



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ - REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPEG
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA – CCBN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
(MPECIM)**

SARA JEMIMA CARNEIRO DOS REIS

**TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DE HOMOTETIA
UTILIZANDO OS MATERIAS DE DESENHOS GEOMÉTRICOS E O SOFTWARE
GEOGEBRA, POR ALUNOS DO 9º ANO DE UMA ESCOLA DA REDE ESTADUAL
DO MUNICÍPIO DE RIO BRANCO, ACRE**

SARA JEMIMA CARNEIRO DOS REIS

**TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DE HOMOTETIA UTILIZANDO
OS MATERIAS DE DESENHOS GEOMÉTRICOS E O *SOFTWARE GEOGEBRA*,
POR ALUNOS DO 9º ANO DE UMA ESCOLA DA REDE ESTADUAL DO
MUNICÍPIO DE RIO BRANCO, ACRE**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo

Rio Branco-AC
2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

R375t Reis Sara Jemima Cameiro dos, 1984-

Tarefas investigativas na aprendizagem de homotetia utilizando os materiais de desenhos geométricos e o software geogebra, por alunos do 9º ano de uma escola da rede estadual do município de Rio Branco, Acre /Sara Jemima Cameiro dos Reis; orientador: Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo. – 2019.

177 f.: il. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Rio Branco, 2019.

Inclui referências bibliográficas, anexos e apêndices.

1. Geogebra homotetia – Aprendizagem. 2. Homotetia – Tarefas investigativas. 3. Homotetia – Desenhos geométricos - Utilização. I. Melo, Gilberto Francisco Alves dei (orientador). II. Título.

CDD: 510.7

Bibliotecária: Irene de Lima Jorge CRB-119/465

SARA JEMIMA CARNEIRO DOS REIS

TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DE HOMOTETIA UTILIZANDO OS MATERIAS DE DESENHOS GEOMÉTRICOS E O SOFTWARE GEOGEBRA, POR ALUNOS DO 9º ANO DE UMA ESCOLA DA REDE ESTADUAL DO MUNICÍPIO DE RIO BRANCO, ACRE

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: _____ de _____ de 2019.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo
Orientador

Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos
Membro Externo

Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira
Membro Interno

Prof. Dr. Pierre André Garcia Pires
Membro Suplente

Rio Branco-AC
2019

AGRADECIMENTOS

Inicio meus agradecimentos a DEUS, já que Ele colocou pessoas tão especiais a meu lado, sem as quais certamente não teria dado conta!

A meus pais, José Ribamar Reis e Janete Reis, meu infinito agradecimento. Sempre acreditaram na minha capacidade e me acharam "A MELHOR de todas", mesmo não sendo. Isso só me fortaleceu e me fez tentar não ser A MELHOR, mas a fazer o melhor de mim. Obrigada pelo amor incondicional!

Ao meu querido esposo, Ronilson, por ser tão importante na minha vida. Sempre a meu lado, me pondo para cima e me fazendo acreditar que posso mais que imagino. Devido ao seu companheirismo, amizade, paciência, compreensão, apoio, alegria e amor, este trabalho pôde ser concretizado. Obrigada por ter feito do meu sonho o nosso sonho!

À minha filha Sarajane Reis, que, nos últimos anos, esteve tão próxima (literalmente) de mim, que foi tão presente no desenvolvimento deste trabalho e que, me ajudou em todas as horas, nos momentos de alegria e tristeza, ela estava sempre ao meu lado, me apoiando!

Ao meu grande guerreiro e filho, José Ronald, que mesmo lutando para viver, me deu forças para continuar lutando por ele e tudo que eu fiz até agora foi pensando nele. Se não fosse o meu pequenininho, meu amor, eu teria desistido.

Aos meus irmãos, Heber e Ramsés, e à minha sobrinha Amanda, meu agradecimento especial, pois, a seu modo, sempre me ajudaram nos momentos que eu mais precisava. Obrigada pela confiança!

À gestão da Escola Estadual de Ensino Fundamental II Vicente Celso Brandão, por acreditar no meu potencial de uma forma a que eu não acreditava ser capaz de corresponder. Incentivando a cursar o mestrado, mesmo sem ter tanta experiência dentro de sala de aula.

À gestão da Escola Estadual de Ensino Fundamental II Prof^a. Terezinha Migueis que abriu as portas para possibilitar a realização desta pesquisa com seus alunos, confiando e acreditando no meu potencial, sempre estando disponível e disposto a me ajudar com a pesquisa.

Ao meu orientador Prof. Dr. Gilberto Melo, que sempre me incentivou e acreditou que poderia alcançar meu objetivo, apesar dos problemas de saúde, sempre me dando força e afirmando que, com fé em Deus, eu iria conseguir chegar até o fim

desta etapa. Você não foi somente um orientador, mas, em alguns momentos, conselheiro e amigo. Você é minha referência profissional e pessoal para meu crescimento. Obrigada por estar ao meu lado e acreditar tanto em mim!

À Prof^a. Dr^a Salete Chalub, por me ensinar os primeiros passos na disciplina de Tecnologias e Materiais Curriculares no Ensino da Matemática no MPECIM, e por compreender o momento mais delicado da minha vida, me dando forças, me incentivando a continuar, além de ter aceito o meu convite para participar na minha banca. Obrigada professora, por me ajudar em todos os momentos que eu precisei.

À prof^a. Dr^a. Simone Chalub, por me ensinar a trabalhar com os materiais de desenhos geométricos e utilizar uma didática, fazendo a mediação entre a teoria educacional e a prática em sala de aula.

A todos os meus alunos que participaram espontaneamente deste trabalho. Por causa deles é que esta dissertação se concretizou. Vocês merecem meu eterno agradecimento!

Aos meus amigos do mestrado, pelos momentos que dividimos juntos, especialmente ao Silas, ao Sandro, ao Bartolomeu, ao Thiago, à Giorgiana, o Fred, o Júnior, o Janeo, à Uiara, à Isnaele e à Ete, que se tornaram verdadeiros amigos. Obrigada por dividir comigo as angústias, alegrias e ouvirem minhas bobagens. Foi bom poder contar com vocês!

A todos os alunos, professores e funcionários do MPECIM, especialmente aos professores Antônio Igor e Aline Andreia, que, com ensinamentos, orientações e amizade, me ajudaram de maneira ativa ou passivamente neste projeto. Vocês também foram referenciais para mim!

Finalmente, gostaria de agradecer à Universidade Federal do Acre e a Coordenação do MPECIM por abrirem as portas para que eu pudesse realizar este sonho que era a minha Dissertação de Mestrado. Proporcionaram-me mais que a busca de conhecimento técnico e científico, mas sim uma lição de vida. Ninguém vence sozinho...

Obrigada a todos!

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho às pessoas mais presentes em minha vida:

Minha mãe, que é meu amor, minha rainha e minha vida.

Meu pai, o mais sábio de todos os pais, amigo e leal.

Meu esposo, Ronilson, por estar ao meu lado nos melhores e piores momentos de minha vida.

Minha filha, Sarajane, meu amor incondicional e minha melhor metade, José Ronald, maior presente que Deus me deu! Você é o amor maior, mais poderoso e profundo.

AMO MUITO VOCÊS!

A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida.

(Jacques Bernoulli)

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo analisar o desenvolvimento da aprendizagem referente à homotetia no Ensino Fundamental II em uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre. Este estudo de natureza qualitativa, foi realizado com 30 alunos do 9º ano, desenvolvendo-se tarefas investigativas com a mediação de recursos utilizando materiais de desenhos geométricos e tecnológicos, em especial o *software Geogebra 5.0*, relacionando estes com os conceitos matemáticos sobre homotetia para potencializar o aprendizado dos(as) alunos. Trata-se de um estudo de caso, executado no período de março de 2017 a agosto de 2018. Os estudos sobre tarefas investigativas propostos por PONTE, J. P. et al. (1999); PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. (2003) e (2006); PONTE (2003). Transformação Geométrica homotetia e materiais manipuláveis CHIRÉIA, José Vagner (2013); FILHO (2014); SCHMITT (2015); LORENZATO (2006). *Software Geogebra* LIMA (2016); PEREIRA (2012); OLIVEIRA (2014) e outros foram empregados como referencial teórico. A metodologia consistiu nas seguintes etapas: (i) Planejamento das atividades, o qual compreendeu a necessidade da formulação de sequência didática contendo os conteúdos e as atividades utilizando os materiais de desenhos geométricos e a tecnologia digital no contexto ensinado; (ii) Realização da investigação, em que foi realizada a observação em sala de aula durante a resolução de tarefas propostas com a utilização dos materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*; (iii) Apresentação e discussão dos resultados, onde o profissional junto com os alunos aprofunda o seu conhecimento sobre o processo de aprendizagem, verificando suas estratégias, conjecturas e justificativas, além de levá-los a reflexão sobre os resultados obtidos e o modo de promovê-la em sala de aula, visando identificar com qual dos métodos os alunos apresentam melhores resultados. Constatou-se que o desenvolvimento de atividades relacionadas ao conceito de homotetia propiciaram a construção de um ambiente colaborativo e interativo entre os alunos do 9º ano. Objetivando-se incentivar outros professores a ensinar homotetia por meio de materiais de desenhos geométricos e pelo *software Geogebra*, elaboramos, como produto decorrente desse estudo, um livreto didático-pedagógica.

Palavras-Chave: Aprendizagem. *Geogebra*. Homotetia. Materiais de desenhos geométrico. Tarefas Investigativas.

ABSTRACT

The present work aimed to analyze the development of learning related to homotetia in Elementary School II in a School of the State Network of Rio Branco, Acre. This qualitative study was carried out with 30 9th grade students, developing resource-mediated investigative tasks using geometric and technological design materials, in particular Geogebra 5.0 software, relating them to mathematical concepts on homotetia to enhance students' learning. This is a case study carried out from March 2017 to August 2018. Studies on investigative tasks proposed by PONTE, J. P. et al. (1999); PONTE, J. P. ; BROCADO, J. ; OLIVEIRA, H. (2003) and (2006); BRIDGE (2003). Homotetical geometric transformation and manipulable materials CHIRÉIA, José Vagner (2013); SON (2014); Schmitt (2015); LORENZATO (2006). Geogebra Software LIMA (2016); PEREIRA (2012); OLIVEIRA (2014) and others were used as theoretical reference. The methodology consisted of the following steps: (i) Activity planning, which comprised the need for a didactic sequence formulation containing the contents and activities using geometric design materials and digital technology in the context taught; (ii) Conducting the research, in which classroom observation was performed during the resolution of proposed tasks using geometric design materials and Geogebra software; (iii) Presentation and discussion of results, where the professional along with the students deepens their knowledge about the learning process, verifying their strategies, conjectures and justifications, besides leading them to reflect on the results obtained and how to promote them. it in the classroom in order to identify with which method students have the best results. It was found that the development of activities related to the concept of homotetia led to the construction of a collaborative and interactive environment among 9th grade students. In order to encourage other teachers to teach homotetia through geometric design materials and the Geogebra software, we developed, as a result of this study, a didactic-pedagogical booklet.

Keywords: Learning. Investigative Tasks. Homothetia. Geometric design materials; Geogebra.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Livros de matemática analisados.....	60
--	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Mural egípcio de 3.000 anos (detalhes) retratando o trabalho de agrimensores e escribas. Tumba de <i>Menna</i> , Egito.....	43
Figura 2 – Representação com o Geogebra do Sistema de coordenadas Cartesianas.....	45
Figura 3 - Transformação geométrica Homotetia realizada pelas alunas 9º A, utilizando o polígono regular, razão 2 e os materiais de desenhos geométricos.....	46
Figura 4 - Representação de sólido composto pela união entre uma esfera e um cone, que demonstra em épura o traçado da Geometria Descritiva.....	47
Figura 5 – Modelo de Geometria Esférica.....	48
Figura 6 – Expressão de distância entre dois pontos.....	49
Figura 7 – Conjunto de Mandelbrot.....	50
Figura 8 – Plano Projetivo.....	50
Figura 9 - Projeção ortogonal de um cubo sobre um plano.....	51
Figura 10 – Representação Trigonométrica.....	52
Figura 11 – Interface do software Geogebra.....	68
Figura 12 – Área de desenho.....	68
Figura 13 – Atividade.....	78
Figura 14 – Atividade investigativa referente à resolução da questão 03 pelo aluno A1.....	78
Figura 15 – Aluno A12, analisando para medir da forma correta.....	88
Figura 16 – Aluno A2, diferenciando seus polígonos através das cores.....	88
Figura 17 – Polígono regular do aluno A14.....	89
Figura 18 – Atividade do Aluno A13.....	90
Figura 19 – Atividade do aluno A5.....	91
Figura 20 – Aluno no laboratório do Instituto de Matemática, Ciência e	

Filosofia.....	92
Figura 21 – Aluno A18 utilizando o controle deslizante para ampliar o Polígono.....	94
Figura 22 – Análise da aluna A1 sobre a Atividade Investigativa.....	98

LISTA DE SIGLAS

AC	Acre
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCBN	Centro de Ciências Biológicas e da Natureza
Dr.	Doutor
Dra	Doutora
EaD	Educação a Distância
IESACRE	Instituto de Ensino Superior do Acre
IFAC	Instituto Federal do Acre
MEC	Ministério de Educação e Cultura
MPECIM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Prof.	Professor
Profa.	Professora
PROPEG	Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
RPM	Revistas do Professor de Matemática
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SEE	Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esporte do Acre
UFAC	Universidade Federal do Acre

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
SEÇÃO I – CONSTRUÇÃO DA PESQUISA	21
1.1 TRAJETÓRIA DA PESQUISADORA.....	22
SEÇÃO II - ESTADO DA ARTE SOBRE HOMOTETIA E SEMELHANÇA DE TRIANGULOS	33
SEÇÃO III - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	42
3.1 CAMINHO DA GEOMETRIA E O SEU PAPEL NO ENSINO DE HOMOTETIA NA ESCOLA.....	42
3.1.1 Geometria Analítica	44
3.1.2 Geometria Com Complexos	46
3.1.3 Geometria Descritiva	46
3.1.4 Geometria Esférica	47
3.1.5 Geometria Euclidiana	48
3.1.6 Geometria Fractal	49
3.1.7 Geometria Projetiva	50
3.1.8 Geometria Ortogonal	51
3.1.9 Trigonometria	52
3.2 A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DA AULA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES.....	54
3.3 O PAPEL DAS TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA.....	56
3.4 ENSINO E APRENDIZAGEM DA HOMOTETIA.....	61
3.4.1 Homotetia com materiais de desenhos geométricos	64
3.4.2 A importância da utilização dos materiais de desenhos geométricos	66
3.5 HOMOTETIA UTILIZANDO O <i>SOFTWARE GEOGEBRA</i>	66
3.5.1 A importância da utilização do <i>Software Geogebra</i>	69
SEÇÃO IV – METODOLOGIA DE PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS	70
4.1 TIPO DE PESQUISA.....	70
4.2 LOCAL DE CONSTRUÇÃO DE DADOS.....	71
4.3 POPULAÇÃO AMOSTRA.....	71
4.4 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO E EXCLUSÃO DOS SUJEITOS.....	72
4.5 TRABALHO DE CAMPO.....	72
SEÇÃO V – ANÁLISE DAS INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE HOMOTETIA ..	76
5.1 AULAS EXPOSITIVAS CONTENDO CONTEÚDOS DA GEOMETRIA PLANA (PONTO, RETAS, SEMIRETAS, SEGMENTOS DE RETA, ÂNGULOS, POLÍGONOS REGULARES, SEMELHANÇA DE FIGURA) E HOMOTETIA.....	77
5.1.1 Relato Diário das aulas	77
5.2 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS SOBRE HOMOTETIA COM USO DOS MATERIAIS DE DESENHO GEOMÉTRICOS.....	86
5.2.1 Relato Diário das aulas	86

5.3	ATIVIDADES INVESTIGATIVAS SOBRE HOMOTETIA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA.....	91
5.3.1	Relato Diário das aulas.....	91
5.4	TAREFAS INVESTIGATIVAS.....	95
5.4.1	Relato Diário das aulas.....	95
	SEÇÃO VI - CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	100
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	102
	APÊNDICES.....	107
	ANEXOS.....	108

INTRODUÇÃO

O domínio dos princípios da geometria tem se mostrado a cada dia mais importante na vida do homem, principalmente porque possibilita a solução de problemas práticos, podendo ser de muita utilidade na futura vida profissional do adulto. É necessário que aluno o desenvolva a consciência de que a geometria representa uma ferramenta vantajosa no dia a dia e que é preciso conhecê-la. Entretanto, o que observo como professora do Ensino Fundamental II nos dias atuais, é, que os alunos ao se inserir no ambiente educacional, já possuem uma opinião formada em sua mente que o ensino e aprendizado de geometria seja algo difícil, incompreensível e complexo.

Neste sentido, dentre os elementos motivadores desta pesquisa, enquanto docente, este fato despertou o meu interesse e me motivou a desenvolver essa investigação, abordando o tema Homotetia.

No ano de 2017, quando comecei a ministrar aulas de geometria, percebi que durante uma aula havia a necessidade de buscar conteúdos inovadores, envolvendo as transformações de figuras, mas na época não encontrei apoio adequado, nem mesmo no livro didático¹ utilizado pela escola, e, nem em outros livros didáticos do 9º ano, sendo que esses abordavam o tema de forma muito superficial.

A falta de apoio didático percebida por mim, não parece ser um evento isolado. Chiréia (2013), ao investigar as transformações geométricas e a simetria, observou que esses são assuntos pouco abordados em livros didáticos e paradidáticos do ensino fundamental.

Nesse sentido, Oliveira (2014) e Chiréia (2013) apontam para a necessidade de utilizar os avanços tecnológicos e as novas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) dentro da sala de aula, para que o sistema de ensino não se torne defasado.

Em 2016, busquei o mestrado com o intuito de me aperfeiçoar como profissional da educação, conhecer novos métodos de ensino e aplicação da matemática diferenciada. Particpei do processo seletivo para o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre

¹ BIANCHINI, Edwald. Matemática Bianchini. 8. Ed. – São Paulo: Moderna, 2015

(MPECIM/UFAC), apresentando o projeto de pesquisa com o tema “Tecnologia Digital no Ensino de Matemática”.

Em 2017, como exposto anteriormente, comecei a ministrar aula para as turmas de 9º ano da rede pública. Nesse período, a Secretaria de Estado da Educação, Cultura e Esporte do Acre (SEE-AC) propôs a aplicação de uma avaliação diagnóstica a todos os alunos da Rede Pública Estadual. Nesse exame, solicitei aos professores a realização de uma análise e correção de uma questão sobre semelhança de triângulos, onde se utiliza a regra de três simples. Dentre as demais, verifiquei que essa questão referenciava o Descritor de Matemática D7 que diz: “reconhecer que as imagens de uma figura construída de uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram”.

A palavra Homotética descrita na definição da matriz de referência do descritor 7 despertou uma curiosidade de minha parte em pesquisar e buscar o conceito, conforme apresentado acima. A princípio, eu não me lembrava que havia visto esse termo no Ensino Fundamental II, no Ensino Médio e na graduação, isso pois me parecia uma palavra pouco pronunciada no dia a dia.

Após a pesquisa descobri de que tratava a Homotetia e julguei coerente desenvolver a presente investigação a respeito desse tema que é pouco conhecido no ambiente escolar e universitário.

Observo que muitas crianças chegam ao 9º ano com deficiência de aprendizagem em matemática básica e bloqueios mentais que não os deixam progredir e aprender novos conceitos.

Frente ao exposto, propus-me a realizar um levantamento bibliográfico de artigos e teses que abordavam os temas matemáticos em questão, a Homotetia, o *software Geogebra* e investigações matemáticas aplicadas a alunos do 9º ano em bancos de dados bibliográficos *onlines*, tais como o Scielo e o Google Acadêmico, para a elaboração de um mapeamento das dificuldades encontradas pelos alunos participantes durante a atividade de transformações geométricas com base nas figuras homotéticas.

Chiréia (2013), na prática cotidiana como professor, observou que os estudantes apresentam dificuldades na visualização de figuras e na compreensão de propriedades geométricas e, em vista disso, utilizou como método de investigação, o desenvolvimento de atividades que abordam a transformação isométrica no plano,

através das coordenadas cartesianas, utilizando para a construção geométrica a régua, o compasso e o transferidor. Dentre suas observações, o autor menciona a possibilidade de que em construções e análise de figuras, ferramentas computacionais como *softwares* gráficos sejam utilizados, entretanto, instrumentos de construção tradicionais, tais como régua, compasso, entre outros, não devem ser descartados.

Filho (2014), ao buscar demonstrar as dificuldades enfrentadas pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em compreender o conceito de semelhança de triângulos, bem como a sua aplicação em situações-problema, desenvolveu uma pesquisa-ação, em que certificou que o professor enquanto profissional deve possuir um caráter pesquisador e reflexivo de sua prática, pois assim, durante o processo, terá a oportunidade de intervir para a melhoria de sua aula. Além disso, o professor deve fazer um paralelo entre a linguagem formal e a coloquial, nas definições dos objetos matemáticos, facilitando a compreensão do aluno.

Lima (2016), por sua vez, ao investigar a estratégia didática para uso de tecnologias em atividades/problemas ligados à geometria plana, tendo o tema "*Homotetia*" como elemento matemático principal, buscou evidenciar as compreensões constituídas a partir da interface pessoas/tecnologias digitais. O autor concluiu que, as atividades propostas provocaram reflexões a respeito de temas da geometria plana por parte dos sujeitos investigados, e que houveram, de fato, reorganizações do pensamento matemático a partir da manipulação das mídias, permitindo que o conhecimento sobre Homotetia pudesse ser discutido autonomamente.

Schimitt (2015) buscou investigar as conjecturas apresentadas pelos alunos e as diferenças e semelhanças que os alunos dos 5º e 9º ano apresentaram a partir das atividades propostas de geometria. Ao longo de sua pesquisa, a autora concluiu que os alunos embora expressassem suas ideias oralmente de forma clara, ao transcrevê-las para o papel, as faziam de maneira sintética. Foram constatados como ponto positivo, a colaboração e interação entre os participantes. Essa experiência possibilitou lidar com o novo e o inesperado, permitindo aos alunos participarem mais ativamente de sua própria aprendizagem, dando-lhes mais autonomia para conhecer formas inovadoras de trabalhar a geometria.

Considerando o contexto apresentado, foram propostas atividades investigativas envolvendo o tema "Homotetia através do uso dos materiais de

desenhos geométricos e o *software Geogebra*". Conforme destaca Schimitt (2015), os alunos expressam suas ideias de forma mais ampla oralmente, enquanto na forma escrita, são mais sintéticos.

Houveram também semelhanças na capacidade de interação social durante o desenvolvimento das atividades, visto que os (as) alunos (as) com maiores dificuldades solicitavam ajuda aos colegas que julgavam estarem com mais facilidade. Dessa maneira, ajudavam uns aos outros durante as resoluções das atividades quando se necessitava utilizar os materiais de desenhos geométricos.

Isso posto, o uso de tecnologias computacionais possibilita trabalhar com a investigação e experimentação em sala, considerando que as mesmas permitem ao aprendiz vivenciar experiências novas, interferir, fomentar e construir o próprio conhecimento.

Nesse estudo foram utilizadas duas abordagens, sendo a primeira, o uso de atividades investigativas, e a segunda, a aprendizagem de Homotetia com mediação de conceitos de geometria plana utilizando materiais de desenhos geométricos e o *Software Geogebra*.

Tendo em vista a situação descrita, enuncia-se o questionamento principal da pesquisa: Como as tarefas investigativas, por meio do uso de materiais de desenhos geométricos e pelo *Software Geogebra 5.0*, potencializam a aprendizagem da Homotetia para os alunos do 9º ano de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre?

Nesse contexto específico, objetivou-se descrever o processo de desenvolvimento de ensino-aprendizagem em Homotetia de estudantes do 9º ano de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre, por meio de tarefas investigativas desenvolvidas com a mediação de recursos, relacionando os materiais de desenhos geométricos e o *Software Geogebra 5.0* aos conceitos matemáticos sobre homotetia, afim de potencializar o aprendizado.

Tendo como base os objetivos específicos ressaltados a seguir: a) planejar as sequências didáticas sobre o estudo da Geometria com os MD de desenho e o *Software Geogebra*; b) analisar as possibilidades de ensino e aprendizagem em homotetia por meio de materiais de desenhos geométricos e pelo *Software Geogebra 5.0*; c) utilizar figuras bidimensionais, como polígonos– 2D para realizar a transformação geométrica-homotetia; d) promover uma mediação com o *software Geogebra* sobre a Homotetia com potencialidades; e) descrever a(s) dificuldade(s)

apresentada(s) pelos estudantes durante as atividades investigativas, com relação ao uso de materiais de desenhos geométricos, como papel milimetrado, régua, transferidor, esquadro e compasso, e utilização de recursos tecnológicos como o *software Geogebra*.

Quanto aos procedimentos metodológicos, trata-se de uma pesquisa qualitativa - Estudo de Caso. Na construção dos dados foram utilizados como instrumentos: Diário de classe, no qual foram registrados todas observações e experiências vivenciadas pelos estudantes do 9º ano durante o desenvolvimento das atividades investigativas realizadas através do uso dos materiais de desenho geométrico e com o uso do *Geogebra*.

Foram utilizadas as seguintes etapas para a construção desse estudo: primeiramente o **Planejamento das Tarefas Investigativas**, o qual compreendeu a formulação de sequência didática, contendo os conteúdos e as atividades mediante o tema e objetivos propostos; **Realização da investigação**- fase em que compreende a realização dessa prática em sala de aula. Nessa etapa, os estudantes construíram manualmente, com o uso de papel milimetrado, régua, esquadro, transferidor e compasso, um polígono regular, e logo após, desenvolveram a mesma atividade utilizando o *software Geogebra 5.0*. Nesses dois momentos, os estudantes foram observados em sala de aula, quanto a resolução das atividades propostas com a utilização dos materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*; **Apresentação e discussão dos resultados**, após a ministração de todo conteúdo conceitual e realização das atividades, iniciou-se o processo no qual o professor junto com os alunos aprofunda o seu conhecimento sobre o processo de aprendizagem, verificando suas estratégias, conjecturas e justificativas, levando-o a refletir sobre os resultados obtidos.

Para descrever a dissertação, este trabalho foi estruturado da seguinte forma:

A **Seção I** trata da Construção da Pesquisa, onde foi destacada a trajetória da pesquisadora frente ao tema; a configuração do problema e da questão de pesquisa; os objetivos: geral e específicos.

A **Seção II** apresenta o Estado da Arte onde buscaram-se mapear as produções acadêmicas que tratam do objeto “Homotetia e Semelhança de Triângulos”, com foco em Dissertações.

A **Seção III** apresenta a revisão bibliográfica, em qual se faz um breve levantamento histórico sobre a Geometria, o seu surgimento e desenvolvimento, e o

seu papel na aprendizagem da Homotetia, descrevendo as vantagens em desenvolver as transformações geométricas, elencando a questão do uso das tecnologias da informação e a importância de buscar novas didáticas de ensino voltadas para o ensino de matemática.

A **Seção IV** aborda a Metodologia de Pesquisa: tipo de pesquisa; critérios de escolha dos sujeitos; e etapas do trabalho de campo, incluindo os instrumentos para a construção dos dados.

Na **Seção V** é apresentada a análise dos dados construídos através da investigação desenvolvida juntamente com os alunos participantes da pesquisa. Foi estabelecida uma relação entre o uso das tarefas investigativas com as dificuldades observadas durante a realização da atividade pelos estudantes, utilizando os materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*.

Nas considerações finais, objetivou-se responder à questão-problema da pesquisa, além de tecer considerações sobre o ensino e o processo de aprendizagem em matemática; indicando possíveis mudanças no Currículo de formação inicial. Ao final, ainda, buscou-se indicar as limitações encontradas ao longo dessa pesquisa.

SEÇÃO I – CONSTRUÇÃO DA PESQUISA

Esta dissertação possui como foco o processo de desenvolvimento de ensino-aprendizagem em Homotetia de estudantes do 9º ano de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre, por meio de tarefas investigativas desenvolvidas com a mediação de recursos, sendo esses, especificamente, os materiais de desenhos geométricos e tecnológicos o *Software Geogebra 5.0*, relacionado aos conceitos matemáticos sobre homotetia para potencializar o aprendizado dos(as) alunos(as) do 9º ano.

Os princípios da Homotetia são muito utilizados atualmente pelos adolescentes, que mesmo inconscientemente, fazem o uso de técnicas matemáticas. Cita-se, como exemplo, o fato de que quando os mesmos recebem imagens pelo celular, por meio de aplicativos como o *WhatsApp*, as ampliam ou reduzem para ver os detalhes. Outro exemplo que ilustra a utilização de homotetia, refere-se aos programas utilizados para criação/edição e exibição de apresentações gráficas, como o *Microsoft PowerPoint*, onde as imagens são ampliadas ou reduzidas para serem inseridas.

