UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JANEO DA SILVA NASCIMENTO

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA A PARTIR DO APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* EM DISPOSITIVOS MÓVEIS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA

RIO BRANCO
2019

JANEO DA SILVA NASCIMENTO

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA A PARTIR DO APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* EM DISPOSITIVOS MÓVEIS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre – MPECIM/UFAC, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira.

Coorientadora: Profa. Dra. Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra.

RIO BRANCO
2019

JANEO DA SILVA NASCIMENTO

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA A PARTIR DO APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* EM DISPOSITIVOS MÓVEIS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre – MPECIM/UFAC, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira.

Coorientadora: Profa. Dra. Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra.

Aprovada em: 20/09/2019.
Rio Branco – AC

BANCA EXAMINADORA

____

Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira – CCET/UFAC
(Orientadora)

____

Profª. Drª. Nilra Jane Filgueira Bezerra – IFRR/Boa Vista
(Membro Externo)

____

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo – CAP/UFAC
(Membro Titular)

____

Profa. Dra. Laura Costa Sarkis – CCET/UFAC
(Membro Suplente)

Dedico à memória de meus pais que apesar da baixa escolaridade, ele o 4º ano primário e ela nunca ter ido à escola formal, me ensinaram que com honestidade e respeito aos outros podemos construir o nosso destino com dignidade. A minha eterna gratidão àqueles que me deram a vida, Onesmo Nonato do Nascimento e Davina da Silva Nascimento. À minha esposa Uiara Souza da Silva que divide comigo esta tarefa e alguns artigos, ao nosso filho Gabriel Souza Nascimento, que nos motiva a dar o nosso melhor quando o assunto é educar.

AGRADECIMENTOS

- Sou grato a Deus a quem tudo devemos dar graça. Sou grato a minha orientadora e coorientadora Salete Chalub e Simone Bezerra pelas horas dedicas a orientar-me na pesquisa, agradeço por acreditarem e fazem as mudanças necessárias para que se tornasse um trabalho de excelência.
- A minha esposa Uiara Souza pelo seu amor que me fortalece, pela sua compreensão nos momentos de dedicação à pesquisa, pela sua dedicação à família nas minhas ausências, pela orientação não só neste trabalho acadêmico, mas em minha vida.
- Agradeço a todos os professores pelas horas dedicadas e pelos ensinamentos que alicerçaram esta pesquisa.
- Aos colegas que acreditaram que as tecnologias móveis podem colaborar no ensino e na aprendizagem de trigonometria, sou grato pelas dicas e os materiais compartilhados, em especial ao amigo Zanir Duarte pelo apoio na estruturação deste texto e à amiga Thayany Silva pelas dicas quanto ao uso de alguns recursos tecnológicos.
- Agradeço à Universidade Federal do Acre, pela confiança e apoio na pesquisa.

"Há homens que lutam um dia, e são bons; há outros que lutam muitos dias, e são muito bons; há homens que lutam muitos anos, e são melhores; mas há os que lutam toda a vida, esses são os imprescindíveis!"

Bertolt Brecht

RESUMO

A pesquisa com o uso de aplicativo *Trigonometry Unit Circle (TUC)* para dispositivos móveis, faz parte da linha de Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre (UFAC) e foi desenvolvida no âmbito das disciplinas de *Prática de Ensino de Matemática III* (PEM III), *Prática de Ensino de Matemática IV* (PEM IV) e *Informática Aplicada ao Ensino de Matemática* (IAEM) do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, com treze colaboradores (chamados no texto de professores em formação inicial/futuros professores), no segundo semestre do ano de 2017 ao primeiro semestre de 2019. A pesquisa buscou responder, como os usos dos registros de representação semiótica podem ressignificar a aprendizagem de trigonometria a partir do aplicativo Trigonometry Unit Circle em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática? Objetivou-se investigar as potencialidades do uso dos registros das representações semióticas por meio do aplicativo TUC no ensino da Trigonometria para licenciandos em Matemática. Como referencial teórico recorremos a Duval (2011) com os registros de representações semióticas; Borba, Silva e Gadanidis (2015) com as quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática e Prado (2009) com a reflexão sobre a reconstrução da prática pedagógica do professor com a integração das mídias. Como metodologia da pesquisa nós apoiamos na didática francesa apresentada por Michele Artigue (1988), que caracteriza-se, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas" em sala de aula, composta de quatro fases: 1. Análise preliminar 2. Análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas desenvolvidas na sala de aula de Matemática; 3. Experimentação-sequência didática 4. Análise *a posteriori* e validação da experiência. Observou-se que é possível ensinar trigonometria com o *Trigonometry Unit Circle*, no entanto, o aplicativo em sua versão 3.24 (de 06 de março de 2019), apresentou limitações, tais como: só faz gráficos da funções trigonométricas cos (x), sen (x), tg (x), sec (x), cossec (x), cotg(x) no período de 0º a 360º. Os resultados de Área do Setor Circular (S) e Comprimento da circunferência (L) são diretos, não resolve equações e inequações trigonométricas. Dessa forma, os colaboradores sugerem a utilização de outros aplicativos para ensinar trigonometria e outros conteúdos matemáticos como *Geogebra* 2D/*Graphing Calc*, *Photomath* e *MalMath*, materiais didáticos táteis como o Multiplano (para estudantes com deficiência) e prancheta trigonométrica e relatam que utilizarão as tecnologias para ensinar matemática. Por meio dos registros de representação semiótica, percebemos nas atividades dos colaboradores (desenvolvidas no âmbito das disciplinas) os diferentes tipos de registros: representação linguística/linguagem natural, a representação gráfica, representação em tabelas, representação de escrita simbólica/algébrica. As transformações dentro de um mesmo registro (processamento) e entre registros de diferentes representações (conversão). Como forma de ampliar a utilização do Produto Educacional criamos o *blog*: *Ensinando e Aprendendo trigonometria com dispositivos móveis* e um livreto impresso e digital: *construções de possibilidades práticas com professores em formação inicial com o uso do aplicativo Trigonometry Unit Circle*, que podem ser acessados por um leitor de QR Code por meio do celular.

Palavras-chave: Formação Inicial em Matemática. Ensino de Trigonometria. Tecnologia Móvel. Registros de Representações Semióticas. Engenharia Didática.

ABSTRACT

.

The research using the Trigonometry Unit Circle (TUC) application for mobile devices is part of the Resources and Technologies in Teaching Science and Mathematics line of the Professional Master in Science and Mathematics Teaching (MPECIM) of the Federal University of Acre (UFAC) and was developed within the subjects of Mathematics Teaching Practice III (PEM III), Mathematics Teaching Practice IV (PEM IV) and Applied Mathematics Teaching (IAEM) of UFAC Mathematics thirteen collaborators (called in the text of teachers in initial education / future teachers), in the second semester of 2017 to the first semester of 2019. The research sought to answer, as the uses of semiotic representation records can mean learning trigonometry from of the Trigonometry Unit Circle app on mobile devices in early math teacher education? The objective was to describe and reflect on the uses of the semiotic representation registers using the TUC application with teachers in initial mathematics education. As a theoretical framework we use Duval (2011) with the records of semiotic representations; Borba, Silva and Gadanidis (2015) with the four phases of digital technologies in Mathematical Education and Prado (2009) with the reflection on the reconstruction of the teacher's pedagogical practice with the integration of the media. As a research methodology we support the French didactics presented by Michele Artigue (1988), which is characterized by an experimental scheme based on “didactic achievements” in the classroom, composed of four phases: 1. Preliminary analysis 2. a priori of didactic-pedagogical experiments developed in the mathematics classroom 3. Experimentation-didactic sequence 4. a posteriori analysis and validation of the experience It was observed that it is possible to teach trigonometry with the Trigonometry Unit Circle, however, the application in its version 3.24 (of March 6, 2019), has limitations, such as: only graphs the trigonometric functions cos (x), sen (x), tg (x), sec (x), cossec (x), cotg (x) from 0 to 360. The results of Circular Sector Area (S) and Length of Circumference (L) are straightforward, do not solve trigonometric equations and inequalities, so collaborators suggest using another Applications for teaching trigonometry and other mathematical content such as Geogebra 2D / Graphing Calc, Photomath and MalMath, tactile learning materials such as Multiplane (for students with disabilities), and trigonometric drawing board report that they will use technologies to teach math. Through the records of semiotic representation, we noticed in the activities of the collaborators (developed within the disciplines) the different types of records: linguistic representation / natural language, graphic representation, table representation, symbolic / algebraic writing representation. Transformations within the same record (processing) and between records of different representations (conversion). As a way to broaden the use of the Educational Product we created the blog: Teaching and Learning Trigonometry with Mobile Devices and a Printed and Digital Booklet: Building Practical Possibilities with Teachers in Initial Education Using the Trigonometry Unit Circle App, which can be accessed by a QR Code reader through the cell phone.

Keywords: Initial Mathematics Training, Trigonometry Teaching, Mobile Technology, Records of Semiotic Representations, Didactic Engineering.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – TELA DO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* NA *PLAY STORE*. 24
FIGURA 2 - QR CODE DE ACESSO AO BLOG........ 27
FIGURA 3 – TELA INICIAL DO APLICATIVO. 28
FIGURA 4 – FUNCIONALIDADES DO APLICATIVO. 29
FIGURA 5 – ESCOLHA DOS ÂNGULOS. 30
FIGURA 6 – ALGUMAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS. 31
FIGURA 7 - RELAÇÃO COM O TRIÂNGULO RETÂNGULO. 31
FIGURA 8 – UTILIZAÇÃO DE ÂNGULOS. 32
FIGURA 9 - SIMETRIA NO CICLO TRIGONOMÉTRICO. 39
FIGURA 10 - ATIVIDADE DE TRIGONOMETRIA USANDO TECNOLOGIA DE BAIXO CURSO. 39
FIGURA 11 - ATIVIDADE DESENVOLVIDA PELOS FP BASEADOS EM SCUSSEL (2016). 39
FIGURA 12 - ATIVIDADE DESENVOLVIDA PELOS FP BASEADOS EM SCUSSEL (2016). 39
FIGURA 13 - DA FUNÇÃO SENO E DO COMPRIMENTO DO ARCO NO TUC 42
FIGURA 14 - RAZÃO TRIGONOMÉTRICA DO SENO NO TUC: 42
FIGURA 15 - REPRESENTA ALGÉBRICA DO SENO. 42
FIGURA 16 - REPRESENTAÇÃO LINGUÍSTICA DO SENO. 42
FIGURA 17 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO SIN ($\propto$) 42
FIGURA 18 - REPRESENTAÇÃO DE CONVERSÃO COM O GRAPHING CALC NO CELULAR. 43
FIGURA 19 - ATIVIDADE DESENVOLVIDA COM MESTRANDOS DO MPECIM. 46
FIGURA 20 - APRESENTADO O *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*. 47
FIGURA 21 - MATERIAL TÁTIL. 48
FIGURA 22 - O TRIÂNGULO DIDÁTICO. 59
FIGURA 23 - APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*[1.] 61
FIGURA 24 - MENU PRINCIPAL 61
FIGURA 25 - MENU PREFERÊNCIAS. 62
FIGURA 26 - BOTÃO *PLAY* DO APLICATIVO. 62
FIGURA 27 - TELA PRINCIPAL DO APLICATIVO. 63
FIGURA 28 - APRESENTANDO O *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*. 64
FIGURA 29 - UTILIZANDO O *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*. 64
FIGURA 30 - AULA NO CAP/UFAC. 65
FIGURA 31 - COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO SENO REGISTRADO POR ALUNOS DO CAP. 66
FIGURA 32 - OFICINA COM A TURMA DO 4º PERÍODO DE MATEMÁTICA DA UFAC. 68
FIGURA 33 - AULA MINISTRADA PELOS FP FAZENDO USO DE RECURSOS DE TECNOLOGIA MÓVEL E TRADICIONAL NA DISCIPLINA DE PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA III (PEMIII). 69
FIGURA 34 – QUANTO AO USO DE APLICATIVOS EM SALA DE AULA. 71
FIGURA 35 - RELATO QUANTO AO USO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS 72
FIGURA 36 - QUANTO A POSSIBILIDADE DE ENSINAR TRIGONOMETRIA COM O TRIGONOMETRY. 73
FIGURA 37 – APRESENTAÇÃO DA PESQUISA DO PROFESSOR/PESQUISADOR. 76
FIGURA 38 - APRESENTANDO O APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*. 77
FIGURA 39 - APRESENTANDO O APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*. 77
FIGURA 40 - FUNÇÃO COSSENO NO APLICATIVO. 79
FIGURA 41 - CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO NO APLICATIVO. 79
FIGURA 42 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 80
FIGURA 43 - PROJEÇÃO DA RAZÃO COSSENO. 80
FIGURA 44 - IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS. 81
FIGURA 45 - FUNÇÃO SENO NO APLICATIVO. 81
FIGURA 46 - VALORES DO SENO. 81

FIGURA 47 - VALORES DO SENO. 83
FIGURA 48 - TEXTO DE APOIO UTILIZADO NO VÍDEO. 83
FIGURA 49 - RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS. 82
FIGURA 50 - RELAÇÃO NO TRIÂNGULO. 84
FIGURA 51 - PROJEÇÃO DA FUNÇÃO SENO.. 84
FIGURA 52 - FUNÇÃO SENO NO APLICATIVO.. 85
FIGURA 53 - VALORES DE SENO. 86
FIGURA 54 - VALORES DE SENO. 86
FIGURA 55 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 87
FIGURA 56 - TELA DE DIGITAÇÃO DE ÂNGULOS. 87
FIGURA 57 - VALORES PARA O ÂNGULO 45º. 87
FIGURA 58 - VALORES PARA O ÂNGULO 30º. 87
FIGURA 59 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 88
FIGURA 60 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 89
FIGURA 61 - FUNÇÃO TANGENTE... 89
FIGURA 62 - CARACTERÍSTICA DA FUNÇÃO TANGENTE. 88
FIGURA 63 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 90
FIGURA 64 - TELA DO APLICATIVO 90
FIGURA 65 - TELA DO APLICATIVO 90
FIGURA 66 - TELA DO APLICATIVO 90
FIGURA 67 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 92
FIGURA 68 - TELA DO APLICATIVO. 92
FIGURA 69 - TELA DO APLICATIVO. 93
FIGURA 70 - TELA DO APLICATIVO. 93
FIGURA 71 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 94
FIGURA 72 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 94
FIGURA 73 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 94
FIGURA 74 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 95
FIGURA 75 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 95
FIGURA 76 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 96
FIGURA 77 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 96
FIGURA 78 - TELA INICIAL DO APLICATIVO. 102
FIGURA 79 - SAMUEL GONÇALVES DE CARVALHO. 103
FIGURA 80 - ALINE DE ANDRADE FERREIRA. 104
FIGURA 81 - AGNALDO BRAGA SOUZA. 102
FIGURA 83 - MARIA ERENICE. 103

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – QUATRO FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA...........75
TABELA 2 – FASES DA ENGENHARIA DIDÁTICA..85

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – COLABORADORES POR IDADE 70
GRÁFICO 2 – QUANTO AO USO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS. 70
GRÁFICO 3 - QUANTO A POSSIBILIDADE DE ENSINAR TRIGONOMETRIA COM O *TRIGONOMETRY*. . 72
GRÁFICO 4 – PERCENTUAL DE PARTICIPANTES POR FAIXA ETÁRIA. 97
GRÁFICO 5 – UTILIZAÇÃO DE *SAMARTPHONE* NO DIA A DIA. 97
GRÁFICO 6 – CONHECIMENTO DE OUTRO APLICATIVO. 98
GRÁFICO 7 – UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO COMO FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM. 99
GRÁFICO 8 – PROBABILIDADE DE INDICAR O USO DO APLICATIVO. 100
GRÁFICO 9 – AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM COM O USO DO APLICATIVO. 100

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Contribuição da trigonometria - calculando a largura de um rio por semelhança de triângulos....34
Quadro 2 - Representações semióticas de telas do TUC....42
Quadro 3 - I Semana de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática....48
Quadro 4 - VI Semana Nacional de Matemática....49
Quadro 5 - XI Simpósio de Linguagem e Identidade da/na Amazônia Sul Ocidental: narrativas naturezas e memórias....50
Quadro 6 - V Semana PIBID UFAC....50
Quadro 7 - Viver Ciência....51
Quadro 8 - II Semana de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – II SEMEPECIM....51
Quadro 9 - Na II Feira Estadual de Matemática....52
Quadro 10 - VI Feira Nacional de matemática....52
Quadro 11 - II Semana de Tecnologia, Informação, Comunicação e Inovação....53
Quadro 12 - Webinar Cultura Digital e Cidade Inclusiva....53
Quadro 13 - III Semana de Tecnologia da Informação, Comunicação e Inovação....54
Quadro 14 - XIII ENEM....54
Quadro 15 – Resumo da participação em eventos....55
Quadro 16 – Videoaula do autor – descrevendo o Trigonometry Unit Circle....76
Quadro 17 – Videoaula do colaborador Sidney Carneiro Júnior – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....77
Quadro 18 – Videoaulas do colaborador Talita Matias – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....79
Quadro 19 - Videoaulas do colaborador Aline Ferreira – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....81
Quadro 20 – Videoaulas do colaborador Pâmela Pereira – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....83
Quadro 21- Videoaulas da colaboradora Laiane Muniz da Silva – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....84
Quadro 22 – Videoaulas do colaborador Beatriz Vicente de Melo – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....86
Quadro 23 – Videoaulas do colaborador João Ferreira de Lima Neto – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....87
Quadro 24 – Videoaulas da colaboradora Vitória Henrylla – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....88
Quadro 25 – Videoaulas da colaboradora Djessica Silva – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....89
Quadro 26 – Videoaulas da colaboradora Marcelo Roberto – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....93
Quadro 27 - Videoaulas do colaborador Agnaldo Braga Souza – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....93
Quadro 28 – Videoaulas do colaborador Jonatas da Silva Peralta – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....94
Quadro 29 - Videoaulas do colaborador Keila Bezerra da Costa – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC....95
Quadro 30 – Relatório dos colaboradores da pesquisa....101

LISTA DE ABREVIATURAS

APP	Aplicativo para dispositivos móveis
CAp/UFAC	Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Acre
CCET	Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EAD	Educação à Distância
FP	Futuros Professores
MPECIM	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
OCEM	Orientações Curriculares do Ensino Médio
SEEAC	Secretaria de Estado de Educação do Acre
SEMPECIM	Semana do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
TUC	*Trigonometry Unit Circle*

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 16

CAPÍTULO 1: INÍCIO DA PESQUISA 23

1.1 O CIRCULO UNITÁRIO TRIGONOMÉTRICO 23

1.2 O *GEOGEBRA* 24

1.3 O MATERIAL MANIPULÁVEL COM LINHAS E AGULHAS 25

1.4 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS - ESCOLHA DO TEMA... 25

1.5 INVESTIGANDO SOBRE TRIGONOMETRIA - A TRIGONOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA 33

1.6 O USO DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA 36

1.7 AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS... 40

CAPÍTULO 2: EXPERIÊNCIA ACADÊMICA 46

2.1 VIVÊNCIA NO CURSO DE MESTRADO - CONTRIBUIÇÕES DAS AULAS NA PESQUISA 46

2.2 PARTICIPAÇÃO EM EVENTOS CIENTÍFICOS COM O TEMA DA PESQUISA... 48

2.3 PARTICIPAÇÃO EM OUTROS EVENTOS.. 51

CAPÍTULO 3 : METODOLOGIA DA PESQUISA – ENGENHARIA DIDÁTICA 58

3.1 PRESSUPOSTO TEÓRICO DA METODOLOGIA DA PESQUISA 58

3.2 FASE 1: ANÁLISE PRELIMINAR.. 60

3.2.1 Oficina de observação no MPECIM 60

3.2.2 Oficina de observação no CAP 67

3.3 FASE 2: ANÁLISE *A PRIORI* 67

3.3.1 **Apresentação do aplicativo pelo professor pesquisador - atividade realizada com os alunos do 4° e 5° períodos do curso de licenciatura em matemática da UFAC**. 67

3.3.2 **Análise do formulário: pesquisa sobre o uso de dispositivos móveis nas aulas de matemática – professor 70**

CAPÍTULO 4: INTERVENÇÕES PEDAGÓGIGA 74

4.1 FASE 3: EXPERIMENTAÇÃO 74

4.1.1 Experimentação com a elaboração de planos de aulas elaborados pelos pesquisadores e colaboradores da pesquisa 74

4.1.2 Experimentação com a produção de videoaulas pelos pesquisadores e os colaboradores da pesquisa 74

4.2 FASE 4: ANÁLISE *A POSTERIORI* 97

4.2.1 Análise do formulário pesquisa sobre o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* nas aulas de trigonometria. 98

4.2.2 Avaliação do uso do aplicativo dos alunos do 5º período, solicitado pela professora da disciplina 102

CONSIDERAÇÕES FINAIS 105

REFERÊNCIAS 111

APÊNDICES 114

APÊNDICE A - SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AOS ALUNOS DO CAP 114

APÊNDICE B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AOS ALUNOS DO CAP 116

APÊNDICE C - SEQUÊNCIA DIDÁTICA DESENVOLVIDA COM OS ALUNOS DO 4° PERÍODO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFAC 119

APÊNDICE D - FORMULÁRIO PARA ANÁLISE A PRIORI 123

APÊNDICE E - FORMULÁRIO PARA ANÁLISE A POSTERIORI 125

APÊNDICE F – PLANO DE AULA ELABORADO PELOS PESQUISADORES 127

ANEXOS 136

ANEXO A - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES 136

ANEXO B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO) 140

ANEXO C - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO) 148

ANEXO D - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO) 151

ANEXO E - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO) 155

ANEXO F - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES 157

ANEXO G - PESQUISA BIBLIOGRÁFICA 164

ANEXO H – RESOLUÇÃO DE ATIVIDADE FAZENDO USO DO TRIGONOMETRY.. 165

ANEXO I – SUJESTÕES DOS MESTRANDOS QUANTO AO USO DO TUC 179

ANEXO J - TERMO DE LIVRE CONSCIENTIMENTO 180

INTRODUÇÃO

O presente trabalho com o título “Os registros de representação semiótica a partir do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática”, faz parte da linha de pesquisa em Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática do Curso do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre – MPECIM/UFAC.

A pesquisa ocorreu nas turmas do 3º, 4º e 5º períodos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, no âmbito das disciplinas CCET 341 - *Prática de Ensino de Matemática III* (PEMIII), CCET 342 - *Prática de Ensino de Matemática IV* (PEMIV) e CCET 348 - *Informática Aplicada ao Ensino de Matemática*, no período de setembro de 2018 a junho de 2019, com vinte e oito discentes, dos quais treze foram os colaboradores da pesquisa, nomeados como Professor Colaborador, os quais foram Aline Ferreira, Laiane Muniz, Beatriz Melo, Djessica Silva, Marcelo Mendes, Pâmela Pereira, Sidney Lima, Talita Matias, Vitória Henrylla, Jonatas Peralta, João Ferreira de Lima Neto, Keila Bezerra da Silva e Agnaldo Souza.

Em relação à estrutura curricular do curso de licenciatura em matemática da UFAC, convém salientar que a partir da Estrutura Curricular do Ano de 2012, foram incluídas as disciplinas de *Práticas de Ensino de Matemática* I, II, III e IV (270 horas) e *Informática Aplicada ao Ensino de Matemática* (60 horas), como uma forma de ampliar a prática pedagógica do Professor em Formação Inicial (FP)[1], com práticas que atendam as demandas da contemporaneidade. Com os FP foram realizadas a produção de videoaulas com o uso do aplicativo *V Record* para dispositivos móveis[2], o aplicativos: *Trigonometry Unit Circle* – Círculo Trigonométrico Unitário; *Graphing Calc – Geogebra 2D*; apresentações com o aplicativo *Photomath*[3] (resolução de equações trigonométricas) e a elaboração do material didático *círculo trigonométrico unitário adaptado em relevo*, construído com papel A4, agulhas e linhas, régua e compasso para a participação de estudantes com deficiência visual nas aulas.

Como referencial teórico nos ancoramos em Duval (2011), que aborda a teoria dos registros de representações semióticas para o ensino de Trigonometria; Prado (2009-2010) com

---

[1] O percurso por meio do qual o professor adquire os conhecimentos especializados necessários à docência qual tem sido subdividido em uma fase pré-profissional, desenvolvida por meio da vinculação a cursos universitários que lhe conferem a licença para o magistério (formação inicial). (BASTOS; NARDI, p. 26).

[2] Aplicativo *V RECORD – Screen Recorder* – Gravador de tela para dispositivos móveis, disponível no *Play Store*. Acesso em: 15 set. 2010.

[3] *Photomath*, disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.microblink.photomath>. Acesso em set. 2019.

sua reflexão sobre a reconstrução da prática pedagógica do professor com a integração das mídias; em Borba, Silva e Gadanidis (2015) que discorrem sobre as quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.

Como problema de pesquisa buscamos responder: Como os usos dos registros de representação semiótica possibilitam a aprendizagem de trigonometria a partir do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática?

Quanto a abordagem metodológica de ensino nos ancoramos em Artigue[4] (1988) com a metodologia da Engenharia Didática e suas quatro fases: *Análises preliminares*; *Concepção e análise a priori*; *Experimentação* e, por fim a *Análise a posteriori e validação*.

Vale ressaltar, a presente pesquisa tem foco em uma problemática atual, no uso de recursos tecnológicos em sala de aula, sendo que devemos ter em mente que os avanços dos recursos tecnológicos vêm propiciando uma verdadeira revolução na forma de agir e pensar da sociedade contemporânea, proporcionando mudanças sociais, culturais e econômicas, sugerindo novas e variadas formas de ensinar e aprender.

Assim, para estar inserido no contexto educacional atual, o professor pode valer-se do ferramental tecnológico disponível, diversificando recursos de modo a dar melhor significado ao aprendizado.

O professor e pesquisador do programa de Pós-graduação em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas (PPGECC/FEBF/UERJ), Ivan Amaro, em seu texto “Tecnologias digitais e formação de professores: superando desafios, construindo possibilidades”, “aponta o papel que as tecnologias da informação e comunicação têm assumido, principalmente, na organização de movimentos sociais contemporâneos” (AMARO; SOARES, 2016, p. 15)

Segundo Amaro e Soares (2016, p. 16), a nova realidade escolar exige uma reflexão a respeito de como conceber a escola, a sala de aula, o trabalho do professor e a suas formação, sendo que devem ser combinados princípios do campo teórico e prático, afim de criar uma "rede de interações epistemológicas e de formação" para que esses ajudarem na formação de uma referência consistente, numa reflexão crítica e na prática interdisciplinar e utilização de instrumentos tecnológicos digitais, como recursos na vida docente.

[4] Michèle Artigue - educadora matemática francesa, responsável pelo desenvolvimento e descrição da metodologia da engenharia didática. (ARTIGUE, 1988).

Vemos as exigências do contexto atual citadas por Amaro e Soares (2016) como um processo natural na vivência escolar, no qual a escola pode ser entendida como um organismo vivo, tal qual o ser humano, a quem atende, e que para acompanhar a dinâmica da sociedade pode criar e valer-se das mais modernas tecnologias de ensino.

Isso nos remete a Freire (2013, p. 30) quando coloca que "não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino". E assim entendemos. O professor é um eterno pesquisador. Pesquisador de novos métodos, técnicas e materiais que melhor deem significado ao que ensina.

Nos ensina Pereira (2012, p. 22) que para que a aprendizagem seja significativa não basta adquirir novos conhecimentos, é necessário julgá-los de maneira crítica para saber o que fazer com os mesmos. Entendemos que, neste contexto o professor tem papel fundamental na condução e na estimulação do pensamento crítico.

Conclui Amaro e Soares (2016, p. 16) que "devemos pensar em práticas que articulem os dispositivos da rede, construam e fortaleçam a rede de interação na perspectiva de pensar e vivenciar experiências emancipatórias".

Assim, entendemos que esta pesquisa favorece a "rede de interação" e estimula "experiências emancipatórias" quando trabalha, por exemplo, a produção de conteúdo por meio de videoaulas.

Ao longo da graduação do curso de Licenciatura em Matemática realizada do ano de 2000 a 2005, pude[5] observar a escassez de recursos tecnológicos, aplicados ao ensino. Além disso, durante a minha pós-graduação *Lato Sensu* na área de Tecnologia da Informação[1], observei o uso de poucos recursos tecnológicos, mesmo dos que estavam disponíveis aos professores. Isto me despertou o interesse em descobrir os fatores que contribuíram para o uso restrito destes.

No ano de 2005, após a conclusão da graduação, iniciei minha experiência com a docência em cursos na área de tecnologia, onde observei grandes vantagens no uso de recursos tecnológicos como: *notebook*, que pela sua portabilidade facilitava o transporte dos conteúdos das aulas; *datashow*, que por projetar o conteúdo proporcionava mais dinâmica às aulas, reservando mais tempo à explicação dos conteúdos. Já a *internet*, que dentre uma série de vantagens propiciava a pesquisa, foi capaz de auxiliar, sanando rapidamente uma dúvida, quer para a pesquisa dos discentes, ou ainda, para a resolução dos exercícios propostos em sala.

No entanto, todo este aparato tecnológico em nada pode contribuir para a aprendizagem, caso os professores não tenham oportunidade e dedicação para conhecer o funcionamento

[5] Os verbos que aparecem em primeira pessoa fazem referência a trajetória acadêmica e profissional do autor, bem como as suas percepções ao longo desse percurso.

destes. É importante que possam os mesmos fazer uso de forma racional, explorando as potencialidades dos recursos tecnológicos de modo a favorecer o aprendizado e não, simplesmente, automatizar as atividades.

As formas de ensinar e aprender estão modificando-se rapidamente com o uso das diversas mídias digitais. As tecnologias para o ensino e aprendizagem se multiplicam e a cada dia atraem cada vez mais adeptos. A nós, professores, cabe buscar, compreender e se inserir neste movimento que se fortifica em função do tempo e do trabalho investido em seu desenvolvimento.

Para Dullius e Quartieri (2015) o uso de aplicativos computacionais no ensino de matemática pode despertar nos alunos o interesse e a motivação para aprender matemática. O mesmo pode ainda facilitar a compreensão dos conteúdos, como a visualização em geometria, o compartilhamento de informações, a colaboração no trabalho em grupo, ajudando a desenvolver criatividade e a imaginação.

Esta pesquisa inicialmente foi intitulada *O uso das TICs como Ferramentas no Ensino de Matemática*, cujo objetivo era descrever e analisar, principalmente nas escolas da rede pública, como professores e alunos estavam fazendo uso de recursos de tecnologia da informação e comunicação como: *smartphones, tablets*, computadores, calculadoras científicas, *internet*, dentre outros, em suas práticas pedagógicas. Juntos seriam analisados os motivos que o levaram ao uso ou não destas tecnologias, para daí partirmos para uma proposição de algum e/ou alguns recursos tecnológicos que pudessem estar contribuindo na prática pedagógica.

No entanto, reconhecemos a amplitude do tema e o exíguo tempo que temos para a pesquisa, por este motivo, restringimos nossa pesquisa para uso de aplicativos para dispositivos móveis que pudessem potencializar o ensino e o aprendizado de trigonometria.

Neste intuito, em conjunto com a minha orientadora a Dra. Salete Chalub, direcionamos o mesmo para: *Os registros de representação semiótica a partir do aplicativo Trigonometry Unit Circle em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática*.

Em busca de responder ao problema a ser investigado, estabelecemos algumas questões norteadoras:

- É possível ensinar/aprender trigonometria por meio de dispositivos móveis?
- Há aplicativos prontos para dispositivos móveis que possam auxiliar no ensino/aprendizagem de trigonometria?
- Como está a aceitação dos professores quanto ao uso das tecnologias móveis no ensino de trigonometria?

- É possível ensinar/aprender trigonometria por meio de outras tecnologias alternativas a aplicativos para dispositivos móveis?

A pesquisa teve como objetivos:

Objetivo Geral:

Investigar as potencialidades do uso dos registros das representações semióticas por meio do aplicativo TUC no ensino da Trigonometria para licenciandos em Matemática.

Objetivos Específicos:

- Descrever a intervenção pedagógica executando as ações propostas e planejadas com o uso do aplicativo *Trigometry Unit Cicle;*
- Refletir as potencialidades do aplicativo TUC no ensino e aprendizagem da Trigonometria;
- Analisar como os futuros professores fazem uso das tecnologias em sua prática pedagógica.

Com o objetivo de responder ao problema da pesquisa e suas questões, o texto foi organizado em quatro capítulos a seguir:

CAPÍTULO 1: Início da pesquisa - Pressupostos teóricos - escolha do tema

Nesta seção explicitamos os fatores motivacionais à escolha do tema e explanaremos as tecnologias utilizadas.

Neste foram abordados os seguintes tópicos:

- O *Trigonometry Unit Circle*;
- O *Geogebra*;
- O material manipulável com linhas e agulhas;
- Pressupostos teóricos - escolha do tema;
- Investigando sobre trigonometria - a trigonometria na educação básica;
- O uso das tecnologias no ensino de trigonometria;
- As representações semióticas.

CAPÍTULO 2: Experiência acadêmica

Nesta seção mostramos como se deu o percurso desta pesquisa, relatando a:

- Vivência no curso de mestrado (Contribuições das aulas na pesquisa);
- Participação em eventos científicos com o tema da pesquisa;
- Participação em outros eventos.

CAPÍTULO 3: Metodologia da pesquisa – engenharia didática

Na referida seção foram abordados os seguintes tópicos:

- Fase 1: Análise Preliminar
  - Oficina de Intervenção - observação no (MPECIM)
  - Oficina de Intervenção - observação no CAP
- Fase 2: Análise *A priori*
  - Oficina de Intervenção - observação com FP em Matemática.
  - Aqui descrevemos e analisamos o trabalho desenvolvido pelos colaboradores, que são as aulas aplicadas com base nas que sugerimos.
  - Descrevemos e analisamos o formulário aplicado aos colaboradores da pesquisa.

CAPÍTULO 4: Intervenções pedagógicas

Nesta última seção apresentamos o resultado das entrevistas realizadas com alguns dos colaboradores e, por fim, a ***análise a posteriori***, onde analisamos os dados obtidos ao longo da pesquisa onde, de acordo com Machado (2002) é a fase da engenharia didática que é ancorada em um conjunto de dados obtidos no decorrer da experimentação através da observação do pesquisador, por gravação ou por escrita.

- Fase 3: Experimentação
- Elaboração de sequências didáticas pelos colaboradores da pesquisa;
- Elaboração de videoaulas pelos colaboradores da pesquisa (FP);
- Transcrição dos vídeos elaborados pelos colaboradores da pesquisa (FP);

- Fase 4: Análise a *Posteriori*
- Análise dos dados oriundos do formulário de pesquisa aplicado aos (FP)
- Análise da avaliação da aula com a professora da disciplina.

O Produto educacional resultante desta pesquisa é um *blog*[6] com videoaulas e sequências didáticas elaboradas pelos colaboradores no âmbito das disciplinas de Prática de Ensino de Matemática IV e Informática Aplicada ao Ensino de Matemática, ministradas pela Profa. Dra. Salete Bandeira.

Este *blog* foi desenvolvido pelos autores da pesquisa utilizando-se a ferramenta *Blogger* do *Google*, e tem como título: *Possibilidades didáticas com uso o aplicativo Trigonometry Unit Circle*.

O endereço para acesso é:

https://professorjaneonascimento.blogspot.com/2019/05/pesquisa-em-ensino-de-ciencias-e.html.

O *blog* pode ser acessado também utilizando o *QR code*[7] (Figura1).

Figura 1 - QR code de acesso ao blog.

Fonte: O autor (2019).

O uso de *QR code* é uma tendência tecnológica da atualidade para dar acesso as obras nos meios eletrônicos (s*martphones, tablets* e computadores). Assim sendo, disponibilizamos o acesso ao produto educacional deste projeto, o blog, por meio desta tecnologia.

6 Os *weblogs* ou *blogs*, na sua versão abreviada, é uma página da *Web* cujas atualizações (chamadas *posts*) são organizadas cronologicamente de forma inversa (como um diário), baseiam-se no sistema de microconteúdos e na atualização quase que diária dos mesmos (FARIAS; FREIRE E SILVA 2012, p. 24).

7 O *QR Code* consiste de um gráfico 2D de uma caixa preto e branca que contém informações pré-estabelecidas como textos, páginas da internet, SMS ou números de telefone. Este conteúdo pode ser lido por meio de aparelhos específicos para este tipo de código ou de aplicativos instalados em celulares. Neste caso, a câmera do aparelho é usada para fazer a leitura do código. Para que serve o *QR Code*? Atualmente, o *QR code* é mais usado pela mídia impressa (revistas, panfletos, outdoors e outros). Revistas publicam códigos QR para que leitores acessem em seus celulares e computadores algum conteúdo extra relacionado às matérias (COELHO, 2013).

CAPÍTULO 1: INÍCIO DA PESQUISA

Neste capítulo abordamos os fatores que motivaram a pesquisar sobre o uso de aplicativos para dispositivos móveis no ensino de trigonometria, bem como o que nos levou a escolha do tema, as tecnologias inicialmente utilizadas e as adotadas ao longo da pesquisa, explanando sobre cada uma delas e contextualizando-as dentro da teoria das representações semióticas e abordando a sua aplicação seguindo a metodologia da engenharia didática. Assim, tratamos de assuntos como: O *Trigonometry Unit Circle*, o *Geogebra*, o material manipulável com linhas e agulhas, pressupostos teóricos - escolha do tema, investigando sobre trigonometria - a trigonometria na educação básica, o uso das tecnologias no ensino de trigonometria e as representações semióticas.

1.1 O TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE

Para Lorenzato (2009, p. 18), o material didático é "qualquer instrumento útil ao processo ensino-aprendizagem, que pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeças etc." Entendemos que o professor deva fazer uso de materiais didáticos diversos e que busque o domínio de seus usos no intuito de significar o aprendizado.

Considerando que a trigonometria é uma disciplina considerada por muitos de difícil assimilação, partimos, no presente trabalho, da hipótese que o uso de aplicativos para dispositivos móveis como recurso facilitador de aprendizagem no ensino de trigonometria nas escolas públicas de Rio Branco-AC é incipiente.

Assim, escolhemos como elementos pedagógicos em nossa pesquisa os aplicativos: *Trigonometry Unit Circle*, *Geogebra* para PC, além de dispositivos móveis e o material manipulável com linhas e agulhas.

O *Trigonometry Unit Circle* (figura 1) é um aplicativo desenvolvido pela empresa *Amra Studio*, com fim acadêmico, para o ensino de Geometria e Trigonometria. O *app* tem como finalidade a compreensão visual da geometria e das funções trigonométricas, bem como, cálculo de seno, cosseno, tangente, cotangente, secante, cossecante, graus e radianos. Podemos encontrar neste as seguintes fórmulas e identidades trigonométricas: simetria, turnos, periodicidade, identidades básicas, soma e diferença dos ângulos, ângulo triplo, semiângulo, funções de soma e diferença, multiplicação de funções, abaixamento da fórmula grau, derivadas e integrais das funções trigonométricas, e ainda podemos mover o ponto para definir o ângulo e funções e tocar no centro do círculo para determinar o ângulo exato.

Figura 1 - Tela do *Trigonometry Unit Circle* na *Play store*

Fonte: Amra Studio (2019).

O aplicativo pode ser baixado da *Play Store* para *android* no endereço: https://play.google.com/store/apps/details?id=processing.test.trigonometrycircleandroid&showAllReviews=true.%20Acesso%20em%2009%20de%20Jul%202019. Acesso 20 de Julho de 2019.

1.2 O *GEOGEBRA*

O *Geogebra* é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote, fácil de se usar. Criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula, o *Geogebra* se tornou um líder na área de *softwares* de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática[8].

O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Portanto, o *Geogebra* é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Com isto, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as

[8] (https://www.geogebra.org/about. Acesso em 21.07.2019)

características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. A partir da versão 5.0 também é possível trabalhar com geometria em três dimensões[9].

1.3 O MATERIAL MANIPULÁVEL COM LINHAS E AGULHAS

As professoras Adriana Scussel e Karine Luiz Calegário Mrotskoski, percebendo a complexidade em ensinar trigonometria, decidiram desenvolver um material manipulável com uma folha de papel, três barbantes de cores diferentes, três agulhas, régua, transferidor, compasso e tesoura, com isto construíram uma forma didática de apresentar conceitos fundamentas da matéria. Este material foi apresentado na VI Feira Nacional de Matemática que ocorreu no mês de maio de 2018 na UFAC.

1.4 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS - ESCOLHA DO TEMA

O conteúdo de trigonometria é estigmatizado por muitos como sendo difícil e chato. Cabe ao professor se valer de estratégias e recursos tecnológicos tais como: aplicativos para celular, jogos educativos, redes sociais, computação em nuvem, software matemáticos, como *Trigonometry Unit Circle*, o *Geogebra*, dentre outros, que possam contrapor estes conceitos e contribuir no processo ensino-aprendizagem. Neste sentido, concordamos com Carneiro ao defender que:

> Uma tecnologia educacional como o computador, por meio do recurso de redes interativas, favorece novas formas de acesso à informação, à comunicação e amplia as fontes de pesquisa em sala de aula. Por meio do computador, professores e alunos podem ampliar o conhecimento do conteúdo disciplinar, via exploração de alguns softwares educativos, construir seus produtos e compartilhá-los com outros indivíduos (CARNEIRO, 2004, p. 66).

Análogo ao mencionado temos os dispositivos móveis que também podem contribuir para ampliar o conhecimento de conteúdos como trigonometria, haja visto que os celulares estão presentes tanto no dia a dia de alunos e professores, bem como, no ambiente escolar, podendo serem utilizados como ferramentas de aprendizagem, pois:

Acreditamos que esta visualização geométrica e gráfica é facilitada com o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*, nas aulas de trigonometria, sendo este o pressuposto teórico desta pesquisa.

---

[9] (https://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra. Acesso em 21.07.2019)

> A aprendizagem da matemática suscita problemas de compreensão que não encontramos nos outros domínios do conhecimento. As dificuldades globais e recorrentes estão associadas à resolução de um problema, ao raciocínio, a visualização geométrica, à visualização gráfica.
> Para entendermos as razões profundas dessas dificuldades, não é suficiente olharmos para aqueles que as sentem, ou para aqueles que não conseguem resolvê-las, ou para as tarefas e problemas que lhes passamos. Precisamos primeiro nos interrogar sobre o que é o conhecimento matemático e sobre o que pode ter de diferente em relação aos outros tipos de conhecimento (DUVAL, 2011, p. 15).

"Existem muitas representações possíveis para o mesmo objeto. Diferentemente do objeto, suas representações mudam ao mesmo tempo, segundo os pontos de vista considerados e os utilizados para produzir uma representação" (DUVAL 2011, p. 15).

Nos ensina Bandeira (2015, p. 180) que "é importante e útil aproveitar, sempre que possível, mais de um canal sensorial de acesso ao cérebro".

"Além do processamento verbal, usar os processamentos auditivo, tátil, visual ou mesmo o olfato e a gustação", são importantes e úteis, bem como fazer uso de "figuras, imagens de vídeo, música e lembrar de práticas que envolvam o corpo etc." (COSENZA; GUERRA, 2011, p. 63).

Assim, entendemos que os autores supracitados corroboram com Duval (2013) quando nos ensinam que "o indivíduo precisa trocar espontaneamente de um registro de representação para outro a fim de aprender determinado conceito matemático". Partindo destes pressupostos, nesta pesquisa fizemos uso de diversos recursos tecnológicos no intuito de representarmos de forma diferente o mesmo conteúdo.

Além do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* para dispositivos móveis, representamos os conteúdos de trigonometria que atualmente são trabalhos do ensino fundamental, médio e superior, por meio de aplicativos para computadores (*Geogebra*), materiais táteis (multiplano) Ferronato (2002); adaptações em relevo no *Geogebra*, Bandeira (2015) e construções do círculo trigonométrico adaptados com o uso de linha, agulha, barbantes, régua, compasso e papel A4, Scussel (2016).

De acordo com Dullius e Quartieri (2015, p.10) "nos últimos anos surgiram inúmeras recomendações no sentido de integrar as tecnologias na sala de aula, o que fomentou ações de formação e desenvolvimento profissional dos professores".

As pesquisas de Ferronato (2002), Dullius e Quartieri (2015), Bandeira (2015) e Scussel (2016) convergem para o ensino da trigonometria nas aulas de matemática. Assim, buscamos representar de várias formas o mesmo conteúdo e analisamos as diferentes formas de registro, por entendermos que estas proporcionam múltiplas percepções aos colaboradores desta pesquisa (FP) e o seu público, os alunos.

Nas secções seguintes, podemos observar como este processo foi conduzido, como se deram as aplicações das atividades propostas e, posteriormente a análise e conclusões extraídas destas pesquisas.

A seguir apresentamos das principais características do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

Na figura 2 apresenta a tela inicial do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*, descrevendo os seus elementos. Nesta tela trabalhamos com os FP as principais funcionalidades do aplicativos, mostrando a eles/elas o menu principal, onde encontramos as opções de gráfico, funções, fórmulas, dentre outras. Também estão presentes nesta tela o menu preferências, onde podemos selecionar, seno, cosseno, tangente, secante, cossecante, cotangente, comprimento de arco, dentre outros.

