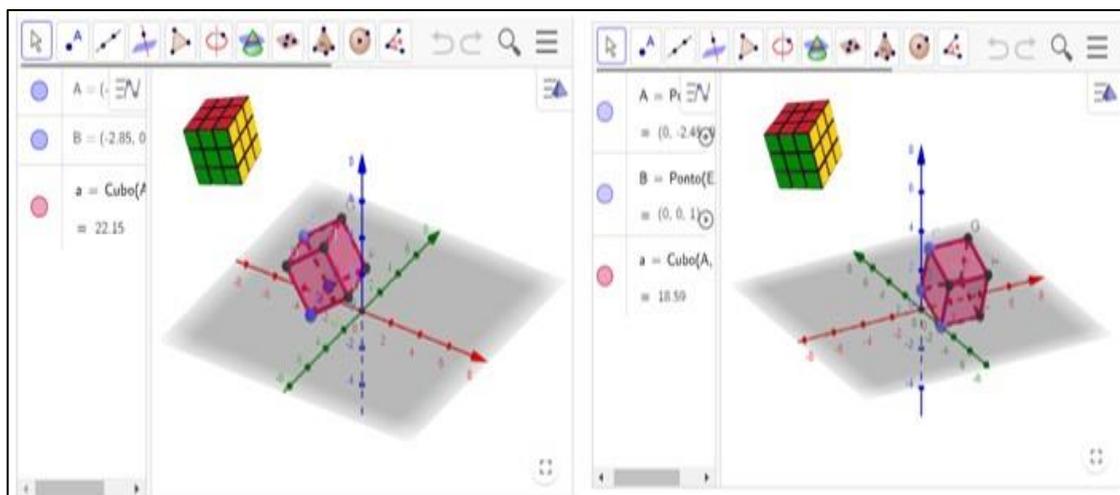
PF15

PF16

Fonte: Atividade do PFI5 e PFI6, 2023.

Tarefa 4: Construir um sólido geométrico baseado na imagem de um cubo mágico com o uso do GeoGebra (Figura 83).

Figura 83 - Cubo mágico e a representação do cubo no GeoGebra.



Fonte: Atividade do PFI7 e PFI8, 2023.

O PFI7 e PFI8 também não apresentaram dificuldades na construção do cubo em 4 passos. No entanto o PFI7 se aproximou melhor da imagem proposta. Para a construção na barra de ferramentas 3D escolher o cubo , depois selecionar dois pontos. A construção do objeto 3D conforme o ajuda do GeoGebra calculadora 3D:

Cubo
Selecione dois pontos ou outros objetos correspondentes AJUDA

(Figura 84).

Figura 84 - Protocolo de construção do PF17 e PF18 do cubo em 4 passos.

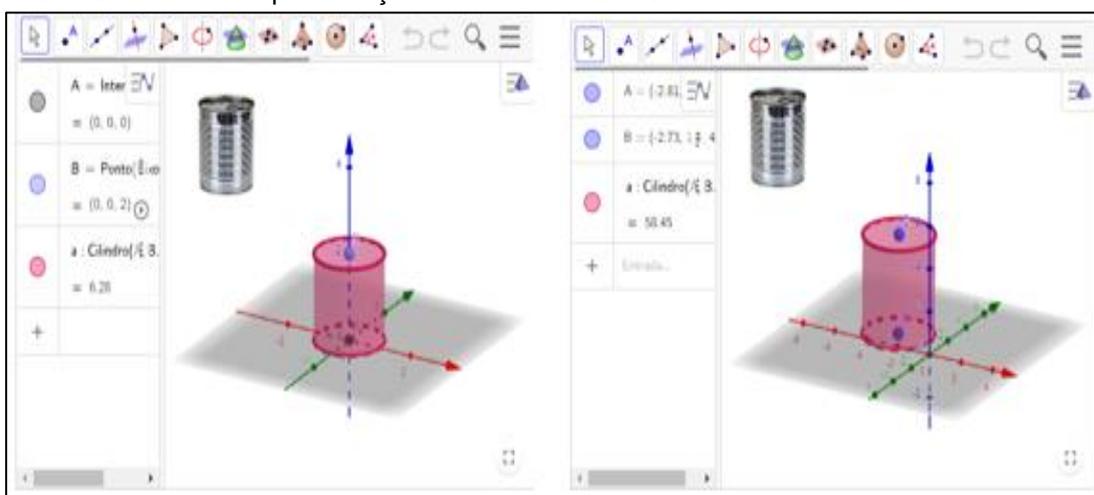
Nome	Descrição	Valor
1	Ponto A	$A = (-2.34, -1.91, 0)$
2	Ponto B	$B = (-2.85, 0.85, 0)$
3	Ponto C	Ponto sobre Circulo(B, Distancia(A, B), Segmento(A, B)) $C = (-4.35, 0.58, 2.36)$
4	Cubo a	Cubo(A, B, C) $a = 22.15$
4	Ponto D	Cubo(A, B, C) $D = (-3.85, -2.19, 2.36)$
4	Ponto E	Cubo(A, B, C) $E = (-0.03, -1.49, 1.53)$
4	Ponto F	Cubo(A, B, C) $F = (-0.53, 1.28, 1.53)$
4	Ponto G	Cubo(A, B, C) $G = (-2.03, 1.388)$
4	Ponto H	Cubo(A, B, C) $H = (-1.53, -1.76, 3.88)$
4	Segmento <small>arestaAD</small>	Segmento D, A $arestaAD = 2.81$

Nome	Descrição	Valor
1	Ponto A	EixoY $A = (0, -2.45, 0)$
2	Ponto B	Ponto sobre EixoZ $B = (0, 0, 1)$
3	Ponto C	Ponto sobre Circulo(B, Distancia(A, B), Segmento(A, B)) $C = (0, -1, 3.45)$
4	Cubo a	Cubo(A, B, C) $a = 18.59$
4	Ponto D	Cubo(A, B, C) $D = (0, -3.45, 2.45)$
4	Ponto E	Cubo(A, B, C) $E = (2.65, -2.45, 0)$
4	Ponto F	Cubo(A, B, C) $F = (2.65, 0, 1)$
4	Ponto G	Cubo(A, B, C) $G = (2.65, -1, 3.45)$
4	Ponto H	Cubo(A, B, C) $H = (2.65, 0, 1)$

Fonte: Atividade do PF17 e PF18, 2023.

Tarefa 5: Construir sólido geométrico baseado na imagem de uma lata de leite sem rótulo com o uso do GeoGebra (Figura 85).

Figura 85 - Uma lata e a representação do cilindro no GeoGebra.



Fonte: Atividade do PF19 e PF110, 2023.

Para a construção do cilindro o PF19 e PF110, construíram em 3 passos e sem dificuldades. Em cilindro  basta escolher dois pontos e o raio. No ajuda do **Cilindro**  (Figura 86).

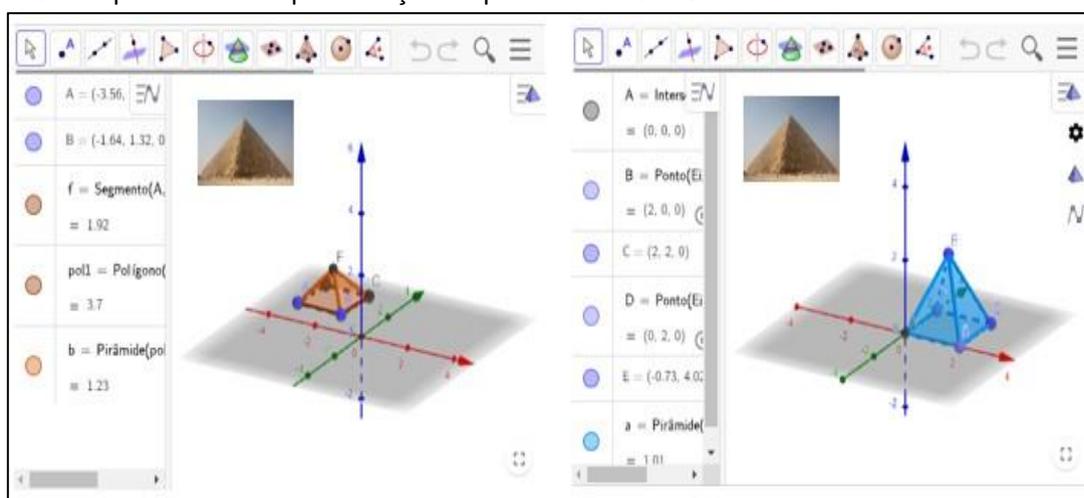
Figura 86 - Protocolo de construção do cilindro em 3 passos.

Nome	Descrição	Valor	Nome	Descrição	Valor
1 Ponto A	interseção de EixoY, EixoX	A = (0, 0, 0)	1 Ponto A		(-2.81, 1.44, 0)
2 Ponto B	Ponto sobre EixoZ	B = (0, 0, 2)	2 Ponto B		B = (-2.73, 1.4, 4.65)
3 Cilindro a	Cilindro(A, B, 1)	a: 6.28	3 Cilindro a	Cilindro(A, B, 2)	a: 58.45
3 Superfície b	Cilindro(A, B, 1)	b: 12.57	3 Superfície b	Cilindro(A, B, 2)	b: 58.45
3 Círculo c	Cilindro(A, B, 1)	c: X = (0, 0, 0) + (cos(t), -sin(t), 0)	3 Círculo c	Cilindro(A, B, 2)	c: X = (-2.81, 1.44, 0) + (1.07 cos(t) + 1.69 sin(t), 1.69 cos(t) - 1.07 sin(t), -0.04)
3 Círculo d	Cilindro(A, B, 1)	d: X = (0, 0, 2) + (cos(t), sin(t), 0)			
PFI9			PFI10		

Fonte: Atividade do PFI9 e PFI10, 2023.

Tarefa 6: Construir sólido geométrico baseado na imagem de uma pirâmide com o uso do GeoGebra (Figura 87).

Figura 87 - A pirâmide e a representação da pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Atividade dos PFI1 e PFI2, 2023.

Na atividade o PFI1 fez em 4 passos e o PFI2 em 6 passos, no entanto para a construção da pirâmide  e conforme o ajuda do GeoGebra 3D  precisamos construir primeiramente o polígono de base quadrada e, na continuidade o ponto superior. Veja o protocolo de construção (Figura 88).

Figura 88 - Protocolo de construção dos PFI1 e PFI2 da Pirâmide de base quadrada.

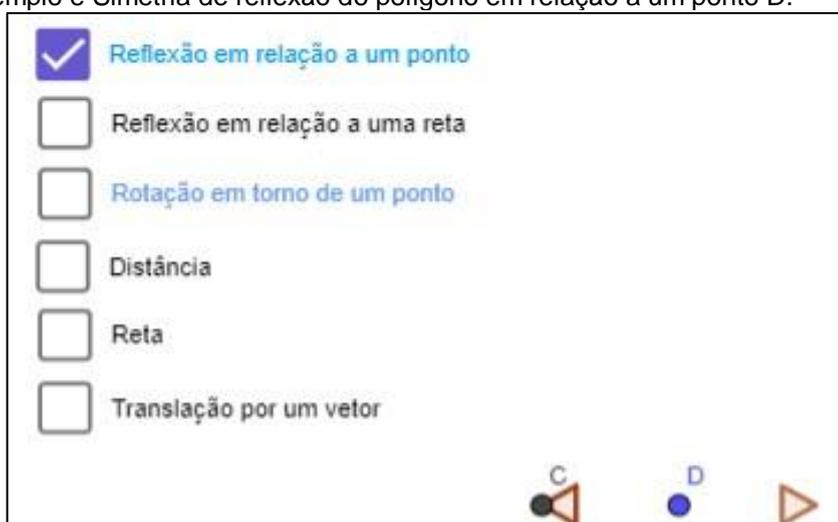
Nome	Descrição	Valor	Nome	Descrição	Valor
Ponto A		$A = (-3.56, 1.42, 0)$	Ponto A	Ponto de interseção de EixoZ, EixoY	$A = (0, 0, 0)$
Ponto B		$B = (-1.64, 1.32, 0)$	Ponto B	Ponto sobre EixoX	$B = (2, 0, 0)$
Polígono pol1	Polígono(A, B, 4, PlanoXOY)	$pol1 = 3.7$	Ponto C		$C = (2, 2, 0)$
Segmento f	Segmento A, B	$f = 1.92$	Ponto D	Ponto sobre EixoY	$D = (0, 2, 0)$
Segmento g	Segmento B, C	$g = 1.9$	Ponto E		$E = (-0.73, 4.02, 0.76)$
Ponto C	Polígono(A, B, 4, PlanoXOY)	$C = (-1.55, 3.24, 0)$	Pirâmide a	Pirâmide(A, B, C, D, E)	$a = 1.01$
Ponto D	Polígono(A, B, 4, PlanoXOY)	$D = (-3.47, 3.34, 0)$	Segmento arestaAB	Segmento A, B	$arestaAB = 2$
Segmento h	Segmento C, D	$h = 1.9$	Segmento arestaBC	Segmento B, C	$arestaBC = 2$
Segmento	Segmento D		Segmento arestaCD	Segmento C, D	$arestaCD = 2$
			Segmento arestaAD	Segmento D, A	$arestaAD = 2$
			Quadrilátero	Polígono A, B, C, D	$faceABCD = 2$

Fonte: Atividade dos PFI1 e PFI2, 2023.

A Sequência Didática 4 (SD4) - Transformações de figuras (simetria de reflexão em relação a um ponto e a uma reta; simetria de rotação, simetria de translação e homotetia) realizada no dia 02/03/2023 com o objetivo de ampliar a atividade construída pelos PFIs com a inclusão de elementos (texto de apresentação, questão aberta ou de múltipla escolha, um vídeo sobre o tema da atividade, um applet do GeoGebra desenvolvido pelo licenciando e um arquivo em pdf sobre o tema da aula).

Falando de simetria de reflexão em relação a um ponto, está com a caixa de seção Exibir/Esconder objetos. Na Figura 89, observar o que acontece:

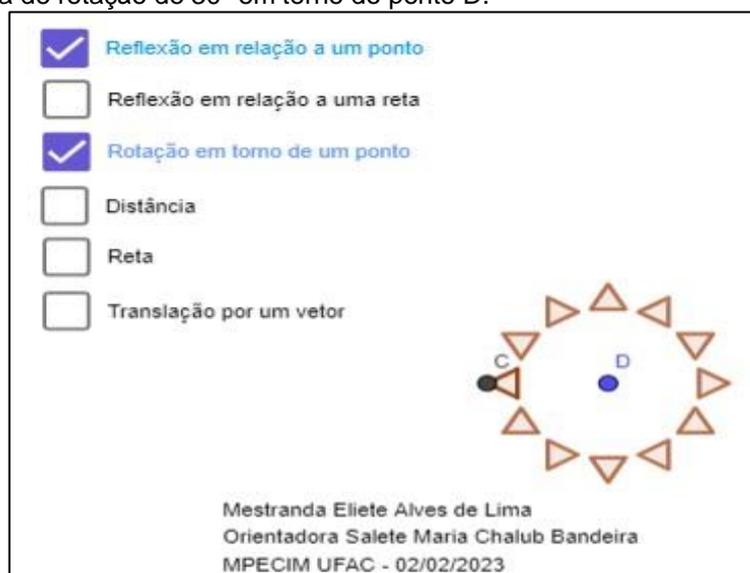
Figura 89 - Exemplo e Simetria de reflexão do polígono em relação a um ponto D.



Fonte: Autoras, 2023.

Na continuidade, exemplo de Simetria de Rotação do polígono em torno de um ponto, podendo ocorrer no sentido horário e/ou sentido anti-horário, observar que são 12 polígonos, significa que fizemos uma rotação de 30° (Figura 90).

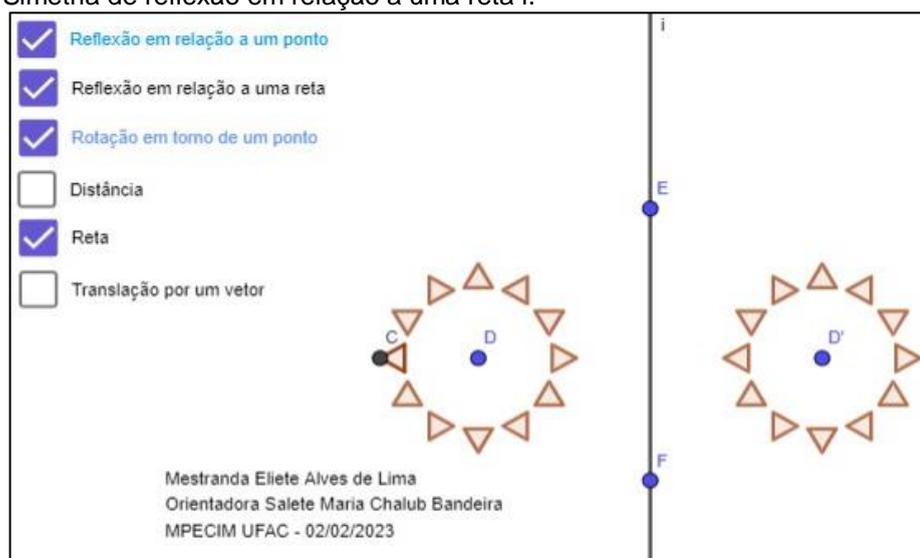
Figura 90 - Simetria de rotação de 30° em torno do ponto D.



Fonte: Autoras, 2023.

Outro exemplo trabalhado com os PFIs foi de Simetria de Reflexão (da mandala) em relação a uma reta i (Figura 91).

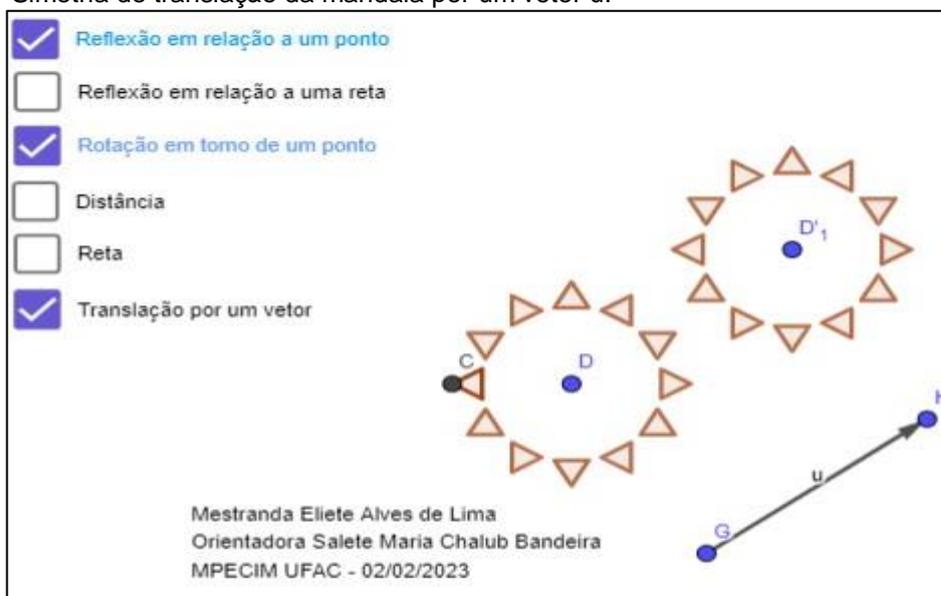
Figura 91 - Simetria de reflexão em relação a uma reta i .



Fonte: Autoras, 2023.

Além disso, construímos um exemplo de translação da mandala por um vetor u . Observar a direção e sentido da mandala obtida de centro $D'1$ (Figura 92).

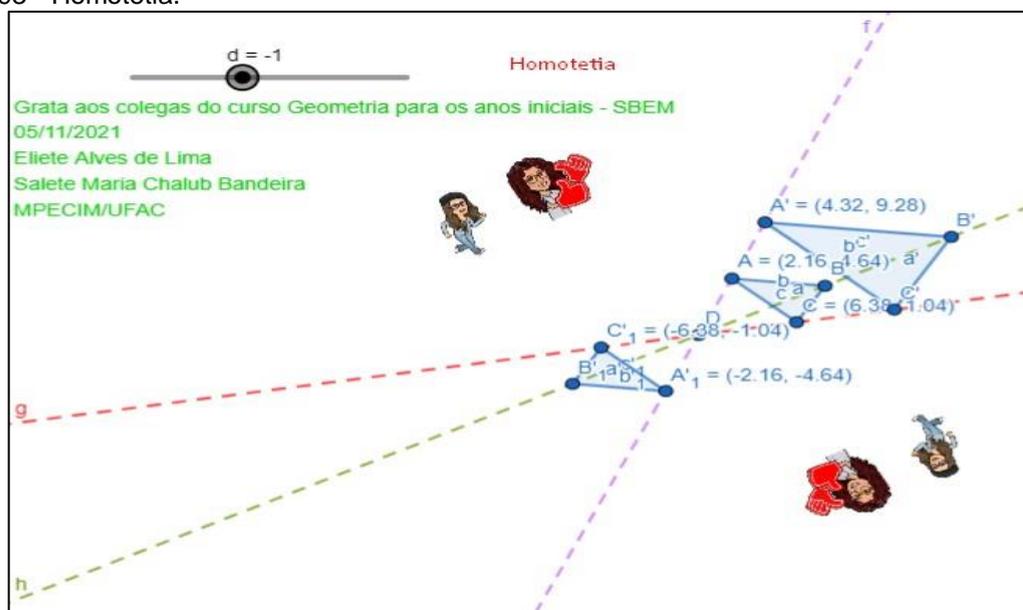
Figura 92 - Simetria de translação da mandala por um vetor u .



Fonte: Autoras, 2023.

Finalizamos com a apresentação da construção da homotetia (para figuras e polígonos) realizada pela orientadora e mestranda no Curso de Geometria para os Anos Iniciais - SBEM (Figura 93).

Figura 93 - Homotetia.



Fonte: Autoras, 2023.

Portanto, deixamos como atividade para as aulas dos dias 09/02/2023 e 16/02/2023 (a inclusão de elementos de sua atividade) com o uso do GeoGebra

Clássico 6, logados em sua conta de perfil. As aulas dos dias 02/03, 09/03 e 16/03/2023 com as produções dos PFIs estão na Fase 4.

6.2 FASE 4: PRODUÇÕES DOS PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL

A última fase, *análise a posteriori e validação* é a etapa que analisamos as produções dos estudantes durante as aulas da disciplina com o olhar no Conhecimento Pedagógico e Tecnológico do Conteúdo (TPACK). A unidade temática trabalhada foi a geometria, em que apresentamos o objeto de conhecimento, habilidades e os conhecimentos adquiridos pelos PFIs.

Esta fase, foca no processo de formação dos dados a fim de confrontá-los quanto aos objetivos definidos na análise *a priori* e, se alcançados e tiver a questão de problema da pesquisa respondida, essa será validada (ARTIGUE, 1996).

Para Pais (2011), a análise *a posteriori* tende a valorizar-se quando complementa os dados obtidos por meio de outras técnicas, como questionários, entrevistas, gravações, diálogos, entre outras. Sendo assim, esses objetos metodológicos podem ser utilizados em diferentes ocasiões no decorrer do ensino.

No dia 26/01/2023, como proposta para os licenciandos foram entregues impressos em papel A4 (frente e verso), malhas quadradas e triangular. No intuito, de planejarem atividades com a habilidade “Equivalência por movimento” por meio da manipulação e aprimorar a ideia inicial com o uso do software GeoGebra, como nos remete a Base Nacional Comum Curricular⁴⁵, referente ao Ensino Fundamental – Anos Iniciais (BRASIL, 2018, p. 272):

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, **tablets ou smartphones**), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa.

Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O **estudo das simetrias** deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras

⁴⁵ Disponível em:

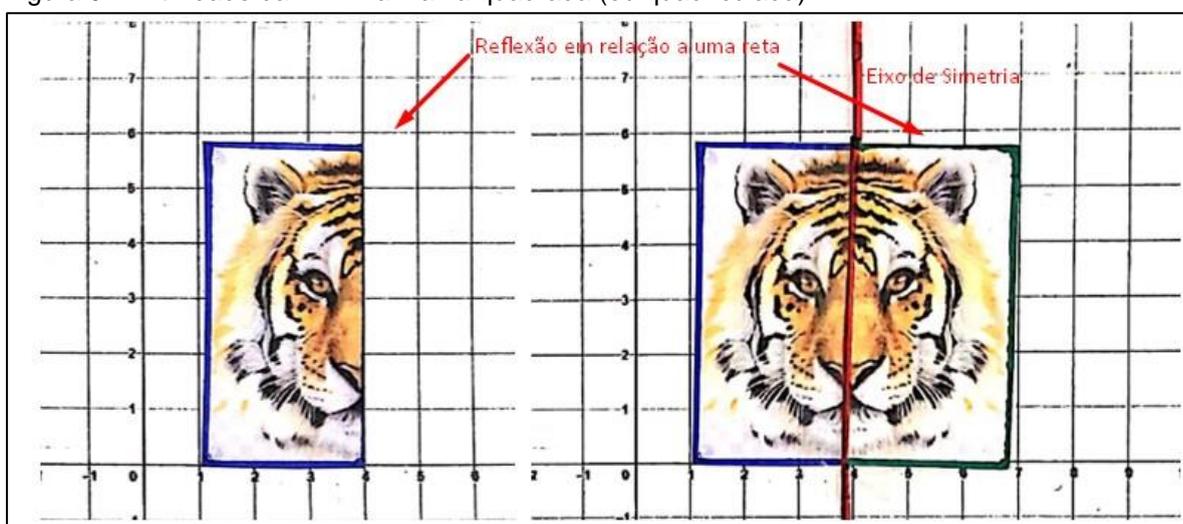
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 23 out. 2021.

geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e **com recurso de softwares de geometria dinâmica** [Grifo nosso] (BRASIL, 2018, p. 272).

Foram destinados três encontros nas datas 02/03, 09/03 e 16/03/2023 para o planejamento da atividade que foi iniciado nas malhas quadriculadas e/ ou triangulares e, na continuidade com o uso do GeoGebra para ampliar a atividade inicial. Apresentamos as atividades dos PFIs 1 a PF110.

A PF11 apresenta na malha quadrada a imagem de um tigre Siberiano, a reta de simetria (Figura 94).

Figura 94 - Atividade da PF11 na malha quadrada (ou quadriculada).

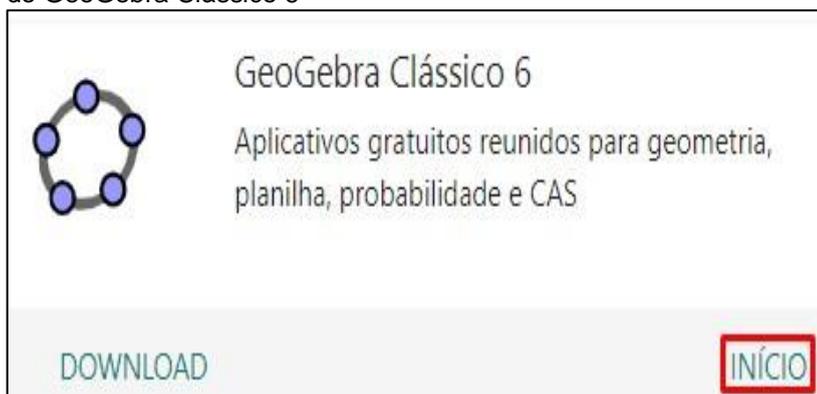


Fonte: Atividade da PF11, 2023.

Segue da PF1, o Roteiro de Construção realizado no GeoGebra Classico 6, de um exemplo da Simetria de Reflexão da figura do tigre em relação a uma reta:

- Abrir na barra de navegação <https://www.geogebra.org/>;
- Logar em sua conta de perfil, vá na parte superior direita ENTRAR NO SISTEMA ;
- Em baixar aplicativos  , escolher o Geogebra Classico 6, botão início (Figura 95).

Figura 95 - Tela do GeoGebra Clássico 6

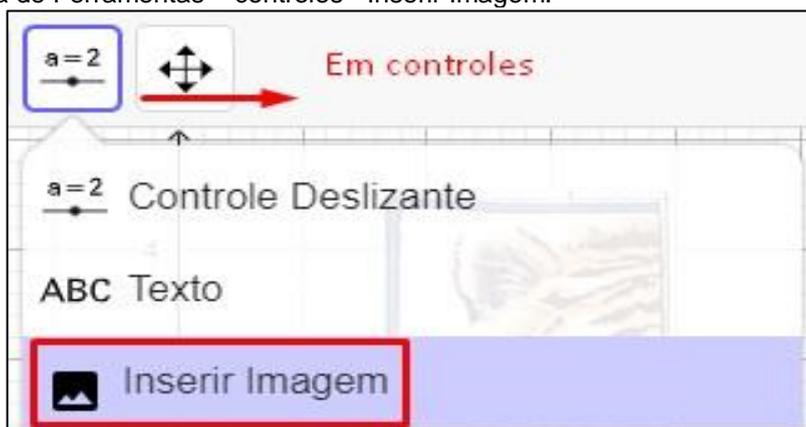


Fonte: <https://www.geogebra.org>, 2023.

Par inserir a imagem da figura tigre já salva em uma pasta em seu computador:

- Vá em controles, inserir imagem (Figura 96) e, em navegador .

Figura 96 - Barra de Ferramentas – controles - Inserir Imagem.

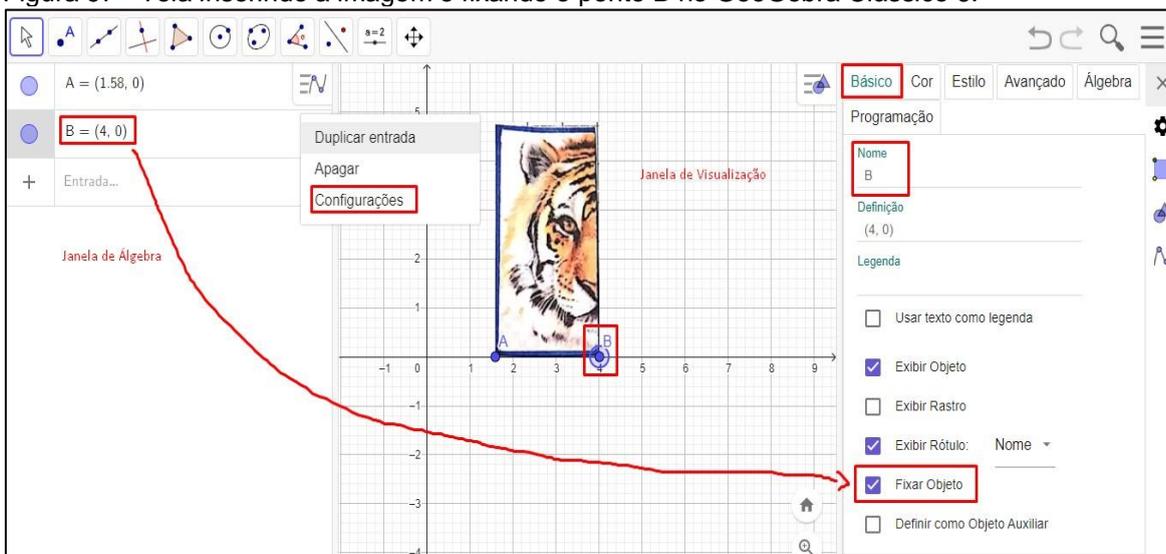


Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Na parte inferior da imagem do tigre, são criados os pontos A e B, que devem ser fixados:

- Na janela de álgebra, com o botão esquerdo do mouse, clicar/segurar com o botão esquerdo do mouse na imagem do tigre e o ponto B, fixar na posição (4,0) no eixo dos x. Vá em  e, em configurações, selecionar fixar objeto Fixar Objeto (Figura 97).

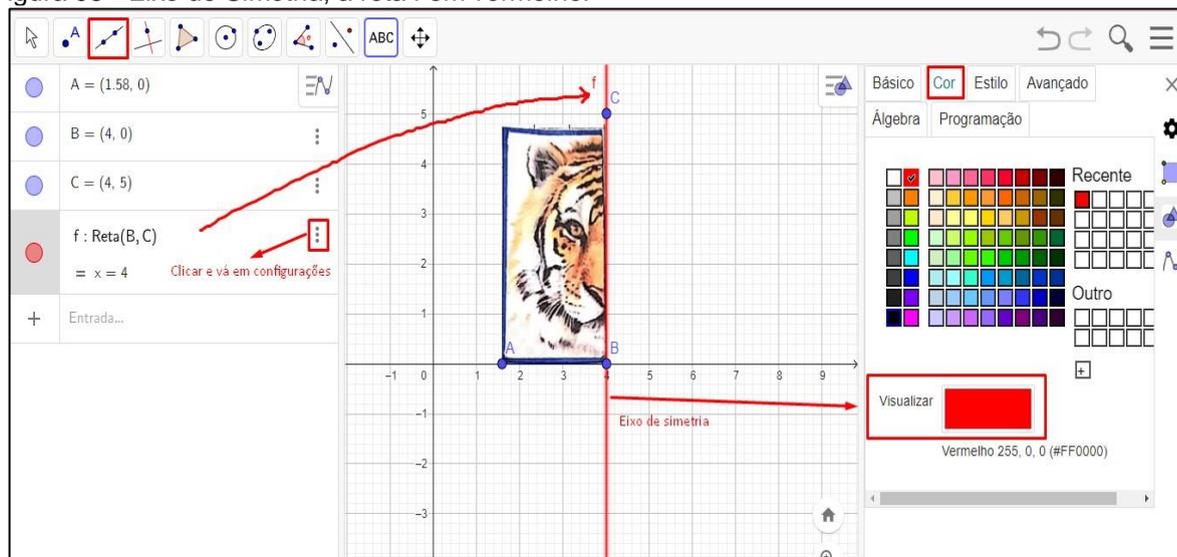
Figura 97 - Tela inserindo a imagem e fixando o ponto B no GeoGebra Clássico 6.



Fonte: Atividade da PF11, 2023.

- Fixar também o ponto A, análogo ao passo anterior. Para fazer o eixo de simetria em relação a uma reta, na barra de ferramentas do GeoGebra:
- Vá em retas  e em  Reta, clicar no ponto B e na outra posição, criando o ponto C (4,5) e a reta f. Clicar com o botão direito do mouse sobre a reta f, em configurações, EM cor, selecionar vermelha (Eixo de simetria – reta f) (Figura 98).

Figura 98 - Eixo de Simetria, a reta f em vermelho.