Todos estão suscetíveis ao erro no que se refere ao processo de aprendizagem. Certamente os exercícios possuem um papel fundamental para auxiliar na formação, porém não existe um único modo de ensinar e de aprender a matemática/geometria. O uso de novas tecnologias possibilita o trabalho investigativo e experimental da matemática em sala de aula, considerando que esse permite aos estudantes vivenciarem experiências, interferir, fomentar e investigar, visando a construção do próprio conhecimento.

O processo investigativo se relaciona com a atividade que os matemáticos profissionais desenvolvem com o intuito de produzirem novos conhecimentos. Nesse contexto, as investigações matemáticas consistem em produção de novas formas de conhecimento recorrendo a novos processos, sistemas, aplicativos e outros (BAPTISTA *et al.*, 2014, p.8).

Diante disso, faz-se necessário estabelecer situações que proporcionem aos estudantes um aprendizado mais amplo do ensino de matemática, aprimorando seus conhecimentos adquiridos e apresentando a eles novas formas de aprender

geometria, utilizando-se a mediação com materiais de desenhos geométricos e tecnologias computacionais.

1.1 TRAJETÓRIA DA PESQUISADORA

Em 2008, graduei-me em Administração com Habilitação em Análise de Sistemas pelo Instituto de Ensino Superior do Acre (IESACRE). Após concluir o curso, percebi a realidade era pouco promissora para os profissionais da minha área de formação, principalmente para os recém-formados.

Como já havia ministrado aulas para alunos do 1º ao 5º ano (antigo pré-escolar/alfabetização a 4ª série) do ensino fundamental I, da disciplina de Língua Inglesa, e me identificava com a carreira docente, resolvi realizar um curso de Licenciatura em Matemática, pois sempre tive a facilidade em compreender a matéria.

Dentre o período de 2014 – 2015, realizei uma complementação pedagógica à distância (EaD) no Centro Educacional Claretiano em Rio Branco – AC para me tornar docente em matemática. Tive como disciplinas: Políticas de Educação Básica, Psicologia da Educação, Fundamentos da Educação, Fundamentos da Educação Inclusiva, Língua Brasileiras de Sinais, Didática e Metodologia do Ensino da Matemática, Metodologia do Ensino de Aritmética e Álgebra, Metodologia de Ensino de Geometria, Projeto - Didática e Metodologia de Ensino, Projeto – Metodologia do Ensino de Aritmética e Álgebra, Projeto – Metodologia do Ensino de Geometria.

Ainda durante a minha complementação, em 2015, fui contratada provisoriamente, como professora de nível médio em Feijó, no interior do Estado do Acre, devido à carência de professores na área de matemática no referido município. Comecei a lecionar para os alunos do Ensino Fundamental II das turmas de 6º a 8º ano, no período matutino e vespertino na Escola Estadual Vicente Celso Brandão.

Nesse ano, por falta de experiência em sala de aula, principalmente referente ao ensino de matemática, ministrei as minhas aulas da mesma forma que aprendi durante a graduação, de maneira tradicional onde não dava oportunidade aos alunos de expor suas opiniões e ideias, fazendo que os mesmos tornassem dependentes totalmente do professor. Isso provocou desinteresse que os impediram que construíssem os seus próprios conhecimentos.

A coordenadora de matemática, assim como os de ensino e apoio pedagógico, não incentivavam os professores a utilizar métodos inovadores para

despertar o interesse dos alunos para essa matéria. Isso pode ter tido relação com o fato dos coordenadores de ensino e apoio serem formados em pedagogia e em geografia, respectivamente, sendo que nenhum dos dois possuíam conhecimento profundo sobre a matéria de matemática. Desse modo, naquele ano muitos alunos findaram a fazer a prova final ou até reprovaram.

No ano seguinte, ainda devido o Governo Estadual do Acre não abrir concurso ou processo seletivo para professores, o meu contrato foi renovado por mais 10 (dez) meses na mesma escola.

Naquele ano, lecionei para os alunos do Ensino Fundamental II dos 6º e 7º anos, e por ter presenciado o “desastre” do ano anterior, resolvi colocar em prática o método diferenciado que aprendi na faculdade. Lá, durante às aulas de didática, fui orientada a utilizar alguns métodos de ensino diferenciados para trabalhar com os alunos, ensinando uma matemática divertida, através da inserção de jogos didáticos e manipulação de materiais tais como: uso de material dourado, tabuleiro, peão, jogo da velha, dados, montagem de sólidos geométricos, caça-palavras e etc.

Assim, fazendo com que os alunos compreendessem e gostassem da matéria, quebrei aquele paradigma que distanciava o aluno da matemática.

Outro evento beneficiou ainda mais a minha mudança na estratégia de ensino. Naquele mesmo ano, mudou também o coordenador de Matemática, sendo que o antigo foi substituído por um profissional experiente, professor que desenvolvia atividades focadas na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). O mesmo demonstrou domínio da matéria e estimulava um estudo mais aprofundado e adoção de novas práticas didáticas em sala de aula.

A coordenação inseria nos planejamentos como deveria mudar a concepção da aula tradicional para uma aula dinâmica, atraente e próxima dos alunos, e, ao mesmo tempo, os próprios coordenadores aprendiam como fazê-la.

Foi quando a equipe pedagógica propôs novos métodos para serem aplicados dentro da sala de aula e os professores melhoraram o ensino-aprendizagem da matemática. Através da indicação de *sites*, comecei a pesquisar sobre brincadeiras que corroboravam com o assunto que eu estava ministrando. Em sala de aula apresentei novas técnicas de cálculos, sendo que ficava a critério dos alunos de utilizar no cotidianos as estratégias de resolução com quais eles mais se identificassem. Por outro lado, não deixava o tradicional totalmente de lado, e assim, aos poucos fui

inovando e percebendo que os alunos se aproximavam de mim e da matéria, sempre querendo aprender mais e mais.

No planejamento horizontal, foram-nos apresentados, como novos recursos tecnológicos, o projetor do MEC e a lousa digital, despertando-me imediatamente o interesse. Questionei o Coordenador de Matemática sobre a possibilidade de haver algum jogo educativo digital que pudesse auxiliar na compreensão de aritmética, e ele me apresentou o *Tux Math*, um jogo educativo que permite praticar as operações aritméticas. Utilizei o jogo em sala e percebi que muitos estudantes tinham dificuldades em desenvolver as quatro operações aritméticas (adição, subtração, multiplicações e divisão), então o inseri na minha sequência didática e comecei a praticar com os alunos no laboratório de informática da Escola Estadual Vicente Celso Brandão, e a cada dia que passava notava que eles melhoravam, principalmente quando faziam a tabuada oralmente.

No ano de 2016, o Instituto Federal do Acre (IFAC) lançou o Edital N° 04/2016, que tinha como objetivo a concessão de bolsas de Mestrado e Doutorado, então me propus a desenvolver um projeto.

A experiência positiva que tive com os alunos durante a utilização do *Tux Math* me conduziu a focar em uma área voltada para as Tecnologias Digitais, com o tema Tecnologia Digitais no Ensino da Matemática. No entanto, para ser apta e receber o incentivo era necessário estar inscrito em um programa de pós-graduação *Strictu Sensu*.

Passaram-se alguns meses, sendo que em novembro de 2016, a Diretora da Escola Estadual Vicente Celso Brandão, me sugeriu fazer a inscrição para um novo processo seletivo do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC), aberto através do Edital PROPEG N° 011/2016. Eu aceitei a proposta, e como já tinha um projeto pronto, o enviei e fui aprovada.

Com toda essa mudança no Ensino, houve uma queda de alunos reprovados e o crescimento de aprovados. Neste mesmo ano, na 12ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, vários alunos passaram na 1ª (primeira) fase ganhando as menções honrosas e na 2ª (segunda) fase, uma aluna do 6º ano A, ganhou a medalha de bronze e fui premiada, ganhando um Diploma de Homenagem e um CD com as edições das Revistas do Professor de Matemática (RPM-SBM).

Em 2017, devido a necessidade de realizar o curso de mestrado, retornei para a capital. Na época, fui contratada provisoriamente por um período de 10 meses para lecionar matemática para os 7° e 9° anos na Escola Estadual Professora Terezinha Miguéis, mesmo sem experiência em ministrar aulas para o 9° ano resolvi aceitar o desafio.

Foi informado que naquele ano, os alunos dos 9° anos fariam uma avaliação externa, a Prova Brasil/SAEB, e que todos eles precisavam ter as habilidades e competências adequadas desenvolvidas na matéria de matemática e compreender os descritores. Houve então o planejamento horizontal da escola com todos os professores, em que foram apresentadas todas as normas e regras propostas pela Gestão Escolar. Na reunião ficou acordado que estaria inserida no Planejamento Pedagógico a Avaliação Diagnóstica com Descritores, e que esta seria aplicada no início das atividades letivas, para analisar o processo de aprendizagem que cada aluno obteve no conteúdo do ano anterior. Vale ressaltar, que a Secretaria de Estado de Educação e Esporte do Acre propõe esse procedimento padrão para que todas as escolas do Estado do Acre avaliassem seus alunos antes de seguir no conteúdo do ano corrente.

Num momento posterior, as avaliações foram aplicadas e os resultados foram péssimos, porém não dos 7° anos, e sim dos 9° anos.

Analisando a avaliação como toda, verifiquei que uma questão em especial teve o número muito alto de respostas equivocadas. Foi a questão que tinha como referência o Descritor 7, que dizia: *"Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram"*.

Essa palavra "homotética" me deixou encabulada, pois não lembrava do que se tratava, o que me levou a partir em busca por conhecimento para poder realizar a correção e ensinar o conteúdo que a questão propôs.

Quase que simultaneamente, iniciou o ano letivo no mestrado, sendo que a partir de então precisava me dedicar tanto às matérias de Teoria de Aprendizagem, Epistemologia e Prática Pedagógica, Seminários em Matemática e Fundamentos Teóricos – Metodológicos da Pesquisa em Educação, quanto às minhas responsabilidades como docente. A falta de experiência com os conteúdos dos 9° anos, foi desafiante, assim decidi recorrer a pesquisas no *Google* para planejar as sequências didáticas ou os planos de aula e para me auxiliar com sugestões de

métodos inovadores e dinâmicos, tudo afim de atender as exigências impostas de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que visam desenvolver as habilidades dos alunos através desses recursos.

Inicialmente, o projeto que enviei para a Universidade Federal do Acre – UFAC para ingressar no mestrado, tinha com base a Tecnologia Digital no Ensino de Matemática, abordando o tema de maneira mais generalizada. No tocante, o meu orientador Professor Dr. Gilberto Francisco A. de Melo o achou muito interessante, porém me aconselhou a focar em apenas um assunto específico da matemática, sendo que naquele momento ainda estávamos indecisos, se seria na área da Aritmética ou Geometria.

Analisando o conteúdo que iria aplicar em sala de aula, sendo que eu tinha como base os Descritores de matemática referente às questões da Avaliação Diagnóstica, fiz a minha sequência didática baseada nos assuntos que exigia cada Descritor e cada questão. A minha 1º (primeira) sequência didática tinha como tema: Classificação de triângulos e Homotetia de figuras planas.

Como a maioria dos alunos tiveram dificuldades nas questões cujos descritores fazem parte do tema Espaço e Forma, resolvi estudar e ensinar Geometria Plana no 1º (primeiro) bimestre. Decidi, dessa maneira, inverter o Plano de Curso Anual, porque geralmente a geometria se encontra inserida no final do mesmo. Deve-se salientar que, muitas vezes, o professor se prende ao ensino da álgebra e em razão disso, no final do ano, não há tempo, para ensinar a geometria.

Adotei a estratégia de ensinar a geometria juntamente com a álgebra, para aproveitar o tempo e mostrar a aplicação da álgebra na geometria, de modo rápido e interpretativo. Assim, meus alunos aprenderiam e tirariam todas as dúvidas que teriam em geometria por não lembrarem ou não terem visto alguns assuntos importantes no ano anterior.

Tendo como base o Descritor 7, comecei a pesquisar e estudar, foi quando descobri que a palavra “Homotética” se referia à *Homotesia*, outra palavra a qual, inicialmente, não lembrava o que seria. Apenas entendia que fazia parte da geometria plana, pois isso o descritor deixava bem claro. Busquei referências à palavra no livro didático de Biachini, escolhido pelos professores para ministrar as aulas do 9º ano na escola onde eu estava ministrando minhas aulas, porém não as encontrei. Desse modo, comecei a assistir vídeos e buscar por definições na *internet*, para poder compreender e entender o que havia por trás da palavra Homotetia.

Antes mesmo de colocar em prática os assuntos aprendidos através desses *sites* e vídeoaulas, percebi que precisava ensinar previamente outros assuntos da Geometria Plana, como: ponto, plano, reta, semirreta, segmentos de reta, retas especiais, ângulos, figuras planas, polígonos, polígonos regulares, semelhança de figuras, plano cartesiano e etc, pois meus alunos lembravam vagamente desses conteúdos, e menos ainda da transformação geométrica homotética.

Pesquisei por planos de aula disponíveis na *internet* que pudessem me dar um suporte para elaborar a minha sequência didática, e encontrei diversos planos de aulas relacionados a esse assunto no site Portal do Professor disponível no link:

< <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=21842>>.

O referido site disponibiliza planos de aula que me auxiliaram muito a compreender os tipos de homotetia - direta e inversa.

Ainda assim, parti em busca de mais conhecimentos, pois precisava de algo inovador, tão inovador que fizesse com que os alunos realmente compreendessem e se interessassem em trabalhar com Homotetia². Foi quando encontrei um *SlideShare* disponível no site < [https://pt.Slideshare .net/DeniseBonfim/homotetia-ensino-aprendizagem-com-auxilio-do-software-geo-gebra](https://pt.Slideshare.net/DeniseBonfim/homotetia-ensino-aprendizagem-com-auxilio-do-software-geo-gebra)>, o qual me proporcionou a compreensão necessária que tanto buscava.

Ao utilizar os *sites* voltados para o ensino e aprendizado de Homotetia, encontrei outras ferramentas, e passei a conhecer e utilizar as mesmas no meu computador, dentre elas o aplicativo *Geogebra* se destacou. Inicialmente, como não sabia manusear corretamente o aplicativo, pesquisei por *sites* que me ajudassem com essa problemática e encontrei o canal do professor José Carlos de Souza Junior³. O mesmo disponibilizou uma vídeoaula de 7min e 19 seg com uma breve introdução referente ao uso do aplicativo *Geogebra* que foi realizada durante o curso Aprendizagem de Matemática mediada por suas aplicações.

² Após ter lido as explicações sobre homotetia no blog Aprendendo Homotetia, disponível no *link* < [http://aprendendohomotetialegal.blogspot.com /2013/06/homotetia-o-que-e_2927.html](http://aprendendohomotetialegal.blogspot.com/2013/06/homotetia-o-que-e_2927.html)>, no site do Brasil Escola, disponível no link < [https://brasilescola.uol.com.br/ <matematica/homotetia.htm](https://brasilescola.uol.com.br/matematica/homotetia.htm)> , assistindo aos vídeos no YouTube, cujo *link* foram <<https://www.youtube.com/watch?v=fkOXZ5RKnvI&t=79s>>, <<https://www.youtube.com/watch?v=K5x87Rbt228>>, <https://www.youtube.com/watch?v=RorzOfN9_AA&t=1s>.

³ Vídeo aula de 7 min e 19 seg no qual é apresentado uma breve introdução ao aplicativo Geogebra disponível no *link* < <https://www.youtube.com/watch?v=scNdS9c8pyM>>.

Entretanto, conforme o tempo passava, mais dúvidas surgiam, e o anseio em aprender a manusear o aplicativo só aumentava. Finalmente encontrei o canal do Sérgio Dantas⁴, o qual através da videoaula *Geogebra-Homotetia*, disponível no *link* apresentava de modo rápido e prático como utilizar os recursos de Homotetia no *Geogebra*.

Depois de passar um final de semana estudando para ministrar minhas aulas, resolvi mostrar para o meu orientador do curso de mestrado a minha sequência didática com o assunto de Homotetia. Ele aprovou e juntos resolvemos dar início ao meu projeto utilizando o tema Homotetia Direta e Inversa com a razão 2 e o aplicativo *Geogebra*. Fiquei muito aliviada por saber que depois de tanta busca, finalmente havia encontrado um tema para desenvolver meu projeto de mestrado, porém, ainda não havíamos definido um tema específico e tampouco a turma que iria pesquisar.

Após adquirir um conhecimento satisfatório no assunto de Homotetia, coloquei em prática o plano de aula que havia desenvolvido para os alunos do 9º ano. Inicialmente, ministrei uma aula expositiva para os alunos. Ao decorrer da mediação percebi que os mesmos não haviam compreendido bem o assunto.

Com o intuito de reforçar o aprendizado, compartilhei com os alunos duas vídeos aulas que encontrei no canal do Ney Trevas⁵, que ensina o passo a passo de como desenvolver ampliações de polígonos utilizando os materiais de desenhos geométricos, e posteriormente, um outro vídeo aula⁶ explicando como desenvolver reduções de polígonos do mesmo canal. Em seguida, realizamos em sala de aula todos os processos que os alunos aprenderam com a aula expositiva e as vídeo-aulas, utilizando o papel milimetrado, régua, transferidor, esquadro e compasso. Como já havia previsto eles ficaram com dificuldades em utilizar os instrumentos de desenho, porém, alguns alunos com mais facilidade em entender a matéria, compreenderam, outros ainda não conseguiam assimilar muito bem o que estavam executando, mas

⁴ Apresentação de modo rápido e prático como utilizar os recursos de Homotetia no *Geogebra*. disponível no link < <https://www.youtube.com/watch?v=3wUmZGYyJ6A&t=150s>>

⁵ Passo a passo de como desenvolver as ampliações de polígonos utilizando os materiais de desenho disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=K5x87Rbt228> &t=1s.

⁶ Passo a Passo de como desenvolver as reduções disponível no link < *link* <https://www.youtube.com/watch?v=RorzOfN9_AA&t=1s>.

conseguiram desenvolver os polígonos utilizando a homotetia direta e inversa na ampliação, utilizando a razão 2 (dois) e 3 (três).

Entretanto, quando foi solicitado que desenvolvessem a redução dos polígonos apresentaram muitas dificuldades, pois precisavam trabalhar com os números racionais. Como no mesmo período estava preparando-os para a realização da Prova Brasil/SAEB, não exigi tanto dos alunos o aprendizado e compreensão em desenvolver a redução dos polígonos.

Depois de 2 (duas) semanas trabalhando com os alunos com foco no tema de Homotetia, apresentei para meu orientador alguns trabalhos realizados. Como estava participando do seminário de matemática e o Prof. Dr. José Ronaldo é o responsável por essa disciplina, o meu orientador achou viável trabalhar com Tarefas Investigativas.

O que é Tarefa Investigativa? Comecei a ler alguns textos e não compreendendo, precisava estabelecer um tema para o meu projeto, o tema foi: “Vivenciando a Elaboração de Tarefas Investigativas no Ensino de Geometria Plana utilizando o *Geogebra*”.

Nesse momento, retornei com o assunto sobre transformações geométrica homotetia e inseri atividades investigativas para trabalhar com os alunos e eles estranharam essas atividades, pois seria a primeira vez que iriam resolver. Utilizaram os polígonos regulares para fazer a ampliação e redução, transformando em figuras homotéticas.

No mês de abril, fui comunicado que haveria a 1º SEMPECIM – Semana Acadêmica do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática e teria que submeter os resumos expandidos até o dia 28 de maio de 2017. Infelizmente, o meu resumo expandido não foi aprovado, porque não estava dentro dos parâmetros estabelecidos pelo evento.

O ano letivo encerrou e graças a Deus, essa primeira etapa vencida, pois estava aprovada em todas as matérias e meus alunos se aproximavam cada vez mais da matemática, além de estarem compreendendo, através dos métodos que utilizava em sala de aula.

No 2º (segundo) semestre, cheguei com uma novidade, estava grávida, depois de 17 anos. Como eu iria fazer para dar conta das matérias do mestrado e com os 200 alunos que precisavam estar preparados para a avaliação externa, sendo que a minha gravidez era de alto risco, com o saco gestacional descolado e ameaça de

aborto constantemente? Pedi a Deus, força, prossegui com o meu mestrado e com o objetivo de ensinar, incentivar, melhorar o ensino de matemática para os alunos tivessem êxito na avaliação externa.

Matriculei-me e tive que cursar as disciplinas de: Ensino da Matemática e suas Metodologias, Tecnologia e Materiais Curriculares para o Ensino de Matemática e Tendências em Educação Matemática e Práticas Culturais: elaboração de recursos didáticos na formação docente. Na escola que eu ministrava as aulas de matemática, continuava na luta, preparando os alunos para a Prova Brasil/SAEB.

Nesse 2º (segundo) semestre, obtive conhecimentos de como fazer o meu texto para qualificar. Na disciplina de Ensino da Matemática e suas Metodologias, ministrada pelo Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo, aprendi como deveria estruturar o meu texto, a questão proposta para o trabalho escrito, o objetivo geral e específico, aprendi como aplicar tarefas investigativas relacionadas ao estudo de Homotetia e etc. Na matéria de Tecnologia e Materiais Curriculares para o Ensino de Matemática, ministrada pela Profª. Dra Salete Mª Chalub Bandeira, aprofundei meus conhecimentos no ensino-aprendizagem de homotetia no *software Geogebra* na versão 5.0, pois meus alunos tinham apenas utilizado os polígonos e feito a transformação homotética, utilizando razão 2 (dois) com os materiais de desenhos geométricos.

A Profª. Dra. Salete Chalub me ensinou a utilizar os polígonos regulares no *Geogebra*, colocando em cada polígono seus comprimentos, comprimento da reta do ponto central ao polígono regular homotético, mudar as cores das retas e várias outras funções que não sabia, me ajudando bastante, pois precisava compreender e aprender bem direitinho para dar continuidade a minha pesquisa.

Na matéria de Tendências em Educação Matemática e Práticas Culturais: elaboração de recursos didáticos na formação docente, ministrada pela Profª. Dra. Simone Chalub, aprendi a reconhecer os recursos didáticos que contribuem para a melhoria das aulas de matemática, aumentado a motivação para aprendizagem e desenvolvendo a autoconfiança, a organização, concentração, atenção, o raciocínio-lógico dedutivo, estimulando a socialização e aumentando as interações entre os alunos.

No dia 03 de agosto de 2017, abriram as inscrições para submissão de trabalhos e apresentar propostas de minicursos, oficinas, comunicação oral ou relatos de experiência na 6ª (sexta) Semana de Matemática da Universidade Federal do Acre

– UFAC, submeti meu resumo expandido com o tema “Vivenciando a Elaboração de Tarefas Investigativas no Ensino de Geometria Plana utilizando o *Geogebra*” e sendo aprovado, fui apresentá-lo na modalidade de Comunicação Oral no dia 26/09/2017, nesse mesmo dia levei 3 (três) alunos da turma que faço a pesquisa para apresentar comigo, e muitos estudantes do mestrado tiraram algumas dúvidas com eles em relação a Tecnologia Digital no Ensino da Matemática.

Logo participei de outro evento, onde as professoras D.^{ras}. Dra Salete M^a Chalub Bandeira e Simone M^a Chalub Bandeira eram coordenadoras do GT 20. Recursos didáticos, práticas culturais e inclusivas e as tecnologias assistiva, móveis e redes sociais na formação docente em Educação, Ciências e Matemática" no XI Simpósio de Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul Ocidental: Narrativas, Naturezas e Memórias; I Seminário Internacional de Estudos Linguísticos e Literários das Amazônias; II Semana de Humanidades: Licenciaturas, promovido pela Universidade Federal de Rondônia – UNIR, submeti meu artigo com o tema “Vivenciando a Elaboração de Tarefas Investigativas no Ensino de Geometria Plana utilizando o *Geogebra*”, sendo aprovado em Comunicação Oral e Ouvinte.

Com o passar dos dias, sentei com o meu orientador para verificar se realmente iria utilizar o mesmo tema para o meu texto, houve uma mudança e o novo tema surgiu “Tarefas Investigativas na Aprendizagem da Homotetia utilizando o *Software Geogebra* e materiais de desenhos geométricos, por alunos do 9º ano”, tendo como questão de pesquisa, que diz: “Como as tarefas investigativas através do uso do aplicativo *Geogebra* e materiais de desenhos geométricos potencializam a aprendizagem da Homotetia por alunos do 9º ano?”, tendo como objetivo geral: “Descrever e analisar o desenvolvimento de aprendizagem através das tarefas investigativas com a mediação do *Geogebra* e materiais de desenhos geométricos no assunto de homotetia junto aos alunos do 9º ano”.

Os meus alunos conseguiram fazer a avaliação externa e ainda disseram que estava muito fácil. Graças a Deus, já tinha muita coisa para o meu texto, mesmo grávida e com todos os problemas de uma gestação, consegui ser aprovada, ansiosa para a chegada do novo membro da família e dar continuidade na minha pesquisa para apresentar o texto para a minha qualificação.

Em 2018, foi o ano do renascimento, matriculei-me na disciplina Prática de Ensino Supervisionada, dei continuidade no meu texto para qualificar. O meu bebê

nasceu, dia 04 de março de 2018. Mesmo assim, não entrei com o pedido de afastamento para licença maternidade e continuei escrevendo para qualificar.

Apresentei o meu texto para qualificação, em 12 de junho de 2018, sendo aprovada. Vencendo a 4ª (quarta) etapa, passei a me preparar para a dissertação e continuar propondo as tarefas investigativas para os alunos e concluir a pesquisa.

Desse modo, como descrito anteriormente o caminho trilhado para o desenvolvimento dessa investigação veio através de observações realizadas em sala de aula, as quais partiram principalmente da necessidade de entender, compreender e buscar novas formas de ensino.

A Homotetia é uma ferramenta geométrica que podemos encontrar em diversos locais, tais como: copiadora, quando mandamos ampliar ou reduzir imagens, impressão de fotos em tamanhos diferentes, mas, por falta de conhecimento e contato com o aprendizado sobre as transformações homotéticas, não conseguimos identificar sua aplicação em nosso dia a dia.

Como já entendia bem o *software Geogebra*, prossegui com o meu trabalho aplicando as atividades investigativas trabalhadas dentro da sala de aula. A atividade lúdica sobre homotetia no aplicativo *Geogebra* foi ministrada no laboratório de informática no Instituto de Matemática, Ciência e Filosofia do Acre, durante 8 (oito) dias, contendo 60 minutos cada aula. Os alunos tiveram um pouco de dificuldade no momento de manusear o mouse, como eles já estavam acostumados em trabalhar com esse assunto, precisou apenas explicar o aplicativo e suas funcionalidades, através de slide e demonstrar como fazia Homotetia direta e inversa com a razão, 2(dois) e 3 (três), ampliando o polígono regular escolhido pelo aluno. Todos se interessaram e conseguiram assimilar o conteúdo.

Para o desenvolvimento desta investigação as tarefas investigativas foram de grande importância, pois a partir de seu conceito foi possível buscar informações adequadas para o desenvolvimento dessa investigação.

A seção II, desenvolvida a seguir, tem como objetivo mapear as produções acadêmicas que tratam do objeto “Homotetia e Semelhança de Triângulos” com foco em Dissertações. A metodologia consistiu na escolha das palavras-chaves: homotetia; aprendizagem; *Geogebra*, junto ao Banco de Dissertações e Teses da CAPES e, Sites dos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, obtendo 6 (seis) trabalhos. De modo específico, buscou-se identificar as aproximações e distinções dessa pesquisa em relação aos estudos já realizados.

SEÇÃO II – ESTADO DA ARTE SOBRE HOMOTETIA E SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

VIVENCIANDO A ELABORAÇÃO DE TAREFAS INVESTIGATIVAS NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA.

Sara Jemima Carneiro dos Reis

RESUMO

A matemática é considerada por muitos estudantes como sendo uma disciplina de difícil entendimento e compreensão. Os exercícios têm um papel fundamental de auxiliar na formação, porém não existe um modo único de ensinar e de aprender a matemática. O uso das novas tecnologias propicia trabalhar em sala de aula com investigação e experimentação na matemática, considerando que permite ao aprendiz vivenciar experiências, interferir, fomentar e construir o próprio conhecimento. Neste contexto, esta investigação é considerada como sendo do tipo investigativo, qualitativo e interpretativo. O objetivo consiste demonstrar que é possível criar condições para maior compreensão do uso de tecnologia digital no ensino e aprendizagem da geometria. O método utilizado consiste em uma revisão da literatura, baseada em artigos, monografias, dissertações abordando o tema de matemática, homotetia, investigações matemáticas e geometria. Os resultados obtidos através da revisão da literatura demonstraram que a Homotetia é pouco conhecida entre os professores de matemática, e o software Geogebra é pouco explorado, assim como as atividades investigativas.