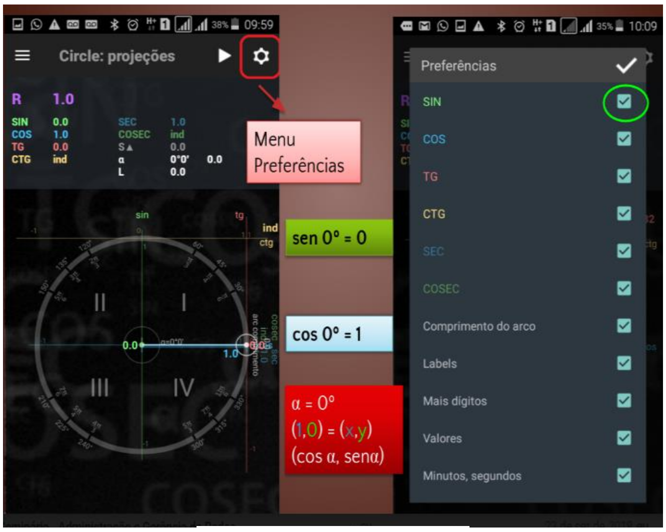
Ainda podemos identificar nesta imagem o botão *play* cuja finalidade é animar um ponto que percorre todo o círculo. Outros elementos importantes desta imagem são os quadrantes, que são as quatro partes nas quais está dividido o círculo. Destaca-se também nesta tela os eixos dos senos (vertical em verde), dos cossenos (horizontal em azul), e caso tivéssemos deixado marcado no menu preferências as demais razões, estas também estariam aparecendo em suas respectivas cores.

Figura 2 – Tela inicial do aplicativo.

Fonte: Os autores (2018).

Na figura 3 apresentaremos algumas funcionalidades do aplicativo:

Figura 3 – Funcionalidades do aplicativo.



Fonte: Os autores (2018).

Nesta tela podemos mostrar para à turma as funcionalidades do *menu* Preferências, explicando o que é cada uma das opções que aparecem nesta imagem e solicitando que deixassem marcado somente as que iriamos trabalhar no momento. Podemos identificar nesta imagem que cosseno e seno podem ser registrados como coordenadas (x, y), respectivamente.

Tal situação nos remete a Duval (2011, p. 18) que afirma que "a atividade de representação de um mesmo objeto tem origem na variedade de sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir as representações".

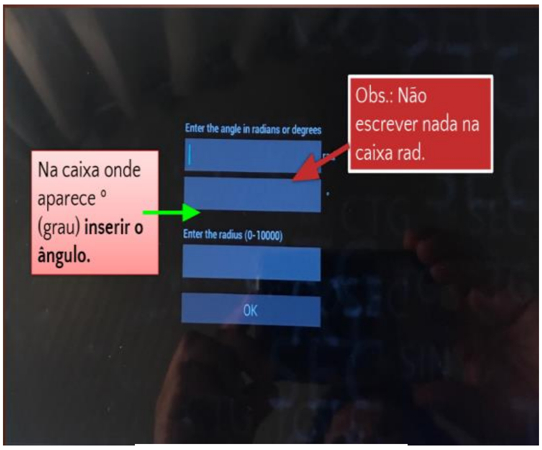
Dullius e Quartieri (2015, p., 11), neste sentido, afirmam que

> No ensino e aprendizagem de matemática, ao falarmos de recursos, a primeira imagem que nos ocorre é geralmente a do manual escolar e em seguida surgem os manuais manipuláveis, tais como réguas e compasso ou quadro e giz. Mais recentemente entraram no ambiente escolar, e numa visão de escola projetada para o futuro, outros recursos – os recursos tecnológicos – como computadores, *tablets*, celulares, quadros interativos, entre outros, que a cada momento vão se multiplicando e evoluindo. Ao mesmo tempo, assistimos ao desenvolvimento de inúmeros produtos, como programas, pacotes e aplicativos digitais, especificamente pensados para a aprendizagem matemática, alguns dos quais já hoje amplamente conhecidos, uns de acesso aberto e outros comercializados.

Bem como os autores, vemos que os recursos tecnológicos estão a cada dia "invadindo" o ambiente escolar, à medida que os custos com equipamentos ficam mais acessíveis e que a produção de *software* cresce. Assim sendo, podemos encontrar nas *stores* diversos aplicativos que estão à disposição dos professores de Matemática, muitos deles de modo gratuito. Neste cunho aproveitamos fazer a conexão com um dos objetivos desta pesquisa que foi sugerir aos professores que conheçam e façam uso destes aplicativos para que fomente junto aos seus alunos um olhar tecnológico à matemática de modo a “transformar as representações semióticas” (DUVAL 2011, p. 58).

Na figura 4 mostramos aos FP uma segunda forma de se obter o valor de um ângulo em ***rad*** a partir do seu correspondente em ***graus***.

Figura 4 – Escolha dos ângulos.



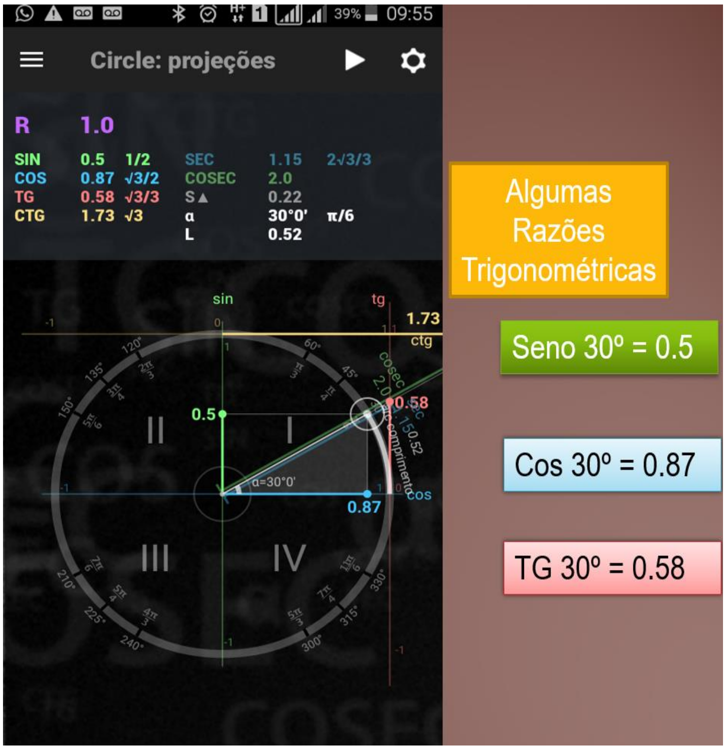
Fonte: Os autores (2018).

Uma das primeiras atividades propostas ao FP foi que obtivem os valores de seno, cosseno e tangente para os ângulos notáveis (os principais), movimentando o ponto no *app* e conduzindo-o com o dedo até em cima do ângulo correspondente. E assim eles fizeram. A partir da experiência vivida nesta atividade, eles perceberam que não era uma tarefa muito fácil, com o movimento do dedo na tela do aplicativo deixar o ponto exatamente em cima do ângulo desejado.

Insatisfeitos com a forma de localizar o ângulo e a inexatidão geralmente obtida, buscaram no aplicativo outra forma de se chegar a valores exatos. E assim descobriram que ao clicar no centro da circunferência o abria-se uma janela (figura 5) que possibilitava a inserção do valor do ângulo em grau e o aplicativo mostra o seu correspondente em radiano, e caso os campos: SIN, COS, TG, CTG, SEC e COSEC estejam selecionados no menu preferências os valores destas razões para o ângulo dado serão exibidos na tela.

Na figura 5 trabalhamos os valores de seno, cosseno e tangente para o ângulo de 30º: A figura 5 traz uma tela do *app* que pode ser visualizada a partir da figura 4, onde o aluno após inserir o valor do ângulo em graus o aplicativo exibe os valores para seno, cosseno e tangente, de acordo com as opções escolhidas no menu preferências, neste exemplo, o ângulo escolhido foi o de 30º.

Figura 5 – Algumas razões trigonométricas.



Fonte: Os autores (2018).

> Toda representação heurística das figuras na resolução de problemas, toda explicação de uma propriedade geométrica com a ajuda de figuras ou mesmo, para algumas, com manipulação de material, toda articulação do enunciado de propriedades com uma figura para justificar ou demonstrar uma conjectura dependem inteira e exclusivamente de dois tipos de operações figurais próprios das figuras em geometria, quais sejam: 1. Transformação de unidades figurais (2D/2D ou 3D/3D) em outras de mesma dimensão e 2. Desconstrução dimensional. (DUVAL, 2011, p. 90).

Pelo que podemos verificar na figura 5 uma das transformações figurais possíveis seria a composição dos dois triângulos retângulos formados quando calculamos o seno de 30º formando um retângulo a partir da hipotenusa (que é o maior dos lados de um triangulo retângulos, oposto ao ângulo reto), dos catetos (que são os dois lados que forma o ângulo reto) e suas projeções.

Na figura 6 trabalhamos as razões trigonométricas fundamentais, seno, cosseno e tangente.

Ao apresentarmos a tela do aplicativo correspondente à imagem da figura 7 aos FP, mostramos a eles que podemos utilizar o *Trigonometry Unit Circle* para apresentarmos de forma didática aos alunos as razões seno, cosseno e tangente. O aplicativo traz, como podemos perceber na imagem, os catetos destacados na cor correspondente a razão. Por exemplo: A razão Seno (em verde), corresponde ao cateto oposto (em verde) dividido pela hipotenusa (em lilás).

Figura 6 - Relação com o triângulo retângulo.

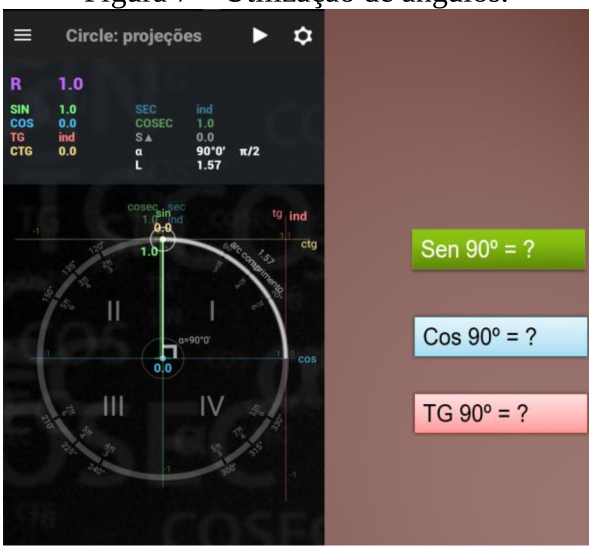
Fonte: Os autores (2018).

Entendemos o professor como um organismo vivo e dinâmico que a cada tecnologia que lhe é oferecida como recurso didático de “repensar os métodos” de aprendizagem. Quanto ao propósito, entendemos que a matemática pela sua abrangência e aplicações deva ter seus currículos melhores alinhados com o propósito de cada curso. Dullius e Quartieri (2015, p.14).

> Defendem que as tecnologias são um recurso indispensável, mas que deve ser integrado na sala de aula de forma adequada e que as mudanças impostas pelo uso pedagógico das tecnologias na sala de aula correspondem a: repensar os métodos e propósitos da aprendizagem da matemática; equacionar o papel do professor e dos alunos na sala de aula; reconsiderar a natureza das atividades a realizar e investir na organização e na gestão.

Na figura 7 sugerimos uma atividade aos FP para que encontrassem no círculo o seno, o cosseno e a tangente do ângulo de 90º:

Figura 7 – Utilização de ângulos.



Fonte: Os autores (2018).

Esta atividade teve por objetivo a exploração do uso do *app* de modo a estimular a percepção do aluno sobre qual o valor de uma razão em relação a outra quando têm o mesmo ângulo.

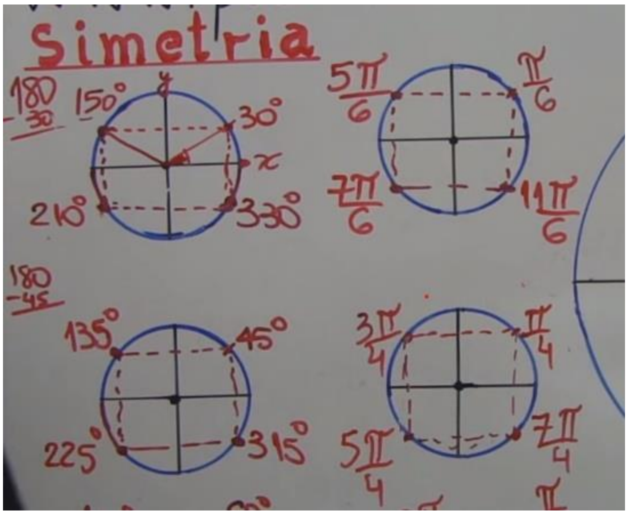
Ao analisarmos a figura 8 podemos percebe uma série de características que podem ser trabalhadas com os alunos entre elas questões de simetria.

Segundo Alvarenga (2002 p. 448)

> o conceito de simetria pode ser utilizado para exploração e construção de formas, sejam rodas, frisos ou portões. Vale destacar a importância da clareza de que a ideia de simetria está de algum modo entrelaçada às transformações geométricas, especificamente às isometrias.

Na figura 8, temos as simetrias dos principais ângulos notáveis no ciclo trigonométrico unitário, trabalhado por Real (2018) em seu canal do *youtube* (pô bichô matemática).

Figura 8 - Simetria no Ciclo Trigonométrico.



Fonte: Adaptado de Real (2018).

A videoaula de Real (2018) sobre simetria foi trabalhada com os colaboradores no âmbito da disciplina *Informática Aplicada ao Ensino de Matemática*, em setembro de 2018, como conteúdo complementar da aula dada pelo pesquisador, onde ao final foi possível trabalhar a atividade que consta no (APÊNDICE F) e sua resolução como consta no ANEXO G.

Para Duval (2011, p.92) “o simples conhecimento perceptivo das figuras pode ser uma ajuda ou, ao contrário, um obstáculo para resolver um problema. Isso depende do problema, isto é, das hipóteses escolhidas, de sua formulação verbal e da questão colocada”.

1.5 INVESTIGANDO SOBRE TRIGONOMETRIA - A TRIGONOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Trigonometria é uma palavra de origem grega cujo significado deriva de *TRI* (três), *GONO* (ângulos) e *METRI* (medida). Para a matemática, a trigonometria é o ramo que estuda a relação entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo.

> Hoje, para medir grandes distâncias, os cientistas dispõem de instrumentos poderosos: lunetas gigantescas, satélites, raios *laser* etc. Mas os matemáticos da antiguidade eram capazes de fazer medições semelhantes, obtendo resultados que até hoje nos assombram pela sua exatidão. Para tanto, aliavam a habilidade matemática a uma ideia simples, porém brilhante: a semelhança de triângulos. (GUELLI, 2006, p. 19).

A trigonometria é o ramo da matemática que trouxe grandes contribuições ao progresso da humanidade, auxiliando ao homem compreender melhor o céu, com suas aplicações na astronomia, a terra, colaborando com as engenharias e a física e a água, com a sua colaboração com as ciências náuticas, possibilitando a humanidade transitar no planeta não só pela água como pelo ar, dentre diversas outras aplicações em outros ramos das ciências. “A trigonometria, como outros ramos da matemática, não foi obra de um só homem – ou nação” (BOYER, 2003, p.108).

No quadro 1 temos a aplicação de conceitos trigonométricos para o cálculo da altura de grandes edifícios a partir de outro objeto de altura conhecida ou mais fácil de calcular, no exemplo, a altura de um edifício a partir da sombra produzida por este e a produzida por uma árvore de 2,5m de altura, onde, por semelhança de triângulo e aplicando o teorema de Pitágoras, é possível chegar à altura de um grande edifício.

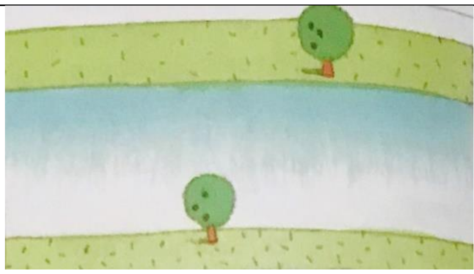
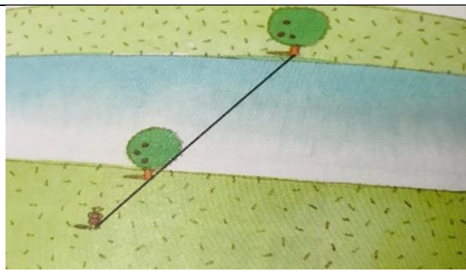
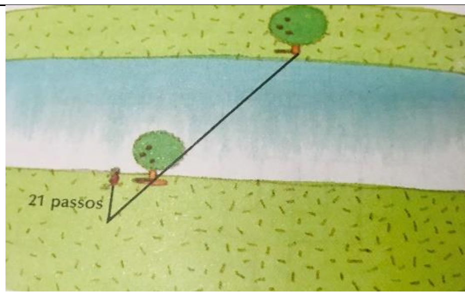
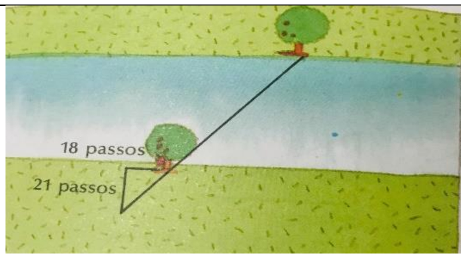
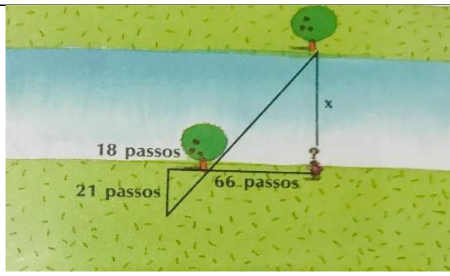
O método é conhecido desde da antiguidade. O homem na busca de compreender o universo em que vive começa a mensurar e com isso a desenvolver tecnologias que colaborem com isso.

Algumas literaturas registram que a trigonometria se desenvolveu principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a. C. “Foi com os gregos que foram encontrados os primeiros estudos sistemáticos de relação sobre ângulos (ou arcos) num círculo e os comprimentos das cordas que os subentendem” (BOYER, 2003).

A proposição de Aristarco fundamentou o Heliocentrismo de Copérnico, que é o modelo matemático que coloca o Sol no centro do universo. “Aristarco de Samos, propôs um sistema heliocêntrico, antecipando-se a Copérnico por mais de um milênio e meio, e por volta de 260 a.C. escreveu o seu tratado sobre os tamanhos e a distância do Sol e da Lua” (BOYER, 2003,

p. 109). Já "Erastóstenes de Cirene, é lembrado, especialmente, pela sua medida da terra, ao observar o posicionamento do Sol nas cidades de Siene e Alexandria, verificou que o Sol lançava uma sombra indicando que a distância angular do Sol ao zênite era um cinquentavos de um círculo (BOYER, 2003, p. 110).

Quadro 1 – Contribuição da trigonometria - calculando a largura de um rio por semelhança de triângulos.

Para calcular a largura de um rio, Marta observa as duas árvores, uma em cada margem	
Em seguida, Marta situa-se a uma certa distância da árvore mais próxima e de tal forma que ela esconde a outra.	
Marta caminha então para o rio, perpendicularmente a ele, e conta 21 passos até a margem.	
Vai depois até a árvore, contando 18 passos.	
E continua a caminhar na mesma direção, até ficar em frente à árvore da outra margem. Nesse trecho Marta contou 66 passos. Aplicando o teorema de pitágoras em ambos os triangulos Marta pode calcular a distância de uma marge a outra do rio.	

Fonte: Oscar Guelli (2006).

Outro filósofo, "Hiparco de Nicéia, é conhecido como o pai da trigonometria, pelo que se presume ser a primeira tabela trigonométrica (por volta de 180-125 a.C), tabulando valores correspondentes do arco e da corda para toda uma série de ângulos" (BOYER, 2003, p. 110).

Uma reflexão nós proporciona a parábola da águia. A águia é a ave de maior longevidade da sua espécie, chega a viver 70 anos. Mas para chegar a esta idade, por volta dos 40 anos, deve tomar uma decisão séria e difícil. Aos 40 anos suas unhas estão encravadas e flexíveis, não lhe permitindo segurar suas presas, das quais se alimenta. Seu bico longo e pontiagudo se curva, apontando contra seu peito, suas asas estão envelhecidas e pesadas, e suas penas grossas, tornando o voo quase impossível.

Então a águia tem somente duas alternativas: morrer ou enfrentar seu doloroso processo de renovação que durará 150 dias. Esse processo consiste em voar até o alto de uma montanha e ficar em um ninho perto de um paredão, onde não tenha necessidade de voar. Depois, ao se instalar nesse lugar, a águia começa a bater com seu bico no paredão até conseguir arrancá-lo.

Depois de arrancá-lo, espera o crescimento de um novo, com o qual arrancará uma a uma as suas unhas e começará a tirar as penas velhas. Depois de cinco meses sai para o famoso voo de renovação, que lhe dará mais 30 anos de vida. (Parábola adaptada do *site* Jornal o Resumo[10].

> Essa conhecida fábula foi escolhida para ilustrar o contexto em que ocorre o processo de mudança e inovação que muitas vezes precisa ser adotado pelas instituições educativas em relação às práticas pedagógicas realizadas nas últimas décadas; pois a presença inegável da tecnologia em nossa sociedade é fator determinante para a sua presença na escola. Porém não se pode levar para a sala de aula qualquer novo equipamento tecnológico que a sociedade produza sem refletir sobre seu potencial pedagógico. As práticas educativas, que hoje se encontram baseadas em princípios teóricos dissociados do momento sócio-histórico em que vivemos necessitando passar pelo processo de renovação radical como o enfrentado pela águia, com o propósito de oferecer um significado real e concreto para os estudantes e professores. (OKADATA et al., 2016, p. 21).

Assim como a águia os professores precisam estar renovando-se em conhecimento, materiais e técnicas de ensino, pois "a pesquisa acadêmica tem a insubstituível função de acompanhar e expandir a fronteira do conhecimento, além de treinar jovens para a atividade de prospecção, absorção e difusão do conhecimento" (DA SILVA; DE MELO, 2001, p. 71).

As pesquisas acadêmicas têm dado significativas contribuições ao progresso das ciências de um modo geral.

---

[10] http://jornaloresumoreflexaododia.blogspot.com/2016/05/parabola-aguia.html, acesso em: 20.07.2019. Autor desconhecido).

> Em 2000, a produção científica brasileira, medida pelo número de artigos científicos e técnicos publicados e indexados no *National Science Indicators*, chegou a 9.511. Enquanto na década de oitenta o crescimento da produção científica foi da ordem de 88%, na década de noventa essa taxa subiu para cerca 150%. Não apenas cresceu a participação da produção brasileira na produção mundial de conhecimento, como vem crescendo mais rapidamente do que o conjunto da América Latina e do mundo. Também as citações de artigos brasileiros cresceram aceleradamente nas últimas duas décadas: passaram de pouco mais de 14 mil entre 1981 e 1985, para quase 85 mil entre 1996 e 2000 (DA SILVA; DE MELO, 2001, p. 71).

As políticas de incentivo à pesquisa devem ser algo do qual a sociedade brasileira não pode abrir mão, tendo em vista que os níveis de desenvolvimento tecnológico e cultural são pilares de uma sociedade desenvolvida.

> A distribuição da educação no Brasil é tão desigual quanto a distribuição de riqueza, produzindo um círculo vicioso que alimenta a pobreza: o baixo nível de educação implica baixa produtividade, baixo nível de renda e exclusão social, que por sua vez limita o acesso à educação de qualidade e as possibilidades de ascensão social (DA SILVA; DE MELO, 2001, p. 65).

O IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), que são aspectos como a cobertura e o acesso às tecnologias de comunicação digital e o grau de corrupção, a distribuição social da renda e a escolaridade da população são elementos de diferem uma sociedade desenvolvida de uma subdesenvolvida.

A matemática, e em particular a trigonometria aliada as tecnologias da informação têm importante papel na construção do pensamento lógico e crítico, de modo a estimular o seu público, os alunos, a construírem saberes a partir de instrumentos tecnológicos, e assim adquirirem capacidade de desenvolvimento e vencerem as desigualdades sociais.

1.6 O USO DAS TECNOLOGIA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Os avanços tecnológicos têm contribuído significativamente para a construção de ferramentas que possam colaborar positivamente no trabalho do professor, cabe a este buscar conhecer tais ferramentas para identificar qual melhor se adequa na construção de seus planos de aula e, posteriormente aprimorar seus conhecimentos na que escolher.

Nos ensina Lorenzato (2009, p. 23 e 24) que:

> A atuação do professor é determinante para o sucesso ou fracasso escolar. Para que os alunos aprendam significativamente, não basta que o professor disponha de um laboratório. Tão importante quanto a escola possuir um laboratório é o professor saber utilizar corretamente os materiais didáticos, pois estes, como outros instrumentos, precisam de conhecimentos específicos de quem os utiliza.

Partindo do princípio que uso de uma determinada tecnologia no dia a dia difere do seu uso em sala de aula o professor pode conduzir o aprendizado de modo que o aluno possa explorar o recurso tecnológico de forma a extrair dele melhores resultados.

Diante desta realidade, o conceito dos recursos didáticos assume um novo papel frente ao surgimento de meios tecnológicos aplicados à educação a partir da prática pedagógica planejada.

A utilização da tecnologia nas salas de aula é imprescindível. O dia a dia dos jovens está intimamente ligado à tecnologia, ao MP3, a fotografia digital, ao smartphone, ao *tablet*, ao computador, inclusive, dentro do ambiente escolar, etc. A cada dia percebemos que tal conhecimento [das tecnologias] se torna mais e mais necessário. Sem dúvida, o domínio e a familiaridade com essas tecnologias serão necessários para exercermos nossa cidadania (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p. 107).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 40), "A utilização das TIC traz contribuições ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática".

Podemos identificar outro papel para o educando no contexto do aprendizado com o uso das TICs que deixa de ser um mero receptor de conteúdo para ser um agente na construção do conhecimento.

O Construtivismo afirma que o conhecimento é resultado da construção pessoal do aluno; o professor é um importante mediador do processo ensino-aprendizagem. Através do uso de aplicativos os alunos podem interagir com o conteúdo de modo a construir e desconstruir conceitos.

Piaget afirma que quando uma criança interage com o mundo à sua volta, ela atua interna e externamente e muda a realidade que vivencia. Para que isso ocorra, a criança deve ter um esquema de ação. É por meio do esquema de ação que a criança organiza e interpreta a ação, para que esta seja praticada. É uma estratégia de ação generalizável, de forma que a criança consiga se adaptar às mudanças ocorridas no seu meio.

Cabe ao professor definir os recursos a serem utilizados, de acordo com o que tem disponível, buscando o que melhor se adequa a disciplina e a o conteúdo trabalhado, proporcionando ao aluno a possibilidade de aprendizagem com um material diferente de outro que por ventura ele tenha mais dificuldade de compreensão. Por assim entendermos, propomos o uso de aplicativos para dispositivos móveis no ensino de trigonometria, como um recurso a mais ao professor.

A relação professor-aluno leva à reflexão sobre a formação acadêmica dos professores, que assumem um novo papel no que se refere às experiências escolares com o uso das TIC. O uso efetivo de recursos tecnológicos propicia uma maior proximidade, interação e colaboração.

A contextualização a partir do uso das TIC vem contribuir de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem de matemática, fazendo com que as atividades se tornam mais ricas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p.45)

> Em Matemática existem recursos que funcionam como ferramentas de visualização, ou seja, imagens que por si mesmas permitem compreensão ou demonstração de uma relação, regularidade ou propriedade. Um exemplo bastante conhecido é a representação do teorema de Pitágoras, mediante figuras que permitem 'ver' a relação entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos.

Diante deste contexto, as TICs se apresentam como ferramentas modernas que trazem contribuições significativas para o processo de construção do saber. Os aplicativos para dispositivos móveis podem ser entendidos como "ferramentas de visualização que permitem compreensão ou demonstração de uma relação, regularidade ou propriedade", citados nos PCNs (1998).

Contudo, acreditamos ser possível a utilização de recursos tecnológicos nas aulas de trigonometria como forma de auxiliar os professores em suas práticas pedagógicas.

No entanto, quando falamos de recursos tecnológicos que podem ser utilizados pelos professores, entendemos que estes vão além das TICs, que são consideradas tecnologias de alto custo, podendo eles, fazem uso de tecnologias de baixo custo, que são materiais muitas vezes mais acessíveis.

Para analisarmos como seria o ensino de trigonometria fazendo uso de material de baixo custo, propusemos aos colaboradores que fizessem uso de papel, linha e agulha para representarem as funções trigonométricas.

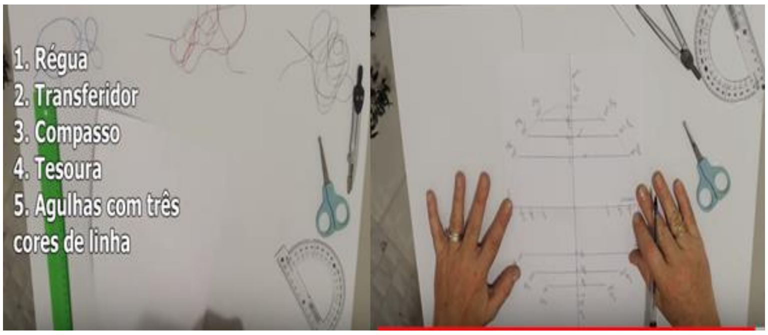
Este material foi inspirado no que foi apresentado na VI Feira Nacional de Matemática, pelas professoras Adriana Scussel e Karine Luiz Calegário Mrotskoski.

Por perceberem a complexidade em ensinar trigonometria, Scussel e Mrotskoski, resolveram pesquisar materiais e formas alternativas às tradicionais para ensinar esta disciplina.

Munidas com uma folha de papel, três barbantes de cores diferentes, três agulhas, régua, transferidor, compasso e tesoura, construíram uma forma didática afim de apresentar conceitos fundamentas da matéria.

Na figura 9 podemos verificar parte de como isto foi feito, e no endereço: <https://www.youtube.com/watch?v=AnKv5r97s0U>. Acesso em: 15 de jun. 2019, podemos acompanhar todo o procedimento de confecção do material.

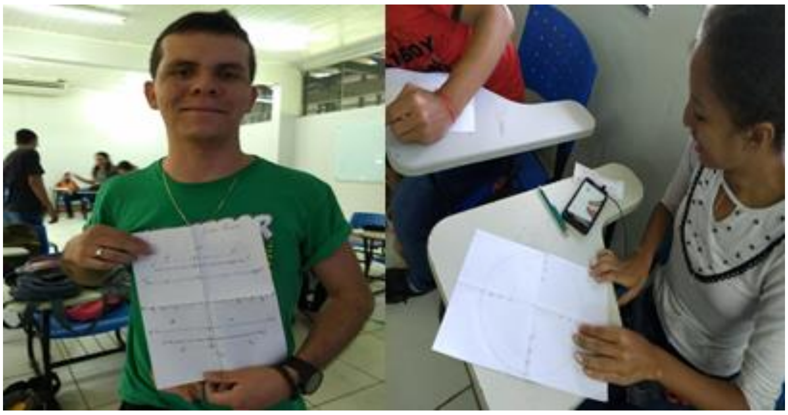
Figura 9 - Atividade de trigonometria usando tecnologia de baixo curso.



Fonte: Scussel (2016).

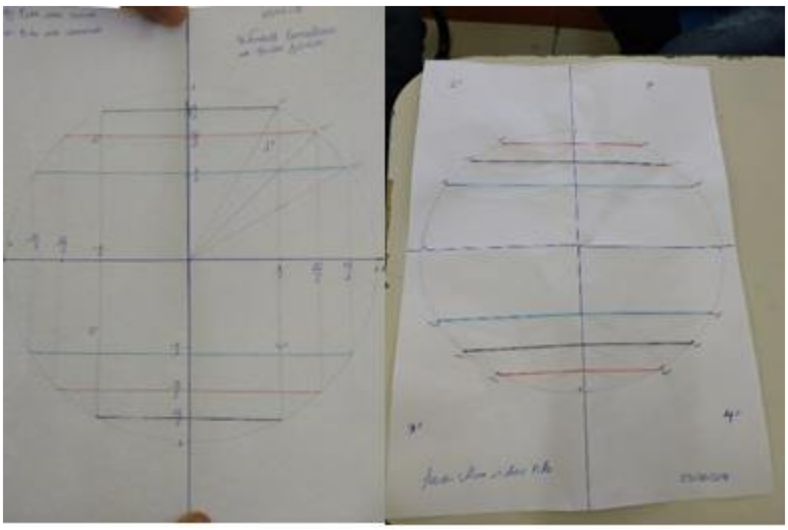
A figura 10 traz o momento em que os FP estão confeccionando seus materiais baseados nas exposições de Adriana e Karine feitas nas suas apresentações. Já na figura 11, os FP apresentam o resultado no material criado por eles.

Figura 10 - Atividade desenvolvida pelos FP baseados em Scussel (2016).



Fonte: Os autores (2018).

Figura 11 - Atividade desenvolvida pelos FP baseados em Scussel (2016).



Fonte: Os autores (2018).

“Uma questão central que se coloca para professores e investigadores é saber como os mais diversos recursos tecnológicos, hoje bastante disseminados, podem ser utilizados para a aprendizagem da matemática. Ou seja, de que forma os professores podem transformar essas tecnologias em ferramentas pedagógicas? O conceito de ferramenta tecnológica está ligado com o uso que cada um de nós damos à tecnologia. Somos nós, professores, que tornamos os recursos, ou não, em ferramentas pedagógicas. Portanto, a disponibilidade de recursos e materiais não é, por si só, garantia de melhores aprendizagens; a questão reside na forma como eles são potencializados e aproveitados na sala de aula para fins pedagógicos” (DULLIUS; QUARTIERI, 2015, p. 13).

Assim como os autores, entendemos que recursos tecnológicos por si só não são didáticos, é necessário que sejam vistos como tal e que sejam explorados de forma adequada.

Um bom exemplo para ilustrar isso é o uso do celular, embora muitos professores os proíbem em sala de aula. Para nós, quando o celular é visto como recurso pedagógico, este pode ser um excelente aliado.

1.7 AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

A matemática e suas representações simbólicas nos fazem refletir sobre sua linguagem universal, que podemos representar com símbolos, como por exemplo, o sinal (+) ou podemos escrever sinal de mais, bem como outras representações, quando fazemos desenhos geométricos, gráficos e etc. Essas representações também são chamadas de semiótica. Mas afinal o que é a semiótica?

Para Santana (2019) a semiótica:

> Provém da raiz grega ‘semeion’, que denota signo. Assim, desta mesma fonte, temos ‘semeiotiké’, ‘a arte dos sinais’. Esta esfera do conhecimento existe há um longo tempo, e revela as formas como o indivíduo dá significado a tudo que o cerca. (SANTANA, 2019).

Os signos e símbolos estão presentes na linguagem matemáticas desde sua origem, o que nos faz refletir sobre como os representamos como recursos matemáticos. Para Cruz e Martins (2017, p. 2), "a Semiótica é a ciência que trata dos signos e de suas relações com outros signos. Charles Sanders Peirce e Ferdinand de Saussure são considerados os mentores da semiótica".

Levando esse conceito ao mundo da matemática a representação semiótica é uma ferramenta que nos leva a compreender a linguagem específica da matemática com suas diversas faces.

Estas representações trazem uma nova perspectiva para o ensino/aprendizagem da matemática. Pode se afirmar que

> As representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas e os gráficos e não os pontos ou os traços. A comparação de seus diferentes modelos de análise nos permitirá retirar a noção importante, a de representação semiótica, a qual possibilita não reduzir o papel dos signos no funcionamento cognitivo do pensamento a uma simples codificação de informações ou de conceitos. (DUVAL, 2011, p. 38).

Raymound Duval é professor, filósofo, psicólogo e pesquisador em educação matemática. A teoria das representações semióticas deste autor deu base a esta pesquisa e nós proporcionou uma nova forma de ver e ensinar a matemática, nos permitindo a entrar no modelo matemático de pensar os registros a partir de representações semióticas.

As mesmas trazem um novo esquema de análise do conhecimento. O simbolismo algébrico marca uma nova etapa no desenvolvimento do pensamento matemático.

Nos ensina Duval que “Foi apenas a partir do século XIX que começamos a estudar sistematicamente os signos, que são as representações dos objetos e nunca devem ser confundidos com os próprios objetos. No entanto, os signos são radicalmente diferentes das representações, em suas relações com os próprios objetos que não é uma relação de causalidade, mas uma relação de referência”.

Segundo o autor não se pode confundir: o signo e sua ocorrência, o signo e o objeto ao qual ele se refere, o significante e o significado. Não é o signo que é material, mas a sua ocorrência. Para ele essa percepção é útil na álgebra para analisar as operações de desenvolvimento ou fatoração. O sentido de um signo está associado ao sistema no qual ele funciona como signo. Ao contrário, a referência a um objeto depende de uma operação intencional de designação.

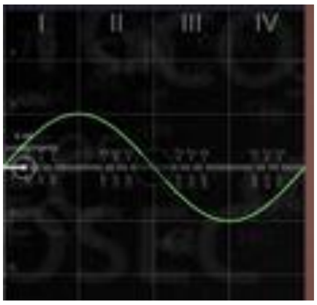
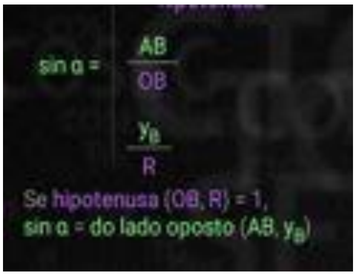
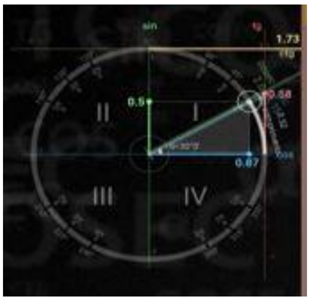
O mesmo ainda afirma que

> As representações semióticas se manifestaram com a emergência e rápida predominância das equações em álgebra, das fórmulas em física e das representações gráficas permitindo explorar aquilo que chamamos de linguagem matemática. Para ele, do ponto de vista matemático, a compreensão começa com o que denominamos, conforme os níveis sobre os quais colocamos, “justificação”, “validação”, “prova”, demonstração. Do ponto de vista cognitivo, duas condições maiores são necessárias para que possamos falar em compreensão. De um lado, para que possamos reconhecer os objetos estudados através das suas múltiplas representações ou manifestações possíveis e, de outro lado, para que possamos por nós mesmos tomar a iniciativa de exploração dos objetos estudados e controlar sua pertinência. Sem isso o que fazemos

ou o que explicamos em matemática fica um pouco como “matéria negra” em física (DUVAL, 2011, p. 65).

Dessa forma, podemos representar um mesmo objeto por meio de vários registros, conforme explicitado no quadro 2:

Quadro 2 - Representações semióticas de telas do TUC.

Representação gráfica	**Representação de Escrita Simbólica, Algébrica**	**Representação Linguística/ Linguagem natural**
Figura 2 - Da função seno e do comprimento do arco no TUC 	y= sen (x) ou f(x) = sen (x) No TUC: Sin (na cor verde)	Função seno
Figura 3 - Razão trigonométrica do seno no TUC: 	Figura 4 - Representa Algébrica do Seno. 	Figura 5 - Representação Linguística do Seno. 
Figura 6 - Representação gráfica do sin (∝) 		Seno do ângulo alfa é a razão entre o lado oposto e a hipotenusa.

Fonte: Adaptado de Duval (2011) e Fonseca (2011).

No quadro 2, ilustramos com imagens do TUC, diferentes representações semióticas para o seno, o cosseno e a tangente (linguagem natural). Segundo Duval (2011, p. 8) “as figuras em geometria, os gráficos em análise, os diferentes tipos de tabelas utilizadas em estatística ou em outros domínios”, ou seja, os sistemas de escrita algébrica, numéricas ou simbólicas, os gráficos cartesianos, figuras geométricas, etc., são todos exemplos de representação semiótica.

No decorrer da pesquisa percebemos que o uso de dispositivos móveis proporcionou a iniciativa de exploração dos objetos em estudo, os aplicativos utilizados geraram curiosidade e motivação a indagações e percepções quanto as diversas formas de representações semiótica presentes em cada um deles.

Duval (2011) fala que o que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação. Para analisar essas transformações, é preciso levar em conta a diversidade de tipos de representações semióticas. Para um mesmo objeto, as unidades de sentido que formam o conteúdo das representações semióticas mudam em função do sistema semiótico mobilizado. Por exemplo, a similaridade de uma foto com o objeto fotografado é da mesma natureza, ou de natureza diferente, que a de uma imagem desempenhada conforme o objeto representado?

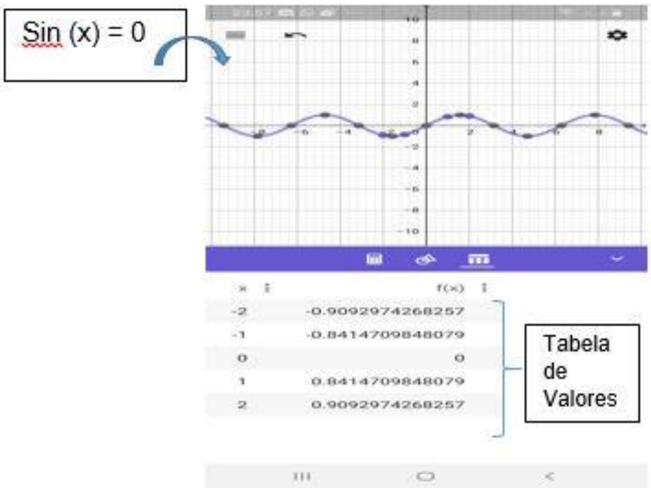
Entendemos que os aplicativos para dispositivos móveis podem proporcionar transformações nas formar ver, pensar, ensinar e aprender a matemática.

Nos ensina Duval (2011), que um mesmo objeto pode ter diversas representações e apontam para a possibilidade de transformação dessas representações em outras.

Essa transformação pode ocorrer de duas formas diferentes a saber: *processamento* e *conversão*. O *processamento* são as transformações realizadas dentro de um mesmo registro e a *conversão* são as realizadas entre registros de diferentes representações.

Sin(x)=0 $\Rightarrow$ x = kπ, para k$\in$Z.

Figura 7 - Representação de conversão com o Graphing Calc no celular.



Fonte: Autor (2019).

Já as conversões, são transformações feitas entre registros de diferentes representações, conservando o mesmo objeto. Na Figura 18, a representação gráfica e em tabela de valores da equação trigonométrica *sin*(x)=0, com o aplicativo *Graphing calc* (*Geogebr*a 2D) para celular na plataforma *Android*.

Por exemplo, na representação da equação trigonométrica *sin*(x)=0, passar da representação gráfica para uma tabela de valores x= –2, –1, 0, 1, 2 para a representação no plano cartesiano é um caso de conversão (Figura 18).

Os registros de representação e os códigos são sistemas semióticos radicalmente distintos. Do ponto de vista cognitivo, a diferença entre registro e código não está na maior ou na menor complexidade dos sistemas semióticos e seu tipo de produção. Ela está no fato de que o registro abre possibilidades de transformação do conteúdo das representações produzidas, o que os códigos não permitem. Um registro é um sistema semiótico cognitivamente criador. A língua constitui o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento. (DUVAL, 2011, p. 71 a 83).

Entendemos que o uso de aplicativos para dispositivos móveis no ensino de matemática trazem novas formas de registro e consequentemente novas percepções no que se refere ao aprendizado.

A matemática é o único domínio em que o progresso dos conhecimentos está estreitamente ligado à intervenção de novos sistemas semióticos. Seu desenvolvimento deu acesso a novos objetos matemáticos: o sistema decimal e suas extensões para acesso aos números naturais, relativos e racionais, a escrita algébrica e as representações gráficas para acesso às funções, a representação em perspectiva para a geometria projetiva e as transformações etc. E sua utilização predominante em todos os domínios da atividade matemática reduziu o emprego da linguagem ao papel de explicações feitas à margem dos tratamentos matemáticos ou da produção final dos enunciados (DUVAL, 2011, p. 84).

A busca constante por novos recursos e métodos de ensino fazem do professor/pesquisador um agente produtor de novo sistemas semióticos.

Tratando-se de resolver um problema, de demonstrar ou aplicar a geometria à realidade, as figuras permitem ver. A construção instrumental das figuras, sobretudo utilizando software, confere às figuras uma confiabilidade e uma objetividade que permitem efetuar verificações e observações. Ver é importante pois, a utilização eficaz de uma ferramenta exige que possamos antecipar as produções a realizar.

Ver as figuras é reconhecer imediatamente as formas. As formas reconhecidas podem ser simultaneamente distinguidas como as formas ou os contornos de objetos da realidade.

Existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer uma exclua a possibilidade de reconhecer outras. As unidades figurais que reconhecemos podem ser os cubos, as pirâmides, as esferas (3D) ou os polígonos, os círculos (2D) ou as retas, as curvas (1D) ou, ainda, os pontos (0D). Ver geometricamente uma figura é operar uma desconstrução dimensional em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura afixada no monitor ou construída no papel (DUVAL, 2011, p. 84 a 87).

Em matemática uma representação só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação. Existem figuras que se apoiam diretamente na percepção e que transformam unidades figurais 2D/2D (ou objetos 3D/3D) em outras de mesma dimensão. São figuras executadas desde o começo da geometria. Elas apresentam particularidade de poder ser realizadas por manipulação sobre objetos materiais. E existem aquelas que depende das operações de desconstrução dimensional. A operação essencial relativa às figuras geométricas não é, portanto, construí-las, mas desconstruir dimensionalmente todas aquelas que são construídas instrumentalmente ou com um software (DUVAL, 2011, p. 88).

Berlanda (2016, p. 4) alerta, que muitas vezes, a resolução de atividades envolvendo a área de matemática exige mais de uma linguagem matemática, podendo, assim, na obtenção de uma solução ocorrer a articulação de muitas representações de um mesmo objeto matemático. Analisando cognitivamente, esta ação não é simples, pois não está ligada a um processo de memorização e sim, de domínio dessas diferentes representações semióticas.

Por assim entender, resolvemos focar nossa pesquisa em aplicativos para o ensino e aprendizagem de trigonometria e geometria.

Entendemos que vendo e manipulando podemos compreender melhor certos conhecimentos exigidos nos currículos, tanto de ambas, como de muitos outros que vão além da matemática.