Fonte: Atividade da PF11, 2023.

Para inserir fazer a simetria de reflexão em relação a reta f, na barra de ferramentas do GeoGebra (Figura 99).

- Vá em transformações  e  Reflexão em Relação a uma Reta

Figura 99 - Simetria de reflexão (Tigre Siberiano) em relação a reta f .

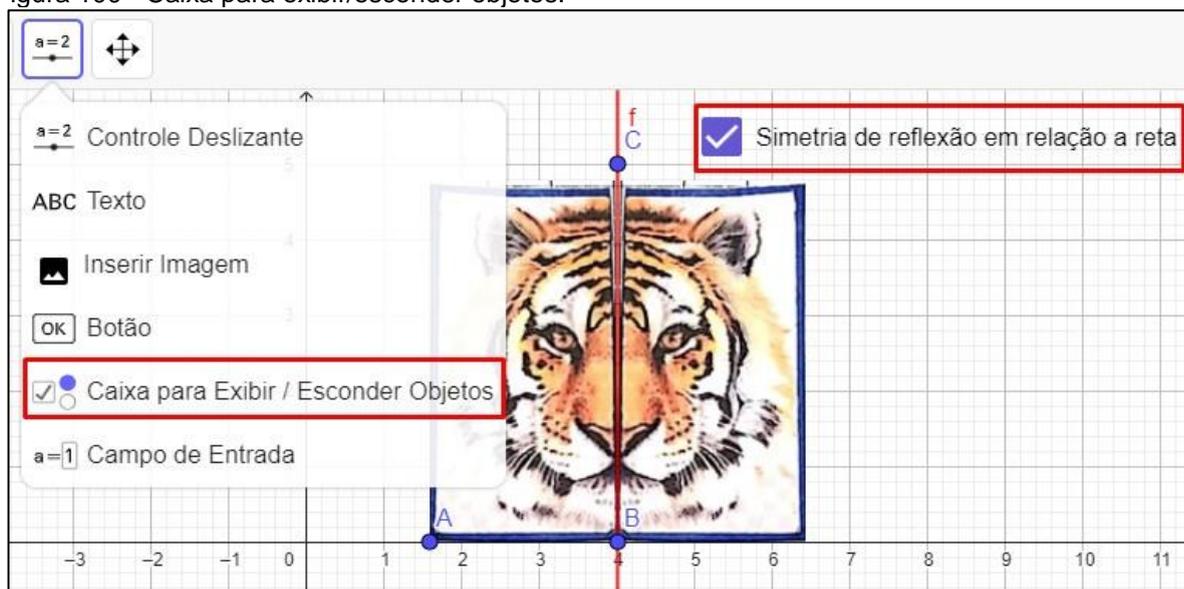


Fonte: Atividade da PFI1, 2023. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/nwcqgpeh>.

Para Criar uma caixa para exibir e esconder objetos para melhor ensinar com o uso do GeoGebra, construímos os passos:

- Na barra de ferramentas em controle , clicar em caixa para Exibir/Esconder Objetos  Caixa para Exibir / Esconder Objetos. Clicar no local que desejar inserir a caixa na Janela de Visualização. Na Legenda escrever “Simetria de reflexão em relação a reta f ” e selecionar a opção “Imagem fig 1’: reflexão(ou inversão) de fig 1 em relação a f ”. E clicar em OK. De modo análogo, cria o caixa Eixo de Simetria, ao escrever esse nome na legenda e, em selecionar a opção escolher “Reta f Reta B,C” e, em seguida ok (Figura 100).

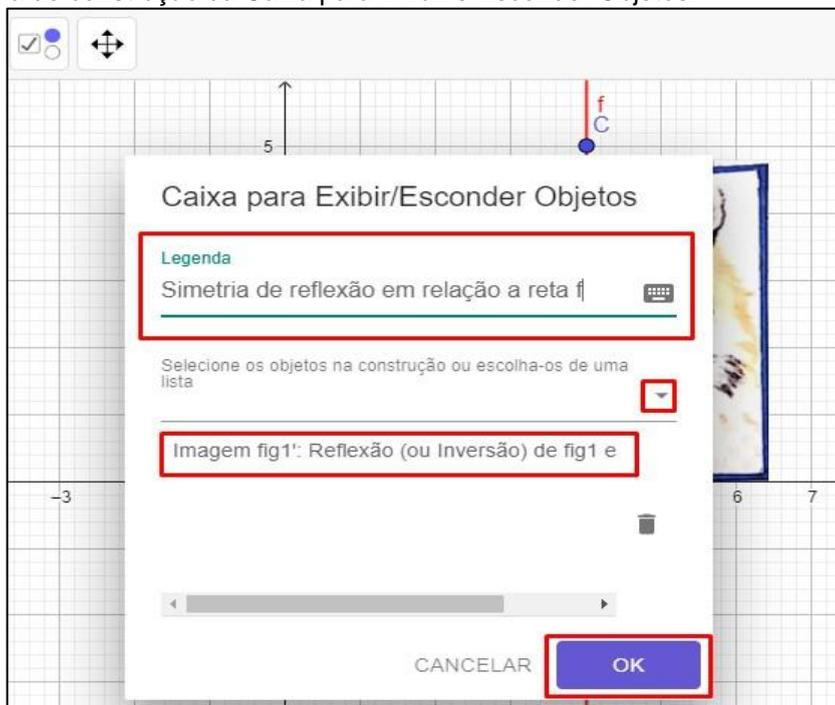
Figura 100 - Caixa para exibir/esconder objetos.



Fonte: Atividade da PF11, 2023. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/nwcgqpeh>.

Na Figura 101, a construção da caixa para exibir/Esconder objetos, na legenda.

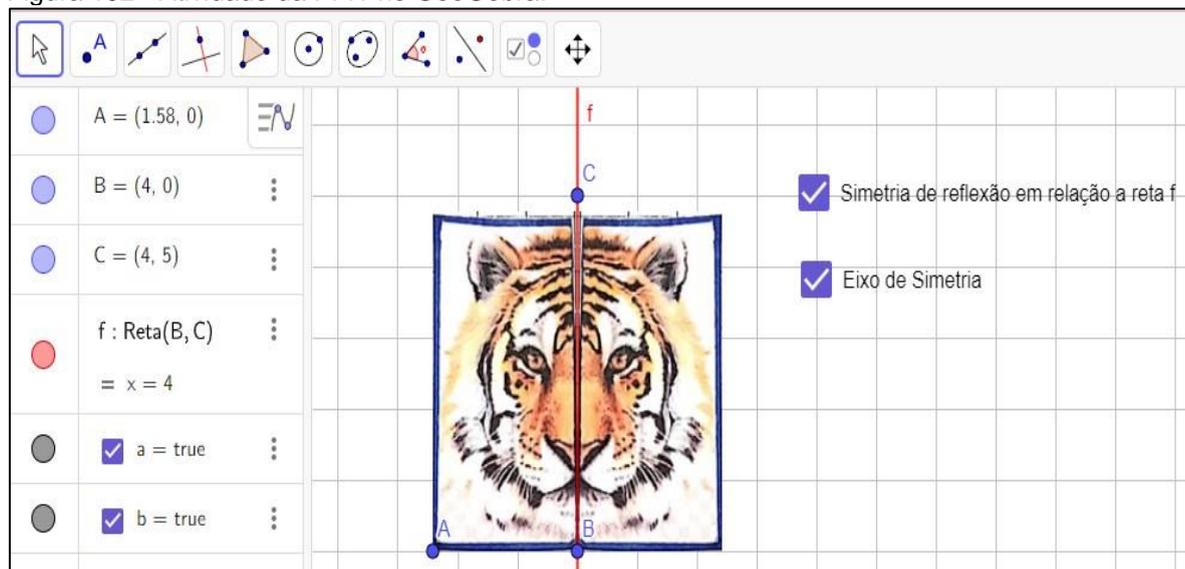
Figura 101 - Tela de construção da Caixa para Exibir e Esconder Objetos.



Fonte: Atividade da PF11, 2023.

Na Figura 102, a atividade da PF11, com o conceito de Simetria de reflexão em relação a uma reta f .

Figura 102 - Atividade da PFI1 no GeoGebra.



Fonte: Atividade da PFI1, 2023.

Já o PFI2, pesquisou no aplicativo Khan Academy⁴⁶ e apresentou o tema “construindo quadrilátero baseado em simetria”, com as habilidades associadas a BNCC em Matemática, EM13MA105 e EF07MA21⁴⁷, com o problema respondido na malha quadriculada (Figura 75).

O problema respondido pelo PFI2, nos diz que: *Dois pontos que definem um determinado quadrilátero (0,9) e (3,4). O quadrilátero fica inalterado por uma reflexão sobre a reta $y=3-x$.*

O PFI2, marcou os pontos A (0,9) e B (3,4) na malha quadriculada e traçou um segmento AB e, na continuidade fez o esboço do gráfico da reta $y=3-x$, encontrando os pontos de interseção com os eixos x e y. Assim, a interseção com o eixo y, para $x=0 \Rightarrow y=3-0=3$, o par ordenado (0,3) e a interseção com o eixo x, quando $y=0$, $0=3-x$, donde $x=3$, ou seja (3,0). Marcou os dois pontos (0,3) e (3,0) e traçou a reta $y=3-x$. Observou pela malha quadriculada, que o ponto A (0,9) ficou a uma

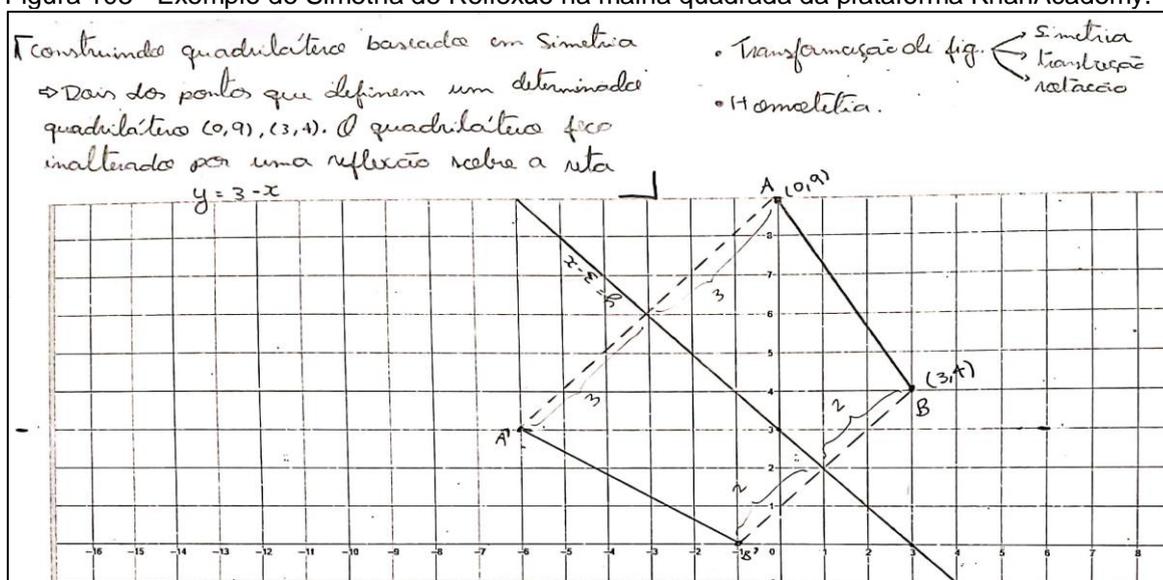
⁴⁶ Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/geometry/xff63fac4:hs-geo-transformation-properties-and-proofs/hs-geo-symmetry/v/constructing-quad-based-on-symmetry>. <https://youtu.be/ZwvCTn5q2OM>. Acesso em: 26 jan. 2021.

⁴⁷ **(EF07MA21)** Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. **(EM13MAT105)** Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras) (BRASIL, 2018)

distância de 3 unidades de medida da reta $y=3-x$ e o ponto B (3,4) a duas unidades da reta $3-x$.

Sabendo da informação que o quadrilátero fica inalterado por uma reflexão sobre a reta $y=3-x$, o ponto de simetria de reflexão de A, ou seja, A' tem uma distância de 3 unidades de medida até a reta $y=3-x$ e 6 unidades de medida até A, isto é, diminuir 6 unidades de medida das coordenadas do ponto A(0,9), assim o ponto A' (0-6, 9-6), as coordenadas $A'(-6,3)$. De forma análoga, B' (3-4,4-4) tem uma distância de 4 de unidades de medida e até o ponto B, ou seja, B' (-1,0) dista da reta ($y=3-x$) 2 unidades de medida (Figura 103).

Figura 103 - Exemplo de Simetria de Reflexão na malha quadrada da plataforma KhanAcademy.

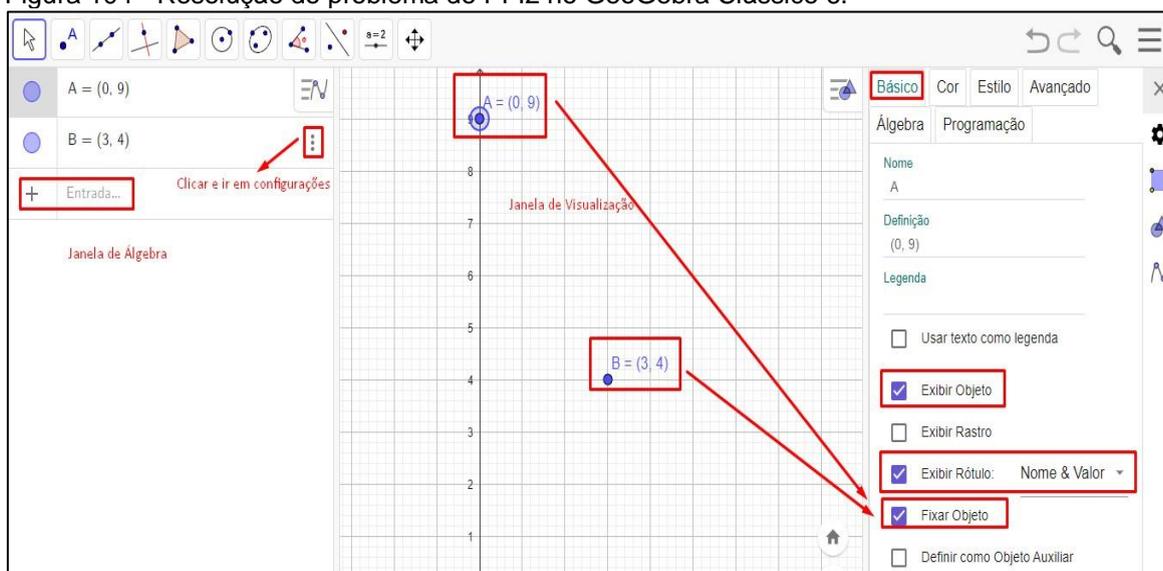


Fonte: Atividade do PF12, 2023.

Segue do PF2, o Roteiro de Construção realizado no GeoGebra Classico 6, do problema de Simetria de Reflexão em relação a uma reta, pesquisado na plataforma KhanAcademy. Esclarecer que os PFIs utilizaram o GeoGebra Clássico 6 na forma online e, que se logaram em sua conta de perfil. O roteiro seguiu as etapas:

- Inserir na Janela de Álgebra, na entrada os pontos (0,9) e (3,5). Com o mouse clicar em \vdots e, em configurações, selecionar as opções *exibir objeto*, *exibir rótulo* (nome e valor) e, *fixar objeto*. Fazer para cada par ordenado (Figura 104).

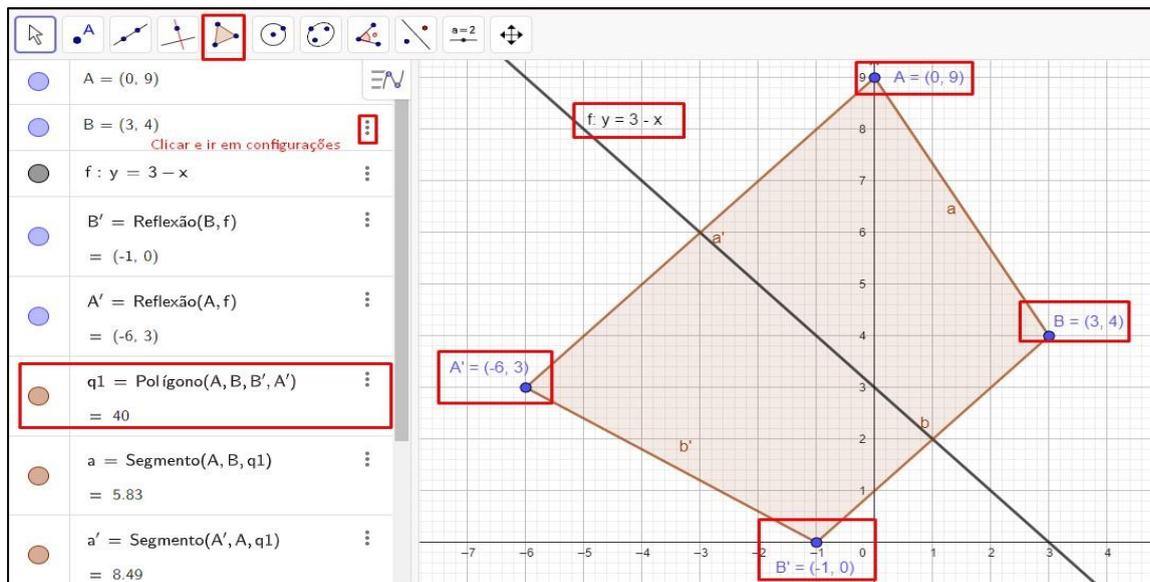
Figura 104 - Resolução do problema do PF12 no GeoGebra Clássico 6.



Fonte: Atividade do PF12, 2023.

- No campo entrada escrever $y=3-x$. Na janela de visualização aparecerá a reta $f: y=3-x$.
- Na barra de ferramentas escolher transformações  e a opção  Reflexão em Relação a uma Reta e clicar no ponto A e na reta $y=3-x$ e, no ponto B e depois na reta $y=3-x$, criando os pontos simétricos A' e B' em relação a reta y . Vá em  e, em configurações. Vá em exibir rótulo, opção nome e valor.
- Para visualizar o quadrilátero, em barra de ferramentas polígono  e polígono  Polígono e, na Janela de visualização ligar os pontos A, B, B' , A' e A (Figura 105).

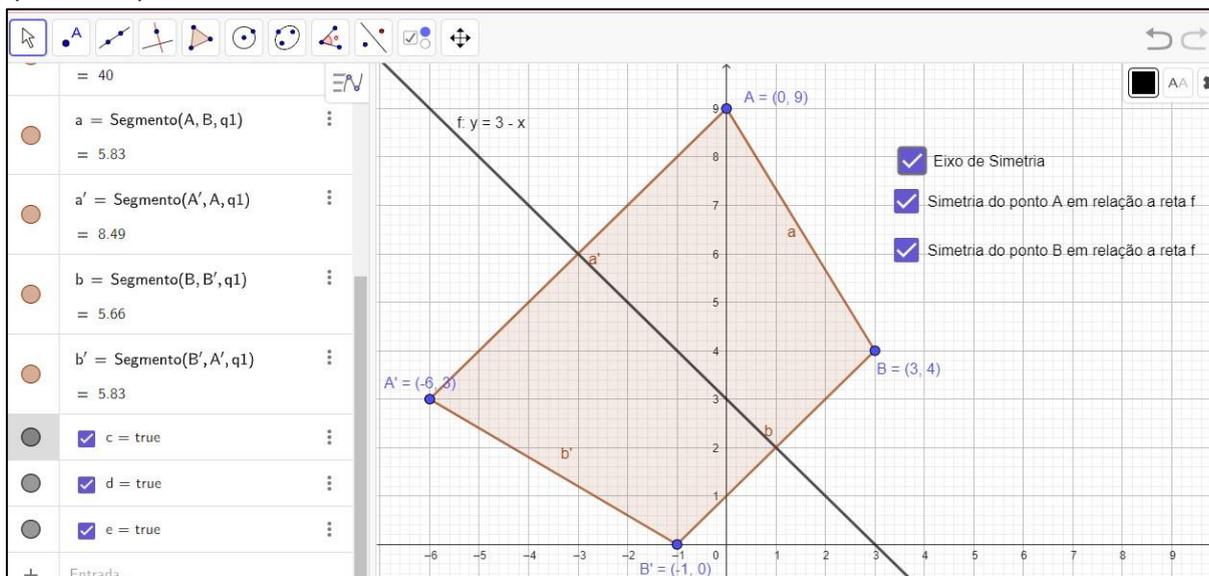
Figura 105 - Atividade PFI2 construindo o quadrilátero baseado em simetria em relação a uma reta dado dois pontos.



Fonte: Atividade do PFI2, 2023.

Na Figura 106 a Atividade do PFI2 com caixas de seleção destacando o eixo de simetria e as simetrias do ponto A e ponto B, respectivamente A' e B' . Também inseriu Caixas para Exibir/Esconder Objetos, com destaque para o Eixo de Simetria e a Simetria dos Pontos A e B em relação a reta $f, y=3-x$.

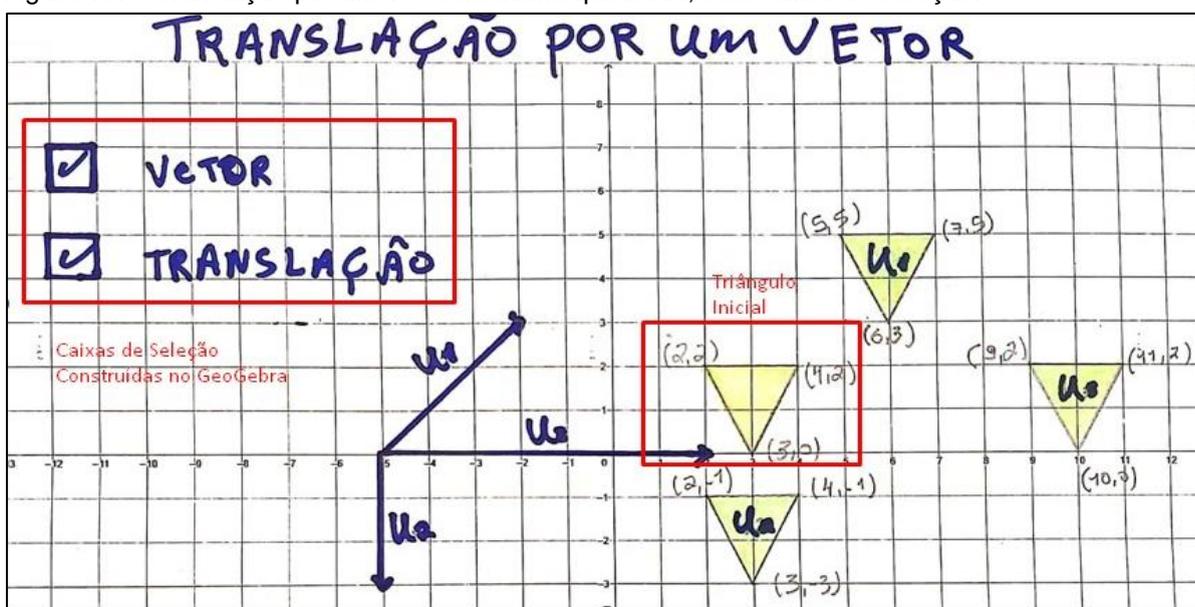
Figura 106 - Atividade do PFI2 com caixas de seleção destacando o eixo de simetria e as simetrias do ponto A e ponto B.



Fonte: Atividade do PFI2, 2023.

A atividade inicial do PFI3, com o assunto Translação por um vetor, construída na malha quadrada, com as caixas de seleção de nome vetor e translação. Como as caixas estão selecionadas, significa que a imagem aparece no plano cartesiano. Essa é uma simulação manipulável que será construída no GeoGebra (Figura 107).

Figura 107 - Translação por um Vetor na malha quadrada, com caixas de seleção.



Fonte:Atividade do PFI3, 2023.

O PFI3 construiu um polígono de coordenadas A (3,0), B (4,2) e C (2,2). E construiu os vetores u_1 de coordenadas $(-5,0)$ e $(-2,3)$ direção diagonal – esquerda para direita - altera os valores de x e y no par ordenado, ou seja, adicionou 3 unidades nas coordenadas do polígono ABC, u_2 $(-5,0)$ e $(-5, -3)$ neste caso a direção na vertical e sentido de cima para baixo - altera os valores de y, isto é, adicionou -3 unidades no 2º elemento do par ordenado do polígono ABC e u_3 $(-5, 0)$ e $(2,0)$, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita, nesse caso, adicionou 7 unidades no 1º elemento do par ordenado do polígono ABC. Dessa forma, obtivemos os polígonos u_1 , u_2 e u_3 , por translação de um vetor.

Vamos agora ao roteiro de construção do PFI 3 no GeoGebra Clássico 6, logado em sua conta de perfil (Figura 81):

- Em barra de ferramentas polígono , polígono  Polígono . Na janela de visualização clicar em (3,0), (4,2), C (2,2) e, novamente em, (3,0): criará os pontos A, B e C e o polígono de nome t1= Polígono (A, B, C) e os segmentos a, b e c.

- Na barra de ferramentas retas  e em  Vetor . Na janela de visualização clicar com o botão esquerdo do mouse em $(-5,0)$ e $(-2,3)$, depois em $(-5,0)$ e $(2, 0)$ $(-5,0)$ e $(-5, -3)$: criará os vetores u , v e w , que podem ser renomeados para u_1 , u_2 e u_3 : clicar com o botão direito do mouse na janela de visualização sobre o vetor u , na opção renomear, e escrever u_1 e, depois clicar em ok. Analogamente para os vetores v , renomear para u_3 e w , para u_2 (Figura 108).

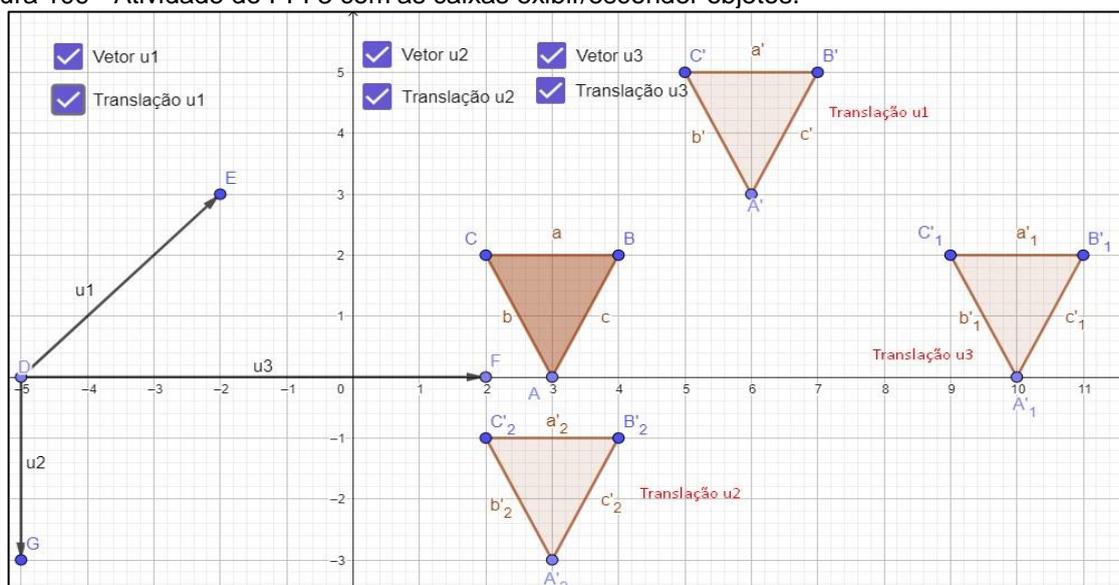
Figura 108 - Renomear o vetor u para u_1 .



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- Na barra de ferramentas em transformações  e, em  Translação por um Vetor , clicar com o botão esquerdo do mouse no centro do polígono ABC e, no vetor u_1 , depois novamente clicar no polígono ABC e no vetor u_2 e, clicar no polígono ABC e no vetor u_3 . Assim foram construídos: o polígono $A'B'C'$, o polígono $A'1B'1C'1$ e o polígono $A'2B'2C'2$ (Figura 109).

Figura 109 - Atividade do PFI 3 com as caixas exibir/esconder objetos.



Fonte: Elaborado pela autora e PFI3, 2023.

- Na barra de ferramentas controles  e, em Caixa para Exibir / Esconder Objetos, clicar na janela de visualização no local desejado e, escrever na Legenda Vetor u1 e selecionar os objetos: Ponto D: Ponto sobre EixoX, Ponto E e Vetor u1: Vetor(D,E). Repetir os passos para construir a Caixa Vetor u2 (Legenda Vetor u2) e selecionar os objetos: Ponto D: Ponto sobre EixoX, Ponto G e Vetor u2: Vetor(D,G) e, por fim, a Caixa Vetor u3 (Legenda Vetor u3) e selecionar objetos: Ponto D: Ponto sobre EixoX, Ponto F e Vetor u3: Vetor(D, F), na Figura 110.

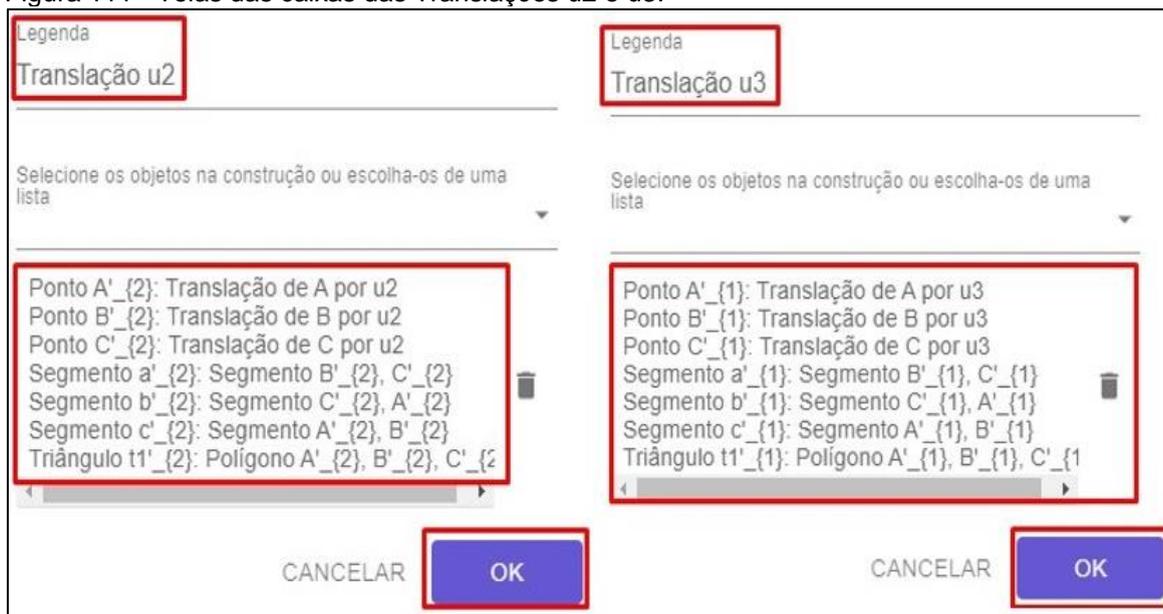
Figura 110 - Telas das construções das Caixas para Exibir/Esconder Objetos (Vetor u1, u2 e u3).



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- De forma análoga, construímos as caixas para Exibir/Esconder Objetos, Caixa Translação u_1 , Translação u_2 e Translação u_3 . (Figura 91). Inserindo as legendas de nomes Translação u_1 , Translação u_2 e Translação u_3 e selecionando os objetos que poderão ser exibidos/escondidos. Para a caixa Exibir/Esconder arquivos, ao clicar na janela de visualização no local desejado, em legenda escrever “Translação u_1 ” e selecionar os objetos na construção ou escolha-os de uma lista, indo na setinha a direita , tais como: Ponto A' : Translação de A por u_1 ; Ponto B' : Translação de B por u_1 ; Ponto C' : Translação de C por u_1 ; Segmento a' : Segmento B', C' , Segmento b' : Segmento C', A' ; Segmento c' : Segmento A', B' . Na Figura 111, as Telas das caixas das translações u_2 e u_3 .

Figura 111 - Telas das caixas das Translações u_2 e u_3 .

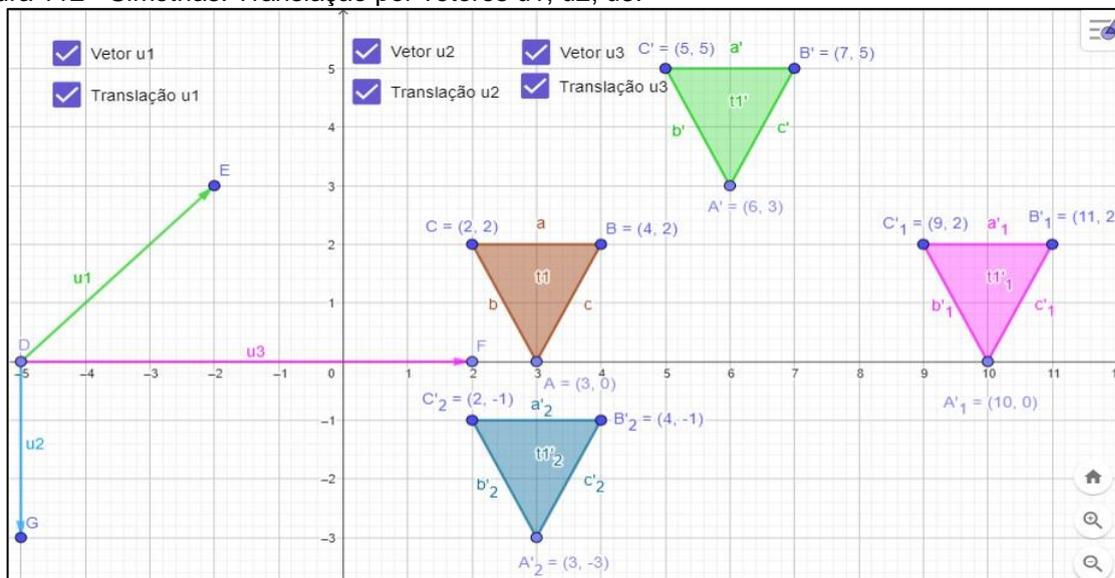


Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- Resultado da Atividade do PFI3, com adaptações realizadas pela pesquisadora e orientadora com o uso do GeoGebra Clássico 6. O PFI3, fez uma caixa para Vetor (com os três vetores exibidos e escondidos de uma vez) e uma para as translações (aparecendo e escondendo todas de uma vez). Para fins didáticos, conversamos e aprimoramos para cada vetor e para cada translação relacionada ao vetor uma caixa para Exibir/Esconder Objetos, inserindo cores diferenciando cada translação (Figura 112).