Palavras-Chave: Aprendizagem. Estudo da Aula. *Geogebra*. Homotetia.

INTRODUÇÃO

O presente Estado da Arte tem como tema as Tarefas investigativas no ensino de Geometria e o uso do *Software Geogebra* para o ensino de geometria plana.

Oliveira (2014) descreve a Homotetia como sendo uma técnica utilizada diariamente mesmo que despercebida, na qual é realizada a ampliação positiva ou negativa de figuras semelhantes, tendo como ponto de partida um centro de razão 0, de onde partem as linhas responsáveis por formar todos os pontos das novas figuras ampliadas ou reduzidas.

A Homotetia é muito utilizada nos dias atuais, principalmente pelo adolescente, mesmo sem saber que estão fazendo uso de técnicas matemáticas. Um exemplo prático se trata de quando recebem fotografias ou imagens no celular por meio de aplicativos, como o *WhatsApp*, e as ampliam para enxergar os detalhes. Outro exemplo bem utilizado em ambiente escolar, é quando o aluno amplia um desenho em cartolina para apresentar em forma de seminário em sala de aula, mesmo não fazendo uso das técnicas corretamente, está utilizando a Homotetia.

Será que essas regras são adequadas para o ensino e aprendizagem? Todos estão suscetíveis ao erro quando se refere ao processo de aprendizagem. Certamente os exercícios têm um papel fundamental de auxiliar na formação, porém não existe um modo único de ensinar e de aprender a matemática. O uso de novas tecnologias possibilita trabalhar com a investigação e experimentação em sala, considerando que as mesmas permitem ao aprendiz vivenciar experiências novas, interferir, fomentar e construir o próprio conhecimento.

O ensino de matemática no Brasil tem apresentado difíceis situações, fato estes evidenciados pelo alto índice de reprovação evidente principalmente no decorrer das séries do 1º e 2º graus.

Diante dessa perspectiva, faz-se necessário estabelecer situações investigativas que proporcione aos alunos um aprendizado amplo do ensino de matemática, aprimorando seus conhecimentos adquiridos e lhes apresentando novas formas de aprender matemática através do uso de *softwares*.

O presente estudo tem como objetivo geral demonstrar que é possível criar condições para maior compreensão do uso de tecnologia digital no ensino e aprendizagem da geometria. Através do mesmo busca-se responder a seguinte pergunta-problema: Como potencializar o ensino da geometria plana no tocante a homotetia aos estudantes do 9º ano com o aplicativo *Geogebra*? Neste intuito, busca-se responder a estes questionamentos através dos seguintes objetivos específicos: a) demonstrar que é possível aprender utilizando software; b) Refletir sobre o processo que leva os professores de matemática a buscarem compreender o raciocínio dos alunos. Vale ressaltar que o ambiente computacional proporciona mudanças qualitativas na zona de desenvolvimento proximal do aluno, os quais não acontecem com muita frequência em aulas tradicionais.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

Trata-se de uma revisão bibliográfica, a qual é de fundamental importância para que se conheçam as contribuições teóricas sobre um determinado tema ou assunto a ser abordado.

Quanto a abordagem do problema, será utilizada a pesquisa qualitativa, do tipo descritiva. A pesquisa qualitativa se preocupa com o universo dos significados dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes. Esse agrupamento de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas por pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e a partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes (DESLANDES *et al.*, 2007).

Yin (2010) descreve que os estudos de caso enfatizam a interpretação em um contexto para compreender e entender melhor as manifestações gerais de um problema, suas ações, percepções, comportamentos e interações entre os sujeitos que devem ser relacionados à situação específica onde ocorrem, ou as problemáticas as quais estão ligadas.

No que se refere ao método de abordagem, a pesquisa fará uso do método hipotético-dedutivo, o qual se inicia pela percepção de uma lacuna nos conhecimentos acerca da qual formula hipóteses e, pelo processo de inferência dedutiva, testa a predição da ocorrência de fenômenos abrangidos pela hipótese (GIL, 2010).

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 O PAPEL DAS TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Querida por alguns e temida por outros, a Matemática teve seu início juntamente com as ciências não físicas, no começo do século XX (BASSANEZI, 2002). Atualmente, a Matemática é uma ciência formal, responsável pela construção de seus próprios objetos de estudo. Entretanto, essa ciência faz uso de muitas ideias abstratas, as quais possuem situações empíricas naturais ou sociais (JAVARONI, 2007).

Pereira (2012) investigou o uso do *software Geogebra* em escolas públicas, mostrando uma nova relação professor-aluno, proporcionando a interação entre eles em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. Nesse contexto, o autor buscou desenvolver uma modelagem Matemática, em que o professor construísse uma nova prática pedagógica ligada às relações cotidianas dos alunos.

Acredita-se que essa modelagem matemática seria de grande importância para a Educação Básica, pois os alunos seriam capazes de formular e resolver problemas, estimulando o raciocínio matemático de modo a proporcionar uma nova relação entre o professor-aluno, sendo que o professor deixaria de ser conhecedor de tudo e passaria a ser um mediador (PEREIRA, 2012).

As novas tecnologias que nos cercam modificam a forma como interagimos e percebemos as coisas, porém, o presente texto versa sobre a contribuição da tecnologia para o ensino de matemática e a necessidade de capacitação dos envolvidos no processo. Além disso, estaria proporcionando uma nova aprendizagem para os alunos com a utilização do *software Geogebra* na matéria de Geometria.

Camargo (2006), ao investigar sobre tarefas investigativas de matemática com três alunas de 8ª série do Ensino Fundamental, concluiu que as mesmas se envolvem em atividades investigativas de matemática, considerando que essas alunas não estão habituadas a trabalhar nesse tipo de atividade na disciplina de Matemática.

Filho (2014), ao analisar uma proposta de ensino de matemática utilizando materiais concretos e manipuláveis abordando os assuntos de Homotetia e semelhança de triângulo em duas turmas de uma escola estadual na cidade de Manaus, fez uso de duas técnicas para validar suas hipóteses sobre dois modelos de ministrar o mesmo conteúdo, a primeira consistiu em introduzir o conceito de Homotetia e, o outro, apenas, o de semelhança de triângulos, acompanhado de atividades em equipe e individual. Nesse estudo, concluiu que, a primeira hipótese está associada à prática docente, que depende dos saberes científicos, dos saberes docentes e dos recursos didáticos utilizados, enquanto que a segunda consiste na intervenção didática, e para o desenvolvimento da segunda hipótese sugeriu algumas atividades com materiais concretos e manipuláveis, pois observou que esses contribuem para a construção do conceito de semelhança de triângulos.

O emprego de novas didáticas, com o intuito de melhorar a compreensão e aprendizado em matemática, fez com que Lima (2016) investigasse um novo método de inserir o uso de tecnologias em atividades/problemas ligados a Homotetia. Visando evidenciar as compreensões constituídas a partir de pressupostos interativos no âmbito de pessoas-com-tecnologia-digitais, o autor desenvolveu uma pesquisa com um grupo de professores de matemática de uma Escola Básica do estado de São Paulo. A investigação abordou o tema Homotetia e tópicos correlacionados. A pesquisa evidenciou que as atividades propostas provocaram reflexões a respeito do tema e que os professores reorganizaram seus pensamentos matemáticos a partir da manipulação das mídias, permitindo desse modo o desenvolvimento de discussão sobre Homotetia.

Oliveira (2014), abordando o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's), desenvolveu um estudo no qual buscou desenvolver uma metodologia diferenciada de ensino da geometria com o auxílio do *software Geogebra*. Essa investigação foi aplicada em uma turma do terceiro ano do ensino médio na Escola Liceu Vila Velha em Mossoró, Rio Grande do Norte. Nesse estudo, foram analisadas as opiniões dos alunos sobre o uso das TIC's em sala de aula, especificamente do *Geogebra* como ferramenta de ensino. A investigação demonstrou conclusões positivas relacionadas ao uso do *software*, sobre as dificuldades encontradas e perspectivas para sua aplicação futura.

Santos (2014), em seu estudo abordando o uso do *Geogebra* como recurso didático para ensino/aprendizagem, buscou analisar o desenvolvimento, a aplicação e a análise de uma sequência didática destinada a promoção da aprendizagem do esboço de gráficos e de funções que diferem de determinadas funções relacionadas a isometrias e Homotetias. Essa pesquisa foi desenvolvida com estudantes do Ensino Médio do município de Maceió, Alagoas. O estudo evidenciou que os alunos tiveram um ótimo desempenho no esboço de gráficos de funções que diferem de outras funções de gráficos previamente conhecidos pela composição de isometrias e Homotetias quando utilizado o *Geogebra*.

3.2 A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DA AULA NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

A formação continuada é essencial para o desenvolvimento do ensino/aprendizado em todas as áreas da educação. Nesse contexto, o estudo sobre o processo de ensino-aprendizagem consiste em um processo formativo, responsável por conduzir professores à reflexão de sua prática através de um trabalho eminentemente colaborativo, abordando sua prática profissional (BAPTISTA *et al.*, 2014).

Com o objetivo de criar condições para uma maior compreensão dos processos de raciocínio dos alunos por parte dos professores e, assim, contribuir para o seu desenvolvimento profissional, Baptista *et al.* (2014), demonstraram a necessidade de se desenvolver um olhar mais atento sobre a natureza das tarefas e propor em sala de aula processos de raciocínio aos seus alunos.

Guimarães (2015) buscou por meio de um estudo sobre a inserção tecnológica na formação continuada de docentes de matemática responder as seguintes questões: Como docentes de Matemática percebem a inserção tecnológica na formação continuada? Qual o interesse temático (de conteúdos etc.) dos educadores? O que eles consideram que interfere na utilização da tecnologia em suas aulas?

Nessa investigação, observou-se que os docentes participantes da pesquisa entendem que a formação continuada é essencial e necessária para o ensino e o seu aprendizado. No tocante as reflexões, os docentes reconhecem que a inserção tecnológica na formação também se configura como significativa no âmbito escolar. Houve um grande interesse temático pela Geometria e pela História da Matemática, dentre outras demandas associadas ao uso de *softwares*. Todos os docentes concordaram que, dentre as dificuldades em trabalhar com *software* no ensino de matemática, destaca-se o número insuficiente de computadores para uso dos alunos, fator esse que interfere na utilização dessa tecnologia em classe.

Os resultados obtidos demonstram que a inserção da informática educativa na formação continuada é necessária, de modo a promover a atualização, e mediante atividades relacionadas à sua prática, como foram as implementadas no PMCEO. Dessa forma, os apoios da direção da escola, bem como a infraestrutura adequada para a realização das atividades de formação, tornam-se imprescindíveis para uma maior efetividade das implementações (GUIMARÃES, 2015).

Nesse contexto, Souza (2014) descreve que com o crescimento da Educação a Distância, e dos benefícios trazidos pelos avanços tecnológicos a esta modalidade,

a utilização de plataformas, como ambiente virtual de aprendizagem, tem ganhado grande espaço na literatura. Em seu estudo que aborda a formação inicial de professores a distância no polo CEDERJ/UAB Paracambi: uma análise na licenciatura em matemática, o autor analisou o perfil dos integrantes da investigação e comprovou que a sua maioria é composta por jovens na faixa etária entre 22 e 26 anos, provenientes de escolas públicas e moradores da região metropolitana do Estado do Rio de Janeiro.

Os resultados obtidos evidenciaram um maior aproveitamento dos graduandos nas disciplinas de Introdução à Informática, Matemática Básica e Geometria Plana. A partir dessa observação, foram selecionados sete graduandos para acompanhamento de sua participação no cenário virtual. Foram analisados especialmente os acessos dos Licenciandos às disciplinas de Pré-Cálculo, Matemática Discreta e Instrumentação no Ensino de Geometria. Após análise, constatou-se que a maioria dos acessos é realizada durante os períodos de avaliações (presenciais e a distância) e que na disciplina de Instrumentação para o Ensino de Geometria, o número de acesso se manteve mais constante ao longo do período letivo (SOUZA, 2014).

A formação continuada do docente é a melhor forma de educar os professores e mantê-los sempre atualizados. Xavier (2016), ao analisar a interação dos professores cursistas que lecionam Matemática para a Educação de Jovens e Adultos (EJA), observou que mensagens que utilizam de tipologias ajudam a entender a intencionalidade do discurso, bem como perceber elementos como a presença da reflexão sobre a prática, estratégias e indícios que demonstram que professores repensaram sobre o assunto (Função Polinomial do 1º grau), na qual levaram em consideração a contextualização para o público de EJA

Logo, foi possível perceber, a partir das interações, que houve um amadurecimento dos profissionais envolvidos. Uma vez que, há grande dificuldade por parte dos docentes em atuar na EJA por conta da escassez de materiais didáticos, com abordagens diferenciadas para conteúdos e práticas pedagógicas. Outra observação interessante foi perceber que mensagens de cunho argumentativo tendem a impulsionar a continuidade da discussão. Sendo assim, propostas baseadas na experiência e no cotidiano docente tendem a ter mais relevância para a formação continuada (XAVIER, 2016).

Ponte *et al.* (2015) desenvolveram uma distinção entre exercícios, problemas e exploração, com atenção especial ao desenvolvimento do raciocínio matemático. O estudo propôs uma reanálise às tarefas propostas em sala a um grupo de alunos de cinco professores do 2º ciclo de ensino básico. Os resultados obtidos demonstraram que, a partir do trabalho efetuado no estudo de aula, os professores aceitam a distinção entre exercício, problema e exploração e valorizam a realização desse último tipo de tarefa. Como educadores, reconhecem, também, as representações pictóricas como base para a elaboração de estratégias de resolução de problemas pelos alunos. Além disso, passam a valorizar a realização de generalizações e justificações por parte dos alunos, reconhecendo que esses são, por vezes, capazes de surpreender o professor pela originalidade das suas estratégias de resolução dos problemas. Além de que, a partir de reflexões, os professores assumem também que devem ser propostas aos alunos tarefas de natureza diversificada, incluindo atividades com um certo nível de desafio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do presente Estado da Arte se levou a uma compreensão mais clara sobre o tema abordado e, a partir das leituras realizadas, tornou-se melhor a busca por materiais para o desenvolvimento da dissertação posteriormente.

Constatou-se que o termo Homotetia ainda é pouco explorado pelos professores de matemática e, principalmente, que existe um *software* chamado *Geogebra* que auxilia no ensino de Geometria Plana.

Conclui-se que há muitos conceitos, métodos e práticas pedagógicas a serem explorados em prol do ensino/aprendizado, e que, para que esses novos conceitos sejam aprimorados, faz-se necessário que os docentes continuem se aprimorando para poderem transmitir conhecimento com maior qualidade aos seus alunos.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Wellington Alves de. O *Geogebra*: uma experimentação na abordagem da função afim. 2014. 177f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe: SE, 2014.

BAPTISTA, Mônica *et al.* Aprendizagens profissionais de professores dos primeiros anos participantes nun estudo de aula. **Educação em Revista**. Belo Horizonte.v.30 n.04 p. 61-79. Outubro-Dezembro 2014

BAIRRAL, M.A.; GIMÉNEZ, J. e TOGASHI, E. Desenvolvimento profissional docente baseado na WEB: perspectivas para a Educação Geométrica. Rio de Janeiro, Boletim GEPEM nº 39, p. 25-36, set./2001.

GUIMARÃES, Wanuzza Nogueira. **Um estudo sobre a inserção tecnológica na formação continuada de docentes de matemática**. 2015. 120f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro: RJ, 2015.

JAVARONI, Sueli Liberatti. **Abordagem geométrica**: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 2007. 231 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102149>>. Acesso em 15 de out. de 2017.

NUNES, Célia Barros. O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 2010. 430 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2010. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102122>>. Acesso em 15 de out. de 2017.

OLIVEIRA, Francisco Diego Moreira. **O software Geogebra como ferramenta para o ensino da geometria analítica**. 2014. 62f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi – Árido, Mossoró: RN, 2014.

PONTE, João Pedro da *et al.* Exercícios, problemas e exploração: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, Vol. XXIV, Nº 2, 2015

SOUZA, Robson Marques de. **Formação inicial de professores a distância no polo CEDERJ/UAB Paracambi**: uma análise na licenciatura em matemática. 2014. 91 p. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2014

XAVIER, Gisele Pereira de Oliveira. **Formação Continuada para EJA**: Análise de Interações Docentes em Matemática em um fórum de discussão. 2016. 116 p. Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares. Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2016

YIN, R. K. **Estudo de caso**: Planejamento e Métodos. Porto Alegre: Bookman, 2010

SEÇÃO III - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seção III a seguir aborda, através de revisão bibliográfica, um breve levantamento histórico sobre a Geometria, o seu desenvolvimento e surgimento e o seu papel na aprendizagem da Homotetia, descrevendo as vantagens em se desenvolver as transformações geométricas, elencando a questão do uso das tecnologias da informação e a importância de se buscar novas didáticas de ensino voltadas para o ensino de matemática.

3.1 CAMINHO DA GEOMETRIA E O SEU PAPEL NO ENSINO DE HOMOTETIA NA ESCOLA

O ensino de Geometria se tornou relevante para o aprendizado e compreensão de vários ramos da Matemática e outras áreas do conhecimento. Observa-se que a geometria está inserida em quase todas as situações cotidianas, como, por exemplo, o ambiente ao nosso redor, nas pessoas, nas representações do homem, na televisão, nas funções da internet, dentre outros (BOYER, 1996, p.6).

Não há um consenso na literatura acerca do período em que se iniciou o pensamento geométrico. Sabe-se que as primeiras manifestações, que hoje conhecemos como pensamento geométrico, iniciaram por volta de 3000 mil anos, período em que os egípcios iniciaram seus primeiros estudos relacionados à geometria (WALDOMIRO, 2011, p.16).

Nesse período, o homem primitivo iniciou o desenvolvimento das primeiras formas de representação dos seus desejos e crenças. Os diversos desenhos e figuras criadas pelo homem neolítico em cavernas “sugerem sua preocupação relacionada a questões espaciais, dando origem aos primeiros passos a geometria”, em todos os artefatos confeccionados neste período -potes, tecidos, cestos – mostram exemplos de congruências e simetria, que são os primeiros desenhos geométricos dessa civilização (BOYER, 1996, p.7).

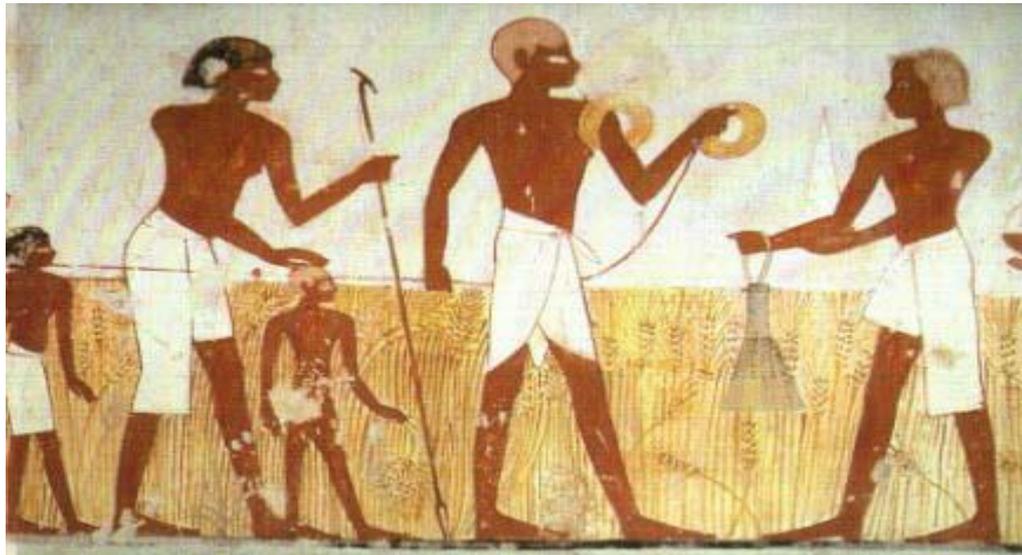
Os autores Toledo e Toledo (1997, p. 12) corroboram esse entendimento ao descrever que sobre as verdadeiras origens da geometria nada se pode afirmar. Entretanto, a mais de seis mil anos que os primórdios aprenderam a utilizar a escrita, passando a documentar e ilustrar a vida cotidiana da comunidade e os costumes dos povos (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p.12).

Ao se descrever a história a sua história, referem-se à divisão das terras do *Rio Nilo* como os primeiros estudos, em que se realizou a representação do uso da demarcação de terras e construção das pirâmides egípcias.

Eves (2014), *apud* por Waldomiro (2011, p.23), enfatiza que os créditos sobre os primeiros estudos abordando a Geometria demonstrativa devem ser dados à Tales, e complementa que, a geometria já vinha sendo utilizada mesmo com a ausência dos símbolos numéricos. Outros referenciais descrevem que o mesmo e complementam que somente após a morte de Alexandre, o Grande, e após a construção da cidade de Alexandria e da famosa Universidade de Alexandria, é que a geometria passou a ser reconhecida (WALDOMIRO, 2011, p.17).

Dentre as ilustrações antigas que demonstram o trabalho da civilização antiga e a utilização da geometria, podemos destacar a seguinte imagem:

Figura 1- Mural egípcio de 3.000 anos (detalhes) retratando o trabalho de agrimensores e escribas. Tumba de *Menna*, Egito.



Fonte: Toledo; Toledo (1997).

A figura 1 retrata o trabalho dos geômetras egípcios – homens esticadores de cordas -, esses homens utilizavam as cordas para traçar as bases dos templos ou realinhar demarcações apagadas de terras. No período neolítico, os desenhos e figuras deixados em paredes de cavernas e artefatos demonstram que já existiam naquele tempo a preocupação com relações espaciais, à vista disso, sugere-se que tais preocupações abriram caminho para a geometria.

Embora muitos não tenham essa percepção, na atualidade utilizamos matemática e geometria em todos os âmbitos, como, por exemplo, na natureza, na arquitetura, na arte, na tecnologia e na educação.

Frente ao exposto, é possível afirmar que, desde a sua origem até os dias atuais, a geometria continua sendo importante para a compreensão e desenvolvimento de atividades humanas. Conforme adverte Lorenzato (1995, p. 13) em suas ideias sobre a relevância da Geometria:

- a) É necessária na resolução de situações diárias da vida, que necessitam do desenvolvimento do pensamento geométrico e do raciocínio visual;
- b) Agrega um papel importante na formação das pessoas, pois, sem ela a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida apenas a visão da Matemática e acaba apresentando distorções nas resoluções de problemas;
- c) Sua relevância no cotidiano é apresentada quando trabalhamos conceitos de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhanças, proporcionalidade, medição – comprimento, área, volume -, simetria;
- d) É necessária durante o desenvolvimento infantil, já que em inúmeras situações escolares são exigidas percepção espacial, tanto na Matemática – algoritmos, medições, valor posicional, séries, sequencias e outros -, quanto na leitura e escrita.

Diante dessas informações, é possível afirmar que a Geometria é de grande importância para o desenvolvimento do conhecimento, sobretudo, para o ensino/aprendizagem escolar, sendo que a mesma serve de base para o desenvolvimento humano.

Assim sendo, deve ser vista pelos educadores como necessária ao desenvolvimento cognitivo dos alunos, sendo uma área do conhecimento que se liga a diversas outras áreas, facilitando o entendimento de conceitos abstratos. Sobre esse entendimento, Pavanelo (2002, p.81) declara que:

[...] a Geometria é importante para a formação do aluno, uma vez que ela permite o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível.

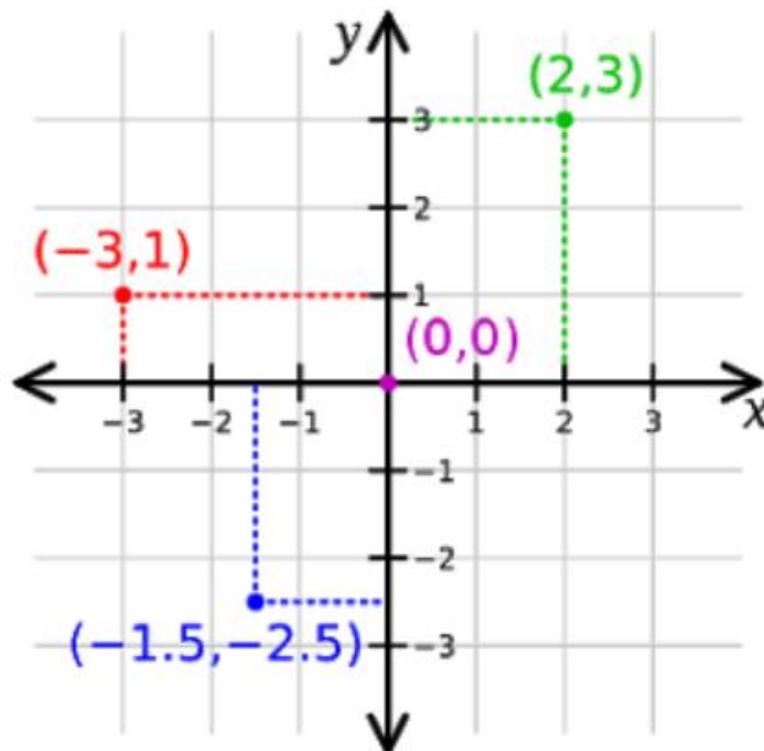
Entretanto, para que os educadores possam ensinar Geometria corretamente, faz-se necessário conhecer e compreender cada tipo de geometria, a qual se divide em: Geometria Analítica; com complexos; Descritiva; Esférica; Euclidiana; Fractal; Projetiva; Ortogonal; Trigonometria.

3.1.1 Geometria Analítica

Também conhecida como Geometria de Coordenadas e Geometria Cartesiana, a Geometria Analítica é o estudo dos princípios da álgebra. Nessa modalidade, é usado o sistema de coordenadas cartesianas para manipular equações para planos, retas, curvas e círculos, geralmente em duas dimensões, podendo também se manipular em três ou mais dimensões (Imagem 1).

Os primeiros estudos envolvendo a Geometria Analítica se deram em meados do século XVII, quando o filósofo e matemático René Descartes (1596-1650), inventor das coordenadas cartesianas, permitiu a representação numérica de propriedades geométricas.

Figura 2 – Representação com o *Geogebra* do Sistema de coordenadas Cartesianas



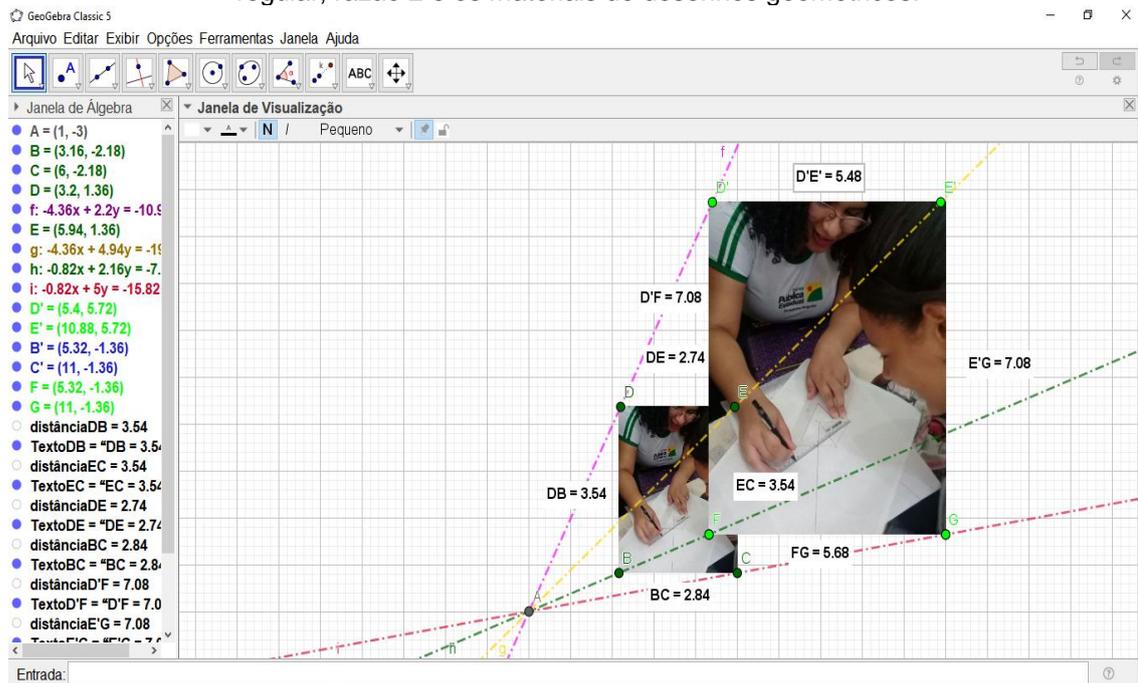
Fonte: Geometria Expert

Conforme podemos observar a geometria analítica é uma forma simples de definir formas geométricas de modo numérico, a partir das coordenadas cartesianas é possível extrair informações da representação. O resultado obtido pode ser um vector ou uma forma.