No capítulo 2 trataremos das contribuições para a pesquisa de cada disciplina ministrada no início do curso. Faremos aqui uma narrativa de como se deu o caminhar desde o início do curso, com as disciplinas teóricas, bem como a vivência em eventos científicos como: simpósios, semanas acadêmicas, palestras e minicursos.

CAPÍTULO 2: EXPERIÊNCIA ACADÊMICA

2.1 VIVÊNCIA NO CURSO DE MESTRADO - CONTRIBUIÇÕES DAS AULAS NA PESQUISA

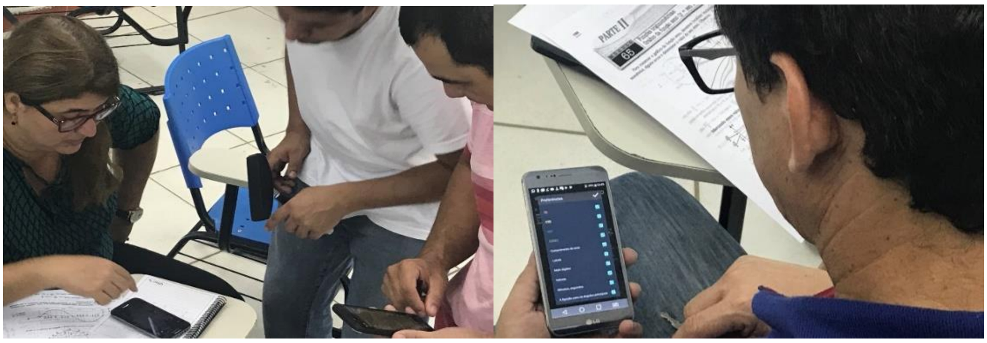
As disciplinas do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática foram importantes para a fundamentação teórica da pesquisa.

Na disciplina Fundamentos Teórico-metodológicos da Pesquisa em Matemática, ministrada pelo – Prof. Dr. Gilberto Melo, podemos discutir sobre as novas tecnologias educacionais no ensino de matemática. Outro ponto relevante desta disciplina foi o acesso às bases de dados de literaturas científicas que possibilitaram conhecer algumas pesquisas de mestrado com temáticas similares a nossa proposta, conforme ANEXO F.

Na disciplina Tendências em Educação Matemática e Práticas Culturais, ministrada pela Profa. Dra. Simone Bezerra, onde podemos discutir sobre o que está sendo abordado pelos professores de matemática no ensino fundamental e médio. Outro ponto relevante desta disciplina foi podermos dar início à fase de experimentação, que segundo (ARTIGUE, 1996) é a terceira fase da engenharia didática.

Podemos verificar na figura 19 como se deu parte desta atividade.

Figura 8 - Atividade desenvolvida com mestrandos do MPECIM.



Fonte: os autores (2018).

Aqui foi explicado os objetivos e condições de realização da pesquisa ao grupo de professores mestrandos do MPECIM, foi aplicado o instrumento da pesquisa, onde mostramos a estes as funcionalidades do *Trigonometry Unit Circle* e também registramos as observações feitas por eles durante a apresentação, onde podemos identificar erros no aplicativo e obter sugestões didáticas para serem aplicadas nas fazes seguinte.

Na disciplina *Tecnologias e materiais curriculares para o ensino de Matemática,* ministrada pela Profa. Dra. Salete Chalub, onde discutimos sobre: integração de mídias e a reconstrução da prática pedagógica, o professor e a prática pedagógica com integração das mídias, prática pedagógica e formação de professores com projetos, dentre outros temas e atividades voltadas a construção do produto educacional. Nesta disciplina podemos considerar que demos início à segunda fase da engenharia didática, análise *a priori*, bem como continuidade a terceira fase, *a experimentação*, pois, aqui definimos os colaboradores da pesquisa, as atividades a serem desenvolvidas com eles e por eles, bem como o registro destas atividades.

Nas figuras 20 e 21 estão expostos os registros debates sobre os materiais a serem utilizados durante a pesquisa.

Figura 9 - Apresentado o *Trigonometry Unit Circle.*

Fonte: Os autores (2017).

Na figura 20 registramos a apresentação do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* aos mestrandos do MPECIM na disciplina *Tecnologias e materiais curriculares para o ensino de Matemática*, onde defendemos a estes a ideia de viabilidade de aprendizagem de trigonometria por meio de dispositivos móveis.

Na figura 21 podemos identifica o multiplano (FERRONATO, 2002) que é um material manipulável para o ensino de matemática inclusive a deficientes visuais.

A experiência trocada com os colegas nesta etapa da pesquisa foi importante para que pudéssemos aperfeiçoar o que inicialmente tínhamos idealizado para as aulas fazendo uso de aplicativos. Percebemos que os aplicativos têm limitações e falhas e que devemos procurar identifica-las previamente para que possamos escolher se faremos uso ou não em nossas práticas pedagógicas.

Figura 10 - Material tátil.

Fonte: Os autores (2017).

2.2 PARTICIPAÇÃO EM EVENTOS CIENTÍFICOS COM O TEMA DA PESQUISA

A participação em eventos trouxe significativas colaborações à pesquisa aonde foi possível trocar experiências com professores e pesquisadores acreanos, de outros estados e até mesmo de outros países. Com isso podemos aprimorar o trabalho. Durante o mestrado participamos de alguns eventos como demonstramos abaixo.

I SEMPECIM, foi o nosso primeiro evento acadêmico que podemos apresentar o protótipo da pesquisa à comunidade acadêmica. Lá foi possível debater com professores e pesquisadores e sentir o nível de aceitação a respeito do tema. Neste evento, ocorrido no período de 03 a 05 de julho de 2017, nas dependências da UFAC, expomos o resumo expandido cujo tema foi: *O uso de aplicativos em dispositivos móveis como recurso didático no Ensino de Matemática*.

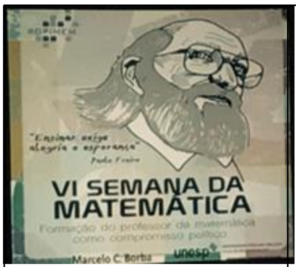
Quadro 3 - I Semana de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

1ª SEMPECIM 1ª SEMANA ACADÊMICA DO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	**I SEMANA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO MATEMÁTICA I SEMPECIM**	**O USO DE APLICATIVOS EM DISPOSITIVOS MÓVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA**	

Fonte: O autor (2017).

VI Semana Nacional de Matemática, que ocorreu dos dias 15 a 20 de setembro de 2017 apresentamos uma comunicação oral: ensinando trigonometria com o aplicativo *Trigonometry Unit Circle* para *smartphones* e *tablets*.

Quadro 4 - VI Semana Nacional de Matemática.

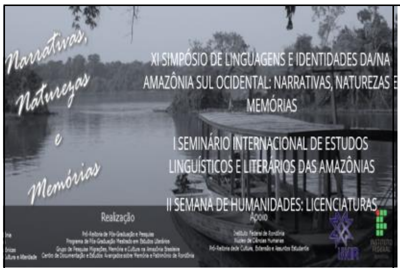
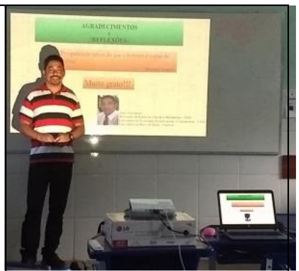
	**VI SEMANA NACIONAL DE MATEMÁTICA**	***ENSINANDO TRIGONOMETRIA COM O APLICATIVO TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE PARA SMARTPHONES E TABLETS***	

Fonte: O autor (2017).

Nesta atividade tivemos mais uma vez a oportunidade de apresentar o aplicativo círculo trigonométrico unitário, contextualizando o uso de aplicativos para dispositivos móveis no ensino da trigonometria.

O XI Simpósio de Linguagem e Identidade da/na Amazônia Sul Ocidental: narrativas naturezas e memórias ocorreu na Universidade Federal de Rondônia - UNIR, nas datas de 20 a 24 de novembro de 2017, onde participamos com a apresentação oral: Noções de trigonometria por meio de dispositivos móveis. Este foi o primeiro evento que nos possibilitou apresentarmos a pesquisa fora do Estado do Acre, possibilitando discursões sobre o ensino/aprendizagem da matemática e mais especificamente a trigonometria por meio de dispositivos móveis com pesquisadores, professores e alunos de vários estados brasileiros e países vizinhos.

Quadro 5 - XI Simpósio de Linguagem e Identidade da/na Amazônia Sul Ocidental: narrativas naturezas e memórias.

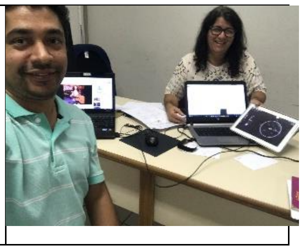
	**XI SIMPÓSIO DE LINGUAGEM E IDENTIDADE DA/NA AMAZÔNIA SUL OCIDENTAL**	***NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS***	

Fonte: O autor (2017).

Neste evento fizemos uma apresentação oral das funcionalidades do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* e de como os professores poderiam trabalhar a disciplina de trigonometria por meio dele.

A V Semana PIBID UFAC ocorreu nos dias 03, 04 e 05 de março de 2018. Nesta semana tivemos a oportunidade de apresentar uma comunicação oral com o tema: o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* em dispositivos móveis como recurso didático para o ensino de trigonometria.

Quadro 6 - V Semana PIBID UFAC.

	**V SEMANA PIBID UFAC**	**O USO DO APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* EM DISPOSITIVOS MÓVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA**	

Fonte: O autor (2017).

Este foi o quarto evento que pudemos discutir à respeito do uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* e pudemos perceber que a cada evento íamos aperfeiçoando nossas apresentações, descobrindo novas funcionalidades do aplicativo e preparando novas atividades com os novos recursos descobertos. Podemos ver na imagem do quadro acima um dos momentos que me reuni com a Dr. Salete para explorarmos os recursos do aplicativo e elaborarmos estas atividades.

A Viver Ciência, evento da Secretaria Estadual de Educação que ocorreu na UFAC do dia 29 a 31 de agosto de 2018, pudemos expor pôster com o seguinte tema: Noções de trigonometria por meio de dispositivos móveis.

Quadro 7 - Viver Ciência.

VIVER CIÊNCIA AMAZÔNIA VIVA	**VIVER CIÊNCIA**	***NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS***	

Fonte: O autor (2017).

Este foi o sexto evento que participamos com este tema e particularmente um dos mais gratificantes, pois pela experiência acumulada dos anteriores e maior domínio quanto as funcionalidades e o uso do *app* nos possibilitou expor o pôster e apresentar aos alunos que se interessaram pela pesquisa, que não foram poucos, o aplicativo funcionando em um celular. Muitos alunos demonstraram interesse pela apresentação e alguns, durante a apresentação, baixaram e instalaram o aplicativo.

Na II Semana de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – II SEMEPECIM da UFAC, que ocorreu entre 24 a 26 de outubro de 2018 foi apresentado o resumo expandido intitulado: Noções de trigonometria por meio de dispositivos móveis.

Quadro 8 - II Semana de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – II SEMEPECIM.

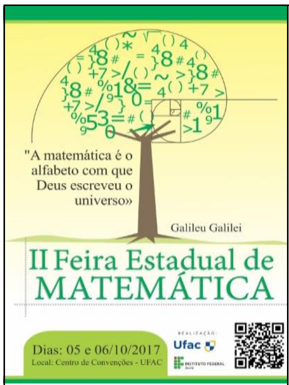
	II SEMANA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – II SEMEPECIM DA UFAC	NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS	

Fonte: O autor (2017).

Na II SEMPECIM tivemos a oportunidade de mostrar a evolução da pesquisa, apresentando os resultados que obtivemos até aquele momento e demonstrando o funcionamento do aplicativo no *tablet*, o que chamou a atenção do público que visitou o evento. Tivemos a chance de mostrar as funcionalidades do *Trigonometry Unit Circle* e comentar sobre o seu potencial em sala de aula, como trabalhavamos as atividades aplicadas, até aquele momento e como estávamos programando o trabalho com ele no caminhar da pesquisa.

2.3 PARTICIPAÇÃO EM OUTROS EVENTOS

Quadro 9 - Na II Feira Estadual de Matemática.

	II SEMANA ESTADUAL DE MATEMÁTICA UFAC	DISCALCULIA E JOGOS (MATEMÁTICA E/OU JOGOS DIDÁTICOS)	

Fonte: O autor (2017).

Já na II Feira Estadual de Matemática, ocorrida na UFAC nos dias 05 e 06 de outubro de 2017, tive a oportunidade de participar como coautor no resumo expandido da Ma. Uiara Souza cujo título "Discalculia e jogos (matemática e/ou jogos didáticos)".

Com este trabalho tivemos a satisfação de ser congratulados com o título destaque da feira e isto nos possibilitou sermos selecionados para participar da "VI FEIRA NACIONAL DE MATEMÁTICA". Com este resumo também tivemos a honra de tê-lo aceito para ser publicado na revista *South American: Journal of Basic Education, Techmicaland Technological* Qualis B1[11], vinculada ao colégio de aplicação da Universidade Federal do Acre.

*VI Feira Nacional de matemátic*a que ocorreu nos dias 23, 24 e 25 de maio de 2018 na UFAC.

Quadro 10 - VI Feira Nacional de matemática.

	VI FEIRA NACIONAL DE MATEMÁTICA	O USO DE APLICATIVOS EM DISPOSITIVOS MÓVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA	

Fonte: O autor (2017).

Nesta feira tivemos a oportunidade de fazer uma comunicação oral com o tema: o uso de aplicativos em dispositivos móveis como recurso didático no ensino de trigonometria. Foi a quinta oportunidade para mostrarmos à comunidade acadêmica como estávamos construindo a pesquisa e primeiro evento nacional.

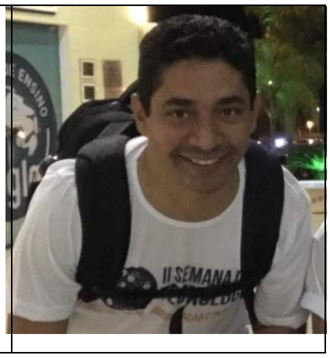
[11] Anexo F.

Na feira também tivemos a oportunidade de conhecer diversos trabalhos muito bem estruturado e interessantes, dentre eles um que nos chamou bastante atenção, pela criatividade e eficiência, foi o trabalho apresentado pelas professoras Adriana Scussel e Karine Luiz Calegário Mrotskoski que desenvolveram um material manipulável com uma folha de papel, três barbantes de cores diferentes, três agulhas, régua, transferidor, compasso e tesoura para trabalhar as razões trigonométricas, conforme o que foi visto à cima na figura 10.

Em outro evento, na II Semana de Tecnologia, Informação, Comunicação e Inovação do Centro Universitário Uninorte-AC que ocorreu de 23 a 25 de maio de 2018.

Na segunda semana de Tecnologia da Informação e Comunicação tivemos a oportunidade de participar de sua organização, palestras e minicursos.

Quadro 11 - II Semana de Tecnologia, Informação, Comunicação e Inovação.

	II SEMANA DE TECNOLOGIA, INFORMAÇÃO, COMUNICAÇÃO E INOVAÇÃO NO CENTRO UNIVERSITÁRIO UNINORTE-AC	ORGANIZAÇÃO DO EVENTO	

Fonte: o autor (2018).

Durante a I Conferência Web Internacional, que ocorreu em 21 de novembro de 2018, tive a honra de participar na organização da Primeira Conferência Web Internacional no Centro Universitário Uninorte-AC, com o tema: Cultura Digital e Cidade Inclusiva, uma conferência com professores/pesquisadores da Universidade *Le Havre Normandie* – França, Universidade *Catholique de Lille* – França, Universidade de Montréal – Canadá, Universidade de Saint-Boniface – Manitoba, Canadá, *University of Sport and Movement* “Foro Italico” - Roma, Itália e Universidade Federal do Acre (UFAC) - Brasil.

Quadro 12 - Webinar Cultura Digital e Cidade Inclusiva.

WEBINAR CULTURA DIGITAL E CIDADE INCLUSIVA – OCORRIDO NO CENTRO UNIVERSITÁRIO UNINORTE		

Fonte: O autor (2018).

Durante o Projeto de Iniciação Científica (PIC), onde tivemos aprovado o Projeto de Iniciação Científica (PIC) no Centro Universitário Uninorte com o tema: O uso de dispositivos móveis “*smartphones/tablets*” no ensino de matemática fundamental.

Este projeto, entendemos como uma continuidade do projeto de pesquisa do mestrado pois, continuamos investigando como é possível ensinar matemática por meio de dispositivos móveis.

Na III Semana de Tecnologia da Informação, Comunicação e Inovação do Centro Universitário Uninorte-AC, ocorrida de 29 a 31 de maio de 2019, tivemos a oportunidade de participar da organização do evento bem como de minicursos e palestras na área de tecnologias da informação (quadro 13).

Quadro 13 - III Semana de Tecnologia da Informação, Comunicação e Inovação.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>III SEMANA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO, COMUNICAÇÃO E INOVAÇÃO NO CENTRO UNIVERSITÁRIO UNINORTE-AC</td>
<td>ORGANIZAÇÃO DO EVENTO</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Fonte: o autor (2019).

Durante o Encontro Nacional em Educação Matemática tivemos a honra em colaborar mais uma vez com a pesquisa da profa. Uiara Souza, esta vez como coautor em seu resumo expandido apresentado no XIII ENEM (Encontro Nacional em Educação Matemática), ocorrido entre os dias 14 e 17 de julho de 2019 na cidade de Cuiabá-MT (quadro 14).

Quadro 14 - XIII ENEM.

	FEIRA DE MATEMÁTICA NO XIII ENCONTRO NACIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	ESCALA CUISENAIRE COMO INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA A UM ESTUDANTE DISCALCÚLICO	

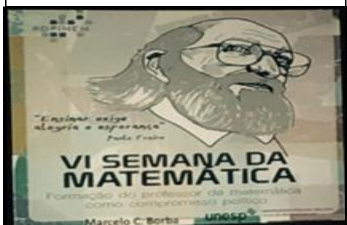
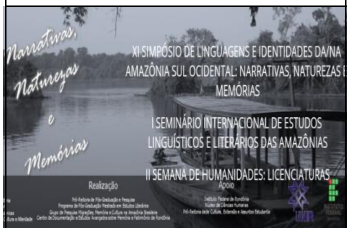
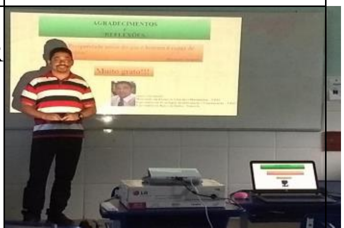
Fonte: O autor (2019).

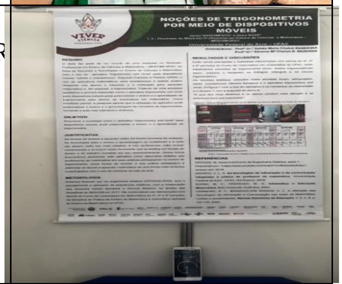
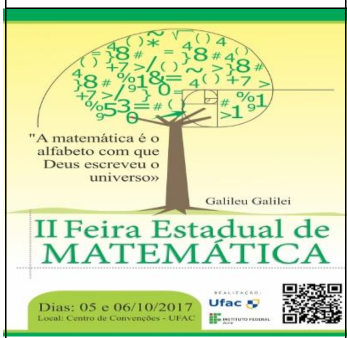
O Encontro Nacional de Educação Matemática na bela cidade de Cuiabá-MT, este evento envolve professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, estudantes da Pós-graduação e pesquisadores. O XIII ENEM teve como temática: Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica - *Interfaces entre pesquisas e salas de aula*.

Infelizmente não pude participar presencialmente do evento, mas nos relatos das professoras Dra. Salete Bandeira e da Ma. Uiara Souza, nossa atividade chamou a atenção de muitos que por lá passaram, tanto de alunos, quanto de professores e pesquisadores.

O quadro 15 tenta ilustrar, resumidamente, todas as participações em eventos realizadas durante o período de mestrado.

Quadro 15 – Resumo da participação em eventos.

	I SEMANA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO MATEMÁTICA I SEMPECIM	O USO DE APLICATIVOS EM DISPOSITIVOS MÓVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	
	VI SEMANA NACIONAL DE MATEMÁTICA	ENSINANDO TRIGONOMETRIA COM O APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* PARA *SMARTPHONES* E *TABLETS*	
	XI SIMPÓSIO DE LINGUAGEM E IDENTIDADE DA/NA AMAZÔNIA SUL OCIDENTAL	NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS	

	V SEMANA PIBID UFAC	O USO DO APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* EM DISPOSITIVOS MÓVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA	
	VI FEIRA NACIONAL DE MATEMÁTICA	O USO DE APLICATIVOS EM DISPOSITIVOS MÓVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA	
VIVER CIÊNCIA AMAZÔNIA VIVA	VIVER CIÊNCIA	NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS	
	II SEMANA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – II SEMEPECIM DA UFAC	NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS	
	II SEMANA ESTADUAL DE MATEMÁTICA UFAC	DISCALCULIA E JOGOS (MATEMÁTICA E/OU JOGOS DIDÁTICOS)	
	III SEMANA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO, COMUNICAÇÃO E INOVAÇÃO NO CENTRO UNIVERSITÁRIO UNINORTE-AC	ORGANIZAÇÃO DO EVENTO	

WEBINAR CULTURA DIGITAL E CIDADE INCLUSIVA – OCORRIDO NO CENTRO UNIVERSITÁRIO UNINORTE	 		
	III SEMANA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO, COMUNICAÇÃO E INOVAÇÃO NO CENTRO UNIVERSITÁRIO UNINORTE-AC	ORGANIZAÇÃO DO EVENTO	
IEMAPEM	FEIRA DE MATEMÁTICA NO XIII ENCONTRO NACIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	ESCALA CUISENAIRE COMO INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA A UM ESTUDANTE DISCALCÚLICO	

Fonte: O autor (2019).

As participações nestes eventos foram importantes para o meu amadurecimento acadêmico, trazendo significativas contribuições à pesquisa. Nas feiras conhecemos diversos trabalhos sobre trigonometria e tecnologias aplicadas a educação matemática que nos ajudaram a responder o problema da pesquisa.

Na seção seguinte trataremos da metodologia da pesquisa, a engenharia didática, escolhida por ser um método desenvolvido para trabalhar atividades práticas pelos professores de matemática.

CAPÍTULO 3: METODOLOGIA DA PESQUISA – ENGENHARIA DIDÁTICA

3.1 PRESSUPOSTO TEÓRICO DA METODOLOGIA DA PESQUISA

A engenharia didática se propõe a planejar e aplicar uma sequência de aula (s) conhecida (s), organizada (s) e articulada (s) no tempo, de forma constante, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor Douady (1993, p. 2).

De modo a investigar como isto se dá, nos vários níveis de ensino, propusemos aos Futuros Professores (FP) do curso de graduação em licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre – UFAC, a aplicação de sequências didáticas de trigonometria 12mediada por dispositivos móveis, computadores e tecnologias de baixo custo. Para tanto, propomos a estes o uso do *Trigonometry Unit Circle* (*App*), o *Geogebra (Software* e *App*) e, agulha, papel e linha (tecnologias de baixo custo).

O *Trigonometry Unit Circle* pode ser baixado do play store gratuitamente no endereço: https://play.google.com/store/apps/details?id=processing.test.trigonometrycircleandroid.

Já o programa *Geogebra* podemos, encontrar utilizando o link: https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.

Tais atividades se encaixam nos conceitos da Engenharia Didática, que segundo Almouloud e Coutinho (2008) são um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino.

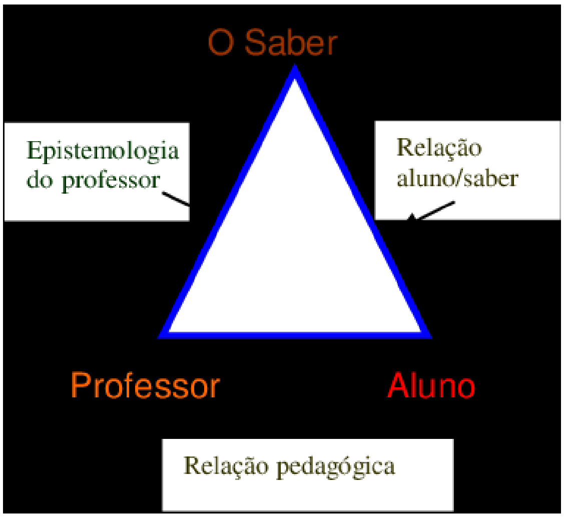
Inicialmente preparamos sequências didáticas que foram realizadas com os mestrandos do MPECIM e os alunos do 2° ano do ensino médio do CAP/UFAC e só após termos feito uma análise preliminar sobre as percepções dos alunos e suas dificuldades, partimos para atuar com os sujeitos desta pesquisa, os FP do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da UFAC.

O sistema didático stricto sensu ou triângulo didático (figura 22), comporta três elementos – o aluno, o professor e o saber, partes constitutivas de uma relação dinâmica e complexa, a relação didática, que leva em consideração às intervenções entre professor e alunos (elementos humanos), mediadas pelo saber (elemento não-humano), que determina a forma como tais relações irão se desenvolver (BROUSSEAU, 1996 a e b).

A complexidade na relação alunos/professor/saber, pode ser minimizada com o uso de recursos tecnológicos diversos, não somente recursos de alta tecnologia, mas também os de baixa tecnologia, que bem empregados pelos professores podem motivar os alunos a envolverem-se cada vez mais com a disciplina.

Inferimos do triângulo didático de Pommer (2013) como exposto na figura 22 que a relação pedagógica entre professor e aluno é a base do triângulo do conhecimento e as suas laterais simbolizam o caminho ao saber.

Figura 11 - O Triângulo Didático.



Fonte: Pommer (2013).

Este trabalho investigativo teve início em uma pesquisa literária em artigos, dissertações, teses, revista, sites e livro, com o intuito de descobrir como vinha sendo abordado o uso das tecnologias móveis no ensino de matemática, como podemos verificar no apêndice A (quadro teórico). Conforme nos ensina Pommer (2013, p. 23), "nesta fase são feitas uma revisão bibliográfica e uma análise preliminar". Como encontramos uma vasta literatura a respeito, decidimos focar os nossos estudos em uma área especifica da matemática, que é a trigonometria, para tanto, partimos em busca de um aplicativo para dispositivos móveis que nos desse suporte para trabalharmos a trigonometria com os futuros professores do curso de Graduação em Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Acre.

Para tanto, fizemos a escolha do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* por ser um software gratuito e por estar disponível para a plataforma Android, que é a mais popular para smartphones. Feito isto, fomos estudar as suas características e funcionalidades.

Posteriormente, elaboramos uma sequência didática[13] com apresentação em slides para datashow das funcionalidades do aplicativo e exercícios para atividade em sala, cujo objetivo era investigar o que os alunos acharam da metodologia mediada por software para celular.

3.2 FASE 1: ANÁLISE PRELIMINAR

Nesta fase podemos realizar constatações empíricas, nas oficinas de observações, identificando as concepções dos colaboradores e buscando compreender as condições da realidade sobre a qual a pesquisa foi realizada.

3.2.1 Oficina de observação no MPECIM

Com o intuito de avaliarmos o pressuposto teórico de que é possível mediar o ensino de trigonometria por meio de dispositivos móveis resolvemos iniciar nossa investigação no âmbito da UFAC por meios de oficinas de ensino.

Para Artigue (1996, p. 202) a análise preliminar "[...] reside na fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções".

Em busca de conhecer a concepção dos alunos e suas dificuldades sobre a trigonometria mediada por tecnologias móveis foi desenvolvida uma oficina com os alunos do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre (UFAC), onde trabalhamos conceitos de trigonometria como: razões trigonométricas no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico. Os recursos didáticos utilizados nesta atividade foram: *tablet* e *smartphones* com sistema operacional *Android*, o *aplicativo Trigonometry Unit Circle*, quadro magnético e pincel.

Preliminarmente, procuramos identificar se os mestrandos, que são professores da área de matemática em escolas de ensino médio e fundamental da rede pública na cidade de Rio Branco/AC, fazem uso de tecnologias móveis em suas práticas pedagógicas.

Em um segundo momento, foi informado o nome do aplicativo a eles e pedido para que acessassem a *play store* e fizessem o *download* do *Trigonometry Unit Circle*. A figura 23, mostra a tela inicial para o *download* no *play store*.

---

[13] Sequência didática é um termo usado na Educação Infantil para definir um conjunto de atividades encadeado de passos e etapas ligadas entre si para tornar mais eficiente o processo de aprendizado. Fonte: CALÁCIA, Déborah.

Figura 12 - Aplicativo *Trigonometry Unit Circle*[1].

Fonte: *Play store*[14] (2019).

Observamos que isso foi feito sem dificuldade por todos. Após baixado foi orientado como acessar as funcionalidades do aplicativo.

Configuramos no menu principal a opção: *Circle* projeções (figura 24) e no menu Preferências (figura 25**)**, deixamos marcado somente as opções sin, comprimento de arco, *labels* e valores.

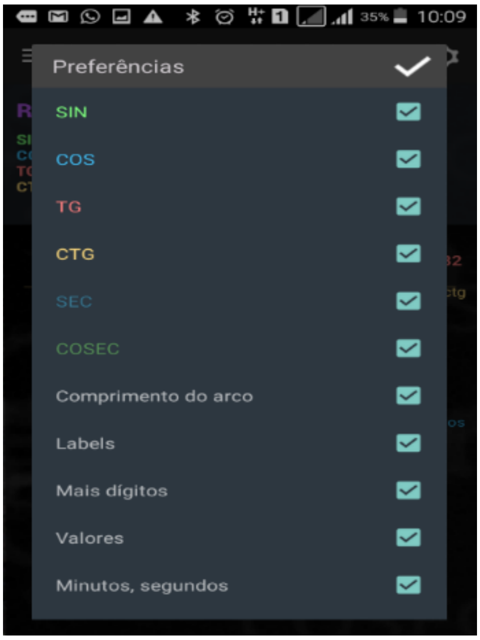
Na figura 24 temos o menu principal do *Trigonometry Unit Circle*.

Figura 13 - Menu Principal.

Fonte: Os autores (2017).

[14] https://play.google.com/store/apps/details?id=processing.test.trigonometrycircleandroid&hl=pt_BR

Figura 14 - Menu Preferências.



Fonte: Os autores (2017).

Pedimos para que os professores acessassem o menu principal do aplicativo e clicassem na opção *circle*: projeções para que pudessem ter acesso a menu preferências. Ao acessarem o menu preferência, pedimos que deixassem marcada, por enquanto, somente a opção *sin*, que corresponde ao seno.

Foi trabalhada uma revisão de conceitos fundamentais de trigonometria por meio do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*, onde em sua tela inicial podemos identificar que a função seno está projetada sobre o eixo das ordenadas (y), enquanto a função cosseno está projetada no eixo das abscissas (x), como podemos verificar na figura 27. Na mesma tela vimos que o seno do ângulo α é dado pela razão do cateto oposto pela hipotenusa.

Verificamos que tendo somente a função seno configurada no aplicativo e animando o ponto que está sobre a circunferência com o botão *play* (figura 26) a função seno se comporta da seguinte forma, no I quadrante cresce e é positiva, no II decresce e é positiva, no III decresce e é negativa e no IV quadrante cresce e é negativa. Com o botão *play* podemos animar o *app* de modo que o ponto percorre toda a circunferência.

Figura 15 - Botão *Play* do Aplicativo.

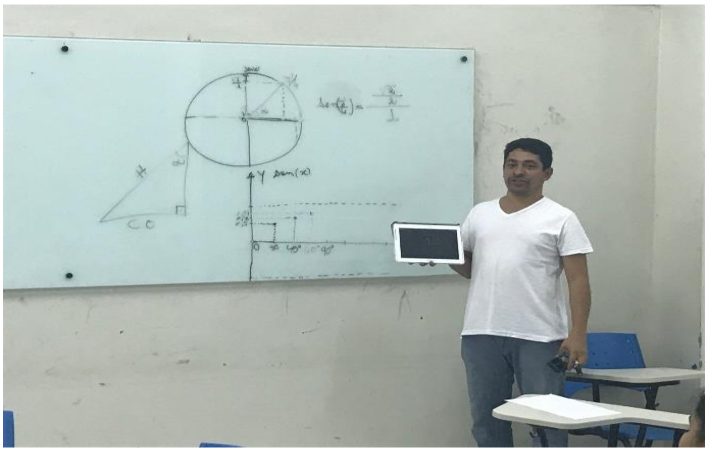
Fonte: O autor (2017).

Figura 16 - Tela Principal do Aplicativo.

Fonte: Os autores (2017).

No primeiro momento trabalhamos alguns aspectos da função seno a partir do que podemos identificar na figura 27 acima. Nas figuras seguintes (28 e 29) trabalhamos com os colegas mestrandos do MPECIM a construção de um gráfico da função seno com o uso do quadro magnético e mostrando como esta aparece no aplicativo.

Figura 17 - Apresentando o *Trigonometry Unit Circle.*



Fonte: Os autores (2017).

Na Figura 29 os mestrandos do MPECIM estão fazendo uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* na disciplina MPECIM033 - “Tendências em Educação Matemática e Práticas

Culturais: elaboração de recursos didáticos na formação docente", com a Profa. Dra. Simone Maria Bandeira Bezerra:

Figura 18 - Utilizando o *Trigonometry Unit Circle.*

Fonte: Os autores (2017).

Na apresentação, os mestrandos identificaram alguns bugs no aplicativo e fizeram uma série de sugestões de como melhorar a atividade.

Identificamos falhas de programação como no campo valores que em vez de exibir os valores ao ser marcado, ele fazia o inverso, deixava de exibir, e vice-versa.

Erro de matemática, no par ordenado (0,0) a função seno apresentava o valor negativo (-0,0), que como bem sabemos é uma inverdade matemática.

Na busca de solução para estes problemas buscamos atualizar o aplicativo e percebemos que na versão mais recente estas falhas haviam sido corrigidas. A princípio os professores achavam que o aplicativo trazia muitas respostas prontas e com isso inviabilizaria a elaboração de seus planos de aula.

Ao explorarmos as funções em todos os *menus* do aplicativo foram identificadas possibilidades de proposição de atividades, as quais foram propostas ao final da aula.

No anexo H temos as sugestões dos professores/pesquisadores do MPECIM. Estes são identificados como M1, M2, M3, M4 e M5.

Podemos observar que os professores/mestrandos, inicialmente ofereceram certa resistência ao se depararem com o novo. Alguns já haviam feito uso de aplicativo em suas práticas pedagógicas e estes foram os que apresentaram mais facilidade em descobrir as funcionalidades do aplicativo, bem como, a elaborar questões e sugestões de uso deste.

3.2.2 Oficina de observação no CAP

Foi desenvolvida uma oficina com os alunos do CAP/UFAC, onde trabalhamos conceitos de trigonometria como: razões trigonométricas no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico, com os alunos do segundo ano do ensino médio, na disciplina de matemática, ministrada pelo Prof. Dr. Gilberto Melo. Os recursos didáticos utilizados nesta atividade foram: retroprojetor, *tablet* e *smartphones* com sistema operacional *Android*, câmera filmadora e o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

Pedimos para que o professor orientasse os alunos a baixarem previamente o aplicativo para que ao chegarmos em sala de aula eles já estivessem prontos para uso, e assim foi feito, no dia da apresentação aqueles que tinham *smartphones* estavam com o *app* instalado, aqueles que não tinham, que eram poucos, formaram dupla com quem tinha.

E assim iniciamos a oficina, apresentando as funcionalidades do aplicativo, ao passo que íamos revisando conceitos fundamentas da trigonometria.

Na figura 30 podemos acompanhar parte de como se deu esta experiência.

Figura 19 - Aula no CAP/UFAC.

Fonte: Os autores (2017).

Nesta intervenção, podemos identificamos que a ação dos alunos ao manipular o material didático, no caso o aplicativo, foi levantar as diversas indagações que contribuíram significativamente para a construção do conhecimento.

“O professor deve inicialmente propor situações para colocar o aluno de modo ativo diante de uma situação” (BROUSSEAU, 1996 a e b apud POMMER, 2013, p.14).

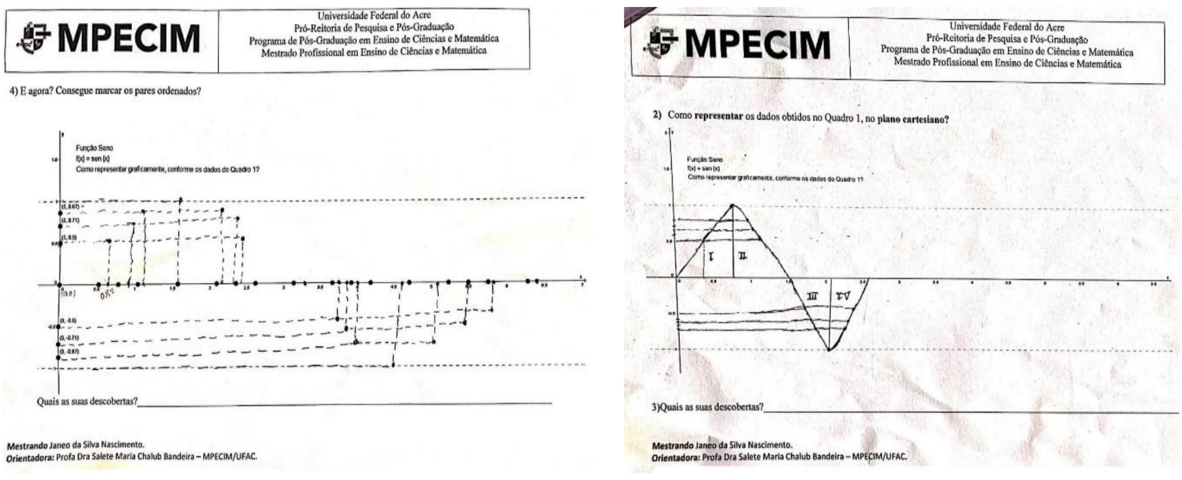
Entendemos que o uso de recursos tecnológicos manipulativos posiciona o aluno de modo ativo, tornando-o agente do seu próprio aprendizado. A aula se deu de forma dinâmica participativa, os alunos inicialmente intimidados tinham resistência em responder as perguntas a respeito do tema, mas à medida que íamos estimulando-os a responder conseguimos envolve-los e torna-los mais participativos. Foi trabalhado com esta turma três atividades para que eles com o auxílio do *Trigonometry Unit Circle* respondessem, juntamente com a nossa supervisão e orientação.

Após a apresentação foi desenvolvida uma sequência didática com os alunos como forma de favorecer a fixação do conteúdo, bem como avaliar o nível de compressão.

Contudo, ao passo que íamos explicando, tirando as dúvidas, eles iam conseguindo caminhar nos exercícios. No entanto, o tempo que tivemos, dois tempos de 50 min, não foi suficiente para a conclusão dos exercícios pela grande maioria.

Ao analisarmos esta amostra retirada do rol de sequências didáticas aplicadas junto aos alunos do CAP/UFAC, pudermos inferir que os alunos têm formas diferentes de registrar, fazendo uso de ícones distintos para representar o mesmo elemento, como por exemplo, os ícones usados para registrar o comportamento da função seno em cada um dos quatro quadrantes do círculo trigonométrico, vide Figuras 31.

Figura 20 - Comportamento da função seno registrado por alunos do CAP.



Fonte: O autor (2017).

E assim nos ensina Duval (2011, p.22) “a relação dos signos com as coisas que eles significam é uma relação de referência, e não uma relação de causalidade”.

Conclui-se que os ícones diferem do que representam, como podemos facilmente perceber que apesar dos alunos utilizarem ícones distintos representam o mesmo elemento, o comportamento da função seno em cada um dos quatro quadrantes do círculo trigonométrico.

3.3 FASE 2: ANÁLISE *A PRIORI*

De acordo com Artigue (1996) esta é a fazer que: “Determinamos quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver”.

Foi nesta fase que determinamos de que forma trabalharíamos os recursos escolhidos. Apresentamos o aplicativo escolhido e orientamos a forma como os colaboradores da pesquisa iriam desenvolver seus planos de aula e suas videoaulas com base nas apresentações dos pesquisadores. Ao final, buscamos indagar os colaborares, quanto ao uso de aplicativos para dispositivos móveis em suas práticas pedagógicas.

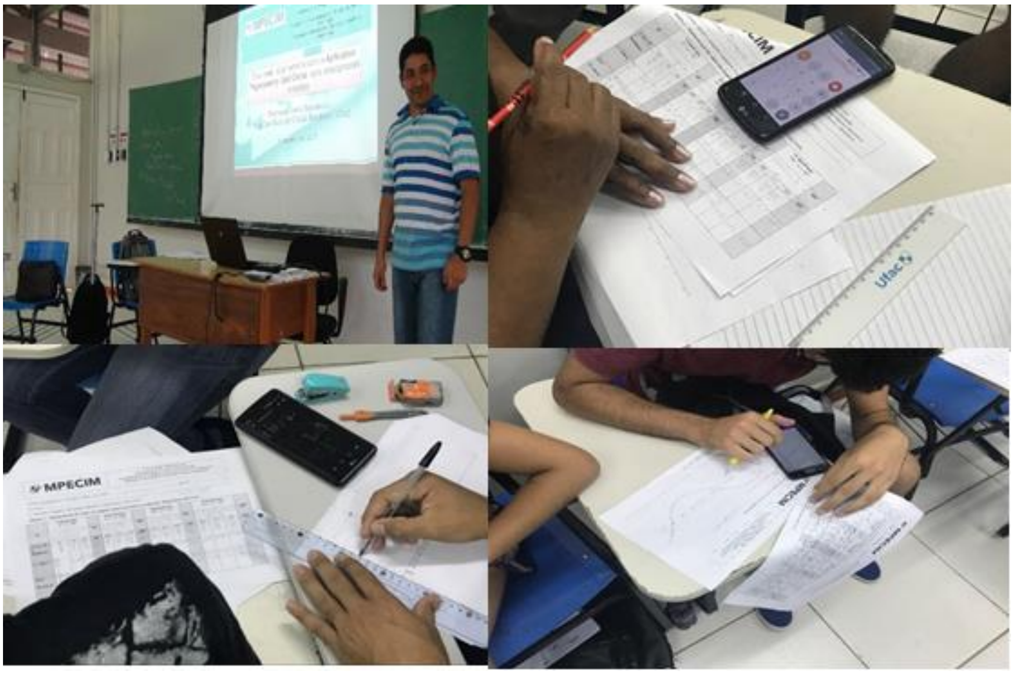
3.3.1 Apresentação do aplicativo pelo professor pesquisador - atividade realizada com os alunos do 4° e 5° períodos do curso de licenciatura em matemática da UFAC.

Foram desenvolvidas oficinas com os alunos 4° e 5° períodos do curso de licenciatura em matemática, onde trabalhamos conceitos de trigonometria como: razões trigonométricas no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico. Os recursos didáticos utilizados nesta atividade foram: retroprojetor, *tablet, smartphones* com sistema operacional android, câmera filmadora e o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

Inicialmente foi informado o nome do aplicativo aos alunos e pedido para que acessassem a *play store* e fizessem o *download*. Observamos que os futuros professores não tiveram dificuldade para realizar essa ação. Após baixado, foi orientado como acessar as funcionalidades do aplicativo que iriamos utilizar. Feito isso, passamos algumas atividades aos alunos para que resolvessem com o auxílio do *Trigonometry Unit Circle,* como podemos ver na figura 32.

Os FP desenvolveram as atividades propostas, alguns de modo individual e outros em grupo, utilizando recursos didáticos diversos, o aplicativo do *Trigonometry Unit Circle*, *software* de calculadora, régua e compasso.

Figura 21 - Oficina com a turma do 4º período de Matemática da UFAC.



Fonte: Os autores (2017).

Ao analisarmos as atividades desenvolvidas pelos alunos da graduação em matemática e fazendo um paralelo com os alunos do ensino médio do CAP/AC, pudemos observar que os graduandos tinham mais habilidade com o tema proposto, pela celeridade na resolução, pelo grau de independência (menos dúvidas), e pelo número de erros, que neste grupo foi bem menor. No entanto devemos salientar que os alunos do 4º período de matemática, na época da pesquisa, já haviam cursado a disciplina de matemática elementar que abordou a trigonometria.

Todavia, podemos observar que este grupo de alunos tinha uma postura diferente em relação aos desafios proposto, agindo de forma mais independente do professor e interagindo mais em seu meio com os demais colegas do grupo e da classe. A postura deste grupo de alunos está de acordo com o conceito de devolução descrito por (BROUSSEAU, 1996 (a) apud POMMER 2013, p. 25), "que significa o aceite do aluno em enfrentar o desafio intelectual e resolver as situações propostas, como se o problema fosse dele".

Tomando como base as sequências didáticas elaboradas pelos pesquisadores, os FP elaboraram suas sequências e apresentam à turma na disciplina de Prática de Ensino de Matemática III (PEMIII). Para tanto, os mesmos precisariam escolher nas (OCEM, 2013) conteúdos de trigonometria possíveis de serem trabalhados fazendo uso do *app Trigonometry Unit Circle***,** e assim foi feito como podemos verificar no anexo A.

Na figura 23 temos uma aula ministrada pelos FP a partir do plano desenvolvido por estes.

Figura 22 - Aula ministrada pelos FP fazendo uso de recursos de tecnologia móvel e tradicional na disciplina de prática de ensino de matemática III (PEMIII).

Fonte: O autor (2018).

Na figura 23 os professores fazem uso de recursos tradicionais e tecnologia móvel e explicam que os recursos diferentes causam estímulos diferentes e podem favorecer o aprendizado dos alunos que têm formas de aprendizado distintos. Os alunos mais visuais e com o pensamento abstrato mais desenvolvido acompanham e compreendem melhor o que se explica no quadro, já os alunos mais sinestésicos podem aprender melhor fazendo uso do aplicativo por terem a possibilidade de interagir com este, tocando na tela, investigando as funcionalidades e pesquisando na internet conceitos desconhecidos.

Os FP fazem uso do celular para demonstrar, como explicarão aos alunos o que foi demonstrado, fazendo uso dos recursos tradicionais.