Para uma melhor explicação didática, também inserimos cores nos vetores e polígonos transladados por u_1 (verde), u_2 (azul) e u_3 (rosa), conforme a Figura 112.

Figura 112 - Simetrias: Translação por vetores u_1 , u_2 , u_3 .

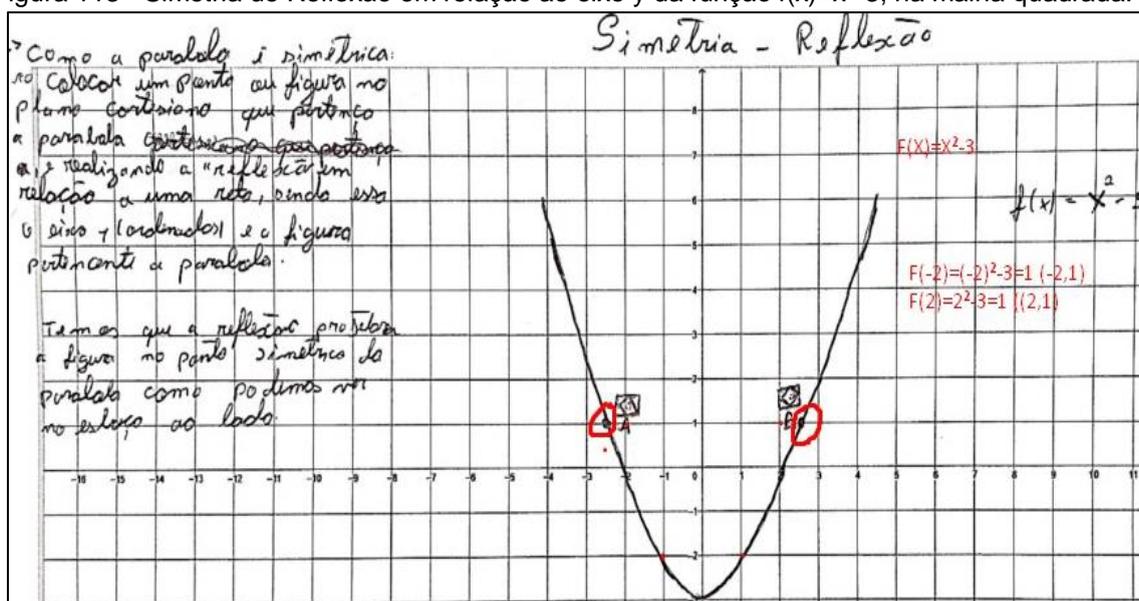


Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Os PFIs 5, 6 e 7 utilizaram exemplos da função polinomial do 2º grau para explicar a simetria de reflexão em relação a uma reta, no caso o eixo y , das ordenadas.

O PFI 5, pensou a atividade de simetria de reflexão em relação a uma reta, para o exemplo $f(x)=x^2-3$. Ao apresentar o esboço do gráfico de $f(x)$ na malha quadrada, as raízes estão cortando o eixo dos x , nos valores -2 e 2 , no entanto, marcadas nos pares $(-2,0)$ e $(2,0)$ que não representam a raiz real da função f , que são $x'=-1,73$ e $x''=1,73$. Os pontos A e B (representam os pontos de simetria em relação ao eixo y das ordenadas. De forma similar a imagem também está refletida em relação ao eixo y (Figura 113).

Figura 113 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2-3$, na malha quadrada.



Fonte: Atividade do PFI5, 2023.

O PFI5, apresentou o roteiro de construção, e contou com o auxílio da pesquisadora e docente da disciplina, pois ainda não tinha utilizado na Entrada o comando para exibir o vértice da função do segundo grau, bem como o comando raiz. Assim, segue o roteiro dessa construção, esclarecendo com o PFI 5, os erros conceituais apresentados na malha quadrada da Figura 113.

Roteiro no GeoGebra Clássico 6:

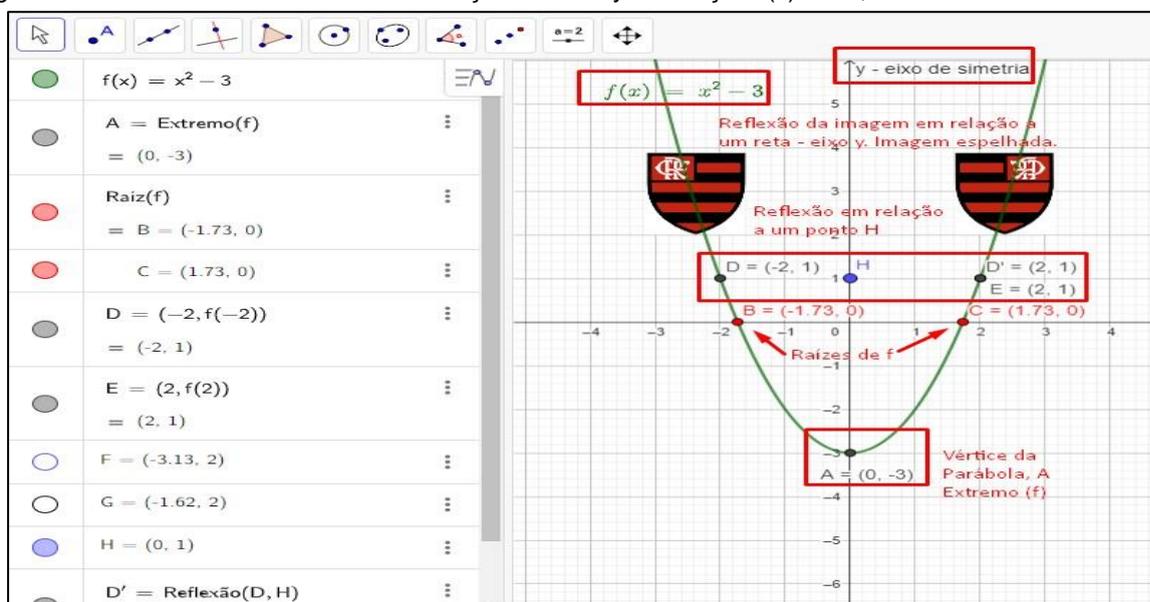
- Na Entrada escrever $f(x)=x^2-3$, que pode ser escrito no teclado x^2-3 : o comando esboça em verde o nome da função f . Para aparecer o seu valor, basta clicar com o botão direito do mouse sobre o gráfico de f e em configurações, exibir rótulo, escolher a opção nome e valor e aparecerá, $f(x) = x^2-3$.
- Na Entrada escrever Extremo (f): criará na janela de visualização, o vértice da parábola, o ponto $A = (0, -3)$.
- Na Entrada escrever Raiz(f): na janela de visualização, sobre o eixo dos x , os pontos $B = (-1.73, 0)$ e $C = (1.73, 0)$.
- Na Entrada escrever $D = (-2, f(-2))$: criou-se o ponto $D = (-2, 1)$. Analogamente, escrever $E = (2, f(2))$: criou-se o ponto $E = (2, 1)$.

- Na barra de ferramentas Controles , inserir imagem  Inserir Imagem e, clicar em navegador  escolher a imagem já salva em uma pasta

em seu computador. Colocar a imagem no local desejado (note que na parte inferior da imagem criaram-se os pontos F e G). Na Janela de álgebra note que os pontos F e G estão escondidos e não aparecem na janela de visualização).

- Na barra de ferramentas em transformações,  , clicar em Reflexão em relação a uma reta, botão reflexão  Reflexão em Relação a uma Reto depois clicar no centro da imagem e no eixo y: criou-se a imagem espelhada.
- Na barra de ferramentas em transformações,  , clicar em Reflexão em relação a um ponto  Reflexão em Relação a um Ponto , clicar no ponto D, e sobre o eixo y, na coordenada (0,1): criou-se o ponto H e o ponto $D' = (2,1)$, igual ao ponto E.
- Com o botão direito do mouse clicar sobre o eixo dos y e, em janela de visualização  Janela de Visualização ... , em Eixo y, rótulo Rótulo: y - eixo  , escrever y- eixo de simetria. Analogamente, em Eixo x, rótulo x (Figura 114).

Figura 114 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2-3$, no GeoGebra.

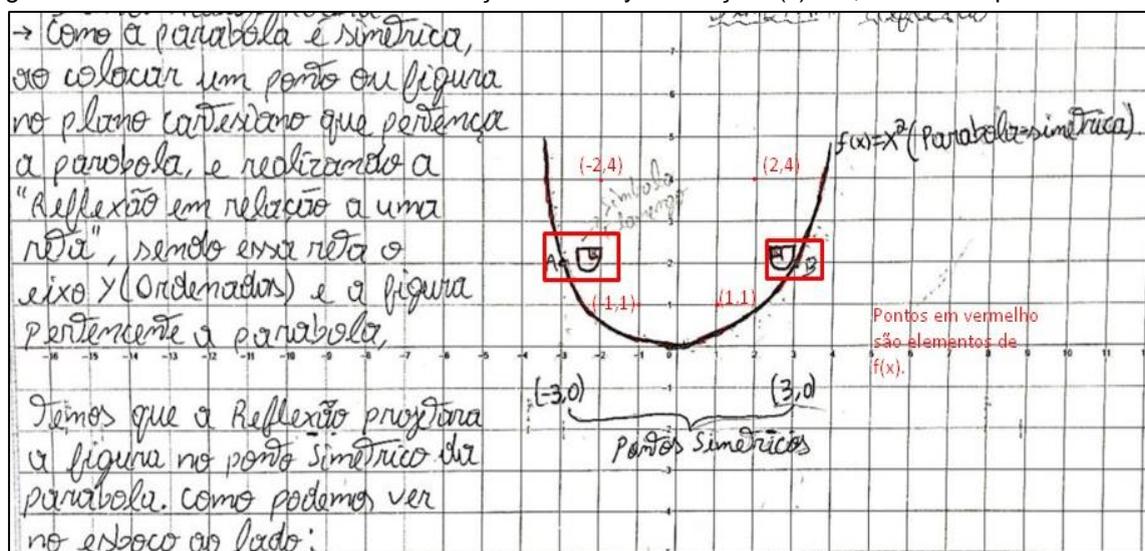


Fonte: Atividade do PFI5, 2023.

Como exemplo o PFI7, escolheu a função do 2º grau $f(x)=x^2$, para explicar a simetria de reflexão em relação a uma reta, no caso ao eixo dos y, das ordenadas (Figura 115). O esboço do gráfico realizado pelo estudante não corresponde ao gráfico

da função $f(x)=x^2$. A representação de simetria em relação a imagem está correta (pois está espelhada), no entanto os pares ordenados não representam os pontos da função $f(x)=x^2$.

Figura 115 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2$, na malha quadrada.



Fonte: Atividade do PFI7, 2023.

O PFI7 utilizou na sua atividade, como exemplo, a função $f(x)=x^2$, com o domínio da função $D(f) = \mathbb{R}$ (reais), de simetria em relação a uma reta (eixo y das ordenadas). Note que os pontos A e B são simétricos em relação ao eixo dos y e a imagem está refletida, ou seja, é uma simetria de reflexão em relação a uma reta (cujas reta de simetria é o eixo dos y).

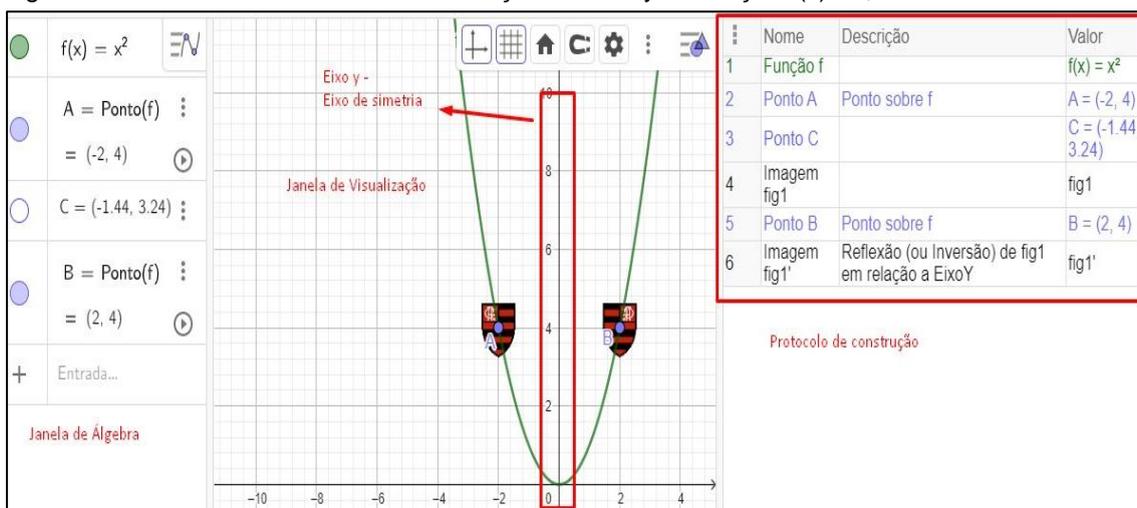
Roteiro no GeoGebra Clássico 6:

- Na Entrada escrever $f(x)=x^2$, ou também pode ser escrito no teclado x^2 .
- Na Entrada escrever $a=\text{Ponto}(f)$. Observe que aparece uma setinha na janela de álgebra (significa que ao clicar na setinha, o ponto A se movimenta sobre o esboço do gráfico da função f).
- Na barra de ferramentas controles , clicar em inserir imagem  (a imagem pode estar já salva em seu computador em uma pasta, fazer upload) e, em navegador **NAVEGADOR**: Na janela de visualização aparecerá a imagem e na parte inferior os pontos B e C. Selecione o ponto B e delete. Arrastar a imagem para o local conforme a figura sobre o Ponto A. Na

Janela de Álgebra o ponto C está o círculo sem cores, por isso não está visível na Janela de Visualização.

- Na Entrada escrever B=Ponto(f). Observe que aparece uma setinha na janela de álgebra (significa que o ponto B se movimenta sobre o esboço do gráfico da função f).
- Na barra de ferramentas transformações , em  Reflexão em Relação a uma Reta, selecionar a imagem do flamengo (basta clicar sobre ela) e no eixo das ordenadas y, criando a fig1' (sobre o ponto B). Caso não desejar movimentar os pontos A e B, basta fixá-los (basta clicar com o botão direito do mouse, em configurações e selecionar fixar objeto e marcar a caixa de seleção Fixar Objeto), detalhes da construção na Figura 116.

Figura 116 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2$, no GeoGebra.



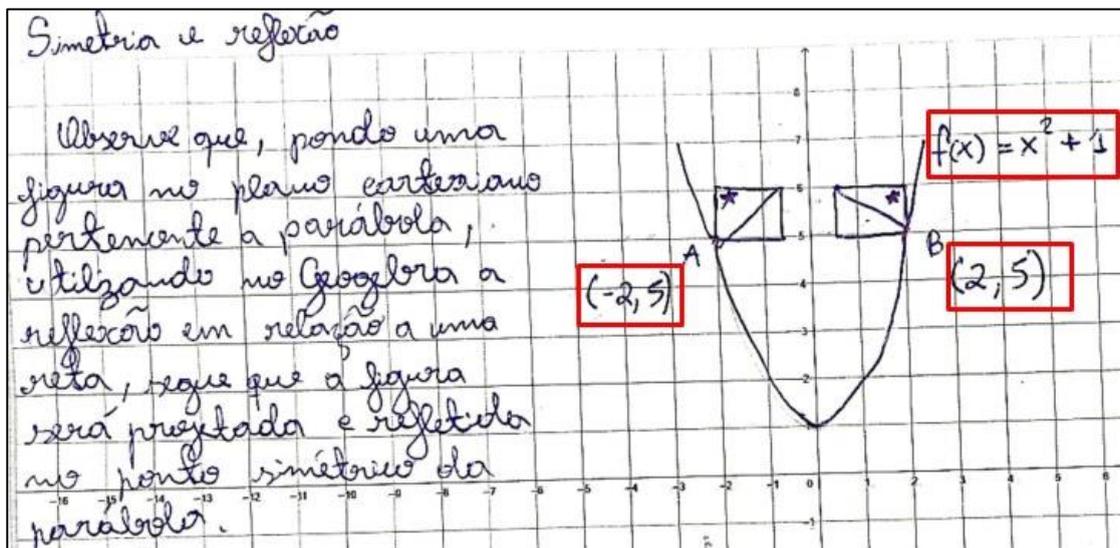
Fonte: Atividade do PFI7, 2023.

Esclarecer que a parábola tem um eixo de simetria que passa no vértice da função $V(x_v = \frac{-b}{2a}, y_v = \frac{-\Delta}{4a})$. No exemplo o eixo das ordenadas, eixo y é o eixo de simetria, divide a parábola em duas partes iguais, e passa pelo vértice (0,0). Assim, o ponto A (2,4), o seu simétrico é o ponto B (-2,4). No caso da imagem (emblema do flamengo) ela fica espelhada e o primeiro elemento do par ordenado, x, é o simétrico, $-x$. Caso imprimir em uma folha de papel A4 e dobrar no eixo dos y, a imagem fica (a mesma) sobre a outra.

De forma similar, o PFI6 fez a sua construção com tema simetria e reflexão, para $f(x) = x^2+1$, com simetria de reflexão do ponto A e da figura 1. O eixo y (eixo de simetria),

com A $(-2,5)$ o ponto sobre a função f , e o seu simétrico B $(2,5)$ e da imagem observe a figura espelhada em relação ao eixo de simetria (Figura 117).

Figura 117 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2+1$, na malha quadrada.

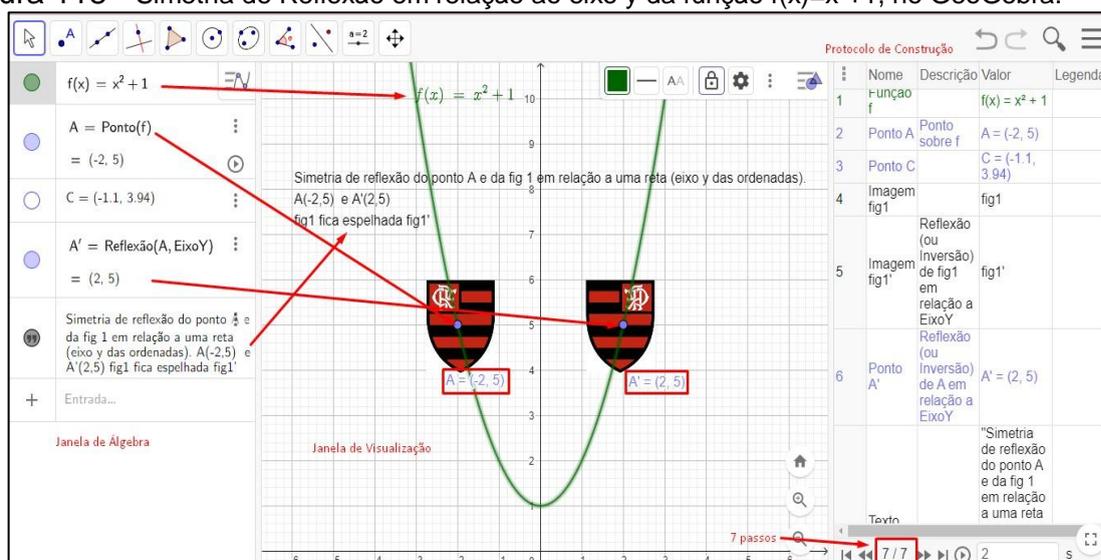


Fonte: Atividade do PFI6, 2023.

No GeoGebra a construção apenas ampliou mais um passo, o PFI6 inseriu um texto na Janela de visualização, ou seja:

- Na barra de ferramentas controles , clicar em **ABC Texto** e depois na Janela de Visualização e escrever o texto (Figura 118).

Figura 118 - Simetria de Reflexão em relação ao eixo y da função $f(x)=x^2+1$, no GeoGebra.



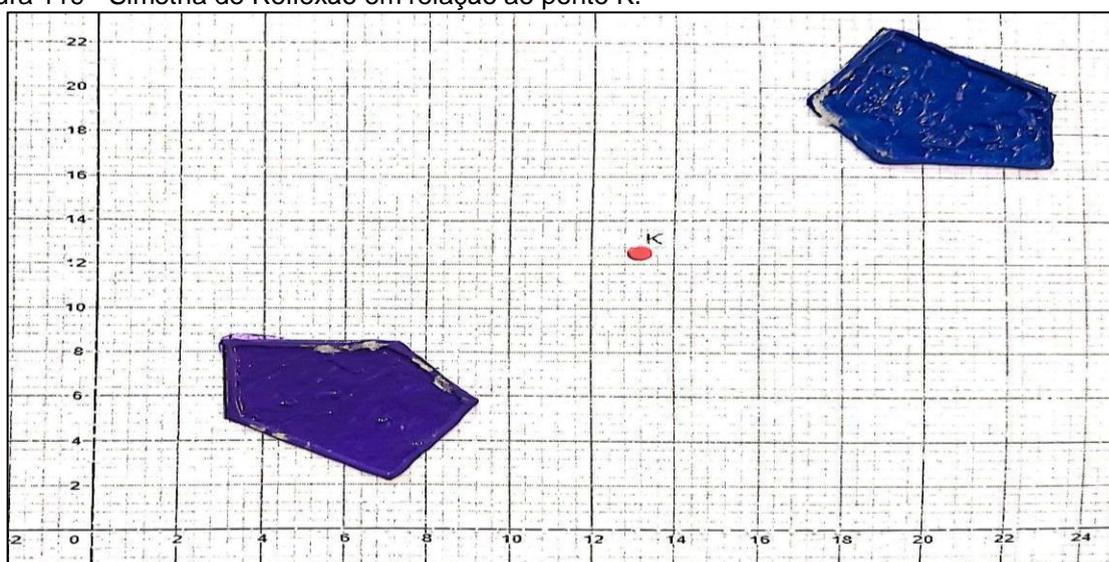
Fonte: Atividade do PFI6, 2023.

Já a PFI9, trabalhou com o polígono de cinco lados, isto é, pentágono não regular (lados e ângulos com medidas diferentes) as simetrias de reflexão em relação a um ponto, a uma reta, rotação em torno de um ponto (no sentido anti-horário, com um ângulo de 60°), translação do polígono por um vetor e homotetia (com a ampliação do polígono original duas vezes o tamanho original).

Nas Figuras de 119, 121,123,125 e 128, com a malha quadrada, utilizando a cola alto relevo (pensou-se na inclusão de estudantes cegos) e, no polígono original utilizou a cor roxa e, em seu simétrico (por reflexão, translação e rotação) a cor azul marinho. Os pontos e as retas e vetor utilizou a cor rosa. Convém esclarecer que a sua atividade também foi realizada com uma estudante cega do Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Acre.

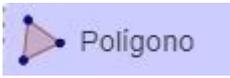
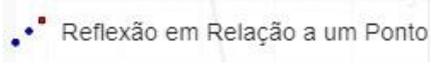
Na Figura 119, a PFI9 construiu o polígono não regular de cinco lados, pentágono, na malha quadriculada com o auxílio do aplicativo GeoGebra e imprimiu para inserir a cor roxa (pentágono original) e a cor azul marinho, no pentágono obtido pela simetria de reflexão em relação ao ponto K.

Figura 119 - Simetria de Reflexão em relação ao ponto K.



Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Roteiro de Construção da PFI9, para a simetria de reflexão em relação a um ponto K do pentágono não regular (polígono de cinco lados).

- Na barra de ferramentas ponto  e, em ponto , clicar no local desejado na janela de visualização: criará o ponto A. Na janela de álgebra aparecerá o ponto A e as suas coordenadas, ou seja, $A=(13,13)$.
- Na barra de ferramentas na opção polígono , Polígono , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá $pol1=Polígono(B,C,D,E,F)$, os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas transformações  e, reflexão em relação a um ponto, , clicar polígono (B,C,D,E,F) e no ponto A. Criará na janela de visualização o polígono $pol1' = Polígono (B',C',D',E',F')$, com os pontos B',C',D',E',F' e os segmentos b', c', d', e', f'. E clicando com o botão direito do mouse no pol1', e em configurações, na opção cor, escolhemos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no pol1'). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.
- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção , na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Reflexão do polígono em relação ao ponto A. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o pol1', os pontos B',C',D',E',F' e os segmentos b', c', d', e', f'. Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos.
- Clicando sobre o pol1', ou seja, o Polígono (B',C',D',E',F') e, em configurações , e, em cor, selecionar a cor desejada (azul) e, em transparência (o preenchimento desejado).

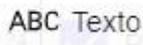
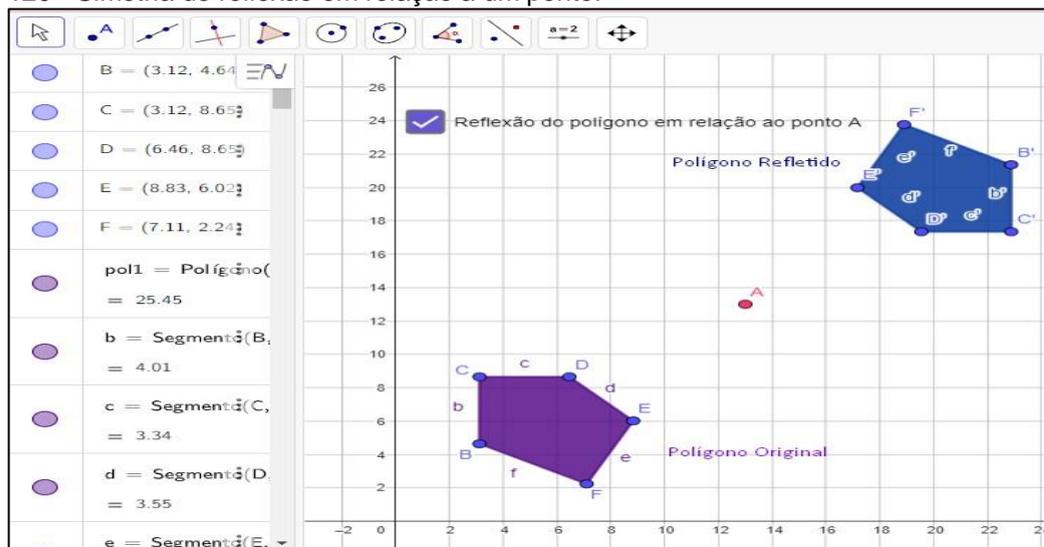
- Na barra de ferramentas em controles  e na opção texto  . Clicar na Janela de visualização, clicar próximo ao polígono (A,B,C,D,E,F) e, escrever Polígono Original (cor roxa), e de forma similar para o Polígono refletido por simetria em relação a um ponto (Figura 120).

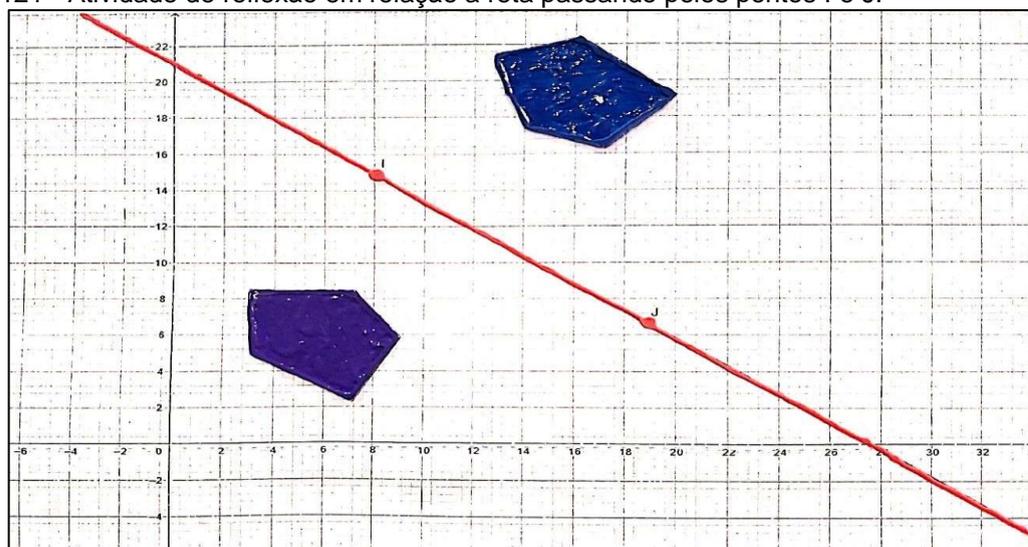
Figura 120 - Simetria de reflexão em relação a um ponto.



Fonte: Atividade da PFI 9, 2023.

De forma similar, vamos realizar a construção de Simetria de Reflexão em relação a uma reta. A construção na malha quadriculada na Figura 121.

Figura 121 - Atividade de reflexão em relação a reta passando pelos pontos I e J.



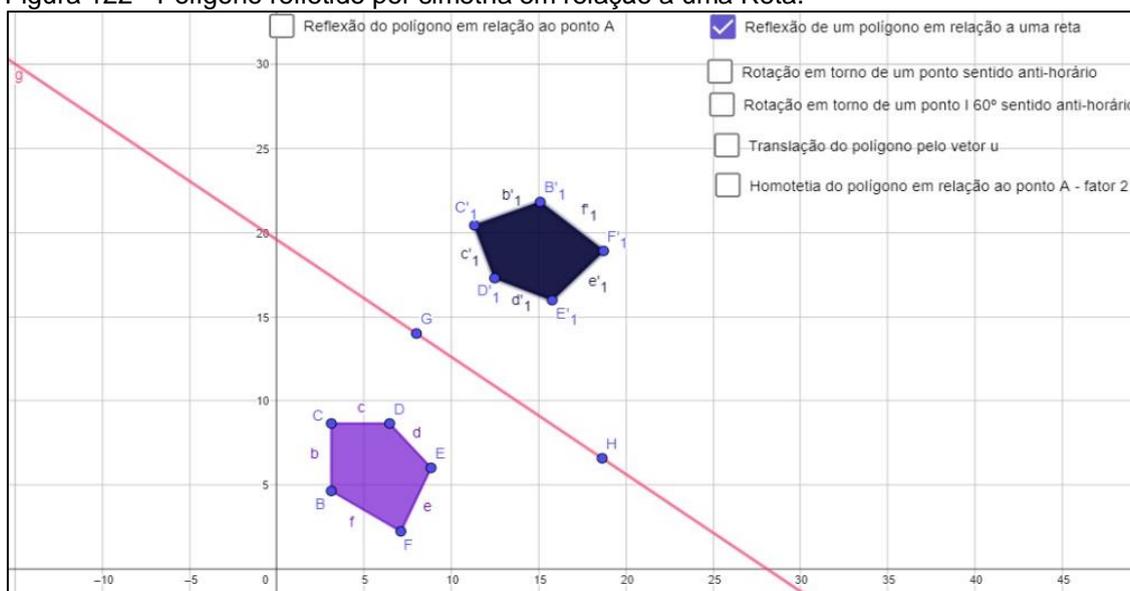
Fonte: Atividade do PFI9, 2023.

O Roteiro de Construção da Simetria de Reflexão em relação a uma reta:

- Na barra de ferramentas linhas retas  e, em Reta , clicar no local desejado na janela de visualização: criará dois pontos G e H e a reta g passando pelos dois pontos G e H.
- Na barra de ferramentas na opção polígono , Polígono , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá $pol1=Polígono(B,C,D,E,F)$, os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas transformações , e, reflexão em relação a uma reta, clicar polígono (B,C,D,E,F) e na reta g. Criará na janela de visualização o polígono $pol1' = Polígono(B',C',D',E',F')$, com os pontos B',C',D',E',F' e os segmentos b',c',d',e',f' . E clicando com o botão direito do mouse no $pol1'$, e em configurações, na opção cor, escolhermos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no $pol1'$). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.
- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção  Caixa para Exibir / Esconder Objetos, na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Reflexão do polígono em relação ao ponto A. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o $pol1'$, os pontos B',C',D',E',F' e os segmentos b',c',d',e',f' . Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos.
- Clicando sobre o $pol1'$, ou seja, o Polígono (B',C',D',E',F') e, em configurações  Configurações, e, em cor, selecionar a cor desejada (azul) e, em transparência (o preenchimento desejado).

- Na barra de ferramentas em controles  e na opção texto ABC Texto . Clicar na Janela de visualização, clicar próximo ao polígono (A,B,C,D,E,F) e escrever Polígono Original(cor roxa), de forma similar para o Polígono refletido por simetria em relação a uma Reta (Figura 122).

Figura 122 - Polígono refletido por simetria em relação a uma Reta.

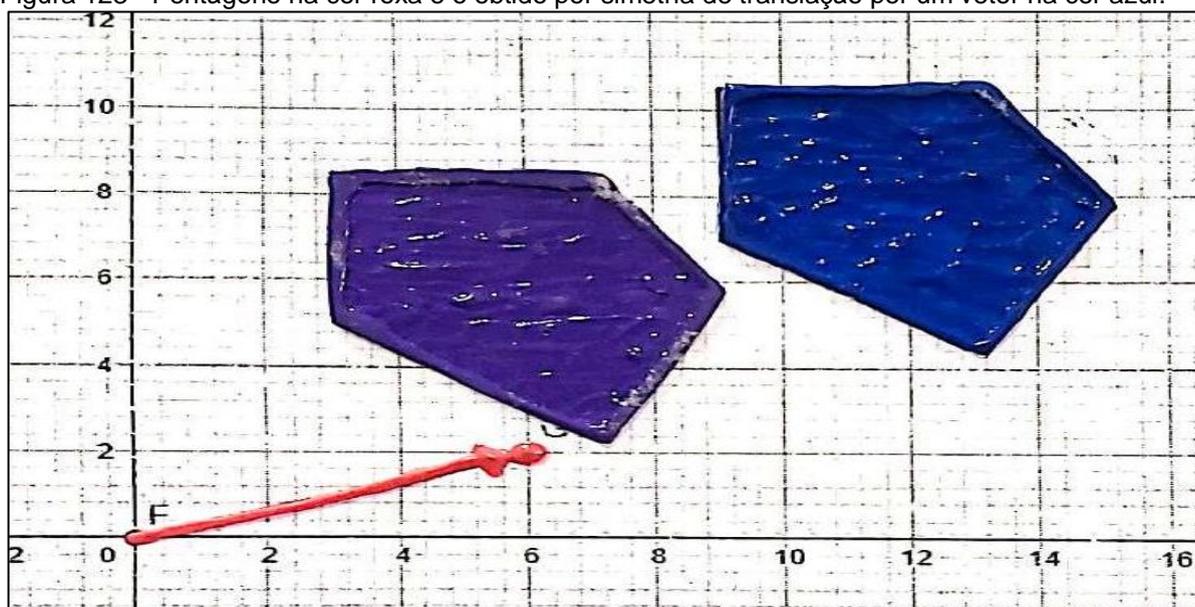


Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Na simetria de reflexão em relação a reta G , se dobrarmos a folha nessa reta o Polígono (B,C,D,E,F) fica sobreposto ao Polígono (B',C',D',E',F'), dessa forma dizemos que a reta g é o eixo de simetria. Em relação a simetria de figuras, a reta divide a figura em duas partes e, se dobrarmos a figura ao longo do eixo de simetria as partes irão se sobrepor. Tem figuras que não apresentam eixo de simetria, nesses casos, a figura não possui simetria de reflexão. (PATARO;BALESTRI, 2018).