3.1.2 Geometria com Complexos

A geometria com complexos é utilizada para facilitar a resolução de contas e problemas com números complexos, como por exemplo, um complexo em sua forma algébrica $z = a + bi$, tendo como parte real a e b e parte imaginária representada pela letra i , sendo a raiz quadrada de -1 , como representado pela imagem a seguir (2).

Figura 3- Transformação geométrica Homotetia realizada pelas alunas do 9º A, utilizando o polígono regular, razão 2 e os materiais de desenhos geométricos.



Fonte: Própria Pesquisadora (2019).

Para a resolução dessa equação com número complexo ($z = a + bi$), deve-se primeiramente interpretá-la como um ponto no plano de *Argand-Gauss*, no qual pode ser trabalhado da mesma forma que no plano cartesiano, tendo seus afijos (pontos (x,y)) em a como x e b como y .

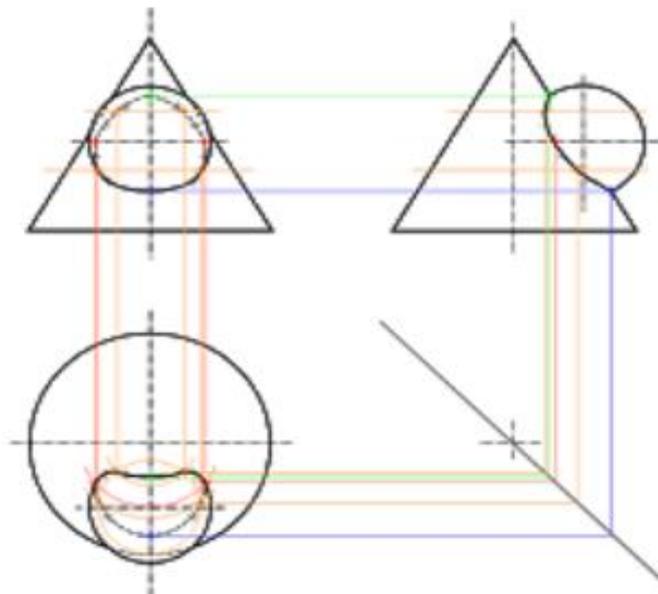
Na figura 3, o ponto no círculo é o **afixo** de z com as coordenadas (a,b) . O módulo por definição é a distância de um ponto até a origem, enquanto que o módulo do complexo z representado por $|z|$ pode ser deduzido através da geometria analítica $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

3.1.3 Geometria Descritiva

A Geometria Descritiva, desenvolvida por Gaspard Monge, tem por finalidade representar objetos de três dimensões. Esse método causou um grande impacto no desenvolvimento tecnológico desde sua sistematização.

Também chamada de geometria mongeana ou método de monge, visa representar objetos em três dimensões em um plano bidimensional.

Figura 4 - Representação de sólido composto pela união entre uma esfera e um cone, que demonstra em é pura o traçado da Geometria Descritiva.



Fonte: Geometria Expert.

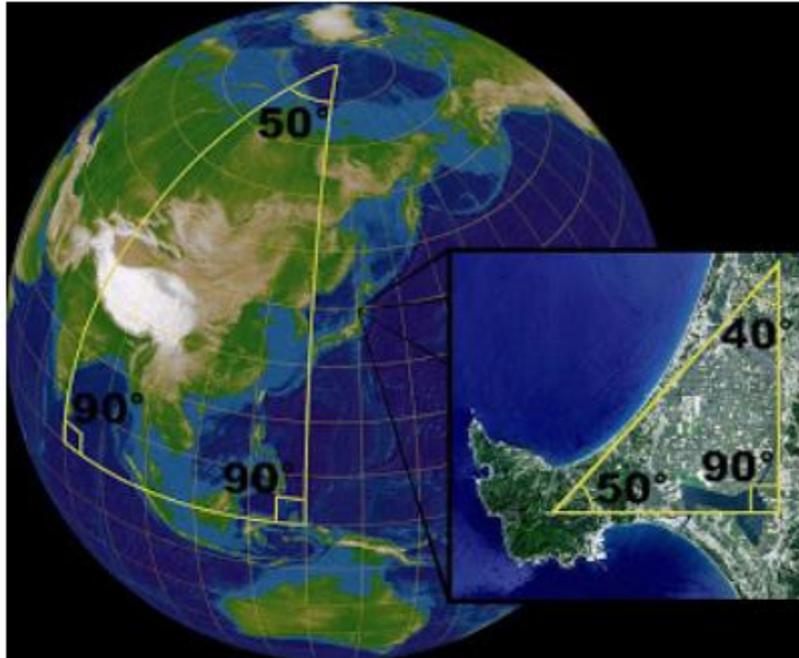
Na figura 4 são visualizadas figuras geométricas uma esfera e um cone, as quais durante a representação se unem e forma apenas uma só figura. A geometria descritiva devido a sua importância, foi tratada com atenção e considerada, no início, como segredo de Estado.

3.1.4 Geometria Esférica

A Geometria Esférica, também conhecida como geometria da superfície bidimensional de uma esfera, é um método de geometria não euclidiana. É considerada como o modelo mais simples da geometria elíptica, em que uma linha

não possui nenhuma outra paralela através de um dado ponto. Entretanto, quando em contraste com a geometria hiperbólica, na qual uma linha tem duas paralelas, é um número infinito de ultra paralelos, através de um dado ponto.

Figura 5 – Modelo de Geometria Esférica



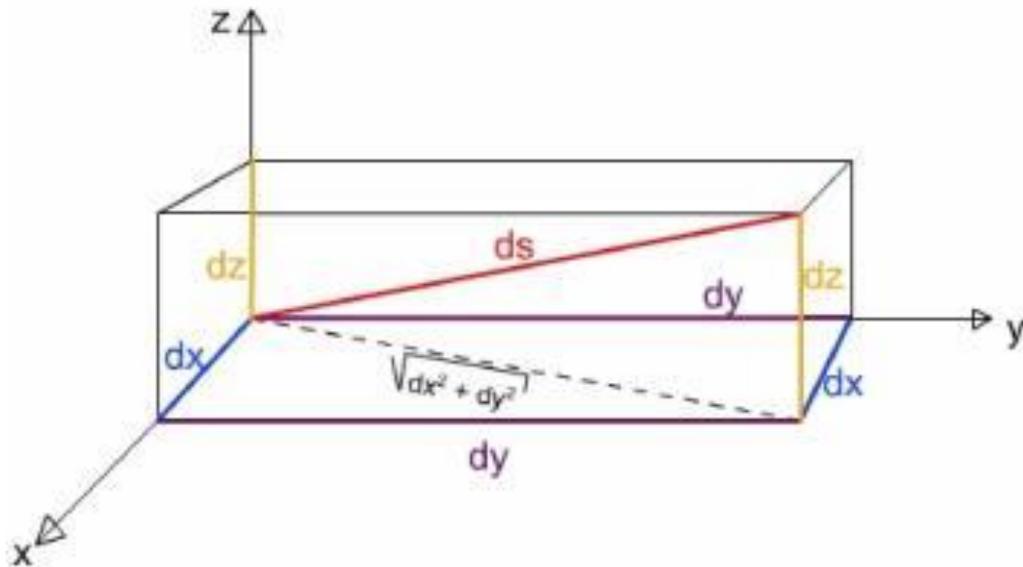
Fonte: Geometria Expert.

Observando-se a figura 5, é possível verificar que em uma esfera a soma dos ângulos de um triângulo não é igual a 180° e, portanto, uma esfera não é um espaço euclidiano, mas localmente as leis da geometria euclidiana são boas para se calcular aproximações. Desse modo, em um pequeno triângulo na face da Terra, a soma dos ângulos é muito próxima de 180° . Uma esfera pode ser representada por uma coleção de mapas de duas dimensões. Logo, uma esfera é uma variedade.

3.1.5 Geometria Euclidiana

A Geometria Euclidiana, desenvolvida por Euclides de Alexandria, consiste na geometria sobre planos ou objetos em três dimensões, resume-se em assumir um pequeno conjunto de axiomas intuitivos, e então provar várias outras proposições (teoremas) a partir desses axiomas.

Figura 6 – Expressão de distância entre dois pontos



Fonte: Moura, 2018.

A figura 6 evidencia que na matemática o princípio da Geometria Euclidiana descreve que linhas retas ou planos permanecem sempre a uma distância fixa uns dos outros, independentemente do seu comprimento.

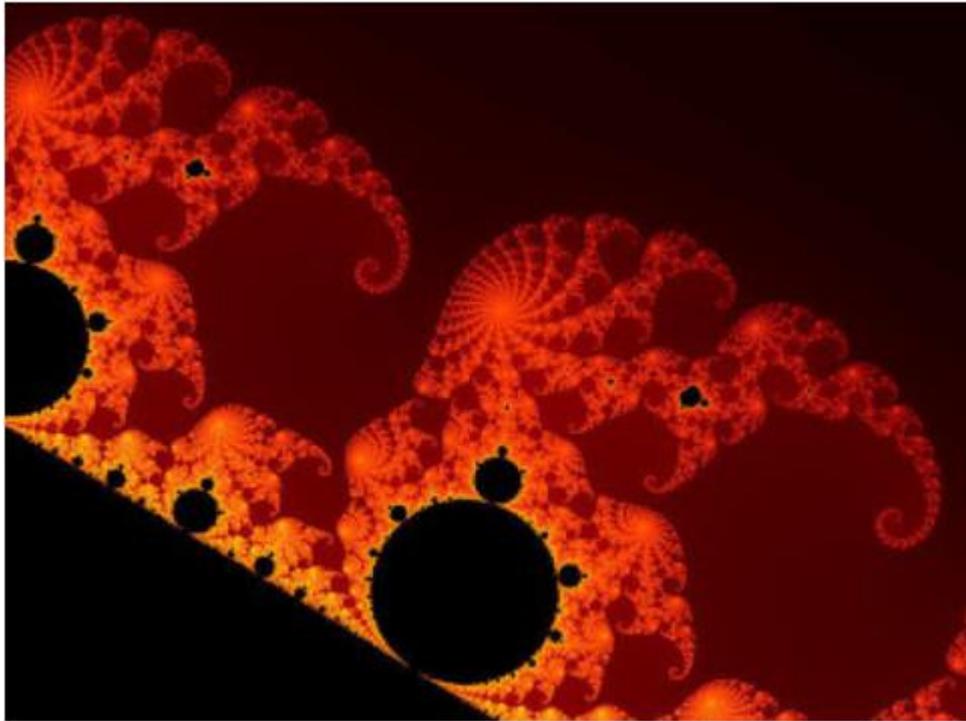
3.1.6 Geometria Fractal

A palavra Fractal é de origem latim, do termo *Fractus*, que significa fração, quebrado, e consiste em figuras da geometria não-Euclidiana. Esse termo foi criado pelo matemático francês *Benoît Mandelbrot* em 1975.

A Geometria Fractal é o ramo da matemática que tem como objetivo estudar as propriedades e comportamento dos fractais ou curva monstro - é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original, como demonstra a Imagem 6.

O conjunto de *Mandelbrot* é um famoso fractal, a literatura descreve que a geometria fractal descreve muitas situações que não podem ser explicadas facilmente pela geometria clássica, por esse motivo foram aplicadas em ciência, tecnologia e arte gerada por computador. É muito utilizada em tentativas de medir o tamanho de objetos para os quais as definições tradicionais baseadas na geometria euclidiana são falhas.

Figura 7 – Conjunto de *Mandelbrot*

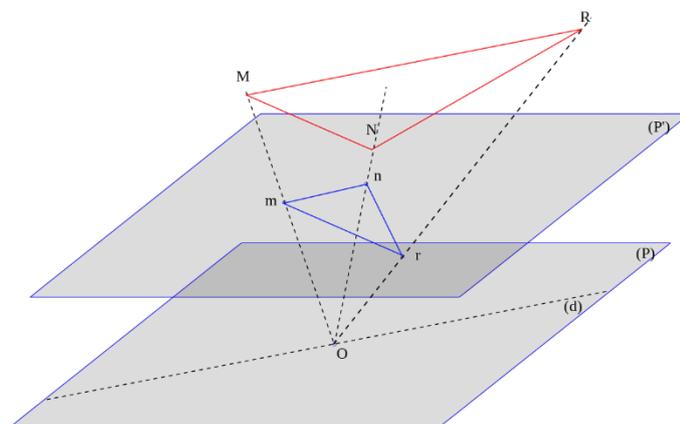


Fonte: Geometria Expert

3.1.7 Geometria Projetiva

A Geometria Projetiva ou, somente, Projetiva, como também é conhecida, é o estudo das propriedades descritivas das figuras geométricas. Foi consolidada a partir de publicações de *Jean Victor Poncelet*, intituladas “Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras”.

Figura 8 – Plano Projetivo



Fonte: Geometria Expert.

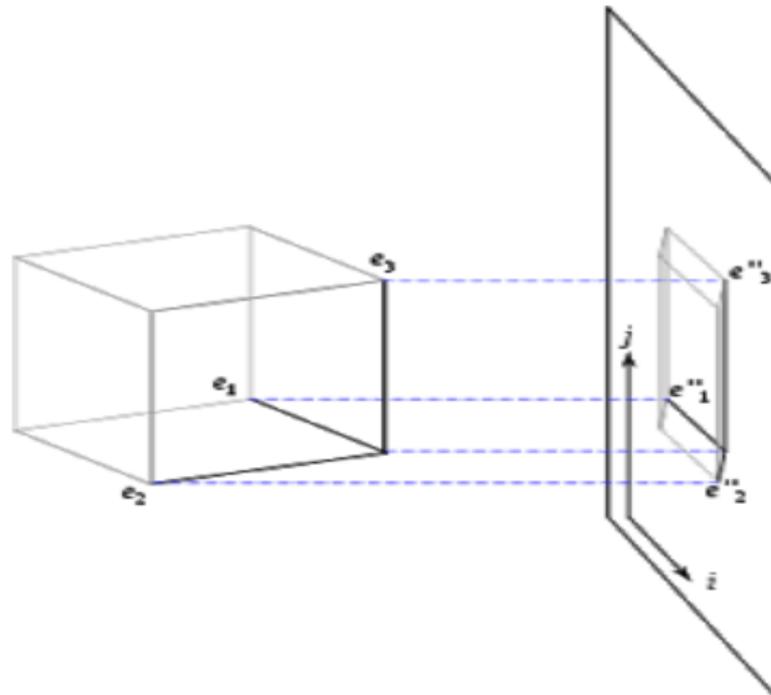
Através da figura 8 podemos afirmar que a geometria projetiva estuda uma figura projetada a partir de um ponto, ocupando-se das propriedades dessa figura, em razão disso, também é conhecida como a geometria das sombras, principalmente por estudar perspectivas.

3.1.8 Geometria Ortogonal

Este tipo de geometria consiste em uma representação de um hiperplano de k , dimensões de um objeto que tem n dimensões, considerando $k < n$.

Há uma convergência na literatura abordando sua origem, contudo, sabe-se que uma projeção é obtida intersectando retas (ou planos), contendo cada ponto do objeto, perpendiculares (ortogonais) ao hiperplano de representação, como o exemplo demonstrado na figura 9.

Figura 9 - Projeção ortogonal de um cubo sobre um plano



Fonte: Geometria Expert.

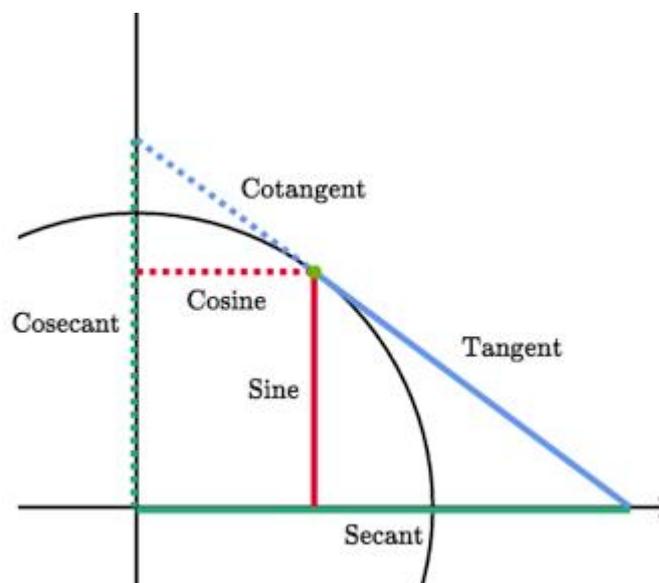
Embora no dia a dia não estejamos habituados com o nome Geometria Ortogonais, esse método de projeção ortogonal é muito utilizado em cartografia e

como técnica de análise em algumas disciplinas de geologia, como a geologia estrutural.

3.1.9 Trigonometria

O termo Trigonometria, do grego *Trigonon* “triângulo” + *Metron* “medida”, consiste em um ramo da matemática que estuda os triângulos, em especial triângulos em um plano onde um dos ângulos do triângulo mede 90° graus (triângulo retângulo).

Figura 10– Representação Trigonométrica



Fonte: Geometria Expert.

A trigonometria estuda as relações entre os lados e os ângulos dos triângulos; as funções trigonométricas e os cálculos baseados nelas. Essa área possui diferentes, e importantes, aplicações, tanto em matemática pura, quanto na matemática aplicada e, conseqüentemente, nas ciências naturais.

Apesar da relevância do ensino da Geometria para o desenvolvimento do aluno, ao longo dos anos o que observamos é que a mesma tem sido esquecida e deixada de lado no ensino em séries iniciais, o que tem prejudicado muito a formação dos alunos do Ensino Fundamental, em especial, pois quando chegam nas séries avançadas - Ensino Médio e Superior -, devido a falta do conhecimento geométrico

acabam apresentando dificuldade no aprendizado de novos conteúdos que necessitam desses conhecimentos, tais como: medidas, projeções, transformações geométricas e outros.

Brasil (2000) descreve que diversos fatores são apontados como razão para isso. Alguns autores apontam para a influência do movimento conhecido como Matemática Moderna e a sua excessiva preocupação em aproximar a escola à chamada Matemática pura, que vem a comprometer o ensino do cálculo, da Geometria e das medidas.

Outro fator que torna deficiente a formação dos professores, com o uso de aplicativos digitais e de materiais de desenho manipuláveis em matemática, com relação à Homotetia, e o não aprendizado da Geometria, é a deficiência dos professores de Matemática, que contribui para esse quadro, uma vez que muitos deles não conhecem a Geometria, o que faz com que eles não a ensinem aos seus alunos.

Sobre essa constatação, estudos apontam levantamentos de inúmeros casos, como, por exemplo, uma pesquisa realizada por Lorenzato (1993), intitulada “Os porquês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores”, na qual foram entrevistados 255 professores, com cerca de 10 anos de docência, que ensinavam da 1ª a 4ª série. Nessa pesquisa foram aplicadas oito questões propostas por estudantes que envolviam a Geometria Plana – conceito de ângulo, paralelismo, perpendicularismo, círculo, perímetro, área e volume -. Ao final da pesquisa, após a correção das questões, os resultados foram muito ruins, pois os professores participantes erraram todas as questões.

Essa problemática se estende até os cursos de Graduação de Bacharel e Licenciatura em Matemática. Segundo pesquisas de Pavanelo (2002, p. 92), os conteúdos de Geometria são poucos ensinados. Tal fato faz com que diversos professores não se sintam capazes ou com condições de ensiná-la.

Na condição de professora do 9º ano do ensino fundamental, e discente do curso de mestrado profissional, corroboro com o entendimento de Pavanelo (2002) sobre as dificuldades relacionadas ao ensino de Geometria no ensino superior, seja pelo curto tempo para a abordagem desse conteúdo ou devido a crença de que aqueles que optam pela área conhecem os diversos temas que a envolvem. Observo que os assuntos durante a graduação, e também ao longo da pós-graduação, eram abordados de maneira superficial.

3.2 INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Muitos trabalhos acadêmicos têm sido desenvolvidos correlatando as investigações na área de matemática. Os objetivos dessas pesquisas abordam desde o conhecimento dos professores, como os resultados obtidos por intermédios das tarefas investigativas.

Nesse contexto, os autores Pontes, Brocardo; Oliveira (2016, p.14) acrescentam que investigar consiste em “procurar e conhecer o que não se sabe”. O termo investigação pode ser utilizado em diferentes contextos, podendo ser no âmbito científico, criminal, sobre causas ou até mesmo descobrir relações entre objetos e conhecimentos.

Os autores como Tudella *et al.* (1999, p.11), Ponte (2006, p.4) e Lamonato (2007, p.9) corroboram com esse entendimento ao afirmar que uma das formas de investigação pode ser utilizada no desenvolvimento de trabalhos diferenciados em salas de aulas de matemática, que consiste na Investigação Matemática.

Documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Diretrizes Curriculares da Educação Básica (DCE) dão grande significância à realização das atividades de investigação em matemática, cujo objetivo consiste em pesquisas focadas no ensino e na aprendizagem dessa ciência (SANTOS; BELLINE, 2013, p.12).

Vale ressaltar que a investigação matemática na pesquisa brasileira em Educação Matemática teve seu marco em 2004 com a publicação da dissertação de Castro (2004), na qual a pesquisadora investigou sua própria prática pedagógica em busca do papel desempenhado pela experiência com investigações matemáticas em sala de aula para a sua constituição como professora de Matemática (LAMONATO, 2007, p.13).

Não obstante seja consenso a afirmação acima, Ponte (2003, p.2) defendeu:

[...] investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado.

A investigação matemática possibilita ao aluno pensar e partir de uma dinâmica que prevê observações, descobertas, erros, acertos e fundamentalmente decisões (LAMONATO, 2007, p.21).

Nesse mesmo sentido, Ponte *et al.* (1999, p.134) complementam que:

As investigações matemáticas fornecem um bom contexto para que os alunos compreendam a necessidade de justificar as suas afirmações, ao expressar o seu raciocínio junto do professor e dos colegas. Ao confrontar as diferentes conjecturas e justificações propostas por diversos alunos, a turma estabelecesse como uma pequena comunidade matemática, interagindo constantemente, onde o conhecimento matemático se desenvolve como um empreendimento comum.

Uma investigação matemática se desenvolve a partir do desejo de resolver um ou mais problema, iniciando-se pelo evento de identificar claramente o problema a resolver, o que estreita a relação entre problemas e investigação (PONTES; BROCARD; OLIVEIRA, 2016).

Entretanto, para que se desenvolva uma investigação em matemática se faz necessário a distinção de dois termos que atuam em conjunto, porém adquirem conceitos e objetivos distintos (Tarefas e Atividades Investigativas).

A palavra tarefa é derivada do inglês “*task*”, que significa “a proposta de trabalho”, a qual o professor apresenta aos seus alunos, que acaba se envolvendo em “atividade” matemática para poder ser resolvida (CUNHA, 2000 *apud* LAMONATO, 2007, p.15).

Percebe-se que as atividades de investigação são atividades que buscam construir o conhecimento dos alunos, fazendo com que os mesmos possam deduzir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar e apresentar os resultados tanto na comunicação oral quanto na escrita.

Segundo os pesquisadores Ponte, Borcarde e Oliveira (2003, p. 13) e Oliveira, Segurado e Ponte (1996, p.6) uma atividade de investigação é desenvolvida em três fases, são essas:

a) **Introdução da atividade:** Nessa fase, o professor possui um importante papel, fazendo a proposta aos alunos, seja de maneira oral ou escrita, buscando envolvê-los para a sua realização. A leitura do enunciado com a turma pode garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta.

b) **Realização da investigação:** O professor deve estar atento a todos os trabalhos, ajudando a superar bloqueios ou enriquecer a sua investigação. É nesse momento que os alunos deverão formular questões, conjecturas e hipóteses, buscando justificá-las.

c) **Apresentação e discussão do resultado:** Nessa fase, é realizada a socialização das tarefas, os alunos terão a oportunidade de pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, levando-o a refletir sobre o desenvolvimento da atividade e sobre os resultados obtidos, ou a falta deles.

Diante do exposto, conclui-se que a tarefa é a proposta de trabalho, enquanto que a atividade consiste na ação de quem se propõe a desenvolvê-la. Nesse contexto, cabe ao professor-investigador-pesquisador apoiar o trabalho dos alunos, de modo a garantir que sejam atingidos os objetivos estabelecidos para a atividade.

O preparo e a organização de uma aula incluindo atividades investigativas, devem ser tão importantes quanto à aula. O professor é responsável por manter um diálogo com os alunos a partir do momento em que esses estão resolvendo a atividade proposta.

3.3 O PAPEL DAS TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

A literatura descreve que a matemática por muito tempo foi considerada pelos alunos como sendo uma disciplina de difícil entendimento, alguns a temia enquanto outros a amava. Dentre as explicações sobre a razão do insucesso na disciplina de Matemática, Santos (2013, p.21) descreve que para os alunos “a disciplina é extremamente difícil de compreender” e complementa que “no seu entender, os professores não a explicam muito bem e não buscam tornar o ensino interessante”.

Na condição de educadora, em uma tentativa de mudar essa visão, tenho estudado novas formas de ensino por meio de inserção de novas ferramentas, como o uso de computadores, materiais manipuláveis, jogos e aplicativos.

Hashe (2008, p.12) afirma que a utilização de novas metodologias de ensino é de grande importância por promover a efetivação e motivação dos aprendizes – alunos – em lidar com novas situações e a partir das dificuldades encontradas construir o seu conhecimento. Desse modo, as tarefas investigativas devem gerar situações que incentive revisar os conceitos matemáticos e criar motivações para os

novos desenvolvimentos teóricos, fazendo com que o aluno seja confrontado com as dificuldades e a partir delas busque novas formas de resoluções do conteúdo aplicado.

Entretanto, observo em sala de aula que devido os avanços tecnológicos, a facilidade de contato com as Tecnologias da Informação e Computação (TIC's), que facilitou o manuseio de cálculos em pequenas calculadoras, celulares e outros aparelhos, fez com que os alunos tenham desinteresse em utilizar materiais manipuláveis como papel, régua, compasso, transferidor e lápis para desenvolver cálculos matemáticos.

Pereira (2012), ao investigar o uso do *software Geogebra* em escolas públicas, mostrando uma nova relação professor-aluno, proporcionando a interação entre eles em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio, o autor buscou desenvolver uma modelagem matemática, que o professor construísse uma nova prática pedagógica ligada às relações cotidianas dos alunos.

Com relação a modelagem matemática, Pereira (2012, p.18) ressalta que sua utilização é de grande importância para a Educação Básica, pois os alunos seriam capazes de formular e resolver problemas estimulando o raciocínio matemático, proporcionando uma nova relação entre o professor-aluno, sendo que professor deixaria de ser conhecedor de tudo e passaria a ser um mediador.

Orienta-se que os educadores devem se profissionalizar e buscar inserir de forma educativa as novas tecnologias de ensino. D'Ambrósio (2002, p. 38) descreve que

[...] temos com o auxílio da informática e com o crescente ramo da programação vários *softwares* e aplicativos que possuem o objetivo de aprender, ensinar e de trabalhar com a Matemática.

O presente texto versa sobre a contribuição da tecnologia para o ensino de matemática e a necessidade de formação dos envolvidos no processo de ensino/aprendizagem. Além de proporcionar uma nova aprendizagem para os estudantes com a utilização do *software Geogebra* em Geometria.

Inúmeros trabalhos abordando o papel do professor na era da tecnologia nos remetem a uma condição para que o professor atue como investigador, relacionando o desejo de assumir um papel de investigador e um estilo de pensamento associado ao modelo de professor cada vez mais investigativo.

D'Ambrosio (1996, *apud* Abreu, 2008, p.71) descreve sobre o professor investigador e comenta que “[...] o professor investigador é aquele que observa, questiona e aprende cada vez mais sobre sua prática e seus alunos. Com isso ele altera sua prática, na busca da melhoria do ensino de matemática para seus alunos”.