Tal situação nos remete a Borba e Penteado (2001 p. 56) quando tratam das inovações educacionais e dizem que estas “pressupões mudanças na prática docente, não sendo uma exigência exclusiva daquelas que envolvem o uso de tecnologia da informação”.

O cenário educacional atual exige que o professor tenha um perfil dinâmico e alinhado com o novo.

Para Fiorentini e Nacarato (2005, p. 9):

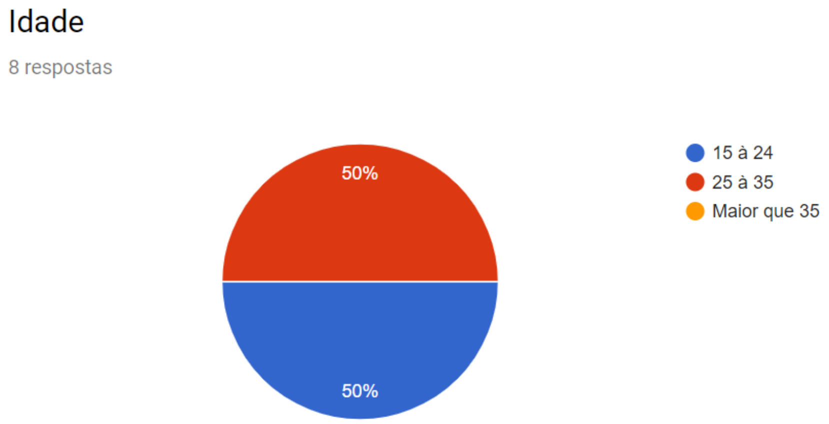
> O professor nessa perspectiva educacional contínua, constitui-se num agente reflexivo de sua prática pedagógica, passando a buscar, autônoma e/ou colaborativamente, subsídios teóricos e práticos que ajudem a compreender e a enfrentar os problemas e desafios do trabalho docente.

Os autores nos levam a refletir sobre o nosso papel quanto formadores de professores, nos responsabilizando em estimulá-los a desenvolverem este perfil profissional.

3.3.2 Análise do formulário: pesquisa sobre o uso de dispositivos móveis nas aulas de matemática – professor

Com o intuito de investigarmos o uso de dispositivos móveis nas aulas de matemática aplicamos um questionário eletrônico aos colaboradores. Os participantes desta etapa tinham entre 15 e 35 anos, como podemos identificar no gráfico 1.

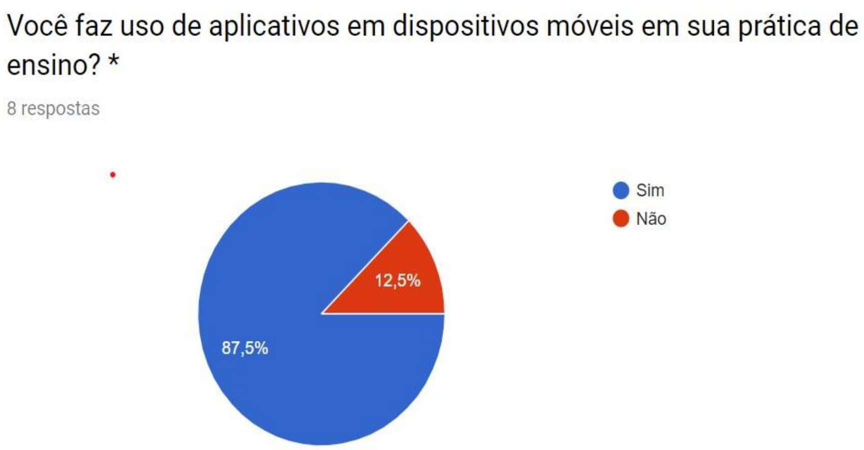
Gráfico 1 – Colaboradores por Idade



Fonte: O autor (2018).

Na fase anterior identificamos que alguns dos colaboradores mesmo não terminando a graduação já tiveram algumas experiências em sala de aula e, portanto, buscamos identificar se haviam feito uso de dispositivos móveis em suas práticas. No gráfico 2 podemos verificar o que responderam a respeito.

Gráfico 2 – Quanto ao uso de dispositivos móveis.



Fonte: O autor (2018).

Pelo que podemos perceber dos colaboradores que participaram desta fase da pesquisa, a grande maioria já teve experiência em sala de aula e fizeram uso de dispositivos móveis em suas práticas pedagógicas.

Como alguns colaboradores haviam tido experiências em sala de aula, supomos que estes já tinham utilizando aplicativos com os seus alunos, portanto, buscamos identificar quais. Quanto ao tema, podemos identificar o que responderam de acordo com a figura 34.

Figura 23 – Quanto ao uso de aplicativos em sala de aula.

Se já utilizou aplicativo(s) em dispositivos móveis em sua prática pedagógica? Cite quais.

8 respostas

Sim. Aplicativo do geogebra no celular.
Geogebra,círculo trigonometrico
Sim , utilizei o Geogebra para ensinar geometria euclidiana plana, e funções polinomial do primeiro grau.
Sim geogebra
Photomate
Sim, geogebra
Sim
Geogebra, mallmath e círculo trigonometrico, photomath

Fonte: O autor (2018).

O *Geogebra* é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que está disponível nas versões para dispositivos móveis e PC, este aborda *geometria, álgebra, planilha de cálculo, gráficos probabilidade, estatística e cálculos simbólicos*. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada.

Já o *Trigonometry Unit Circle*, é um aplicativo desenvolvido para fins acadêmicos, para o ensino de Geometria e Trigonometria no *Trigonometry Unit Circle*. Este *app* tem por finalidade estimular a compreensão visual da geometria e das funções trigonométricas, bem como, cálculo de seno, cosseno, tangente, cotangente, secante, cossecante, graus e radianos.

O *Photomath* é um aplicativo capaz de digitalizar instantaneamente texto impresso e problemas matemáticos escritos à mão usando a câmara do teu dispositivo. Este *app* decompõe os problemas matemáticos em passos simples e fáceis de compreender.

O *MalMath* é um solucionador de problemas de matemática com descrição passo a passo e gráficos. Com este *app* é possível resolver: Integrais, Derivadas, Limites, Trigonometria, Logaritmos, Equações, Álgebra. Ele ajuda aos estudantes a entender o processo de resolução de problemas, sendo útil tanto para o ensino fundamental, médio e superior.

Outra questão que abordamos nesta pesquisa foi como se deu a experiência deles ao ensinar matemática mediada por dispositivos móveis. Vemos na figura 35 o relato dos participantes dos professores que responderam.

Figura 24 - Relato quanto ao uso de dispositivos móveis.

Relate de forma sucinta a sua experiência com o uso de dispositivos móveis em sua prática pedagógica

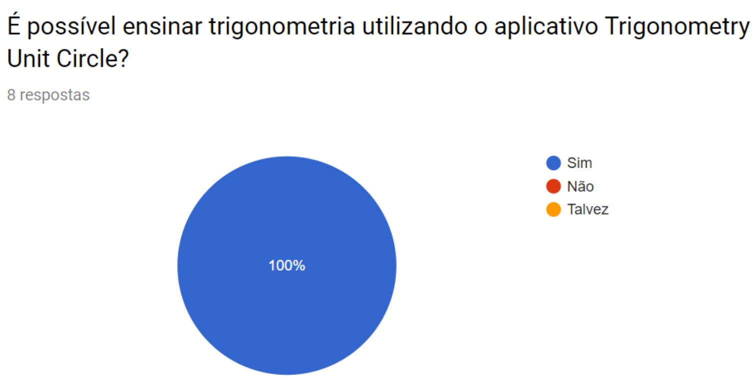
8 respostas

- Muito gratificante, pois possibilitou uma interação direta entre a prática e o celular. Interecao essa que hoje é inevitável, visto a capacidade de auxílio que o aparelho móvel pode proporcionar.
- Foi muito boa,uma nova forma de se ensinar,onde podemos perceber que não existe um único método de ensino
- Facilita o aprendizado e a visualização de conceitos abstratos.
- Muito boa, a aluna aprendeu o conteúdo e resolveu corretamente a questão aplicada, além de ter despertado o interesse pelo conteúdo.
- Algo que nos ajuda muito de certa forma satisfatório
- A dificuldade em adaptar os comandos para o celular foi a maior dificuldade
- Eficiente e prazerosa
- Facilita o aprendizado

Fonte: O autor (2018).

Depreendemos do que foi respondido, que os colaboradores concordam que o uso de dispositivos móveis pode trazer contribuições significativas ao aprendizado de trigonometria. Quando falam da interação com o celular e da facilitação na visualização de conceitos abstratos nos remetem a teoria das representações semiótica que nos ensina sobre as variadas formas de representação de um signo, indicando que com o uso destas tecnologias temos recursos adicionais para o ensino de trigonometria.

Gráfico 3 - Quanto a possibilidade de ensinar trigonometria com o *Trigonometry*.



Fonte: O autor (2018).

Concluímos a partir do gráfico 3 e figura 36 que os colaboradores foram unânimes em afirmar que sim, é possível ensinar trigonometria por meio deste *app*, demostrando que se sentiram motivamos em levar às suas práticas pedagógicas não só este como muitos outros aplicativos que podem contribuir com o aprendizado não só da trigonometria como muitos outros ramos da matemática moderna.

Figura 25 - Quanto a possibilidade de ensinar trigonometria com o *Trigonometry*.

Justifique sua Resposta

8 respostas

Sim, pois o aplicativo oferece as ferramentas necessárias para tal tarefa.

Pois no círculo trigonométrico tem as características das funções trigonométricas e o gráfico delas em radiano e em pi.

Através desse aplicativo é possível entender conceitos que em um quadro não é possível. A visualização facilita o ensino.

Sim pois além de chamar a atenção dos alunos por ser um meio diferente de ensino é uma maneira mais visual do assunto do qual permite um melhor resultado.

Da para trabalhar com as relações no triângulo retângulo os graficos

Ele possui todas as informaçoes necessarias, e de facil compreençao

É um aplicativo que permite visualizar as funções trigonométricas no círculo trigonométrico ao mesmo tempo em que fornece os dados na tela , outro ponto bastante interessante é que tem a demonstração do que é seno , cosseno , tangente no triângulo retângulo. O aplicativo enriquece a aula!!!

Com certeza

Fonte: O autor (2018).

Podemos perceber que os colaboradores, junto de sua pouca experiência em sala de aula, se sentem motivados a fazer uso de dispositivos móveis e aplicativos que possam auxilia-los em suas práticas pedagógicas.

No capítulo seguinte trataremos sobre as duas últimas fases da Engenharia Didática a Experimentação, onde optamos por realizar a elaboração de sequências didáticas e vídeos aulas pelos colaboradores da pesquisa, por fim, a análise *a posteriori*, onde analisamos os dados obtidos ao longo da pesquisa.

CAPÍTULO 4: INTERVENÇÕES PEDAGÓGIGAS

4.1 FASE 3: EXPERIMENTAÇÃO

De acordo com Artigue (1996) nesta fase são planejadas e analisadas previamente sequências de aulas com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática.

Nesta etapa planejamos as sequências didáticas e as videoaulas que foram propostas aos colaboradores da pesquisa. Posteriormente, analisamos o material por eles elaborados, quanto a questões de aprendizagem.

4.1.1 Experimentação com a elaboração de planos de aulas elaborados pelos pesquisadores e colaboradores da pesquisa

Buscamos nas Orientações Curriculares da Secretaria de Estado de Educação do Acre os conteúdos de trigonometria trabalhados nas escolas de ensino médio. Analisamos quais deles seriam possíveis de trabalhar fazendo uso de aplicativos para dispositivos móveis. Feito isto, selecionamos os conteúdos e elaboramos planos de aulas baseadas no caderno do professor e caderno do aluno desenvolvidos pela SEEAC no ano de 2013. Os planos elaborados pelos pesquisadores e colaboradores encontram-se no (APÊNDICE F) e (ANEXOS A a E). As sequências didáticas também podem ser encontradas no produto educacional.

4.1.2 Experimentação com a produção de videoaulas pelos pesquisadores e os colaboradores da pesquisa

O uso de aplicativo educativo em dispositivos móveis como o *Trigonometry Unit Circle* nos remete a quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática. Em relação ao uso das tecnologias na educação matemática temos:

> Essa fase teve início em meados de 2004, com o advento da internet rápida. Desde então a qualidade da conexão, a quantidade e o tipo de recursos com acesso à internet tem sido aprimorados, transformando a comunicação online. (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015, p. 35).

Nesse interim, que a pesquisa foi desenvolvida tendo como pressuposto os aspectos mencionados anteriormente utilizando: produção de vídeos com câmeras digitais e softwares de edição com interfaces amigáveis, bem como o uso de celulares e *tablets*. Para ilustrar as diferentes fases do uso das tecnologias digitais em Educação Matemática segue a Tabela 1:

Tabela 1 – Quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.

	Tecnologias	**Natureza ou base tecnológica das atividades**	**Perspectivas ou noções teóricas**	**Terminologia**
Primeira fase (1985)	Computadores; calculadoras simples e científicas.	LOGO Programação.	*Construcionismo*; micromundo.	Tecnologias informáticas (TI).
Segunda fase (início dos anos de 1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	Geometria dinâmica (*Cabri Géomètre; Geometriks*); múltiplas representações de funções (*Winplot, fun Mathematica*); CAS; jogos	Experimentação visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem, construcionista; seres-humanos-com-mídias.	TI; *software* educacional; tecnologia educativa.
Terceira fase (1999)	Computadores, laptops e internet.	*Teleduc; e-mail; chat*; fórum; *Google*.	Educação a distância online; interação e colaboração online; comunidades de aprendizagem.	Tecnologias da informação e comunicação (TIC).
Quarta fase (2004)	Computadores; *laptops; tablets*; telefones celulares; internet rápida.	*Geogebra*; objetivos virtuais de aprendizagem; *Applets*; vídeos, *You Tube*; WolframAlpha; Wikipédia; *Facebook*.	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento *online* de vídeos; performance matemática digital.	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis portáteis.

Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 39).

Tendo como base a quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática foi realizada atividade no curso de matemática da Universidade Federal do Acre – UFAC, no 5º período, na disciplina Informática Aplicada ao Ensino de Matemática, com o uso de aplicativos para *tablets* e celulares.

Os resultados foram videoaulas com a utilização do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*. Tais atividades nos remetem a Pereira (2012, p. 21) quando fala "a aprendizagem significativa[15] subjaz à integração construtivista e positiva entre pensamentos, sentimentos e ações que conduzem ao engrandecimento humano".

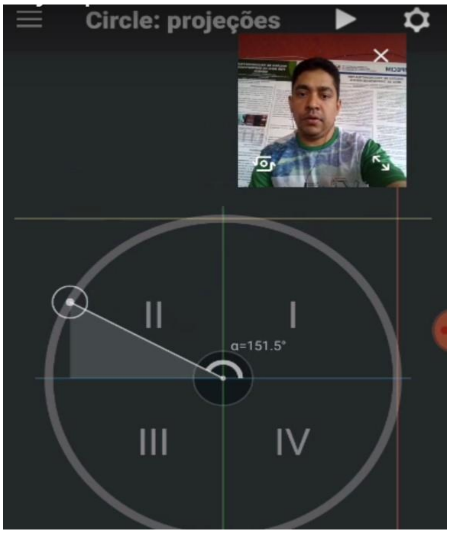
No quadro abaixo trazemos uma descrição das funcionalidades do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* trigonométrica para dispositivos móveis.

[15] Entendemos como aprendizagem significativa os resultados apresentados pelos colaboradores em seus videoaulas, onde colocaram em prática os conhecimentos matemáticos adquiridos ao longo do curso e adaptados para aula mediada pelo aplicativo TUC, como podemos ver abaixo.

Quadro 16 – Videoaula do autor – descrevendo o *Trigonometry Unit Circle.*

<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata da função cosseno de x no círculo trigonométrico.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td>
Figura 26 – Apresentação da pesquisa do professor/pesquisador.

Fonte: O autor (2019)

Figura 27 - Apresentando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*


Fonte: O autor (2019).
</td><td>
Olá! Sou o professor Janeo Nascimento, sou mestrando do Mestrado Profissional de Ensino de Ciência e Matemática da Universidade Federal do Acre – UFAC.

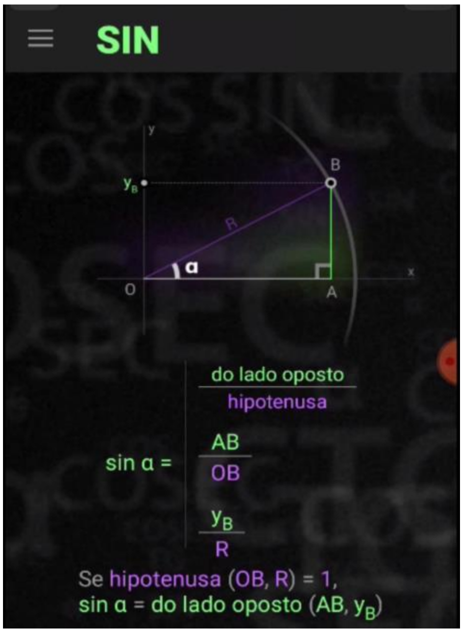
O propósito de estarmos gravando esse vídeo é de mostrarmos parte do que foi trabalhado com os colaboradores da pesquisa, que são os professores em formação inicial do curso de Licenciatura em Matemática.

O título de nossa pesquisa é: Os registros de representação semiótica a partir do aplicativo *Trigonometry Unit Cicle* em dispositivos móveis na formação inicial de professores em matemática.
Mostraremos para vocês as funcionalidades do aplicativo Trigonometry Unit Circle, e como foi utilizado pelos colaboradores para montarem suas videoaulas sobre trigonometria.
Buscamos nas apresentações identificar os elementos fundamentais do Trigonometry Unit Circle trigonométrico, interpretar situações que envolva relações trigonométricas, identificar os arcos notáveis, interpretar o círculo trigonométrico (sentido horário, sentido anti-horário), eixo das abscissas e eixo das ordenadas, quadrantes e simetria de ângulos.
Vamos parar por aqui para poder gravar o vídeo com o aplicativo mostrando para vocês, o que mostramos aos professores (em formação) e que posteriormente eles replicaram em suas videoaulas.

Olá! Bom dia gente! Estou aqui mais uma vez para gravar mais um vídeo para vocês com a apresentação do aplicativo círculo trigonométrico unitário. Eu vou tirar da tela aqui a visualização para a gente poder visualizar o aplicativo melhor. O aplicativo é este aqui, o *Trigonometry Unit Circle* trigonometrias ou trigonometry. Vamos mostrar para vocês as funcionalidades do aplicativo para depois mostrarmos como foi trabalhada as aulas dos colaboradores com este aplicativo.

Temos o menu principal temos as funções de gráficos, como a gente pode perceber e o círculo projeções que mostra a projeção do círculo, a divisão em quadrantes, o segmento tangente, o segmento cotangente, secante, cossecante. Temos a representação do círculo em forma de coordenadas, os valores de funções de acordo com o ângulo. Temos no menu funções a função, seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante. Temos ainda as fórmulas, simetria, turno, periodicidade, identidade básica, soma e diferença de ângulos, ângulos duplos. No menu seno, o que achamos interessante foi a forma didática de apresentação do aplicativo, com cores que destacam bem os seguimentos. Verificando a imagem nos remetemos a Duval (2011) com a teoria das representações semióticas, onde podemos identificar várias representações semióticas, como na imagem da função seno, onde percebemos a representação gráfica (do cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa em cores vibrantes) a representação simbólica e algébrica (y = sen (x)) e a representação na linguagem natural (Função Seno). Em uma única imagem, ou tela do aplicativo
</td></tr>
</table>

Figura 28 - Apresentando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle.*



Fonte: O autor (2019).

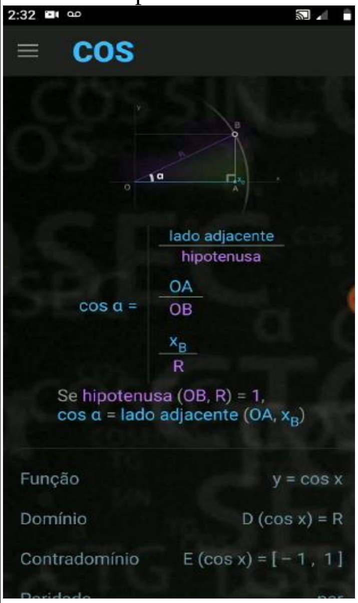
podemos trabalhar conceitos como: domínio, contradomínio, paridade, nulos, etc.

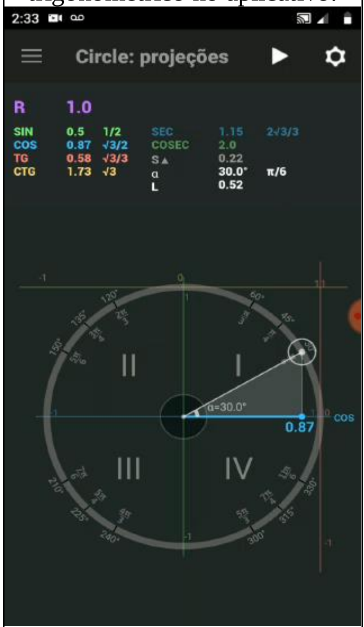
Assim, foi mostrado aos professores colaboradores para que eles pudessem preparar suas aulas utilizando os recursos disponíveis no aplicativo. Assim como na função seno a cosseno também é apresentada da maneira, porém destacando o segmento do seno na cor azul. O aplicativo traz uma série de identidades trigonométricas básicas, soma e diferença de ângulos, derivada e integrais das razões trigonométricas, logo, é possível trabalhar não só conteúdos de nível fundamental e médio como também nível superior. No menu preferências podemos escolher os elementos que desejamos que apareçam na tela do aplicativo como: sin, cos, tg, ctg, sec, cosec, comprimento de arco e labels. Habilitando somente a função seno, podemos mover o ponto sobre a circunferência e ver como se comporta o seno, observando os quadrantes onde ela cresce e decresce, onde ela é positiva e onde ela é negativa. Podemos também habilitar mais de uma opção ao mesmo tempo de modo a perceber como elas se comportam de modo simultâneo. Quando arrastamos o ponto sobre a circunferência nem sempre paramos sobre o ângulo desejado, para tanto o aplicativo nos permite a digitar o valor exato do ângulo clicando sobre o centro da circunferência. Para compreender cada uma das opções do menu preferência indicamos escolher um por um dos elementos presentes e voltar para o círculo e ver como é apresentado na tela principal. E posteriormente observar com todas as opções habilitadas e movendo o ponto tanto de modo manual como automático, clicando no botão play.

Fonte: O autor (2019).

A seguir trazemos a transcrição da aula do colaborador Sidney no quadro 17:

Quadro 17 – Videoaula do colaborador Sidney Carneiro Júnior – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata da função cosseno de x no círculo trigonométrico.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Figura 29 - Função cosseno no aplicativo.


Fonte: O autor (2019).</td><td>O aplicativo é muito fácil de baixar e de usar, vamos ao menu opções e escolhemos a função cosseno.
A função cosseno é igual ao lado adjacente de um ângulo nesse caso o alfa, sobre a hipotenusa, representado nesse caso por “R”.
Também pode verificar a representação do lado adjacente pelo segmento AO, o segmento “pintado de azul”, sobre a hipotenusa representada pelo segmento OB, nessa representação na cor roxa.
Temos a função y=cos x
O domínio da função é todos os Reais (Se referindo ao conjunto dos números Reais). D (cos x) = R.
O contradomínio intervalo fechado de menos um a um. Matematicamente representado por E (cos x) = [-1,1].
Paridade é uma função par, e quando periodicidade é igual a T=2π, pois a cada 2 π mais k π ela vai se repetir.</td></tr>
<tr><td>Figura 30 - Círculo trigonométrico no aplicativo.


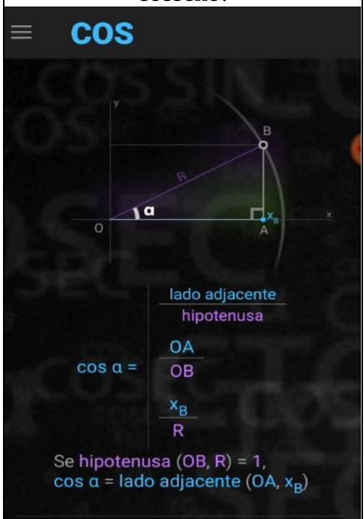
Fonte: O autor (2019).</td><td>Voltando a tela inicial temos aqui os ângulos notáveis. Podemos observar se você ajustar para ângulo de 30º esse aplicativo nos dá o valor. No caso do cosseno está representado na cor azul, que vale raiz de 3 sobre 2.
Já o cosseno de 45º vale raiz de 2 sobre 2, sempre observando os valores em azul.
Já o cosseno de 60° vale ½. Podemos observar uma das características da função cosseno que é uma função par. O que quer dizer uma função par? É quando o f (-x)=f(x), (no caso cos(-x)=cos(x)).
Observando o simétrico do ângulo de 60º? E o 120º, que corresponde ao ângulo de 60º + o ângulo de 30º, observando no aplico que com o cosseno de 120º é igual a -1/2. E o cosseno de 60° é igual á ½. Comprovando que a função cosseno é uma função par.
Outro exemplo é o cosseno de 45º na tela do aplicativo indica raiz de 2 sobre 2. O simétrico é o ângulo de 135º, no indicando o valor de menos raiz de 2 sobre 2.
Nesse aplicativos podemos observar os valores dos ângulos em “pi” e radiando, e através dele podemos estudar as características das funções trigonométricas. Lembrando que o círculo tem raio um.</td></tr>
</table>

O colaborador optou por apresentar a função cosseno. Sidney observou que a função cosseno está representada na cor azul, fato esse que contribui para o aprendizado.

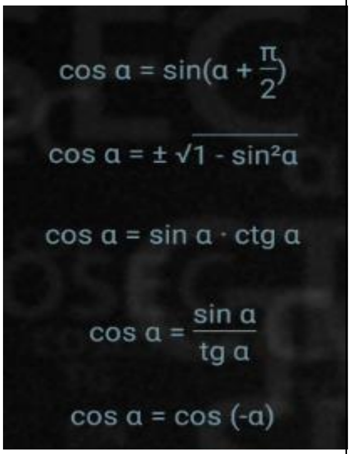
No quadro 18 a colaboradora Talita também abordou a função cosseno, porém levou em consideração outros aspectos:

Quadro 18 – Videoaulas do colaborador Talita Matias – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata da função cosseno de x no círculo trigonométrico.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td>Figura 31 - Tela inicial do aplicativo.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Ao “abrir” o aplicativo temos inicialmente essa tela, onde podemos observar o círculo de raio 1, onde podemos o perceber a representação do seno, cosseno, tangente, secante e a cossecante. Podemos movimentar o círculo e perceber que quando mudamos os ângulos, o valor disposto ao lado esquerdo automaticamente muda também, tanto do seno, cosseno, tangente, secante e a cossecante, mudam também.
Mas trataremos da função cosseno. Então vamos até ao menu funções e escolhemos a função cosseno, onde podemos observar várias coisas sobre o cosseno.</td></tr>
<tr><td>Figura 32 - Projeção da razão cosseno.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Podemos observar muitas características sobre cosseno, e vamos começar pela definição de cosseno.
O cosseno de alfa é igual ao lado adjacente de um ângulo, sobre a hipotenusa, representado nesse caso por “R”. Que também pode ser representado pela medida OA sobre a medida OB ou xB sobre R.
Podemos observar se a hipotenusa de (OB,R) for igual a 1, então o cosseno de alfa será igual ao lado adjacente (AO, xB).
A função cosseno é representada como y=cos x
Seu domínio é todos os Reais (Se referindo ao conjunto dos números Reais). D (cos x) = R.
O contradomínio é de [-1,1], como o círculo é de raio 1, sua imagem vai ser de -1 a 1.
Paridade da função cosseno é par. Para ela ser par seu gráfico é simétrico em relação ao eixo y.</td></tr>
</table>

Figura 33 - Identidades trigonométricas.  Fonte: Os autores (2019).	Também podemos verificar os nulos da função cosseno que são: cos x=0, x= $\pi/2 + \pi n$ para todos x pertencente a Z (se referindo ao conjunto dos números inteiros). Também observados intervalos de sinais constantes, intervalo de monotonia, extremos, pontos de inflexão e algumas identidades trigonométricas onde podemos usar a função cosseno. O cosseno de alfa levando em consideração que essas identidades são de suma importância em trigonometria, pois temos inicialmente que seno ao quadrado de alfa mais cosseno quadrado de alfa é igual a um. A partir dessa equação temos a identidade. Também temos a derivada do cosseno de alfa que é menos seno de alfa. E a integral do cosseno de alfa também pode ser observada no aplicativo. Voltando a projeção inicial podemos verificar que o cosseno está representado no eixo do x (horizontal). E o seno o eixo do y (vertical). Quando mudamos a posição dos ângulos no círculo trigonométrico automaticamente os valores são alterados e verificamos na parte superior esquerda. Esse aplicativo é de suma importância aos estudantes do curso de matemática porque nos auxilia nos estudos em relação as aulas de trigonometria.

Talita foca sua aula no comportamento da função cosseno, iniciando pela definição e posteriormente explicando sobre paridade, os nulos da função e intervalos de sinal constantes, porém expõe outros conceitos trigonométricos que são abordados no aplicativo como, extremos, ponto de inflexão e algumas identidades da função cosseno.

No quadro 19 a colaboradora Aline Ferreira aborda os conceitos de seno de um ângulo no círculo trigonométrico:

Quadro 19 - Videoaulas do colaborador Aline Ferreira – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

Conteúdos abordados	
O vídeo trata dos conceitos de seno de um ângulo no círculo trigonométrico.	
Aplicativo	Descrição da aula nos vídeos
Figura 34 - Função seno no aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Nesse vídeo vou está trazendo para vocês o conceito de seno através do aplicativo círculo trigonométrico unitário, meu nome é Aline, faço licenciatura em matemática e esse vídeo é uma atividade da disciplina Informática Aplicada. Observe o triângulo retângulo, o seno de um ângulo ∝ (alfa) nada mais é que o nome dado a uma razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo ∝ (alfa), no caso é o lado AB e a hipotenusa desse triângulo retângulo que é o lado OB. Então temos a seguinte fórmula, seno de ∝ igual a AB sobre OB. Mas quem é AB e OB? AB é o segmento YB refletido aqui no eixo Y e o segmento OB é o raio (R) do nosso *Trigonometry Unit Circle*, assim temos, seno ∝ = YB/R. Vejamos o que acontece quando variamos o ângulo ∝.

Figura 35 - Valores do seno.  Fonte: Os autores (2019).	Observe que aqui do lado esquerdo da tela do aplicativo vai aparecendo os valores. No primeiro e no segundo quadrante o seno é positivo e no terceiro e no quarto ele é negativo. Vejamos o seno dos Arcos notáveis, seno 30°, fazendo as continhas a gente chega na razão ½ que é 0,5, seno 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$, ou aproximadamente, 0,71 e o seno 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, que é aproximadamente 0,87.
Figura 36 - Valores do Seno.  Fonte: Os autores (2019).	Como podemos observar na figura ao lado o seno de um ângulo $\propto$, é obtido pela razão entre o cateto oposto ao ângulo (segmento AB - em verde), dividido pela hipotenusa (segmento em lilás)”.

Fonte: Os autores (2019).

Aline expõe que o aplicativo trás de forma didática o conceito de seno no triângulo retângulo. Quando a colaboradora apresenta o conceito de seno no triângulo retângulo, ela está utilizando uma representação semiótica, pois segundo Duval (2003):

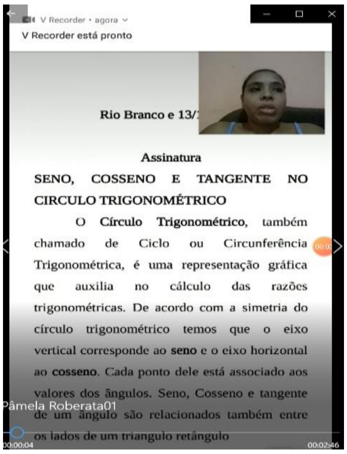
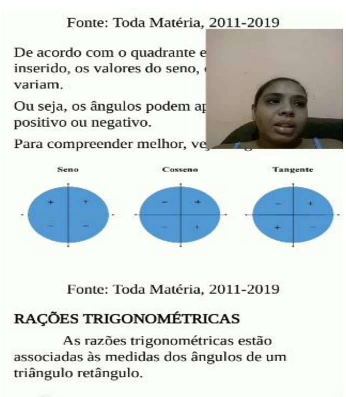
> O sujeito só apreende um determinado conceito matemático quando consegue mobilizar simultaneamente ao menos dois registros de representação, ou seja, trocar espontaneamente de um registro de representação para outro (DUVAL, 2003, p.11).

Observando o círculo trigonométrico, o seno sempre caminha no eixo Y na vertical variando de -1 a 1.

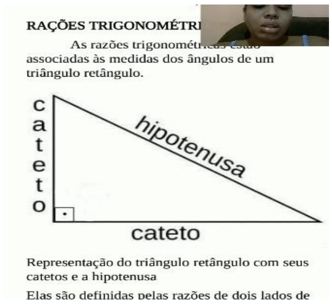
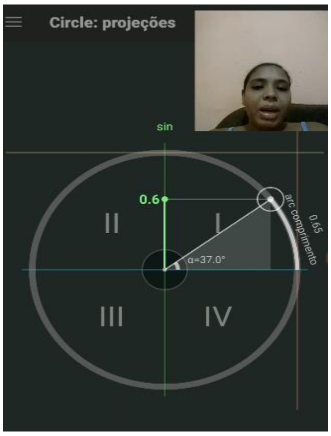
De acordo com a teoria das representações semióticas, podemos identificar aqui várias formas de representação do seno de um ângulo, por meio da linguagem natural e da linguagem visual, vídeo e imagens.

No quadro 20 a colaboradora Pâmela Pereira, trata das relações entre o uso do seno, cosseno e tangente. Porém seu vídeo está ancorado em um plano de aula[16].

Quadro 20 – Videoaulas do colaborador Pâmela Pereira – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

Conteúdos abordados	
O vídeo trata das relações entre seno, cosseno e tangente no círculo trigonométrico.	
Aplicativo	Descrição da aula nos vídeos
Figura 37 - Texto de apoio utilizado no vídeo.  Fonte: Os autores (2019).	Nesta aula de relação entre as funções seno, cosseno e tangente no círculo foi utilizado plano de aula escrito, e o auxílio de alguns aplicativos como o círculo trigonométrico unitário. O círculo trigonométrico também chamado de círculo ou circunferência trigonométrica é uma representação gráfica que auxilia no cálculo das razões trigonométricas. Podemos observar que o seno é para cima o eixo y. E o cosseno no eixo x (horizontal).
Figura 38 - Relações trigonométricas.  Fonte: Os autores (2019).	De acordo com o quadrante os valores de seno, cosseno e tangente variam. Na função sem no primeiro e no segundo quadrante a função é positiva. No terceiro e quarto quadrante temos seno negativo. Já no cosseno no primeiro quadrante o cosseno é positivo no segundo e terceiro é negativo e no quarto quadrante é positivo. Na tangente no primeiro quadrante é positivo e no segundo quadrante é negativo e no terceiro quadrante é positivo e no quarto quadrante é negativo.

[16] O plano de aula funciona como um instrumento no qual o professor aborda de forma detalhada as atividades que pretende executar dentro da sala de aula, assim como a relação dos meios que ele utilizará para realização das mesmas. Fonte: SILVA, Marco Aurélio.

Figura 39 - Relação no triângulo.  Fonte: Os autores (2019).	As relações trigonométricas estão associadas as medidas dos ângulos, do triângulo retângulo. Em triângulo retângulo podemos observar o a hipotenusa e os catetos (oposto e adjacente). Seno de um ângulo será uma divisão do cateto oposto ao ângulo sobre a hipotenusa. Cosseno de um ângulo será a divisão do cateto adjacente ao ângulo sobre a hipotenusa. Já a tangente de um ângulo é a divisão do cateto oposto do ângulo sobre o cateto adjacente.
Figura 40 - Projeção da função seno.  Fonte: Os autores (2019).	Nesta tela, podemos verificar que está mostrando o seno que está representado no eixo y. Quando movimentos o círculo podemos observar os quadrantes positivos e negativos mostrados no início do vídeo. Podemos ir ao menu configuração e marcar a função cosseno

Fonte: Os autores (2019).

Pâmela fala sobre o comportamento das funções seno, cosseno e tangente em cada um dos quatro quadrantes do círculo trigonométrico, bem como trata das relações trigonométricas no triângulo retângulo. Também podemos perceber o uso da Engenharia Didática na fase de experimentação com uso de uma sequência didática em sua aula.

A Engenharia Didática consiste:

> Na metodologia representativa da didática da matemática, interligando o plano teórico da racionalidade ao território experimental da prática educativa. Possibilita uma sistematização metodológica para realização de estudos – relação teoria e prática. (DE PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005, p.99).

A Engenharia Didática é bastante utilizada no ambiente escolar, por exemplo, quando iniciamos o ano letivo e optamos por realizar uma avaliação diagnóstica, ou prova de entrada, estamos utilizando a primeira fase da metodologia que se chama Análise Preliminar, também está dividida em quatro fases que destacamos na tabela 2:

Tabela 2 – Fases da Engenharia Didática.

Fases	Definição
Análise Preliminar	Levar em consideração a referência de um quadro teórico onde se fundamenta as principais categorias – Fazer inferências como: levantar constatações empíricas, destacar concepções dos sujeitos envolvidos e compreender as condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada.
Análise *a priori*	Determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver.
Experimentação - sequência didática	É formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática.
Análise *a posteriori*	Refere-se ao tratamento das informações obtidas por ocasião da sequência didática.

Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p.100-106).

No vídeo não podemos observar as demais fases da metodologia de aprendizagem, porém, cabe ressaltar o planejamento da aula, com o registro da sequência didática.

No quadro 21 a colaboradora Laiane Muniz da Silva, aborda a função seno, no círculo trigonométrico:

Quadro 21- Videoaulas da colaboradora Laiane Muniz da Silva – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

Conteúdos abordados	
O vídeo trata da função seno, no círculo trigonométrico.	
Aplicativo	Descrição da aula nos vídeos
Figura 41 - Função seno no aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Olá! Eu me chamo Laiane, vamos trabalha o seno no círculo trigonométrico unitário. Sou estudante do curso de Licenciatura em Matemática da UFAC e curso a disciplina Informática Aplicada. Vou utilizar o aplicativo, círculo trigonométrico unitário para trabalhar a relação seno, primeiramente, vamos analisar alguns pontos do aplicativo, na imagem, vocês percebem uma circunferência, então, quando a gente fala círculo trigonométrico, está relacionado a uma circunferência de raio 1 (um) usada para representar números reais relacionados a ângulos, outras coisas importantes são os quadrantes, que são numerados no sentido anti-horário da circunferência, na imagem do aplicativo eles estão representado por números romanos e são I, II, III e IV, o primeiro vai de 0 à 90°, o segundo de 90° à 180°, o terceiro de 180° à 270° e o quarto de 270° a 360°.

Figura 42 - Valores de seno.  Fonte: Os autores (2019).	O seno está abreviado como sin e representado pela cor verde. Vou analisar o sin 0, sin 90°, sin 180°, sin 270°, sin 360°. Em seguida farei um estudo geral para dizer em qual quadrante o seno é positivo e em qual quadrante o seno é negativo. Quando o ângulo for 0 (zero) o seno também será zero. Partindo do 0 (zero) e movimentando o ponto até o ângulo de 90°, observamos que o seno é positivo. Em 90° o valor do seno é 1 (um). No segundo quadrante também observamos que o valor de seno é positivo, já em 180° o valor do seno é 0 (zero). Passando de 180° temos o terceiro quadrante, onde os valores para seno começam a ser negativos, chegando ao máximo que é -1 (menos 1) em 270°.
Figura 43 - Valores de seno.  Fonte: Os autores (2019).	Agora veremos outra maneira de se obter os valos do seno de um ângulo. Clicando no centro da circunferência abrirá uma tela com as opções para se inserir valores reais para radiano e grau, entrando com o valor em grau se obtêm o ângulo em radiano e entrando com o valor em radiano se obtém o ângulo em grau. “Como podemos observar nas imagens, os valores de seno são positivos no I e II quadrantes e negativos no III e IV”.

Fonte: Os autores (2019).

Laiane analisa e descreve o comportamento do seno dos ângulos notáveis em cada um dos quatro quadrantes do círculo trigonométrico. Neste vídeo aula a colaboradora mostra como os alunos podem encontrar os valores em grau e radiano manipulando o aplicativo.

Esta ação nos remete a Pommer (2013, p. 13) que nos ensina “o aluno deve vivenciar o conhecimento pela sua própria ação”. A colaboradora Beatriz Melo abordou as relações trigonométricas de alguns dos ângulos notáveis, como podemos verificar no quadro 22:

Quadro 22 – Videoaulas do colaborador Beatriz Vicente de Melo – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

Conteúdos abordados	
O vídeo trata relações trigonométricas dos ângulos especiais.	
Aplicativo	Descrição da aula nos vídeos
Figura 44 - Tela inicial do aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Hoje nós vamos trabalhar com aplicativo do círculo trigonométrico, cujo tema são as relações trigonométricas dos ângulos especiais que no caso é de 30° 45° e 60°. Vamos trabalhar apenas o primeiro quadrante e vamos trabalhar apenas com seno, cosseno e tangente, pois a cotangente é apenas o inverso da tangente e a secante apenas 1 (um) sobre o cosseno e a cotangente apenas 1 (um) sobre seno. Agora a gente vai tentar aprender com essa aula, a saber, a medida dos três ângulos, conhece as razões trigonométricas e saber usar isso depois para resolver problemas em um triângulo retângulo. A palavra trigonometria é originada de três radicais gregos, tri que significa três, gonos que são ângulos e metria que são medidas.
Figura 45 - Tela de digitação de ângulos.  Fonte: Os autores (2019).	Então ela se resume basicamente em medir os três ângulos de um triângulo. Se observamos a projeção do seno, cosseno e tangente eles formam um triângulo retângulo, são esses ângulos que a gente vai trabalhar no círculo trigonométrico unitário, que é a circunferência de raio 1, e assim, posteriormente teremos dados para resolvermos um exercício qualquer. Por definição temos que seno é cateto oposto sobre a hipotenusa, o cosseno, o cateto adjacente sobre a hipotenusa e à tangente, o cateto oposto sobre cateto adjacente. Por exemplo, vamos inserir o ângulo de 30°, com isto, observamos que o cateto oposto ao ângulo é paralelo ao seno, que é projetado no eixo Y, e tem a mesma medida. Sendo a hipotenusa o raio da circunferência que é 1 (um) temos que o valor que aparece para o seno é o do cateto oposto dividido por 1 (um), ou seja, é a própria medida do cateto oposto. Lembrando que isso só é verdade para triângulos retângulos cuja hipotenusa é 1 (um), a partir do momento que a hipotenusa varia o valor de seno também vai variar.
Figura 46 - Valores para o ângulo 45º.  Fonte: Os autores (2019).	Agora, clicando novamente no centro da circunferência vamos trabalhar com o ângulo de 45°, podemos observar dois triângulos retângulos semelhantes cujo seno = 0,71 e o cos = 0,71, logo, sendo a tangente, seno sobre cosseno temos que tan = sen/cos que é tan = 1. Para o ângulo de 60° temos que o sen = 0,87 e cos = 0,5 que correspondem a seno de $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e cosseno de $\frac{1}{2}$ e a tangente $\sqrt{3}$.
Figura 47 - Valores para o ângulo 30º.  Fonte: Os autores (2019).	Agora vamos trabalhar uma situação problema para ver como isso se resolve na prática. Vamos trabalhar com um ângulo de 30° vamos supor que uma rampa de 10m ela tem um ângulo com a rua de 30° e nós queremos saber quantos metros ela se eleva do chão, melhor, a altura desse triângulo retângulo. Então a minha hipotenusa vai ser 10m que o comprimento da rampa e a gente quer saber o meu cateto oposto, que no caso é o X. Cateto oposto sobre hipotenusa não é o seno? Então vamos utilizar o valor do seno, logo temos 0,5 = x /10, ou seja, X = (10 x 0,5), X = 5m, assim temos que X, que é a altura da rampa, ela se eleva 5m do chão. Utilizando esta lógica, nós vamos poder resolver qualquer exercício no triângulo retângulo. Para os ângulos diferentes dos ângulos notáveis (30°, 45° e 60°) podemos utilizar o *Trigonometry Unit Circle* que traz as medidas de todos os ângulos entre 0° e 360° na circunferência.

Beatriz inicialmente trata as relações trigonométricas de seno cosseno e tangente dos ângulos notáveis do I quadrante, posteriormente trabalha a resolução de problemas no triângulo retângulo. A abordagem tratada pela colaboradora nos remete a Duval (2011, p. 17) " o conhecimento começa com a sensibilização para a questão". De acordo com a teoria das representações semióticas existem sempre muitas representações possíveis para o mesmo objeto.