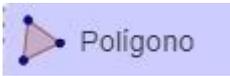
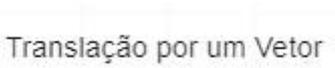
Já a Simetria de Translação do pentágono por um vetor, foi realizada também na malha quadriculada. Já com o pentágono original construído ver passos nas construções anteriores. Com o vetor na origem (0,0) e no ponto (6,2). No conceito de vetor, observar a direção e o sentido. Na malha está representado na cor rosa. O pentágono (polígono original) na cor roxa e o obtido por simetria de translação por um vetor na cor azul (Figura 123).

Figura 123 - Pentágono na cor roxa e o obtido por simetria de translação por um vetor na cor azul.



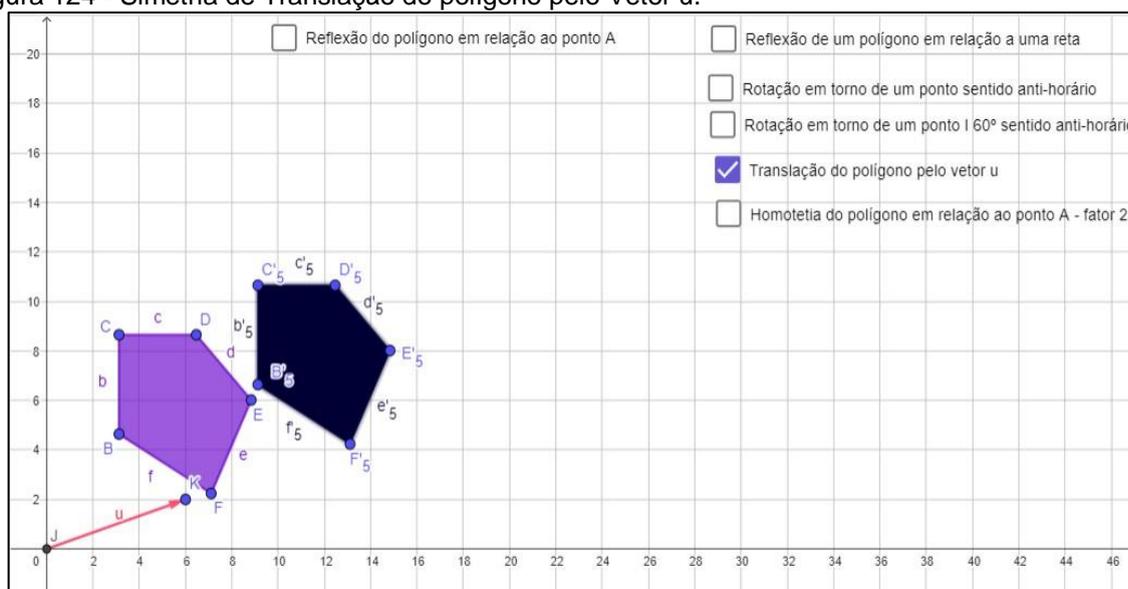
Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Roteiro de Construção:

- Na barra de ferramentas, linhas retas  e, em vetor  , clicar na janela de visualização na origem (0,0) e no ponto (6,2). Criará o vetor u .
- Na barra de ferramentas na opção polígono  , Polígono  , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá $pol1 = \text{Polígono}(B,C,D,E,F)$, os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas transformações  e, em  Translação por um Vetor  , clicar no polígono (B,C,D,E,F) e no vetor u . Criará na janela de visualização o polígono $pol1'_5 = \text{Polígono}(B'_5, C'_5, D'_5, E'_5, F'_5)$, com os pontos B'_5 , C'_5 , D'_5 , E'_5 , F'_5 e os segmentos b'_5 , c'_5 , d'_5 , e'_5 , f'_5 . E clicando com o botão direito do mouse no $pol1'_5$, e em configurações, na opção cor, escolhermos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no $pol1'_5$). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.

- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção , na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Translação do Polígono pelo Vetor u. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o pol1'5, os pontos B'5, C'5, D'5, E'5, F'5 e os segmentos b'5, c'5, d'5, e'5, f'5. O vetor u e os pontos J e K. Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos.
- As configurações de cor e transparência já explicados anteriormente (Figura 124).

Figura 124 - Simetria de Translação do polígono pelo Vetor u.

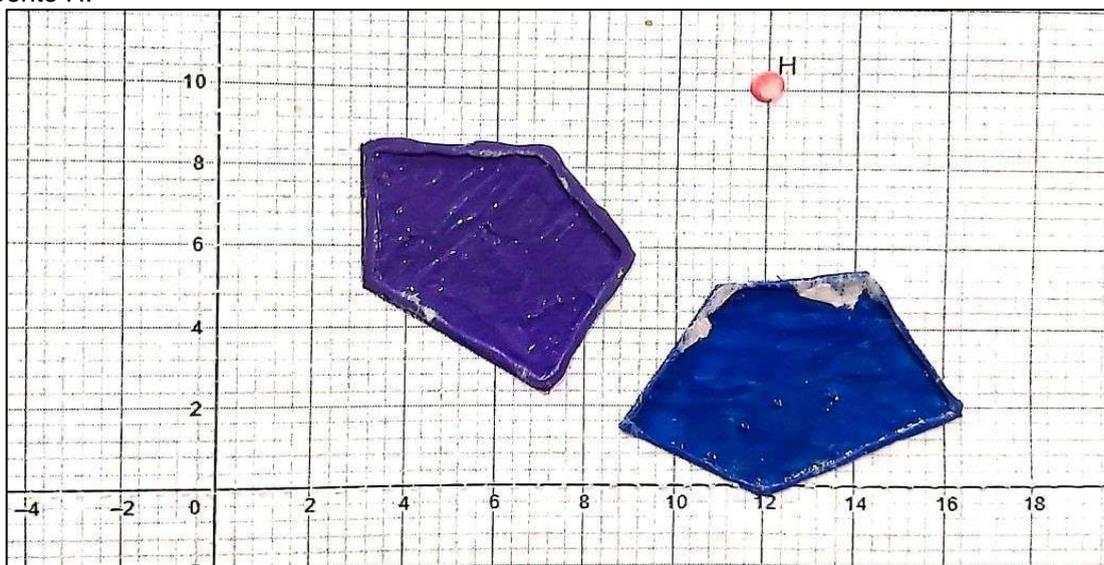


Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Para encontrar os pontos transladados pelo vetor u, basta somar nas coordenadas dos pontos B (3.12, 4.64), C, D, E, F, no primeiro elemento do par ordenado o valor 6 e, no segundo elemento do par ordenado o valor 2. Assim, o B'5 (9.12; 6.64). O par ordenado (6,2) é ponto K, na extremidade do vetor u. Na construção o vetor u, não está fixo, caso movimentá-lo ele encontrará outros exemplos de translação por um vetor u (PATARO; BALESTRI, 2018).

Na continuidade a PFI 9 , trabalhou o conceito de Simetria de Rotação em relação ao polígono, na malha quadriculada, a rotação do polígono em relação a um ponto H, no sentido anti-horário, num ângulo de 60° (Figura 125).

Figura 125 - Rotação de um polígono e Simetria de Rotação do polígono no ângulo de 60° em relação ao ponto H.



Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

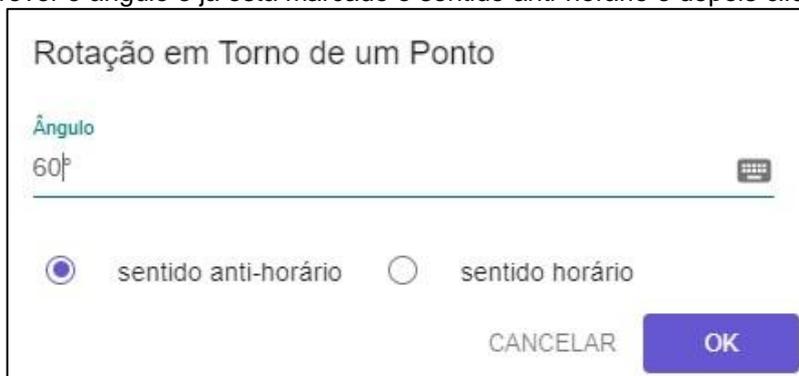
Para realizar a construção na malha quadriculada precisa-se do transferidor (para medir o ângulo), do compasso e da régua (PATARO; BALESTRINI, 2018, p. 231).

Para construir a rotação do Polígono (B,C,D,E,F), da cor roxa, em torno do ponto I (12,10), no sentido anti-horário e ângulo $\alpha = 60^\circ$, vamos aos passos da construção com o GeoGebra Clássico 6:

- Em barra de ferramentas, em ponto  , e em  Ponto , clicar na coordenada (12,10), para criar o ponto I.
- Na barra de ferramentas na opção polígono  , Polígono  Polígono , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o Polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá pol1=Polígono(B,C,D,E,F), os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas em transformações  e, em  Rotação em Torno de um Ponto , clicar na janela de visualização no Polígono

(B,C,D,E,F) e no ponto I, abrirá uma janela para escrever o ângulo e o sentido (Figura 126).

Figura 126 - Escrever o ângulo e já está marcado o sentido anti-horário e depois clicar em ok.



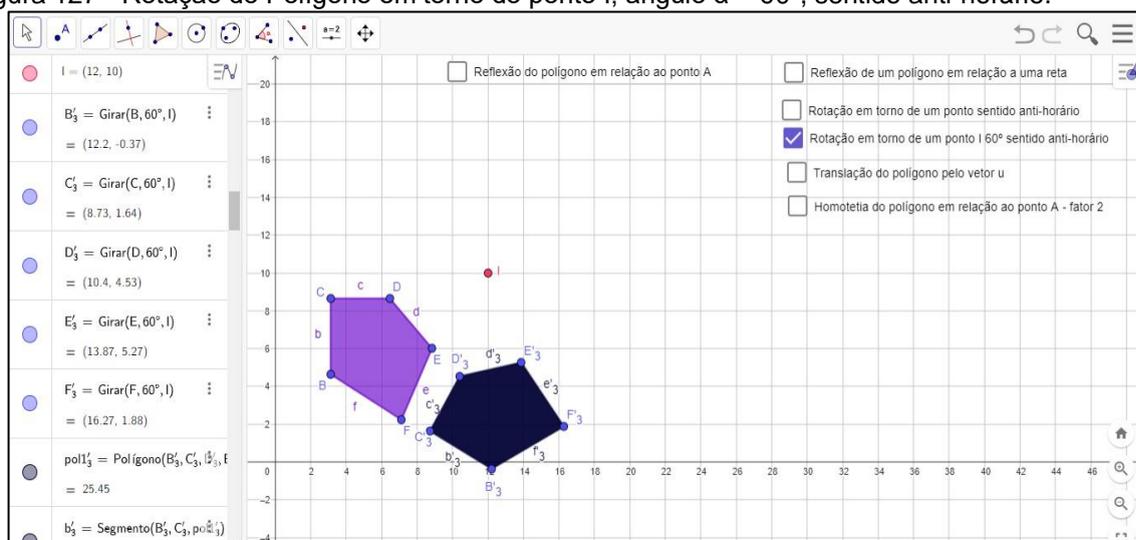
Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

- Criará na janela de visualização o polígono $pol1'_3 = \text{Polígono } (B'_3, C'_3, D'_3, E'_3, F'_3)$, com os pontos $B'_3, C'_3, D'_3, E'_3, F'_3$ e os segmentos $b'_3, c'_3, d'_3, e'_3, f'_3$. E clicando com o botão direito do mouse no $pol1'_3$, e em configurações, na opção cor, escolhemos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no $pol1'_3$). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.

Para criar a caixa de seleção em que poderá Exibir ou Esconder o polígono construído $pol1'_3$:

- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção  Caixa para Exibir / Esconder Objetos, na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Rotação em torno de um ponto I, 60° sentido anti-horário. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o $pol1'_3$, os pontos $B'_3, C'_3, D'_3, E'_3, F'_3$ e os segmentos $b'_3, c'_3, d'_3, e'_3, f'_3$. Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos. As configurações de cor e transparência já foram explicados anteriormente (Figura 127).

Figura 127 - Rotação do Polígono em torno do ponto I, ângulo $\alpha = 60^\circ$, sentido anti-horário.

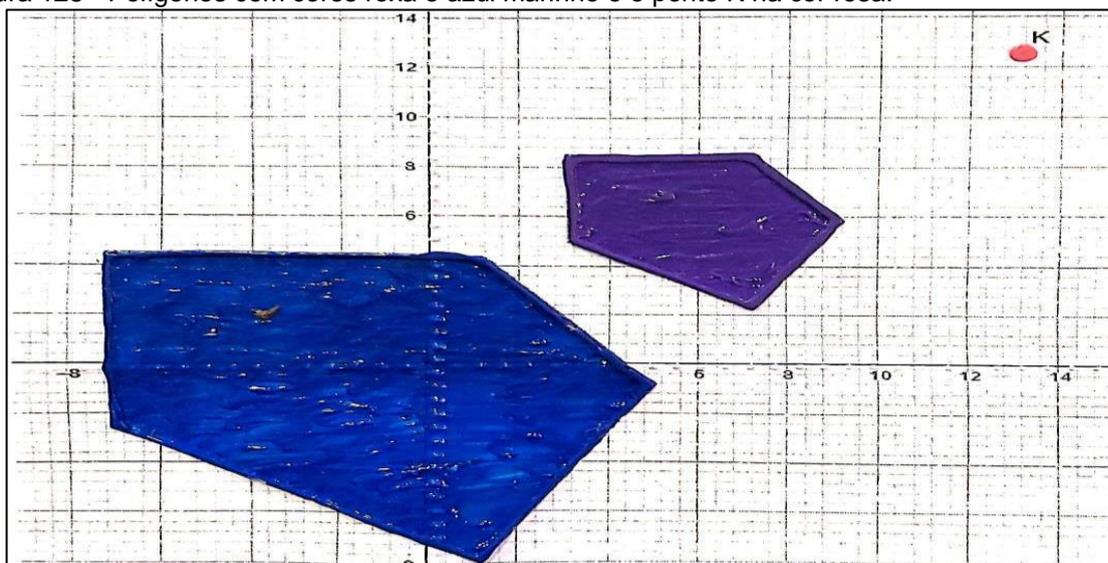


Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Observar que a transformação que gira cada um dos pontos do Polígono (B,C,D,E,F) no ângulo de 60° , em relação ao ponto I, no sentido anti-horário é chamada de rotação (PATARO; BALESTRINI, 2018, p. 230).

Outro conceito trabalhado pela PFI9, foi o de homotetia, ou seja, ampliação ou redução do polígono. No caso a estudante ampliou a figura do pentágono, duas vezes, no fator 2, ou “razão 2:1” (PATARO; BALESTRINI, 2018, p. 180). Para melhor compreender o processo (ampliação ou redução de figuras) precisamos construir as retas passando pelo centro da homotetia, no caso o ponto K, e os vértices do Polígono (B,C,D,E,F). Com o compasso medimos a distância do Ponto K até cada vértice e marcamos nas retas que passam por cada ponto, isto é, duas vezes a medida de K até os pontos B,C,D,E,F. Na atividade a estudante fez uma impressão do que construiu no GeoGebra e adaptou usando cola alto relevo, nos polígonos com cores roxa e azul marinho e o ponto K na cor rosa (Figura 128).

Figura 128 - Polígonos com cores roxa e azul marinho e o ponto K na cor rosa.



Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Com o GeoGebra Clássico 6, elaborou o roteiro de construção:

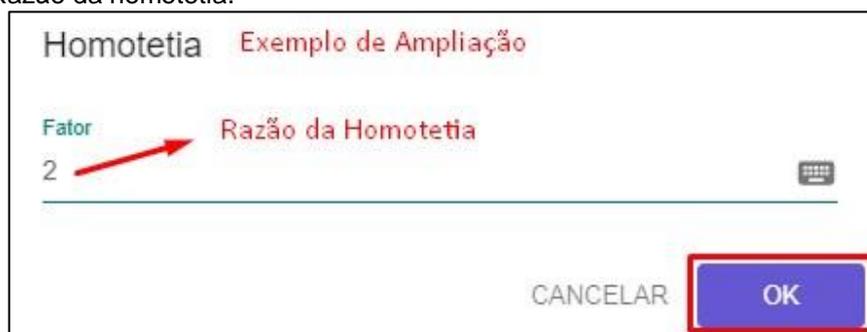
- Em barra de ferramentas, em ponto  , e em  Ponto , clicar na janela de visualização na coordenada (13,13), para criar o ponto A = (13,13).
- Na barra de ferramentas na opção polígono  , Polígono  Polígono , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá $pol1=Polígono(B,C,D,E,F)$, os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.

- Na barra de ferramentas em transformações  e, colocar o cursor em  Homotetia , aparece uma janela de comunicação como devemos desenvolver a construção, ou seja, selecionar o Polígono (B,C,D,E,F), depois o centro da homotetia (no caso o ponto A) e informar a razão da homotetia

Homotetia
 Seleccione o objeto, depois o centro e, então, a razão da homotetia AJUDA

. A Figura 129, informa como inserimos a razão da homotetia, 2 (ampliação):

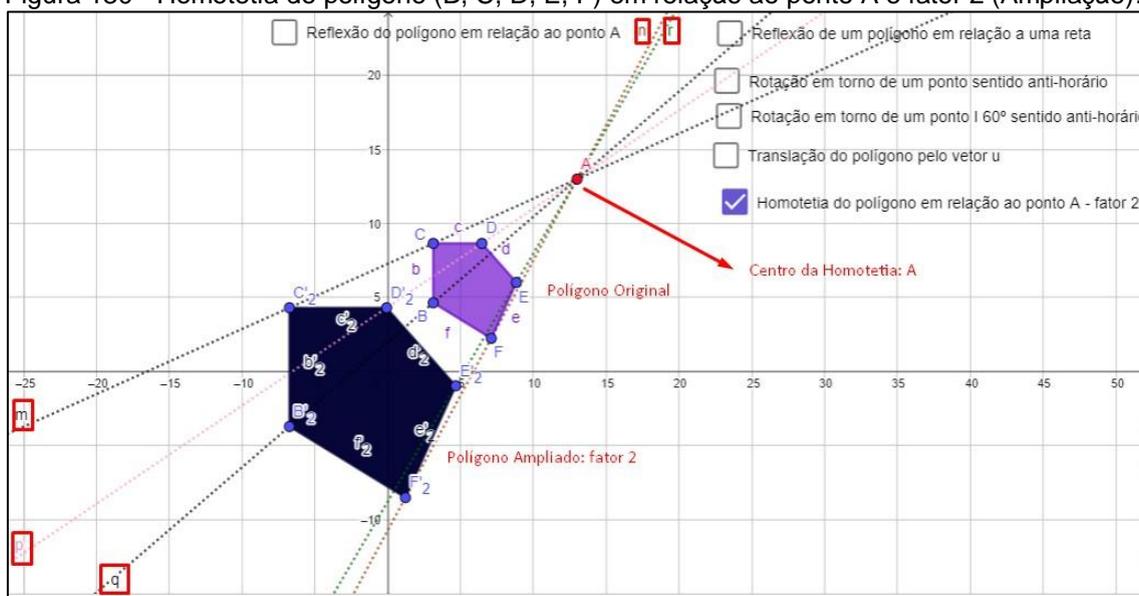
Figura 129 - Razão da homotetia.



Fonte: Adaptado do PFI9, 2023.

- Na Figura 129, clicar em ok, criando na janela de visualização o Polígono ($B'_2, C'_2, D'_2, E'_2, F'_2$), u seja, pol'_2 , além dos pontos $B'_2, C'_2, D'_2, E'_2, F'_2$ e dos segmentos $b'_2, c'_2, d'_2, e'_2, f'_2$.
- Na barra de ferramentas, em retas , e reta  Reta, clicar no ponto A e nos vértices do polígono (B, C, D, E, F), ou seja, em A e depois nos pontos B, C, D, E, F , criando as retas n, m, p, q, r . Observar que as medidas de: $AB=BB'_2, AC=CC'_2, AD=DD'_2, AE=EE'_2, AF=FF'_2$.
- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção  Caixa para Exibir / Esconder Objetos, na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Homotetia do polígono em relação ao ponto A – fator 2. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o pol'_2 , os pontos $B'_2, C'_2, D'_2, E'_2, F'_2$ e os segmentos $b'_2, c'_2, d'_2, e'_2, f'_2$. Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos. Caso queira esconder as retas n, m, p, q, r , também pode ser feita na janela de álgebra em  (basta clicar e quando ficar sem cor, esconde a reta na janela de visualização. As configurações de cor e transparência já foram explicados anteriormente (Figura 130).

Figura 130 - Homotetia do polígono (B, C, D, E, F) em relação ao ponto A e fator 2 (Ampliação).



Fonte: Atividade do PFI9, 2023.

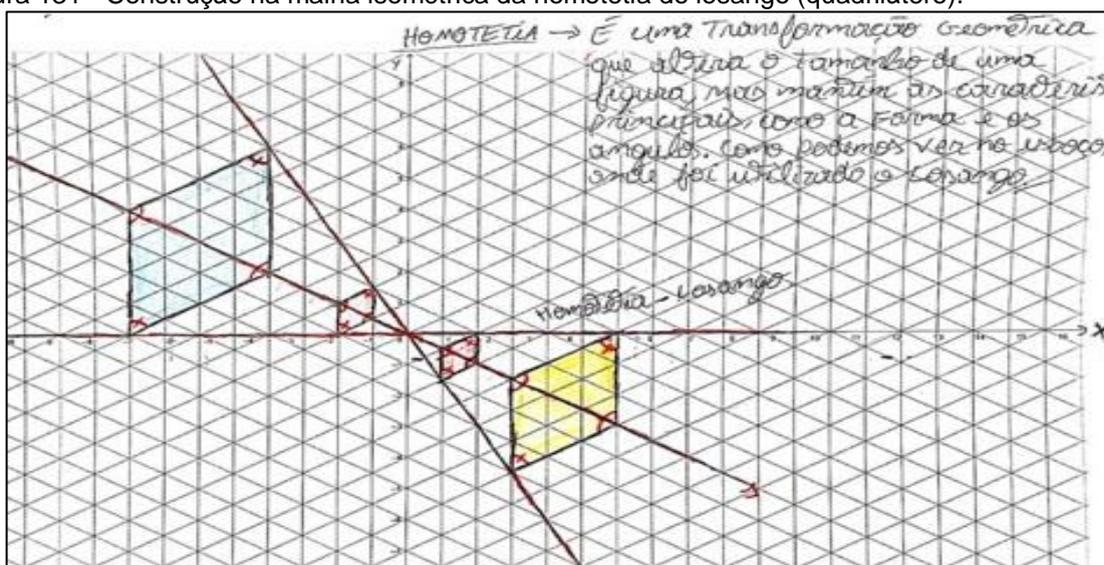
De forma similar o PFI4 construiu com polígonos o conceito de homotetia com o uso da malha isométrica (triângulos). Destaca que na homotetia as figuras preservam a sua forma (propriedades geométricas), a congruência dos ângulos. Na malha isométrica, o PFI4 exemplificou a homotetia com o uso do quadrilátero (losango), com o centro da homotetia na origem e com razões de semelhança r : para $r > 1$, quando a forma da figura (losango) é ampliada; para $r < -1$, encontramos uma ampliação inversa (exemplo de simetria axial⁴⁸ em relação ao centro da Homotetia) e, no caso $-1 < r < 0$, encontramos a redução inversa (simetria axial) do quadrilátero (LIMA, 2016)⁴⁹.

Na Figura 131, o PFI4, construiu na malha triangular (isométrica) um exemplo de homotetia ampliada do quadrilátero losango, quando $r > 1$ e $r < -1$ (ampliação inversa); conservada para $r = 1$ (identidade), $r = -1$ (identidade inversa) e $0 < r < 1$ o quadrilátero é reduzido e para $-1 < r < 0$ e apresenta a redução inversa. Quando $r = 0$, não temos homotetia. No entanto, o PFI4, não identificou os vértices A, B, C, D, para observamos a posição dos Pontos quando estão espelhados (valores de R negativos), ou não.

⁴⁸ Simetria Axial ou Simetria de reflexão (simetria do espelho), Pataro e Balestri (2018).

⁴⁹ LIMA, Nilo Silveira Monteiro de. **Investigações em Geometria Plana com Interfaces Digitais: um estudo sobre homotetia**. 2016. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

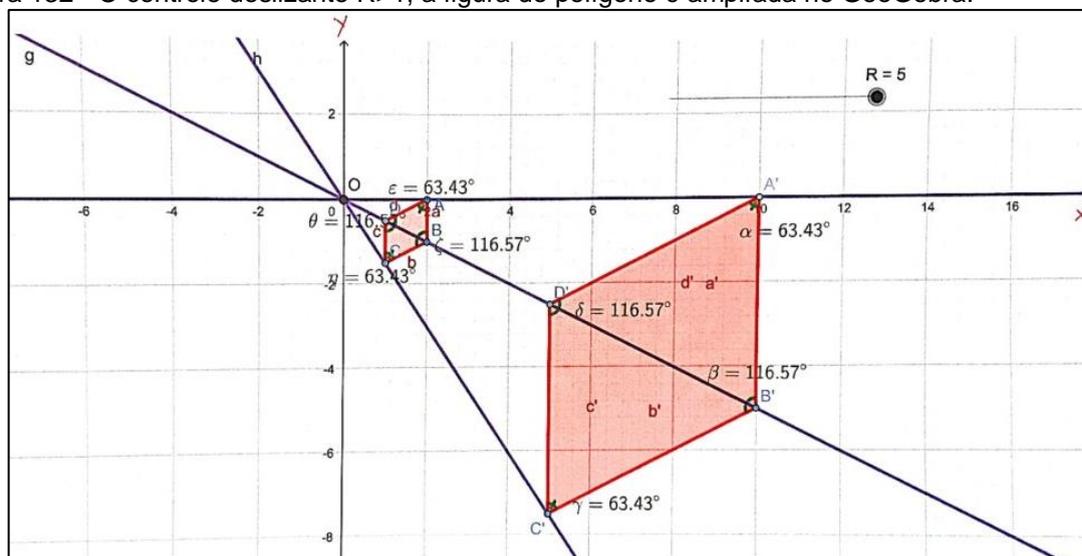
Figura 131 - Construção na malha isométrica da homotetia do losango (quadrilátero).



Fonte: Atividade do PFI4, 2023.

Na Figura 132, o fator ou razão de homotetia, $R = 5$, o quadrilátero foi ampliado, conservam os Pontos e a medida dos ângulos, mas a forma é a mesma, um quadrilátero, no entanto a medida dos lados, perímetro e área são diferentes.

Figura 132 - O controle deslizante $R > 1$, a figura do polígono é ampliada no GeoGebra.

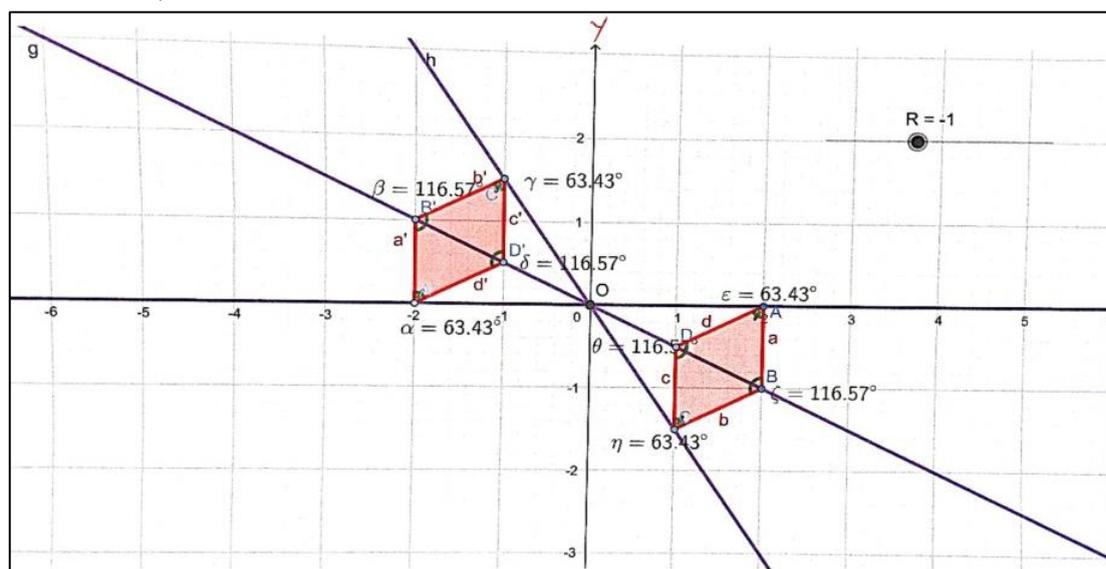


Fonte: Atividade do PFI4, 2023

Na Figura 133, o fator ou razão de homotetia, $R = -1$, o quadrilátero apresenta uma identidade inversa, os Pontos e ângulos (são espelhados em relação ao centro da homotetia, os ângulos não mudam, continua um quadrilátero, ou seja, apresenta um

comportamento da simetria de reflexão ou axial em relação ao centro da homotetia (LIMA, 2016).

Figura 133 - O controle deslizante $R=-1$, a figura do polígono é uma identidade inversa (simetria de reflexão ou axial).

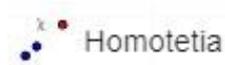


Fonte: Atividade do PFI4, 2023.

Com o GeoGebra Clássico 6, elaborou o roteiro de construção (Figura 134):

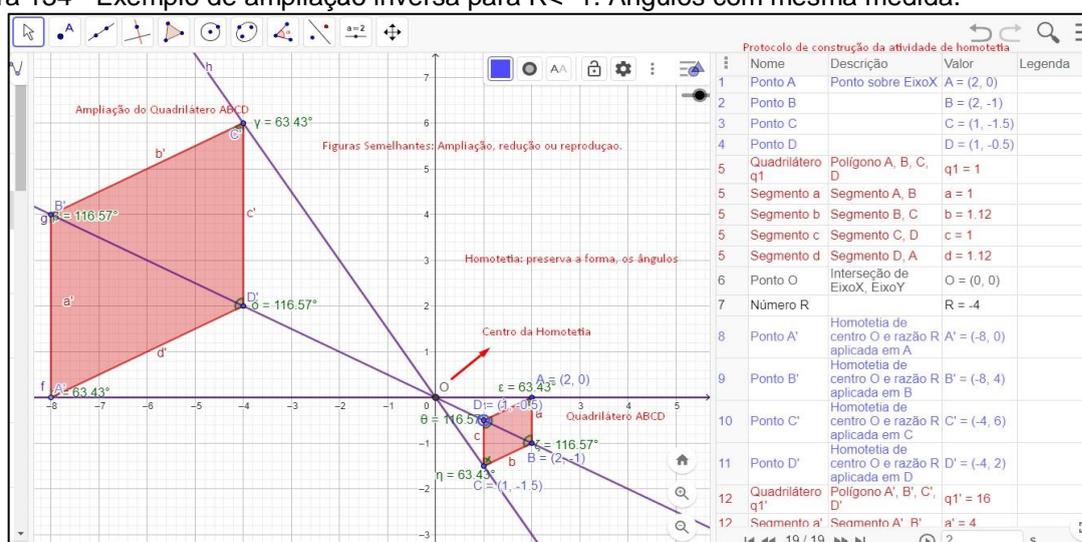
- Na barra de ferramentas ponto , ponto  Ponto criar os pontos $A = (2,0)$, $B = (2, -1)$, $C = (1, -1.5)$ e $D = (1,-0.5)$, ao clicar nos valores na Janela de Visualização, ou pode escrever na janela de álgebra no campo entrada  Entrada... os pontos A, B e C com as coordenadas informadas.
- Na barra de ferramentas Polígono , Polígono  Polígono, clicar na janela de visualização nos pontos A, B, C, D e A, para fechar o quadrilátero $q1 =$ Polígono (A, B, C, D).
- Na barra de ferramentas ponto  e ponto  Ponto, clicar na janela de visualização, no plano cartesiano na sua origem (0,0).
- Na barra de ferramentas em controles , controle deslizante  Controle Deslizante, clicar na Janela de visualização em qualquer lugar e abrirá uma caixa e, em nome escrever R, em min digitar -5 e em máx digitar 5 e incremento escrever 0.5 .

- Na barra de ferramentas, em transformações  e, em homotetia



. Na janela de visualização selecionar o Polígono (A, B, C, D) e, clicar no centro da homotetia (a origem). Abre uma caixa de nome Homotetia e em fator escrever R. Conforme o valor de R, o polígono a sua forma mudará conforme o R que varia de -5 até 5 , variando de 0.5 .