Camargo (2006, p.15), ao investigar sobre tarefas investigativas de matemática com três alunas de 8ª série do Ensino Fundamental II, observou que as mesmas apresentaram bastante dificuldade durante as resoluções das atividades, e concluiu que as mesmas se envolvem em atividades investigativas de matemática, considerando que essas alunas não estão habituadas a trabalhar nesse tipo de atividade – Tarefas Investigativas -, na disciplina de Matemática.

Filho (2014, p.22), ao analisar uma proposta de ensino de matemática utilizando materiais concretos e manipuláveis, abordando os assuntos de Homotetia e semelhança de triângulos em duas turmas de uma escola estadual na cidade de Manaus, utilizou duas técnicas para validar suas hipóteses sobre dois modelos de ministrar o mesmo conteúdo, a primeira consistiu em introduzir o conceito de Homotetia e o outro apenas o de semelhança de triângulos, acompanhado de atividades em equipe e individual. O autor concluiu que a primeira hipótese está associada à prática docente, que depende dos saberes científicos, dos saberes docentes e dos recursos didáticos utilizados, enquanto que a segunda consiste na intervenção didática, e para o desenvolvimento dessa hipótese sugeriu algumas atividades com materiais concretos e manipuláveis, pois observou que esta sugestão fez com que a utilização dos materiais concretos contribuísse para a construção do conceito de semelhança de triângulos.

O uso de novas didáticas com o intuito de melhorar a compreensão e aprendizado de matemática, levou Lima (2016, p.18) a investigar um novo método de inserir a utilização de tecnologias em atividades/problemas ligadas à Homotetia. O autor desenvolveu uma pesquisa com um grupo de professores de matemática de uma Escola Básica do Estado de São Paulo, visando evidenciar as compreensões constituídas a partir de pressupostos interativos no âmbito de pessoas-com-tecnologias-digitais. O estudo abordou o tema Homotetia e tópicos correlacionados. Ao fim, pode-se concluir que as atividades propostas provocaram reflexões a respeito do tema, e que, os professores reorganizaram seus pensamentos matemáticos a partir da manipulação das mídias, permitindo o desenvolvimento de discussão sobre Homotetia.

Oliveira (2014, p.18), abordando o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's), desenvolveu um estudo no qual buscou elaborar uma metodologia diferenciada de ensino da geometria com o auxílio do *software Geogebra*. Essa investigação foi aplicada em uma turma do terceiro ano do ensino médio na Escola Liceu Vila Velha em Mossoró, Rio Grande do Norte. Nesse estudo foram analisadas as opiniões dos alunos sobre o uso das TIC's em sala de aula, especificamente do *Geogebra* como ferramenta de ensino. A investigação demonstrou conclusões positivas relacionadas ao uso do *software*, sobre as dificuldades encontradas e perspectivas para sua aplicação futura.

Santos (2014, p.14), em seu estudo abordando o uso do *Geogebra* como recurso didático para ensino e aprendizagem, buscou analisar o desenvolvimento, a aplicação e a análise de uma sequência didática destinada a promoção da aprendizagem do esboço de gráficos e de funções que diferem de determinadas funções relacionadas a isometrias e homotetias. Essa pesquisa foi desenvolvida com estudantes do Ensino Médio do Município de Maceió, Alagoas. O resultado evidenciou que os estudantes tiveram um ótimo desempenho no esboço de gráficos de funções que diferem de outras funções de gráficos previamente conhecidos pela composição de isometrias e homotetias quando utilizado o *Geogebra*.

Baptista *et al.* (2014, p.16) descrevem em sua pesquisa a importância dos professores darem atenção à percepção, raciocínio e reflexões dos alunos durante as práticas de ensino.

Pontes (2006, p.12,) descreve que para os matemáticos, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou entre esses e novos objetos matemático, procurando identificar e comprovar as respectivas propriedades. Partindo deste pressuposto, entende-se que investigar é procurar conhecer o que não se sabe ou não se compreende.

Logo, a investigação matemática consiste em uma questão que parte do geral ou de um conjunto de informações pouco estruturada a partir das quais se procura formular uma questão mais precisa e sobre ela produzir diversas conjecturas. Após a realização da mesma, testam-se essas conjecturas, onde algumas dessas perante contraexemplos poderão ser excluídas. Outras, mesmo parecendo não estarem inteiramente corretas, poderão ser aperfeiçoadas futuramente. Ao longo desse processo, outras conjecturas poderão se revelar, novas questões serão formuladas, abandonadas em parte ou no todo. As questões que resistirem no decorrer de todo o

processo investigativo ganham credibilidade, estimulando a realização de novos testes e provas, até lhes conferir validade matemática (PONTES *et al.*, 1999, p. 20).

Em síntese, as atividades investigativas tendem a promover junto ao professor novas formas de ensino e propor aos alunos atividades desafiantes, cujo objetivo seja o aprendizado de várias formas – tradicional ou inovador -, mantendo-se atualizado e fazendo uso das novas tecnologias ao seu favor.

Essa investigação, diferentemente de outras pesquisas já desenvolvidas abordando a temática Homotetia, tende a demonstrar aos docentes de matemática a necessidade de se elaborar novas formas de ensino, principalmente aprimorando os conhecimentos adquiridos dos alunos.

3.4 ENSINO E APRENDIZAGEM DA HOMOTETIA

No ensino fundamental, em especial durante o ano letivo do 9º ano a geometria é trabalhada durante o quarto bimestre, período que compreende a reta final.

Dentre a bibliografia disponível para consulta, foram verificadas as seguintes obras (Quadro 1):

Quadro 1- Livros de matemática analisados.

Autor/Ano	Título	Como aborda o tema Homotetia
Joamir Souza Patrícia Moreno Pataro	Vontade de saber matemática, 9º ano. 2015.	O livro não traz em seu sumário o tema Homotetia, contendo o conteúdo de Semelhança. Sendo que de forma camuflada apresenta o conteúdo de homotetia na pág. 159 e sem detalhar muito.
Mara Regina Garcia Gay	Projeto Aribabá: Matemática. 2014	O livro não traz em seu sumário o tema Homotetia, contendo o conteúdo de Semelhança e Relações no Triângulo e em nenhuma página comenta sobre o conteúdo de homotetia.
Luiz Roberto Dante	Projeto Teláris: matemática. 2016.	Apresenta a Homotetia dentro do conteúdo de transformações geométricas. O assunto é abordado de uma maneira mais abrangente em

		relação ao livro anterior, porém não se torna tão compreensível o assunto.
Edwaldo Bianchini	Matemática Bianchini. 2015.	O livro não traz em seu sumário o tema Homotetia, contendo o conteúdo de Proporcionalidade e Semelhança em Geometria. Sendo que de forma camuflada apresenta o conteúdo de homotetia nas págs. 60 e 61 e também não aborda o assunto de maneira abrangente, deixando muitas dúvidas deste assunto.

Fonte: A pesquisadora (2018).

O Quadro 1 apresenta algumas obras didáticas de matemática disponíveis na escola pública de ensino fundamental II escolhida para o desenvolvimento dessa investigação. Dentre os quatro livros, um não contém o tema Homotetia, dois apresentam o conteúdo de forma camuflada, sendo reduzida a explicação lógica, e um possui o conteúdo contendo uma explicação mais abrangente em relação aos demais.

O livro Matemática Bianchini de autoria e organização do autor Edwaldo Bianchini (2015, p.55) apresenta um pouco mais de 1/2 (uma página e meia) sobre o assunto Homotetia, com alguns gráficos e imagens com transformações homotéticas. Entretanto, o livro não apresenta exemplos de transformações práticas e o passo a passo de como se obter o resultado final.

A Geometria é um assunto que aborda um conteúdo com várias aplicações em nosso cotidiano, se os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental II disponíveis para os professores e alunos não ensinam como desenvolver as transformações homotéticas, utilizando material concreto manuseável ou aplicativos, como esses ensinamentos serão repassados corretamente aos alunos?

Essas mesmas lacunas são encontradas nos livros da Coleção Vontade de Saber – matemática do autor Souza (2015, p.26), em que destaca um tópico denominado “Semelhanças”, que aborda a equivalência de figuras, mas traz o estudo da Homotetia de uma forma oculta, não apresentando o conteúdo em seu sumário.

Ao passo que Dante (2015, p.8) apresenta em sua obra o tópico Homotetia. Entretanto, o conteúdo é discutido no livro sendo trabalhado dentro do tópico Transformações Geométricas e citadas apenas como outros tipos de transformações.⁷

Observa-se que os livros didáticos citados acima constituem um grande problema no ensino de Homotetia, pois em sua maioria a Geometria é apresentada como um conjunto de conceitos, propriedades e fórmulas desligadas de quaisquer outras aplicações. Nesse sentido, Lorenzato (1995, p. 8) complementa que

a Geometria na literatura é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico”, não é incomum o assunto ser apresentado quase sempre na última parte do livro, o que acaba aumentando a probabilidade de a unidade não ser estudada por falta de tempo no plano de aula letivo.

Pouco conhecida pela população, a Homotetia é muito utilizada em equipamentos de uso coletivo no cotidiano, um dos mais simples são as fotocópias quando fazemos ampliação ou redução de imagens.

A Homotetia consiste na transformação geométrica, que atualmente ficou em segundo plano quando o assunto é relacionado à semelhança de figuras. Entretanto, a mesma continua sendo forte aliada para ampliação ou redução de figuras geométricas por não alterar as características principais da imagem original (GONÇALVES, 2018, p.16).

Enquanto docente, acredito que o ensino e aprendizagem de Homotetia é muito complexo, e necessita que o educador tenha domínio do conteúdo, daí a importância de livros didáticos de matemática compreenderem um conteúdo amplo, bem discriminado, para que facilite o entendimento do professor e do aluno, uma vez que grande parte dos alunos das escolas públicas apresentam dificuldades no processo de aprendizagem de matemática, relacionada com à baixa qualidade de ensino adquirido nas séries iniciais.

A Homotetia pode ser ensinada de várias formas, primeiramente através da utilização de recursos manipuláveis de desenho geométrico e por meio de recursos computacionais, como o *Geogebra*. Embora, quando utilizado os recursos manipuláveis (manejo ao utilizar o compasso, régua, transferidor, esquadro e até

⁷ Dante, Luiz Roberto. Projeto Teláris: matemática; ensino fundamental 2. – 2 ed. – São Paulo: Ática, 2015.

mesmo o papel milimetrado) os alunos do nono ano tenham apresentado maior dificuldade durante as transformações homotéticas.

Para que os alunos pudessem superar essas dificuldades em desenvolver Homotetia manual foram realizadas várias aulas abordando geometria plana, a partir do dia 27 de março a 25 de abril de 2017, em que foram feitas intervenções nos assuntos que daria base para transformações geométricas - Homotetia.

No período de 02 a 15 de maio de 2017, foi trabalhado o assunto de Homotetia, sendo necessário outra metodologia para o aluno obter o conhecimento exato. Essa nova metodologia consistiu em apresentação de vídeo aulas entre os dias 19 a 26 de junho desse mesmo ano. Foram desenvolvidas diversas atividades manuais em grupos, onde puderam trocar experiências, expor suas dúvidas, dificuldades. Em um momento de descontração e atividade em grupo, foi possível verificar que os alunos não estavam familiarizados com os materiais de desenhos geométricos, porém alguns conheciam os materiais de desenhos geométricos, outros não sabiam de que se tratava e apresentaram muitas dificuldades em utilizá-los.

Diante dessa dificuldade apresentada pelos alunos, é imprescindível que o professor participe de formação continuada, principalmente para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem na área de ensino de matemática (BAPTISTA *et al.*, 2014, p.28).

Baptista *et al.* (2014, p. 26) demonstram a necessidade de se propor em sala de aula processos de raciocínio aos estudantes, com o objetivo de criar condições para uma maior compreensão e, assim, contribuir para o seu desenvolvimento.

Ao longo dessa investigação, percebi que os alunos apresentaram diversas dificuldades, algumas por falta de observação, outras por não terem o domínio de utilizar os materiais de desenhos geométricos e com a interpretação da atividade proposta. Entretanto, cada um apresentou dificuldades diferenciadas com os recursos manipuláveis de desenho geométrico, como, por exemplo, aprender a desenhar no papel milimetrado, utilizar a régua e compasso corretamente, evitar borrar as figuras desenvolvidas, alinhar os pontos das imagens.

Em contrapartida, para o desenvolvimento das atividades utilizando computadores e o aplicativo *Geogebra* é importante que seja realizado um planejamento. Além de observar se há disponível a quantidade necessária de dispositivos para o número de alunos, visto que geralmente os laboratórios de informática não contém a quantidade exata de computadores.

Em síntese, conclui-se que o tema Homotetia ainda é pouco abordado pelos livros didáticos escolares, o que faz com que os professores muitas vezes não trabalhem o assunto em sala de aula. Assim, as atividades investigativas se constituem em ferramentas nas quais podem possibilitar ao professor aprimorar o ensino e aprendizagem de temas poucos explorados pelos livros.

É de suma importância que obter domínio sobre o conteúdo que será desenvolvido em cada sala de aula.

Chiréia (2013, p. 31), em busca de novos métodos de trabalho com geometria e transformações geométricas cotidianas com estudantes que apresentam dificuldades na visualização de figuras e na compreensão de propriedades geométricas, utilizou desses mesmos princípios.

Desse modo, essa pesquisa de abordagem qualitativa e interpretativa focalizou a seleção de tarefas investigativas, que foram implementadas nas aulas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual e, posteriormente, avaliaram-se os raciocínios dos alunos ao se envolverem com as tarefas investigativas sobre Homotetia.

3.4.1 Homotetia com materiais de desenhos geométricos

As Transformações Geométricas fazem parte da história. Sabe-se que para trabalhar o ensino de Transformação Geométrica é necessário aprofundar nosso conhecimento teórico sobre esse conteúdo.

A inclusão das Transformações Geométricas nos estudos de conceitos geométricos vem sendo enfatizada por Orientações Curriculares no Brasil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS) têm desenvolvido grandes mudanças no âmbito do ensino da Matemática, dentre elas a organização de seus conteúdos no Ensino Fundamental em quatro blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação (BRASIL, 2000, p. 55).

Entretanto, mesmo com essas mudanças o que se percebe é que a ausência da Geometria na sala de aula, têm ocasionado cada vez mais escasso o conhecimento básico na geometria, sendo que os docentes não recebem um conhecimento amplo e eficaz em sua formação no conteúdo de geometria, tornando-os despreparados.

Com a omissão geométrica, principalmente nas escolas públicas, os alunos apresentam dificuldades em lidar com as figuras geométricas e suas representações. Pavanello (1993) afirma que:

Problemas ainda maiores surgem com a proposição de programas nos quais a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque (PAVANELLO, 1993, p. 13).

As transformações geométricas no plano é uma aplicação bijetora⁸ entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a figura original forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira.

As figuras homotéticas são colocadas a uma distância igual a “algo”. Máquinas copiadoras que fazem ampliações ou reduções geralmente utilizam a homotetia como princípio em seu funcionamento.

A Homotetia consiste em um tipo de transformação geométrica que altera o tamanho de uma figura, mas mantém as características principais, como a forma e os ângulos, abrangendo o paralelismo e a razão entre segmentos correspondentes, permitindo proporcionar uma noção de congruência e semelhança, sendo que a partir dela, todas as outras semelhanças podem ser construídas (BARROSO, 2015).

Uma Homotetia é definida por um centro fixado no plano e por uma razão, representado pela letra K , cada ponto corresponde a um ponto', está correspondência estabelecida entre os pontos é biunívoca. A imagem de um ponto dá o nome de homotético, por exemplo, o ponto D' é homotético do ponto D (BENTO, 2010).

A razão K sempre será um número real, ou seja, $k \neq 0$. Se $k > 1$, a imagem é maior que o objeto e a Homotetia é uma ampliação, também denominada como Homotetia positiva e direta e, se, $k < 1$, a imagem é menor que o objeto e a Homotetia é uma redução e inversa, também denominada como Homotetia negativa (FILHO, 2014).

Numa Homotetia, o ponto, o homotético e o centro de Homotetia são colineares, por pertencer a mesma reta. Duas figuras homotéticas são sempre semelhantes, mas nem sempre duas figuras semelhantes nem sempre são homotéticas (BARROSO, 2015).

⁸ Uma aplicação bijetora consiste em uma aplicação que é injetora e sobrejetora ao mesmo tempo. Devido esta aplicação apresentar duas funções ao mesmo tempo é que recebe essa denominação.

A posição do centro da Homotetia indica se é uma Homotetia direta ou inversa. A Homotetia é direta, quando o centro é exterior ao segmento que une os pontos, sendo que a razão é positiva. A Homotetia inversa, quando o centro é interior ao segmento que une os pontos, sendo que a razão é negativa (BENTO, 2010).

3.4.2 A importância da utilização dos materiais de desenhos geométricos

A matemática sempre foi vista pelos alunos como sendo a disciplina mais difícil do currículo escolar. O processo de ensino e de aprendizagem têm evidenciado falhas, pois os alunos não apresentam um bom rendimento escolar.

O ensino da matemática, focando no ensino de geometria, vem sofrendo com o desinteresse do aluno em aprender os conteúdos, pelo fato de muitas vezes não utilizar materiais de desenho geométricos para o conceito a ser aprendido.

Uma grande parte dos alunos não possui um vasto conhecimento sobre a Geometria Plana, sendo necessário fazer uma intervenção a fim de ensinar os conceitos da geometria, em especial, Homotetia.

O uso de materiais de desenhos geométricos pode possibilitar a familiarização dos alunos com o assunto, demonstrando compreensão do conceito apresentado.

Assim, considerando as dificuldades encontradas no ensino da disciplina de Geometria, compreende-se que a “utilização de materiais concretos é uma das maneiras que pode despertar a criatividade e o raciocínio lógico dos alunos”, sendo relevante a inserção dos materiais de desenhos geométricos durante a ação pedagógica, proporcionando um ensino e aprendizagem adequada, fazendo com que os alunos fiquem atentos e interessados no conteúdo ministrado e conseqüentemente ocorra uma melhor compreensão do conceito e aplicações das propriedades (LORENZATO, 2006, p.21).

3.5 HOMOTETIA UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

Vivemos em uma sociedade em constante transformação, crescente e globalizada. Cada vez mais se observa que os estudantes estão acompanhando essa transformação, com seus dispositivos tecnológicos, como celulares e *notebooks*. Através desse cenário, a sociedade precisa estar preparada para um futuro tecnológico e digital. Logo, deve-se reconhecer a mudança no ensino e na aprendizagem de

Matemática, pois a tecnologia leva o aluno a obter um conhecimento fácil, rápido, interativo e pode incentivar e estimular o seu raciocínio lógico. O enfoque da informática educativa não é o computador como objeto de estudo, mas como meio para adquirir conhecimentos (VALENTE, 1999).

Uma maneira concreta e interativa de ensinar a geometria seria através de utilização de um *software* dinâmico voltado para a geometria, possibilitando construir e desconstruir figuras geométricas, manipulações que podem facilitar o aprendizado do aluno.

Foi utilizado o *Geogebra* para se trabalhar com geometria dinâmica, pois o mesmo permite o ensino da geometria plana e suas propriedades.

O *Geogebra*⁹ é um *software* que reúne Geometria, Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral. Dentre os seus diversos diferenciais, destaca-se o fato de que o mesmo possui um sistema de Geometria Dinâmica que permite ao usuário realizar construções e inserir equações e coordenadas, podendo estar ou não interligadas (SILVA *et al.*,2012).

O aplicativo permite uma comunicação entre janelas ao apresentar a escrita algébrica na janela de álgebra e a representação geométrica de objetos. O *software* foi utilizado como recurso didático para o ensino e aprendizado de homotetia por conter em sua estrutura a opção de realizar a transformação geométrica utilizando os polígonos regulares.¹⁰

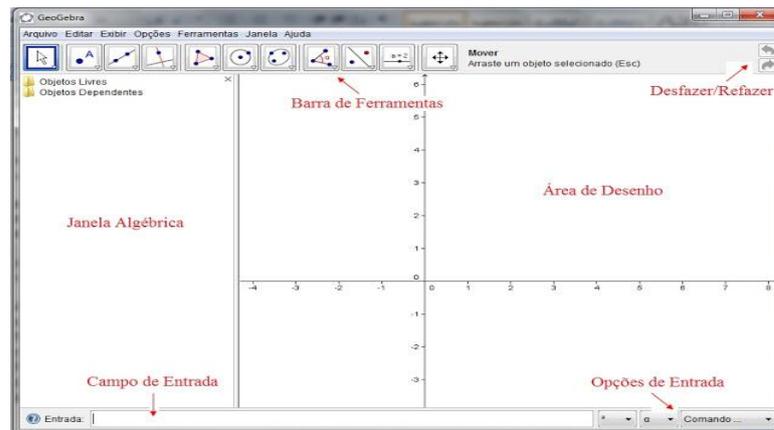
O uso do *Geogebra* demonstra que em pleno desenvolvimento tecnológico é possível se adaptar ao uso de aplicativos e outras TIC's para a elaboração e aprimoramento de diferentes formas de ensino, não ficando presos aos livros didáticos, que em alguns aspectos são limitados e abordam assuntos pouco explorados, como é o caso de Homotetia.

A interface desse *software* é constituída de uma janela gráfica, que divide em uma janela de visualização, uma janela de álgebra e um campo de entrada de comandos, conforme se observa na Figura 11.

⁹ Pode ser realizado o download do o *Geogebra* gratuitamente pela internet acessando a página: <https://geogebra.soft32.com.br/>, a versão 5.0 e seguir os passos para instalação do programa. É possível também, obter pela internet o manual do *Geogebra*, acessando o site: geogebra.org/help/docuPT_PT.pdf.

¹⁰ Polígonos Regulares são figuras fechadas formadas por um segmento de retas que não se cruzam e que se encontram no mesmo plano.

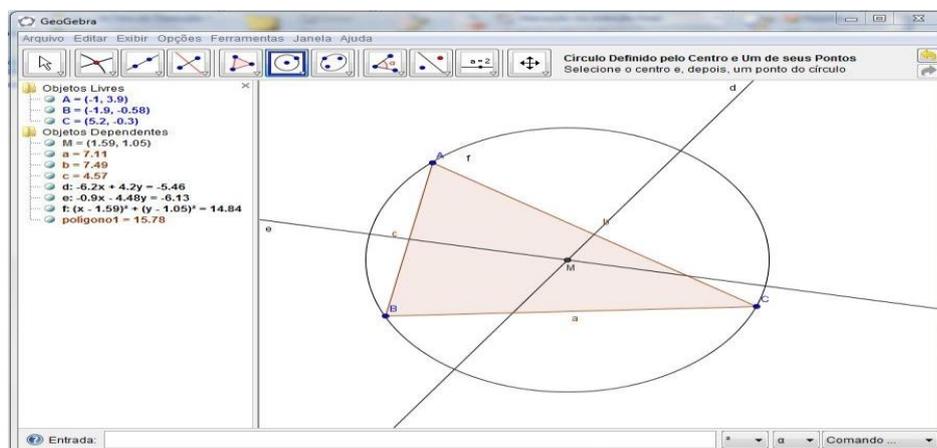
Figura 11 – Interface do *software Geogebra*



Fonte: Acervo Pessoal da Pesquisadora Sara Jemima C. dos Reis (2018)

Na área de desenho é apresentado um sistema de eixos cartesianos, onde o usuário elabora as construções geométricas com o *mouse*. Nesse momento, as coordenadas e as equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra, conforme se pode observar na Figura 12.

Figura 12 – Área de desenho



Fonte: Acervo Pessoal da Pesquisadora Sara Jemima C. dos Reis (2018).

É possível se observar nas Figuras 11 e 12 que as atividades desenvolvidas com o *Geogebra* são planejadas com o objetivo de subsidiar uma aprendizagem que permita ao estudante manipular objetos, e na medida em que resolve as atividades propostas com os comandos do aplicativo, desenvolve sua capacidade de aprendizagem através de seus próprios atos do “fazer matemático” que consiste em experimentar, representar, analisar e formalizar as relações pertinentes ao assunto em estudo (SILVA *et al.*, 2012).

3.5.1 A importância da utilização do *Software Geogebra*

Nos dias atuais é possível afirmar que é quase inevitável não obter o auxílio de ferramentas tecnológicas, principalmente no ensino de matemática. Os *softwares* são indispensáveis para o processo de ensino-aprendizagem e desenvolvimento de habilidades lógicas. Os *softwares* desempenham uma importante ferramenta utilizada para o ensino, principalmente com relação a Geometria Euclidiana Plana.

O *software Geogebra* associa a geometria e álgebra propondo uma aprendizagem significativa seria. Essa ferramenta pode despertar nos alunos a curiosidade e o interesse na aprendizagem, podendo facilitar o conhecimento por parte desses, criando um ambiente de aprendizagem, em que o aluno pode ter a liberdade de expor suas ideias e construir seus conhecimentos. Outro importante fator, é que o professor passa a ser um mediador das atividades e não um professor tradicional - conhecedor de tudo.

Este *software* contribui para a atividade cognitiva relacionada à geometria dinâmica e para aumentar a motivação dos alunos no processo de aprendizagem. Além de ser um software gratuito e dinâmico, ele combina com álgebra, geometria e proporciona interface para a construção de polígonos regulares homotéticos, ou seja, tem a opção de fazer a Homotetia. Muitas vezes, os assuntos apresentados em uma aula expositiva, nos livros didáticos, lousa não oferece êxito para uma melhor compreensão do assunto. Para ensinar a geometria, não basta apenas o software, também é necessário conhecer os conceitos geométricos e o conteúdo proposto.

Seção IV – METODOLOGIA DE PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Seção IV trata de explicar sobre o histórico da Geometria, apresentando os tipos de geometrias e suas respectivas funcionalidade, seguidos pela Homotetia e como utilizar ela por meio de materiais de desenhos geométricos e através do *Software Geogebra*.

4.1 TIPO DE PESQUISA

Essa investigação foi aplicada sob uma perspectiva de abordagem da pesquisa qualitativa e interpretativa, na modalidade de Estudo de Caso de (30) trinta alunos matriculados no 9º ano, da Escola Estadual de Ensino Fundamental II, localizada no Município de Rio Branco, Estado do Acre.

O estudo foi desenvolvido durante o período de março de 2017 a agosto de 2018.

Na realização dessa pesquisa, foi adota uma metodologia de abordagem qualitativa, preocupando-se com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes. Esse agrupamento de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas por pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e a partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes (DESLANDES al., 2007).

Nesse contexto, essa investigação tem uma abordagem qualitativa, e faz uso do emprego de aulas teóricas, vídeo aulas, práticas com materiais de desenhos geométricos e aulas utilizando o *software Geogebra* realizados em sala de aula e no laboratório de informática do Instituto de Matemática e Ciência e Filosofia do Acre.

A escolha do Estudo de Caso se deve de um lado a possibilidade do fenômeno estudado ser amplo e complexo e não poder ser estudado fora do contexto onde ocorre naturalmente (YIN, 2010). Além de ser compatível com a nossa questão e objetivos de pesquisa.

Para Pontes (2006) em Educação Matemática os estudos de casos são utilizados para investigar questões de aprendizagem dos alunos, bem como as do conhecimento e das práticas profissionais. Desse modo, o objetivo principal desse tipo de investigação é promover uma melhor compreensão de uma determinada situação,

em especial, como ela se desenvolveu e em que contexto se caracterizou, buscando identificar elementos exteriores a essa situação.

Diante disso, esse estudo optou pela utilização de Estudo de Caso para analisar o conhecimento matemático dos alunos, aprofundar seus saberes com foco nas transformações geométricas, manipulação dos materiais de desenhos geométricos e utilização do *software Geogebra*.

4.2 LOCAL DE CONSTRUÇÃO DE DADOS

O local de construção de dados se constituiu em dois ambientes: a) sala de aula da escola, b) laboratório de informática do Instituto de Matemática e Ciência e Filosofia do Acre para aula prática utilizando o *software Geogebra*.

As aulas teóricas expositivas e práticas do ensino foram realizadas durante 27 horas/aula, iniciando em 27 de março de 2017 estendendo-se até 06 de agosto de 2018, sendo distribuídas em 27 aulas de 60 minutos, no turno da tarde, com trinta alunos do 9º ano, da Escola Estadual de Ensino Fundamental II, localizada em Rio Branco, AC. Esses alunos realizaram as atividades com empenho e tornando produtivo o processo de ensino.

As aulas ocorreram dentro da sala de aula na Escola Estadual de Ensino Fundamental II e na sala de informática do Instituto de Matemática, Ciências e Filosofia do Acre entre os dias 27 de março de 2017, estendendo-se até 06 de agosto de 2018. Houve essa necessidade de levar os alunos para o laboratório do Instituto de Matemática, Ciência e Filosofia do Acre porque o da escola não estava em condições de uso. Além disso, o Instituto possui professores que trabalham no laboratório responsáveis pelas instalações de programas, auxiliando professores e alunos. Os alunos foram divididos em dois grupos, pois não haviam computadores suficientes para todos. O primeiro grupo teve aulas durante quatro dias e o outro nos quatro dias seguintes. As aulas foram ministradas pela pesquisadora dessa dissertação.