Quadro 23 – Videoaulas do colaborador João Ferreira de Lima Neto – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata sobre círculo trigonométrico.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td>Figura 48 - Tela inicial do aplicativo.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Olá nessa aula vamos falar sobre o círculo trigonométrico e utilizaremos como apoio o aplicativo Círculo Trigonométrico Unitário.
Observando o aplicativo temos que o eixo horizontal corresponde ao cosseno, cada ponto está associado aos valores de seus ângulos.
No círculo trigonométrico podemos representar as razões trigonométricas de um ângulo qualquer da circunferência. As razões trigonométricas mais importantes são: seno cosseno e tangente.
Quando dividimos o círculo trigonométrico em quatro partes iguais temos os quatro quadrantes que o constituem.
O primeiro quadrante vai do zero e vai até o ângulo de 90º.
O segundo quadrante vai do ângulo de 90º e vai até o ângulo de 180º.
O terceiro quadrante vai do ângulo de 180º graus e vai até o ângulo de 270º.
O quarto quadrante vai do ângulo de 270º até o 360º. Completando assim 360º ou um giro.
Mas de acordo com o quadrante que o ângulo está inserido os valores de seno, cosseno e tangente variam, ou seja, os ângulos podem apresentar tanto um valor positivo como negativo, conforme o quadrante.
Para o seno quando o ângulo está no primeiro e no segundo quadrante os valores são positivos.
A partir do momento que o ângulo alcança o terceiro e o quarto quadrante seu valor se torna negativo.
Agora o cosseno, a partir do primeiro quadrando o valor do cosseno é positivo, no momento que o ângulo chega ao segundo e no terceiro quadrante, torna-se negativo.
Quando o ângulo percorre o quarto quadrante volta a ser positivo.
A tangente é positiva no primeiro quadrante, a partir do segundo quadrante ela se torna negativa.</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores (2019).

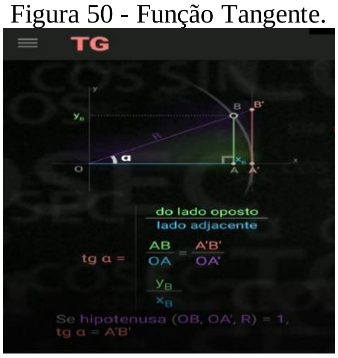
No quadro 23 o colaborador João Lima trata em seu vídeo aula o que considera as principais razões trigonométricas que são: seno, cosseno e tangente. João expõe as suas percepções sobre o círculo trigonométrico fazendo uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*, indicando onde começa e termina cada quadrante e mostrando como o sinal de cada uma das razões abordadas se comporta em cada um dos quadrantes.

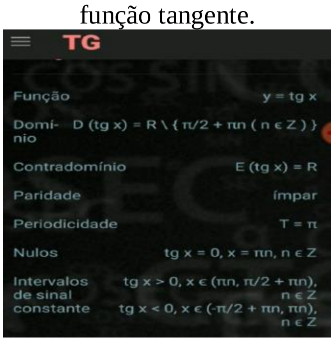
Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2015, p.34) “a interação em ambientes virtuais de aprendizagem oferece nuances cognitivas diversificadas”. Podemos perceber esta interação no vídeo aula do colaborador quando nos proporciona várias opções de aprendizagem com o uso do aplicativo.

No quadro 24 veremos como a colaboradora aborda o comportamento da tangente no círculo trigonométrico mediado pelo aplicativo trigonométrico.

Quadro 24 – Videoaulas da colaboradora Vitória Henrylla – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata sobre o comportamento da função tangente.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td>Figura 49 - Tela inicial do aplicativo.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Boa tarde, eu me chamo Vitória Henrylla e sou aluna o 5º período de matemática da UFAC, estarei utilizando o aplicativo chamado círculo trigonométrico para explicar um pouco sobre a função tangente. Ok, quando nós entramos aqui no aplicativo, podemos estar movendo nossa função e percebemos que tem algumas retas que ficam em evidência como as retas de cor verde, azul e vermelho.</td></tr>
<tr><td>Figura 50 - Função Tangente.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Vamos aqui à opção tangente, dado um triângulo OAB temos que a tangente de α (alfa), sendo α o nosso ângulo mostrado vai ser igual ao lado oposto sobre o lado adjacente esse lado oposto a α se refere a AB, já ao lado adjacente é AO, ok? O nosso domínio da nossa função tangente é igual aos reais com exceção em $\pi/2 + \pi n$, porque? Vamos voltar aqui no nosso gráfico. Quando a gente coloca em $\pi/2$ podemos perceber, só um minuto, aparece ind, por quê? Porque nesse lugar, nessa posição não existe a nossa tangente, logo, sempre que tiver $\pi/2$ e consequência $\pi/2 + \pi n$, não haverá tangente nesse ponto. $+ \pi n$ significa em qualquer volta, não apenas na primeira volta.</td></tr>
<tr><td>Figura 51 - Característica da função tangente.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Quanto a paridade essa nossa função é uma função ímpar, o que significa? Significa que $f(-x) = -f(x)$. Aqui nós temos outras informações sobre a tangente, como por exemplo, que a tangente igual seno sobre cosseno. Se vocês forem perceber quem é o cosseno aqui quando meu ângulo é 90°, meu cosseno é zero, como não existe uma divisão por zero, não existe a nossa tangente, ela é indefinida.
Podemos observar outras coisas sobre os valores da tangente de acordo com cada ângulo. “Muito obrigada, espero ter dado curiosidade a vocês para descobrir mais sobre a função tangente e suas propriedades”.</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores (2019).

A colaboradora aborda diversos conceitos relacionado a função tangente, criando problemas matemáticos para serem resolvidos, no levando a inferir o que:

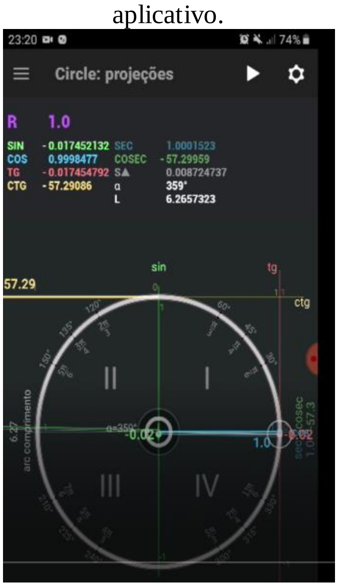
> A aprendizagem da matemática suscita problemas de compreensão que não encontramos nos outros domínios do conhecimento. Elas estão associadas a introdução de uma nova noção ou de um novo procedimento, portanto, a atividade matemática consiste na transformação das representações semióticas. (DUVAL, 2011, p. 15).

Com isso entendemos que o professor pode valer-se dos mais variados recursos tecnológicos para representar os seus objetos de ensino, para tanto, a forma de ensinar por meio de vídeos, aplicativos e celulares são recurso que se somam a outras tecnologias e podem favorecer no aprendizado.

No quadro 25 a colaboradora Djessiva Silva apresenta o uso do aplicativo para tratar de elementos presentes no círculo trigonométrico:

Quadro 25 – Videoaulas da colaboradora Djessica Silva – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

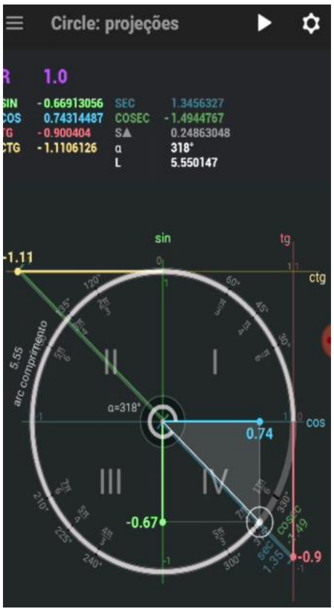
<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata sobre elementos presentes na circunferência unitária.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td>Figura 52 - Tela inicial do aplicativo.



Fonte: Os autores (2019).</td><td>Iniciaremos falando do círculo trigonométrico. Este é uma circunferência de raio 1 usada para representar números reais relacionados a ângulos.
Sendo assim, cada ponto da circunferência está relacionado aos ângulos. Nesse círculo a gente pode ver que é possível representar seno, cosseno, tangente, cotangente, secante cossecante, todos a partir do circo.
O centro de círculo ele está localizado no ponto 0,0. Zero no eixo y, zero no eixo X, que chamamos de ponto de origem.
Com isso a gente pode dizer que o comprimento máximo do nosso círculo é 1 (um) porque o raio dele é 1 (um).
Temos os quadrantes em radianos e várias outras informações que podemos absorver desse círculo.
Uma volta inteira no sentido anti-horário, que é como a gente calcula o círculo ele vai dar 360° e observando o aplicativo conforme eu mexo no ponto e ele vai alterando os valores o nosso ângulo no caso está sendo representado pelo ângulo.
Para calcular uma meia volta basta dividir por dois o resultado é 180. Outra forma são as medidas em radianos à nossa volta completa ela é dois giros. Ou seria duas vezes e o raio que tem um tamanho de 2 π radianos.
E para dividirmos vai ficar 2 π radiano sobre 2 ou seja um giro vai ser somente os principais graus que a gente tem.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

Figura 53 - Tela do aplicativo



Fonte: Os autores (2019).

</td>
<td>

Na figura em cada um desses quadrantes pode ser encontrado em intervalos de números reais em função de onde cada valor está relacionado ao ângulo conforme eu mexo se pode observar que o ângulo Alfa vai aumentando o sentido anti-horário ele vai ao positivo e se eu vir aqui fora no sentido anti-horário.

O ângulo vai para todos os valores que eu tenho aqui em algumas retas negativo para mim ver que ele está regredindo cada quadrante uma importância de valor muito grande na geometria na álgebra toda nossa matemática os números reais que vão de 0 a π sobre 2 ou 90 graus.

E assim a nossa circunferência como já foi explicado anteriormente então a gente vai a razão descendo e cosseno se podem observar que a nossa reta tem a reta do cosseno e do seno, conforme eu mexo a reta vai no círculo trigonométrico é possível encontrar os valores de seno e cosseno de um ângulo. Dessa forma pegamos um ângulo Alfa qualquer é o que o aplicativo está para tanto é necessário construir esse ângulo nossos filhos como está construindo conforme eu o mexo o ângulo aumentando ou diminuindo e você pode notar que isso é um ponto da circunferência em que o movimento quanto ao movimento desse ângulo.

Podem perceber que eu faço um triângulo retângulo triângulo de ângulo reto então ele vai ter um ângulo podem ser observados no caso o nosso seno essa semirreta verde e o cosseno a semirreta em azul sendo assim as medidas do seno e cosseno do ângulo Alfa são iguais ao cateto oposto e o cateto adjacente a esse ângulo.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Figura 54 - Tela do aplicativo

Fonte: Os autores (2019).

</td>
<td>

Nos quadrantes positivos e negativos no primeiro quadrante meu seno e cosseno são positivos no segundo quadrante aqui todos os meus valores de seno serão positivos e de cosseno negativos no terceiro quadrante seno e cosseno são negativos e no quarto quadrante sendo negativo e cosseno é positivo que o seno é coincidente ao eixo Y e sempre será uma medida máxima de uma unidade que a do raio do círculo trigonométrico já sabemos que a 1 e -1, já o cosseno é coincidente a reta x que também vai ter o valor entre1 e -1

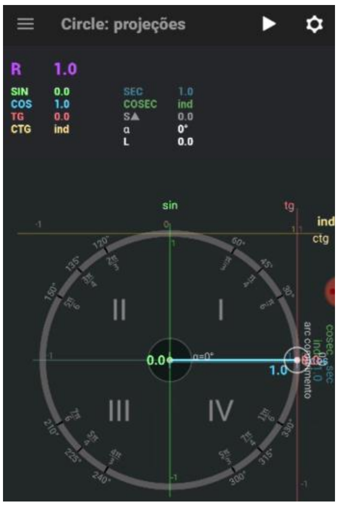
Agora a gente vai para tangente tem gente essa reta que está em vermelho e a cotangente é que está amarelo mas vamos falar da tangente.

Tangente a uma reta paralela ao eixo em um círculo no ponto em que não abertura do arco onde o que é zero, que é no caso onde ele é zero ou 360.

Sua medida máxima não pode ser determinada quando o arco passa de sobre 2 ou 3 pi. Sobre 2 qual a medida fica indefinida tangente para infinito seus valores abaixo de zero estão relacionados ao eixo Y e ocorre quando o arco passa perto do segundo e quarto quadrante elas vão se encontrar o ponto a gente pode ir ao infinito ou não. Quando ela está positiva e quando ela está negativa.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Figura 55 - Tela do aplicativo



Fonte: Os autores (2019).

</td>
<td>

Tangente está na origem do cateto conhecido ao eixo X, onde precisamos perceber que é a secante se o menor valor é uma unidade M também não pode ser definido quando o ângulo fica sobre dois ou três, pois em dois não há como definir a secante e seus valores estão altamente relacionados ao eixo X podem observar que a mesma está “dormindo”.

Eu acabei esquecendo de falar dela da mesma forma ela tem ela não tem o valor definido seus valores negativos e estão relacionados ao eixo X.

Ocorre igualmente a tangente no eixo no quadrante 2 e 4 ela essa reta que tá de amarelo aqui conforme eu movimento eles podem perceber valores positivos e valores negativos conforme mostra a cossecante e a secante.

Também tem valor mínimo de uma unidade e o seu valor máximo não pode ser definido quando o arco passa pelo ponto de origem a gente vem aqui fiquem definidos e os valores negativos estão relacionados com o eixo Y e ocorre quando o arco passa pelo 3º e 4º quadrante.

Então esse aqui é o nosso encontro como vocês podem observar ele como já tinha dito no início é muito usado na matemática é o nosso principal figura geométrica matemática avisamos esse aplicativo ele ajudou muito porque todos os valores que precisamos ou os principais estão aqui e você pode observar ele de uma forma mais clara e o papel nem sempre conseguimos ver então a aula fica por aqui muito obrigado pela atenção”.

</td>
</tr>
</table>

Fonte: Os autores (2019).

A colaboradora traz explicações de como utilizar a ferramenta tecnológica para ensinar sobre elementos presentes na circunferência unitária. Nos fazendo refletir sobre o saber pedagógico e a evolução da tecnologia, pois "o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao pensar-com-tecnologias" (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015, p. 37). Entendemos que os professores, por não serem produto acabado precisam está em constante contanto com as novas tecnologia para proporcionar aos seus alunos novas foram de "pensar-com-tecnologias".

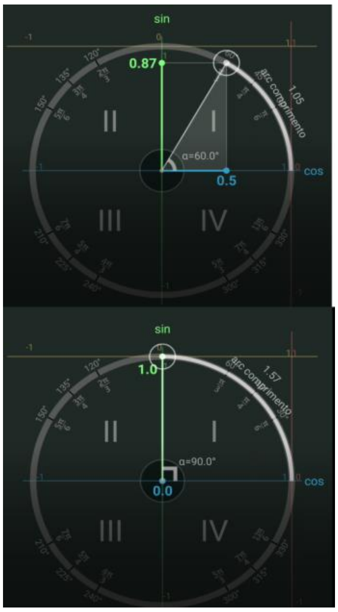
No quadro 26 o colaborador Marcelo Roberto abortor valores de seno e cosseno para ângulo notáveis:

Quadro 26 – Videoaulas da colaboradora Marcelo Roberto – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata sobre os valores de seno e cosseno para ângulo notáveis.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td>Figura 56 - Tela inicial do aplicativo.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Boa tarde, eu me chamo Marcelo Roberto e sou acadêmico de matemática na Universidade Federal do Acre - UFAC estarei falando sobre o Círculo Trigonométrico, sobre o seno e cosseno basicamente. Eu estou utilizando o aplicativo Círculo Únitário, ele pode ser baixado na Play Story, pois eu uso celular com sistema android.
Vou falar sobre seno e cosseno dos ângulos principais, iniciando sobre o cosseno que é o eixo (deitado) de cor azul e o seno é o eixo de cor verde (em pé).</td></tr>
<tr><td>Figura 57 - Tela do aplicativo.


Fonte: Os autores (2019).</td><td>Podemos observar que o ângulo de zero graus é côngruo ao ângulo de 360º, pois quando passamos do ângulo 359º, voltamos ao ângulo zero, para mostrar que 360º e zero são congruentes, ou seja tem o mesmo valor tanto para seno como para cosseno.
Podemos observar no índice em cima (parte superior da tela). Podemos ver que o cosseno de zero grau ou 360º é um, podemos verificar aqui em cima pelo índice azul e o seno é zero.</td></tr>
</table>

Figura 58 - Tela do aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Se observarmos o ângulo de 30º, que o cosseno é 0,87 ou $\sqrt{3}/2$, e o valor do seno é ½. ou (0,5) ou um sobre dois (½). Aqui o seno e o cosseno para o ângulo de 45º tem o mesmo valor $\sqrt{3}/2$, ou 0,71 aproximadamente, estou verificando, porém no aplicativo só apresenta duas casas decimais. Podemos alterar no aplicativo para aumentar o dígitos (casas decimais), vou deixar com bastante dígitos.
Figura 59 - Tela do aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	No ângulo de 60º, podemos verificar que o seno tem 0,8660 e nessa configuração não podemos verificar os valores na raiz quadra. Então vou voltar a configuração para a anterior. Então verificamos que o seno de 60º é 0,87 ou raiz de 3 sobre 2 e o cosseno e meio, Zero, cinco (0,5) ou um sobre dois (½). Podemos verificar que o seno de 30º é o mesmo cosseno de 60º, e cosseno de 30º é igual ao cosseno de 60º. Percorrendo o ângulo de 90º, será um caso parecido que o ângulo de zero graus, em relação ao seno. Observamos que o ângulo de 90º tem cosseno zero. E o seno de 90º é um. Observando os quadrantes, no primeiro quadrante tanto o seno como o cosseno estão positivos, ou seja, tanto no eixo verde (seno ou eixo de y) como no eixo azul (cosseno ou eixo de x) são positivos. Já no segundo quadrante o eixo azul que é o do cosseno é negativo e o eixo verde que o do seno é positivo. No terceiro quadrante são ambos são negativos, tanto o seno como o cosseno. E no quarto quadrante o seno é negativo e o cosseno é positivo. Podemos observar que o aplicativo também tem as representações em radiando em pi. Essa foi a aula obrigada.

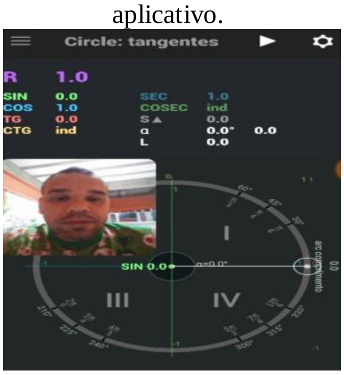
Fonte: Os autores (2019).

Duval (2011, p. 58) nos ensina que: "A atividade matemática consiste na transformação das representações semióticas, que são: as frases em linguagem natural, as equações, os algarismos e as letras, as figuras, os esquemas e os gráficos".

Depreendemos do texto que o professor de matemática pode valer-se de vários signos para representar o mesmo objeto, como por exemplo, um aplicativo para mostrar as características das razões trigonométricas ou até mesmo os dados de uma tabela e representa-los em um gráfico, ocasionando assim, perspectivas e compreensões diferentes.

No quadro 27 temos o colaborador Agnaldo Souza que tratou de comprimento de arco na circunferência.

Quadro 27 - Videoaulas do colaborador Agnaldo Braga Souza – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

Conteúdos abordados	
O vídeo trata sobre medida de um arco na circunferência.	
Aplicativo	Descrição da aula nos vídeos
Figura 60 - Tela inicial do aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Olá! Vou trabalhar um método simples para encontrar a medida de um arco na circunferência. Isso utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle* – Círculo Trigonométrico Unitário. Como podemos fazer para encontrar um arco em uma circunferência? Em uma circunferência qualquer? E de raio qualquer? No caso estamos utilizando a circunferência do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* que o raio é unitário, ou seja, ou raio é 1. A forma simples para você encontrar é: Arco = ao ângulo x π x raio. Tudo isso divido para 180º. Olhando no aplicativo a medida do arco podemos verificar na letra L (observado na parte superior)
Figura 61 - Tela inicial do aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Vamos verificar qual é a medida do arco quando o ângulo for 30º: Bem no cantinho próximo ao zero da circunferência podemos observar a palavra: arco comprimento, está ali 0,52. Você olha no L (na parte superior) e vai ter 0,52 e essa é a medida do arco para o ângulo de 30º. Veja que estamos utilizando a função seno.
Figura 62 - Tela inicial do aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Podemos ampliar para o ângulo de 45º, e observamos que o seno de 45º é 0,71 e a medida do arco é 0,79. Também podemos observar o ângulo de 60º, onde verificamos o valor do seno 0,87 e o valor do arco 1,05.

Aqui o colaborador apresentou como identificar no aplicativo à medida dos arcos correspondentes aos ângulos de 30°, 45° e 60º.

Para Duval (2011, p.15):

> A análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos.

Faz-nos enxergar que é essencial para a formação e aprendizagem em matemática que tenhamos acesso aos objetos que são ensinados para que possamos compreender alguns aspectos que em um primeiro momento passou despercebido.

Para tanto, a acessibilidade a aplicativos e dispositivos móveis têm tornado isso possível, pela forma como têm se inserido no cotidiano das pessoas e em particular na população mais jovem.

Quadro 28 – Videoaulas do colaborador Jonatas da Silva Peralta – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

Conteúdos abordados	
O vídeo trata sobre medida de um arco na circunferência.	
Aplicativo	Descrição da aula nos vídeos
Figura 63 - Tela inicial do aplicativo.  Fonte: Os autores (2019).	Vamos falar do cosseno no plano cartesiano. Como funciona a ideia do crescimento e do decrescimento. Observe que podemos “sair” do zero e o “movimento” vai trocando os valores. Podemos observar que o cosseno de zero é um. Quando vamos mudando, o que acontece nesse primeiro quadrante? Vai diminuindo. (Se referindo aos valores do cosseno). No primeiro quadrando o cosseno decresce. No segundo quadrante ela continua diminuindo (se referindo a função cosseno), no segundo quadrando ela também é decrescente.
Figura 64 - Tela inicial do aplicativo. 	Observa-se que para o ponto no ângulo de 130º ela também é decrescente. Observa-se que para o ângulo de 120º também continua decrescendo. Agora se observa que no terceiro quadrando os valores do cosseno começam a aumentar, então ocorre um crescimento. E no quarto quadrante a função também continua crescendo. Até chegar 1 novamente. Ou seja, no 4º e 3º quadrantes a função é crescente e no 2º e 1 º quadrantes a função é decrescente.

Fonte: Os autores (2019).	

Fonte: Os autores (2019).

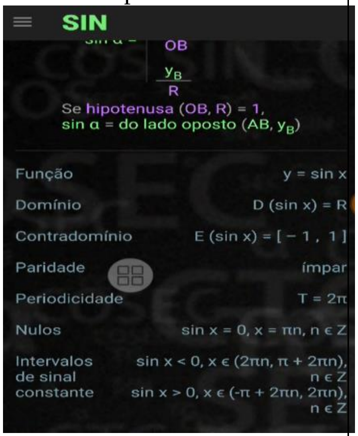
Aqui o colaborador estuda detalhadamente o comportamento da função cosseno, apresentando o seu comportamento no 1º, 2º 3º e 4º quadrantes do círculo trigonométrico.

Quadro 29 - Videoaulas do colaborador Keila Bezerra da Costa – 5° período de Licenciatura em Matemática da UFAC.

<table>
<tr><th colspan="2">Conteúdos abordados</th></tr>
<tr><td colspan="2">O vídeo trata sobre medida de um arco na circunferência.</td></tr>
<tr><td>Aplicativo</td><td>Descrição da aula nos vídeos</td></tr>
<tr><td>Figura 65 - Tela inicial do aplicativo.

Fonte: Os autores (2019).</td><td>Olá! Eu sou a Keila sou estudante do curso de Matemática, estou no 5º período, e hoje nós vamos falar um pouquinho de como utilizar o aplicativo círculo trigonométrico unitário para ensinar sobre o seno.
Primeiro passo é entrar no aplicativo. Quando entramos no aplicativo essa é a página inicial (se referindo a figura ao lado).
Podemos perceber que aqui temos o círculo trigonométrico, com todos os seus “componentes”, o seno, o cosseno, a cossecante, a tangente, a cotangente e a secante.</td></tr>
<tr><td>Figura 66 - Tela inicial do aplicativo.

Fonte: Os autores (2019).</td><td>Então podemos ir ao menu funções e escolher a opção seno. Na opção seno temos algumas informações, dentre elas a definição de seno de um ângulo, no caso seno de alfa.
Seno de alfa é o cateto oposto sobre a hipotenusa.
Na nossa representação gráfica o nosso lado oposto é AB e a nossa hipotenusa é OB.
Se a hipotenusa for igual a 1, então o seno de alfa vai ser igual ao lado do triângulo.
Que é o caso do valor do seno no círculo trigonométrico que estamos adotando uma circunferência de raio 1.
Podemos perceber ainda, se você muda o ângulo, automaticamente o aplicativo lhe fornece todas as informações sobre os valores de seno, cosseno, cossecante, tangente, cotangente e a secante.
Esse aplicativo é de grande utilidade, por ser fácil seu manuseio e por ter muitas informações.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Figura 67 - Tela inicial do aplicativo.


Fonte: Os autores (2019).</td>
<td>Aqui temos algumas informações sobre a função seno de x.
Essas informações são as seguintes:
Temos aqui o Domínio da função, como sabemos o Domínio da função seno de x, são todos os reais.
Já o Contradomínio da função, podemos perceber no círculo trigonométrico, que o seno de um ângulo está delimita no intervalo de menos um a um [-1 , 1].
A imagem da função seno também está compreendida nesse intervalo de [-1 , 1].
Essas informações que estão no aplicativo, são complementares, pois você tanto verificar no círculo trigonométrico como também na opção funções.
Também temos a questão da paridade da função, que no caso da função seno é ímpar, que significa dizer que função ímpar é simétrica em relação ao eixo do x.
Então o seu gráfico é simétrico em relação ao eixo do x.
Sua periodicidade é 2 pi. Isso quer dizer que quando a função chega em 2 pi, o gráfico da função se repete. A cada período de 2 pi a função se repete.
Temos também os nulos da função, intervalo de crescimento e decrescimento, extremos e alguns pontos de inflexão.
O seno de um ângulo será sempre representando no eixo y. E o cosseno de um ângulo sempre no eixo x.
Então, essa é uma sugestão de como o professor pode utilizar esse aplicativo para ensino de matemática.</td>
</tr>
</table>

Fonte: Os autores (2019).

A colaboradora faz uma breve apresentação do aplicativo, guiando o usuário pelo menu para posteriormente falar da razão seno, passando pela sua definição. Keila relata que para ela o *Trigonometry Unit Circle* é muito útil, de fácil utilização e contém muitas informações, ou seja, é possível trabalhar com ele vários aspectos relacionados a trigonometria.

Com esta atividade podemos perceber que é possível ensinar trigonometria por meio de dispositivos móveis e que desta formar podemos trabalhar variadas formas de representações semiótica como, representação linguística/linguagem natural, representação gráfica, representação simbólica/algébrica.

4.2 FASE 4: ANÁLISE *A POSTERIORI*

Nesta fase avaliamos os conhecimentos posteriores, analisando os dados coletados durante a pesquisa, no caso em pauta os conhecimentos adquiridos após a apresentação das videoaulas utilizando o TUC.

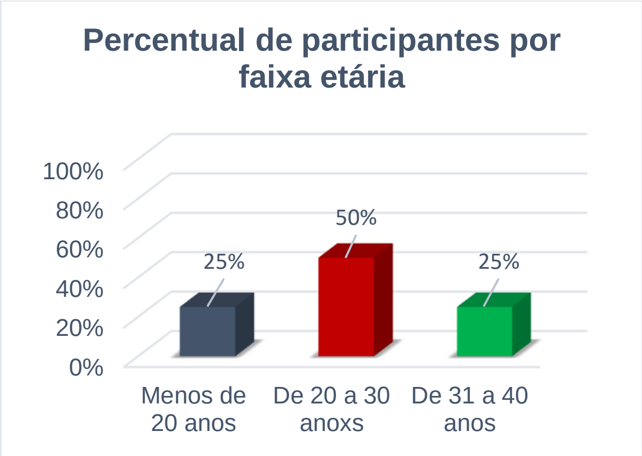
A análise *a posteriori* “se apoia sobre o conjunto de dados obtidos ao longo da experimentação pelas observações do pesquisador, pelos registros sonoros ou através da escrita” (POMMER, 2013, p.26).

Obtivemos os dados por meio de formulário aplicados aos colaboradores da pesquisa. Estes dados foram tabulados e transformados em gráficos para que pudéssemos analisá-los e fazermos inferências.

4.2.1 Análise do formulário pesquisa sobre o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* nas aulas de trigonometria.

O formulário foi aplicado aos colaboradores que apresentaram em suas aulas a utilização do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*. No gráfico 4 apresentamos o percentual de participantes por faixa etária:

Gráfico 4 – Percentual de participantes por faixa etária.

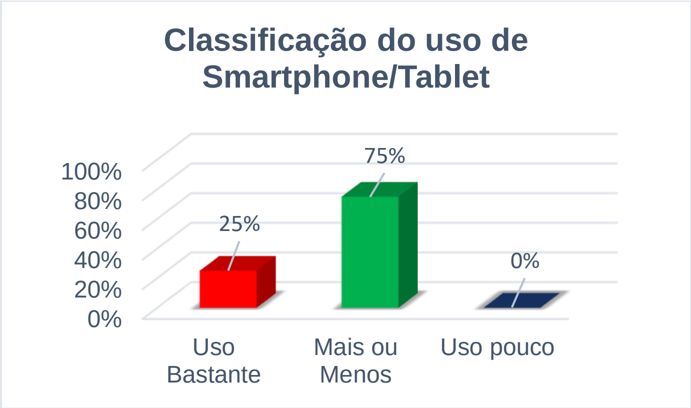


Fonte: O autor (2019).

Podemos verificar maior percentual de colaboradores na faixa etária de 20 a 30 anos, correspondente a 50% (cinquenta por cento) dos participantes da pesquisa. Os demais 50% (cinquenta por cento) corresponde a 25% (vinte e cinco por cento) menores de 20 anos e 25% (vinte e cinco por cento) de 31 a 40 anos.

No quesito: "Se você usa *Smartphone/Tablet* no dia a dia como classifica este uso? " As respostas foram transformadas no gráfico 5:

Gráfico 5 – Utilização de *Smartphone* no dia a dia.



Fonte: O autor (2019).

A maioria dos colaboradores indicaram que usam “Mais ou Menos” os *Smartphone/Tablet* no seu dia a dia, o percentual correspondente a esta resposta foi de 75% (setenta e cinco por cento). Apenas 25% (vinte e cinco por cento), faz uso “bastante” de *Smartphone/Tablet* no dia a dia. Porém nenhum participante considera que usa pouco a tecnologia em pauta. O que nos leva a inferir que entre os pesquisados a probabilidade de uso no ambiente escolar pode chegar a 100%.

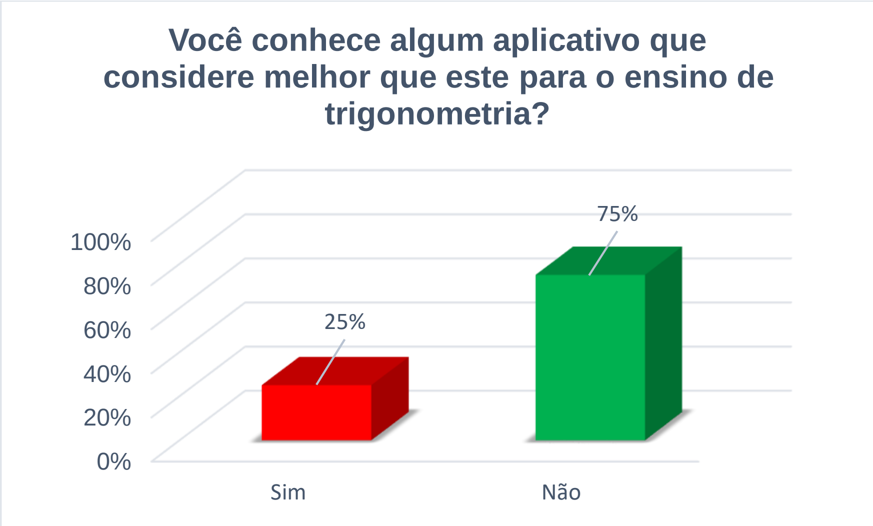
O que nos remete ao que trata Amaro *et al.* (2016, p. 37), sobre o uso de tecnologias digitais nas escolas:

> No momento em que os jovens utilizam seus artefatos para registrar imagens, filmagens, voz, entre outros, eles potencializam sua identidade, dialogam com seus pares, constituem grupos de afinidade e constroem-se como sujeitos.

No caso em pauta nos referimos a *smartphones/tablets* como artefatos, que estão presentes no dia a dia da vida moderna e podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem.

Sobre a utilização de outro aplicativo para o ensino de trigonometria o gráfico 3 retrata a resposta dos colaboradores:

Gráfico 6 – Conhecimento de outro aplicativo.



Fonte: O autor (2019).

Inferimos do gráfico que 75% (setenta e cinco por cento) dos colaboradores consideram o *Trigonometry Unit Circle* o melhor aplicativo que conhecem para o ensino de trigonometria.

Tendo como base as respostas dos colaboradores, nos faz refletir sobre o que nos ensina Costa e Costa *et al.* (2006, p. 1) quando afirmam que:

> [...] os aplicativos podem ser utilizados como artifício na construção do "fazer matemática", englobando na prática uma educação com sentido. Quando se fala no uso da tecnologia na educação a primeira coisa que se imagina é o computador, contudo, os softwares educacionais não se restringem apenas ao uso dele, os *smartphones*, *tablets*, dentre outros aparelhos de tecnologia móvel de comunicação podem ser inseridos desse contexto.

Na era digital onde as informações estão à mão, podemos utilizar tal fato em benefício educacional.

Para Prado (2009-2010) "Dentre os principais desafios que atualmente vivemos no âmbito da educação, um deles é que o professor consiga estabelecer o equilíbrio entre o conhecimento curricular e o conhecimento relacionado ao uso da tecnologia e das mídias".

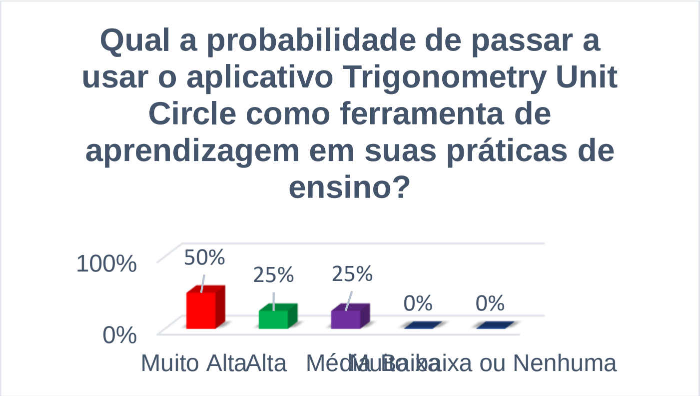
E assim entendemos que o desafio está lançado e cabe ao sistema educacional proporcionar não só a inserção como a permanência de professores e alunos neste contexto da educação tecnológica.

Outro item investigado foi a probabilidade de passar a usa o aplicativo *Trigonometry Unit Circle* como ferramenta de aprendizagem em suas práticas de ensino, e o gráfico 7 demonstra as respostas:

O que nos chama atenção nas respostas é que, a possibilidade de não utilização do aplicativo é zero. Então podemos depreender que todos os colaboradores podem utiliza-los em suas aulas.

Nos ensina Costa e Costa *et al.* (2016, p. 1) que “é indubitável que a tecnologia da informação toma cada vez mais espaço em meio a sociedade globalizada”. O que nos leva crê que o uso de aplicativos podem colaborar de formar significativa ao processo ensino/aprendizagem.

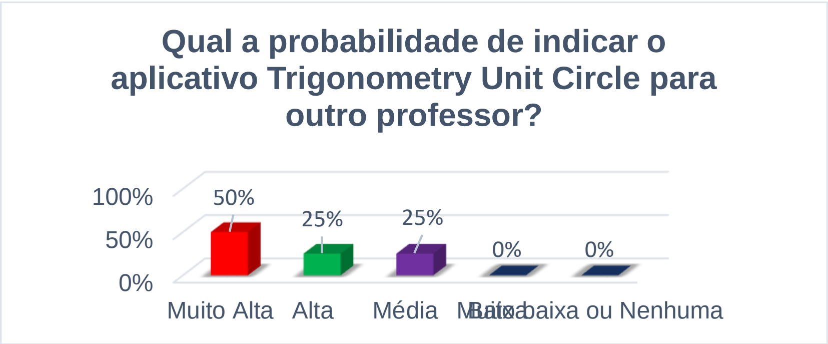
Gráfico 7 – Utilização do aplicativo como ferramenta de aprendizagem.



Fonte: O autor (2019).

O gráfico 8 trata da indicação do uso do aplicativos a outros profissionais de educação.

Gráfico 8 – Probabilidade de indicar o uso do aplicativo.



Fonte: O autor (2019).

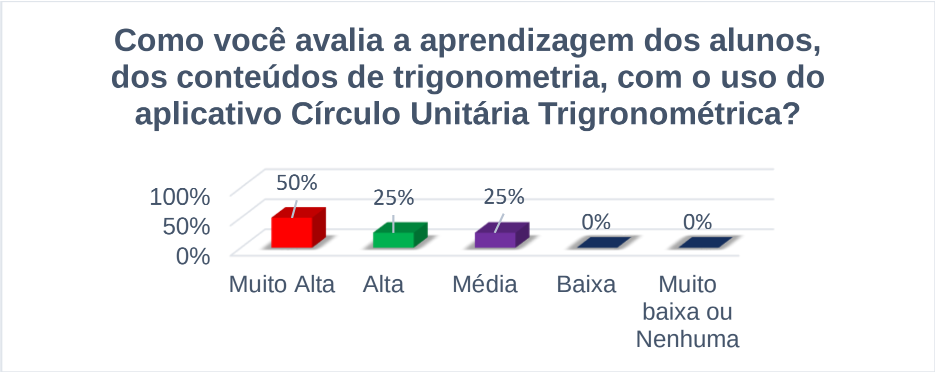
É fácil perceber que os colaboradores indicariam sim o uso a outros profissionais de educação, o que nos leva a refletir o que trata Moran (2014) sobre a sala de aula:

> A sala de aula se amplia, dilui, mistura com muitas outras salas e espaços físicos, digitais e virtuais, tornando possível que o mundo seja uma sala de aula, que qualquer lugar seja um lugar de ensinar e de aprender, que em qualquer tempo possamos aprender e ensinar, que todos possam ser aprendizes e mestres, simultaneamente, dependendo da situação, que cada um possa desenvolver seu ambiente pessoal de aprendizagem compartilhando-o com outros e neste compartilhamento, enriquecendo-se mutuamente. (MORAN, 2014, p. 33).

Nesse interim, nos faz refletir, sobre aproveitar os espaços virtuais, compartilhando e socializando informações, formando uma corrente de conhecimento em prol da educação.

Moran (2014, p. 7) nos faz refletir que “as tecnologias permitem o registro, a visibilização do processo de aprendizagem de cada um e de todos os envolvidos”, podemos verificar essa afirmativa com a análise do gráfico 9:

Gráfico 9 – Avaliação de aprendizagem com o uso do aplicativo.



Fonte: O autor (2019).

Os colaboradores foram categóricos ao afirmar que a aprendizagem dos alunos pode ser muita alta, alta e média. Um desempenho satisfatório, o que os profissionais em educação buscam ao ensinar matemática.

Assim, diante da análise dos dados obtidos por meio do preenchimento do questionário aplicado aos colaboradores da pesquisa podemos depreender que, o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*, para *smartphones/tablets*, pode contribuir de forma positiva nas aulas de matemática para o ensino de trigonometria.

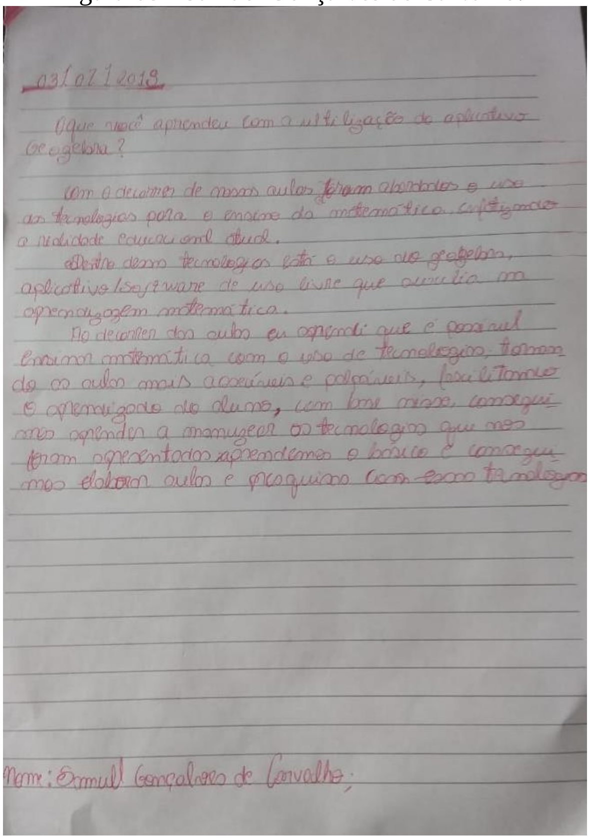
4.2.2 Avaliação do uso do aplicativo dos alunos do 5º período, solicitado pela professora da disciplina.

No quadro 30, os colaboradores relatam as suas percepções quanto ao uso das tecnologias móveis e aplicativos no ensino da matemática.

Quadro 30 – Relatório dos colaboradores da pesquisa.

Colaborador	Principais considerações

Figura 68 - Samuel Gonçalves de Carvalho.



03/07/2019

O que você aprendeu com a utilização do aplicativo Geogebra?

Com o decorrer de nossas aulas foram abordadas o uso das tecnologias para o ensino da matemática, enfatizando a realidade educacional atual.

Dentre essas tecnologias está o uso do geogebra, aplicativo/software de uso livre que auxilia na aprendizagem matemática.

No decorrer das aulas eu aprendi que é possível ensinar matemática com o uso de tecnologias, tornando as aulas mais acessíveis e palpáveis, facilitando a aprendizagem do aluno, com base nisso, conseguimos aprender a manusear as tecnologias que nos foram apresentadas aprendemos o básico e conseguimos elaborar aulas e pesquisas com essas tecnologias

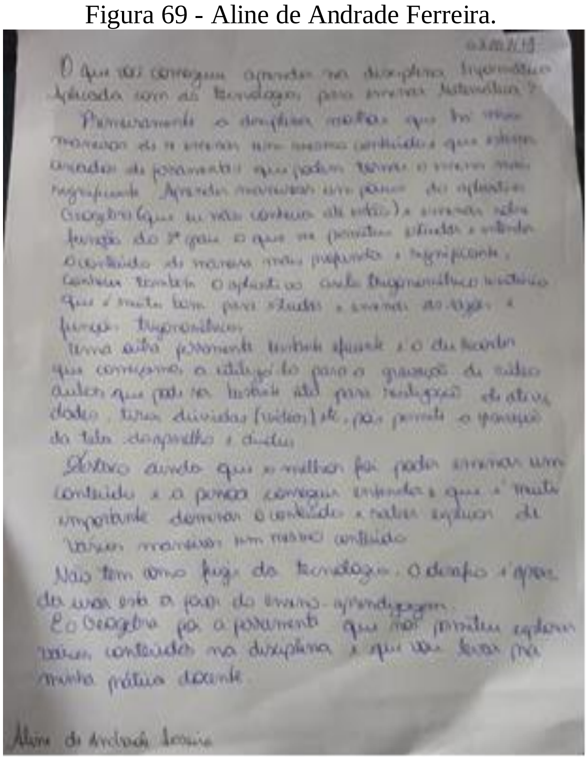
Nome: Samuel Gonçalves de Carvalho;

Fonte: O autor (2019).

Samuel escolheu relatar as suas percepções quanto o uso do *app Geogebra*.

Para Samuel o uso do *Geogebra* no ensino de matemática torna a compreensão mais “palpável”, ou seja, é possível tornar visível algo que na forma tradicional seria abstrato.

Figura 69 - Aline de Andrade Ferreira.



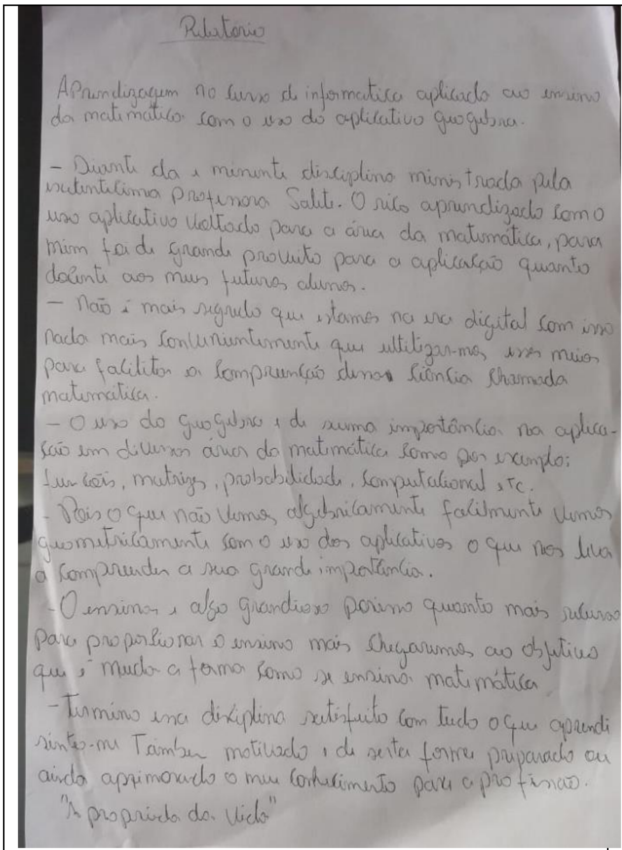
Fonte: O autor (2019).

Aline conta parte das suas experiências com os vários aplicativos que teve a oportunidade de conhecer e utilizar durante a disciplina Informática Aplicada ao Ensino de Matemática, ministrada pela Dr. Salete Bandeira.

Aline relata que não tem como fugir do uso das tecnologias no ensino da matemática e que a certeza que tem é que levará para as suas práticas pedagógicas.

Figura 70 - Agnaldo Braga Souza.

Agnaldo destaca que o uso de aplicativos como o *Geogebra* no ensino de matemática facilitam a



Relatório

Aprendizagem no curso de informatica aplicado ao ensino da matematica com o uso do aplicativo geogebra.