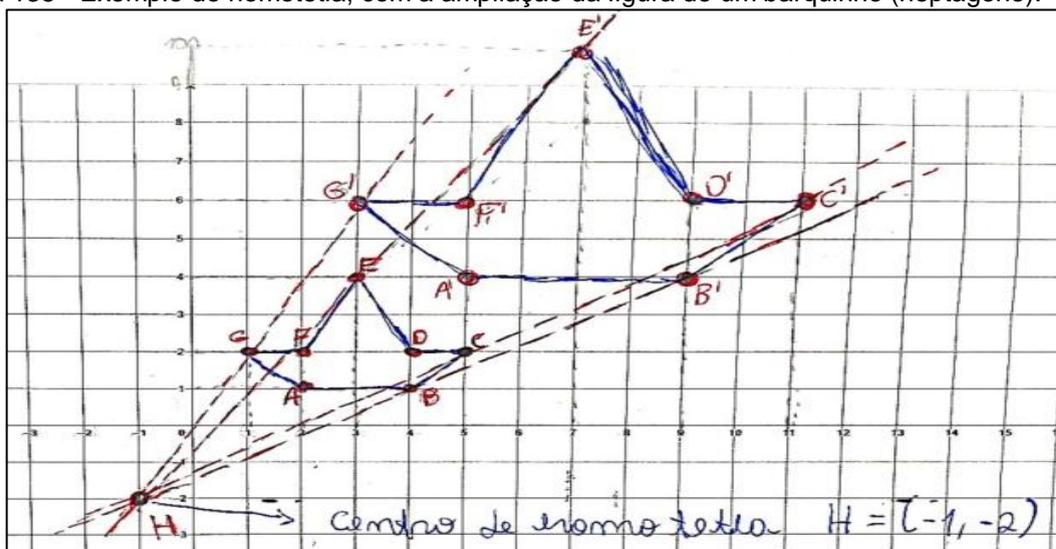
Figura 134 - Exemplo de ampliação inversa para $R < -1$. Ângulos com mesma medida.



Fonte: Atividade do PFI4, 2023.

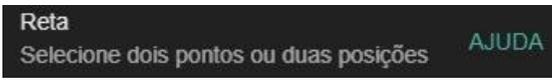
O PFI8 abordou o conceito de homotetia (ampliação), com a construção de um barquinho (polígono de 7 lados, heptágono), ligando os pontos A (2,1), B (4,1), C (5,2), D (4,2), E(3,4), F(2,2), G(1,2), com a atividade na malha quadrada. Depois marcou na malha o ponto H (-1, -2), denominando-o de centro da homotetia. Na continuidade da construção foram marcados os pontos, A' (5,4), B' (9,4), C' (11,6), D' (9,6), E' (7,10), F' (5,6), G' (3,6). Para ter uma compreensão de como o barquinho foi ampliado, traçou-se um feixe de retas paralelas que passam pelo centro da homotetia H e pelos vértices B, B' (colineares – estão na mesma reta), C, C', E, E', G, G', não fez as retas passando pelos pontos A, A', D, D' e F, F'. No exemplo o fator foi ampliado de 2 ou razão 2:1 (Figura 135).

Figura 135 - Exemplo de homotetia, com a ampliação da figura de um barquinho (heptágono).



Fonte: Atividade do PFI8, 2023.

Vamos ao Roteiro de Construção do PFI8, no GeoGebra Clássico 6:

- Na barra de ferramentas na opção polígono  , e  .
- Na janela de visualização, clicar nas coordenadas (x, y), criando os pontos A (2,1), B (4,1), C (5,2), D (4,2), E(3,4), F(2,2), G(1,2). Na janela de álgebra aparecem os pontos construídos A, B, C, D, E, F, G, o polígono pol1 = Polígono (A, B, C, D, E, F, G) = 5 e os segmentos a, b, c, d, e, f, g com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas na opção ponto  , e  e, na janela de visualização clicar em (-1, -2) e criará o ponto H (-1, -2). Para visualizar as coordenadas do ponto H, basta clicar com o botão direito do mouse em H e, em configurações  Configurações e marcar a opção Exibir Rótulo: Nome & Valor . Na janela de visualização aparecerá o nome H e o valor (-1, -2), ou seja, $H = (-1, -2)$.
- Na barra de ferramentas opção retas  , e em  . Na parte inferior aparece uma janela de comunicação como de fazer para esboçar na janela de visualização a reta:  . Na construção foram selecionados dois pontos. Na janela de visualização clicar no ponto H (centro da homotetia) e, no ponto A. Repetir esse procedimento clicar no centro

da homotetia, ponto H e nos pontos B, C, D, E, F, G. Na reta de álgebra aparecerá as retas h, i, j, k, l, m, n. E, na janela de visualização as retas.

- Na continuidade em barra de ferramentas em transformações  e na opção

homotetia  Homotetia

, na janela ajuda que aparece na parte inferior

Homotetia
Selecione o objeto, depois o centro e, então, a razão da homotetia **AJUDA**

, nos diz como proceder a construção. Clicamos com o botão esquerdo do mouse no centro do polígono, selecionando o objeto (sua extremidade fica marcada) e, em H (centro da homotetia). Abrirá uma janela para indicar o fator, o valor que deseja ampliar ou reduzir. Informamos o fator 2. Criou na janela de visualização o pol1' ampliado duas vezes. Na janela de álgebra foram criados os pontos A', B', C', D', E', F', G', os segmentos a', b', c', d', e', f', g'.

- Em ângulo  , e opção  Ângulo , conforme a caixa de ajuda

Ângulo
Selecione três pontos ou duas retas **AJUDA**

. Selecionamos três pontos no sentido horário, para construir alguns ângulos internos de pol1 e pol1' para comparar as suas medidas, que não alteram conforme a ampliação de pol1.

- Na barra de ferramentas controles  e, em

Caixa para Exibir / Esconder Objetos

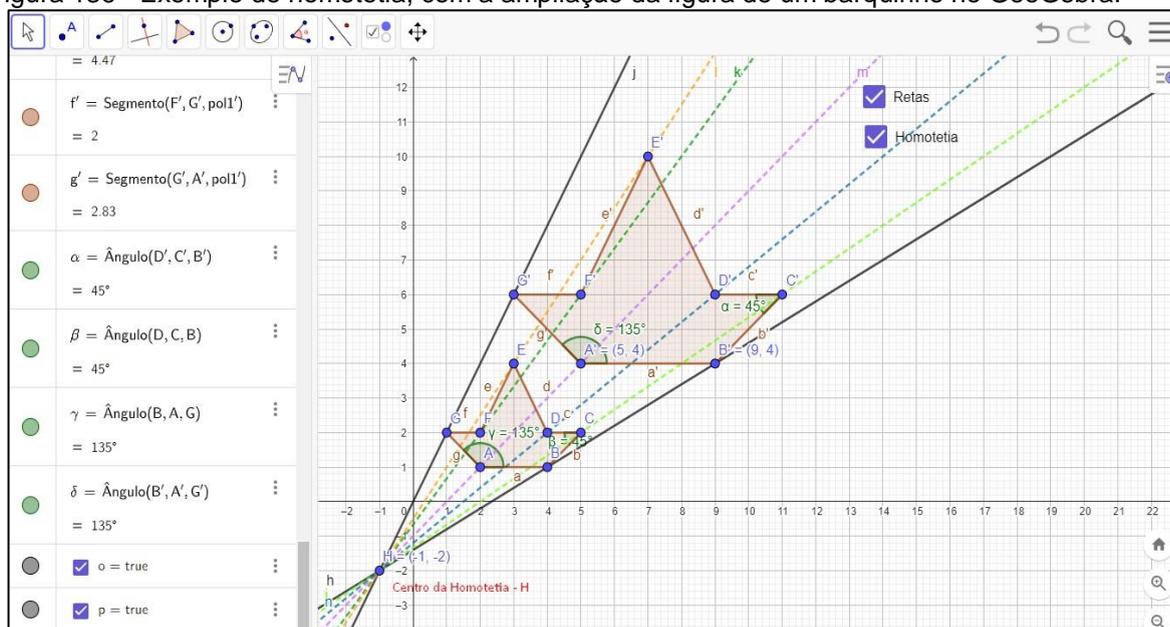
. Clicar na janela de visualização e, em

Selecione os objetos na construção ou escolha-os de uma lista

legenda escrever Retas. E,

Foram selecionadas as retas h, i, j, k, l, m, n. A caixa selecionada exhibe as retas e desmarcada, esconde as retas mencionadas. Da mesma forma para a caixa Homotetia, em legenda escrevemos Homotetia e foram selecionados os pontos A', B', C', D', E', F', G', pol1', e os segmentos a', b', c', d', e', f', g'. Os ângulos $\alpha = 45^\circ$ e $\delta = 135^\circ$. Ao selecionar aparece o barquinho ampliado com os seus elementos: pontos, segmentos e ângulos e, caso desmarcar esconde a construção do barquinho ampliado (Figura 136).

Figura 136 - Exemplo de homotetia, com a ampliação da figura de um barquinho no GeoGebra.



Fonte: Atividade do PFI8, 2023.

A atividade dos PFI7 e PFI8 (em dupla), foi ampliada para explicar os conteúdos de simetria em relação a uma reta, considerando a reta, os eixos x e y. Para isso, fizeram a construção com o pol1 = Polígono (A, B, C, D, E, F, G). Na construção anterior, desmarcar as caixas Retas e Homotetia, ficando na janela de visualização o pol1 e o Ponto H, os eixos cartesianos e as malhas primárias.

Roteiro da Construção dos PFI7 e PFI8:

- Na barra de ferramentas transformações  e em



, conforme a caixa de ajuda

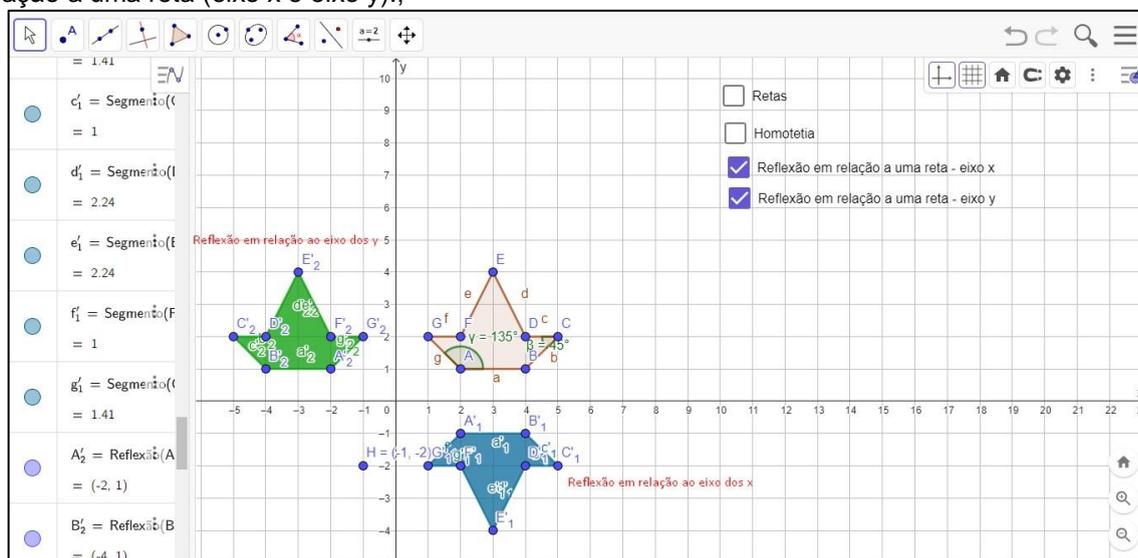
Reflexão em Relação a uma Reta
 Selecione primeiro o objeto e, depois, a reta de reflexão AJUDA

Na janela de visualização selecionamos o polígono pol1 e no eixo dos x. Assim, foi construído o pol1', o barquinho foi configurado na cor azul, que está espelhado em relação ao eixo das abscissas.

- De forma análoga, foi o procedimento para construir simetria de reflexão em relação ao eixo y, com a opção reflexão em relação a uma reta acionada, clicar em pol1 e depois no eixo dos y, criando o barquinho que foi

configurado na cor verde. As caixas de esconder/exibir objetos foram construídas de forma similar ao explicado anteriormente (Figura 137).

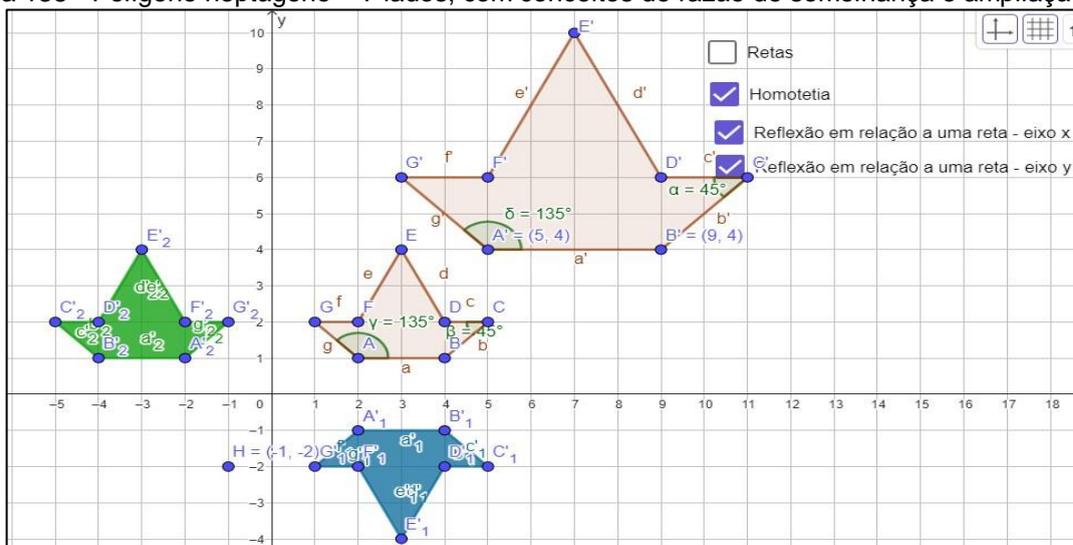
Figura 137 - Polígono heptágono – 7 lados, com conceitos de homotetia e simetria de reflexão em relação a uma reta (eixo x e eixo y).,



Fonte: Atividade dos PF17 e PF18, 2023.

O conceito importante para a razão de semelhança (ou fator=2), conforme o valor indicado na construção (Figura 138), essa figura do barquinho foi ampliada e construída no GeoGebra (na malha quadrada). Poderá ser ampliada ($r > 1$), reduzida ($0 < r < 1$) ou conservada (no caso da identidade quando $r = 1$). Além do mais, a palavra razão vem do latim ratio e significa divisão. “A razão entre os números x e y , nesta ordem, com $y \neq 0$, pode ser indicada pela fração $\frac{x}{y}$ ou pelo quociente $x:y$, com $y \neq 0$ (PATARO; BALESTRI, 2018, p. 215).

Figura 138 - Polígono heptágono – 7 lados, com conceitos de razão de semelhança e ampliação.



Fonte: Atividade do PFI7 e PFI8, 2023.

Ao final da disciplina Tecnologias da Informação e da Comunicação no Ensino de Matemática II (TICs II), disponibilizamos um roteiro de entrevista no Google Forms (APÊNDICE B) do qual oito PFIs responderam no período de 15 a 24 de março de 2023.

Conforme resposta do formulário, tínhamos somente um licenciando do 7º período e os demais do 8º. Eles nasceram entre os anos de 1999 e 2002, destacando que são pertencentes as Gerações Y e Z.

Segundo Tajra (2019), a Geração Y viveu o surgimento da internet e cresceram jogando videogames e acostumados com fluxo de informações. A Geração Z buscavam informações por si mesmo na internet, o aprendizado e de forma variada e não possui raciocínio linear.

Ao analisarmos os dados dos PFIs, percebemos que os sujeitos de nossa pesquisa não tiveram dificuldades em compreender e utilizar o GeoGebra para fazer as atividades propostas no âmbito da disciplina. No entanto, na malha quadriculada alguns esboçaram gráficos com conceitos errados, mas quando utilizaram o GeoGebra perceberam o erro.

Nesse roteiro de entrevista dividimos em dois Temas: o Tema 1: Formação acadêmica docente e prática pedagógica com quatro perguntas e o Tema 2: Formação do professor e os conhecimentos de Conteúdo, Pedagógico e Tecnológico, com seis perguntas.

Tema 1: Formação acadêmica docente e prática pedagógica.

Quadro 25 - Respostas dos PFIs da pergunta 1 do Tema 1.

PFIs	1. Sua formação inicial lhe proporciona uma base para a atuação como docente com o uso de tecnologia? Comente.
PF11	Sim, Mediante as disciplinas que são voltadas para a área da tecnologia durante a graduação.
PF12	Sem as aulas de tecnologia digitais eu não teria como ter uma abrangente docência com as tecnologias.
PF13	Sim, através de disciplinas como a TICs durante a formação inicial, proporciona uma base para a docência através das tecnologias.
PF14	Sim, no decorrer do curso aprendemos a manusear algumas ferramentas tecnológicas para utilização em sala de aula.
PF15	Muito, desde o início da formação tivemos acesso a disciplinas voltadas sempre a tecnologia na educação com o olhar de reinventar maneiras que incluam a todos.
PF16	Sim, temos algumas disciplinas que nos ensinam e incentivam a usar as tecnologias na atuação como docente.
PF17	Sim.
PF18	Sim, a formação que obtivemos durante o curso possibilita uma ótima base para trabalharmos na docência.
PF19	Sim, dentro da universidade eu tive a oportunidade de trabalhar com duas iniciações científicas voltada para o ensino com tecnologias, além de disciplinas das mais diversas dentro da grade curricular

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme depoimento dos PFIs, a formação inicial proporciona o uso da tecnologia servindo como base para a utilização em sala de aula desde o início do Curso de Licenciatura em Matemática. Além do mais, na Estrutura Curricular do Curso⁵⁰ constam três disciplinas que trabalham com as Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática, além das possibilidades dos licenciandos em atuar na pesquisa com o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC bem como em outras disciplinas já no início do curso, com as disciplinas e “reinventar maneiras que incluam a todos” (PF15). Além do mais, deseja-se “alcançar com as tecnologias é que o indivíduo seja capaz de obter conhecimentos, construí-los por meio de uma atitude reflexiva e questionadora” (SCHEFFER, 2009, p. 101) como os PFIs relatam que recebem uma formação inicial com o uso das tecnologias.

Quadro 26 - Respostas dos PFIs da pergunta 2 do Tema 1.

PFIs	2. Como são ministradas as disciplinas com o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na graduação?
PF11	São ministradas buscando ampliar o mesmo horizonte do conceito da aplicação da tecnologia no ensino.
PF12	São ministradas no laboratório de informática/ sala de aula.
PF13	São disciplinas que são ministradas voltadas para o uso tecnologias que auxiliam na comunicação, incluindo hardwares, como smartphones, computadores, softwares, com aplicativos, mas, tecnologias que vão ajudar na formação inicial e a decorrer da vida docente.

⁵⁰ Disponível em: <https://portal.ufac.br/ementario/curriculo.action?v=392>. Acesso em: 15 mai. 2023.

PFI4	Elas são ministradas trabalhando em cima dessas tecnologias, mostrando seu funcionamento, ensinando a manusear e fazendo atividades com essas tecnologias
PFI5	As disciplinas são ministradas de formas interativas e com linguagem clara, focando sempre em vastas tecnologias que podem ser usadas no ensino e trabalhada nelas de forma bem exploratória.
PFI6	São ministradas muitas vezes no laboratório de informática do curso, nós ensinando a lidar com certos meios para ensinar matemática através do uso das tecnologias.
PFI7	Através de atividades e metodologias que nós ensinamos e auxiliamos na aprendizagem e aquisição de conhecimentos.
PFI8	As disciplinas, de tecnologia são ministradas utilizado software computacionais, materiais impressos, possibilitando os futuros professores se adaptarem com as várias dificuldades que podem ser encontradas no decorrer da profissão.
PFI9	Em sua maioria como debates, eu diria como se fosse uma oficina a cada aula, diferente das outras matérias onde a aula é inteiramente expositiva, aqui temos uma variedade de dinâmicas em sala de aula que proporcionam uma aula bem mais interativa e interessante.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme respostas dos PFIs em relação a pergunta 2 do tema 1, destacam as variedades de uso de tecnologias, desde o impresso bem como uso de softwares educacionais, de forma interativa, com variedades de dinâmicas para serem aplicadas em sala de aula e, desta forma indicam que auxiliam na formação do professor e proporcionam aulas dinâmicas, exploratória, mais interativas e interessantes. Destacam ainda, as várias metodologias e o formato como se fosse de oficinas, debates entre os participantes, saindo do modelo inteiramente expositivo. Também apontam as possibilidades do professor ainda em formação lidar com várias dificuldades que poderão surgir em sua futura atuação profissional.

Quadro 27 - Respostas dos PFIs da pergunta 3 do Tema 1.

PFIs	3. De quais maneiras o Curso de Licenciatura em Matemática incentiva a sua formação para o início da profissão docente?
PFI1	Os únicos meios de incentivo são as bolsas do PIBID e de Residência.
PFI2	Somente em algumas disciplinas e com alguns professores que passam essa motivação e ensino para a profissão.
PFI3	O curso incentiva através das disciplinas voltada para o Ensino, e os programas que estão disponíveis para os acadêmicos, como o PIBID ou residência pedagógica.
PFI4	Incentiva ensinando os melhores e mais inovadores métodos para se usar dentro da sala de aula e também por meio de práticas nos estágios, dando maior conforto para início na profissão docente.
PFI5	De diversas maneiras, como por exemplo, ter um olhar que além de profissional se preocupe com a aprendizagem dos alunos, visando a todos, o curso nos aproximou muito de maneiras que podemos trabalhar com alunos de baixa visão, com deficiência auditivas e entre outros, sempre nos aproximando da realidade que seremos inseridos.
PFI6	Temos várias disciplinas voltadas ao ensino, temos estágios onde praticamos a fundo a docência, além de várias bolsas de iniciação a docência onde somos incentivados a estar nas escolas.
PFI7	De uma maneira que me motiva a buscar mais e mais o conhecimento afim de poder transmitir esse conhecimento de uma forma melhor e mais eficaz possível.
PFI8	O curso incentiva o futuro professor a se adaptar diante de várias situações que venham a surgir durante a profissão. Como no momento de pandemia global devido a covid-19, nos com os alunos e futuros professores tivemos que aprender a lidar a com as aulas online,

	fazendo uso de vários meios que estavam fora do nosso domínio. Desta forma nos preparamos para exercer a docência de diferentes formas.
PF19	Com diversas disciplinas voltadas ao assunto, cerca de 12 disciplinas o que é, de certa forma, redundante, mas graças aos professores, podemos aproveitar e aprender coisas novas. Claro, também temos das mãos diversas oficinas, trabalhos, projetos, iniciações científicas e outras bolsas, sempre há o que ver e o que fazer.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 3 do tema 1, os PFIs apontam que o Curso de Licenciatura em Matemática que algumas disciplinas 'as de Ensino' os motivam para a profissão docente, uma vez que nas aulas são utilizados métodos inovadores para ensinar e que há uma preocupação com o "ser", isto é, as aulas são voltadas para o dia a dia, e que se no decorrer da profissão se depararem alunos com deficiências, sabem que é para ensinar a todos sem diferença. Também destacam a importância das bolsas de Iniciação científica, PIBID, Residência Pedagógica, projetos de extensão dos quais levam o aprendizado e explorado para os estágios supervisionados nas escolas. Além disso, apontam doze disciplinas voltadas para essa formação e ensino da Matemática para a vida em que aproveitar e aprender coisas novas.

Quadro 28 - Respostas dos PFIs da pergunta 4 do Tema 1.

PFIs	4. Reflita sobre as possíveis melhorias na Estrutura Curricular do Curso de Licenciatura em Matemática que possam contribuir para minimizar as possíveis dificuldades no início da profissão docente?
PF11	Incentive as atividades extracurriculares, ofereça orientação profissional.
PF12	Tem que desconstruir tudo, e passar a ter uma comunicação melhor entre as áreas de exatas com as áreas da pedagogia.
PF13	Pode ser melhorado as disciplinas que são "repetitivas" como as Práticas de Ensino, onde são visto as mesmas metodologias de Ensino, é acabam ficando soltas. Podendo assim, formar disciplinas, mas com um único objetivo, contribuindo no início da profissão docente.
PF14	Um curso que foque mais nas práticas pois é por meio delas que a pessoa aprende mais ainda como se portar na sala de aula, mas não deixando de lado a teoria.
PF15	O curso poderia abranger mais o lado de licenciatura e a prática do que a teoria, pois assim desde o início o aluno estaria mais ligado ao seu campo de trabalho e as dificuldades que enfrentará.
PF16	Deveriam pegar mais leve com as matérias no início do curso, pois muitos discentes se assustam com o curso logo no início, porquê muitos professores já pegam pesado com os alunos que acabaram de sair do Ensino Médio.
PF17	Creio que uma maior flexibilidade dos docentes com os alunos na hora de explicar os conceitos e conteúdos.
PF18	As melhorias no início da graduação, acredito que seria mais vantajoso para o aluno iniciar os primeiros períodos com um menor número de disciplinas, no meu caso os primeiros 3 períodos foram realizados com 7 disciplinas cada. Um fato que dificulta o bom desempenho do aluno, pois já existe uma grande diferença no ensino que o aluno estava acostumado nas escolas, e choque de realidade acaba assustando o universitário.
PF19	Reduzir a quantidade de disciplinas, como eu disse anteriormente, os assuntos se repetiam e acabavam sendo redundantes. Contato entre os docentes, é essencial que, os professores se comuniquem entre si, principalmente no momento da construção da grade

	curricular, pra que não acabem colocando conteúdos muito similares em disciplinas as vezes até do mesmo período.
--	--

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 4 do tema 1, os estudantes apontam da importância do menor número de disciplinas ao entrar no curso, uma vez que muitos conteúdos e forma de trabalhar são bem diferentes do Ensino Médio e, esse fato, os assustam e podem levar a sua desistência. Indicam que professores das áreas específicas da Matemática (cálculo, álgebra, ...) dialoguem com os professores da área da Educação Matemática (que chamam de pedagógica). Também apontam a flexibilidades de docentes na hora de explicar os conceitos da Matemática. Por fim, sugerem um olhar na estrutura curricular (que atualmente se encontra em reformulação) para evitar sobreposição de conteúdos e devem incentivar atividades extracurriculares com orientações profissionais.

Tema 2: Formação do professor e os conhecimentos de Conteúdo, Pedagógico e Tecnológico.

Quadro 29 - Respostas dos PFIs da pergunta 1 do Tema 2.

PFIs	1. Quais os conhecimentos necessários para a formação do professor ao ensinar os conteúdos de matemática com o uso do GeoGebra?
PF11	Entendimento do Conteúdo e entendimento mínimo de como funciona o GeoGebra.
PF12	Dominar / conhecer um pouco sobre geometria Analítica espacial e Analítica e já nelas compartilhar práticas no GeoGebra
PF13	Claramente, um professor para ensinar Matemática com o uso do GeoGebra, deve ter o "pré-requisito" das tecnologias da informação e da comunicação que são: computadores, celulares. E saber interligar e relacionar o assunto com uma ferramenta tecnológica.
PF14	Além de ter o conhecimento de como usar o GeoGebra dentro da sala de aula com os alunos da melhor maneira, tem que saber os conceitos de geometria e também de funções.
PF15	Os conhecimentos necessários são, saber o conteúdo que está sendo trabalhado e conhecer a ferramenta para poder ensinar.
PF16	Primeiro de tudo deve saber usar o software GeoGebra, depois deve dominar os conteúdos de geometria.
PF17	Formação em conceitos geométricos e habilidades no uso da ferramenta para extrair o máximo dos seus recursos.
PF18	E necessário que o professor tenha passando ao menos por um pequeno curso que explique o funcionamento do software, pois existe vários comandos que são essenciais para desenvolvimento do programa.
PF19	Depende, para cada área do GeoGebra exigirá um conhecimento diferente, mas principalmente conhecimento básico em geometria, cálculo e informática. Para a calculadora CAS você precisa saber um pouco sobre programação por exemplo, então para cada disponibilidade de programas do GeoGebra vão exigir níveis diferentes de conhecimento. Você precisa saber acessar a Internet, conectar conta, baixar, saber o básico de informática para abrir e saber mexer na janela do GeoGebra, saber geometria (dependendo do aplicativo um nível mais leve até o mais avançado) e, claro, matemática.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 1 do tema 2, a maioria destacou da importância de conhecer o recurso tecnológico (GeoGebra) as suas potencialidades para saber adequar ao conteúdo específico da Matemática. Dessa forma, precisam saber o conteúdo a ser ensinado e adequá-lo ao uso do GeoGebra de forma que consiga equilibrar o conhecimento específico da Matemática e da tecnologia (PRADO, 2009-2010).

Quadro 30 - Respostas dos PFIs da pergunta 2 do Tema 2.

PFIs	2. Como você utiliza o GeoGebra para ensinar nas aulas de Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática? E quais conteúdos?
PF11	Dinamiza os conteúdos principalmente os com gráficos. Função afim, Função modular periódica e etc.
PF12	Geralmente, para análise de função de primeiro e segundo grau.
PF13	A utilização do programa, funciona como uma ferramenta adicional, principalmente na utilização da Geometria e a Álgebra, como as funções. Proporcionando maior praticidade na resolução das atividades, além de facilitar na compreensão do conceito que está sendo trabalhado.
PF14	Utilizo fazendo a construção de gráficos para mostrar o comportamento de funções e etc. fazendo atividades colocando vídeos explicativos do conteúdo, colocando perguntas para responder de acordo com o gráfico, tudo isso abordando os conteúdos de geometria e funções.
PF15	Utilizei na visão de aluno e professor, como aluna eu tentava construir algo que pudesse atrair a atenção para poder participar e como professora, algo que pudesse dominar no assunto para explicar. Os assuntos, função, simetria.
PF16	Utilizaria para melhorar as aulas monótonas de matemática, com figuras bem ilustradas no GeoGebra, acho que o melhor conteúdo a ser ilustrado no GeoGebra é a geometria em geral.
PF17	Utilizo para mostrar de forma visual e de prática construção, gráficos de funções, figuras geométricas, movimentos do seno e cosseno no plano entre outros assuntos.
PF18	Utilizo o GeoGebra pra construções de atividades de vários conteúdos, pois ao construir o seu próprio material o professor pode explorar a maior dificuldade dos alunos. Usando para explicar função, equação, plano cartesiano, simetria, distância entre pontos é vários outros conteúdos.
PF19	O GeoGebra proporciona diversas ferramentas para podermos trabalhar nele. Apresento atividades para serem respondidas aos alunos, introdução de aula para explicar conceitos (construção já feita), aplicar resolução de problemas através de construções, produzir uma construção em sala de aula para exemplificar um conceito ou até mesmo explicá-lo, etc.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 2 do tema 2, os PFIs destacam da importância de usar o aplicativo para tornar a Matemática mais atrativa, e salientam vários conteúdos que já trabalharam: funções e seus gráficos, geometria (como o melhor de ser explorado), simetrias, distância entre dois pontos, dentre outros. Evidenciam a utilização da Geometria e da Álgebra e usando o GeoGebra para resolver atividades com o aplicativo é mais prático. Com o uso do GeoGebra desenvolveram atividades e, tiveram o olhar tanto de aluno, como de professor para

construir algo que chame a atenção do aluno e como professor(a) algo que possa dominar um assunto para explicar.

Ao utilizar o GeoGebra como escolha para ensinar um conteúdo Matemático, salientaram que “essa escolha deve estar vinculada à uma filosofia educacional, à uma metodologia educacional e ainda aos objetivos que se quer alcançar no desenvolvimento de conteúdos e conceitos relacionados ao conhecimento matemático” (MISKULIN, 2009, p. 166).

Quadro 31 - Respostas dos PFIs da pergunta 3 do Tema 2.

PFIs	3. Quais os ambientes que você explorou usando o GeoGebra?
PFI1	Em casa e na sala de informática do curso.
PFI2	Funções Gráficos frações etc, fora inúmeras atividades que podemos estar criando e fazendo com os alunos
PFI3	Ambiente virtual, ambiente de sala de aula.
PFI4	os ambientes que explorei foram somente as calculadoras para construção de gráficos e outros conceitos como homotetia e também na construção de atividades feitas pelo GeoGebra
PFI5	Calculadora GeoGebra, GeoGebra clássico, criar atividades, anexar pdfs, vídeos.
PFI6	Álgebra, geometria, gráficos 3D, meus recursos dentre outros
PFI7	Em sala de aula e na faculdade
PFI8	Vários ambientes, os planos de simetria, rotação translação, reflexão, Homotetia, retas, funções, equações, polígonos.
PFI9	TODOS! Exceto a calculadora CAS a qual não consegui me familiarizar, mas já fiz curso de GeoGebra clássico e 3D, além de diversas outras funções e aplicativos que aprendemos em sala de aula.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 3 do tema 2, os PFIs relatam da exploração de aplicativos no site do GeoGebra. Destacam os aplicativos que existem disponíveis, tais como: Calculadora, GeoGebra Clássico 6, GeoGebra 3D (que é o mesmo aplicativo calculadora 3D), Geometria e janela CAS (ainda não muito explorado). Ainda construíram atividades que disponibilizaram em tarefas (GeoGebra Classroom – sala de aula), e exploraram a atividade construída na visão de aluno(a) e de professor(a), que ficam disponíveis em materiais – meus recursos. Além do mais, remetem a construção e uso de materiais sobre vários assuntos da Matemática, tais como: funções, gráficos, geometria espacial, frações, simetria, rotação, translação, reflexão, Homotetia, retas, funções, equações, polígonos, dentre outros. Dentre eles, alguns já tinham feito curso de GeoGebra e, apontam da inclusão de elementos nos formatos pdf, vídeos e outros na atividade construída. Nesse aspecto os PFIs destacam as várias possibilidades e potencialidades da plataforma GeoGebra para a

produção de atividades, que podem incluir textos, imagens, *applets*, vídeos, questões, web, arquivos em pdf, de forma dinâmica (NÓBRIGA; SIPLER, 2020, p. 90).

Quadro 32 - Respostas dos PFIs da pergunta 4 do Tema 2.