4.3 POPULAÇÃO AMOSTRA

A população amostra da investigação foi composta por 30 (trinta) alunos do 9º ano, da turma A, da Escola Estadual de Ensino Fundamental II.

4.4 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO E EXCLUSÃO DOS SUJEITOS

Os critérios utilizados para a escolha dos alunos para participar da atividade investigativa foram: alunos devidamente matriculados na Escola Estadual de Ensino Fundamental II; cursando o 9º ano na turma A e que os pais tenham preenchido corretamente o Termo de Autorização (ANEXO A).

Faz-se importante ressaltar que o não atendimento a esses critérios implicou automaticamente na exclusão dos sujeitos. Para a identificação dos sujeitos foi utilizado a forma alfabética (A1, A2, A3, ... A30), cuja letra significa Aluno e o numeral indica a sequência do aluno de acordo com a realização da atividade proposta da investigação.

4.5 TRABALHO DE CAMPO

Parte I- Consistiu no desenvolvimento de atividades com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II como descrito a seguir:

Etapa 1: Aula Expositiva – 27/03/2017 a 25/04/2017.

Esta etapa iniciou no dia 27/03/2017 e terminou no dia 25/04/2017 consistiu em 5 aulas, sendo uma aula por semana com foco na pesquisa, contendo 60 minutos cada, no turno da tarde, com trinta alunos do 9º ano, na qual foi desenvolvido um breve resumo abordando a Geometria Plana, explicando sobre ponto, plano, reta, semirreta, segmentos de reta, retas especiais, ângulos, figuras planas bidimensionais, polígonos, polígonos regulares, figuras semelhantes, triângulos e suas classificações, assuntos que correlatassem com a homotetia. Totalizando 5 aulas.

Etapa 2: Aula expositiva – 02/05/2017 a 15/05/2017

Depois de ter realizado a intervenção com alguns assuntos da geometria, foi o momento de ensinar a transformação homotética – homotetia, os alunos não estavam habituados com o nome e muito menos do que se tratava. Houve uma dificuldade em compreender o assunto através destas aulas teóricas, foi preciso

aplicar outro tipo de metodologia para obter o conhecimento necessário. Iniciou no dia 02/05/2017 e terminou no dia 15/05/2017, sendo 1 aula por semana de 60 minutos cada, totalizando 3 aulas.

Foi dado uma pausa na pesquisa, porque os alunos solicitaram, pois precisam estudar para as provas bimestrais e de recuperação do primeiro bimestre, retornando com a pesquisa no bimestre posterior.

Etapa 3: Retomada no conteúdo de Homotetia e apresentação de Vídeo Aulas – 19/06/2017 a 26/06/2017.

Foi feita uma retomada no conteúdo explicado na aula expositiva sobre homotetia e em seguida apresentei uma vídeo aula (Homotetia Parte 1 – Ampliações)¹¹ com duração de 14 minutos e 26 segundos como construir um polígono regular no papel milimetrado e como encontrar a figura homotética desse polígono regular, utilizando esquadro, compasso, régua, papel milimetrado para a ampliação da figura homotética na versão direta quanto inversa do polígono regular escolhido pelos alunos, contendo a razão 2. Apresentado outra vídeo aula (Homotetia Parte 2 – Redução)¹² com duração de 16 minutos e 34 segundos. Depois da apresentação do vídeo aulas, houve uma discussão onde os alunos acharam muito difícil fazer a redução de polígonos, pois necessitava utilizar os números racionais, como não faz parte da pesquisa, resolver não investir na redução dos polígonos regulares. Iniciou no dia 19/06/2017 e terminou no dia 26/06/2017, sendo 1 aula por semana de 60 minutos cada, totalizando 2 aulas.

Etapa 4: Aula Prática com os Materiais de Desenhos Geométricos – 03/07/2017 a 24/07/2017.

Este momento foi o mais complicado, pois os alunos conheciam os materiais de desenhos geométricos, porém tiveram muitas dificuldades em utilizá-los, sendo necessário auxiliar no manuseio, como eles precisavam desenhar polígonos

¹¹ Vídeo aula de como construir um polígono regular no papel milímetro disponível no link < disponível em <http://youtu.be/watch?v=k5x87Rbt228>>

¹² Vídeo aula de como reduzir figuras disponível em <<http://youtu.be.com/watch?v=RorzOfN9AA>>

regulares, não tinham noção que precisava iniciar o segmento de reta no ponto zero da régua. Obtendo o conhecimento sobre os polígonos regulares e seus elementos, mas não tinham nenhuma habilidade em desenhá-los. Depois de todo esse processo, os alunos conseguiram utilizar de forma correta os materiais de desenhos geométricos e por ter sido uma aula diferenciada, estimulou e incentivou a prática de desenhar e fazer a transformação geométrica - homotetia. Essa etapa iniciou no dia 03/07/2017 e terminou no dia 24/07/2017, sendo 1 aula por semana de 60 minutos, totalizando 4 aulas.

Com as provas bimestral e de recuperação do 2º bimestre, foi dada uma pausa na pesquisa e retomando no bimestre posterior.

Etapa 5: Aula utilizando o Software Geogebra – 11/09/2017 a 30/10/2017

Primeiramente, apresentei o *software* através de um *slide* e cada aluno estava utilizando um computador e começamos a verificar onde ficava os comandos para fazer a Homotetia.

Neste momento foi apresentado a interface do *software*, os comandos dos pontos, retas, polígonos regulares, área, perímetro, comprimento, Homotetia para fazer a figura homotética. Lembrando que a página que aparece para fazer esse processo, tem que ser na opção malha quadriculada para se igualar ao papel milimetrado que foi utilizado na etapa 4.

A aula teve duração de oito horas, porque não tinha computador suficiente para todos os alunos, sendo necessário dividir pela metade a turma, ficando quatro horas para os primeiros quinze alunos e quatro horas para os outros quinze alunos. Nessa aula os alunos praticaram os conhecimentos adquiridos com a aula expositiva apresentada na etapa 1, 2, a vídeo aula apresentada na etapa 3 e a etapa 4 onde eles fizeram manualmente a transformação geométrica - homotetia. Iniciou no dia 11/09/2017 e terminou no dia 30/10/2017, sendo 1 aula por semana de 60 minutos, totalizando 8 aulas.

Todos os alunos já tinham conhecimento do assunto, precisando rever as atividades investigativas para potencializar a sua aprendizagem, dando a oportunidade para eles exporem suas ideias, conjecturas e hipóteses. Apresentei o texto para qualificar e como não tinha muito conhecimento na área de investigação matemática, precisei retomar a pesquisa porque seria necessário inserir de forma

correta as atividades investigativas. Portanto foi deixado como última etapa a aula, utilizando tarefas investigativas dentro do contexto transformação geométrica.

Etapa 6: Aula utilizando as Tarefas Investigativas – 09/07/2018 a 06/08/2018

Retomei as Tarefas Investigativas, porque não tinha trabalhado da forma correta e precisei fazer uma intervenção no conteúdo devido há muito tempo sem estudarmos sobre as transformações geométricas – homotetia e percebi que meus alunos já estavam aptos, animados e interessados para fazer as atividades de cunho investigativo, pois os mesmos gostaram de aprender o assunto de uma forma criativa, divertida, onde eram o centro da atenção.

Não habituados com algumas perguntas de cunho investigativos, eles tiveram dificuldades em responder. Como o trabalho foi feito em grupo, cada um dava a sua opinião e, eles entre si, discutiam sobre as atividades propostas. Algumas palavras desconhecidas que são utilizadas na matemática, eles reportavam a mim para tirar suas dúvidas.

Nesse momento foram resolvidos as atividades com os materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*. Iniciou no dia 09/07/2018 e terminou no dia 06/08/2018, sendo 1 aula por semana de 60 minutos, totalizando 5 aulas.

Seção V – ANÁLISE DAS INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE HOMOTETIA

Na Seção V são apresentadas as análises das Investigações Matemática sobre Homotetia.

O objetivo desta Seção consiste em responder à questão de pesquisa: Como as tarefas investigativas através do uso dos materiais de desenhos geométricos e o aplicativo *Geogebra* potencializam a aprendizagem da Homotetia por alunos do 9º ano?

Neste sentido, construímos os dados com base nos instrumentos Diário de Classe do Pesquisador, no qual foram registrados todas observações e experiências vivenciadas pelos estudantes do 9º ano durante o desenvolvimento das atividades investigativas realizadas através do uso dos materiais de desenho geométrico e com o uso do *Geogebra*

Nesta pesquisa buscou-se analisar o desenvolvimento da aprendizagem de Homotetia dos (as) alunos (as) do 9º ano de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre através das tarefas investigativas desenvolvidas com a mediação de recursos, sendo os materiais de desenhos geométricos e tecnológicos o *Software Geogebra 5.0*, relacionando com os conceitos matemáticos sobre homotetia para potencializar o aprendizado dos (as) alunos do 9º ano.

Posteriormente veio à prática com os materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*, sendo que precisou fazer uma intervenção nos assuntos da geometria plana para dar início no assunto da pesquisa. Nas aulas os alunos trabalharam com alguns conceitos como: ponto, reta, segmento de reta, semirreta, bissetriz, polígonos, polígonos regulares, ângulos, mediana, mediatriz, diagonais dos polígonos, semelhança de figuras poligonais, transformação geométrica – Homotetia, geometria dinâmica – *Software Geogebra*, com polígonos regulares, conforme as sequências didáticas (vide Apêndices 1, 2 e 3 respectivamente).

As aulas para a pesquisa começaram em 27 de março de 2017, sendo que atividades das quatro primeiras sequências não constavam caráter investigativo, porque ainda não tinha entendido de fato o que seria atividades investigativas, como já estava fazendo a pesquisa, não retornei com as atividades investigativas para os assuntos que já fora lembrado e ensinado, porém a partir da quinta sequência que é de acordo com o tema da pesquisa, possuiu atividades com caráter investigativo.

Após leituras iniciais dos dados e buscando as articulações com o referencial teórico de Atividades Investigativas, fizemos uma análise interpretativa, com base em três categorias: Aulas expositivas sobre geometria plana (ponto, reta, semirreta, segmento de reta, ângulos, polígonos regulares, semelhança de figuras) e Homotetia contendo várias metodologias para ampliar o conhecimento dos alunos, atividades investigativas sobre Homotetia com uso dos materiais de desenhos geométricos e atividades investigativas sobre homotetia com uso do *software Geogebra*.

5.1 AULAS EXPOSITIVA CONTENDO CONTEÚDO DA GEOMETRIA PLANA (PONTO, RETAS, SEMIRETA, SEGMENTOS DE RETA, ÂNGULOS, POLÍGONOS REGULARES, SEMELHANÇA DE FIGURA) E HOMOTETIA.

5.1.1 Relato Diário das aulas

1ª aula dia – 27/03/2017

No primeiro momento foram realizadas algumas perguntas oralmente para sondar o conhecimento dos alunos sobre conteúdos básicos da geometria plana, tais como: qual a diferença entre reta, segmento de reta e semirreta? Vocês conhecem algum tipo de ângulo? O que seria uma bissetriz? O que é polígono?

Os alunos tiveram dificuldades em responder algumas perguntas, sempre com as mesmas respostas: não sei ou não me lembro. A pergunta sobre o ângulo obteve resposta, porém eles lembravam apenas das medidas dos ângulos, menos sua nomenclatura. As medidas dos ângulos mais comentadas nesse primeiro momento foram 90° , 180° e 360° .

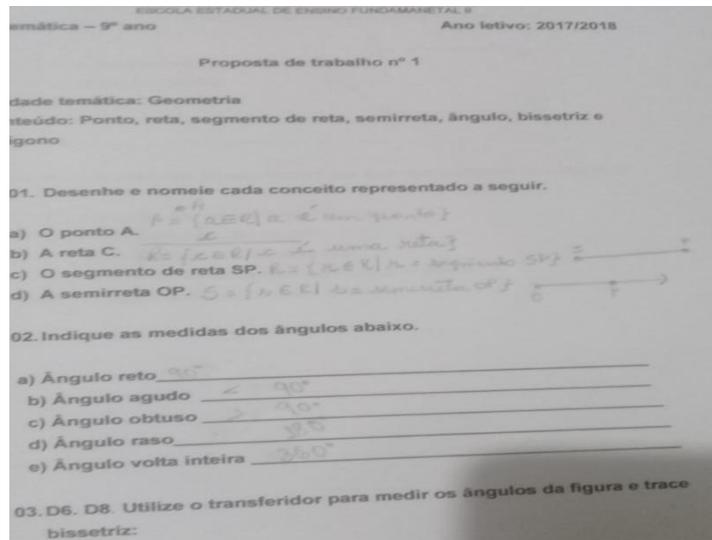
Nos próximos momentos teve a aula expositiva, com objetivo de relembrar e ensinar alguns conteúdos que seriam necessários aprender para aplicar na transformação geométrica – Homotetia.

Na sequência, os alunos realizaram atividades de acordo com o tema proposto.

Após a aula expositiva dada, os alunos tiveram 20 minutos para responder a atividade proposta, devido à dificuldade de utilizar os materiais de desenhos geométricos e posteriormente, seria corrigida.

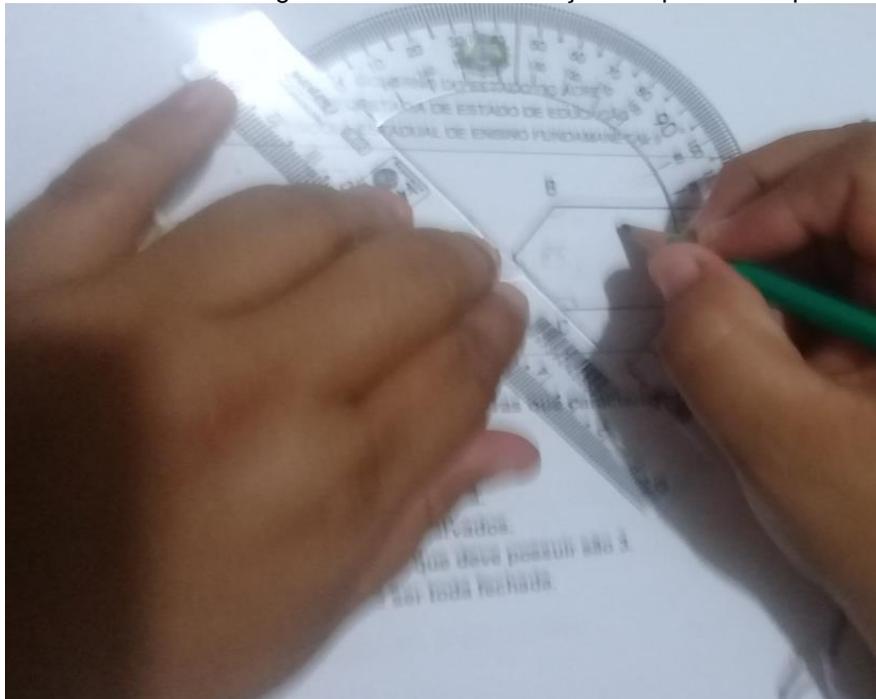
Na foto 1 abaixo, podemos ver a atividade respondida pelo aluno A1.

Figura 13 – Atividade



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis

Figura 14 – Atividade investigativa referente à resolução da questão 03 pelo aluno A1



Fonte: Resposta (A1, 2018).

Alguns alunos responderam assertivamente a primeira questão, sendo que outros alunos não souberam nomear, apenas desenharam.

Na segunda questão, pretendia que todos os alunos indicassem a medida dos ângulos. Nesta questão, todos os alunos chegaram à resposta certa e não manifestaram qualquer dúvida.

Na terceira questão, era solicitado aos alunos que utilizassem o transferidor para medir os ângulos retos, obtusos e agudos da figura proposta. Todos os alunos manifestaram dúvidas no momento de utilizar o transferidor, como é possível verificar pelo seguinte diálogo:

Prof^a: Qual o problema com a questão 03?

Aluno A3: Não estou conseguindo medir os ângulos com esse transferidor.

Aluno A.1: Também não consigo.

Aluno A26: Tentei, mas não consegui.

Aluno A4: Professora, eu irei desistir de fazer essa questão.

Aluno A5: Só consegui identificar os ângulos de 90°

Prof^a: Então vamos separar as semirretas para medi-los.

Aluno A8: Professora, eu separei as semirretas e percebi que têm dois ângulos de 90° , um ângulo agudo e dois ângulos obtusos.

Aluno A2: Encontrei três ângulos obtusos e dois ângulos retos.

Prof^a: Os outros alunos conseguiram?

Aluno A19, A20 e A22: Estamos quase terminando.

Prof^a: Ficou mais fácil separando os ângulos?

Alunos: Sim.

Na quarta questão, pedia para caracterizar os polígonos. Nesta questão, todos os alunos chegaram à resposta certa e não manifestaram qualquer dúvida.

Sendo que nesse momento pude identificar as dificuldades que os alunos possuíam para utilizar o material de desenho geométrico, o transferidor. Porém a maioria já conhecia o instrumento, mas não sabiam utilizá-lo.

2^a e 3^a aula – 03/04/2017 a 10/04/2017

Foi apresentada uma aula expositiva sobre polígonos regulares, mediana, mediatriz, diagonais dos polígonos. O objetivo dessa aula seria de sanar as dúvidas que os alunos poderiam possuir e ensinar aqueles que não tinham conhecimento sobre os assuntos abordados. Os alunos mostraram claramente em ter dúvidas em diferenciar polígonos dos polígonos regulares, a classificação dos polígonos e não

lembravam como deveria encontrar uma mediana, mediatriz, muito menos as diagonais de um polígono. Para a minha surpresa, muitos disseram que não tinham estudado sobre isso. Cada aula ministrada, percebia que havia a necessidade de continuar fazendo intervenção sobre alguns assuntos da geometria plana para conseguir trabalhar com o tema de transformação geométrica – homotetia.

Após a explicação, passou-se para a resolução da tarefa:

Na primeira questão, pedia para marcar a opção correta em relação aos polígonos regulares. Nesta questão, todos os alunos chegaram à resposta certa e não manifestaram qualquer dúvida.

Na segunda questão, foi solicitado que os alunos encontrassem a mediana e a mediatriz em um polígono regular, triângulo equilátero. Como havia a necessidade de utilizar a régua para traçar a mediana e a mediatriz, eles não apresentaram dúvidas no manuseio.

Na terceira questão, foi pedido para desenhar um polígono regular, com suas diagonais, ângulos, traçar mediana e mediatriz. Nessa questão, proporcionei o papel milimetrado, eles questionaram. O diálogo a seguir explicita a questão dos estudantes.

Aluno A6: Professora, o que é isso?

Prof^a: Isso é um papel milimetrado, isso vai te ajudar a fazer seu polígono regular.

Aluno A7: A primeira vez que utilizo esse papel.

Aluno A9: Professora, vamos ter que utilizar novamente aquele transferidor?

Prof^a: Sim, pois vocês precisam medir os ângulos, como pede a questão.

Aluno A13: Professora, aqui não fala qual o polígono usar, nem o tamanho dos seus lados.

Prof^a: Prestem bem atenção na questão! Vai ficar a critério de vocês desenharem o polígono regular.

Ao desenhar as figuras, notei que os alunos só desenhavam triângulos e quadrados, mas não questionei em relação ao polígono que estava sendo desenhado, quando o aluno **A13** concluiu seu desenho, questionei:

Prof^a: Por que você concluiu que esse polígono é um polígono regular?

Aluno A15: Porque ele tem todos os lados com a mesma medida e seus ângulos também.

Prof^a: Gostou de fazer o desenho no papel milimetrado?

Aluno A15: Sim, pois se tornou mais fácil, em relação ao comprimento dos lados.

Aluno A27: Gostei mesmo, só vou fazer meus polígonos regulares aqui.

Profª: Por quê?

Aluno A28: Como o aluno O falou, ajuda com o tamanho dos seus lados.

A ideia foi levar o aluno a justificar seu procedimento e a utilização dos materiais de desenhos geométricos. Apesar que muitos alunos não conseguiam utilizar a régua adequadamente, pois tiveram dificuldades em iniciar o ponto do segmento de reta no manual 0 da régua. Neste momento, os próprios alunos auxiliaram os outros, observando a resolução das atividades e fui mediando e auxiliando no que precisava.

Percebi que a partir da utilização do transferidor, os alunos começaram a se familiarizar com o material de desenho geométrico, surgindo poucas dúvidas na utilização, porém ainda poucas dificuldades em utilizá-lo.

Profª: Estão conseguindo medir os ângulos do polígono regular escolhido?

Aluno A23: Eu estou conseguindo, pois preparei a minha mente para imaginar que só têm duas semirretas para facilitar e encontrar o ângulo.

Profª: E todos os ângulos têm a mesma medida?

Aluno A16: No meu têm.

Vale destacar aqui a relevância da atividade que possibilita o “contato” do aluno com os materiais de desenhos geométricos, pois nessa questão os alunos precisavam utilizar papel milimetrado, régua e transferidor.

4ª e 5ª aula – 17/04/2017 e 25/04/2017

Ministrei essas aulas de forma expositiva, perguntando oralmente aos alunos o que eles entendiam sobre semelhança de figuras. Conforme o diálogo abaixo:

Profª: O que seria semelhança de figuras ou objetos?

Aluno A11: Professora, não estamos na alfabetização.

Profª: Você sabe aluno A11?

Aluno A19: Eu sei.

Profª: Perguntei para o aluno K e ele vai responder.

Aluno A11: O próprio nome já diz alguma coisa igual. Por exemplo, quando eu escrevo algo no papel e vou tirar xerox é uma coisa igual ao que eu escrevi.

Profª: Algum aluno discorda do que o aluno K falou?

Alunos: Não.

A aula expositiva foi sobre semelhanças de figuras poligonais, e posteriormente foi aplicado uma atividade para enriquecer o conhecimento do aluno.

Na primeira questão, pedi para construir e desenhar no papel milimetrado duas figuras que tivessem o mesmo tamanho, a mesma forma, mesma forma com tamanho diferente e, forma e tamanho diferente.

Aluno A2: Professora, na parte que pede mesma forma com tamanho diferente, eu poderei aumentar ou diminuir?

Profª: O que você prefere?

Aluno A2: Vou diminuir, porque fiz grande demais.

Aluno A4: Eu aumentei, pois, o lado do meu quadrado possui 2 cm e outro vou fazer medindo 4 cm.

Não havendo muitas dúvidas em relação a essa questão.

Na segunda questão, pedi que identificassem duas figuras congruentes, uma seja ampliação da outra, que seja uma redução da outra e figuras semelhantes.

Profª: Então, o que é ser congruente?

Nesse momento, todos ficaram em silêncio e pensando.

Profª: Olhem em volta na sala de aula e me mostrem um objeto congruente.

Aluno A30: A janela é congruente.

Profª: Então, o que é ser congruente?

Aluno A23: Ter a mesma forma.

Aluno A25: Ter a mesma medida.

Aluno A10: Eu acho que possuí os mesmos ângulos.

Aluno A1: Mas a mesma forma, essas janelas possuem.

Aluno A10: Eu falei “eu acho”.

Profª: Então quer dizer que se a figura tiver o mesmos ângulos e forma, ela será congruente?

Aluno A19: Sim.

Depois desse diálogo, verifiquei que os alunos não tinham tanta dificuldade em conhecer figuras semelhantes e desenhá-las no papel milimetrado. Havia sanado da maioria dos alunos as dificuldades em utilizar a régua na hora de construir os polígonos semelhantes, porém a minoria ainda continuava com essa dificuldade.

Neste período, foi o momento onde comecei a trabalhar com o assunto de Homotetia. Os alunos não tinham noção de como fariam para aplicar esse tipo de transformação geométrica, mas já tinham escutando sobre esse assunto, sabiam que é um tipo de transformação geométrica, devido a avaliação diagnostica que foi aplicada a eles no início do ano letivo e porventura, mencionei sobre o descritor 7 e até mesmo fiz a correção da questão sem entrar em muitos detalhes, porque queria deixar para este momento. Porém foi feita algumas perguntas prévias para colher o que eles entendiam sobre o assunto.

Profª: Alguém já ouviu falar em homotetia? E a razão da homotetia?

Aluno A4: Já ouvi, a senhora falando por alto desse assunto que iria explicar, mas não prestei muita atenção.

Aluno A3: Eu lembro que a senhora falou que iria ensinar.

Aluno A3: Seria ampliar e reduzir figuras, imagens ou polígonos, porém deve ter mais alguma coisa, senão seria apenas semelhança de polígonos.

Aluno A21: É verdade, mas que inclui ampliação e redução, isso tem.

Profª: No dia a dia, será que deparamos com o processo homotéticos?

Aluno A22: Professora se for o que os alunos estão falando, no dia a dia é o que se ver mais, principalmente na época de prova.

Profª: Como assim?

Aluno A4: Os alunos escrevem algumas questões estudada no papel e vai à *lan house* para diminuir aquelas questões e colar na prova.

Profª: Hum.

Aluno A20: Menos na sua.

Aluno A1: Então, quando a gente recebe uma imagem no celular, a gente aumenta essa imagem, não muda o formato, só faz ampliar para ver detalhes.

Prof: Muito bem.

Foi apresentado no quadro todo o contexto sobre Homotetia, razão, Homotetia direta e inversa ponto central, proporção e entre outros. Os alunos permaneciam calados e prestando atenção no que estava sendo dito, pois notava que eles não compreendiam muito bem os conceitos repassados, mas houve alguns questionamentos como:

Aluno A4: Professora muito complicado em entender esse assunto, mesmo porquê nós acabamos de estudar figuras semelhantes e vemos que lá não tinha todo esse “emaranhado”.

Aluno A1: Esse negócio que tem que partir de um ponto central e traçar retas. Essas retas precisam medir quantos centímetros?

Profª: Não precisa ter um valor fixo para as retas, se quiser trace essas retas até o final da folha.

Aluno A6: Já sei que Homotetia, é uma ampliação e redução de polígonos regulares. Mas só neles podemos obter uma figura homotética?

Profª: Não, você pode fazer o processo homotético quando recebe uma imagem no celular, na hora que vai amentar para ver detalhes dela. No momento que vai fotocopiadora e pede para tirar xerox ampliando ou reduzindo aquele documento. Na hora de copiar e colar alguma imagem no *Power Point*, *Word*, *Excel* e entre outros ampliando e reduzindo as imagens e assim por diante.

Aluno A7: E essa proporção, é a razão que amplia a figura?

Profª: Sim.

Como percebi que os alunos ainda não tinham compreendido bem o assunto sobre Homotetia, resolvi aplicar outra metodologia para ajudar nessa compreensão. Durante esse período, os alunos teriam provas bimestral e de recuperação, sendo solicitados por eles a paralização da pesquisa por alguns dias. Retomando posterior a esse período.

9ª e 10ª – 19/06/2017 a 26/06/2017

No primeiro momento, perguntei aos alunos se lembravam dos assuntos que tínhamos estudados nas aulas anteriores e afirmaram que sim. Houve algumas perguntas prévias sobre o assunto que seria abordado. Cada encontro, os alunos tornavam - se mais participativos e autoconfiantes. Devido à existência de uma matemática mais “divertida” e cheia de novidades, havendo o maior interesse e curiosidade sobre o assunto proposto. Invés de fazer as perguntas prévias, os alunos que fizeram.

Aluno A11: Professora, o quê que vamos fazer hoje?

Aluno A17: Para quê, esse notebook e esse projetor?

Pedi calma a todos e fiz as perguntas prévias.

Profª: Lembram-se da ampliação e redução das figuras semelhantes?

Aluno A2: Sim.

Profª: lembram-se da proporção que aumentam ou diminui a figura?

Aluno A1: Sim.

Aluno C: Lembro também que quando se amplia e reduz à figura semelhante, os valores dos ângulos não se alteram.

Prof: Muito bem.

Após algumas perguntas, fiz a intervenção do conteúdo e exibi dois vídeos abordando o tema, com o objetivo de ensinar, motivar e mostrar corretamente como se faz os polígonos, ampliando na forma direta e inversa e reduzindo na forma direta e inversa. Um vídeo durou cerca de 14 minutos e 27 segundos e o outro durou 16 minutos e 35 segundos. Existiram questionamentos:

Aluno A8: Professora, a senhora já tinha demonstrado como ampliava os polígonos no quadro, mas reduzi-lo não. É dessa maneira que reduz um polígono semelhante?