– Diante da eminente disciplina ministrada pela excelentíssima professora Salete. O seu aprendizado com o uso aplicativo voltado para a área da matemática, para mim foi de grande proveito para a aplicação quanto docente aos meus futuros alunos.

– Não é mais segredo que estamos na era digital com isso nada mais conveniente que utilizar-mos esses meios para facilitar a compreensão dessa ciência chamada matemática.

– O uso do geogebra é de suma importância na aplicação em diversas áreas da matemática como por exemplo: funções, matrizes, probabilidade, computacional etc.

– Pois o que não vemos algebricamente facilmente vemos geometricamente com o uso dos aplicativos o que nos leva a compreender a sua grande importância.

– O ensino é algo grandioso porém quanto mais recursos para proporcionar o ensino mais chegaremos ao objetivo que é muda a forma como se ensina matemática.

– Termino esta disciplina satisfeito com tudo o que aprendi sinto-me também motivado e de certa forma preparado ou ainda aprimorado o meu conhecimento para a profissão.

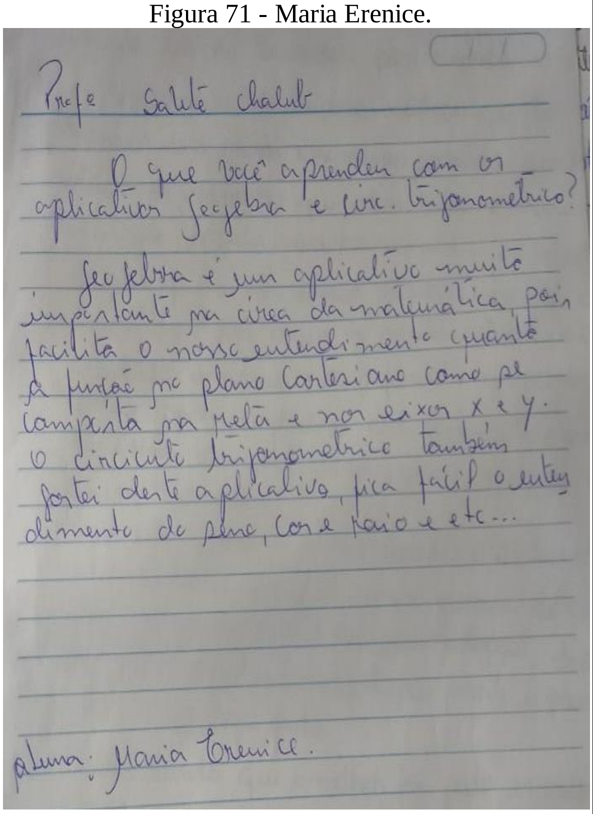
"A propriedade da vida"

Fonte: O autor (2019).

compreensão geométrica, dando maior significado ao aprendizado.

O colaborador relata que se sente motivado a fazer uso das tecnologias móveis em suas práticas pedagógicas.

Figura 71 - Maria Erenice.



Profe Salete Chalub

O que você aprendeu com os aplicativos Geogebra e circ. trigonometrico?

Geogebra é um aplicativo muito importante na área da matemática, pois facilita o nosso entendimento quanto à função no plano Cartesiano como se comporta na reta e nos eixos x e y.
O circulo trigonometrico também porte deste aplicativo, fica fácil o entendimento do seno, cos e raio e etc...

aluna: Maria Erenice.

Fonte: O autor (2019).

Erenice relata a sua satisfação quanto o uso dos aplicativos *Trigonometry Unit Circle* e *Geogebra*, destacando que estes facilitam o aprendizado.

Fonte: O autor (2019).

A fase de experimentação foi a que exigiu maior esforço não só dos pesquisadores como dos colaboradores pois, ao no deparamos com as novas tecnologias enfrentamos diversas dificuldades, passando pela adequação das aulas aos aplicativos selecionados bem como o estudo das funcionalidades destes. No entanto, as dificuldades serviram de desafio para descobrirmos como seria o resultado de tudo isto.

A análise a posteriori nos ajudou a descobrir o grau de envolvimento dos colaboradores com uso de aplicativos em suas práticas pedagógicas, e nos faz relatar a satisfação de que o problema da pesquisa idealizado em sua fase inicial foi satisfatoriamente respondido pelos colaboradores que poderão significar o aprendizado de trigonometria por meio de variados registros de representação semiótica, como a forma audiovisual, por meio de seus vídeoaulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por tudo exposto, concluímos que este processo investigativo nos credenciou a enveredar por este caminho tão vasto que é o uso de aplicativos para dispositivos móveis na mediação do ensino não só de trigonometria como também outros ramos da matemática.

Em busca de responder ao problema da pesquisa: como os usos dos registros de representação semiótica podem ressignificar a aprendizagem de trigonometria a partir do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* em dispositivos móveis na formação inicial? Tivemos a oportunidade de conhecer e testar não só este aplicativos como também outros materiais manipuláveis. Assim percebemos que para cada material utilizado com o mesmo tema, as formas de registros podem ser distintas, bem como as percepções geradas. E foi muito interessante perceber isto que já conhecíamos da teoria da representação semiótica, onde Duval nos ensina que para o indivíduo aprender determinado conceito matemático ele precisa trocar espontaneamente de um registro de representação para outro.

Dentre os recursos tecnológicos utilizados na pesquisa o de maior enfoque foi o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*. Este *app* foi o que mais se alinhou com o propósito inicial da pesquisa, pelos seus estímulos visuais e táteis proporciona uma diferenciação visual de fácil percepção entre as razões trigonométricas e possibilitou que os alunos podessem manipulá-lo, de modo a mover o arco por sobre todo o círculo. Tal fato nos remete a Duval (2011) quando nos fala desconstrução dimencional e transformação de unidades figurais.

O processo investigativo sobre a trigonmetria aplicada na educação básica me trouxe uma grata satisfação em conhecer importantes personagem que ao longo da história da humanidade trouceram relevante contribuições a este ramos da matemática que auxilia ao homem compreender e se situar melhor no espaço em que vive.

Como mencionado na introdução deste texto, a ideia inicial desta pesquisa não tinha como foco as tecnologias móveis, e sim tecnologias da informação e comunicação aplicadas ao ensino de matemática. Pela amplitude do tema os professores com os quais discuti sobre o tema foram unânimes em afirmar que este parecia abrangente e que pelo tempo de pesquisa e escrita da dissertação muito provavelmente não conseguiriámos concluir em tempo hábil. Assim sendo, começamos a repensar o tema da dar um direcionamento mais focado para a pesquisa, e assim resolvemos permanecer com a trigonometria que era o campo da matemática que mais nós chamou a atenção para trabalhar com tecnologia da informação, tendo em vista a carência e a curiosidade que tinhamos na época da graduação, sempre imaginando que a geometria e a trigonometria poderia ter suas representações gráficas mais bem trabalhadas e compreendias quando aliadas a recursos computacionais.

Foi a partir do segundo semestre do mestrado, quando começamos a ter as disciplinas da área da matemática com as Professoras Dra. Salete Bandeira, Dra. Simonete Bezerra e o Prof. Dr. Ronaldo Melo que passamos a delinear o tema, os objetivos e o sujeito da pesquisa.

Os estudos e o debate sobre tecnologias e suas aplicações em sala de aula no ensino da matemática me proporcionou muitas reflexões, conjecturas e hipóteses que outrora não tinha. Esta é a fase que Artigue (1996), quando nos fala da metodologia da *Engenharia Didática*, classifica como *análise preliminar*.

Neste momento passamos a trabalhar oficinas nas disciplinas do mestrado, baseadas no uso de aplicativos para dispositivos móveis.

Inicialmente o trabalho com os colegas do mestrado nas disciplinas do curso nos fez imagina-los como sujeitos da pesquisa. Os debates, o envolvimento destes com o tema, a possibilidade de levar as atividades ali trabalhadas para que pudessem experimentar em suas práticas educacionais parecia uma ótima ideia. No entanto, surgiu a possibilidade de apresentamos a pesquisa aos alunos do 2º (segundo) ano do ensino médio do CAP/UFAC, alunos do Prof. Dr. Gilberto Melo.

Pelo material trabalhado e o retorno que tivemos dos alunos do CAP, resolvemos inseri-los também como sujeito da pesquisa. No entrando, durante a avaliação do trabalho no exame de qualificação veio mais uma orientação quanto ao uso de mais de um sujeito da pesquisa, levantado pelo membro da banca a Profa. Dra. Nilra Filgueira.

Ao continuarmos com o trabalho investigativo aplicamos outra oficina com os FP, alunos do 4º período de licenciatura em matemática da UFAC. Ali, percebemos que poderíamos acatar a orientação mencionada, e trabalhos com estes, agora, não como sujeitos da pesquisa, mas sim como colaboradores, tendo em vista que estes seriam orientados a aplicar os temas trabalhados na disciplina de prática de ensino no próximo semestre.

Após as atividades desenvolvidas com os FP, entendemos que poderíamos indagá-los a respeito das suas concepções sobre o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*, e de acordo com Artigue (1996), fazermos uma análise preliminar.

Através do formulário eletrônico aplicado aos FP, descobrimos que do grupo pesquisado 85,5% (oitenta e cinco por cento) já tinham tido alguma experiência em sala de aula e que já haviam utilizado aplicativos para dispositivos móveis em suas práticas de ensino. Em seus relatos os FP dizem que o uso de aplicativos em dispositivos móveis no ensino por: “ser eficiente”, “facilitar”, “é muito bom”, “é gratificante”. Estes foram unânimes em afirmar que “é possível ensinar trigonometria com o *trigometry*”.

As oficinas foram extremamente relevantes no processo de amadurecimento quanto ao uso das tecnologias móveis aplicadas nas aulas de trigonometria, tendo em vista que pode nos proporcionar experiências com aplicativos, conhecer as suas funcionalidades e limitações.

Ao longo da pesquisa podemos experimentar vários aplicativos e perceber as suas limitações e erro, bem como, notar que estes vinham sendo aperfeiçoados ao longo do tempo pois, ao baixarmos novas versões os erros vinham sendo corrigidos. O *TUC*, por exemplo, em sua versão 3.24 (de 06 de março de 2019), apresentou limitações, tais como: só faz gráficos da funções trigonométricas cos (x), sen (x), tg (x), sec (x), cossec (x), cotg (x) no período de 0º a 360º. Os resultados de Área do Setor Circular (S) e Comprimento da circunferência (L) são diretos, não resolve equações e inequações trigonométricas. Dessa forma, os colaboradores sugerem a utilização de outros aplicativos para ensinar trigonometria e outros conteúdos matemáticos (como *Geogebr*a *2D/Graphing Calc*, *Photomath* e *MalMath*), materiais didáticos táteis como o Multiplano (para estudantes com deficiência) e prancheta trigonométrica e relatam que utilizarão as tecnologias para ensinar matemática.

Ao final da pesquisa voltamos a indagar os FP sobre suas experiências com o *Trigonometry Unit Circle*, para, de acordo com Artigue (1996), fazermos a análise posteriori.

Ali percebemos que o público com maior propensão ao uso de tecnologias móveis no ensino de matemática era o que estava na faixa etária de 20 a 30 anos. Que 75% (setenta e cinco por cento) deste não conhecia um aplicativo melhor que o *trigonometry* para o ensino de trigonometria. E que 50% (cinquenta por cento) dos colaboradores julgaram possível usar o *trigonometry* em sala de aula. E 50% (cinquenta por cento) deles também indicariam a outro colega o uso desse *app*. Estes avaliam a aprendizagem dos alunos, na disciplina de trigonometria mediada pelo uso do aplicativo, como sendo muito alta.

Ao longo da pesquisa tivemos a oportunidade de participar de diversos eventos aonde podemos expor o que vinha sendo trabalhado nas oficinas e conhecer outros trabalhos e pesquisa que vinham sendo trabalhados com temas afins.

Na I Semana de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática - ISEMPECIM, apresentamos o resumo expandido com o tema: *O uso de aplicativos em dispositivos móveis como recurso didático no Ensino de Matemática.* A participação neste evento foi gratificante pois, podemos perceber que havia professores e alunos de outras instituições educacionais além da Universidade interessando em conhecer mais sobre o tema. No entanto, observamos que o evento contou com a participação de poucas escolas de Rio Branco.

O próximo evento que tivemos a oportunidade de participar foi a VI Semana Nacional de Matemática, ocorrida na UFAC onde apresentamos comunicação oral com o tema: *ensinando trigonometria com o aplicativo Trigonometry Unit Circle para smartphones e tablets*. Este evento foi relevante pois tivemos a participação maior de estudantes, professores e pesquisadores de outros Estado do pais com quem podemos trocar experiências e discutimos sobre a nossa e a pesquisa deles.

O evento seguinte foi o XI Simpósio de Linguagem e Identidade da/na Amazônia Sul Ocidental: narrativas naturezas e memórias, ocorrido na Universidade Federal de Rondônia - UNIR, onde tivemos a oportunidade de apresentar comunicação oral com o tema: Noções de trigonometria por meio de dispositivos móveis. Este evento foi muito importante pois podemos perceber o aperfeiçoamento no trabalho que estávamos desenvolvendo. Ali já conhecíamos melhor as funcionalidade, limitações e falhas do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* e, portanto, podemos apresenta-las e discutir a respeito com estudante, professore e pesquisadores de vários Estados do Brasil, bem como, de países vizinhos. No entanto, as participações nestes eventos não são tão fáceis, tendo em vista que precisamos arcar com custos de viagens, estadia, alimentação e ainda contar com a compreensão da chefia para a dispensa do trabalho pois nos dias do evento e também com o apoio da família em ter que suportar e se adaptar em mudarem suas rotinas para cumprir determinadas tarefas diárias executadas por nós.

Também participamos V Semana PIBID UFAC, neste tivemos a oportunidade de apresentar a comunicação oral com tema: *o uso do aplicativo Trigonometry Unit Circle em dispositivos móveis como recurso didático para o ensino de trigonometria.* Este evento contou com a participação de muitos alunos das escolas públicas de Rio Branco, muitos procuraram explicação sobre o uso do aplicativo, demonstraram curiosidade e ao serem questionados se os professores usavam aplicativos como ferramenta de ensinos todos responderam que não. Ao serem questionados sobre o que achavam sobre o que achariam se os professores de matemática fizessem uso de aplicativos para celulares em suas aulas todos foram unanimes em dizer que era possível que os alunos fossem mais participativos e prestassem mais atenção na aula.

O próximo evento a participarmos foi a *VI Feira Nacional de matemática.* Esta feira trouxe ótimas experiências e contribuições ao desenvolvimento de nossa pesquisa. Ali podemos conhecer mais uma vez, alunos, professores e pesquisadores de diversos outros estados do pais, onde podemos trocar experiências e conhecermos pesquisas e experimentos diversos. No entanto, o trabalho que mais nos chamou atenção, pela afinidade com o nosso tema, pela forma didática como apresentado, pela criatividade e eficiência foi o trabalho apresentado pelas professoras Adriana Scussel e Karine Luiz Calegário Mrotskoski, que desenvolveram um material manipulável com uma folha de papel, três barbantes de cores diferentes, três agulhas, régua, transferidor, compasso e tesoura para trabalhar as razões trigonométricas.

Este trabalho nos fez refletir mais um pouco sobre o conceito de tecnologia aplicada à educação a ponto de nos motivar a fazermos um experimento semelhante com os colaboradores da pesquisa, e assim propomos a estes a elaboração de uma aula expositiva baseada na apresentação de Adriana e Karine. O material elaborado por estes ficou tão bom que decidimos dedicar um tópico desta dissertação para contamos como isto se deu.

O ano de 2018 foi gratificante e muito produtivo, nos possibilitando a participar de muito outros eventos enriquecedores à pesquisa a exemplo do: Viver Ciência (com apresentação de pôster com o tema: *Noções de trigonometria por meio de dispositivos móveis);* II Semana de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – II SEMEPECIM da UFAC (com o resumo expandido: *Noções de trigonometria por meio de dispositivos móveis);* II Feira Estadual de Matemática (com a coautoria no resumo expandido da Ma. Uiara Souza, com o tema: “discalculia e jogos (matemática e/ou jogos didáticos)); publicação na revista *South American: Journalof Basic Education*, *Techmicaland Technological* Qualis B1, vinculada ao colégio de aplicação da Universidade Federal do Acre; Organização da primeira conferência web internacional no Centro Universitário Uninorte-AC, com o tema, *Cultura Digital e Cidade Inclusiva*, uma conferência com professores/pesquisadores da Universidade *Le Havre Normandie* – França, Universidade *Catholique de Lille* – França, Universidade de Montréal – Canadá, Universidade de *Saint-Boniface* – Manitoba, Canadá, *University of Sport and Movement* “Foro Italico” - Roma, Itália e Universidade Federal do Acre (UFAC) – Brasil; Organização da II Semana de Tecnologia, Informação, Comunicação e Inovação no Centro Universitário Uninorte-AC; Tivemos aprovado o Projeto de Iniciação Científica (PIC) no Centro Universitário Uninorte com o tema: *O uso de dispositivos móveis “smartphones/tablets” no ensino de matemática fundamental;* XIII ENEM - Encontro Nacional em Educação Matemática – (coautoria no resumo expandido da Mra. Uiara Souza, com o tema: “escala *cuisenaire* como intervenção pedagógica a um estudante discalcúlico”).

Os eventos desenvolvidos e o projeto no PIC no Centro Universitário - Uninorte só foi possível pois em meio a este “turbilhão” de eventos tive a honra de aceitar o convite do Professor Vander Magalhães Nicácio, coordenador dos cursos de Sistemas de Informação e Curso Superior em Redes de Computadores, deste centro, para fazer parte do corpo docente desta tão conceituada instituição de Ensino Superior.

O PIC está em andamento com previsão de término para o final do segundo semestre de 2019. Estamos com a orientação de dois alunos do curso de Redes de Computadores do Centro Universitário Uninorte em parceria com a Prof. Dra. Salete Bandeira.

O projeto tem enfrentado alguns percalços quanto a permanência de orientandos, estamos na terceira tentativa e esperançosos que no segundo semestre de 2019 estes alunos conseguirão concluir.

Esta pesquisa agora tem um filho (PIC) e rogamos a Deus as suas bênçãos sobre ele e suplicamos que tenhamos sabedoria para fazê-lo multiplicar.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; DE QUEIROZ, C.; COUTINHO, S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

ALVARENGA, L. G. de. Geometria e Imagem. 2002.

AMARO, I., SOARES; M. D., FERNANDES, A. H.; BARROS, R. S.; DINIZ, L. A. **Tecnologias Digitais nas Escolas: outras possibilidades para o conhecimento**. Rio de Janeiro: Depetrus, 2016.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

ARTIGUE, Michelle. Ingénierie didactique, In: BRUN, J. Didactiques des Mathématiques, Paris: Delachaux et Niestlé, 1996, p. 243-264.

BANDEIRA, S. M. **Olhar sem os olhos**: Cognição e aprendizagem em contextos de inclusão – estratégias e percalços na formação inicial de docentes de matemática. 2015. 489 p. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso-UFMT, Mato Grosso-Cuiabá, 2015.

BERLANDA, J. C. *et al.* Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do *software Geogebr*a. 2017. In: **XX Encontro Brasileiro de pós-graduação em educação de matemática, 2016**, Curitiba, 2016.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

BORBA, M. D.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BOYER, C. B. **História da Matemática** (2ª ed.). São Paulo: Edgard Blucher, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

CALÁCIA, D. NA ESCOLA. Disponível em:<http://naescola.eduqa.me/registros/o-que-e-uma-sequencia-didatica/. >. Acesso em 05 de Set. de 2019.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de educação**, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

COELHO, M. *QR Code*: o que é e como usar. Disponível em: <https://tecnologia.ig.com.br/dicas/2013-03-04/qr-code-o-que-e-e-como-usar.html.>. Acesso em: 23 ago. 2019

COSTA, F. J.; COSTA, A. J.; RODRIGUES, A. P.; VASCONCELLOS, T. F. O uso de softwares aplicativos no ensino da matemática: A tecnologia como figura de mediação pedagógica. In: III CONEDU, 2019, Campina Grande. **Anais.** Campina Grande: Editora Realiza, 2019.

CRUZ, W. J.; MARTINS, A. C. R. Os aspectos semióticos do pensamento matemático. In: **V colóquio de educação em matemática, 2019**, Rio Branco. 2019.

DA PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2005.

DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. **Explorando a Matemática com Aplicativos Computacionais: Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Lejeado: Univates, 2015.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a matemática de outra formar: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo. Proem, 2011.

FERRONATO, R. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática.** 2002. 126 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática**. Musa Editora, Campinas, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática v. 6 -** Dando Corda na Trigonometria. São Paulo: Ática, 2006.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas - SP: Autores Associados Ltda, 2009.

MACHADO, S. D. A. Engenharia didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.) **Educação Matemática**: Uma introdução. 2 ed. São Paulo, 2002, p.197 – 208.

MORAN, J. M. Novos modelos de sala de aula. **Educatrix**, n.7, p. 33-37, 2014.

OKADATA, A.; PIOVESAN, A.; QUEIROZ LOPES, D.; MELARÉ VIEIRA BARROS, D.; SCHLEMMER, E. **Mídias e Tecnologias na Educação Presencial e a Distância.** Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2016.

REAL, P. Trigonometria no Ciclo Trigonométrico aula 2. Acesso em: 03 mai. 2018.

SILVA, M. A. **Plano de Aula.** Disponível em: <https://educador.brasilescola.uol.com.br/orientacoes/plano-aula-10.htm.>. Acesso em: 01 de set. 2019.

PEREIRA, C. D**. Apredizagem em trigonometria no ensino médio**: Contribuições da teoria da aprendizagem significativa. Judiaí - SP: Paco, 2012.

POMMER, W. M. Brousseau e a idéia de Situação Didática. 2007. Disponível em: < https://www.researchgate.net/figure/Triangulo-Didatico_fig1_296483624>. Acesso em: 2 jun. 2019.

PRADO, M. E. B. B. de. Integração de Mídias e Reconstrução da Prática Pedagógica. In: PRADO, M. E. B. B. de; ALMEIDA, M. E. B. de; MOREIRA, G. **Curso de Especialização Tecnologias em Educação: Módulo – O Professor e a Prática Pedagógica com a Integração de Mídias (PIM)**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de janeiro. Coordenação Central de Educação a Distância (CCEAD PUC-Rio). 2009-2010. p.2.

SANTANA, A. L. Semiótica. **Infoescola**. 2009.
Disponível em:< https://www.infoescola.com/filosofia/semiotica/>. Acesso em: 23 ago. 2019.

SCUSSEL, A. Construindo o Ciclo Trigonométrico - Novo método. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=AnKv5r97s0U>. Acesse em: 03 jun. 2018.

DA SILVA, C. G.; MELO, L. C. P. **Ciência, tecnologia e inovação: Desafio para a sociedade brasileira–Livro Verde**. Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A - SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AOS ALUNOS DO CAP

MPECIM	Universidade Federal do Acre Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

NOME:____DATA:_______________

ESCOLA:____

1) Preencha o Quadro 1 utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*:

Quadro 1 – Representação dos dados dos ângulos notáveis presentes no aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

	I Quadrante $0° < \alpha < 90°$				**II Quadrante** $90° < \alpha < 180°$				**III Quadrante** $180° < \alpha < 270°$				**IV Quadrante** $270° < \alpha < 360°$			
0°				**90°**				**180°**				**270°**				**360°**
x =α = 0°	30°	45°	60°	**90°**	**120°**	135°	150°	**180°**	210°	225°	240°	**270°**	300°	315°	330°	**360°**
x Radianos	$\frac{\pi}{6}$															
y = Sen α	0.5 ou $\frac{1}{2}$															
(x,y) **(α, sen α)**	(30°, 0.5) ou $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ (0,52;0,5)															

Fonte: Adaptado de *Drabach* (2013, p. 7)

MPECIM	Universidade Federal do Acre Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** (0° < α < 90°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

____

b) O que você percebeu no **II Quadrante** (_____ < α <_____) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

____

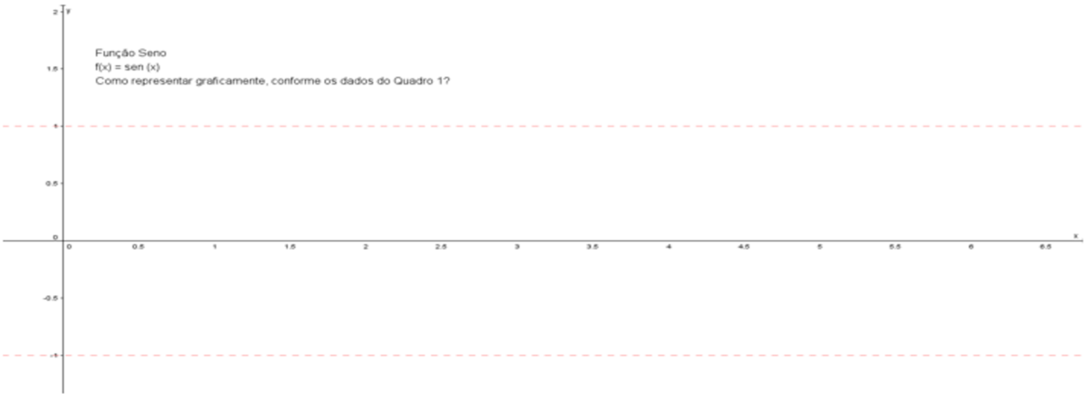
c) O que você percebeu no _____ **Quadrante** (180° < α < 270°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

____

d) O que você percebeu no _____ **Quadrante** (____° < α < _____°) em relação aos valores encontrados para o *Sen α*?

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

2) Como **representar** os dados obtidos no Quadro 1, no **plano cartesiano?**



3)Quais as suas descobertas?

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

4) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 1° e o 2° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

___

5) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 2° e o 3° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

___

6) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 3° e o 4° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

___

7) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 4° e o 1° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

APÊNDICE B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AOS ALUNOS DO CAP

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

NOME: [redacted] DATA: 18/09/2017

ESCOLA: Aplicação

1) Preencha o Quadro 1 utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*:

Quadro 1 – Representação dos dados dos ângulos notáveis presentes no aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

	I Quadrante $0° < \alpha < 90°$				II Quadrante $90° < \alpha < 180°$				III Quadrante $180° < \alpha < 270°$				IV Quadrante $270° < \alpha < 360°$			
0°				**90°**				**180°**				**270°**				**360°**
x = α = 0°	30°	45°	60°	**90°**	**120°**	135°	150°	**180°**	210°	225°	240°	**270°**	300°	315°	330°	**360°**
x Radianos	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{5}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{6\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{2}$
y = Sen α	0.5 ou $\frac{1}{2}$	0.71	0.87	1	0.87	0.71	0.5	0	-0.5	-0.71	-0.87	-1	-0.87	-0.71	-0.5	0
(x,y) ou **(α, sen α)**	(30°, 0.5) ou $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$	45, 0.71 0,79	60, 0.87 1	90, 1 1,57	120, 0.87	135, 0,71	150, 0.5	180, 0	210, -0,5	225, -0,71	240, -0,87	270, -1	300, -0,87	315, -0,71	330, -0,5	360, 0

Fonte: Adaptado de *Drabach* (2013, p. 7)

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** ($0° < \alpha < 90°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

b) O que você percebeu no **II Quadrante** (90° < α < 180°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

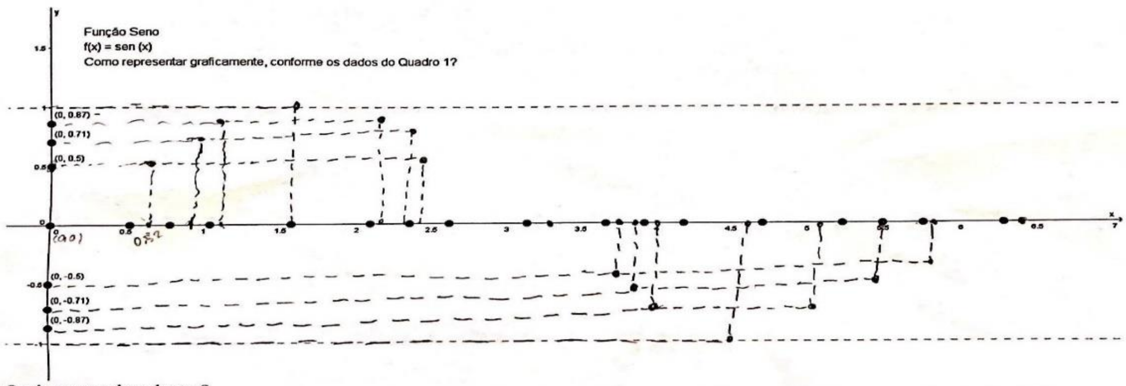
c) O que você percebeu no III **Quadrante** ($180° < \alpha < 270°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

d) O que você percebeu no IV **Quadrante** (270° < α < 360°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM | Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

4) E agora? Consegue marcar os pares ordenados?



Quais as suas descobertas?________________________________

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM | Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

NOME: [redacted] DATA: 18/09/2017

ESCOLA: Colégio de Aplicação.

1) Preencha o Quadro 1 utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*:

Quadro 1 – Representação dos dados dos ângulos notáveis presentes no aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

	I Quadrante $0° < \alpha < 90°$				II Quadrante $90° < \alpha < 180°$				III Quadrante $180° < \alpha < 270°$				IV Quadrante $270° < \alpha < 360°$			
0°	crescendo			**90°**				**180°**				**270°**				**360°**
x = α = 0°	30°	45°	60°	**90°**	**120°**	135°	150°	**180°**	210°	225°	240°	**270°**	300°	315°	330°	**360°**
x Radianos	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{0}$	2π
y = Sen α	0.5 ou $\frac{1}{2}$	0,79 ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,87 ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$	1,0	0,87	0,71	0,5	0	-0,5	-0,71	-0,87	-1,0	-0,87	-0,71	-0,5	0
(x,y) ou **(α, sen α)**	(30°, 0.5) ou $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$	45°, 0,79 $\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}$	60°, 0,8 $\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°

Fonte: Adaptado de *Drabach* (2013, p. 7)

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

30 45 60'

MPECIM
Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** (0° < α < 90°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Ele cresce o valor

b) O que você percebeu no **II Quadrante** (90° < α < 180°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Ele decresce o valor

c) O que você percebeu no III **Quadrante** (180° < α < 270°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Ele decresce o valor (−)

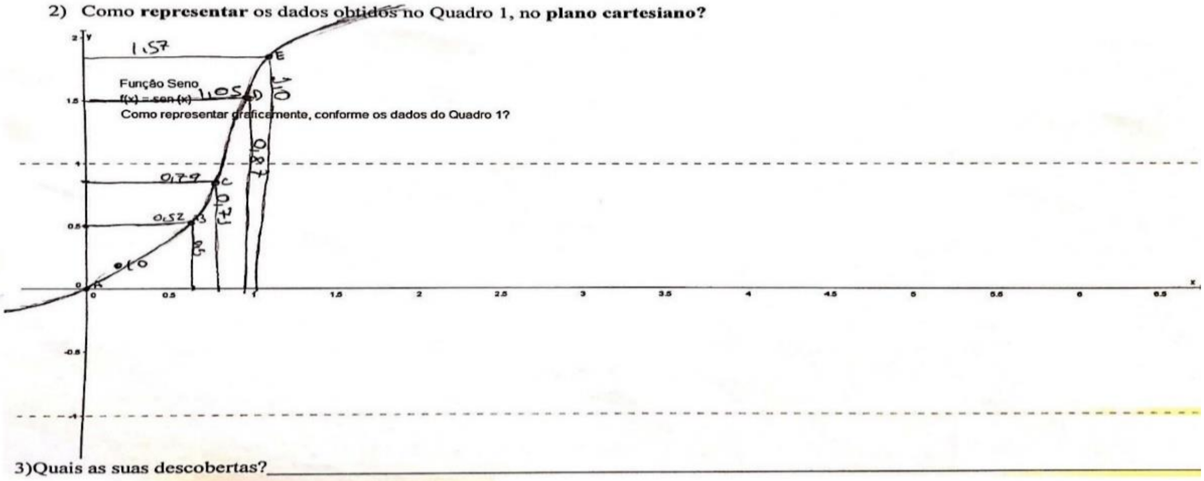
d) O que você percebeu no IIII **Quadrante** (270°° < α < 360 °) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Ele cresce o valor ~~...~~ (−)

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM
Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

2) Como **representar** os dados obtidos no Quadro 1, no **plano cartesiano?**



3)Quais as suas descobertas?

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MP

APÊNDICE C - SEQUÊNCIA DIDÁTICA DESENVOLVIDA COM OS ALUNOS DO 4° PERÍODO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFAC

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

NOME: Thi[redacted]ma e-mail: t[redacted]tlook.com DATA: 10/10/2017

ESCOLA:

1) Preencha o Quadro 1 utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*:

Quadro 1 – Representação dos dados dos ângulos notáveis presentes no aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

	I Quadrante $0° < \alpha < 90°$				II Quadrante $90° < \alpha < 180°$				III Quadrante $180° < \alpha < 270°$				IV Quadrante $270° < \alpha < 360°$			
0°	Função crescente, positiva em y			**90°**	Função decrescente, positiva em y			**180°**	Função decrescente, negativa em y			**270°**	Função crescente, negativa em y			**360°**
x = α = 0°	30°	45°	60°	**90°**	120°	135°	150°	**180°**	210°	225°	240°	**270°**	300°	315°	330°	**360°**
x Radianos	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
y = Sen α	0.5 ou $\frac{1}{2}$	0,71 ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,87 ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0,87 ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,71 ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5 ou $\frac{1}{2}$	0	-0,5 ou $-\frac{1}{2}$	-0,71 ou $-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-0,87 ou $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	-0,87 ou $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-0,71 ou $-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-0,5 ou $-\frac{1}{2}$	0
(x,y) ou **(α, sen α)**	(30°, 0.5) ou $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ (0,52;0,5)	(45°, 0,71) ou $(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ (0,78; 0,7)	(60°, 0.87) ou $(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ (1,04; 0,86)	(90°, 1) ou $(\frac{\pi}{2}, 1)$ (1,57, 1)	(120°, 0.87) ou $(\frac{2\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ (2,09; 0,86)	(135°, 0.71) ou $(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ (2,35, 0,71)	(150°, 0.5) ou $(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2})$ (2,61, 0,5)	(180°, 0) ou $(\pi, 0)$ (3,14 , 0)	(210°, -0.5) ou $(\frac{7\pi}{6}, -\frac{1}{2})$ (3,66, -0,5)	(225°, -0,71) ou $(\frac{3\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ (3,92, -0,71)	(240°, -0.87) ou $(\frac{4\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ (4,18, -0,87)	(270°, -1) ou $(\frac{3\pi}{4}, -1)$ (4,71, -1)	(300°, -0,87) ou $(\frac{5\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ (5,23, -0,87)	(315°, -0,71) ou $(\frac{7\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ (5,49, -0,71)	(330°, -0.5) ou $(\frac{11\pi}{6}, -\frac{1}{2})$ (5,75, -0,5)	(360°, 0) ou $(2\pi, 0)$ (6,28, 0)

Fonte: Adaptado de *Drabach* (2013, p. 7)

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** (0° < α < 90°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores de seno crescem entre os ângulos 0° ao ângulo 90°.

b) O que você percebeu no **II Quadrante** (90° < α < 180°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores de seno diminuem do ângulo de 90° ao ângulo de 180°.

c) O que você percebeu no III Quadrante (180° < α < 270°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores de seno diminuem ainda mais do ângulo de 180° ao ângulo de 270°.

d) O que você percebeu no IV Quadrante (270°° < α < 360 °) em relação aos valores encontrados para o *Sen α*?

Os valores de seno crescem do ângulo de 270° ao ângulo de 360°

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

4) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 1º e o 2º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

90° ou $\frac{\pi}{2}$ radianos

5) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 2º e o 3º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

180° ou π radianos

6) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 3º e o 4º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

270° ou $\frac{3\pi}{4}$ radianos

7) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 4º e o 1º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

360° ou 2π radianos

8) Transforme os seguintes ângulos de grau para radiano: 90°, 180°, 270° e 360°.

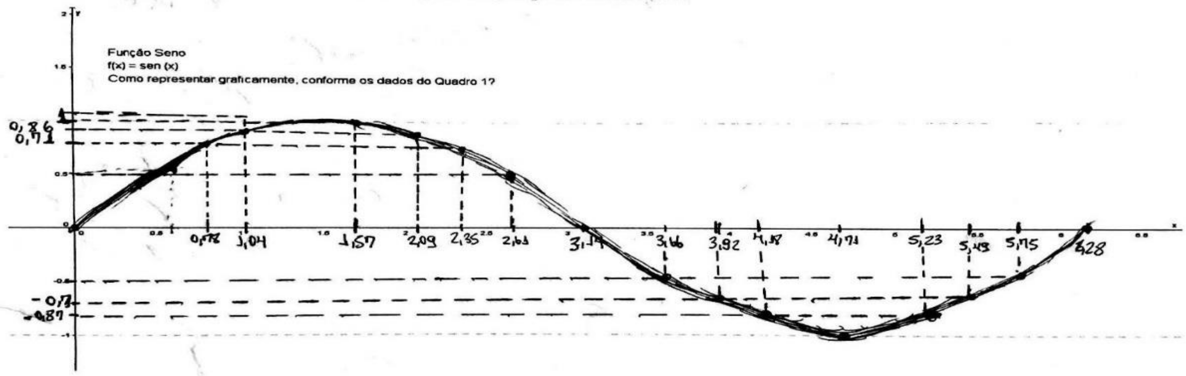
$90 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$ rad; $180 \cdot \frac{\pi}{180} = \pi$ rad; $270 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$ rad; $360 \frac{\pi}{180} = 2\pi$ rad.

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

2) Como **representar** os dados obtidos no Quadro 1, no **plano cartesiano?**



3)Quais as suas descobertas? de x= 0,52 até x≤3,14, os valores de y são positivos e de 6,28>x>3,14, os valores de y são negativos.

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

NOME: [redacted] DATA: 10/10/2017

ESCOLA: Universidade Federal do Acre - UFAC

1) Preencha o Quadro 1 utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*:

Quadro 1 – Representação dos dados dos ângulos notáveis presentes no aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

	I Quadrante $0° < \alpha < 90°$				II Quadrante $90° < \alpha < 180°$				III Quadrante $180° < \alpha < 270°$				IV Quadrante $270° < \alpha < 360°$			
0° equivale a 0	Crescente positivo			**90°** equivale a 1	decrescente positivo			**180°** equivale a 0	Crece no sentido negativo			**270°** equivale a -1	decrece no sentido negativo			**360°** equival a 0
x = α = 0°	30°	45°	60°	**90°**	**120°**	135°	150°	**180°**	210°	225°	240°	**270°**	300°	315°	330°	**360°**
x Radianos	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
y = Sen α	0.5 ou $\frac{1}{2}$	0,71 ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,87 ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0,87 ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,71 ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5 ou $\frac{1}{2}$	0	-0,5 ou $-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ou -0,71	-0,87 ou $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ou -0,87	-0,71 ou $-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-0,5 ou $-\frac{1}{2}$	0
(x,y) **(α, sen α)**	(30°, 0.5) ou $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ (0,52;0,5)	$(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, 1)$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2})$	$(\pi, 0)$	$(\frac{7\pi}{6}, -\frac{1}{2})$	$(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{4\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{3\pi}{2}, -2)$	$(\frac{5\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{7\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{11\pi}{6}, -\frac{1}{2})$	$(2\pi, 0)$

Fonte: Adaptado de *Drabach* (2013, p. 7)

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** ($0° < \alpha < 90°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores crecem no sentido positivo.

b) O que você percebeu no **II Quadrante** (90° < α < 180°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores decresem no sentido positivo

c) O que você percebeu no III **Quadrante** ($180° < \alpha < 270°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores decresem no sentido negativo

d) O que você percebeu no IV **Quadrante** (270 ° < α < 360 °) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores crecem no sentido negativo

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

4) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 1° e o 2° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

90° e $\pi/2$

5) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 2° e o 3° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

180° e π

6) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 3° e o 4° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

270° e $\frac{3\pi}{2}$

7) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 4° e o 1° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

360° e 2π

8) Transforme os seguintes ângulos de **grau** para **radiano: 90°, 180°, 270° e 360°.**

$\cancel{180} = \frac{\pi}{2}$

$180 — \pi$
$90 — x$

$x = \frac{90\pi \div 90}{180 \div 90} \Rightarrow \frac{\pi}{2}$

$180 — \pi$
$180 — x$

$x = \frac{180\pi}{180}$

$x = \pi$

$180 — \pi$
$270 — x$

$x = \frac{270\pi \div 90}{180 \div 90}$

$x = \frac{3\pi}{2}$

$180 — \pi$
$360 — x$

$x = \frac{360\pi \div 180}{180 \div 180}$

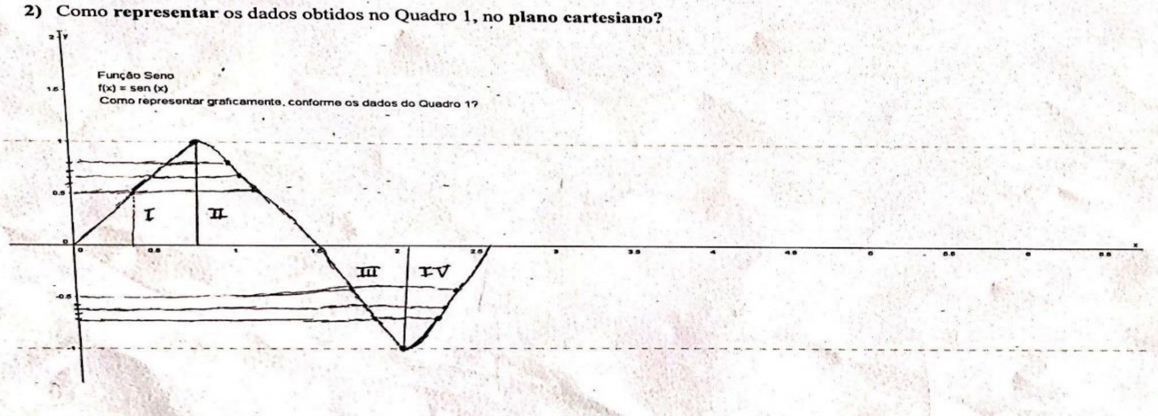
$x = 2\pi$

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

2) Como **representar** os dados obtidos no Quadro 1, no **plano cartesiano?**



3)Quais as suas descobertas?

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

APÊNDICE D - FORMULÁRIO PARA ANÁLISE A PRIORI

Pesquisa Sobre o Uso de Dispositivos Móveis nas Aulas de Matemática - Professor

Formulário

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

◯ Opção 1

Nome completo *

Sua resposta

Sexo *

◯ Masculino

◯ Feminino

Idade

15 à 24

25 à 35

Maior que 35

Você faz uso de aplicativos em dispositivos móveis em sua prática de ensino? * *

Sim

Não

Se já utilizou aplicativo(s) em dispositivos móveis em sua prática pedagógica? Cite quais. *

Sua resposta

Relate de forma sucinta a sua experiência com o uso de dispositivos móveis em sua prática pedagógica *

Sua resposta

É possível ensinar trigonometria utilizando o aplicativo Trigonometry Unit Circle? *

Sim

Não

Talvez

Justifique sua Resposta *

Sua resposta

"Daria tudo que sei pela metade do que ignoro". René Descartes

APÊNDICE E - FORMULÁRIO PARA ANÁLISE *A POSTERIORI*

PESQUISA SOBRE O USO DO APLICATIVO TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE NAS AULAS DE TRIGONOMETRIA

IDENTIFICAÇÃO

Nome:

1. Indique seu sexo
( ) Masculino;
( ) Feminino.

2. Indique sua idade
( ) Menos de 20 anos;
( ) De 20 a 30 anos;
( ) De 31 a 40 anos;
( ) De 41 a 50 anos;
( ) Mais de 51 anos.

3. Se você usa Smartphone/Tablet no dia a dia como classifica este uso?
( ) uso bastante;
( ) mais ou menos;
( ) uso pouco.

SOBRE O USO DO APLICATIVO DE TRIGONOMETRIA PARA TABLET E SMARTPHONE, RESPONDA OS ITENS A SEGUIR:

4. QUAIS CARACTERÍSTICAS MAIS LHE CHAMARAM ATENÇÃO NO APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*?

____
____
____

5. QUE CARACTERÍSTICA MAIS LHE DECEPCIONOU NO APLICATIVO NO TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE?

____
____

6. VOCÊ ACHA QUE ESTE APLICATIVO DEVERIA SOFRER ALGUMA MUDANÇA? QUAIS?
( ) Sim
( ) Não
Quais:

____

7. VOCÊ CONHECE ALGUM APLICATIVO QUE CONSIDERE MELHOR QUE ESTE PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA? QUAL (IS)?
( ) Sim
( ) Não
Qual (is):

____
____

1

8. QUAL A PROBABILIDADE DE PASSAR A USA O APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* COMO FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM EM SUAS PRÁTICAS DE ENSINO?
( ) Muito alta
( ) Alta
( ) Média
( ) Baixa
( ) Muito baixa ou nenhuma

9. SE VOCÊ RESPONDEU BAIXA OU MUITO BAIXA NA QUESTÃO ANTERIOR, RESPONDA: POR QUE NÃO O USARIA?
( ) Não me interesso por aplicativo em aulas;
( ) Estou satisfeito com o método que uso;
( ) Demanda muitos custos para usá-lo (celulares, internet);
( ) Nenhuma das anteriores.

10. QUAL A PROBABILIDADE DE INDICAR O APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* A OUTRO PROFESSOR?
( ) Muito alta;
( ) Alta;
( ) Média;
( ) Baixa;
( ) Muito baixa ou nenhuma.

11. QUAL DAS SEGUINTES PALAVRAS VOCÊ USARIA PARA DESCREVER O APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE*? SELECIONE TUDO QUE ACHAR ADEQUADO.
( ) Confiável;
( ) Ineficaz;
( ) Alta qualidade;
( ) Útil;
( ) Único;
( ) Baixa qualidade;
( ) Não confiável.