PFIs	4. Como a disciplina de Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática pode contribuir para a formação do professor em momentos de pandemia da Covid-19 e pós pandemia?
PFI1	Abrir os olhos para as novas tecnologias e mostra como eles auxiliam e facilitam o ensino.
PFI2	Pode contribuir com basicamente tudo, pois é com ela que o aluno estará vendo a matemática com mais precisão, por meio das tecnologias para ensino remoto ou a distância etc. Podendo usar várias ferramentas ministrada pelas disciplinas!
PFI3	Em meio a pandemia, a TICs na formação inicial do professor, se mostrou essencial, visto que por meio das tecnologias, o ensino e a aprendizagem é fortalecido por meio das ferramentas que as TICs proporcionam, além de aumentar as oportunidades de ACESSO ao conhecimento.
PFI4	Pode contribuir pelo fato de se utilizar de maneiras tecnológicas para ensinar em um momento em que se teve a necessidade de se ensinar dessa forma pelo ensino remoto e também pensando em pós pandemia, pois vivemos em um mundo mais tecnológico e isso facilita o ensino para os alunos.
PFI5	No momento de pandemia ela torna algo intuitivo e atrativo na aula, sendo mais fácil exemplificar funções, polígono e entre outros de forma virtual, como também passar atividades que der de observar simultaneamente os alunos. Pós pandemia eu continuo acreditando que sejam os mesmos valores, continua contribuindo nas aulas.
PFI6	No momento de pandemia onde as aulas tinham que acontecer de forma remota, o uso do GeoGebra para cativar a atenção dos alunos na aula seria indispensável, proporcionando aos alunos aulas mais claras e objetivas, nos pós pandemia se pode utilizar o GeoGebra para dar continuidade ao trabalho iniciado na pandemia.
PFI7	Pois com essa disciplina, lhe abre um leque de metodologias e formas de ensinar matemática além do método formal que seria lousa/quadro.
PFI8	Como dito anteriormente a disciplina contribui para uma possível adaptação mediante as dificuldades da profissão, no caso da pandemia foi necessário apreender a lidar com as aulas online, de tal forma que não ficasse cansativo para o aluno passar horas em frente à uma tela interativa.
PFI9	Muito! Aprender a mexer com diversos aplicativos, a construir atividades de maneira virtual e até a montar aulas totalmente independentes fez com que muitos alunos que sequer sabiam produzir arquivos no Word, pudessem montar aulas inteiramente virtuais.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 4 do tema 2, apontam o conhecimento que adquiriram com o uso da tecnologia para ensinar matemática em que a disciplina de TIC se tornou essencial para o ensino e aprendizagem, pois abriu um leque de metodologias e formas de ensinar diferente do formal, sendo mais atrativo. E com a Pandemia da Covid - 19 aprenderam a lidar com aulas online, destacam que alguns não sabiam utilizar editores de textos (Word) e, ainda puderam planejar aulas totalmente online e aprender com o processo. Evidenciam o GeoGebra como indispensável para chamar a atenção do aluno e ainda tornar as aulas mais claras e objetivas. Enfim, na pós pandemia tudo que aprenderam possibilitou ampliar o acesso

ao conhecimento e dar continuidade ao conhecimento adquirido anteriormente com o uso das tecnologias.

Quadro 33 - Respostas dos PFIs da pergunta 5 do Tema 2.

PFIs	5. Qual a importância do planejamento pedagógico com o uso de tecnologia para ensinar conteúdos de Matemática?
PFI1	E importante para incentivar o aluno a participar da aula.
PFI2	De suma importância, pois é com esse planejamento que poderá aplicar o ensino trazendo-o para o ambiente que os alunos têm mais afinidade que são as tecnologias.
PFI3	Para ensinar, é preciso ter o domínio do conteúdo e principalmente do programa ou software que será utilizado. Com isso, o planejamento pedagógico permite a elaboração das atividades com antecedência, possibilitando maior domínio sobre a proposta tornando-as mais dinâmicas e eficientes.
PFI4	a importância é a mesma de um planejamento sem o uso da tecnologia pois é pelo planejamento que se facilita a organização da docência para ensinar da melhor forma possível para os alunos.
PFI5	A importância se dar em um bom aproveitamento na hora de ensinar, tudo flui de uma forma mais leve, atrativa e sem deixar tantas lacunas na aprendizagem do aluno. É fundamental o planejamento e a tecnologia ainda mais em uma era tecnológica.
PFI6	É importante principalmente para os alunos, como já dito antes, o uso das tecnologias ajuda a desmistificar a matemática pelo simples ato de poder ilustrar problemas difíceis de se imaginar
PFI7	Que assim, você consegue fazer a conciliação do estudo prático com o uso da tecnologia, buscando assim, usar o melhor dos dois e assim conseguir um melhor desenvolvimento e resultado na aprendizagem dos alunos.
PFI8	E necessário principalmente, ao usar as tecnologias digitais, um planejamento que destaque como aquele conteúdo vai auxiliar o aluno, se dificuldades vão ser atendidas, sempre buscando o melhor é ensino e despertar o interesse do envolvido.
PFI9	Essencial. Como alguém que já produziu inúmeras aulas online, seja por vídeo ou por vídeo chamada, diferente das aulas presenciais onde você só precisa de um livro pra ensinar, nas aulas virtuais, sem planejamento a aula não sai! É preciso ter ideia do que você irá falar do início ao fim, preparar exemplos, questões e as vezes até arquivos anteriormente para que não acabe tornando o vídeo ou a aula cansativa. O roteiro é o maior aliado de quem trabalha com aulas online, mas é claro que isso também serve para aulas presenciais, saber o que você precisava fazer faz com que, caso ocorra imprevistos, você esteja preparado. Levar algo diferente para a sala de aula exige atenção logo, planeje sempre!

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 5 do tema 2, os PFIs têm clareza que o planejamento é fundamental para ministrar uma boa aula com o uso da tecnologia no ensino, para isso precisar dominar conteúdos de matemática e saber as potencialidades e limites do aplicativo que irá utilizar. Destacam que planejar os deixam mais confortáveis e seguros, facilita a organização da docência e pode tornar a aula mais dinâmica e eficiente. Evidenciam que tanto para aulas presenciais como aulas virtuais é essencial planejar.

Quadro 34 - Respostas dos PFIs da pergunta 6 do Tema 2.

PFIs	6. Destacar as experiências formativas no decorrer do curso e em suas vivências, com o uso das tecnologias para ensinar conteúdos de Matemática?
PF11	No decorrer do curso vemos diversas plataformas que nos auxiliam no modo de planejar uma aula.
PF12	Tive bastante experiência com as tecnologias, seja jogo matemático virtuais, aplicativos de ensino como o GeoGebra e entre outros, e com esses aplicativos poderei expandir ainda mais as opções de ensino trazendo para o aluno uma didática mais dinâmica e lúdica, para tentar aprimorar algumas defasagens de aprendizagem dos meus alunos. Outrossim, foi bastante importante para minha própria percepção de matemática com esses aplicativos e tecnologias.
PF13	Utilização do Wordwall para o Ensino de Matemática no EJA (Educação de Jovens e Adultos); Utilização do GeoGebra para o Ensino de Matemática; Utilização de Programas voltado para o Ensino de pessoas cegas, como o Braille fácil; Utilização do Kahoot para o Ensino de Matemática no PIBID; Criação e utilização de vídeos para o Ensino de Matemática; Utilização do Jamboard como quadro interativo no Ensino de Matemática; entre outros.
PF14	Aprendemos muito na universidade a manusear as tecnologias para ensino, não só no GeoGebra, mas como o wordwall também, tivemos momentos jogando jogos matemáticos que instigam os alunos a aprender e dá uma dinâmica maior para o ensino. momentos muito bons com os professores e colegas.
PF15	Conheci o GeoGebra na faculdade, como wordwall entre outras. Como também materiais que nunca tinha visto para ajudar alunos com alguma dificuldade, como a reglete, Soroban e como meus professores sempre mostraram que dar de criar materiais com que utilizamos no dia a dia para incluir nas aulas. Podemos ter contato com estudante cega e tantas outras vivências, acho que seja fundamental essas experiências dentro da formação e esses materiais, tecnologias, ajudam demais os alunos a entenderem de maneira mais simples o conteúdo.
PF16	Aprendi muito a mexer no GeoGebra, Capcut e outros softwares que podem ser usados para aplicar a Matemática, antes leigo nessas ferramentas, agora me sinto capacitado a utilizá-las no ato da docência.
PF17	Me deu uma nova gama de conhecimentos e ideias de ensino que eu possa trabalhar quando estiver dentro de uma sala de aula.
PF18	As experiências formativas no decorrer do curso foram essenciais para minha formação, abrindo possibilidades de planejamentos de aulas que fossem mais interessantes para os alunos, buscando sempre trazer a criatividade e imaginação com as tecnologias.
PF19	Duas iniciações científicas voltadas ao ensino virtual, diversas oficinas (GeoGebra, kahoot, etc) ao ponto de perder a conta, projetos dos mais diversos como ouvinte e como apresentadora, além das mais diversas experiências em sala de aula que proporcionaram ser quem eu sou hoje.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Em relação a resposta da pergunta 6 do tema 2, evidencia-se na formação inicial dos professores o uso de diversas tecnologias digitais (GeoGebra, Wordwall, kahoot, Jamboard, Capcut e outros) e ainda mencionam a tecnologia assistiva (Braille Fácil, Soroban, reglete – estudante com deficiência). Além do mais, afirmam que os aplicativos auxiliaram em compreender o conteúdo. Destacam o Wordwall com a construção de jogos digitais para ensinar e que se sentem aptos para utilizar as tecnologias no ato da docência. Por fim, remetem que aprenderam muito na universidade e que as tecnologias digitais instigaram os alunos a aprender e passaram momentos muito bons com professores e colegas. Enfim, no processo de formação o

aprender fazendo as propostas de atividades concebeu uma ação educativa como um processo em construção, em que os “futuros professores serão aprendizes e construtores de sua própria formação” (MISKULIN, 2009, p. 159).

Na seção 7 – “Produto Educacional - “Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial”

7 PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional intitulado “Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial” é um livro digital dinâmico, construído na conta de perfil da professora pesquisadora, no portal do GeoGebra⁵¹. Para se chegar a esse estágio, a(s) sequência(s) didática(s) foram aplicadas em vários contextos com diversos públicos, dentre eles: professores dos anos iniciais de outros estados do Brasil - de forma online⁵², licenciandos em matemática da UFAC (na pandemia da Covid -19 - remoto e pós pandemia da Covid - 19 – online e presencial), mestrandos da turma de 2021 do MPECIM (pandemia da Covid - 19 - remoto), licenciandos do curso de Matemática do Ifac (online na pós pandemia), discentes de um curso de especialização no ensino de matemática – EaD (online) e, atualmente nas turmas de Matemática (presencial e na modalidade a distância) da UFAC no qual a orientadora ministra aulas de TICs no Ensino de Matemática. Essas experimentações permitiram validar nosso produto, além de ouvir opiniões de uso dos estudantes que permitiu chegar ao apresentado.

Dessa forma, o Livro Digital Dinâmico está organizado em quatro capítulos: 1 – Localização e seu Entorno, 2 – Transformações de Figuras, 3 – Geometria Espacial no Cotidiano e 4 – Produções dos Professores em Formação Inicial, dos quais são apresentadas as sequências didáticas referentes a cada capítulo com os seus objetivos. As sequências didáticas, que no portal do GeoGebra são chamadas de atividades, foram elaboradas e aplicadas aos professores em formação inicial do Curso de Licenciatura em Matemática, no segundo semestre do ano de 2022, no âmbito da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática, nossos sujeitos da pesquisa.

A Figura 139 ilustra a capa do Livro Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial. O livro destina-se a professores de matemática em formação inicial e contínua que buscam ensinar conteúdos de geometria com o uso do GeoGebra, bem como para estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. A sua aplicação pode ser de forma presencial, online ou híbrida com o uso de um computador, notebook, celular ou tablet. Caso tenham acesso à internet não precisa ter o aplicativo GeoGebra baixado no computador. Nesse caso, basta utilizar o link,

⁵¹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/durxgwnj>. Acesso em: 23 out. 2022.

⁵² Cursos SBEM - CUNSC e Geometria dos Anos Iniciais (seção 4.2.1)

disponível em: <https://www.geogebra.org/m/xqy5erkj> para acessar o livro com seus capítulos e atividades.

Figura 139 - Produto Educacional – Livro digital dinâmico.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O capítulo 1 - A Localização e seu Entorno, apresenta três atividades: Importância de se localizar, Acertar as coordenadas dos locais das figuras e Parede de Cobogós. Essas atividades têm como objetivos: Explorar com o uso do GeoGebra a importância da localização no cotidiano e, com isso, apresentar figuras de locais presentes no dia a dia (praça, museu, biblioteca, supermercado, igreja, padaria e escola), anexadas ao plano cartesiano; Trazer como foco de reflexão, a importância de saber se localizar nos espaços em que vivemos, com a representação da geometria e da álgebra; Reconhecer as coordenadas do plano cartesiano e situar os estudantes na importância de saber interpretar os mapas de localização de uma cidade e Identificar as formas geométricas que apresentam menor desperdício em uma construção de parede. A Figura 140 exibe o Capítulo 1 e suas atividades.

Figura 140 - Capítulo 1 - A localização e seu Entorno.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O capítulo 2 - Transformações de Figuras, apresenta cinco atividades (Figura 141): Matemática na vida: simetrias, arte e natureza; Homotetia; Elementos do Polígonos ABC, Simetria de reflexão ou axial; Exemplos de rotação e translação geometria euclidiana e homotetia barquinho - heptágono. Essas atividades têm como objetivos: Reconhecer os tipos de simetrias presentes nas artes e na natureza e nos polígonos; Identificar homotetia em polígonos e figuras; Identificar os elementos do triângulo e as medidas de áreas, perímetro e lados; Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano com o uso do GeoGebra; Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem e Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando o software GeoGebra e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Figura 141 - Capítulo 2 - Transformações de Figuras.

The screenshot displays the GeoGebra web interface for editing a book titled 'Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial'. The current chapter is 'Transformações de Figuras'. The sidebar on the left lists four chapters: 1. A Localização e seu Entorno, 2. Transformações de Figuras (selected), 3. Geometria Espacial no Cotidiano, and 4. Produções dos Professores em Formação Inicial. The main content area shows a list of six items under the chapter title 'Transformações de Figuras':

Item	Thumbnail	Title	Date	Author	Visibility
1		Cópia de Matemática na vida...	11 de maio de 2023 - 04:00	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
2		homotetia 05112021	5 de novembro de 2021 - 21:27	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
3		Elementos do Polígono ABC	11 de novembro de 2021 - 14:06	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
4		Simetria de reflexão ou axial	14 de junho de 2023 - 17:44	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
5		exemplos de Rotação e trans...	19 de março de 2022 - 19:47	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público
6		homotetia barquinho - heptá...	7 de junho de 2023 - 04:13	Eliete Alves de Lima	Este material não está visível ao público

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O capítulo 3 - Geometria Espacial no Cotidiano, apresenta duas atividades: Geometria Espacial no Cotidiano e Geometria Plana e Espacial. Essas atividades têm como objetivos: Explorar as construções com o uso do GeoGebra 3D - três dimensões - de objetos do dia a dia (bola, caixa de sapato, chapéu do palhaço, cubo mágico, lata de leite e pirâmide do Egito) que lembram figuras espaciais, tais como: cilindro, paralelepípedo, cone, cubo, cilindro e pirâmide; Explorar o conhecimento tecnológico do aplicativo GeoGebra 3D. Identificar e associar figuras geométricas espaciais a objetos e elementos do cotidiano e Classificar as figuras em poliedros e não poliedros. Identificar os elementos que compõem o prisma a pirâmide, o cilindro e o cone. Identificar e quantificar vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides. A Figura 142 ilustra a organização do Capítulo 3.

Figura 142 - Capítulo 3 - Geometria Espacial no Cotidiano.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Esse capítulo 4 - Produções dos Professores em Formação Inicial está organizado com treze atividades: Transformações de Figuras no dia a dia, Árvore de natal, Translação por um vetor, Tipos de Simetria: rotação, reflexão e translação, Simetrias no GeoGebra, Atividade de reflexão, Pentaminó como simetria de rotação, Homotetia na matemática, Homotetia, Simetria de reflexão do tigre em relação a uma reta, Reflexão em relação a uma reta, Simetria de reflexão de um polígono e Reflexão, translação, rotação e homotetia – polígono (Figura 143). Os objetivos desse capítulo são: Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano com o uso do GeoGebra; Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem com o GeoGebra; Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão usando GeoGebra e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Apresentamos nesse capítulo as atividades/tarefas desenvolvidas pelos estudantes na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática II (Figura 143), componente da estrutura curricular do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre, no período de janeiro a março do ano de 2023. A maioria das atividades desenvolvidas pelos PFIs no GeoGebra anexaram vídeos explicativos, textos e links referentes aos assuntos a ser apresentado. As atividades possuem questões de múltipla escolha, questões abertas (para escrever as respostas).

Figura 143 - Capítulo 4 - Produções dos Professores em Formação Inicial.

The screenshot shows the GeoGebra web interface for editing a book. The title is 'Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial'. On the left, there is a sidebar with 'Capítulos' (Chapters) and 'Conteúdo' (Content). Chapter 4, 'Produções dos Professores em Formação Inicial', is selected. The main area displays a list of 13 activities, each with a thumbnail, a title, a date, and the author 'Elaine Alves de Lima'. The fifth activity, 'Simetrias no GeoGebra', is highlighted in grey. Below the list is a button labeled 'Incluir Atividade' (Add Activity).

Índice	Título da Atividade	Data	Autor
1	Transformação de Figuras no...	11 de maio de 2023 - 02:24	Elaine Alves de Lima
2	Cópia de Arvore de natal	11 de maio de 2023 - 04:02	Elaine Alves de Lima
3	Cópia de TRANSLAÇÃO POR UM ...	10 de maio de 2023 - 10:43	Elaine Alves de Lima
4	TIPOS DE SIMETRIA: Rotação...	17 de maio de 2023 - 09:00	Elaine Alves de Lima
5	Simetrias no GeoGebra	10 de maio de 2023 - 02:04	Elaine Alves de Lima
6	Cópia de Atividade de reflexão	16 de junho de 2023 - 10:13	Elaine Alves de Lima
7	Cópia de Pentaminó Como Sim...	18 de março de 2023 - 20:06	Elaine Alves de Lima
8	Cópia de Homotetia na matem...	17 de março de 2023 - 12:46	Elaine Alves de Lima
9	Cópia de Cópia de HOMOTETIA...	18 de março de 2023 - 20:02	Elaine Alves de Lima
10	Cópia de Simetria de reflex...	14 de junho de 2023 - 18:03	Elaine Alves de Lima
11	Cópia de Cópia de Reflexão ...	14 de junho de 2023 - 18:01	Elaine Alves de Lima
12	Simetria de Reflexão de um ...	28 de maio de 2023 - 20:31	Elaine Alves de Lima
13	Reflexão, translação, rotaç...	22 de maio de 2023 - 05:05	Elaine Alves de Lima

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Acreditamos que nossa pesquisa com o texto da dissertação, aliada a construção do produto educacional foi uma experiência que poderá contribuir para a formação inicial e contínua de professores que ensinam matemática e que pretendem inserir tecnologias digitais em suas práticas educativas.

Na seção 8 apresentamos as considerações finais.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciaremos as considerações finais tomando como ponto de reflexão o nosso problema de pesquisa que buscou responder, quais os conhecimentos pedagógicos, tecnológicos do conteúdo disciplinar – TPACK podem emergir nas aulas de Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática com os professores em formação inicial da UFAC no Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra?

Para analisar o conhecimento TPACK nas aulas de TICs para o Ensino de Matemática com os Professores em Formação Inicial da UFAC no ensino de Geometria para os anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra, na construção de atividades e lições identificamos na Engenharia Didática possibilidades para construir atividades de ensino de geometria com o uso do GeoGebra com os dez PFI matriculados na disciplina de TICs no Ensino de Matemática II, no segundo semestre do ano de 2022 (início em 24 de novembro de 2022 e término em 16 de março de 2023). É importante esclarecer que com a aprovação da pesquisa no comitê de ética, no dia 03 de janeiro de 2023 (CAAE 64415422.3.0000.5010), o início de coleta de dados ocorreu a partir de 05 de janeiro do 2023.

No entanto, esse tempo de avaliação do projeto de pesquisa pelo comitê de ética da UFAC foi muito importante para a pesquisadora, pois nos anos de 2021 e 2022, junto com a orientadora foram construindo, aplicando e ampliando as sequências didáticas (SD1 – A Localização e seu Entorno, SD2 – Transformações de Figuras, SD3 – Geometria Espacial no Cotidiano e SD4 – Transformações de Figuras) em diversos contextos: *remoto* (pandemia da Covid -19 – 2021 nas disciplinas: Especialização em Matemática EaD/UFAC: Experimentações em Tópicos de Matemática - SD1/ 2021, Graduação EaD/UFAC - Informática no Ensino da Matemática – SD3, SD4/ 2021, MPECIM - Tecnologias e Materiais Curriculares para o Ensino de Matemática – MPECIM/UFAC - SD3 TICs no Ensino de Matemática II - SD1 e SD2/ 2021-2022), *presencial* (nas aulas das disciplinas de: Graduação TICs no Ensino de Matemática II - SD1, SD2, SD3 e SD4 – 2020/2023, Tecnologia Assistiva e Práticas Inclusivas – SD2, SD4 – 2022/2023 e ocorrendo nas demais disciplinas da Educação Matemática presentes no Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC) e *online* (Graduação em Matemática - Estágio Supervisionado/UFAC - SD1 - Turma de

uma egressa do MPECIM/2022). Essa vivência foi possível devido a autoformação da pesquisadora e orientadora em cursos ofertados pela SBEM.

A nossa coleta de dados iniciou por meio do uso do Padlet, um mural interativo, dinâmico em formato de um painel virtual construído com a turma, no laboratório de informática do Curso de Licenciatura em Matemática (com cinco questões). Essa ação nos proporcionou conhecer o perfil da turma, suas habilidades com o uso dessa tecnologia digital para incluir diversos tipos de mídias (vídeos, textos pdf, gifs, fotos, links e outros) que permitiram comunicar a matemática e outros assuntos do dia a dia para fins pedagógicos e, que poderiam utilizar o Padlet tanto em aulas presenciais, como online e para diversos objetivos numa aula.

Pelos momentos vivenciados e procedimentos aplicados, observamos os conhecimentos do TPACK sendo implementados na formação inicial de professores tais como: os conhecimentos clássicos (conteúdo, pedagógico e tecnológico), com um equilíbrio entre eles e que ao longo do caminho esses conhecimentos foram se conectando aos conhecimentos emergentes: Pedagógico de Conteúdo (PCK), Pedagógico da Tecnologia (TPK), Tecnológico de Conteúdo (TCK) e o desejado: Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK), nas fases da engenharia didática.

Nesse sentido, percebeu-se um novo olhar de educador, que ultrapassa a formação tradicional, com um processo de formação do “aprender fazendo”, ou seja, construindo nas atividades propostas para ensinar geometria com o GeoGebra um modelo de professores aprendizes que refletem na ação, refletem sobre a ação e refletem sobre a reflexão na ação (SCHON, 1983; PIMENTA; GHEDIN, 2002). Nesse contexto, destacaram a importância da Estrutura Curricular do Curso de Licenciatura em Matemática contemplar disciplinas com o uso de Tecnologias digitais e tecnologia assistiva para ensinar matemática a todos os públicos, inclusive os com deficiência visual, auditiva e ainda, a presença de professores da Educação Matemática que os motivam para uma formação mais humana.

Dessa forma, com as atividades, e com a pandemia da Covid – 19, os PFIs apontam que foi importante conhecer como poderiam ensinar e aprender matemática de forma remota, uma vez que alguns não sabiam nem utilizar o aplicativo word para digitar textos de matemática e a disciplina de TIC para o Ensino de Matemática contribuiu para essa formação e nesse momento possibilitou planejar aulas remotas e compartilhar várias metodologias e usos de tecnologias digitais para ensinar

matemática, dentre elas o site do GeoGebra, que na pós pandemia refletem da importância sobre esse conhecimento adquirido anteriormente, não se perdeu, pois seus futuros alunos estão na era da tecnologia desde o seu nascimento.

Com as fases da Engenharia Didática concebeu-se o professor crítico e reflexivo em que foram aprendendo com os próprios erros conceituais cometidos nas atividades na malha quadrada e isométrica e, na continuidade construídas e ampliadas no GeoGebra, com a inclusão dos elementos: apresentação, vídeo sobre o tema, texto em pdf, perguntas abertas, de múltipla escolha e outros. Dessa forma, os PFIs perceberam a potencialidade do GeoGebra, na construção das atividades, bem como na linguagem algébrica e Geométrica, e da importância do conhecimento desse aplicativo para fins educacionais, em que podem criar salas de aula e aplicar a atividade construída, ficando disponível em sua conta de perfil em materiais, seus recursos. Além disso, implementaram o aprendido nos programas PIBIC, PIBID e Residência Pedagógica.

Evidencia-se que a combinação entre os conhecimentos de conteúdo, pedagógico e tecnológico resultam em uma abordagem mais eficaz para o ensino e aprendizagem da Geometria, especialmente em um mundo cada vez mais conectado e digital. Com a aplicação do TPACK, os educadores puderam desenvolver a capacidade de selecionar, integrar e utilizar as tecnologias de informação e comunicação (TIC) para futuramente poder melhorar a qualidade da aprendizagem dos alunos futuros.

Enfim, o TPACK é uma abordagem que busca integrar conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo para melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem. É uma ferramenta que pode ser útil para os educadores que desejam usar a tecnologia de forma eficaz para apoiar a aprendizagem dos alunos e melhorar (ou ressignificar) a sua própria prática pedagógica.

Dessa forma, acredita-se que a construção dessa dissertação e do Produto Educacional o Livro Digital Dinâmico intitulado Geometri@s para a vid@: vivências na formação inicial poderá contribuir para os cursos de licenciatura em Matemática (presencial ou a distância), professores da Educação Básica, professores em busca de ensinar conteúdos específicos de geometria com o uso do GeoGebra e ainda, em formações continuadas presenciais ou online para Secretaria de Estado de Educação e demais interessados em nossa proposta.

Como trabalhos futuros, pretendemos ampliar a nossa construção para outros conteúdos que não foram abordados em nossa pesquisa. E com a aplicação de nosso Livro em formações, podemos melhorar ainda mais o realizado até aqui. O livro encontra-se disponível na conta de perfil da pesquisadora e orientadora, podendo ser visualizado por meio do link: <https://www.geogebra.org/m/xqy5erkj>. Também ficará disponível no portal eduCAPES e no site do MPECIM em produtos educacionais.

REFERÊNCIAS

ACRE. Portaria SEE N° 764 de 18/03/2020. **Estabelece as seguintes medidas temporárias a serem adotadas pelas unidades escolares, setores administrativos e núcleos de educação da Secretaria de Estado de Educação, Cultura e Esportes e dá outras providências.** Rio Branco/Acre, 2020. Disponível em: <https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=391009>. Acesso em: 10 fev. 2022.

ALMEIDA, V. H.; PIMENTA, A. C. **Tendências da Educação Matemática e suas Aplicações com a CTS.** *Revista EVS - Revista de Ciências Ambientais e Saúde*, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 151-163, set. 2014. ISSN 1983-781X. Disponível em: <<http://seer.pucgoias.edu.br/index.php/estudos/article/view/3374>>. Acesso em: 06 jun. 2022.

ARAUJO, M.A.S. Porque ensinar Geometria nas séries iniciais de 1º grau. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. São Paulo, ano II, nº 3, p.12–16, 2º semestre 1994.

ARAUJO, M. A. S. Porque ensinar geometria nas séries iniciais de 1º grau. *Educação Matemática Em Revista*, São Paulo, Ano 2, n. 3, p. 12-16, 2004.

ARAÚJO, J. L.; MENDES, I. A. Uma abordagem sócio - crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. Alexandria: *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68. 2009.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática.** In: BRUN, J. *Didática das Matemáticas*. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4, p. 193-217.

BANDEIRA, S. M. C.; LIMA, E. A. de; CASTRO, A. A. L. Possibilidades Formativas com os Cursos Online SBEM: práticas matemáticas inclusivas e geometria nos/para os Anos Iniciais. **RIPEM**, v. 12, n.3, 2022, p.125/149. DOI: 10.37001/ripem.v12i3.3012. Disponível em: <http://www.sbemrevista.com.br/revista/index.php/ripem/article/view/3012>. Acesso em: 04 mai. 2023.

BASTOS, F.; NARDI, R.: **Formação de professores e práticas pedagógicas no Ensino de Ciências.** Ed: Escrituras, 2008.

BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, J. **O que a Matemática tem a ver com isso?** Como os professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2019.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mentalidades Matemáticas na sala de aula:** ensino fundamental. Trad. Sandra M. M. da Rosa. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOETTCHER, D. **A internet como dispositivo potencializador didático**. In: CHLÜNZEN, E. T. M.; JUNIOR, K. S.; PELLANDA, N. M. C. (Org.). **Inclusão digital: tecendo redes afetivas/cognitivas**. Rio de Janeiro: DP&A, 2005. p. 145-161.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R. da Silva; GADANIDIS, George. Quatro fases das tecnologias digitais em educação matemática. In: **Fases das tecnologias digitais em educação matemática**: sala de aula e internet em movimento. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018, pp. 39-43.

BOLÍVAR, A. Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. Revista de Currículum y Formación del Profesorado, Granada, v. 9, n. 2, p. 1-39, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Versão final. Brasília: MEC, 2017.**

CARNEIRO, R. F.; DECHEN, T. **Tendências no Ensino de Geometria: um olhar para os anais dos Encontros Paulista de Educação Matemática**. In: 16º Congresso de Leitura do Brasil - No mundo há muitas armadilhas e é preciso quebrá-las. UNICAMP, Campinas, São Paulo. 10 a 13 de julho, 2007, p. 1-10. Disponível em: Acesso em: 08 jun 2022.

CARVALHO, A. M. P.; GIL-PERÉZ, D. **Formação de professores de Ciências: tendências e inovações**. São Paulo: Cortez, 1995.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. La Pensée Sauvage, Argentina. 1991.

CIBOTTO, R. A. G.; OLIVEIRA, R. M. M. A. TPACK – Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo: uma revisão teórica. *Imagens da Educação*, v 7, n. 2, p. 11-23, 2017.

CONTRERAS, Domingo J. **Autonomia de professores**. Trad. Sandra Trabucco Valenzuela. São Paulo: Cortez, 2002.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática da teoria à prática**. 18.ed. Campinas: Papyrus, 2009.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

D'ANTONIO, S.; PAVANELLO, R. A Formação Geométrica em um Curso de Licenciatura para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental a Distância da UEM. *Revista Paranaense De Educação Matemática*, 2(3), 134-157. 2020.

ESTEBAN, M. P. S. **Pesquisa Qualitativa em Educação: fundamentos e tradições.** Porto Alegre: Artemed, 2010.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática.** Musa Editora, Campinas, 2005.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3ª ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores)

FIORENTINI, D., OLIVEIRA, A. T. C. **O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?** *BOLEMA* [online], v.27, n.47, p. 917-938, 2013.

GARCIA, C.M. **Formação de professores para uma mudança educativa.** Porto – Portugal. Porto Editora, LDA.1999.

GHEDIN, E. **Tendências Contemporâneas na Formação de Professores na Perspectiva da Filosofia da Educação.** In: GHEDIN, E. (Org.). *Perspectivas em Formação de Professores.* Manaus: Editora Valer, 2007. p. 65-85.

GHEDIN, E. Professor Reflexivo: da alienação da técnica à autonomia da crítica. In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (Org.). **Professor Reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito.** 6. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

GUTIÉRREZ-FALLAS, L. F; HENRIQUES, A. O TPACK de futuros professores de matemática numa experiência de formação. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (2020) 23 (2): 175 - 202.

HARRIS, J. MISHRA, P.; KOEHLER, M. **Teachers' technological pedagogical content knowledge and learning activity types: Curriculum-based technology integration reframed.** *Journal of Research on Technology in Education*, v. 41, n. 4, p. 393-416. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ844273.pdf>. Acesso em: 09 mar. 2022.

KENSKI, Vani M. **Novas tecnologias na educação presencial e a distância.** In: BARBOSA, Raquel L.(org.) *Formação de educadores: desafios e perspectivas.* São Paulo: UNESP, 2003.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação.** 8º ed. Campinas: Papirus Editora, 2012.

KOEHLER, M. J., MISHRA, P. **Introducing Technological Pedagogical Knowledge.** In: AACTE (Ed.). *The Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge for Educators.* New York: Routledge, 2008.

KOEHLER, Matthew J.; MISHRA, Punya. Teachers learning technology by design. **Journal of Computing in Teacher Education**, U.S., v. 21, n. 2, p. 94-102, 2005.

KOEHLER, M; MISHRA, P. **What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)?**. Contemporary issues in technology and teacher education, v. 9, n. 1, p. 60-70, 2009.

LARROSA, J. **Experiência e alteridade em educação**. Revista Reflexão e Ação. Santa Cruz do Sul, v.19, n2, p.04-27, jul./dez. 2011

LIMA, E. A. de; BANDEIRA, S. M. C. Aprendizagem virtual durante a pandemia: aprendendo a ensinar geometria com o GeoGebra. **Educação Matemática em Revista**, v. 27, n.75, 2022, p.85-98. Disponível em: <http://www.sbemrevista.com.br/revista/index.php/emr/article/view/3078/2146>. Acesso em: 04 mai. 2023.

LIMA, E. A. de; BANDEIRA, S. M. C. CONSTRUÇÕES DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO E PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA. In: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...**Brasília (DF) On-line, 2022a. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/484571-CONSTRUcoes-DO-CONHECIMENTO-TECNOLOGICO-E-PEDAGOGICO-DO-CONTEUDO-NA-LICENCIATURA-EM-MATEMATICA-COM-O-GEOGEBRA>. Acesso em: 24 jul. 2023.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar geometria?** Educação Matemática em Revista. Sociedade brasileira em Educação Matemática – SBEM. Ano III. 1º semestre 1995.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: Lorenzato, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender Matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores).

LORENZATO, Sérgio. **Educação Infantil e Percepção Matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MERCADO, L. P. L. **Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática**. Maceió: Edufal, 2002.

MIKUSKA, Márcia Inês Schabarum. Uma análise do ensino da geometria no curso de formação de docentes do ensino fundamental. In: X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. I Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação – SIRSSE. Curitiba: PUC-PR, nov. 2011. Disponível em: Acesso em: 16 fev. 2022.

MISKULIN, R.G.S. **As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores**. In:

LORENZATO, S (Org.) – 2. ed. rev Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2009, p. 153-178.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. **Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge**. Teachers College Record, New York, DF, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, june 2006. Disponível em: https://onezoneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf. Acesso em: 05 jan. 2022.

NÓBRIGA, J. C. C.; SIPLER, I. Z. Livros Dinâmicos de Matemática. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 9, n. 2, p. 78-102, 2020 – ISSN 2237-9657.