Aluno A14: Professora, na redução precisou traçar as retas de acordo com as frações, muito difícil.

Aluna A1: Também achei, prefiro ampliação.

Profª: Vocês gostaram do vídeo? Esclareceu mais o conteúdo sobre homotetia?

Alunos: Sim.

Aluno A25: Mas ficaria bem mais amplo se fizemos da mesma forma utilizando a régua, esquadro, compasso e o papel com os tracinhos.

Profª: Papel milimetrado.

Aluno A25: Isso.

Os alunos gostaram da experiência de vídeo, pois, normalmente eles assistem vídeos que não se relacionam com os conteúdos estudados, como meus alunos têm a faixa etária entre 15 a 16 anos, eles conseguiram permanecer concentrados, sendo um novo método de ensinar e um assunto que eles mal conheciam, instigou a curiosidade deles em saber como fazia aquela ampliação e redução com os materiais de desenhos geométricos.

Como a minha pesquisa é apenas a ampliação da figura homotética, tanto na forma direta e inversa, resolvi demonstrar a redução para os alunos obterem conhecimento total do assunto abordado.

Nas próximas aulas seriam aplicadas as atividades para absorver totalmente este conteúdo.

5.2 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS SOBRE HOMOTETIA COM USO DOS MATERIAIS DE DESENHOS GEOMÉTRICOS

5.2.1 – Relato Diário das aulas

11ª a 14ª aula – 03/07/2017 a 24/07/2017

Depois de apresentar todo conteúdo, tentando ensinar sanar e aproximar os alunos a geometria, principalmente em transformação geométrica – homotetia. Foi dada uma atividade impressa para eles executarem, juntamente com os materiais de desenhos geométricos.

Na primeira questão, foi pedido para criar um polígono regular e ampliá-lo, atividade (vide anexo 5). Questionamento:

Aluno A26: Professora pode ser qualquer polígono regular?

Profª: Sim.

Aluno A2: Pode ser qualquer polígono, sendo ele regular.

Aluno A1: De acordo com a alínea b, o meu trata de um polígono regular, pois os seus lados têm a mesma medida, ângulos e vértices.

Profª: O que vai precisar para fazer a transformação geométrica – homotetia?

Aluno A3: De acordo com que foi ensinado e visto no vídeo, vou precisar inserir o ponto central no plano e traçar as retas.

Aluno A4: Mas, não se esqueça de como traçar as retas.

Profª: Como assim?

Aluno A4: O vídeo demonstrou que precisamos verificar qual o tipo de ampliação se é direta ou inversa. Estou certo, professora?

Profª: Não sei, está?

Aluno A5: Realmente, vi essa parte.

Aluno A6: Eu lembro que traçamos a reta a partir do vértice para o ponto central, que tipo de ampliação é essa professora?

Profª: Também não sei, me lembre. Alguém sabe explicar?

Aluno A7: Lembro-me da parte que traçamos a reta a partir do ponto central para o vértice.

Aluno A8: Irei fazer, porque não estou lembrando diferenciar.

Percebi que os alunos não deram muita importância às alíneas que foram colocadas, pois estavam explícito nas alíneas a diferença entre uma e outra. Solicitei que parasse o que estavam fazendo para ler as alíneas das questões.

Aluno A11: Aqui está explícito.

Profª: Então, qual é a dúvida?

Aluno A14: Não foi dúvida e sim falta de atenção.

Profª: Será que todas as vezes iremos utilizar o mesmo processo para ampliar a figura homotética?

Aluno A18: Sim.

Profª: E a razão? O que seria a Razão?

Aluno A22: A razão é a quantidade de vezes que eu quero aumentar o meu polígono.

Aluno A24: Partindo de um polígono original, né?

Profª: Será? Tem algo a mais?

Aluno A23: Partindo de um polígono original, sim, mas precisamos ter um ponto central.

Profª: Para que necessita esse ponto central?

Aluno A1: Eu anotei em algum lugar. Não sei dizer.

Aluno A1: Porque para ser homotetia, precisa ter um ponto central.

Profª: Não entendi. Explique melhor.

Aluno A2: Professora, para a gente encontrar um polígono homotético, preciso me basear no ponto, na razão e no polígono original.

Profª: Então quer dizer, que é só isso para obtermos a homotetia?

Aluno A10: Precisamos também traçar as retas, sendo que partimos do ponto central para fazer a medida da razão.

Profª: Ok.

Aluno A12: “Professora, ficou feio!” (Referindo ao resultado da alínea i da 1ª questão).

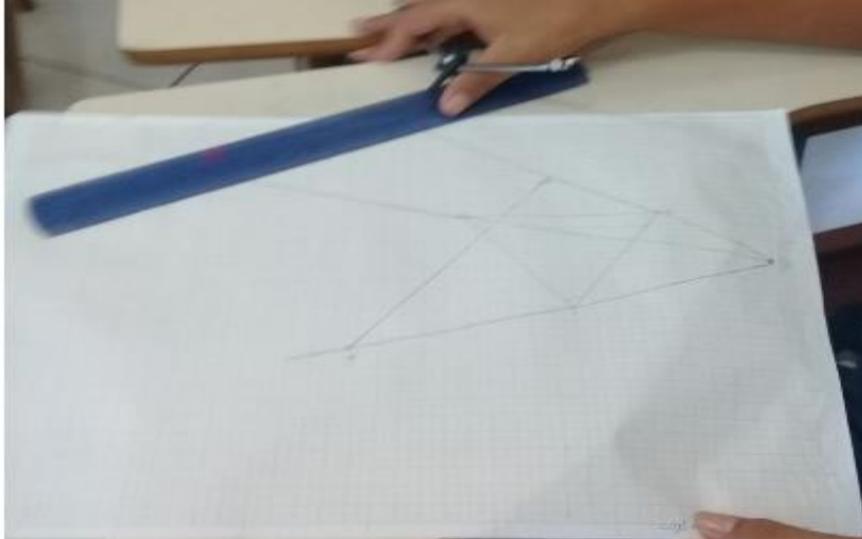
Profª: Ficou feio? Você acha? Por que você acha que ficou feio?

Aluno A12: Sim, porque medi da forma errada a razão.

Profª: Aluno B existiu a proporção entre a figura original e a sua ampliação?

Aluno A2: Sim, pois foi ampliada sem mudar a forma da minha figura.

Figura 15 – Aluno A12, analisando para medir da forma correta.

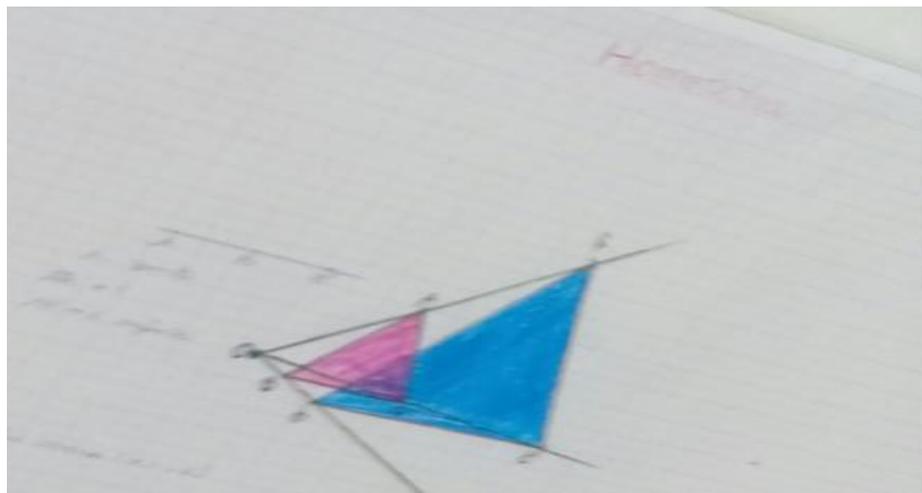


Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis.

Aluno A14: A minha figura ficou bonita e também teve a proporção.

Aluno A2: Professora, pintei os meus polígonos para diferenciar, mas pelo tamanho já dar de perceber que houve uma ampliação direta.

Figura 16 – Aluno A2, diferenciando seus polígonos através das cores.



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis.

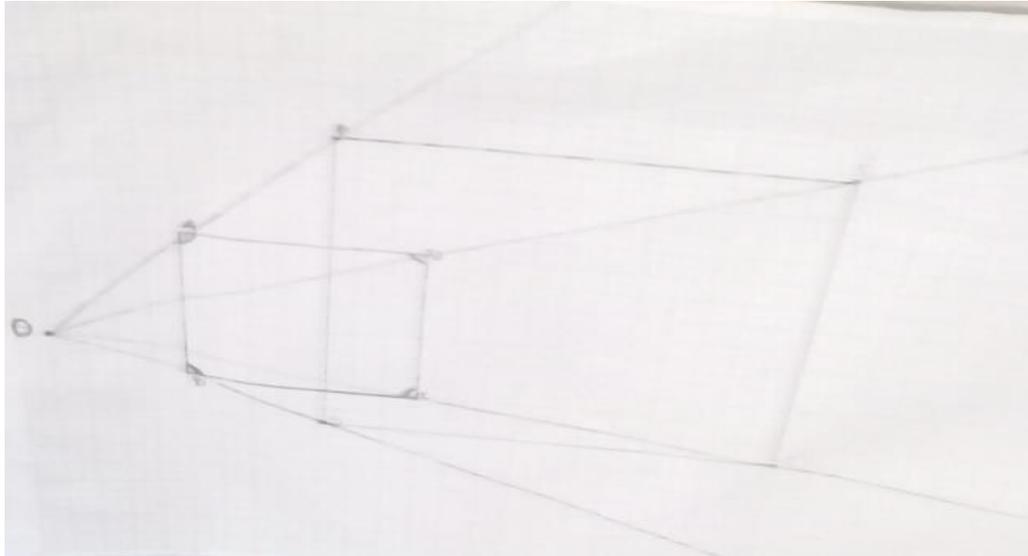
Profª: Aluno B existiu a proporção entre a figura original e a sua ampliação?

Aluno A2: Sim, pois foi ampliada sem mudar a forma da minha figura.

Aluno A14: A minha figura ficou bonita e também teve a proporção.

Profª: O que observa quando mede a distância, os ângulos internos, comprimento dos lados?

Figura 17 – Polígono regular do aluno **A14**.



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis.

Aluno A5: Professora pude notar que a distância do ponto central ao vértice do polígono regular original, tem a mesma distância do vértice do polígono original ao vértice do polígono homotético.

Aluno A8: Não percebi isso, porque estava focado nos ângulos.

Profª: Você ainda tinha dúvidas em relação aos ângulos?

Aluno A8: Dúvidas não, mas precisei fazer para ter certeza.

Profª: E qual foi a sua certeza?

Aluno A8: Que seus ângulos não se alteram, mesmo aumentando a figura.

Aluno A1: O comprimento dos lados dos polígonos se alteram.

Aluno A2: Claro que vai alterar, pois eles ampliam.

Profª: Que relação pode estabelecer para afirmar que é um polígono regular homotético?

Aluno A25: Porque existe um ponto central, a razão e um polígono original.

Aluno O: E mantem a forma do polígono, mesmo ampliando ele (polígono).

Aluno A6: Os comprimentos dos seus lados aumentam, mas são sempre os mesmos comprimentos, pois são polígonos regulares.

Aluno A23: Ângulos não se alteram.

Aluno A14: Os polígonos regulares homotéticos, tem que ter as retas para poder encontrá-los.

Profª: Por que todo polígono homotético é semelhante? E todo polígono semelhante não é homotético?

Aluno A13: Na semelhança a gente amplia e reduz o polígono.

Profª: E na homotetia, não fazemos esse procedimento?

Aluno A11: Fazemos sim.

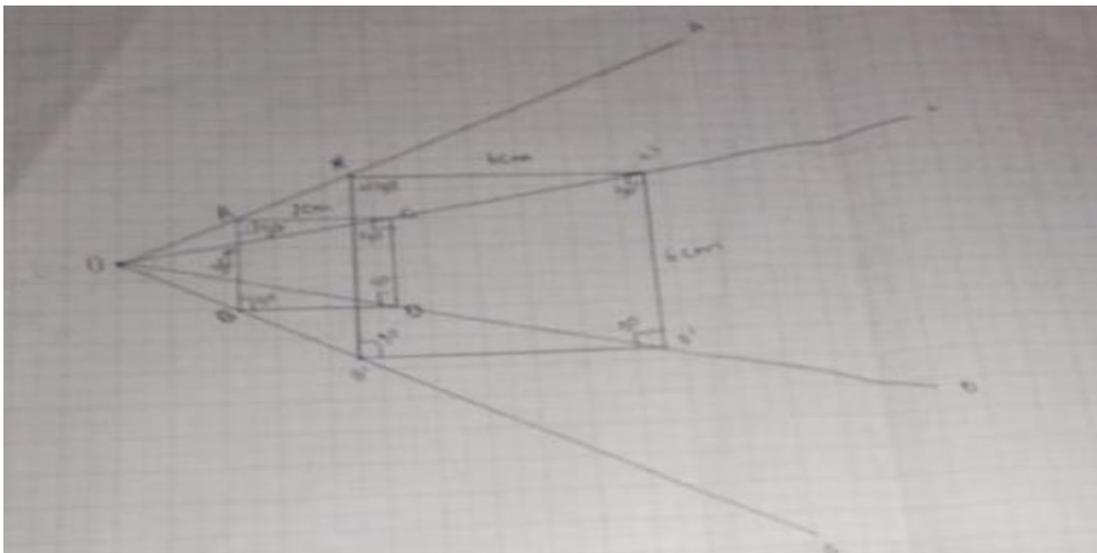
Aluno A28: Só que tem um ponto central e uma razão.

Aluno A16: Coisa que na semelhança não temos.

Aluno A10: É verdade, lá só amplia e reduz, não vi nem traçar retas.

Profª: Muito bem.

Figura 18 – Atividade do Aluno A13



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis.

Na segunda questão, foi pedido para fazer a ampliação inversa. Na alínea b, abordou como traçar as retas.

Aluno A5: Agora sim, temos que traçar do vértice para o ponto central.

Profª: Como assim?

Aluno A5: Estou errado professora?

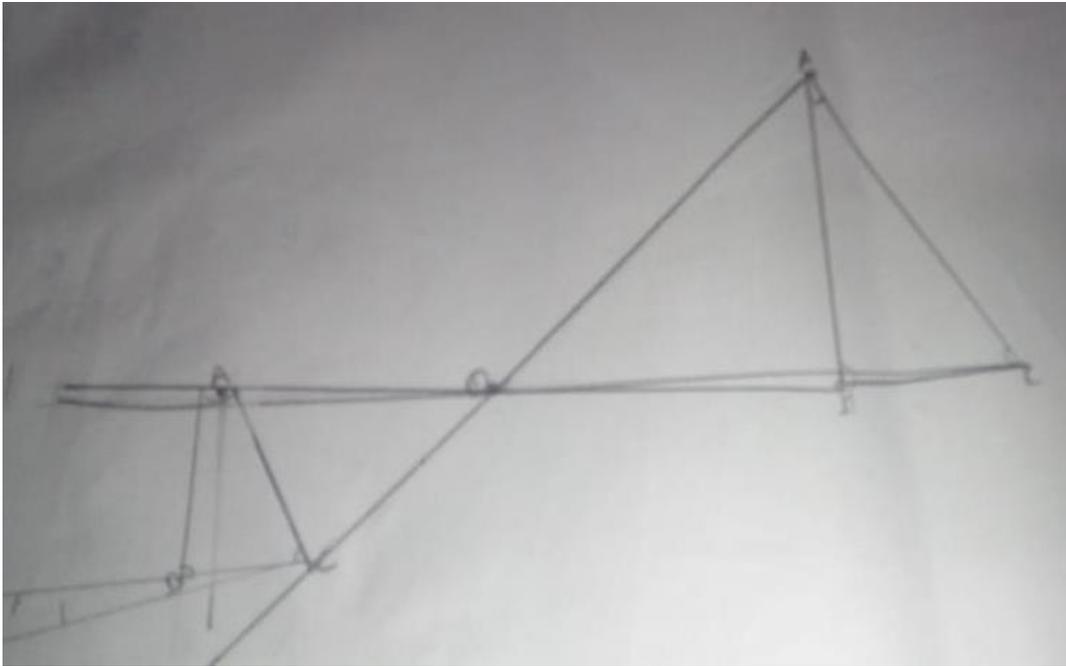
Profª: Está? Explique.

Aluno A7: Para fazer a imagem invertida, preciso traçar a reta saindo do vértice do polígono original para o ponto central.

Profª: Será?

Aluno A5: É sim. Porque acabei de fazer. Ficou feio, mas fiz.

Figura 19 – Atividade do aluno **A5**



Fonte: Aluno (A5, 2018).

5.3 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS SOBRE HOMOTETIA COM USO DO *GEOGEBRA*

5.3.1 Relato Diário das aulas

15ª a 22ª aula – 11/09/2017 a 30/10/2017

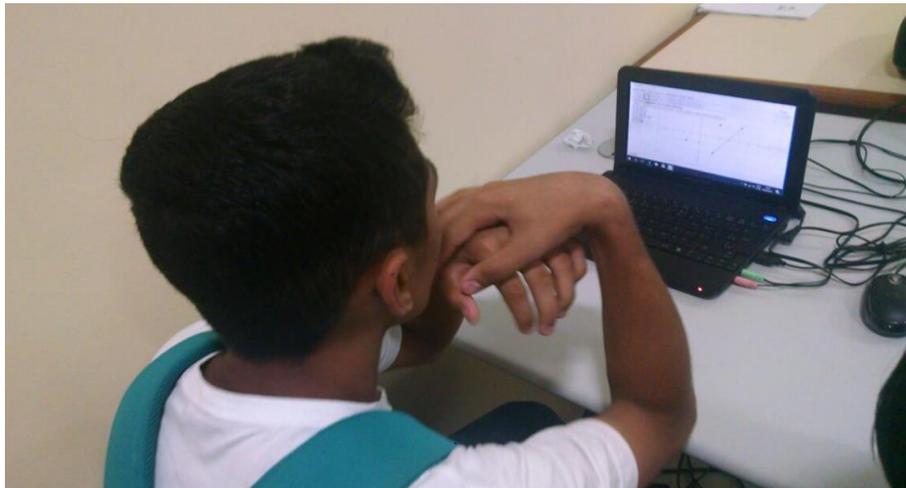
Utilizando o que foi feito nas aulas anteriores, apresentei o *software Geogebra*, para fazer os mesmos procedimentos o quais foram feitos nas aulas 11ª, 12ª, 13ª e 14ª a ampliação dos polígonos regulares com razão 2, tanto na forma direta e quanto inversa.

Primeiramente apresentei o *Geogebra* para os alunos através de slides, mostrando os recursos disponíveis que seriam utilizados para fazer polígono regular homotético. Eles observaram todas as funções que iríamos trabalhar, como eles já tinham facilidades na área tecnológica não houve muita dificuldade em compreender, pois o anseio deles eram já utilizar o *software Geogebra*.

Depois de uma explicação clara e objetiva, os levei para o laboratório de informática do Instituto de Matemática, Ciência e Filosofia do Acre para acessar o *Geogebra*. Chegando os *netbooks* já estavam prontos para serem utilizados e o *software* instalado. Os alunos ficaram admirados, pois alegaram que ninguém utilizou esses tipos de recursos tecnológicos em suas aulas de matemática.

Juntos fomos manuseando o *software Geogebra*, colocando a malha quadriculada, inserindo pontos, polígonos, retas e assim por diante, quando eles se familiarizaram, realizamos a mesma atividade que havíamos feitos com os materiais de desenhos geométricos no *Geogebra*. Neste momento houve algumas modificações em relação aos elementos para construí os polígonos, como por exemplo: segmento com comprimento fixo, controle deslizante e como movimentar os polígonos regulares (vide anexo 6). E essas aulas foram ministradas no Instituto de Matemática, Ciências e Filosofia, aplicada para 15 anos e posteriormente para os 15 alunos restantes.

Figura 20 – Aluno no laboratório do Instituto de Matemática, Ciência e Filosofia



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis.

Em toda aula ministrada, gera sempre uma opinião, discussão e debates, portanto houve comentários sobre as aulas.

Aluno A24: Professora, no *Geogebra* se torna mais fácil, porque basta clicar que aparece o polígono regular, o ponto e etc. Claro, temos que preencher as janelas que abrem, porém se torna bem mais fácil.

Profª: Se eu não tivesse utilizado os outros métodos de ensinar o conteúdo, você iria saber manusear e fazer a homotetia no *Geogebra*?

Aluno A4: Não, pois tudo ajudou para facilitar.

Aluno A1: É verdade. Não iremos ter noção do que iríamos fazer.

Aluno A8: Um método complementa o outro.

Aluno A2: Realmente, se tornou fácil porque tínhamos visto anterior, então já temos noção.

Aluno A23: Mas, não troco o *Geogebra* pelos materiais de desenhos geométricos.

Em relação à utilização do software *Geogebra*, todos os alunos se agradaram, não tiveram tantas dificuldades, apenas na hora de manusear o mouse, eles não tinham esse domínio.

Profª: Conseguiram fazer a figura homotética?

Aluno A3: Já mesmo.

Profª: O que aconteceu logo após de criado a figura homotética?

Aluno A10: Continuou do mesmo formato e ampliou, sendo que alterou só o tamanho da figura.

Profª: Se movimentar os vértices dos polígonos no *Geogebra*. O que acontece?

Aluno A4: Pode – se notar que o tamanho dos lados se modificam, pois, movimentando o polígono original, clicando nessa bolinha azul, ou ele diminui ou aumenta, por isso existe a modificação.

Profª: Qual relação tem entre as medidas dos lados do polígono original e o homotético?

Aluno A1: Que quando aumentam ou diminuem o lado do polígono regular original, automaticamente vai aumentar ou diminuir o lado do polígono regular homotético.

Profª: O que te permite afirmar que esses polígonos regulares são semelhantes, tanto na ampliação direta e inversa?

Aluno A14: Eles têm a mesma forma e os mesmos ângulos.

Profª: Em relação ao controle deslizante, o que tens a dizer?

Aluno A16: Que precisa ser feito primeiro o controle deslizante.

Aluno A24: Depois colocamos o nome e intervalo.

Aluno A7: E quando formos colocar o fator que é a razão da Homotetia, colocamos o mesmo nome do controle deslizante.

Aluno A18: O mais engraçado que muda o nome de razão para fator, mas tudo é a mesma coisa.

Aluno A1: Se não for dessa maneira não vai movimentar.

Fizemos juntos a ampliação de um triângulo com razão 2 e posteriormente os alunos foram fazer sozinho nos seus *netbooks* as suas figuras homotéticas, com o polígono regular escolhido contendo a razão 2, neste momento eu mediava todo esse procedimento.

Profª: Quando foi para traçar as mediatrizes, o que precisou utilizar?

Aluno A28: Um ponto de interseção para colocar um ponto nas duas mediatrizes.

Profª: Qual será a finalidade dessa mediatriz?

Aluno A28: Será que é para encontrar o ângulo de 90° no polígono regular?

Profª: Será?

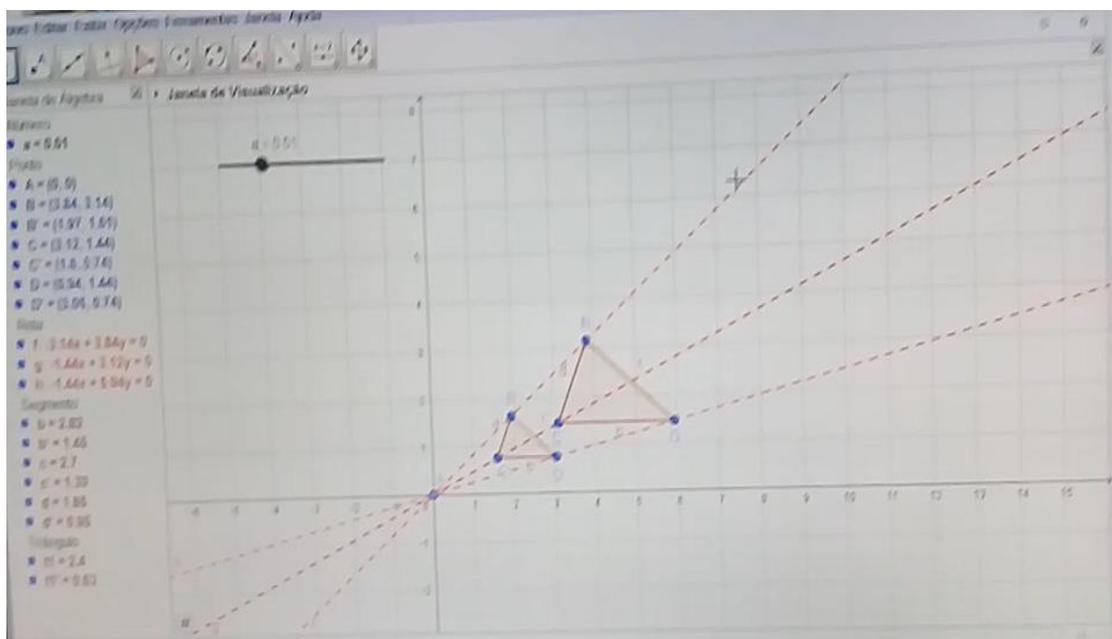
Aluno A3: Acho que não, porque os ângulos dos polígonos regulares já têm.

Profª: Quando se passa a mediatriz o que percebe no polígono regular?

Aluno A6: Percebo que a mediatriz traça o segmento de reta ao meio.

Aluno A9: Ele divide o segmento em dois, ficando no meio.

Figura 21 – Aluno A18 utilizando o controle deslizante para ampliar o polígono



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis.

Aluno A1: Onde colocamos o ponto médio, fica no meio de um segmento.

Aluno A16: Mas professora, para que esse ponto médio e esse ponto de interseção?

Profª: Será que é para encontrar algo?

Aluno A25: Isso com certeza.

Aluno A23: Eu mexendo no *Geogebra*, tracei um segmento entre esses pontos e descobri a distância. De acordo como pede a atividade.

Profª: Muito bem. Você é bem adiantada.

Profª: Mas para encontrar a distância sempre vou precisar traçar um segmento nesses pontos?

Aluno A11: Sim, porque senão não irei conseguir obter a distância.

Aluno A12: Reta não vai poder e nem semirreta, porque o segmento de reta tem início e fim. E os pontos, vai ser o início e o fim do segmento.

Profª: E quando fui fazer o polígono regular homotético, esse segmento também ficou homotético?

Aluno A1: Sim, pois ele também alterou o tamanho e o valor.

5.4 TAREFAS INVESTIGATIVAS

Chegou o momento de apresentar o meu texto para qualificação, fui aprovado, portanto, houve muitas reclamações em relação as atividades aplicadas para os meus alunos. Precisei retomar a pesquisa e incluir de forma correta as atividades de cunho investigativos. Convidei os alunos para retornar à escola onde eles estudavam porque a pesquisa foi feita lá, sendo que estes alunos já teriam sido aprovados e ingressados no Ensino Médio.

Então novamente precisei estudar mais em relação as tarefas investigativas para inserir algumas atividades de cunho investigativos, como já tinha feito várias atividades com meus alunos, utilizei o mesmo esboço de atividades, inserindo as atividades investigativas.

5.4.1 – Relato diário das aulas

23ª a 27ª aula – 09/07/2018 a 06/08/2018

Neste momento, precisei detalhar sobre as atividades investigativas e palavras que eles não estavam habituados a ouvir, como “conjectura”. Precisei retomar todos os conteúdos trabalhados porque iria inserir essas atividades de cunho investigativo

e teria passado muitos meses que não estudávamos sobre o assunto de transformação geométrica – homotetia.

Para a minha surpresa, eles ainda lembravam de cada detalhe ensinado e trabalhado sendo gratificante para mim como professora e pesquisadora. O objetivo dessa dissertação é analisar o desenvolvimento de aprendizagem dos alunos e naquele momento percebi que em relação a este assunto progrediu o aprendizado e com a ajuda dos materiais de desenhos geométricos e o *Software Geogebra* potencializou esse aprendizado.

Como seria inserido algumas atividades de cunho investigativo, houve dificuldades em responder e analisar algumas perguntas feitas por mim.

Prof^a: Compreenderam sobre o que seja uma atividade investigativa?

Aluno A28: O conceito sim, mas como seria aplicado essa atividade?

Prof^a: Através de perguntas, precisando ter conhecimento do conteúdo e esse conhecimento vocês têm. Irão analisar as perguntas, sugerir hipóteses, justificas, conjecturas e discutiram entre si.

Aluno A26: Conjectura, uma palavra estranha, porém bonita.

Aluno A23: Se estivermos errados, a senhora irá corrigir?