12. COMO VOCÊ AVALIA A APRENDIZAGEM DOS ALUNOS, DOS CONTEÚDOS DE TRIGONOMETRIA, COM O USO DO APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIA TRIGONOMÉTRICA?

( ) Muito alta
( ) Alta
( ) Média
( ) Baixa
( ) Muito baixa ou nenhuma

APÊNDICE F – PLANO DE AULA ELABORADO PELOS PESQUISADORES

MPECIM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA – CCBN
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – MPECIM
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
Mestrando: Janeo da Silva Nascimento			
Curso: Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre			
Docente/Orientadora: Profª Drª Salete Maria Chalub Bandeira			
DISCIPLINA: Prática de ensino de Matemática III	**Turma: 3º Período**	**SEQUÊNCIA: 01**	**TEMPO PREVISTO: 04h**

Tema: Elementos fundamentais da trigonometria no círculo trigonométrico unitário utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*

CAPACIDADE/OBJETIVO

- **Analisar, interpretar e descrever as características fundamentais do círculo trigonométrico unitário.**
- **Analisar, interpretar e descrever as características das principais funções trigonométricas, relacionando-as com fenômenos periódicos e aplicações.**

HABILIDADE

- **Identificar os elementos fundamentais do círculo trigonométrico por meio do aplicativo Trigonometry;**
- **Interpretar situações que envolvem relações no círculo trigonométrico por meio do aplicativo Trigonometry**

Conteúdos	**Expectativas de aprendizagem**
• Interpretar e utilizar medidas de arcos e de ângulos, graus e radianos, incluindo as relações entre graus e radianos; • Interpretar o círculo trigonométrico, sentido horário e sentido anti-horário, eixos das abscissas e das ordenadas, quadrantes e simetria de ângulos (*) no círculo trigonométrico unitário. • Identificar os arcos notáveis no círculo trigonométrico. • Conceituar e representar arcos côngruos. • Identificar no aplicativo as representações geométricas do cosseno, seno, tangente, secante, cossecante e cotangente de arcos notáveis. (*) Vídeo de simetria: alunos usar a maquete construída e fazer no aplicativo geogebra.	• Com o aplicativo Trigonometry Unit Circle os estudantes reconheçam os elementos fundamentais da trigonometria representados no aplicativo, tais como eixo dos senos e cossenos, a representação da tangente, secante, cossecante e cotangente. • Identificar os quadrantes, unidades de medida (graus e radianos e ângulos notáveis e seus simétricos e côngruos), • Identificar sentido horário e anti-horário, eixos das abscissas e das ordenadas, quadrantes e simetria no círculo trigonométrico.

Sejam todos bem-vindos! ☺☺

Vamos começar com uma dinâmica. Para mim...

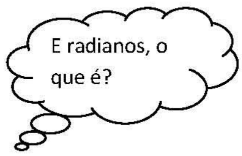
1. Trigonometria é:
   ____
   ____
   ____

2. Observando a tela principal do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* podemos identificar que este está dividido em ___ quadrantes representados pelos algarismos ___, ___, ____ e ___?

3. Observando o comportamento do arco trigonométrico ao clicar no botão play ▷ Os quadrantes crescem em sentido? ☐ horário ☐anti-horário.

4. O eixo x, ou eixo dos cossenos, também é conhecido como eixo das ____________
5. O eixo y, ou eixo dos senos, também é conhecido como eixo das _____________

Já pensaram sobre: graus e radianos?



Pesquise sobre o assunto e faça as suas anotações abaixo:

____
____
____
____
____
____
____

6. As unidades de medidas de ângulos são _______ e ___________
7. São arcos localizados em um mesmo ponto que se diferem pelo número de voltas na circunferência. Estamos falando de arcos _________________.

Mostrar o vídeo: www.youtube.com/watch?v=r72XHIJD2CG
https://www.youtube.com/watch?v=YYAfoqsHzkk

8. Observando a figura 1 e acompanhando na tela do aplicativo instalado em seu celular identifique os elementos fundamentas da trigonometria no círculo trigonométrico:

Figura 1 – Tela do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* para aplicativos móveis.

Fonte: https://play.google.com/store/apps/details?id=processing.test.trigonometrycircleandroid

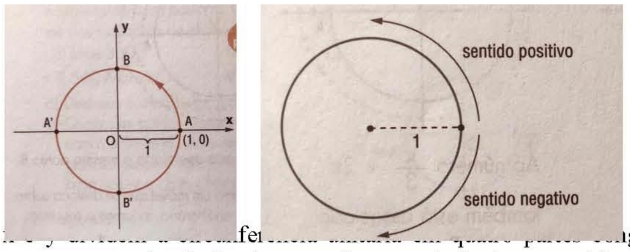
a. Por qual cor é representado o eixo das ordenadas?
b. Por qual cor é representado o eixo das abscissas?
c. Por qual cor é representado o comprimento do arco trigonométrico?
d. Por qual cor é representada a reta tangente a circunferência trigonométrica?
e. Por qual cor é representada a reta cotangente a circunferência trigonométrica?
f. Por qual cor é representada a reta secante?
g. Por qual cor é representada a reta cossecante?

I. Problematização

A trigonometria não se limita a estudar somente os triângulos; suas aplicações se estendem a vários campos da matemática.

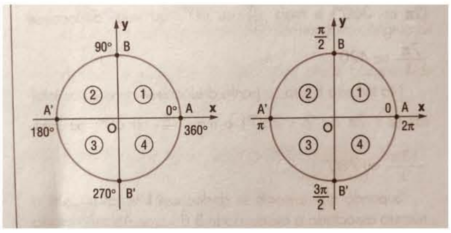
Denomina-se ***circunferência unitária*** ou ***circunferência trigonométrica*** a circunferência orientada cujo raio é 1 unidade de comprimento e na qual o sentido positivo é o anti-horário, conforme a Figura 2.

Figura 2 – Representação da circunferência trigonométrica unitária e o sentido.



Os eixos x e y dividem a circunferência unitária em quatro partes congruentes chamadas quadrantes, numeradas de 1 a 4 e contadas a partir de A, no sentido positivo, vide a Figura 3.

Figura 3 – Representação dos quadrantes da circunferência trigonométrica unitária.



Fonte: (Dante, 2008, p211)

II. Atividades

Atividade 1 – Observe no aplicativo os valores dos ângulos notáveis em grau e em radiano e preencha o Quadro 1.

Quadro 1 – Representação dos arcos notáveis em graus e radianos em uma volta na circunferência.

QUADRANTES	GRAUS	RADIANO	VALOR DECIMAL
I	30°	$\pi/6$	0.5235
	45°		
I		$\pi/3$	
	90		
		$2\pi/3$	
	135°		

		$5\pi/6$	
	180°		
		$7\pi/6$	
	225°		
		$4\pi/3$	
	270°		
		$5\pi/3$	
	315°		
		$11\pi/6$	
	360°		

O círculo trigonométrico é uma circunferência de raio unitário com intervalo de $[0, 2\pi]$, a cada ponto da circunferência associamos um número real. No círculo trigonométrico trabalhamos três tipos de *simetria*: em relação ao eixo vertical (seno), eixo horizontal (cosseno) e em relação ao centro. (Silva, 2018)

Seno

Alguns valores envolvendo seno de ângulos são conhecidos e fáceis, por exemplo, sen $\pi/6$ = sen 30º = 1/2. Outro bem familiar é sen $\pi/4$ = 45º = $\sqrt{2}/2$. Para identificarmos o seno dos outros ângulos utilizamos a **simetria vertical**.

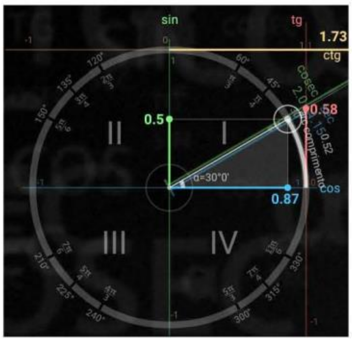
https://www.youtube.com/watch?v=UccS2j9qFN4

https://www.youtube.com/watch?v=1TdB826hRls

Atividade 2 – Identificar no aplicativo os ângulos simétricos a 30°, 45° e 60°.

Identifique os ângulos simétricos a 30° em relação ao eixo dos senos. Para tanto, devemos resolver as seguintes equações.

No segundo quadrante, 180°- 30° = 150°, no terceiro quadrante resolvendo a equação 180° + 30° = 210° e no quarto quadrante, 360° - 30° = 330°.



Obs[1]**:** Estas equações se aplicam aos demais ângulos notáveis.

Obs[2]**:** Para percorrer a circunferência no aplicativo, segure em um ponto qualquer e arraste até o ângulo desejado, ou ainda, clique no centro da circunferência e digite o ângulo em graus.

Atividade 3 – Fazendo uso do aplicativo Trigonometry responda:

a. Quais os valores de seno de 30° e seus simétricos?

b. Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o Seno é positivo (+) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

c. Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o Seno é negativo (-) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

Atividade 4 – Identifique os ângulos simétricos dos ângulos dados, expressando os seus valores em grau e em radiano.

a. 45°

b. Qual o valor do seno de 45° e de seus simétricos?

c. Para qual ou quais ângulos simétricos a 45° o Seno é positivo (+) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

d. Para qual ou quais ângulos simétricos a 45° o Seno é negativo (-) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

e. 60°

f. Qual o valor do seno de 60° e seus simétricos?

g. Para qual ou quais ângulos simétricos a 60° o Seno é positivo (+) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

a. Para qual ou quais ângulos simétricos a 60° o Seno é negativo (-) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

III. Avaliação da aula: OPINIÃO SOBRE A PRÓPRIA APRENDIZAGEM

1. O que eu pensava a respeito da trigonometria antes desta aula?

2. O que passei a achar depois da aula de hoje.

3. As principais dúvidas que eu tive.

4. O que aprendi de mais importante.

5. O que ainda gostaria de saber sobre o assunto e o que posso pesquisar por mim mesmo.

Referências

SILVA, M. N. (23 de Junho de 2018). *Simetria no Círculo Trigonométrico.htm*. Acesso em 23 de Junho de 2018, disponível em Brasil Escola: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/simetria-no-circulo-trigonometrico.htm

Referências

Real, P. (20 de Março de 2017). *YouTube*. Fonte: TRIGONOMETRIA SIMETRIA NO CICLO TRIGONOMÉTRICO AULA 2: https://www.youtube.com/watch?v=UccS2j9qFN4

SILVA, M. N. (23 de Junho de 2018). *Simetria no Círculo Trigonométrico.htm*. Acesso em 23 de Junho de 2018, disponível em Brasil Escola: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/simetria-no-circulo-trigonometrico.htm

Desconhecido. (10 de Outubro de 2017). *YouTube*. Fonte: Como usar a Prancheta Trigonométrica (Material didático: Círculo trigonométrico): https://www.youtube.com/watch?v=1TdB826hRls

ANEXOS

ANEXO A - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO)

Governo de Estado do Acre
ESCOLA JORNALISTA ARMANDO NOGUEIRA

MATERIAL DIDÁTICO PARA AS ESCOLAS DA REDE DE ENSINO

NIVELAMENTO

Matemática
Ensino Médio- Primeiro Ano
GUIA DO PROFESSOR

Acre
2013

GOVERNO DO ESTADO DO ACRE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
COORDENAÇÃO DE ENSINO
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Keila Bezerra, Raylane Aguiar, Talita Carneiro, Sidney Carneiro, Vitória Henrylla			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	ANO/SÉRIE: 3º ANO	SEQUÊNCIA: 03	TEMPO PREVISTO: 00:50

Tema: Trigonometria: arcos, radianos, relação fundamental.

CAPACIDADE/OBJETIVO

Apresentação e explicação de um novo conteúdo que oportunize aos alunos a chance de obtenção de um real aprendizado na área da trigonometria.

HABILIDADE

- Transformar graus em radianos e vice versa, através do aplicativo Trigonometry.
- Reconhecer os 4 quadrantes, e visualiza-los através do geogebra.
- Conhecer a simetria entre os quadrantes.
- Conceituar seno, cosseno, tangente e sua variação.
- Entender as relações fundamentais trigonométricas

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
• Quadrantes • Simetria • Seno, cosseno, tangente • Relação fundamental.	. Identificar os sinais de cada quadrante de acordo com o seno e cosseno. . Saber utilizar aplicativos tecnológicos no conteúdo abordado.

I. Acolhida – 15 min

Reunimos todos os alunos em circulo e começamos a investigar seus conhecimentos sobre o plano cartesiano, logo após, começamos a desenhar figuras planas no plano cartesiano. Em seguida, todos pegam seus aplicativos e pelo geogebra fazem um circulo nele para assim iniciar uma investigação matemática.

I. Problematização – 15 min

Como sabemos a matemática está presente em tudo, mas seu estudo se divide em etapas, incluindo a trigonometria que é um tema importante para o estudo das funções e equações.
Sabendo a importância da trigonometria decidimos abordar o conteúdo de forma mais sintática e elaborada, procurando assim facilitar a aprendizagem do aluno do ensino médio.
Um recurso que vimos como necessário foi a utilização de dois aplicativos tecnológicos, sendo eles, geogebra e Trigonometry, pois ambos nos possibilitam explorar o conteúdo de forma dinâmica. Sendo assim, ao unirmos os aplicativos com a matemática queremos quebrar o tabu de que a matemática é uma matéria difícil.

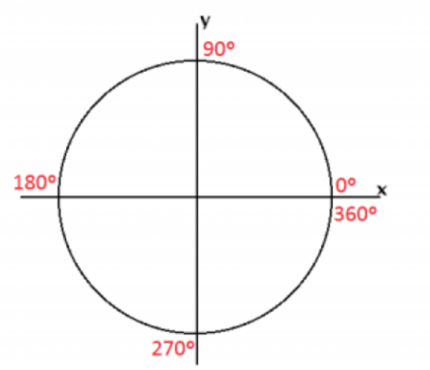
1

A expectativa dessa aula é tirar as duvidas sobre trigonometria e fazê-los entender suas leis na prática e visualmente.

II. Atividades – Bloco 1 – 20 min

Trigonometria
Atividade 1

O GRAU
A unidade de medida mais utilizada para medir ângulos ou arcos de circunferência é o grau, cujo símbolo utilizado é o "º".
Por definição, uma circunferência possui 360º, o que nos leva a concluir que 1/360 dela corresponde a 1º, chamado de arco unitário.
Veja a figura:



O RADIANO
O radiano (escreve-se rad) é a razão entre o comprimento de um arco e o seu raio.
Sabendo que o comprimento de uma circunferência pode ser calculado pela fórmula C = 2.π.r, a medida de uma circunferência, em radianos é dada por:

$$\frac{2.\pi.r}{r} = 2.\pi$$

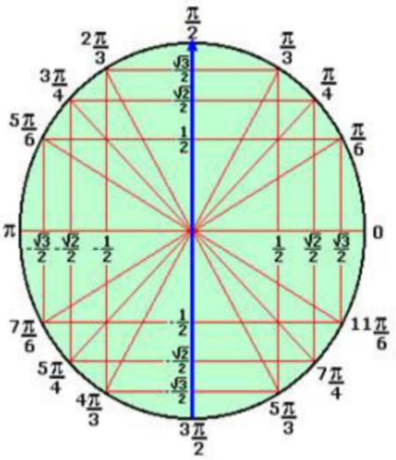
ATIVIDADE 1 - Agora, calcule, os ângulos notáveis em radianos:

2π rad = 360º
π rad = 180º
π/2 rad = 90º
π/4 rad = 45º

Logo após vamos usar o aplicativo para visualizar essas transformações, e assim achar a substituição de outros graus.

Atividades – Bloco 2 - 20 min

1. SIMETRIA NO CICLO TRIGONOMÉTRICO



Ângulo	Arco	Seno	
0	0	0	Crescente
30°	π/6	1/2	
45°	π/4	√2/2	
60°	π/3	√3/2	
90°	π/2	1	
120°	2π/3	√3/2	Decrescente
135°	3π/4	√2/2	
150°	5π/6	1/2	
180°	π	0	
210°	7π/6	-1/2	Decrescente
225°	5π/4	-√2/2	
240°	4π/3	-√3/2	
270°	3π/2	-1	
300°	5π/3	-√3/2	Crescente
315°	7π/4	-√2/2	
330°	11π/6	-1/2	

A simetria dos ângulos em relação ao seno e ao cosseno, depende dos sinais de seus quadrantes e do seu ângulo correspondente, pois, por exemplo o simetrico de 45º são os angulos de 135º,225º,315º então seus senos e cossenos em valor absoluto são iguais, podendo haver modificação apenas no seu sinal.

Sendo assim, pedimos aos alunos para pegar o aplicativo trigonometry e organizar uma tabela dizendo os senos e cossenos de cada ângulo notável de cada quadrante, para assim perceberem que ses valores são repetidos.

Atividade 2 - Identifique os ângulos simétricos dos ângulos dados,

expressando os seus valores em grau e em radiano.

a. 30º
b. 45º
c. 60º

RELAÇÕES FUNDAMENTAIS DA TRIGONOMÉTRIA

$$sen^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$tg\ x = \frac{sen\ x}{\cos\ x}$$

$$cotg\ x = \frac{\cos\ x}{sen\ x}$$

$$\sec\ x = \frac{1}{\cos\ x}$$

$$cossec\ x = \frac{1}{sen\ x}$$

Será demonstrado as relações sempre questionando os alunos e pedindo comprovação pelo aplicativo, até mesmo através de exemplos para conferir se é valido.

1. Avaliação da aula – 10 min

O que poderia ser melhorado?

Gostou de utilizar aplicativos para aprender o conteúdo?

Restou dúvidas sobre o conteúdo?

Você sentiu que aprendeu muito sobre o ciclo trigonométrico?

Que nota você daria para a aula?

ANEXO B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO)

PLANO DE AULA SOBRE RAZÕES

TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Matemática
Ensino Médio– Terceiro Ano

Aline Andrade Ferreira
Carlos Henrique Espíndola
Fernanda Guaresqui de Rezende
Laiane Muniz da Silva

GOVERNO DO ESTADO DO ACRE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
COORDENAÇÃO DE ENSINO
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Grupo 1			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA/ Prática de matemática 3.	ANO/SÉRIE: 3º ANO	SEQUÊNCIA: 01	TEMPO PREVISTO: 60 minutos

Tema: Relações trigonométricas no triângulo retângulo

CAPACIDADE/OBJETIVO

Identificar e calcular razões trigonométricas no triângulo retângulo, aplicando-as na obtenção de distâncias e na resolução de problemas que envolvam essas razões.

HABILIDADE

- Identificação de elementos de um triângulo retângulo.
- Identificação de semelhança de triângulos retângulos e reconhecimento de lados correspondentes (homólogos).
- Identificação de razões trigonométricas em um triângulo retângulo como seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo.
- Identificação e utilização de relações entre seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo.

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
– Definição e os elementos triângulo retângulo – Semelhanças de triângulos retângulos – Relações trigonométricas no triângulo retângulo e suas aplicações.	Que aluno identifica elementos de um triângulo retângulo como os catetos, a hipotenusa, os ângulos agudos e o ângulo reto, o lado adjacente e o lado oposto e a um determinado ângulo e vice-versa. Como também possa identificar razões trigonométricas em um triângulo retângulo qualquer, como seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo desse triângulo

Sejam todos bem-vindos!

Vamos começar com

O que eu lembro ao ouvir falar a palavra trigonometria é: ________________________

O que triângulo? E um triângulo retângulo? ______________________________________

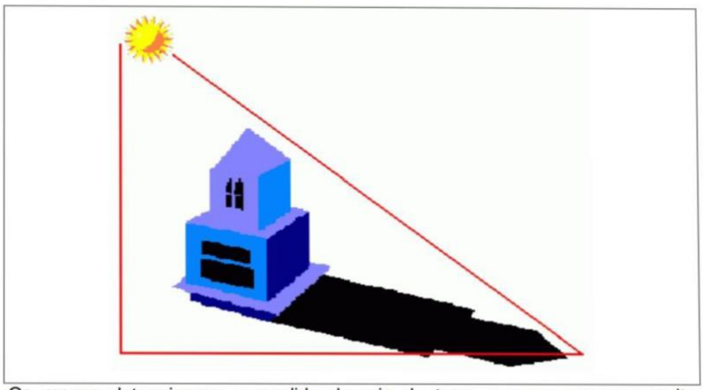
I. Problematização

A trigonometria possui uma infinidade de aplicações práticas.

Desde a antiguidade já se usava da trigonometria para obter distâncias impossíveis de serem calculadas por métodos comuns.

Algumas aplicações da trigonometria são:

- Determinação da altura de um certo prédio.



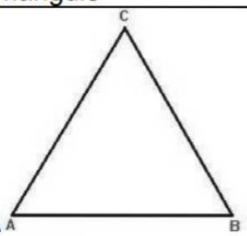
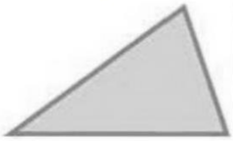
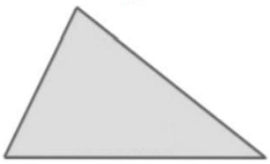
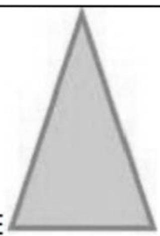
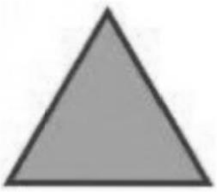
- Os gregos determinaram a medida do raio de terra, por um processo muito simples.
- Seria impossível se medir a distância da Terra à Lua, porém com a trigonometria se torna simples.
- Um engenheiro precisa saber a largura de um rio para construir uma ponte, o trabalho dele é mais fácil quando ele usa dos recursos trigonométricos.

I. Atividade de Investigação propriedades de polígonos de três lados

OBJETIVO : Relembrar os conhecimentos da geometria, investigando padrões de triângulos e sistematizando propriedades.

4.1.1 AtividadeA: Investigando propriedades de polígonos de três lados

ATIVIDADE A- Investigando propriedades de polígonos de três lados
1-Desenhe um polígono (uma figura geométrica) de três lados. Você poderia dizer o nome desse polígono?
2-Escreva algumas propriedades que você observa nesta figura?
3-Num triângulo, dois ângulos medem, respectivamente, 25° e 108°. Qual é a medida do terceiro ângulo? Como você chegou a este resultado?
4-Observe os triângulos abaixo e destaque as características que você observa em cada um deles:

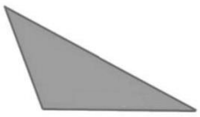
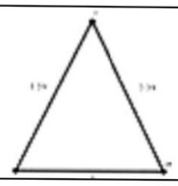
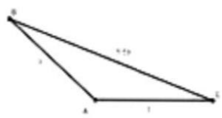
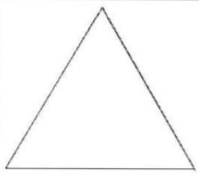
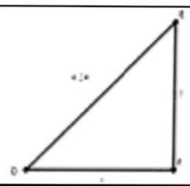
Triângulo	Característica	Triângulo	Característica
A 		D 	
B 		 E	
 C		F 	

ATIVIDADE A- Investigando propriedades de polígonos de três lados (Continuação)

5-Dos triângulos que você caracterizou acima, há pares que possuem características semelhantes. Separe as duplas que apresentam:

	Duplas de triângulos	Que nome recebem?
Os três lados iguais		
Dois lados iguais e um diferente		
Os três lados diferentes		

6-Observando os triângulos abaixo, o que se pode dizer acerca dos ângulos de cada um desses triângulos?

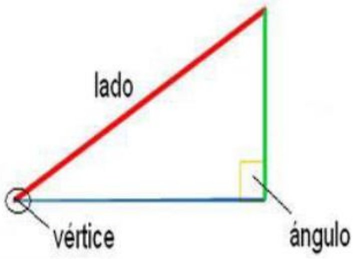
Triângulos	Características quanto aos ângulos	Triângulos	Características quanto aos ângulos
			
			
			

7-Dos triângulos que você caracterizou acima, há pares que possuem características semelhantes. Separe as duplas que apresentam:

	Duplas de triângulos	Que nome recebem?
Um ângulo maior que 90°		
Três ângulos menores que 90°		
Um ângulo de 90°		

II. Atividades sobre triângulo retângulo

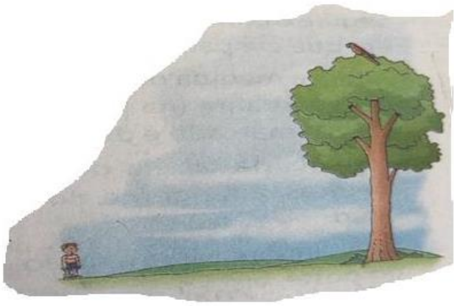
1. **E agora vocês já conseguem definir o que é um triângulo retangulo?**
2. **Observe o triângulo retângulo. Quais são os seus elementos ?**



III. Vale a pena lembrar

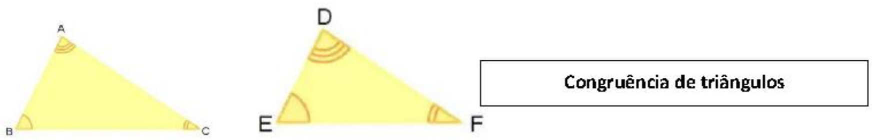
O teorema de Pitágoras diz que "a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa."

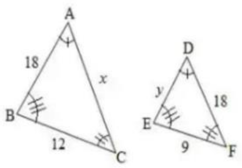
1. Um garoto observa uma coruja no alto de um posto de 8 metros de altura . A sombra projetada desse poste no chão possui comprimento de 6 metros naquele horário. Sabendo que o poste forma.o ângulo de 90° com o solo, qual é a distância do garoto até a coruja?

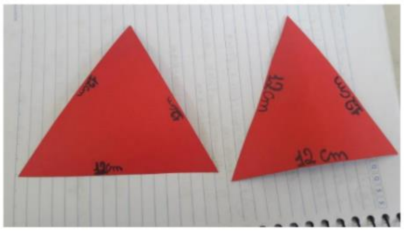


IV. **Semelhança de triângulos e trigonometria no triângulo retângulo**

Dois triângulo são semelhantes se, e somente se, seus três ângulos são congruentes (na mesma ordem) e seus lados homólogos são proporcionais.







$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

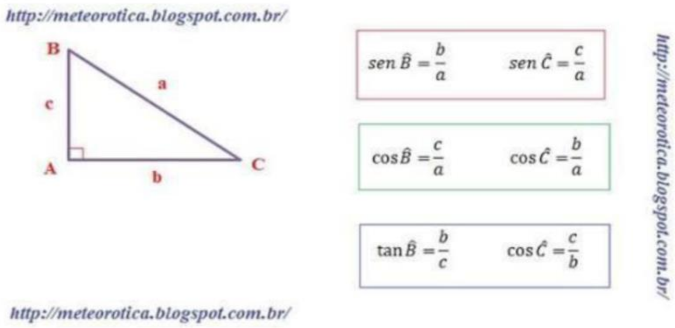
$$\frac{18}{y} = \frac{12}{9}$$

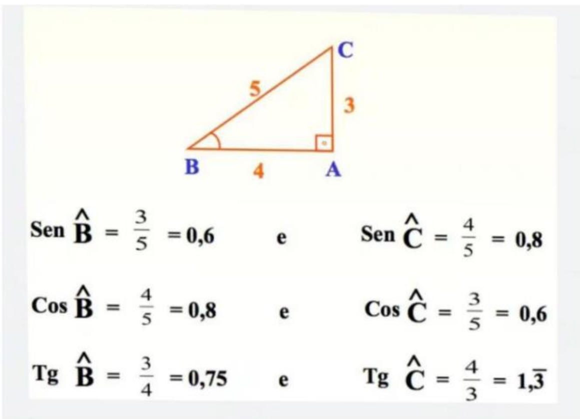
$$12y = 162$$

$$y = \frac{162}{12} = \frac{27}{2} = 13,5$$

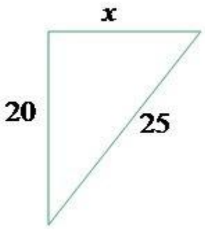
V. Razões Trigonométricas no triângulo retângulo

OBJETIVO: formalizar a definição das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo e explorar estas relações em triângulos variados, em posições diversas. Introduzir, de forma empírica algumas relações fundamentais da trigonometria.





Agora é a sua vez de praticar

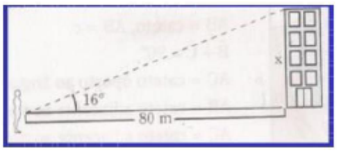


I. **Primeiramente encontre o valor do cateto representado na figura pela letra x ? Qual é o método a ser utilizado ?**
II. **Encontre as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente em relação ao ângulos agudos.**

VI. Aplicação da trigonometria no cotidiano

Elas são utilizadas principalmente na determinação de distâncias incessíveis. Como para calcualr a altura de uma montanha ou a distância entre as margens de um rio.

1- Uma pessoa está distante 80m de um prédio e vê o ponto mais alto do prédio sob um ângulo de 16º em relação à horizontal. Qual é a Altura do prédio?
Dado: tg 16º = 0,28.



X = cateto oposto ao ângulo de 16º
80 = cateto adjacente ao ângulo de 16º

Resolução:

Tg 16º $= \frac{x}{80} \rightarrow 0{,}28 = \frac{x}{80} \rightarrow x \cong 22{,}40$m

A altura di prédio é aproximadamente 22,40m

ANEXO C - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Beatriz Vicente de Melo			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	ANO/SÉRIE: 3º ANO	SEQUÊNCIA: 01	TEMPO PREVISTO: 01

Tema: Razões trigonométricas especiais relativas a ângulos de 30°, 45°, 60°.

CAPACIDADE/OBJETIVO

Explorar e utilizar razões trigonométricas de ângulos especiais como 30°, 45°, 60°.

HABILIDADE

- Desenvolvimento e resolução de situações problema em que o aluno analise e aplique razões trigonométricas de ângulos especiais como 30°, 45°, 60°.

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
— Trigonometria — Triângulo Retângulo — Razões trigonométricas de ângulos especiais.	— Conhecer as razões trigonométricas, saber construir a tabela trigonométrica e fazer aplicação no triângulo retângulo, relacionando o ângulo com a medida dos seus lados.

sejam todos bem-vindos!

Vamos começar com uma dinâmica: para mim...

O que é Trigonometria: ____________________

O que é um Triângulo Retângulo e quais são suas características: ____________________

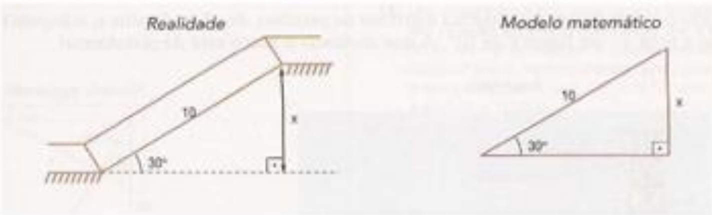
O que é Razões trigonométricas: ____________________

I. Problematização

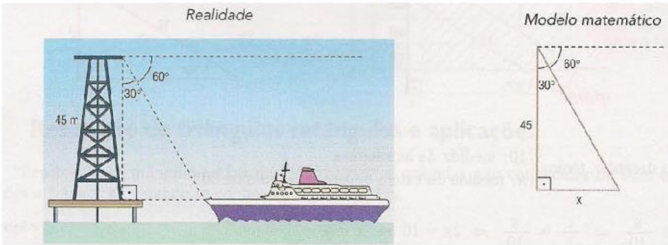
Já conhecemos a tabela trigonométrica e seus respectivos valores para seno, cosseno e tangente. Agora com um papel A4 construa um quadrado, e com outro papel, compasso e régua construa um triângulo equilátero. A partir do quadrado e do triângulo equilátero, consiga obter todos os valores dos ângulos notáveis de seno, cosseno e tangente. Utilizando apenas as duas figuras, o teorema de Pitágoras e seus conhecimentos geométricos.

II. Atividades

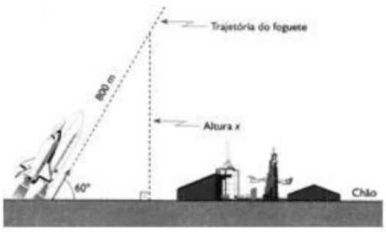
Atividade 1 – Uma rampa lisa de 10m de comprimento faz ângulo de 30° com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe essa rampa inteira eleva-se quantos metros verticalmente?



Atividade 2 – Do alto da torre de uma plataforma marítima de petróleo, de 45 m de altura, o ângulo de depressão em relação à proa de um barco é de 60°. A que distância o barco está da plataforma?



Atividade 3 – Um foguete é lançado a 200m/s, segundo um ângulo de inclinação de 60°. Determinar a altura do foguete após 4s, supondo a trajetória retilínea e a velocidade constante.



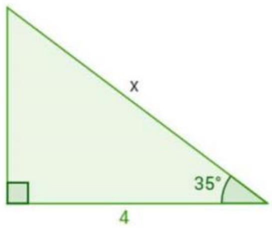
a) Utilizando o seno de 60°.

b) Por lógica, usando a figura que foi utilizada para construir a tabela trigonométrica.

c) Qual é o outro ângulo da figura?

d) Calcule a altura utilizando o ângulo desconhecido.

Atividade 4 – Utilizando o aplicativo "Círculo Unitário Trigonometria", calcule o valor de x no triângulo retângulo abaixo:



III. Avaliação da aula: Dê uma nota de 1 a 10 para cada um dos itens da aula de hoje

Aula 1	Itens avaliados	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Importância do tema										
	Atividades vivenciadas										
	Atuação do professor										

Meu desempenho

IV. Gabarito

Atividade - 1)

Pelo desenho, temos: 10- medida da hipotenusa
x- medida do cateto oposto ao ângulo de 30º

sen 30º= x/10 => ½ = x/10 => 2x= 10 => x=5.

Logo, a pessoa eleva-se 5m verticalmente.

Atividade - 2)

Pela figura, temos: 45- medida do cateto adjacente ao ângulo de 30º
x - medida do cateto oposto ao ângulo de 30º

Tg 30º = x/45 => √3/3 = x/45 => x= 45√3/3 => x = 15√3 m.

Portanto, o barco está a 15√3 m da plataforma.

Atividade – 3)

Solução:

Após 4s, ele percorre 4. (200m) = 800m.

Temos que:

$$\frac{x}{800} = \text{sen}60^0 \Rightarrow x = 800.\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x \cong 692{,}8$$

A altura é aproximadamente 692,8m.

Atividade - 4)

Pelo desenho, temos: x- medida da hipotenusa
4- medida do cateto adjacente ao ângulo de 35º

Cos 35º= 4/x => 0,82 = 4/x => 0,82x= 4 => x ≅ 4,88.

Logo, x ≅ 4,88.

Referências:
Sites-

https://www.colegioweb.com.br/trigonometria-i/razoes-trigonometricas-dos-angulos-de-30o-45o-e-60o.html

https://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes3.php
https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/tabelas-razoes-trigonometricas.htm

https://www.todamateria.com.br/razoes-trigonometricas/

ANEXO D - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO)

GOVERNO DO ESTADO DO ACRE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
COORDENAÇÃO DE ENSINO
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Grupo 4			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	ANO/SÉRIE: 2º ANO	SEQUÊNCIA: 01	TEMPO PREVISTO: 50min

Tema: Resolução de Equação Trigonométrica

CAPACIDADE/OBJETIVO

Ensinar noções de resolução de equações e inequações trigonométricas através do uso de aplicativo.

HABILIDADE

Manusear o aplicativo Photomath na resolução de equação e inequação trigonométrica.

Conteúdos	**Expectativas de aprendizagem**
Equação Trigonométrica. Inequação Trigonométrica	– Reconhecer os conceitos e passos matemáticos de uma resolução de uma equação trigometrica atraves do o aplictivo photmath.

A aula começará dando boa tarde aos alunos, em seguida será explanado como ocorrerá a aula, o que será dito e os objetivos da nossa aula. Iniciaremos conceituando a e equação trigonométrica imediata, após conceituar será mostrado um exemplo de uma resolução, feito isso será explicado os conceitos matemáticos e o que por trás da resolução do aplicativo. Feito isso será a vez dos alunos a fazerem atividades com o uso do aplicativo.

I. Conceituando

Temos que, f(x) e g(x) duas funções trigonométricas da variavel real x e sejam D^1 e D^2 os seus respectivos domínios. Resolver a equação trigonométrica f(x)=g(x) significa determinar o conjunto S, denominado conjunto solução dos números r para os quais f(r)=g(r) é uma sentença verdadeira.

Quase todas as equações trigonométricas reduzm-se a uma das seguintes equações:

- $Sen\alpha = Sen\beta$
- $Cos\alpha = Cos\beta$
- $Tg\alpha = Tg\beta$

Para resolução do Seno, temos em resumo: Senα=Senβ então:

$\alpha = \beta + 2k\pi$ ou $\alpha = \pi - \beta + 2k\pi$

Para o cosseno, em resumo: Cosα = Cosβ então:

$\alpha = \pm\beta + 2k\pi$

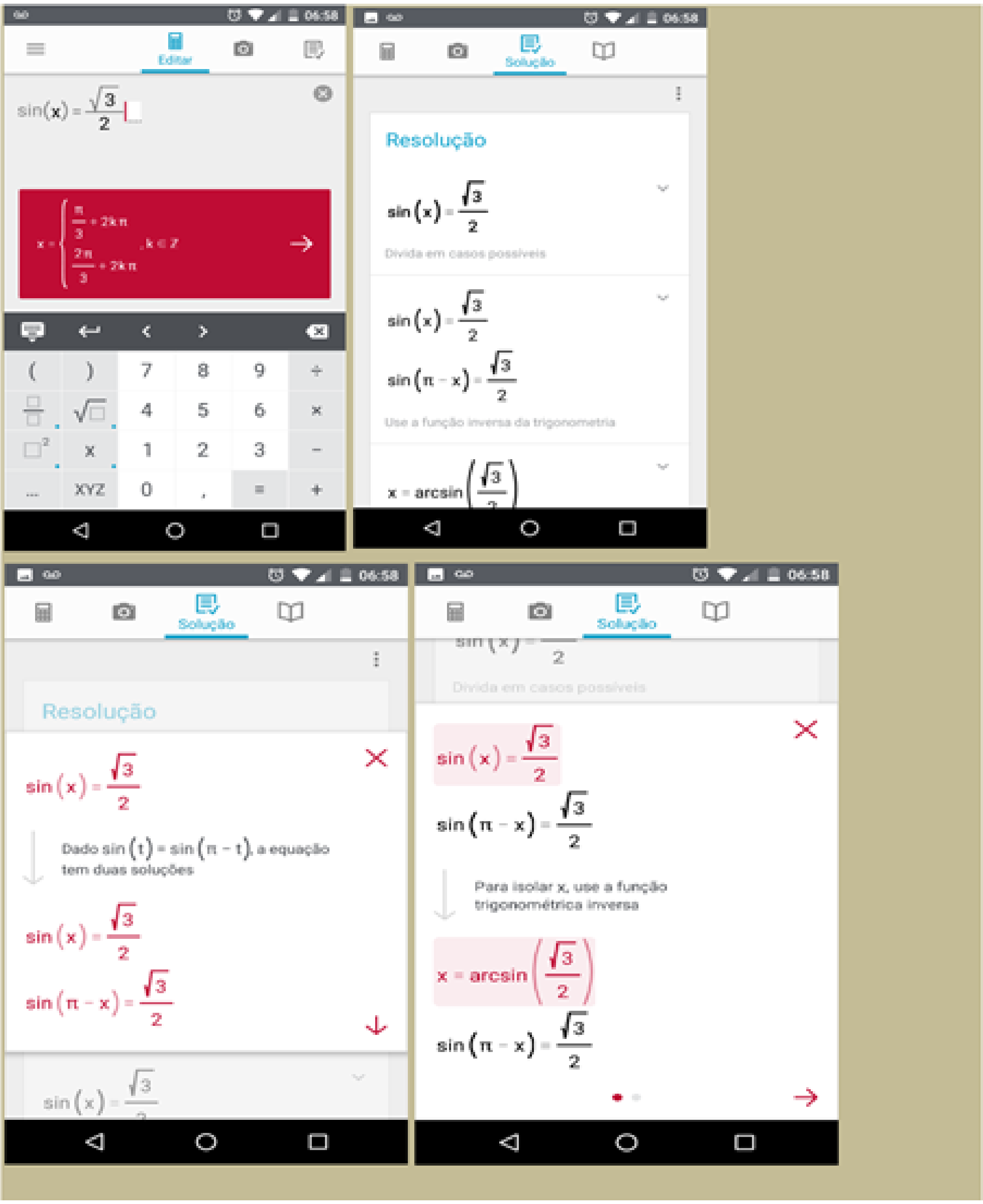
Para Tangente, em resumo: Tgα = Tg β então:

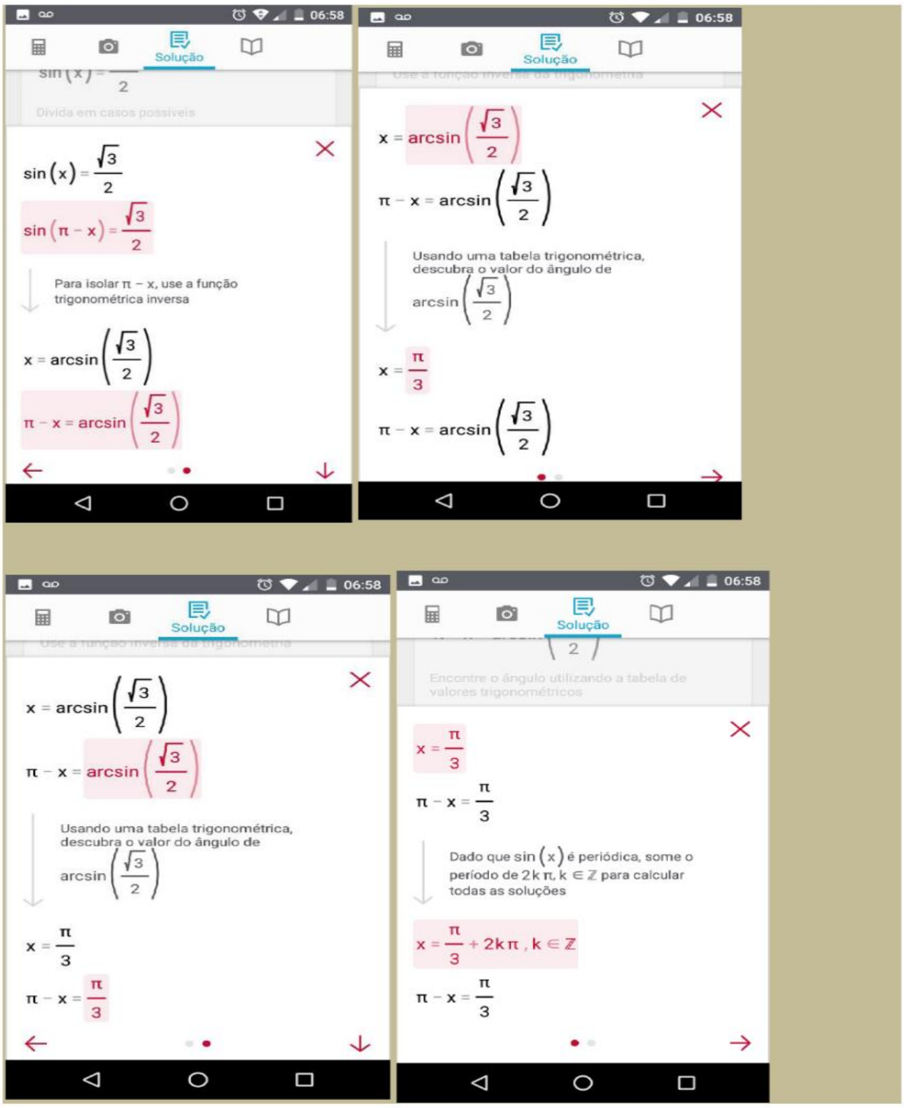
$\alpha = \beta + k\pi$

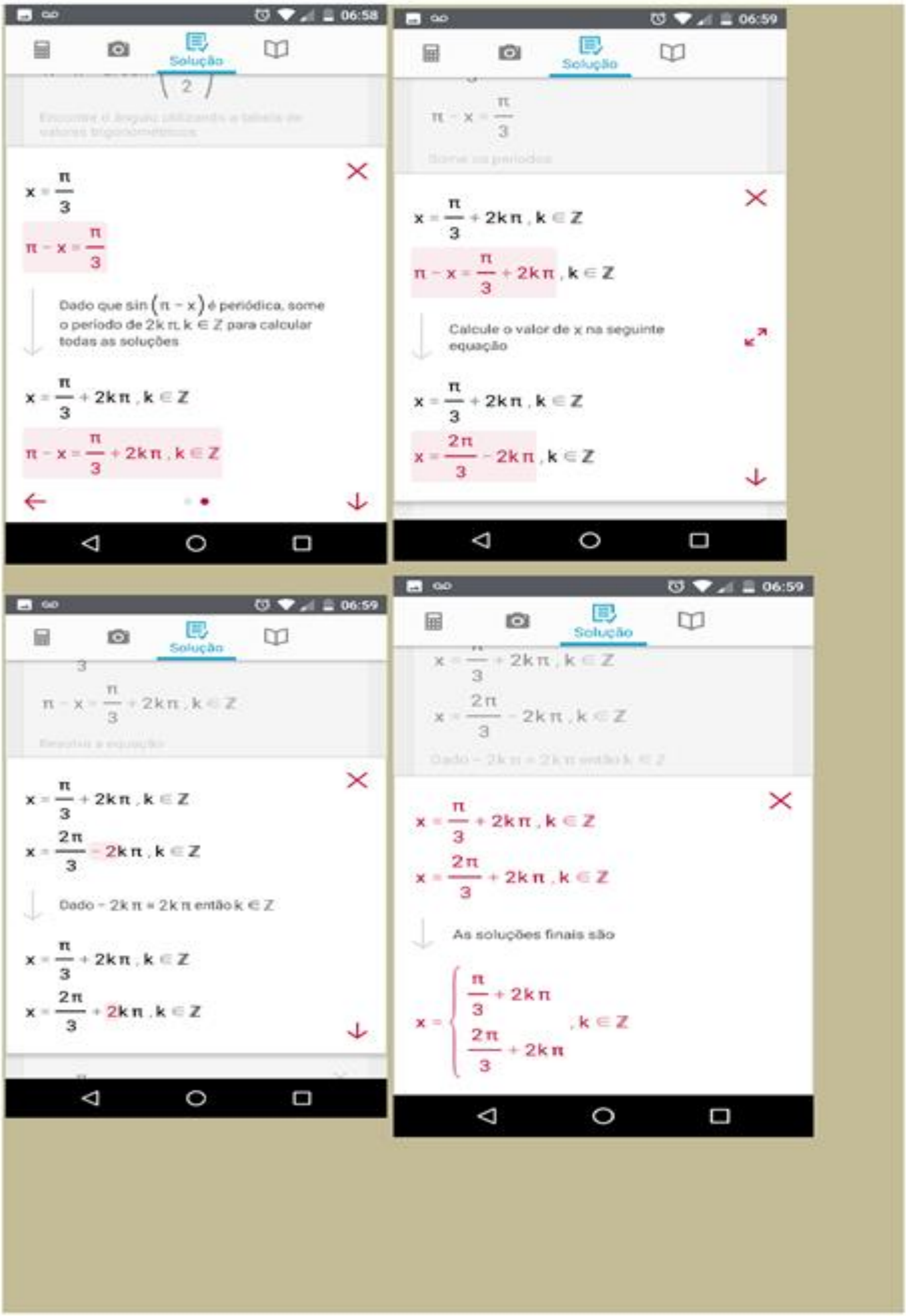
II. Exemplo 1

1 – As imagens abaixo mostram o passo de como o aplicativo soluciona uma equação trigonométrica imediata.