NÓVOA, António. **Para uma formação de professores construída dentro da profissão**. In: **Professores: imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009.

NÓVOA, António. Formação de professores e profissão docente. In: (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

PAIS, L. C. “**Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**”, 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 77-88.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: Repensando a escola na era da informática**. Tradução por Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PATARO, P.M.; BALESTRI, R. Matemática Essencial 6º ano: ensino fundamental, anos finais. 1. Ed. São Paulo: Scipione, 2018.

PATARO, P.M.; BALESTRI, R. Matemática Essencial 7º ano: ensino fundamental, anos finais. 1. Ed. São Paulo: Scipione, 2018a.

PATARO, P.M.; BALESTRI, R. Matemática Essencial 8º ano: ensino fundamental, anos finais. 1. Ed. São Paulo: Scipione, 2018b.

PATARO, P.M.; BALESTRI, R. Matemática Essencial 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 1. Ed. São Paulo: Scipione, 2018c.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. 1989. 196f. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252057>> Acesso em: 30 de jan 2022.

PENTEADO, Miriam G. Possibilidades para a formação de professores de Matemática. In: Gracias, T.S. et al. **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho D' Água, 2000, p. 23-34.

PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (orgs.). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito**. São Paulo: Cortez, 2002.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores: identidade e saberes da docência. In: (Org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 15-38.

PONTE, J. P. **As TIC no início da escolaridade: Perspectivas para a formação inicial de professores**. 2002. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4202>>. Acesso em: 03 jun. 2022.

PONTE, J. P. **Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: Que desafios?** Revista Ibero-Americana de Educación, 24, p. 63-90, 2000.

PRADO, M. E. B. B.; ALMEIDA, M. E. B. **Estratégias em Educação a Distância: a Plasticidade na Prática Pedagógica do Professor**. In: VALENTE, J.A.; ALMEIDA, M.E.B. (orgs) *Formação de Educadores a Distância e Integração de Mídias*. São Paulo: Avercamp, p. 67-84, 2007.

PRADO, M. E. B. B. de. **Integração de Mídias e Reconstrução da Prática Pedagógica**. In: PRADO, M. E. B. B. de; ALMEIDA, M. E. B. de; MOREIRA, G. **Curso de Especialização Tecnologias em Educação: Módulo – O Professor e a Prática Pedagógica com a Integração de Mídias (PIM)**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Coordenação Central de Educação a Distância (CCEAD PUC-Rio). 2009-2010. p.2.

RIBEIRO, P. R. L.; NUNES, j. M. **Revisão sistemática de estudos sobre TPACK na formação de professores no Brasil e em Portugal**. Revista Educação em Questão, Natal, v. 59, n. 59, p. 1-26, e-24458, jan./mar. 2021.

SCHEFFER, N. F. **O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: dobradura e software dinâmico**. In: LORENZATO, S (Org.) – 2. ed. rev Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2009, p. 93-112.

SCHON, D. **The reflective practitioner: how professionals thinking action**. New York: Basic Books, 1983

SHULMAN, Lee S. **Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma**. Cadernos Cenpec, São Paulo, v. 4, n. 2, pp. 196-229, dez. 2014. Disponível em: <http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293/27>. Acesso em: 12 nov. 2022.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher, New York, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review, Cambridge, v. 57, p. 1-22, 1987.

TAJRA, Sanmya Feitosa. **Informática na Educação**. 10ª edição, São Paulo: Érica, 2019.

TARDIF, M. **Os professores enquanto sujeitos do conhecimento**: subjetividade, prática e saberes no magistério. In: CANDAU, Vera Maria (Org). Didática, currículo e saberes escolares. Rio de Janeiro: DP&A, 2002. p. 112-128.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da Matemática: como dois e dois - a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

VALENTE, J. A. **Espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação**. 2005. Tese (Livre-Docência), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2005.

WOLFF, Maria Eliza; SILVA, Dirceu Pereira da. **O Software Geogebra no Ensino da Matemática**. Disponível em:
<http://www.diadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes/pde/2013/2013unicentromatartigo_maria_eliza_wolff.pdf>
Acesso em: 14 de mai. 2022.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

PROJETO DE PESQUISA GEOMETRIAS PARA A VIDA – TPACK E O GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

1 Convite para participar da pesquisa

Convidamos você para participar da pesquisa **GEOMETRIAS PARA A VIDA – TPACK E O GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES**, que tem como pesquisadora responsável **Eliete Alves de Lima**, o qual pode ser contatada por meio do telefone (68) 99902-3418, e-mail elietelimaac@gmail.com.

Solicitamos que você leia com atenção este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e peça todos os esclarecimentos para sanar suas dúvidas sobre a pesquisa e sobre a sua participação. Se você se sentir esclarecido e aceitar o convite para participar da pesquisa, solicitamos que assine a última página e rubrique as demais páginas das duas vias deste Termo.

2 Informações sobre a pesquisa

- a. A pesquisa tem por objetivo analisar o conhecimento TPACK nas aulas de TICs no Ensino de Matemática, com os Professores de Formação Inicial (PFIs) da UFAC, no Ensino de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do GeoGebra, com o planejamento e aplicação de atividades e lições. A presente pesquisa se justifica pela necessidade emergente na utilização das Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDICs) na Formação Inicial de Professores do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC. Nesse sentido, ainda justificamos nossa pesquisa na Formação Inicial de Professores de Matemática com o uso do Portal do GeoGebra no âmbito da disciplina de Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática no referido curso da Universidade Federal do Acre.

2.2 Os procedimentos metodológicos deste estudo se referem a uma pesquisa de abordagem qualitativa em Educação, uma vez que não nos interessa os

dados numéricos alcançados por procedimentos estatísticos ou outro tipo de quantificação, e sim, explorar o mundo real e o sujeito, podendo descrevê-lo e analisá-lo. Por ser uma pesquisa de natureza qualitativa, apoia-se na metodologia de Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996), que se caracteriza como um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, com a execução de quatro fases: (i) análises preliminares; (ii) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas desenvolvidas nas aulas da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática; (iii) experimentação e (iv) análise a posteriori e validação. A coleta de dados ocorrerá por meio da observação e gravações das aulas (aplicação do formulário [google docs] e o uso do aplicativo [Padlet]) da disciplina Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC). A análise dos dados será realizada confrontando as análises preliminares, com a análise a posteriori e o referencial teórico TPACK e o ensino de Geometria, em que buscam-se integrar a tecnologia no Ensino de Matemática, com possibilidades de aulas mais dinâmicas e explorar o potencial do GeoGebra, no espaço para construir atividades e lições, através de análise da Engenharia Didática.

- 2.3 A sua participação é voluntária na pesquisa e não implicará em custos financeiros e você não receberá benefícios em dinheiro. No caso, de haver despesas decorrentes da participação na pesquisa, garantimos o ressarcimento pleno de todos os custos e indenização diante de eventuais danos decorrentes da pesquisa.
- 2.4 A população alvo é constituída por professores em formação inicial (PFIs) que estejam devidamente matriculados na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), conforme critérios de inclusão, que será ofertada no segundo semestre do ano de 2022 do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC). Será usado um identificador alfanumérico (p1, p2....) para preservar a identidade dos participantes.
- 2.5 Os dados coletados serão utilizados única e exclusivamente para fins desta pesquisa e os seus resultados serão apresentados na defesa da dissertação, em eventos científicos e ainda, poderão ser publicados em revistas ou periódicos da área.

3 Esclarecimentos sobre riscos, benefícios, providências e cautelas e formas de acompanhamento e assistência

3.1 Esclarecemos que a sua participação na pesquisa poderá lhe causar desconfortos e riscos tais como:

Físico: Esgotamento físico ou mental tendo em vista as atribuições do (*google docs*) traduzidas por meio de cansaço ou fadiga excessivos no momento de preencher o documento.

Emocional: Ansiedade exagerada ao ponto de causar um grande mal-estar físico e psíquico, traduzidos por uma aflição ou alteração de comportamento no momento da gravação das aulas.

Psíquicos: Ausência de autoconfiança para com a sua prática pedagógica aplicada durante as fases da Engenharia Didática, traduzida por insegurança ou desconforto.

Intelectual, moral e de identificação pública dos participantes: Quando diante das práticas pedagógicas investigadas houver dúvidas por parte do professor quanto à quebra de sigilo.

Social/cultural: quando diante da problemática investigada o participante refletir sobre a sua estratégia pedagógica e modificar a sua compreensão e entendimento sobre o assunto.

Interpretação equivocada dos dados coletados: este risco pode ocorrer devido a possibilidade de interpretação equivocada dos dados produzidos por meio das entrevistas e no momento da transcrição das entrevistas gravadas.

3.2 Para minimizar ou excluir os riscos da pesquisa, serão tomadas as providências e cautelas:

1- Com intuito de amenizar o cansaço excessivo ou fadiga, antecipadamente a pesquisadora pretende buscar junto à professora da disciplina o momento mais oportuno para a realização das observações, das gravações, como também da aplicação do formulário (*google docs*) e o uso do aplicativo (*Padlet*).

2- Em relação aos riscos emocionais trazidos pela ansiedade exagerada do participante quando da expectativa da gravação e quanto aos possíveis danos emocionais posteriores a esse estudo, a pesquisadora pretende conversar antecipadamente com o grupo participante levando as informações necessárias e tirando as possíveis dúvidas sobre a pesquisa e especificamente este momento,

procurando tranquiliza-lo a fim de que a temática em investigação possa fluir de forma segura e o mais natural possível, oferecendo assistência integral aos participantes.

3- Da mesma forma se procederá quanto aos riscos de natureza psíquicos a fim de que a autoconfiança do participante nos momentos da observação das aulas e da gravação não seja afetada. Desse modo, não serão emitidos quaisquer tipos de interferência ou opinião no fazer pedagógico do participante durante as observações das aulas e das gravações. Ademais, quando da análise do estudo o anonimato dos participantes. serão garantidos.

4- Em relação aos riscos de natureza intelectual, moral e de identificação pública ou indevida dos participantes, a pesquisadora buscará garantir o sigilo das informações observadas e coletadas, assim como também o anonimato da identidade real dos participantes (utilizando um identificador alfa numérico) onde os dados coletados no universo da pesquisa serão armazenados de forma segura em um notebook com senha de uso particular da pesquisadora. A fim de facilitar a troca de informações com o grupo participante da pesquisa será disponibilizado o número privado do celular da pesquisadora para o contato individualizado, caso seja necessário. Depois de transcorridos cinco anos da coleta, estes serão deletados do equipamento.

5- No tocante aos riscos de natureza social e/ou cultural a pesquisadora, no decorrer de todas as etapas da investigação em que os participantes estão em processo de ensino aprendizagem e que não haverá problemas caso o participante tenha alteração em relação ao seu entendimento sobre a temática pesquisada.

3.3 Esclarecemos que durante a realização da pesquisa os participantes poderão receber acompanhamento por parte da pesquisadora em qualquer aspecto que sentir necessidade inclusive, com apoio de profissionais da saúde (psicólogos) mediante a sua necessidade e que após o encerramento e/ou interrupção da pesquisa, você continuará a ser acompanhado, tendo direito a todos benefícios da pesquisa que lhe couber.

4 Garantias para os participantes da pesquisa

- 4.1 Você é livre para participar ou não da pesquisa. Se concordar em participar, você poderá retirar seu consentimento a qualquer tempo, sem sofrer nenhuma penalidade por causa da sua recusa ou desistência de participação.
- 4.2 Será mantido o sigilo absoluto sobre a sua identidade e a sua privacidade será preservada durante e após o término da pesquisa.
- 4.3 Você não receberá pagamento e nem terá de pagar pela sua participação na pesquisa. Se houver alguma despesa decorrente de sua participação, você será ressarcido pelo pesquisador responsável.
- 4.4 Caso a pesquisa lhe cause algum dano, explicitado ou não nos seus riscos ou ocorridos em razão de sua participação, você será indenizado nos termos da legislação brasileira.
- 4.5 Após assinado por você e pelo pesquisador responsável, você receberá uma via deste TCLE.
- 4.6 A qualquer momento você poderá solicitar outras informações sobre esta pesquisa e os seus procedimentos, para o seu pleno esclarecimento antes, durante e após o término da sua participação. Essas informações e esclarecimentos poderão ser solicitados com a pesquisadora responsável **Eliete Alves de Lima**, o qual pode ser contatada por meio do telefone (68) 99902-3418, e-mail elietelimaac@gmail.com.
- 4.7 Você também poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Acre (CEP-UFAC) para solicitar todos e quaisquer esclarecimentos sobre a pesquisa, de segunda a sexta feira, no horário de expediente. O CEP-UFAC funciona na sede da Ufac, que fica localizado no Bloco da Pró-Reitoria de Pós-Graduação, sala 26, telefone 3901-2711, e-mail : cep@ufac.br, Rio Branco-Acre, CEP 69.915-900.
- 4.8 Você poderá, ainda, entrar em contato com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa-CONEP pelo telefone (61) 3315-5877 ou pelo e-mail conep@saude.gov.br, para solicitar esclarecimentos e sanar dúvidas sobre a pesquisa ou mesmo para denunciar o não cumprimento dos deveres éticos e legais pelo pesquisador responsável na realização da pesquisa.

5 Declaração do pesquisador responsável

Eu, **Eliete Alves de Lima** como pesquisadora responsável, RG: 221427 SSP/AC e CPF: 570.683.642-68 declaro cumprir todas as exigências éticas contidas nos itens IV. 3 da Resolução CNS Nº 466/2012, durante e após a realização da pesquisa.

6 Consentimento do participante da pesquisa

Eu, _____
, RG Nº _____, CPF Nº _____, declaro ter sido plenamente informado e esclarecido sobre a pesquisa e seus procedimentos apresentados neste TCLE e consinto de forma livre com a minha participação.

Rio Branco-Acre, _____ de _____ 202____.

Assinatura do Participante da Pesquisa



Documento assinado digitalmente

ELIETE ALVES DE LIMA

Data: 17/10/2022 23:53:28-0300

Verifique em <https://verificador.itl.br>

Pesquisadora Responsável Eliete Alves de Lima

Obs: Projeto Aprovado no CAAE: 64415422.3.0000.5010, no dia 03/01/2023.

APÊNDICE B – ROTEIRO DE ENTREVISTA

ROTEIRO DE ENTREVISTA

Prezado professor em formação inicial, pedimos sua colaboração em responder esse roteiro de entrevista que servirá de análise dedados da pesquisa *GEOMETRIAS PARA A VIDA – TPACK E O GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES*, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM/UFAC. Este roteiro de entrevista foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEPSH/UFAC) no dia 18/10/2022 e aprovado em 03/01/2023 com Certificado de Apresentação de Apreciação Ética - CAAE: 64415422.3.0000.5010. Os dados pessoais obtidos neste roteiro de entrevista possuem garantia de sigilo de identificação e serão utilizados em estrita observância aos pontos elencados no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), assinado por você e pela pesquisadora.

* Indica uma pergunta obrigatória

E-mail *

PERFIL DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:

Nome: *

Data do Nascimento: *

Curso: *

Disciplina: *

Período/Ano: *

TEMA 1: FORMAÇÃO ACADÊMICA DOCENTE E PRÁTICA PEDAGÓGICA

1. Sua formação inicial lhe proporciona uma base para a atuação como docente com o uso de tecnologia? Comente. *

2. Como são ministradas as disciplinas com o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na graduação? *

3. De quais maneiras o Curso de Licenciatura em Matemática incentiva a sua formação para o início da profissão docente? *

4. Reflita sobre as possíveis melhorias na Estrutura Curricular do Curso de Licenciatura em Matemática que possam contribuir para minimizar as possíveis dificuldades no início da profissão docente? *

TEMA 2: FORMAÇÃO DO PROFESSOR E OS CONHECIMENTOS DE CONTEÚDO, PEDAGÓGICO E TECNOLÓGICO

1. Quais os conhecimentos necessários para a formação do professor ao ensinar os conteúdos de matemática com o uso do GeoGebra? *

2. Como você utiliza o GeoGebra para ensinar nas aulas de Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática? E quais conteúdos? *

3. Quais os ambientes que você explorou usando o GeoGebra? *

4. Como a disciplina de Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no Ensino de Matemática podem contribuir para a formação do professor em momentos de pandemia da Covid-19 e pós pandemia? *

5. Qual a importância do planejamento pedagógico com o uso de tecnologia para ensinar conteúdos de Matemática? *

6. Destacar as experiências formativas no decorrer do curso e em suas vivências, com o uso das tecnologias para ensinar conteúdos de Matemática? *

Disponível em: <https://forms.gle/tjLY4WhT8ofvd3Cj8> Acesso em: 20 mar. 2023.

APÊNDICE C – ATIVIDADE LOCALIZAÇÃO – (ATIVIDADE PILOTO)

Mestrandos: www.geogebra.org/classroom/ekbyfdkf

Licenciandos de Matemática – Universidade Federal do Acre.

Acesso: <https://www.geogebra.org/classroom/sdw4q4ns> (Instituição 1)

Apresentação da atividade de Localização para os mestrandos e docentes MPECIM/UFAC na aula da disciplina de Tecnologias e Materiais Curriculares para o Ensino de Matemática, no segundo semestre de 2021 e, para licenciandos de Matemática. Data: 21/09/2021.

Objetivo: Explorar, com o uso do GeoGebra de forma síncrona, a importância da localização no cotidiano e, com isso, apresentar figuras de locais presentes no dia a dia (praça, museu, biblioteca, supermercado, igreja, padaria e escola), anexadas ao plano cartesiano e trazer como foco de reflexão, a importância de saber se localizar nos espaços em que vivemos, com a representação da geometria e da álgebra. Reconhecer as coordenadas do plano cartesiano e, situar os estudantes na importância de saber interpretar os mapas de localização de uma cidade.

Atividade: Localização (inicial)

A atividade de localização foi construída com o GeoGebra e, está disponível em seus materiais (conta da pesquisadora) e foi disponibilizada em lições para Licenciandos de Matemática da Universidade Federal do Acre e Mestrandos da área de Ensino de Matemática da turma 2021, que cursaram a disciplina de MPECIM008 – Tecnologias e materiais curriculares para o ensino de matemática.

Atividade: Localização

Task 1



Tarefa 2: Localizar os lugares no Plano Cartesiano

Questão 1

Quais as coordenadas (x, y) do museu, supermercado, biblioteca e praça?

Aa π Digite sua resposta aqui...

Tarefa 3: Questão 2

Marque a alternativa em que está a localização da hamburgueria e da escola:

Assinale a sua resposta aqui

- A $(0, -3)$ e $(2, 0)$
 B $(-3, 0)$ e $(2, 0)$
 C $(0, -3)$ e $(0, 2)$
 D $(2, 0)$ e $(-3, 0)$

Tarefa 4: Questão 3

Nas coordenadas $(0, 2)$ e $(0, -2)$ estão localizados:

Assinale a sua resposta aqui

- A Praça e Biblioteca
 B Escola e Museu
 C Igreja e Padaria
 D Hamburgueria e Supermercado

Tarefa 5: Questão 4

No domingo Maria foi à igreja, em seguida, à praça e lanchou na hamburgueria. Descreva as coordenadas de seu percurso.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Tarefa 6: Questão 5

Ao sair da escola, faça um trajeto que primeiramente passa pela origem e visite três lugares de sua preferência.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Questão 5

Ao sair da escola, faça um trajeto que primeiramente passa pela origem e visite três lugares de sua preferência.

da escola (2,0), passando pela origem, vou à hamburgueria (-3,0), depois vou à padaria (0,-2), em seguida ao museu (2,-2)

Student 1

hamburgueria, praça e igreja

Student 2

(2,0);(0,0)(0,2);(-1,1);(-3,0)

Student 3

Escola = (2, 0);
Padaria = (0, -2);
Praça = (-1, 1);
Hamburgueria = (-3, 0);

Student 4

Saindo da origem(0,0) passo na biblioteca(2,1), em seguida vou até a hamburgueria(-3,0), e por fim sigo para a praça(-1,1).

Student 5

APÊNDICE D – IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA PARA SE LOCALIZAR (REFORMULADA)

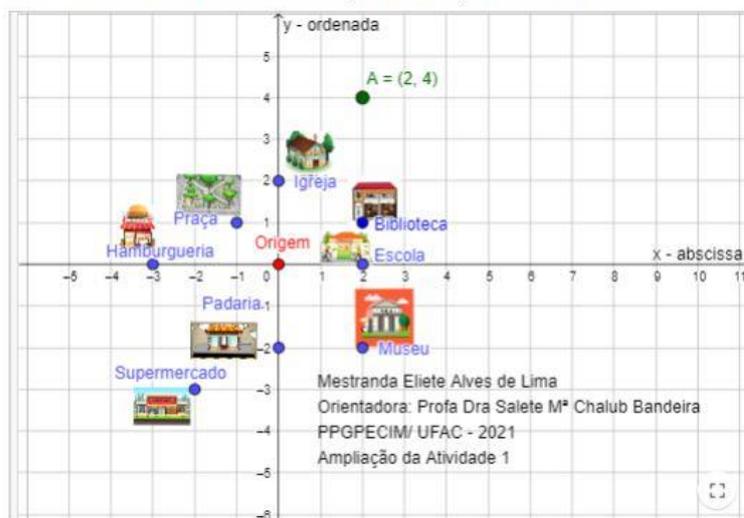
Atividade piloto reformulada e aplicada com licenciandos em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior (15/11/2021 – Lição – V6GDKDMB).

Licenciandos em Matemática: <https://www.geogebra.org/classroom/v6gdkdmb>

Cópia de Importância da Matemática para se localizar

Autor: Eliete Alves de Lima

Qual a importância de saber se localizar no mundo? O que a matemática tem a ver com isso? Observar a Figura 1 com os locais de uma cidade X. Responder as questões de 1 a 15:



Questão 4

Ao observar a figura 1, do plano cartesiano (x, y) , como se fosse um mapa, quais locais estão sobre o eixo das abscissas?

Assinale a sua resposta aqui

- A Igreja e Padaria
 B Escola e Hamburgueria
 C Biblioteca e Praça
 D Supermercado e Museu

CONFIRA MINHA RESPOSTA (3)

Questão 5

Ao observar a figura 1, do plano cartesiano (x, y) , como se fosse um mapa, quais locais estão sobre o eixo das ordenadas?

Assinale a sua resposta aqui

- A Igreja e Padaria
 B Escola e Hamburgueria
 C Biblioteca e Praça
 D Supermercado e Museu

CONFIRA MINHA RESPOSTA (3)

Questão 6

No domingo Maria foi à Igreja, em seguida, a praça e lanchou na hamburgueria. Descreva as coordenadas de seu percurso.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Questão 7

Ao sair da escola, faça um trajeto que primeiramente passa pela origem e visite três lugares de sua preferência.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Questão 8

Qual local está no I Quadrante?

Assinale a sua resposta aqui

- A Biblioteca
 B Igreja
 C Escola
 D Museu

CONFIRA MINHA RESPOSTA (3)

Questão 9

Qual local está no III Quadrante?

Assinale a sua resposta aqui

- A Padaria
 B Supermercado
 C Hamburgueria
 D Museu

CONFIRA MINHA RESPOSTA (3)

Questão 10

Qual local está no II Quadrante?

Assinale a sua resposta aqui

- A Praça
 B Igreja
 C Hamburgueria
 D Supermercado

CONFIRA MINHA RESPOSTA (3)

Questão 11

Qual local está no IV Quadrante?

Assinale a sua resposta aqui

- A Supermercado
 B Padaria
 C Escola
 D Museu

CONFIRA MINHA RESPOSTA (3)

Questão 12 - Completar os dados da Tabela 1, conforme a Figura 1 com os locais.

	A	B	C	D	E	F
1	Local	x -Abscissa	y - Ordenada	Coordenadas (x,y)		
2	Escola					
3	Hamburgueria					
4		0	-2	(0, -2)		
5				(0, 2)		
6	Biblioteca					
7		2	-2			
8	Origem					
9						
10						

Ligue os locais que você andou nesse mês, utilizando a ferramenta segmento de reta contornada por um quadrado azul.



Questão 13

A ligação dos locais delimitada por você te lembra algum conteúdo que pode ser ensinado na matemática?

Aa π Digite sua resposta aqui...

Questão 14

Pesquisar na Base Nacional Comum Curricular - BNCC em relação à Matemática - Unidades Temáticas, Objetos do Conhecimento e Habilidades relacionados ao tema apresentado na atividade realizada.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Questão 15

O que aprendeu com a atividade?

Aa π Digite sua resposta aqui...

APÊNDICE E - ATIVIDADE GEOMETRIA ESPACIAL (PILOTO)

Mestrandos e Licenciandos: <https://www.geogebra.org/classroom/gdcbcccq>

Objetivo: Explorar as construções com o uso do GeoGebra 3D - três dimensões de objeto do dia a dia (bola, caixa de sapato, chapéu do palhaço, cubo mágico, lata de leite e pirâmide do Egito) que lembram figuras espaciais, tais como: cilindro, paralelepípedo, cone, cubo, cilindro e pirâmide. Explorar o conhecimento tecnológico do aplicativo GeoGebra 3D. Identificar e associar figuras geométricas espaciais a objetos e elementos do cotidiano. Classificar as figuras em poliedros e não poliedros. Identificar os elementos que compõem o prisma a pirâmide, o cilindro e o cone. Identificar e quantificar vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides. Dentre outros. (LIMA, BANDEIRA, 2022a).

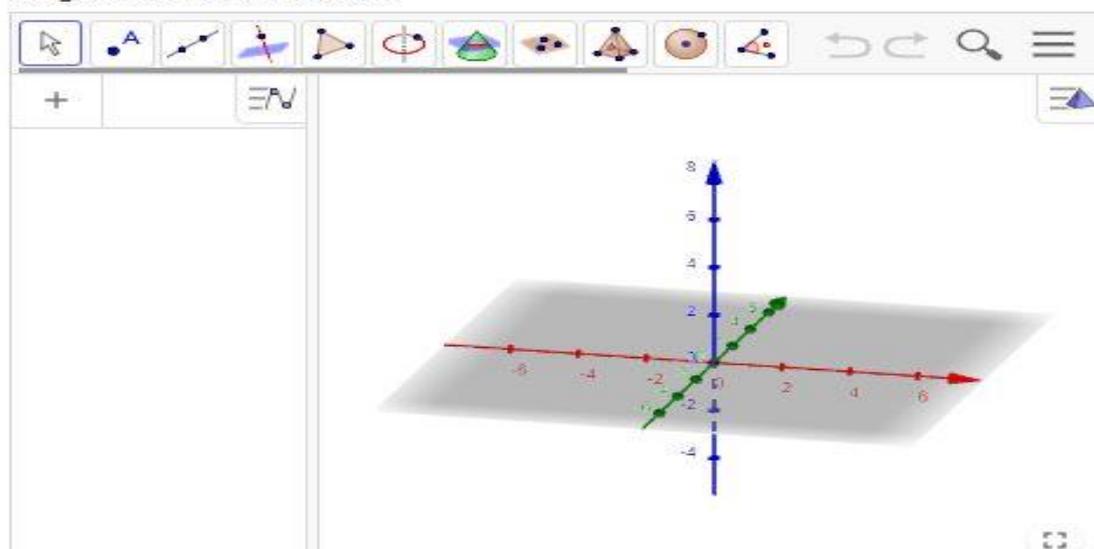
Atividade 2 - Geometria Espacial

Autor: [Eliete Alves de Lima](#)

1 - Construir um sólido geométrico baseado na figura:



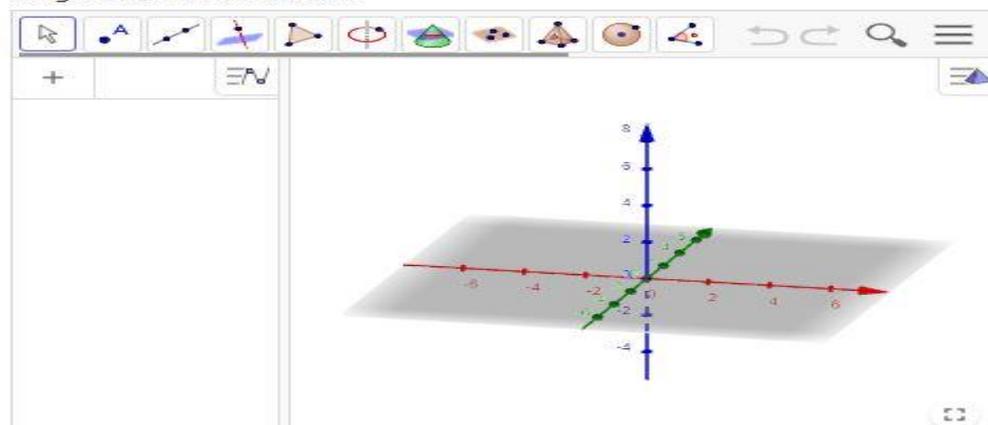
A figura acima nos lembra?



2 - Construir um sólido geométrico baseado na figura:



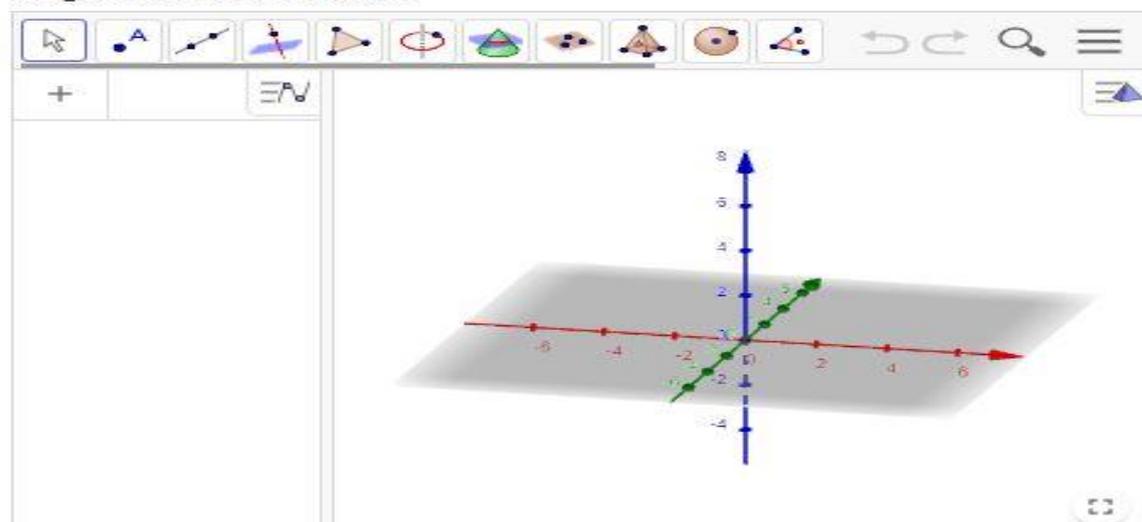
A figura acima nos lembra?



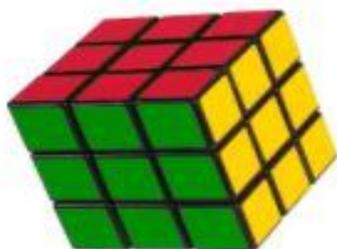
3 - Construir um sólido geométrico baseado na figura:



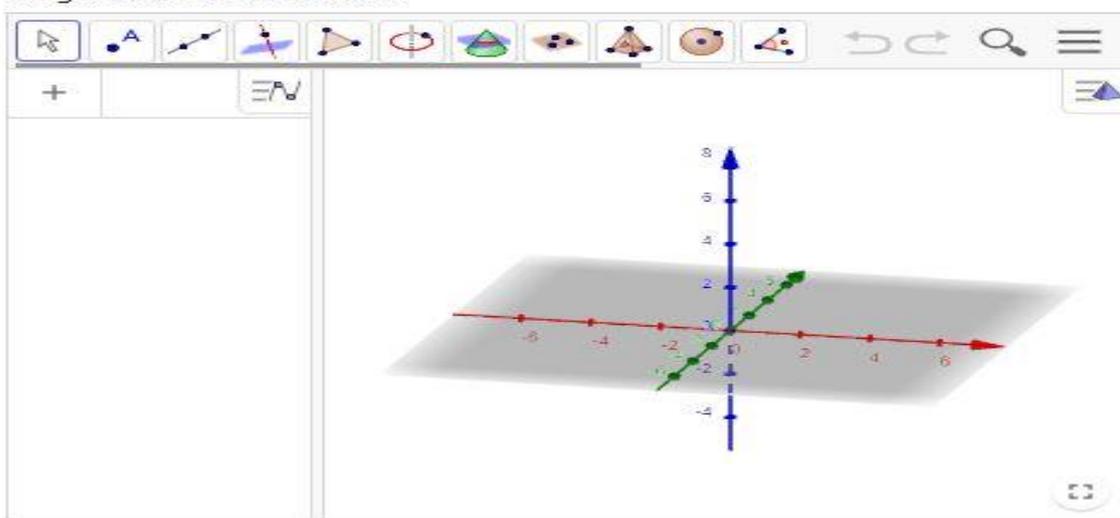
A figura acima nos lembra?



4 - Construir um sólido geométrico baseado na figura:



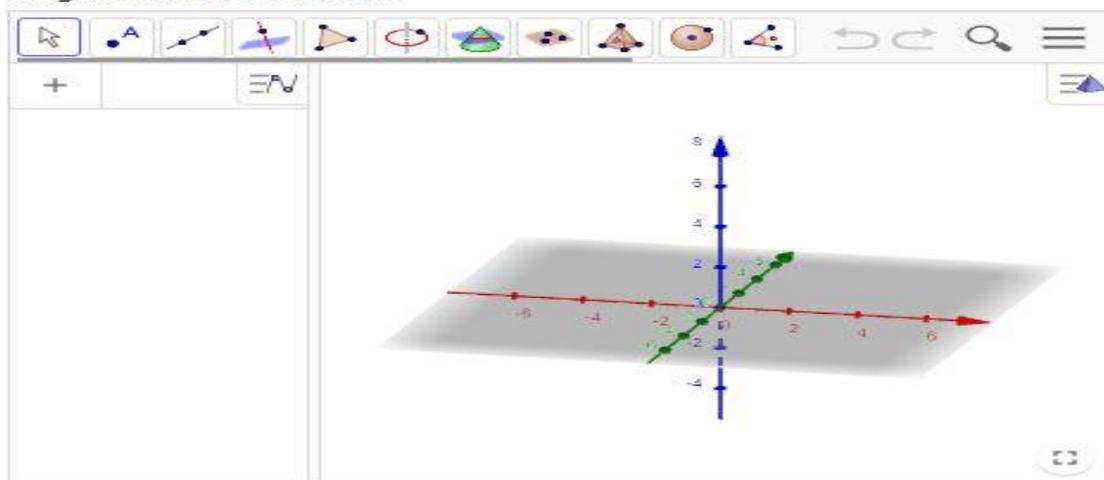
A figura acima nos lembra?



5 - Construir um sólido geométrico baseado na figura:



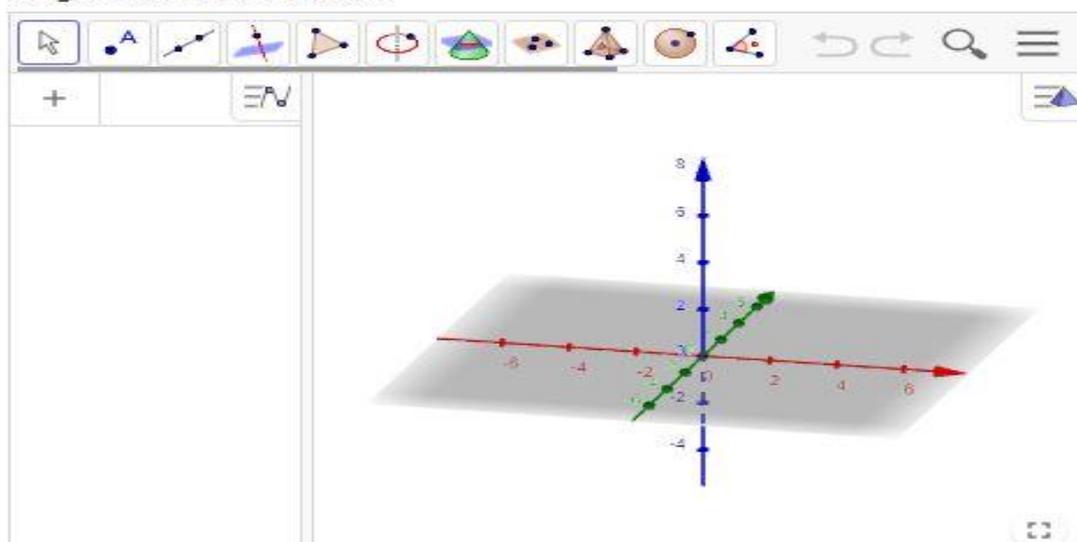
A figura acima nos lembra?



5 - Construir um sólido geométrico baseado na figura:

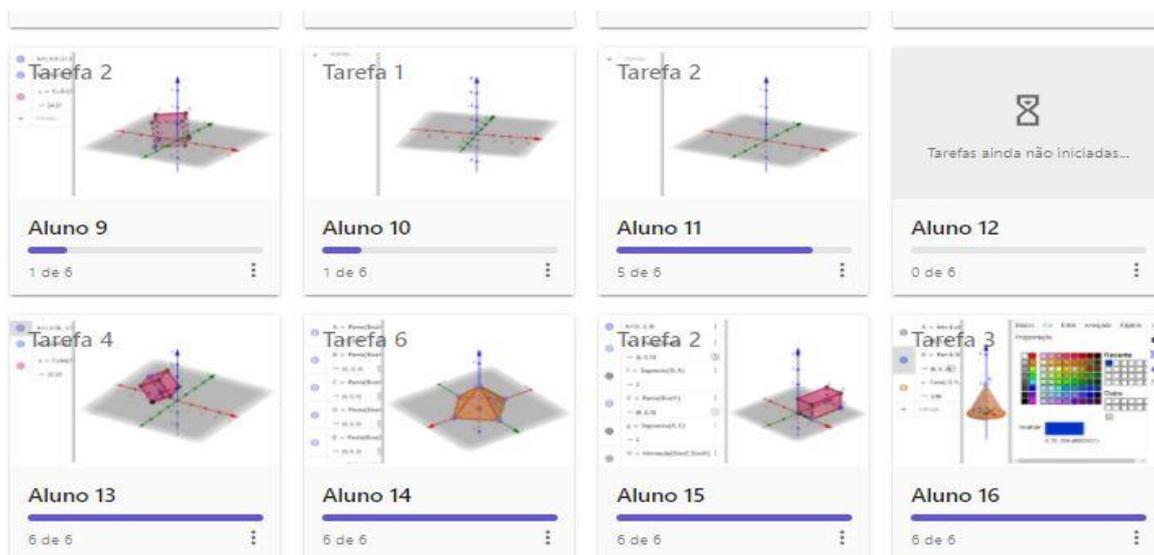


A figura acima nos lembra?



Respostas dos mestrandos MPECIM, turma 2021 e licenciandos de Matemática de forma síncrona (Figura 1):

Figura 1 - Respostas da atividade dos mestrandos MPECIM da turma 2021.

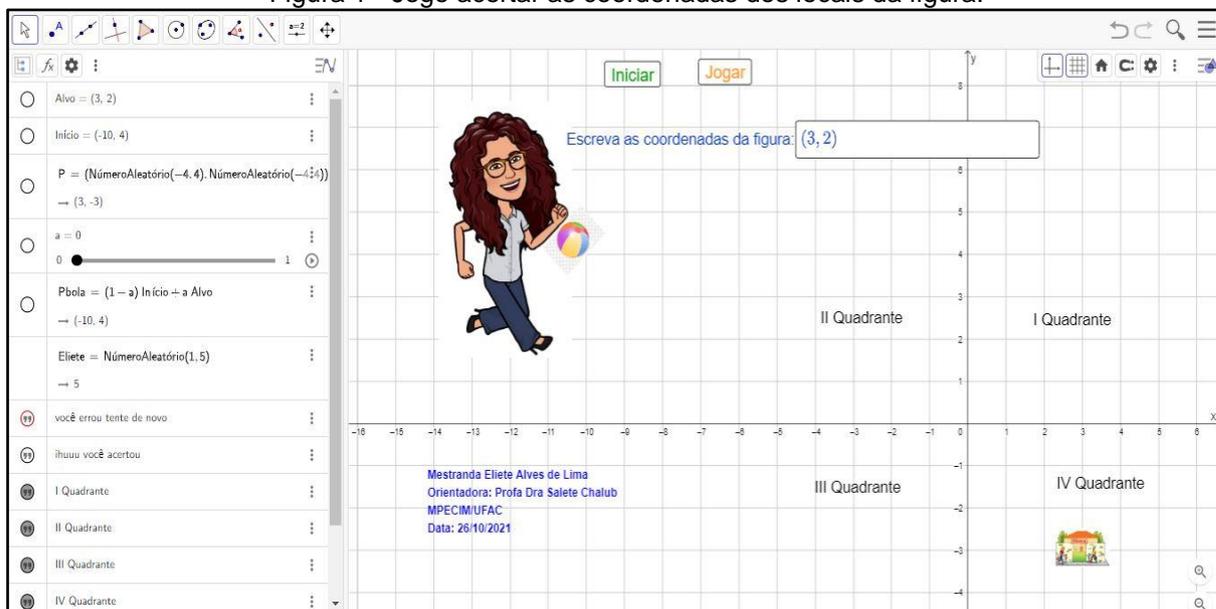


Fonte: Mestrandos MPECIM turma 2021 e Licenciandos. Arquivo da pesquisadora, 2021.

APÊNDICE F – ATIVIDADE JOGO ACERTAR AS COORDENADAS DOS LOCAIS DAS FIGURAS (PILOTO)

Objetivo: identificar os pares ordenados no plano cartesiano através do jogo acertar as coordenadas.
Exemplo na Figura 1:

Figura 1 - Jogo acertar as coordenadas dos locais da figura.



Fonte: Elaboração da Autora e Orientadora, out. 2021. Adaptado de Atividade no GeoGebra Luiz C. M. Aquino, 6 Ago. 2016. Luiz C. M. de Aquino — 6 de agosto de 2016.

O jogo foi construído no GeoGebra 5.0, no entanto pode ser utilizado o GeoGebra Clássico 6 (tanto fazendo o download no computador ou online).

Na continuidade disponibilizamos o roteiro da construção do jogo “acertar as coordenadas dos locais das figuras”. Antes de iniciar a construção do jogo com o aplicativo, pesquisamos as imagens de locais e salvamos em uma pasta no computador.

A figura 1, foi a imagem feita no aplicativo bitmoji da pesquisadora Eliete, construída no aparelho celular, plataforma Android, de nome Eliete. As demais foram imagens livres escolhidas da internet, tais como: bola, escola, igreja, praça, museu, hamburgueria.

Roteiro de construção:

No campo entrada do aplicativo GeoGebra 5.0, escrevemos:

- 1) Alvo= $(-2,0)$ e depois <enter>;
- 2) Início= $(-10,4)$ e depois <enter>;
- 3) P=(NúmeroAleatório(-4,4), NúmeroAleatório(-4,4));

- 4) $a=1$ e clicamos <enter>. Com o botão direito do mouse na Janela de Álgebra, em propriedades do número a . Na opção controle deslizante, em min, inserimos o valor 0 e, em máx, o valor 1. Em animação: repetir crescente (uma vez).
- 5) $P_{bola} = (1-a)Início + a*Alvo$;
- 6) $Eliete = NúmeroAleatório(1,5)$;

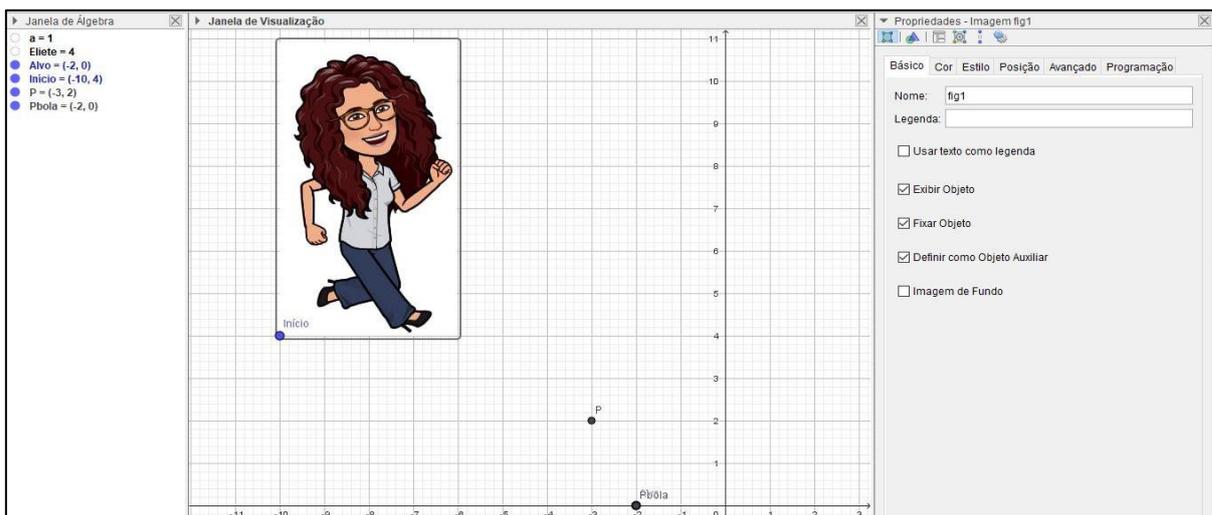
Na barra de ferramentas no ícone controles  e inserir imagens  Inserir Imagem, escolhemos as figuras que salvamos em uma pasta no computador, conforme as etapas:

- 7) A figura 1 – Eliete, com os passos no aplicativo GeoGebra:
 - Inserir Imagem;
 - Os pontos A e B formados na parte inferior da imagem foram apagados, para isso bastou selecionar esses pontos e clicar com o botão direito do mouse e depois na opção APAGAR.
 - Em *Posição*, no *canto 1*, inserimos a coordenada posicionou a figura 1 Eliete, no caso $(-10,4)$, os demais cantos ficam vazios.

Para inserir as demais imagens o procedimento foi similar, no entanto considerando as coordenadas para os cantos 1 e 2 conforme os valores. Essa ação redimensiona as imagens conforme o tamanho que desejamos e os locais. Seguem os passos para cada figura.

- 8) Para Inserir a figura 2, da bola, apagamos os pontos A e B na parte inferior, com o botão direito do mouse e depois fomos na opção apagar. Em *posição* canto1, escrevemos: $(x(P_{bola})-0.5, y(P_{bola})-0.5)$, e, em canto 2: $(x(P_{bola})+0.5, y(P_{bola})-0.5)$. Esses pares ordenados dimensionam o tamanho da bola;
- 9) A figura 3 da Escola, mesmo procedimento para apagar os pontos A e B. Em *posição*, canto1: $(x(P)-0.5, y(P)-0.5)$, e, em canto 2: $(x(P)+0.5, y(P)-0.5)$. Esses pares ordenados dimensionam o tamanho da escola e na opção Avançado, em condição para exibir objeto, escrevemos $Eliete=1$; (Figura 1)

Figura 1 - Passos do Jogo acertando as coordenadas.



Fonte: Pesquisadora e orientadora, 2023.

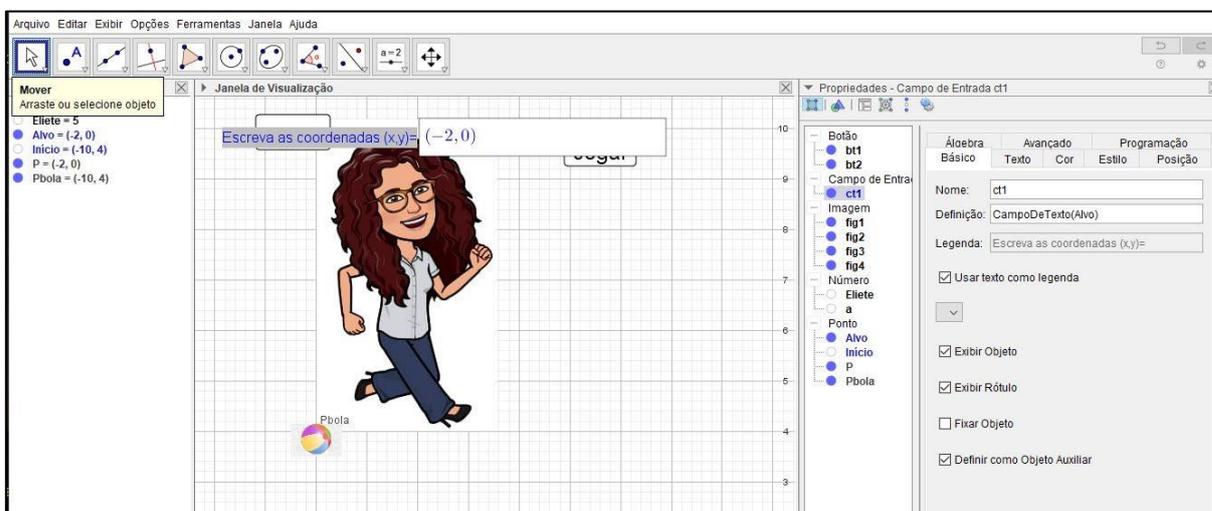
Para construir o Botão INICIAR, na barra de ferramentas controle, em Botão:

10) Inserir o Botão **INICIAR**, na barra de ferramentas em controles e clicar em botão. Escolher uma local na janela de visualização e clicar com o botão esquerdo do mouse. Depois em *programação* escrever: DefinirValor[a,0], P=(NúmeroAleatório[-4,4], NúmeroAleatório[-4,4]), Eliete=NúmeroAleatório[1,5].

Para escrever as coordenadas das figuras no jogo, utilizamos no campo entrada do GeoGebra:

11) Escrever CampoDeTexto(<Objeto Vinculado>) e, no lugar de Objeto vinculado, escrever “Alvo”, isto é, CAmposDeTexto(Alvo) e, em legenda, o texto “Escrever as coordenadas (x,y)=” (Figura 2).

Figura 2 - Inserindo o campo texto para escrever as coordenadas.



Fonte: Pesquisadora e orientadora, 2023.

Na continuidade, inserimos com a ferramenta controle, inserir imagens as demais figuras: igreja, hamburgueria, museu, praça e escola novamente. Com os passos similares aos já explicados anteriormente.

12) Inserir a figura 4 - igreja, em posição, canto 1: $(x(P)-0.5,y(P)-0.5)$ e canto2: $(x(P)+0.5,y(P)-0.5)$ e condição para exibir o objeto Eliete=2.

13) Inserir a figura 5, da hamburgueria em posição, canto 1: $(x(P)-0.5,y(P)-0.5)$ e canto2: $(x(P)+0.5,y(P)-0.5)$ e condição para exibir o objeto Eliete=3.

14) Inserir a figura 6, do museu em posição, canto 1: $(x(P)-0.5,y(P)-0.5)$ e canto2: $(x(P)+0.5,y(P)-0.5)$ e condição para exibir o objeto Eliete=4.

15) Inserir a figura 7, da praça em posição, canto 1: $(x(P)-0.5,y(P)-0.5)$ e canto2: $(x(P)+0.5,y(P)-0.5)$ e condição para exibir o objeto Eliete=5.

16) Inserir a figura 8, da escola e, em posição, canto 1: $(x(P)-0.5,y(P)-0.5)$ e canto2: $(x(P)+0.5,y(P)-0.5)$ e condição para exibir o objeto Eliete=1.

Para construir o botão JOGAR, procedimento similar ao do botão INICIAR:

17) Inserir o Botão **JOGAR**. Similar ao passo 10 e, em programação escrever: DefinirValor[a,0] e IniciarAnimação[a].

No campo entrada inserimos os textos “você errou, tente novamente”, na cor vermelha e lhuu você acertou, na cor verde, conforme os passos 18 e 19:

18) Texto 1 você errou, condição para exibir objeto: $P_{bola} \neq P \wedge a \stackrel{?}{=} 1$

19) Texto 2 você acertou, condição para exibir o objeto $P_{bola} \stackrel{?}{=} P \wedge a \stackrel{?}{=} 1$.

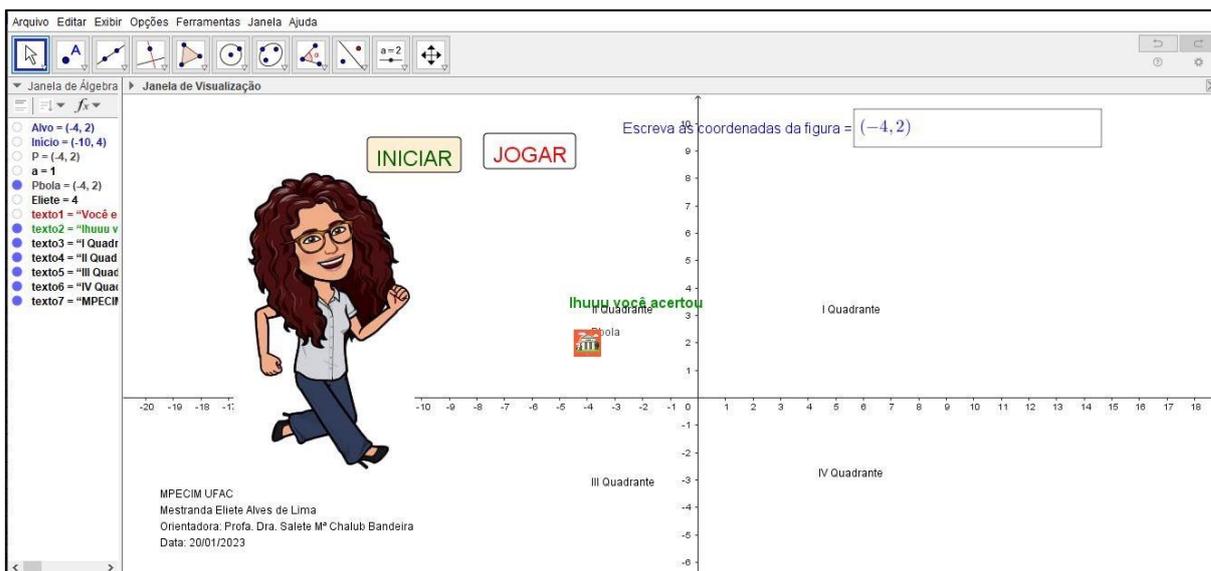
No campo entrada inserimos os textos dos quadrantes I, II, III e IV, e fixamos o texto, conforme os passos 20, 21, 22 e 23:

20) Escrevemos entre aspas duplas “I Quadrante” e com o mouse colocamos na posição desejada. De forma similar para os passos 21, 22 e 23. Escrevemos no campo entrada entre aspas duplas “II Quadrante”, “III Quadrante” e “IV Quadrante”. Na opção básico, fixamos os quadrantes nas opções desejadas.

21) No 24 passo incluímos os dados do MPECIM UFAC, Mestranda Eliete Alves de Lima, Orientadora Profa Dra Salete M^a Chalub Bandeira e a data 20/01/2023.

Na Figura 3, a finalização do jogo Acertar as coordenadas dos locais das figuras:

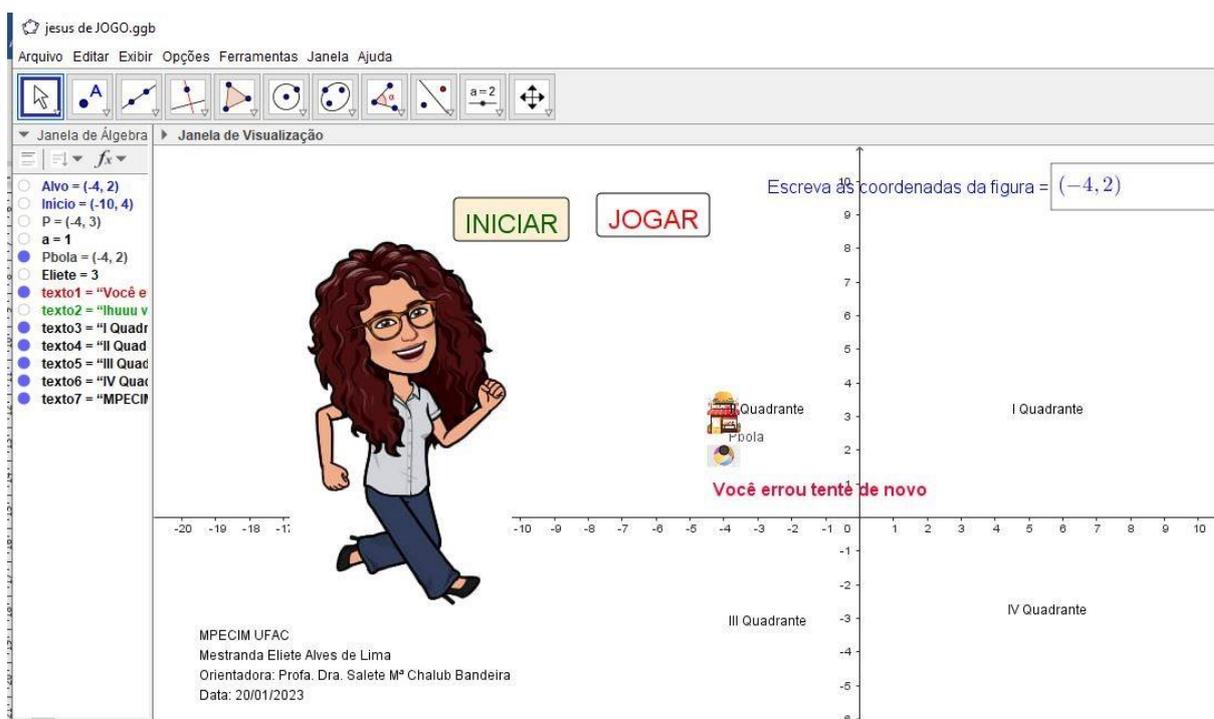
Figura 3 - Acertou as coordenadas da Escola $(-4, 2)$.



Fonte: Pesquisadora e orientadora, 2023.

Na Figura 4, a imagem com o texto “Você errou tente de novo” quando escreveu as coordenadas da Hamburgueria $(-4, 2)$ e seria $(-4, 3)$.

Figura 4 - Errou as coordenadas da hamburgueria $(-4, 2)$.



Fonte: Pesquisadora e orientadora, 2023.

Importante salientar aos leitores que o GeoGebra na opção exibir – Protocolo de construção mostra os vinte e quatro passos realizados de nossa construção (Figura 5).

Figura 5 - Protocolo de construção do Jogo.

Id.	Nome	Descrição	Valor	Legenda
1	Ponto Alvo		Alvo = (-3, 2)	
2	Ponto Início		Início = (-10, 4)	
3	Ponto P	(NúmeroAleatório(-4, 4), NúmeroAleatório(-4, 4))	P = (-2, 2)	
4	Número a		a = 0	
5	Ponto Pbola	(1 - a) Início + a Alvo	Pbola = (-10, 4)	
6	Número Eliete	NúmeroAleatório(1, 5)	Eliete = 1	
7	Imagem fig1		fig1	
8	Imagem fig2		fig2	
9	Botão bt1		bt1	INICIAR
10	Campo de Entrada	CampoDeTexto(Alvo)	ct1	Escreva as coordenadas da figura =
11	Botão bt2		bt2	JOGAR
12	Imagem fig3		fig3	
13	Imagem fig4		fig4	
14	Imagem fig5		fig5	
15	Imagem fig6		fig6	
16	Imagem fig7		fig7	
17	Imagem fig8		fig8	
18	Texto texto1		"Você errou tente de novo"	
19	Texto texto2		"shuuu você acertou"	
20	Texto texto3		"I Quadrante"	
21	Texto texto4		"II Quadrante"	
22	Texto texto5		"III Quadrante"	
23	Texto texto6		"IV Quadrante"	
24	Texto texto7		"MPECIM UFACMestranda Eliet...	

Fonte: Pesquisadora e orientadora, 2023.

O jogo foi aplicado na aula do dia 18 e 27 de janeiro de 2023, tanto de forma presencial como de forma online para os licenciandos que não estavam presentes, compartilhando a atividade pelo link <https://www.geogebra.org/classroom/fzbcmej> ou digitando o código FZBC BMEJ em www.geogebra.org/classroom no grupo de whatsapp da turma CCET 461 – Tecnologias da Informação e comunicação para o Ensino de Matemática II.

APÊNDICE G- USO DO PADLET COMO TECNOLOGIA EDUCACIONAL

Objetivo: Utilizar o padlet (no modelo coluna) como tecnologia educacional para ensinar matemática. Exemplo disponível no Quadro 1 e Figuras 1 e 2:

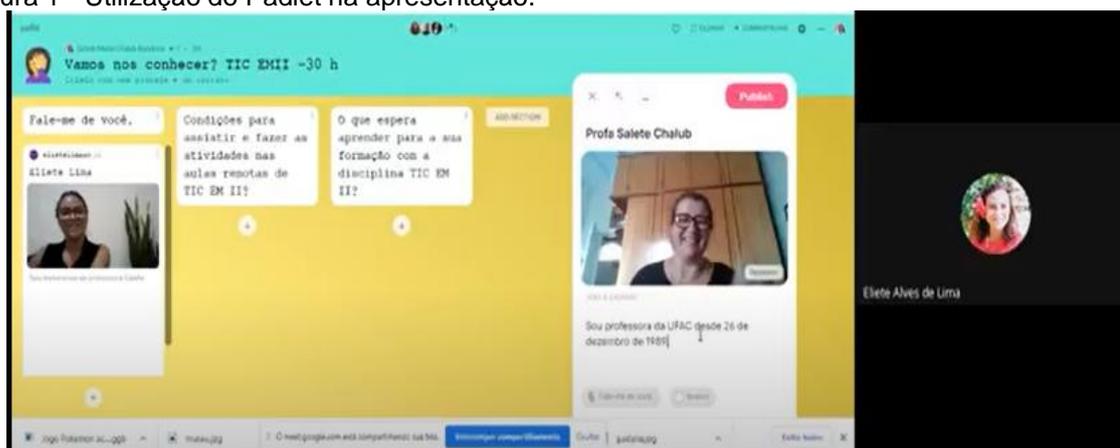
Quadro 1 – O que consta nas colunas do padlet.

Fale-me de você	Quais as condições para assistir e fazer as atividades nas aulas remotas de TIC EM II?	O que espera aprender para a sua formação com a disciplina TIC EM II?	O que você aprendeu com o <i>Padlet</i> : tecnologia educacional para Ensinar Matemática?
1. Fale-me de você (nome, idade, período no curso, se trabalha, se atua em algum projeto de pesquisa)	2. Quais as condições para assistir e fazer as atividades nas aulas de Tecnologias da Informação e da Comunicação no Ensino de Matemática (TIC - EM)?	3. O que busca aprender para a sua formação com a disciplina de TIC-EM?	4. O que você aprendeu com essa tecnologia educacional "Padlet" para Ensinar Matemática?
5. Como você pode relacionar a geometria no seu dia a dia, conforme o texto Porque Ensinar Geometria?	As perguntas em negrito foram realizadas no dia 05/01/2023 com os sujeitos de nossa pesquisa.		

Fonte: Elaboração da autora, 2021-2023.

Dessa forma, o *Padlet* foi organizado em modelo de quatro colunas (Figuras 1 e 2), o qual os licenciandos fizeram o que foi proposto nessa atividade. Permite usar câmera, anexar vídeos, documentos, animações, imagens, usamos fontes e tamanhos diferentes e outros, podendo tornar uma aula dinâmica e interativa.

Figura 1 - Utilização do Padlet na apresentação.



Fonte: <https://classroom.google.com/c/NDIwMDI3NDI1NjM3>, 22 Out. 2021.

Foi ampliado e aplicado novamente com os sujeitos da pesquisa no dia 05/01/2023, início da coleta de dados da pesquisa (Figura 2).

Figura 2 - Utilização do Padlet na apresentação.



Fonte: <https://padlet.com/elietelimaac/a7zdg3e22luiky0>.

ANEXO A – FORMULÁRIO DE APRESENTAÇÃO DO MESTRANDO



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

ANEXO A – Elaborado conforme o modelo disponibilizado pelo MPECIM.

Formulário para Apresentação do Mestrando do Curso de Pós Graduação Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre no Local de Pesquisa

DE: Prof.^a Dr.^a Salete Maria Chalub Bandeira
Coordenadora do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
PARA: Prof. Dr. Marcos Aurelio de Alcantara
Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática - UFAC

ASSUNTO: Apresentação da mestranda Eliete Alves de Lima - Turma 2021 - do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre – PPGPECIM/UFAC- para desenvolver sua pesquisa junto ao Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, no âmbito das disciplinas de CCET 460 e CCET 461, ministradas pela docente Profa. Salete Maria Chalub Bandeira – Ano de 2021/2022.

Senhor(a) Coordenador(a),

Vimos por meio deste instrumento apresentar a mestranda Eliete Alves de Lima - Turma 2021, matrícula 20212100020, CPF: 570.683.642/68; RG nº 221427-SSP/AC, com o tema “*Geometrias para a vida – TPACK e o Portal do GeoGebra na formação inicial de professores*”, sob orientação da Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira e atual coordenadora do PPGPECIM.

Na oportunidade, solicitamos a colaboração da Coordenação e, da professora que ministra a(s) disciplina(s) para que a referida mestranda desenvolva sua pesquisa no âmbito das disciplinas CCET 460 – Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino da Matemática I e CCET 461– Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino da Matemática II, ambas ministradas pela referida professora e orientadora da mestranda que lhes apresenta.

Justificamos a escolha deste Curso e Instituição com base nos argumentos:

O Curso de Licenciatura em Matemática oferta disciplinas em sua estrutura curricular, desde 2004, com o intuito de formar professores que saibam utilizar as diversas mídias na sala de aula, relacionando a teoria com a prática com o uso de tecnologias digitais da informação e comunicação (nosso interesse de pesquisa). E, ainda no ano de 2020, devido a pandemia, o curso ofertou a disciplina CCET 348 - Informática Aplicada ao Ensino de Matemática (60 h). No entanto, com a reformulação em sua Estrutura Curricular, o curso oferta desde o ano de 2021, de forma remota, as disciplinas CCET 460 – Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática I - 30h e CCET 461 - Tecnologias da Informação e Comunicação par o Ensino de Matemática II – 30h. A reflexão juntamente com os licenciandos e docente no espaço dessas disciplinas nos interessa, pois pretende-se em nosso projeto de pesquisa: analisar os conhecimentos do TPACK (o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo) presentes na formação inicial de professores de matemática, no âmbito da(s) disciplina(s) Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática I e II - com o uso do portal do GeoGebra no tocante ao Ensino de Geometria.

Portanto, acreditamos numa matemática viva, ativa para enfrentar os desafios de ensinar em tempos de pandemia, uma vez que a(s) referida(s) disciplina(s) serão ofertada(s) de forma remota e, dessa forma possamos contribuir com o Curso de Licenciatura em Matemática para formar professores com os desafios de ensinar em tempos pandêmicos.

Por fim, caso a Coordenação deseje outras informações, nos colocamos à disposição pelo e-mail: ppg.pecim@UFAC.br ou salete.bandeira@UFAC.br

Atenciosamente,



Prof.ª Dr.ª Salete Maria Chalub Bandeira
Coordenadora do PPGPECIM/UFAC - Portaria Nº 118, de 14 de Janeiro de 2022.

ANEXO B – CARTA DE ANUÊNCIA DA COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE

Universidade Federal do Acre
Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática - UFAC

ANEXO B – Carta de Anuência da Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre

Carta de Anuência Institucional

Rio Branco, 18 de outubro de 2021

DE: Prof. Dr. Marcos Aurélio de Alcântara
Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática - UFAC

PARA: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira
Coordenadora do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática/UFAC
Orientadora da Mestranda Ellete Alves de Lima – PPGPECIM/UFAC

Prezada Coordenadora e Professora Orientadora,

Aceito que a pesquisadora Ellete Alves de Lima, mestranda do Programa de Pós Graduação Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre – PPGPECIM/UFAC, turma 2021, matrícula 20212100020, desenvolva a pesquisa: *Geometrias para a vida – TPACK* e o Portal do GeoGebra na formação inicial de professores junto ao Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, no âmbito das disciplinas de CCET 460 e CCET 461, ministradas pela docente Profa. Salete Maria Chalub Bandeira – Ano de 2021/2022 e sob orientação da docente ministrante das disciplinas supracitadas, que será ofertada de forma remota.

Atenciosamente,

Prof. Dr. Marcos Aurélio de Alcântara
Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática/UFAC
Portaria nº 880, de 28 de abril de 2021