1


06:58
Editar
Solução
Resolução
Divida em casos possíveis
Use a função inversa da trigonometria
Dado sin(t) = sin(π − t), a equação tem duas soluções
Para isolar x, use a função trigonométrica inversa
x = arcsin
XYZ


Solução
Divida em casos possíveis
sin(x) = √3/2
sin(π − x) = √3/2
Para isolar π − x, use a função trigonométrica inversa
x = arcsin(√3/2)
π − x = arcsin(√3/2)
Solução
x = arcsin(√3/2)
π − x = arcsin(√3/2)
Usando uma tabela trigonométrica, descubra o valor do ângulo de arcsin(√3/2)
x = π/3
π − x = arcsin(√3/2)
Solução
x = arcsin(√3/2)
π − x = arcsin(√3/2)
Usando uma tabela trigonométrica, descubra o valor do ângulo de arcsin(√3/2)
x = π/3
π − x = π/3
Solução
Encontre o ângulo utilizando a tabela de valores trigonométricos
x = π/3
π − x = π/3
Dado que sin(x) é periódica, some o período de 2kπ, k ∈ ℤ para calcular todas as soluções
x = π/3 + 2kπ, k ∈ ℤ
π − x = π/3



Atividade 1 – Com o uso do aplicativo Discuta e resolva ***Cosx= ½***

Atividade 2 _ Com o uso do aplicativo Discuta e resolva ***Tg3x= 1***

ANEXO E - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO)

GOVERNO DO ESTADO DO ACRE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSORES: Keila Bezerra da Costa, Raylane da Silva Aguiar, Sidney Carneiro de Lima Junior, Talita Carneiro Matias e Vitoria Henryila Pinheiro Souza.			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	ANO/SÉRIE: 3° ano	SEQUÊNCIA: 01	TEMPO PREVISTO: 05

Tema: Cosseno, Seno e Tangente do ângulo e suas respectivas funções.

CAPACIDADE/OBJETIVO

Identificar, calcular e explorar razões trigonométricas no triângulo retângulo, os conceitos de seno, cosseno e tangente no aplicativo Geogebra e Construir os gráficos das funções seno,cosseno e tangente.

HABILIDADE

- Identificar e calcular razões trigonométricas no triangulo retângulo.
- Reconhecer os ângulos notáveis.
- Reconhecer a função seno, cosseno e tangente no aplicativo Geogebra.
- Identificar as propriedades das funções como por exemplo domínio e imagem .

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
• Cosseno do ângulo, Função cosseno. • Seno do ângulo, Função seno e suas propriedades. • Função Tangente e Gráficos de funções por suas tangentes.	• Identificar o seno, cosseno e tangente do ângulo, • Reconhecer a função através do gráfico. • Saber diferenciar as devidas funções.

Rio Branco – Acre 12 de Junho de 2019
Planejamento da aula

Cosseno de um ângulo

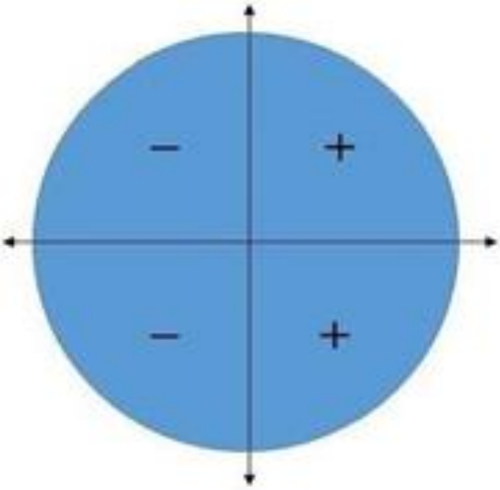
Dado um triângulo retângulo com um de seus ângulos internos igual a α, define-se como o cosseno do ângulo, a razão entre o cateto adjacente a e a hipotenusa deste triângulo.

Função Cosseno:

A função cosseno é uma função periódica e seu período é **2π**. Ela é expressa por:

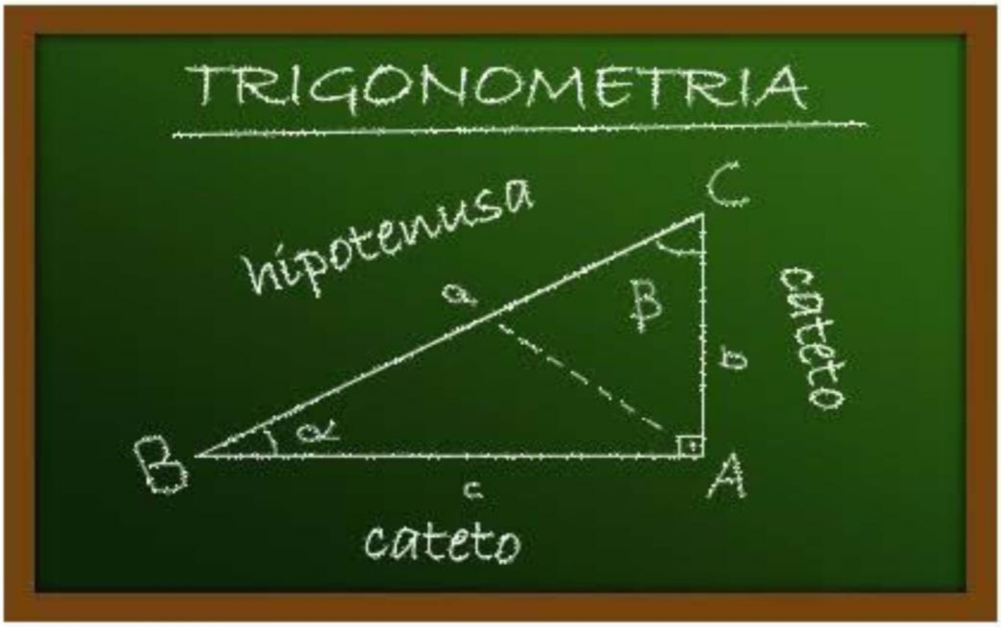
Função f(x) = cos x

No círculo trigonométrico, o **sinal da função cosseno** é positivo quando *x* pertence ao primeiro e quarto quadrantes. Já no segundo e terceiro quadrantes, o sinal é negativo.



Além disso, no primeiro e segundo quadrantes a função *f* é **decrescente**. Já no terceiro e quarto quadrantes a função *f* é **crescente**.
O **domínio** e o **contradomínio** da função cosseno são iguais a R. Ou seja, ela está definida para todos os valores reais: Dom(cos)=R.
Já o conjunto da **imagem da função** cosseno corresponde ao intervalo real [-1, 1]: $-1 \leq \cos x \leq 1$.

ANEXO F - SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA PELOS FUTUROS PROFESSORES (ALUNOS DA GRADUAÇÃO)



h

GOVERNO DO ESTADO DO ACRE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
COORDENAÇÃO DE ENSINO
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Grupo 1			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA/ Prática de matemática 3.	**ANO/SÉRIE: 3º ANO**	**SEQUÊNCIA: 01**	**TEMPO PREVISTO: 60 minutos**

Tema: Relações trigonométricas no triângulo retângulo

CAPACIDADE/OBJETIVO

Identificar e calcular razões trigonométricas no triângulo retângulo, aplicando-as na obtenção de distâncias e na resolução de problemas que envolvam essas razões.

HABILIDADE

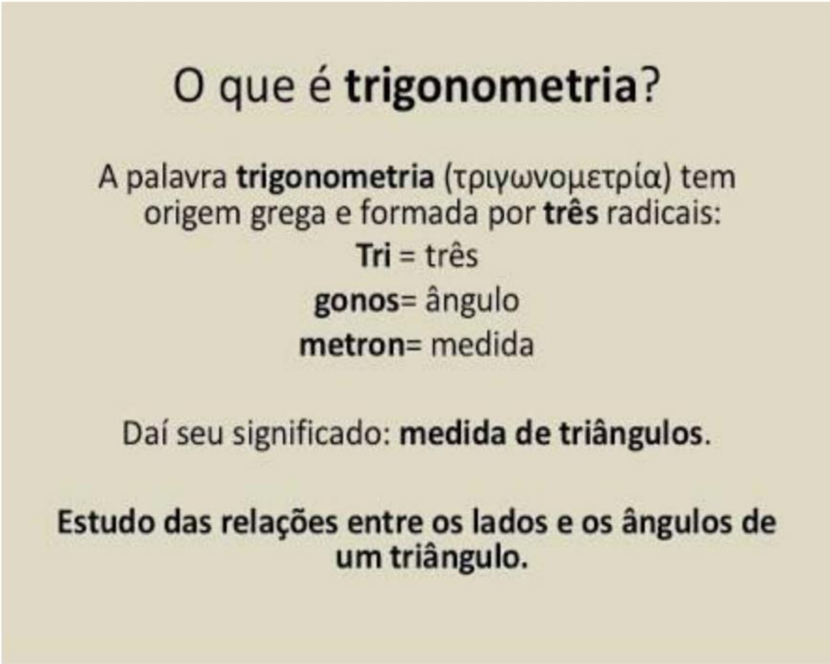
- **Identificação de elementos de um triângulo retângulo.**
- **Identificação de semelhança de triângulos retângulos e reconhecimento de lados correspondentes (homólogos).**
- **Identificação de razões trigonométricas em um triângulo retângulo como seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo.**
- **Identificação e utilização de relações entre seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo.**

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
— Definição e os elementos triângulo retângulo — Semelhanças de triângulos retângulos — Relações trigonométricas no triângulo retângulo e suas aplicações.	Que aluno identifica elementos de um triângulo retângulo como os catetos, a hipotenusa, os ângulos agudos e o ângulo reto, o lado adjacente e o lado oposto e a um determinado ângulo e vice-versa. Como também possa identificar razões trigonométricas em um triângulo retângulo qualquer, como seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo desse triângulo

Boa tarde !

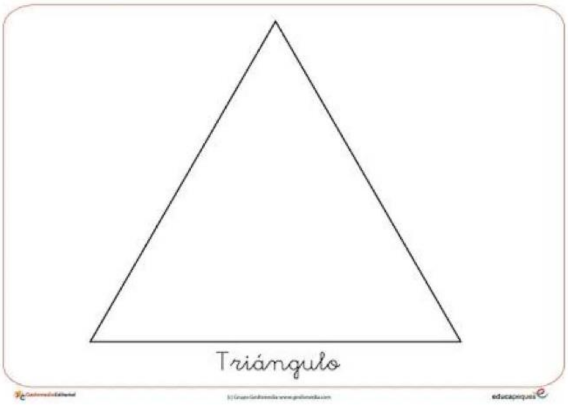
Vamos começar com esta perguntas abaixo:

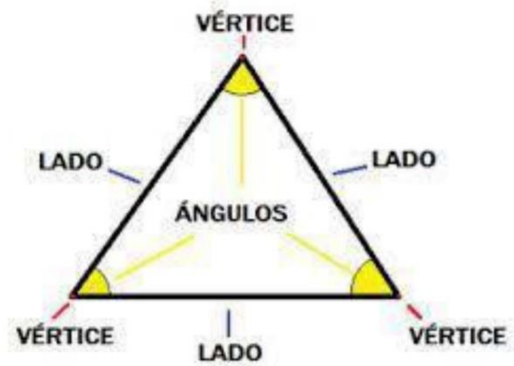
1. **O que eu lembro ao ouvir falar a palavra trigonometria é?**
2. **O que triângulo? E um triângulo retângulo ?**



Qual é o polígono (Figura geométrica) de três lados ?

Elementos

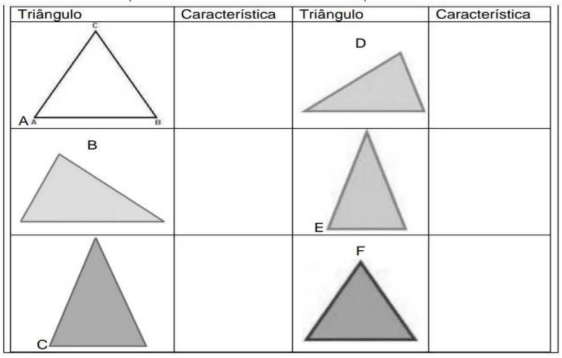




ATIVIDADE A- Investigando propriedades de polígonos de três lados (Continuação)

5-Dos triângulos que você caracterizou acima, há pares que possuem características semelhantes. Separe as duplas que apresentam:

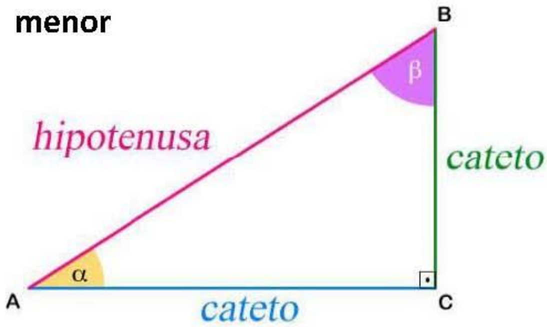
	Duplas de triângulos	Que nome recebem?
Os três lados iguais		
Dois lados iguais e um diferente		
Os três lados diferentes		

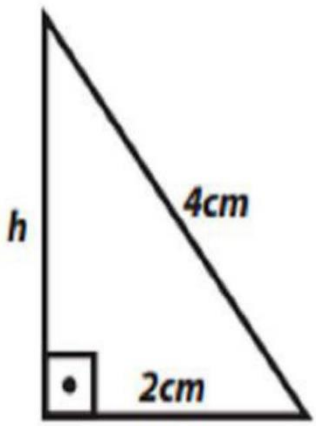


Definição

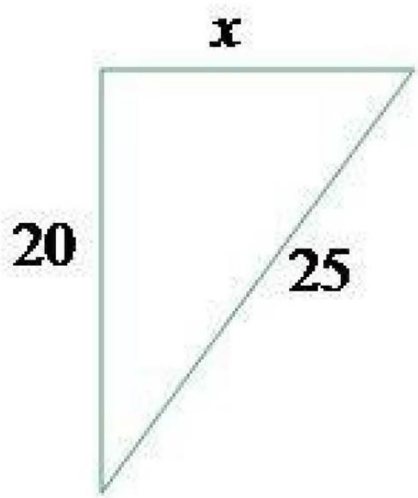
O triângulo retângulo é uma figura geométrica formada por três lados. Ele possui um ângulo reto , cuja medida é de 90°, e dois ângulos agudos, menor que 90°.

Elementos do Triângulo Retângulo



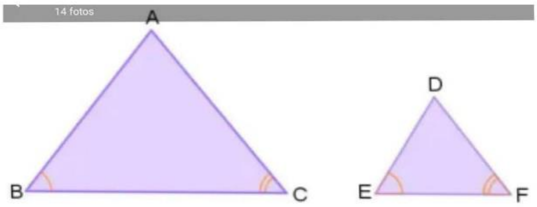


$$4^2 = h^2 + 2^2$$
$$16 = h^2 + 4$$
$$16 - 4 = h^2$$
$$12 = h^2$$
$$h = \sqrt{12}$$
$$h = 2\sqrt{3}\ cm$$

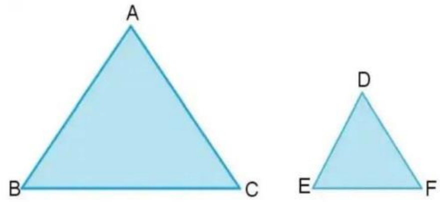


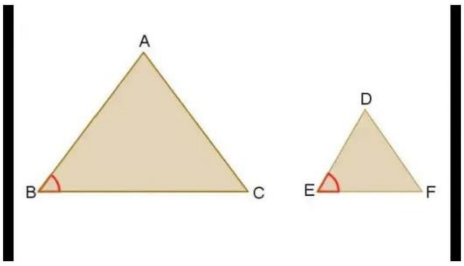
Casos de semelhanças de triângulos

Ângulo, Ângulo



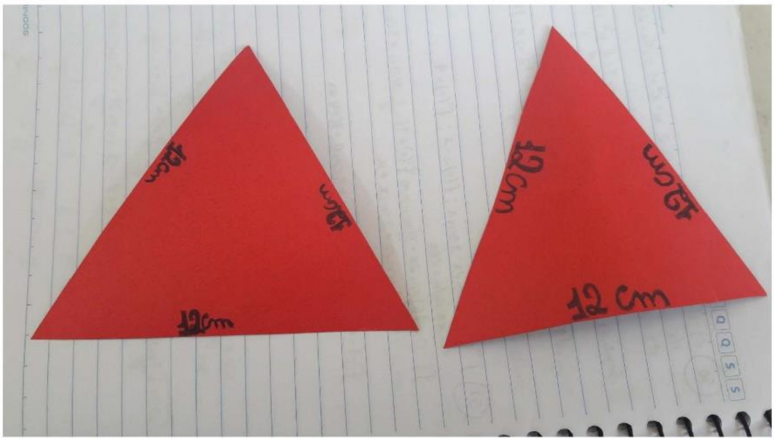
Lado, Lado, Lado





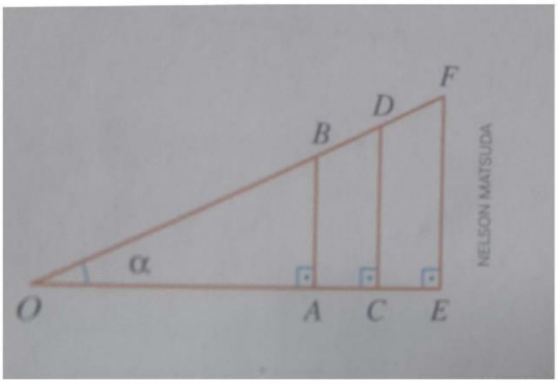
Lado, Ângulo, Lado

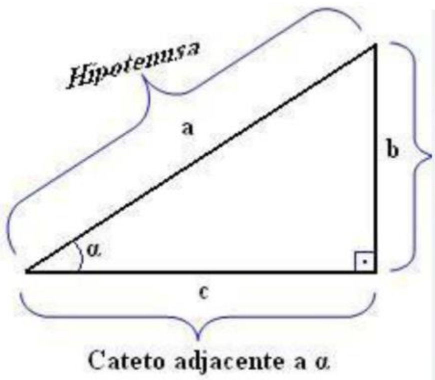
Congruência de triângulos



As razões trigonométricas no triângulo retângulo

- **Seno**
- **Cosseno**
- **Tangente**

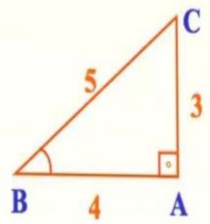




$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} = \frac{b}{c}$$



$\text{Sen } \hat{B} = \frac{3}{5} = 0{,}6$ e $\text{Sen } \hat{C} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

$\text{Cos } \hat{B} = \frac{4}{5} = 0{,}8$ e $\text{Cos } \hat{C} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

$\text{Tg } \hat{B} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ e $\text{Tg } \hat{C} = \frac{4}{3} = 1{,}\overline{3}$


KONAMI KONAMI

ANEXO G - PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Título:	As tecnologias da informação e da comunicação integradas à prática do professor de matemática
Autor- Ano:	Vilma Luísa Siegloch Barros - 2016
Universidade:	Universidade Federal do Acre
Problema e Questão de Pesquisa:	- Qual a disponibilidade de recursos de TIC´s nas Escolas da rede estadual no Estado do Acre, que sirvam de suporte para o professor de matemática? - Há no currículo da formação inicial dos professores de matemática algum debate sobre o uso de TIC’s nas aulas de matemática? - Há nos cursos de formação continuada alguma ação ou programa visando ampliar os conhecimentos dos professores de matemática sobre o uso das TIC’s?
Objetivos:	- Investigar como o Professor de Matemática do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio vem integrando as tecnologias ao seu trabalho docente.
Metodologia de Pesquisa:	- Entrevista Semiestruturada
Tipo de metodologia: (Qualitativa; quantitativa ou quali-quantitativa)	- Qualitativa
Sujeitos: (alunos; professores, outros)	- Quatro professores de matemática
Cidade e Local de Desenvolvimento da Pesquisa: (Escola,Universidade, outros)	- Rio Branco – Acre, Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Acre.
Referencial ou Referenciais Teóricos:	- Parra (1996, p. 11), Sadovsky (2007, p. 15), (Perrenoud, 2000, p. 20), Penteado Silva (2000), Moran (2000), Para D’Ávila (2003, p. 273), Dorneles e Chaves (2011, p. 10), Borba e Penteado (2001, p. 98), Kenski (2007, p. 24), Masetto (2000, p. 19), Papert (1994), Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 22), Canavarro (1994), Miskulin, Martins e Mantoan (1996, p. 16), Bovo (2004, p. 25), Mussolini (2004), Garcia (2005), Penteado Silva (1997), Mariano (2008) e Bovo (2004).
Análise e/ou Discussão dos Dados:	- A análise de conteúdo feita corresponde a um questionário estruturado e aberto, no qual professores da referida escola puderam dissertar sobre os programas ofertados a eles assim como acerca de sua formação inicial e continuada, tiveram a oportunidade de falar um pouco sobre suas ações enquanto docentes, no que tange ao uso das TICs.
Principais Resultados:	- Existem ações de formação continuada para os professores das escolas, no entanto, alguns ainda são resistentes à utilização das TICs em sala de aula. - Necessidade de uma política universitária que implique mudanças no currículo, com a criação de disciplinas que enfoquem a formação docente com as TICs e práticas de ensino de matemática aplicadas ao âmbito escolar.
Contribuições para a pesquisa	- A pesquisadora, assim como eu, acredita que o uso das TIC’s traz colaborações significativas para o ensino/aprendizagem da matemática; - A pesquisadora, assim como eu, percebeu o interesse dos alunos quando a aula é mediada por tecnologia;

Fonte: Adaptado de Barros (2016).

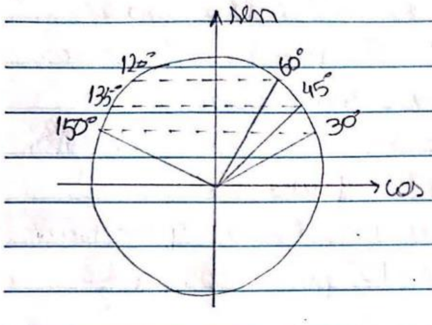
ANEXO H – RESOLUÇÃO DE ATIVIDADE FAZENDO USO DO TRIGONOMETRY

10/07/18

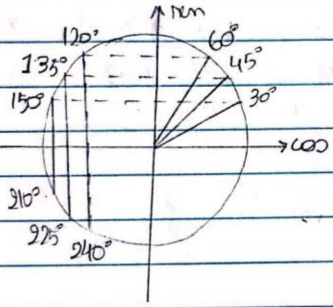
Aline de Andrade Ferreira

Atividade 2

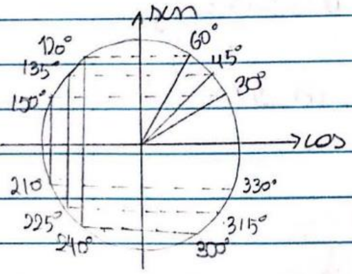
Identifique os ângulos simétricos a 30°, 45° e 60° em relação ao eixo dos senos e dos cossenos.



Os ângulos simétricos de 30°, 45° e 60° em relação ao eixo dos senos são os ângulos que possuem seno $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$ respectivamente, que é a projeção dos senos de 30°, 45° e 60° em relação ao 2º quad. que são 150°, 135° e 120° respect.



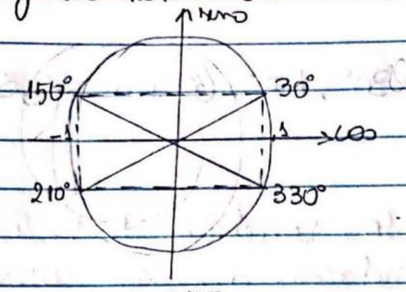
210°, 225° e 270° são simétricos a 150°, 135° e 120°, respectivamente, então seus também são $\left|-\frac{1}{2}\right|$, $\left|-\frac{\sqrt{2}}{2}\right|$ e $\left|-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|$ (em módulo) pois no 3º quadrante e 4º quad. os senos são negativos.



330°, 315° e 300°, são simétricos a 210°, 225° e 240° que são simétricos a 150°, 135° e 120° que por sua vez são simétricos a 30°, 45° e 60° que possuem seno $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$

E portanto, seno de 330°, 315° e 300° são $\left|-\frac{1}{2}\right|$, $\left|-\frac{\sqrt{2}}{2}\right|$ e $\left|-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|$

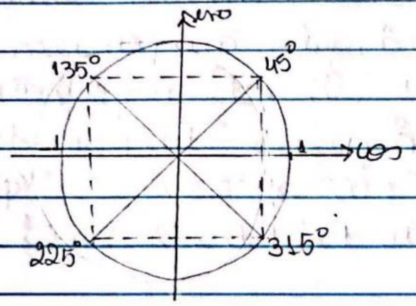
Ângulos simétricos a 30°, 45° e 60° em relação ao eixo dos cossenos:



Os ângulos são os mesmos em relação ao eixo dos senos, porém os que estão localizados no 2º e 3º quadrantes seus cossenos são negativos.

$\cos 30° = \cos 330° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ que estão no 1º e 4º quadrante.

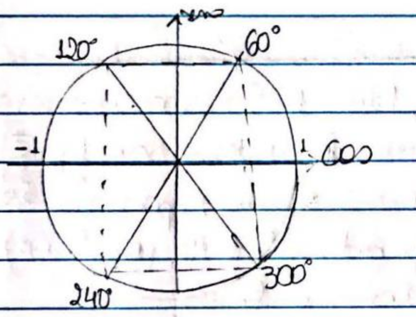
Já seus simétricos que são 150° e 210° possui $\cos = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



O mesmo acontece para os ângulos de 45° e 60°.

$\cos 45° = \cos 315° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 135° = \cos 225° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



$\cos 60° = \cos 300° = \frac{1}{2}$

$\cos 120° = \cos 240° = -\frac{1}{2}$

/ /

Atividade ③

Fazendo uso do aplicativo Trigonometry responda:

a) Quais os valores de seno de 30° e seus simétricos ?

30° e 150° possuem seno $= \frac{1}{2}$

210° e 330° possuem seno $= \left|-\frac{1}{2}\right|$

b) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

O ângulo simétrico a 30° que o seno é positivo é o 150° que está localizado no 2° quadrante.

c) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é negativo (−) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

São os ângulos de 210° e 330° que estão no 3° e no 4° quadrante respectivamente.

Atividade ④

Identifique os ângulos simétricos dos ângulos dados, expressando os seus valores em grau e em radiano

a) 45°

$135° = 3\pi/4$ — 2° quad.

$225° = 5\pi/4$ — 3° quad.

$315° = 7\pi/4$ — 4° quad.

b) Qual o valor do seno de 45° e de seus simétricos?

45° e 135° possuem seno $= \frac{\sqrt{2}}{2}$

225° e 315° possuem seno $= \left|-\frac{\sqrt{2}}{2}\right|$

c) Para qual ou quais ângulos simétricos a 45° o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

O ângulo de 135° que está localizado no 2° quadrante

(/ /)

d) Para qual ou quais ângulos simétricos a 45° o seno é negativo (–) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?
Os ângulos de 225° e de 315° e estão localizados no 3° e 4° quadrante, respectivamente.

e) 60°

Seus ângulos simétricos são: $120° = 2\pi/3$
$240° = 4\pi/3$
$300° = 5\pi/3$

f) Qual o valor do seno de 60° e seus simétricos?
$60°$ e $120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $240°$ e $300° = \left|-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|$

g) Para qual ou quais ângulos simétricos a 60° o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?
O ângulo de 120° que está localizado no 2° quadrante.

h) Para qual ou quais ângulos simétricos a 60° o seno é negativo (–) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?
Para os ângulos de 240° e 300° que estão localizados no 3° e 4° quadrante, respectivamente.

(/ /)

Avaliação da Aula

① O que eu pensava a respeito da trigonometria antes desta aula?

Não conhecia os conceitos que podíamos explorar através do círculo trigonométrico, apenas sabia o que era o círculo trigonométrico.

② O que eu passei a achar depois da aula?

Com o uso do aplicativo facilita muito tanto para o professor quanto para os alunos, depois dessa aula pude compreender os conceitos e que muitas relações que usamos são tirados do círculo trigonométrico.

③ As principais dúvidas que eu tive.

Como converter graus em radianos e vice-versa

④ O que aprendi de mais importante.

Como converter graus em radianos e radianos em graus, o conceito de simetria no círculo trigonométrico e as equações para identificar ângulos simétricos a um ângulo dado.

⑤ O que ainda gostaria de saber sobre o assunto e o que posso pesquisar por mim mesmo.

Gostaria de saber onde é utilizado esse conhecimento, ou seja, em que área profissional se utiliza do conhecimento da trigonometria para construir, medir e etc.

Atividade - 10/07/18 Beatriz Vicente de Melo

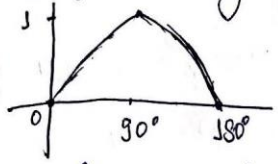
1 → Indentificar os simétricos em relação ao Seno de 30°, 45°, 60°

30° → II quadrante 150°. Para descobrir basta subtrair de 180° o ângulo. ex: 180°-30°=150°

45° → II quadrante 135°. 180°-45°=135°

60° → II quadrante 120°. 180°-60°=120°

e ao observar o gráfico do seno, como espelho



de 330° ⇒ III 210°

315° → III q. 225°

300° → III q. 240°

2- Indentificar os simétricos em relação ao Cosseno de 30°, 45°, 60°.

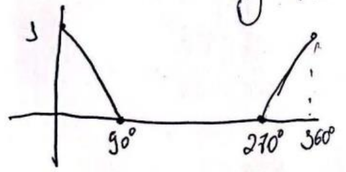
30° → IV quadrante 330°. Para descobrir basta subtrair de 360° o ângulo.

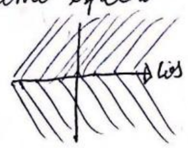
45° → IV quadrante 315°. 360°-30°=330°

60° → IV quadrante 300°. 360°-45°=315°

360°-60°=300°

e ao dservar o gráfico como espelho



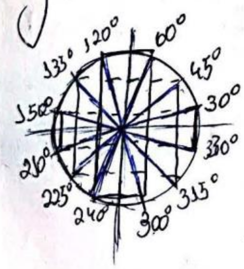


150° → III q. 210°

135° → III q. 225°

120° → III q. 240°

→ , e no geral existe uma simetria



sendo 180° - α do 1° quadrante

180°+α do 1° quadrante

360 - α do 1° quadrante

encontramos na ordem o simétrico do II, III e IV quadrante

Scanned with CamScanner

3- Fazendo uso do aplicativo Trigonometry responda:

a) Quais os valores de seno de 30° e seus simétricos?

30° vale $\frac{1}{2}$. seus simétricos: $150° = 30° = \frac{1}{2}$; $210° = 330° = -\frac{1}{2}$.

b) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

de 30° e 150°. 30° localizado no I quadrante e 150° localizado no II

c) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é negativo (-) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

de 210° e 330°. 210° localizado no III quadrante e 330° no IV quadrante

4- Identifique os ângulos simétricos dos ângulos dados, expressando os seus valores em grau e em radiano.

a. 45°

$45° \left(\frac{\pi}{4}\right)$, $135° \left(\frac{3\pi}{4}\right)$, $225° \left(\frac{5\pi}{4}\right)$, $315° \left(\frac{7\pi}{4}\right)$.

b. Qual o valor do seno de 45° e de seus simétricos.

$45° = 135° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $225° = 315° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

c. Para qual ou quais ângulos simétricos a 45° o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

135° que está no II quadrante e o próprio 45° que está no I quadrante.

d. Para qual ou quais ângulos simétricos a 45° o seno é negativo (-) e em qual quadrante estão localizados?

225° e 315°. 225° está localizado no III quadrante e 315° está localizado no IV quad.

e. 60°

$60° \left(\frac{\pi}{3}\right)$, $120° \left(\frac{2\pi}{3}\right)$, $240° \left(\frac{4\pi}{3}\right)$ e $300° \left(\frac{5\pi}{3}\right)$.

f. Qual o valor do seno de 60° e seus simétricos?

60° vale $\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$. seus simétricos: $120° = 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $240° = 300° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

g) Para qual ou quais ângulos simétricos a 60° o Seno é positivo (+) e em qual quadrante estão localizados?

120° no II quadrante e o próprio 60° que está no I quadrante

h) Para qual ou quais ângulos simétricos a 60° o Seno é negativo (-) e em qual quadrante estão localizados?

240° que está no III quadrante e 300° que está no IV quadrante.

- Avaliação sobre a aula

1. O que eu pensava a respeito da trigonometria antes desta aula?

Pensava sobre o círculo trigonométrico, o seno, cosseno, secante, tangente, Cotangente, cossecante; Pensava sobre seus valores, derivadas, integrais, sobre suas várias relações trigonométricas que é bastante usadas nas integrais.

2- O que eu passei a achar depois da aula de hoje.

Lembrei do conceito inicial de trigonometria, de que inicialmente ela serve para identificar o grau de um triângulo retangular e relacionar com os valores de seus lados, daí tirar relações.

3- As principais dúvidas que eu tive

De considerar o primeiro quadrante simétrico a todos, pois visto o eixo dos senos (vertical), teria simetria do I como II e do IV com o III; o eixo dos cossenos (horizontais), teria simetria do I com o IV e do II com o III, como um espelho refletindo no eixo, como a própria professor Salete comentou inicialmente. Porém, como foi ensinado, não havia pensado em trabalhar com o modulo os valores, ou cortar em partes o comportamento de cada e ficar mexendo para poder sobrepor o outro.

4. O que eu aprendi de mais importante

O conceito de trigonometria e suas simetrias

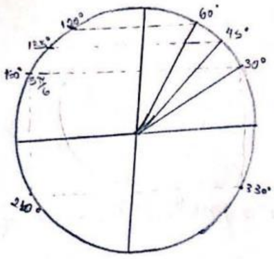
5- O que ainda gostaria de saber sobre o assunto e o que posso pesquisar por mim mesmo

De onde vem o nome seno, cosseno, tangente e como chegou em seus valores, Pois quando feito com a salete um trabalho em que um ângulo cortava exatamente no valor, foi usado 0,85... e não $\frac{\sqrt{3}}{2}$, então como saber que irá ser o valor de dízima periódica de $\frac{\sqrt{3}}{2}$, não o 0,85 exato...

16/07/18

Atividade 2: Identificar no aplicativo os ângulos simétricos a 30°, 45°, 60°

Identifique os ângulos simétricos a 30° em relação ao eixo dos senos.



Os ângulos simétricos de 30°, 45° e 60° em relação ao eixo dos senos são os ângulos que possuem se $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, e $\frac{\sqrt{3}}{2}$ respectivamente, que é a projeção dos senos de 30°, 45° e 60° em relação ao 2° quadrante que são 150°, 135° e 120° respectivamente

2°: $180° - 30° = 150°$

3°: $180° + 30° = 210°$

4°: $360° - 30° = 330°$

Atividade 3: Fazendo o uso do aplicativo Trigonometry responda:

a) Quais os valores de seno de 30° e seus simétricos?

30° e 150° seno $\frac{1}{2}$

210° e 330° seno $-\frac{1}{2}$

b) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é positivo (+) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

é positivo em 30° primeiro quadrante e em 150° segundo quadrante

c) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é negativo (-) e em qual quadrante está (ão) localizado (s)?

são negativos em 210° terceiro quadrante e em 330° quarto quadrante

Fernanda Guaresqui de Rezende

4) Identifique os ângulos simétricos dos ângulos dados, expressando aos seus valores em grau e em radiano.

a) $45°$

$45° - \frac{\pi}{4}$; $135° - \frac{3\pi}{4}$, $225° - \frac{5\pi}{4}$; $315° - \frac{7\pi}{4}$

b) Qual o valor do seno de $45°$ e de seus simétricos?

$45°$ e $135°$ possuem seno $= \frac{\sqrt{2}}{2}$

$225°$ e $315°$ possuem seno $= |-\frac{\sqrt{2}}{2}|$

c) Para qual ou quais ângulos simétricos a $45°$ o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

O ângulo de $135°$ que está localizado no 2º quadrante

d) Para qual ou quais ângulos simétricos a $45°$ o seno é negativo (-) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

Os ângulos de $225°$ e de $315°$ e estão localizados no 3° e 4° quadrantes respectivamente.

e) $60°$

Seus ângulos simétricos são: $120° = \frac{2\pi}{3}$

$240° = \frac{4\pi}{3}$

$300° = \frac{5\pi}{3}$

f) Qual o valor do seno de $60°$ e seus simétricos?

$60°$ e $120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $240°$ e $300° = |-\frac{\sqrt{3}}{2}|$

g) Para qual ou quais ângulos simétricos a $60°$ o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

O ângulo de $120°$ esta localizado no 2º quadrante

h) Para qual ou quais ângulos simétricos a $60°$ o seno é negativo (-) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)?

Para os ângulos de $240°$ e $300°$, que estão localizados no 3º e 4ª quadrante respectivamente.

Avaliação da Aula

1) O que eu pensava a respeito da trigonometria antes dessa aula?
Não gostava desse assunto e não tinha tanto conhecimento a respeito do círculo trigonométrico.

2) O que eu passei a achar depois da aula?
Compreendi mais sobre o assunto e comecei a achar mais interessante após utilizar outros recursos para a compreensão.

3) As principais dúvidas que eu tive.
Principal sobre ângulos simétricos.

4) O que aprendi de mais importante.
O conceito de simetria no círculo trigonométrico e as equações para identificar ângulos simétricos a um ângulo dado.

5) O que ainda gostaria de saber sobre o assunto e o que posso pesquisar por mim mesmo.
Gostaria de saber a utilização da trigonometria na prática, em quais áreas é utilizada.

11 07 18

Laiane Muniz da Silva.

Avaliação da aula:

1. O que eu pensava a respeito da trigonometria antes desta aula? Em relação a trigonometria eu logo imaginava um triângulo retângulo em uma circunferência e suas relação como seno, cosseno e tagente.

2. O que passei a achar depois da aula de hoje.
Aprimorei o meu conhecimento como também adquiri como a simentria de angulos em relação ao seno e cosseno e tambem a utilizando o aplicativo.

3. As principais dúvidas que eu tive:
principalmente em relação as ângulos simétricos e também sobre o que arcos côngruos.

4. O que aprendi de mais importante.
A definição de arcos côngruos que são arcos localizados em um mesmo ponto que se diferem pelo número de voltas na circunferência, e tambem identificar os ângulos simetricos.

Conti da 4ª questão.

c) para qual ou quais ângulos simétricos a 45° o seno é positivo e em

Atividade 3 - Fazendo uso do aplicativo:

(a) Quais os valores de seno de 30° e seus simétricos?
O valor do seno $\frac{1}{2}$. E seus simétricos são 150°, 210° e 330°.

(b) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é positivo (+) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)? Os ângulos simétricos a 30° o seno é positivo no 2º quadrante e 150° o negativo é ~~2º~~ e primeiro quadrante 3º e 4º quadrante.

(c) Para qual ou quais ângulos simétricos a 30° o seno é negativo (-) e em qual quadrante está(ão) localizado(s)? No terceiro e quarto quadrante 210° e 330° respectivamente.

(4) Identifique o ângulo simétrico dos ângulos dados, expressando os seus valores em grau e em radiano.

a) 45° - $\frac{\pi}{4}$

b) Qual o valor do seno de 45° e de seus simétricos
O valor do seno $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ou 0,71. E seus simétricos são $135^\circ \left(\frac{3\pi}{4}\right)$, $225^\circ \left(\frac{5\pi}{4}\right)$ e $315^\circ \left(\frac{7\pi}{4}\right)$.

O seu valor são 0,71, -0,71, -0,71 respectivamente.

ANEXO I – SUJESTÕES DOS MESTRANDOS QUANTO AO USO DO TUC

M1

"Antes de explicar seria interessante perguntar:

- Alguém sabe o que é ciclo trigonométrico?
- O que é quadrante?
- O que será que essas linhas coloridas representam?

Sem dar respostas prontas e sem conduzir para construir os conceitos matemáticos registrando sempre!

- O que será que esses algarismos romanos representam?

Se os alunos não observaram, orientá-los a perceber sobre o π rad e indagar sobre o que está escrito no início do texto."

M2

"Função Seno
Usando o aplicativo, solicitar aos alunos que movimente o círculo, pare no ângulo 60°, agora visualizar os valores correspondentes ao seno, o arco comprimento, anote os valores observados, em seguida continue o movimento e repita para os ângulos de 90°, 180°, 270°, 360° e anote os valore observados.
Agora sem sair da tela aberta encontre um comando para digitar o ângulo, com o comando acionado, vá na célula e digite 30°, role para baixo a tela e no comando raio, digite 1, anote o valor visualizado para sen30°, agora faça novamente a ação para encontrar o ângulo de 45°, anote os valores."

M3

"Problematização
O que é radiano?
R: π rad é unidade de medida de ângulo.
Como identificar a função seno no aplicativo?
R: pela cor verde, no eixo y
O arco é medido em quê?
R: grau, minuto e segundo
E afinal, o que é arco?
Construir os conceitos a partir de indagações, quando os alunos estiverem utilizando o aplicativo.
Por exemplo:
O que observamos no aplicativo?
O que tem?
Possível resposta: um ciclo, algarismos romanos, linhas das cores vermelhas, verdes e azul.
Explicar o que é ciclo trigonométrico, eixo e quadrante.

Obs: Importante fazer o registro de tudo que os alunos falarem para motivar e estimular a participação."

ANEXO J – TERMO DE LIVRE CONSENTIMENTO APLICADO AOS ALUNOS DO CAP E FPs.

Universidade Federal do Acre - UFAC
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM

TERMO DE LIVRE CONSENTIMENTO E ESCLARECIDO
ESTUDANTE/RESPONSÁVEL DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE

Pesquisa: O Uso do Aplicativo Trigonometry Unit Circle em Dispositivos Móveis, Smartphones e Tablets Como Recurso Didático para o Ensino de Trigonometria

Este documento tem como objetivo solicitar a autorização do Sr. (a) ____, para participar da pesquisa na área de Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – **MPECIM**, que tem como objetivo aprimorar a formação continuada dos professores mediante o exercício de atividades de pesquisa aplicada e o desenvolvimento da prática pedagógica, que tem como linha de Pesquisa com: **Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.**

Dou meu consentimento livre e esclarecido para o(a) estudante participar como colaborador (a) da pesquisa supracitada, sob a responsabilidade do pesquisador **JANEO DA SILVA NASCIMENTO**, aluno do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM da Universidade Federal do Acre – UFAC, tendo como orientadora da pesquisa a Prof.ª Dr.ª **SALETE MARIA CHALUB BANDEIRA.**

Assinando este Termo de Consentimento, estou ciente de que:

a) O objetivo da pesquisa é investigar como o aplicativo Trigonometry Unit Circle, para dispositivos móveis, pode potencializar o ensino e o aprendizado de trigonometria.

b) As intervenções, irão ocorrer no ambiente da Universidade Federal do Acre, no âmbito do curso de licenciatura em matemática, com os professores em formação.

c) Estou livre para interromper, a qualquer momento, minha participação nesta pesquisa;

d) As atividades de pesquisa envolverão: aplicação de sequências didáticas para resolução pelos professores em formação, bem como, fotos e filmagens destas atividades.

e) Os meus dados pessoais, bem como os vídeos e fotos produzidos nas aulas serão mantidos em sigilo e os resultados obtidos com a pesquisa serão utilizados somente para alcançar os objetivos da mesma, incluindo a publicação na literatura científica especializada;

f) Poderei entrar em contato com o pesquisador sempre que necessário através do e-mail: janeomao@gmail.com, Fone (68) 98100-0376 ou saletechalub@ufac.br; Salete (68) 99977-2047.

h) Obtive todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre a minha participação na referida pesquisa;

l) Este Termo de Livre Consentimento é feito em duas vias, de modo que uma permanecerá em meu poder e outra com o pesquisador.

Rio Branco - AC, ________/________de 2018.

____

Assinatura do participante/responsável

____
JANEO DA SILVA NASCIMENTO
Assinatura do Pesquisador

____
SALETE MARIA CHALUB BANDEIRA
Assinatura do responsável pela pesquisa (Orientadora)