Prof^a: Sim, mas de uma forma diferenciado. Irei interroga-los sobre algo que correlate com a pergunta, caso não consiga estimular o seu raciocínio, irei mostrar a opção correta e explicar o motivo de você ter errado.

Os alunos entenderam o conceito, mas curiosos com as atividades investigativas, colocando apenas duas questões nesse tópico, as outras constam junto com as sequências didáticas, sendo inseridas algumas outras atividades nas sequências já construídas. A primeira questão, solicitava identificar a proporção dos lados das figuras homotéticas. A proporção entre os lados correspondentes de uma figura original e a ampliação dessa mesma figura, é suficiente para afirmamos a semelhança entre essas figuras? Por quê? (Vide Apêndice 3).

Os alunos ficaram pasmo com a pergunta, pois eles não estavam habituados a trabalhar com este tipo de perguntas. Eles questionaram, discutiram, pesquisaram em seus cadernos e até no celular. Logo abaixo, alguns diálogos.

Aluno A1: Professora, muito complicada essa pergunta. Não sei nem o que responder.

Aluno A8: Quando fala em proporção, imagino que seja a igualdade de uma coisa à outra.

Aluno A9: Se é igual a outra coisa, isso quer dizer que existe uma semelhança, logo o nome diz “semelhança”. Né, professora?

Profª: Me responda e explique o que você acabou de perguntar.

Aluno A9: Uma coisa semelhante é sim igual a outra, olhando no dicionário virtual, é uma coisa parecida ao original.

Aluno A24: Vocês só estão repetindo o que tem na pergunta, será que apenas essa semelhança basta, para dizer que a figura ampliada é semelhante.

Aluno A25: Quando estudamos homotetia, ficou bem claro que a figura homotética ela seria semelhante, porque não alteraria a sua forma.

Aluno A3: E os seus ângulos não mudariam.

Profª: Muito bem. Apenas a proporcionalidade dos lados de uma figura não é suficiente para afirmar que essas figuras são semelhantes e nós sabemos que todas as figuras homotéticas são semelhantes, pois tem seus lados proporcionais e seus ângulos iguais.

A terceira atividade foi solicitando que eles justificassem a ampliação direta e inversa (vide anexo a terceira sequência), visualizando os desenhos que eles fizeram. Surgiram os comentários.

Aluno A5: Professora, em minha opinião, muda a forma de traçarmos a reta para encontrar ampliação direta e inversa.

Aluna A1: Muda a forma sim, porém não temos certeza dos valores, porque tudo é aproximado.

Profª: Não entendi aluna A, seja mais clara.

Aluna A1: Digo da razão.

Profª: Mas a razão é igual a 2.

Aluna A1: Mas os comprimentos dos lados não são dos mesmos valores e sempre vai existir o aumento desses comprimentos.

Aluno A14: Claro, se eu estou ampliando. Mas o conceito do aluno E, está correto, pois existi métodos para fazer a ampliação tanto na forma direta e inversa.

Aluno A18: Mas no *Geogebra* não precisamos entrar em tantos detalhes, ele já faz esse procedimento por nós. Por isso, prefiro eles.

Alunos: Nós também.

Diante da colocação dos alunos, onde eles exprimem suas ideias entende-se que a atividade proposta é estabelecida como sendo uma atividade investigativa, conforme sugere Ponte (2016, p.28) ao expressar que “[...]o aluno deve sentir que

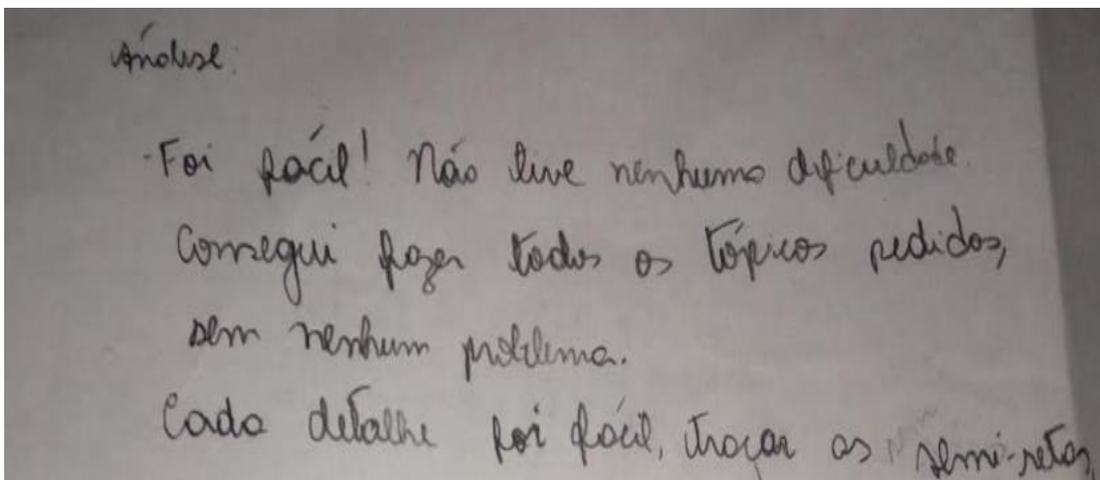
suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor”.

A partir do desenvolvimento das atividades teve a oportunidade de assumir o papel de investigadora. Foi possível promover uma nova cultura de ensino/aprendizagem em sala de aula saindo do tradicionalismo, no qual retira do quadro as questões e apenas busca resolver a problema ou pega a resposta pronta dos colegas.

Nas atividades desenvolvidas, os alunos tiveram a oportunidade de discutir em pares e em pequenos grupos, entre si geravam questionamentos e possíveis formas de resoluções. Como professora meu papel vou mediar as questões que os auxiliavam a buscar respostas plausíveis aos seus questionamentos. As tarefas investigativas ofereceram oportunidades para inferências, observações, levantamentos de hipóteses e a busca pela comprovação.

Com certeza, esta é sem sombra de dúvida um novo estilo de trabalho para aulas de matemática e propicia um tipo de comportamento considerado como genuinamente matemático (PONTES; MATOS, 1998, p.119).

Figura 22 – Análise da aluna A1 sobre a Atividade Investigativa



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Pode-se notar que os alunos tiveram muitas dificuldades nas primeiras aulas, a partir de terem se familiarizado com os assuntos e materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*, eles não tiveram tantas dificuldades, essa novidade de ensino incentivou até os alunos a pesquisarem sobre assuntos que ainda não tinha sido abordado. Essa pesquisa estimulou o modo de ministrar as aulas

deixando os alunos pensarem e dialogarem entre si para chegarem a uma resposta, sendo que existem várias maneiras de solucionar as atividades de matemática.

Necessitando utilizar alguns métodos para incentivar os alunos, estimulando a curiosidade deles, claro que não podemos abandonar as aulas tradicionais, pois tudo é uma construção e sendo essencial para ensino, mas dentro dessas aulas inserirem métodos inovadores que der a liberdade para o aluno pensar e raciocinar.

E essa construção se tornara eficaz no ensino e aprendizagem de cada aluno.

A foto 10 na qual a aluna A faz uma análise de como foi fácil resolver as atividades propostas sugere a importância de se trabalhar em sala de aula a teoria e a prática em conjunto. Pontes (2016, p. 28-29) a este respeito complementa que “é importante também que o aluno saiba o que lhe é pedido, em termos de produto final”. A este respeito o mesmo autor Ponte complementa ainda que “perceber que aquilo que ele vai fazer vai ser mostrado aos colegas, confere ao seu trabalho um caráter público, o que constitui para ele, simultaneamente, um estímulo e uma valorização pessoal.

Seção VI - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de novas tecnologias se encontra presente em diferentes ambientes e situações cotidianas, seja em um ambiente domiciliar, escolar ou empresarial. Os docentes, em sua condição de educadores, devem estar atentos ao novo e se adaptar as mudanças, em especial, ao que se refere à utilização de avanços tecnológicos a favor do ensino/aprendizado.

O presente, utilizando-se o princípio que o uso de tarefas investigativas, e tecnológicos podem potencializar o processo de aprendizado, propõe-se a responder a seguinte questão: Como as tarefas investigativas, desenvolvidas com a mediação de recursos com materiais de desenhos geométricos e tecnológicos, como o *software Geogebra*, potencializam o processo de aprendizagem de estudantes de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre?

Ao longo desse estudo, observou-se que os estudantes apresentaram inúmeras dificuldades com o manuseio de materiais para o desenvolvimento de desenhos geométricos manuais, por outro lado, após a explicação e orientação de um mediador, conseguiram trabalhar de forma correta e utilizar o *software Geogebra* realizando as atividades solicitadas. Tal fato pode estar relacionado a prática em utilizar tecnologias computacionais.

Os resultados obtidos demonstram que o sucesso de uma investigação depende da proposta do docente e do ambiente de aprendizado criado em sala de aula. Além de que, para que o estudante se sinta capaz para concluir o que lhe foi proposto, faz-se necessário tempo para que o mesmo possa analisar as questões, refletir, discutir ideias com os outros alunos e com o próprio professor, sem que seja discriminado ou que suas ideias sejam descartadas.

Desse modo, pode-se inferir que os estudantes, em sua grande maioria, apresentam grande dificuldade no que se refere a manipulação de materiais geométricos. Tal fato pode estar associado ao fácil acesso a ferramentas, como computadores, calculadoras, *tablets*, *smartphones*, dentre outros aparelhos eletrônicos que possuem acesso à *internet* e a aplicativos que facilitam o desenvolvimento de tarefas diárias, onde não se necessita o manuseio de materiais de desenhos geométricos ou cálculos como desenvolvidos nessa pesquisa.

Conforme descrito na sessão intitulada Análise dos Resultados: Relato das aulas com os materiais de desenho geométricos e o *software Geogebra*, os

estudantes que participaram das aulas teóricas e práticas somente apresentaram dificuldades, quando solicitado a execução das atividades investigativas utilizando os materiais de desenhos geométricos, porque não estavam habituados em utilizar os materiais e, após, a prática nas atividades propostas, começaram a utilizá-los de forma correta.

Por outro lado, quando lhes foi solicitado a mesma tarefa utilizando o *software Geogebra*, a dificuldade inicial consistiu por alguns instantes enquanto eles se adaptavam com a *interface* do aplicativo. Após a ambientação, todos os apresentaram maior adaptação ao desenvolvimento da Homotetia no computador, se comparado com o uso do papel milimetrado e os demais materiais de desenhos geométricos.

O uso do *Geogebra* no ensino de Matemática proporcionou a formulação de diversos conceitos ainda a ser explorados, tais como, a representação geométrica dos objetos, Homotetia em suas variadas formas, álgebra e outros.

Desse modo, quando bem manipulado o *software Geogebra*, em conjunto com as tarefas investigativas, favorece o desenvolvimento de diversas habilidades por parte dos estudantes e professores, uma vez que ambos aprendem um com o outro, e acabam por permitir a construção, reflexão e experimentação.

O desenvolvimento dessa pesquisa pode contribuir como fonte bibliográfica para docentes e a quem interessar aprofundar seus conhecimentos sobre Homotetia e Transformações Homotéticas, haja vista que poucos estudos são realizados envolvendo Geometria, Homotetia e Atividades Investigativas. Os resultados obtidos reiteram a importância de se utilizar as atividades investigativas no ensino de matemática.

Dentre as inúmeras dificuldades encontradas para o desenvolvimento dessa investigação, destacam-se:

- 1) A falta de livros sobre Homotetia;
- 2) A dificuldade de acesso à trabalhos já desenvolvidos que englobam a temática;
- 3) O tempo disponibilizado durante a investigação, por se tratar de um mestrado sem remuneração;

Entretanto, pode-se concluir que o uso de atividades investigativas e tecnologias computacionais, como ferramentas de ensino, potencializa o processo de aprendizado, sendo importantes recursos a serem implementados como alternativas às dificuldades encontradas durante o processo de ensino-aprendizagem.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, Maria das Graças dos Santos. **Uma investigação sobre a prática pedagógica**: refletindo sobre a investigação nas aulas de matemática. 2008. 193 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

AFONSO, Priscila Benitez. **VENCENDO AS ARMADILHAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA POR MEIO DA ABORDAGEM ETNOMATEMÁTICA**. 2002. Disponível em < http://alb.org.br/arquivo-morto/edicoesanteriores/anais16/sem15dpf/sm15ss12_02.pdf > Acesso em Ago de 2018.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BAPTISTA, Mônica et al. Aprendizagens profissionais de professores dos primeiros anos participantes num estudo de aula. **Educação em Revista**. Belo Horizonte.v.30 n.04 p. 61-79, 2014.

BERNAL, J. D. **Ciência na História**. v. VII. Lisboa: Livros Horizonte, 1969.

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Tradução Elza Gomide, Helena Castro. 2ª e. São Paulo: Blucher, 2010.

BIANCHINI, Edwald. **Matemática Bianchini**. 8. Ed. – São Paulo: Moderna, 2015.

BOYER, Carl B. **História da Matemática** (2ª ed.). S. Paulo: Editora Edgard Blücher, Ltda. 1996.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Bencher Ltda, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Introdução. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 2ª ed. Rio de Janeiro: DP e A, 2000.

CAMARGO, R. P. **Tarefas investigativas de matemática: uma análise de três alunas de 8ª série do ensino fundamental, Curitiba**. 2006. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2006.

CASTRO, Juliana Facanali de. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de matemática**. 197f. Dissertação (Mestrado em educação) – faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2004.

CAJU, R. F. **A interligação da matemática com a história Árabe**. Dourados: UEMS, 2010.

CHIRÉIA, José Vagner. **Transformações geométricas e a simetria: uma proposta para o ensino médio**. 2013. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2013.

CREPALDI, M. A. S. **A História da matemática na apropriação dos conteúdos da 6ª série do ensino fundamental**. UNESCO, 2005. Disponível em <<http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000027/00002769.pdf>>. Acesso em Ago 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: matemática ensino fundamental**. 2 ed., São Paulo: Etica, 2015.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-Posições**, v.4, n.1, p. 35-41, 1993.

DESLANDES, Suely Ferreira et al. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. – Petropolis, RJ: Vozes, 2007.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FEITOSA, H. de A. Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. **Mimesis**, v. 21, n. 1, p. 25-38, 2000.

FILHO, Edson Soares. **Homotetia e semelhanças de Triângulos: Uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis**. 2014. 64f. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade federal do Amazonas. Manaus: AM, 2014.

GAY, Mara Regina Garcia. **Projeto Araribá: matemática**. Editora Moderna. 4ª ed. – São Paulo: Moderna, 2014.

GUIMARÃES, Wanuzza Nogueira. **Um estudo sobre a inserção tecnológica na formação continuada de docentes de matemática**. 2015. 120f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro: RJ, 2015.

JAVARONI, Sueli Liberatti. **Abordagem geométrica**: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 2007. 231 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102149>>. Acesso em 15 de out. de 2017.

JÚNIOR, T. J. V. O ensino de sistemas de numeração por meio da história da matemática. **Revista FACEVV**, v.4, n.2, p. 113- 118, 2010.

LAMONATO, M. **Investigando geometria**: aprendizagens de professores da educação infantil. São Carlos. 2007. 244p. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

LIMA, Nilo Silveira Monteiro de. **Investigações em Geometria plana com Interface Digitais**: Um estudo sobre Homotetia. 2016. 118f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Programa de estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

LIMA, Elon Lages. **Coordenadas no Plano**. Rio de Janeiro: Coleção do Professor de Matemática: SBM. 1996.

LORENZATO, Sérgio Aparecido. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sérgio Aparecido. Por que não ensinar Geometria? **Revista Educação Matemática**, ano 3, n. 4, p. 3-13, 1 sem. 1995.

MIORIM, Maria Ângela. **O Ensino de Matemática**: Evolução e Modernização. 1995. 231f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. 1995. Disponível em < http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_Miorin.pdf > Acesso em 28 de Out. de 2018.

JANSON, H. W e JANSON, Anthony F. **Iniciação à história da arte**, 2ªed. São Paulo, Martins, 1996.

OLEQUES, Liane Carvalho. **Arte no Paleolítico**. [online]. 2010. Disponível em < <https://www.infoescola.com/artes/arte-no-paleolitico/> > Acesso em 02 Jan. de 2019.

OLIVEIRA, Francisco Diego Moreira. **O software Geogebra como ferramenta para o ensino da geometria analítica**. 2014. 62f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi – Árido, Mossoró: RN, 2014.

OLIVEIRA, H.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. **Explorar, investigar e discutir na aula de matemática**. In A. Roque & M. J. Lagarto (Eds.), Actas do ProfMat 98 (pp. 207-213). Lisboa: APM, 1996.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetike**, v. 1, n. 1, 1993. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822>> . Acesso em: 28 mar. 2018.

PEREIRA, T. L. M. **O uso do software Geogebra em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio**, Juiz de Fora. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais.

PONTE, João Pedro da et al. Exercícios, problemas e exploração: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, Vol. XXIV, Nº 2, 2015

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P. et al. **A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas**. Lisboa: APM, 1999.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

PONTE, J. P.; MATOS, F. **Processo Cognitivo e Interações Sociais nas Investigações matemáticas**. In: ABRANTES, P., LEAL, LC., PONTE, J.P. (Orgs.). investigar para aprender matemática: textos selecionados. Lisboa: Projeto MPT e APM, p. 119-137, 1998.

TUDELLA, A.; FERREIRA, C.; BERNARDO, C.; PIRES, F.; FONSECA, H.; SEGURADO, I.; VARANDAS, J. **Dinâmica de uma aula com investigações**. In (org.) Investigações Matemáticas na aula e no currículo. 1999.

ROSSETTO, Hallynnee Héllenn Pires. **Um resgate histórico: a importância da História da matemática**. 2013. 38f. Monografia de Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2013.

SANTOS, Caroline Hellen Martendal dos; BELLINE, Willian. Investigações matemáticas em sala de aula: propondo e analisando a aplicação de tarefas investigativas na educação básica. **VIII Encontro de Produção Científica e Tecnológica**. O método científico, 2013. Disponível em <http://www.fecilcam.br/nupem/anais_viii_epct/PDF/TRABALHOS-OMPLETO/ Anais-

CET/ MATEMATICA/chmartendaldossantotrabalhocompleto.pdf > Acesso em 18 de Jul de 2018.

SANTOS, Anayara Gomes dos. **O Geogebra como recurso didático para a aprendizagem do esboço de gráficos de funções que diferem de outras por uma composição de isometrias ou homotetias.** 2013. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2014.

SILVA, Jonas Weverson de Araújo et al. O uso do Geogebra no estudo de alguns resultados da geometria plana e de funções. **1ª Conferência Latino-americana de Geogebra.** ISSN 2237-9657, p.1 -13, 2012.

SOUZA, Robson Marques de. **Formação inicial de professores a distância no polo CEDERJ/UAB Paracambi:** uma análise na licenciatura em matemática. 2014. 91 p. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2014.

XAVIER, Gisele Pereira de Oliveira. **Formação Continuada para EJA:** Análise de Interações Docentes em Matemática em um fórum de discussão. 2016. 116 p. Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares. Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2016.

SCHIMITT, Fernanda Eloisa. Abordando geometria por meio da investigação matemática: um comparativo entre o 5º e 9º anos do ensino fundamental. 2015. 106f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu. Centro Universitário UNIVATES, 2015.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Vontade de saber matemática, 9º ano.** 3. Ed. – São Paulo:FTD, 2015.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de matemática:** como dois e dois: a construção da matemática. – São Paulo: FTD,1997.

VALENTE, Jose A. O uso inteligente do computador na educação. **Patio- Revista Pedagógica**, v. 11, n. 1, p. 19-21,1999.

WALDOMIRO, Tatiana de Camargo. **Abordagem histórico – epistemológica do ensino da geomeria fazendo uso da geometria dinâmica.** 2011. 90f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação. Área Concentração: Ensino de Ciências e matemática – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2011.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** Planejamento e Métodos. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ANEXO

Anexo A: Termo de Autorização para os Pais



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Termo de Autorização para os Pais

Eu, _____, Identidade nº _____, autorizo a participação do meu/ da minha filho(a) _____ da pesquisa intitulada realizada pelo(a) professor (a) _____, Identidade nº _____, SSP- _____, aluno(a) do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, sob orientação do Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo.

A pesquisadora informou-me que o objetivo da pesquisa é _____

E que a participação do(a) filho(a) nesta pesquisa se dará respondendo atividades propostas, as quais serão utilizadas nos estudos e ações no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.

A presente autorização é concedida de forma gratuita e voluntária, estou ciente de que posso recusar a participação do(a) meu/minha filho(a) da pesquisa ou sair dela a qualquer momento, se assim desejar. E que a pesquisadora está isenta do pagamento de quaisquer ônus, a qualquer tempo e sob qualquer pretexto pela utilização das informações, nos registros realizados podendo usá-las, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos, para sua dissertação de mestrado, bem como em trabalhos acadêmicos de natureza essencialmente pedagógica, de formação e pesquisa, incluindo comunicações orais e/ou publicações.

A pesquisadora poderá retirar-me da pesquisa a qualquer momento, se ela julgar necessário, sendo assegurado o completo sigilo da identidade de meu/minha filho(a) quanto à participação nesta pesquisa.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Sequência Didática A (Profª Sara)

	GOVERNO DO ESTADO DO ACRE SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMANETAL II SEQUÊNCIA DIDÁTICA
DADOS GERAIS	
PROFESSOR (a): Sara Jemima Carneiro dos Reis	
DISCIPLINA: Matemática ANO/SÉRIE: 9º A SEQUÊNCIA: 1ª TEMPO PREVISTO: 1 aula de 60 minutos.	
CONTEÚDOS DE DIFERENTES TIPOS	
<ul style="list-style-type: none"> • Ponto 	
<ul style="list-style-type: none"> • Reta; segmento de reta e semirreta 	
<ul style="list-style-type: none"> • Ângulo 	
<ul style="list-style-type: none"> • Bissetriz 	
<ul style="list-style-type: none"> • Polígono 	
OBJETIVOS	
Fazer uma intervenção dos conteúdos de geometria plana dos anos anteriores, apresentando alguns conceitos geométricos.	
Representar e nomear ponto.	
Diferenciar reta, segmento de reta e semirreta, representar seus pontos.	
Compreender cada tipo de ângulo: reto, agudo, raso e obtuso.	
Identificar através do transferidor os graus presentes em cada ângulo.	
Tornar o aluno capaz de construir bissetriz de um ângulo	
Compreender o conceito de polígono.	
DESCRITORES	
D6 Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.	
SITUAÇÕES DE APRENDIZAGENS – METODOLOGIA	
Aula expositiva sobre ponto, reta, segmento de reta, semirreta, ângulos e tipos de ângulos, bissetriz e polígonos.	
Atividade dos conteúdos ministrados, com algumas questões possuindo o descritor 6.	
Correção das atividades.	
Recursos	
<ul style="list-style-type: none"> • Quadro branco 	
<ul style="list-style-type: none"> • Pincel para quadro branco 	
<ul style="list-style-type: none"> • Apagador 	
<ul style="list-style-type: none"> • Transferidor 	
<ul style="list-style-type: none"> • Atividade impressa 	
Avaliação das aprendizagens	

<ul style="list-style-type: none"> • Serão avaliados o interesse e participação dos alunos durante a realização da atividade proposta. 	
Anexos (textos, atividades ou atividades complementares)	
<ul style="list-style-type: none"> • Bianchini, Edwaldo de Matemática Bianchini, 8. ed. – São Paulo: Moderna, 2015. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Souza, Joamir Roberto de Vontade de saber matemática, 9º ano/Joamir Roberto de Souza, Patrícia Rosana Moreno Pataro; 	
<ul style="list-style-type: none"> • https://novaescola.org.br/conteudo/3019/prova-brasil-descritores-de-matematica-9-ano 	
<ul style="list-style-type: none"> • http://matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=118 	
<ul style="list-style-type: none"> • http://professoranach.blogspot.com/2014/05/5-ano-aula-sobre-angulos.html 	
Coordenador (a):	Professor (a):

ANEXOS:

ATIVIDADE

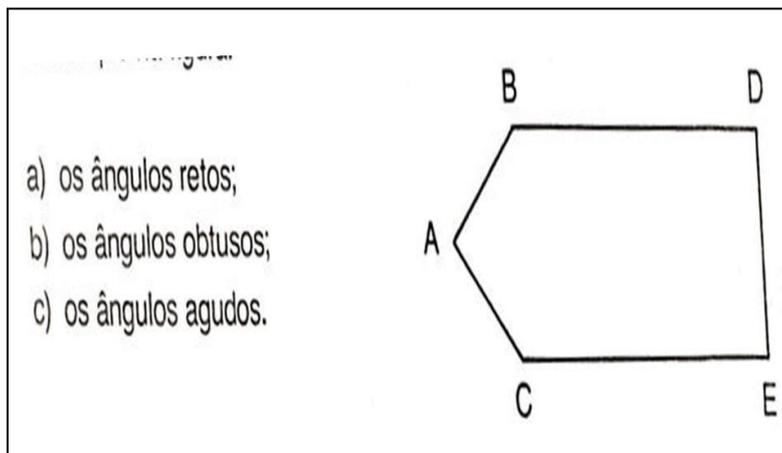
01. Desenhe e nomeie cada conceito representado a seguir.

- O ponto A.
- A reta C.
- O segmento de reta SP.
- A semirreta OP.

02. Indique as medidas dos ângulos abaixo.

- Ângulo reto _____
- Ângulo agudo _____
- Ângulo obtuso _____
- Ângulo raso _____
- Ângulo volta inteira _____

03. D6. D8. Utilize o transferidor para medir os ângulos da figura e trace bissetriz:



04. Marque com um (X) as alternativas que caracterizam os polígonos:

- () Formado por segmentos de reta.
- () Possui uma região vazada.
- () Pode possuir lados curvados.
- () O mínimo de lados que deve possuir são 3.
- () A figura tem que ser toda fechada.

Apêndice 2 – Sequência Didática B (Profª Sara)

	GOVERNO DO ESTADO DO ACRE			
	SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO			
ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMANTAL II				
SEQUÊNCIA DIDÁTICA				
DADOS GERAIS				
PROFESSOR (a): Sara Jemima Carneiro dos Reis				
DISCIPLINA: Matemática ANO/SÉRIE: 9º A SEQUÊNCIA: 2ª TEMPO PREVISTO: 2 aulas de 60 minutos.				
CONTEÚDOS DE DIFERENTES TIPOS				
<ul style="list-style-type: none"> • Polígonos regulares 				
<ul style="list-style-type: none"> • Mediana 				
<ul style="list-style-type: none"> • Mediatriz 				
<ul style="list-style-type: none"> • Diagonais dos polígonos 				
OBJETIVOS				
Reconhecer os polígonos regulares.				
Construir e diferenciar mediana e mediatriz				
Encontrar as diagonais do polígono regular				
DESCRITORES				
D8 Resolver problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)				
SITUAÇÕES DE APRENDIZAGENS - METODOLOGIA				
Aula expositiva sobre polígonos regulares, mediana, mediatriz e diagonais de um polígono.				
Atividade dos conteúdos ministrados, com algumas questões possuindo o descritor 8.				
Correção das atividades.				
Recursos				
<ul style="list-style-type: none"> • Quadro branco 				
<ul style="list-style-type: none"> • Pincel para quadro branco 				
<ul style="list-style-type: none"> • Apagador 				
<ul style="list-style-type: none"> • Régua 				
<ul style="list-style-type: none"> • Esquadro 				
<ul style="list-style-type: none"> • Transferidor 				
<ul style="list-style-type: none"> • Papel milimetrado 				
<ul style="list-style-type: none"> • Atividade impressa 				
Avaliação das aprendizagens				
<ul style="list-style-type: none"> • Serão avaliados o interesse e participação dos alunos durante a realização da atividade proposta. 				
Anexos (textos, atividades ou atividades complementares)				
<ul style="list-style-type: none"> • Bianchini, Edwaldo de Matemática Bianchini, 8. ed. – São Paulo: Moderna, 2015. 				

<ul style="list-style-type: none"> Souza, Joamir Roberto de Vontade de saber matemática, 9º ano/Joamir Roberto de Souza, Patrícia Rosana Moreno Pataro,; 	
<ul style="list-style-type: none"> https://novaescola.org.br/conteudo/3019/prova-brasil-descritores-de-matematica-9-ano 	
<ul style="list-style-type: none"> http://matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=118 	
Coordenador (a):	Professor (a):

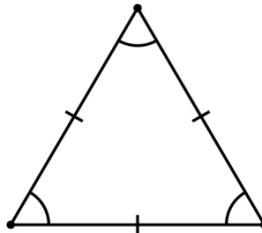
ANEXOS:

ATIVIDADE

01. Todo polígono regular possui:

- Apenas quatro lados com medidas diferentes.
- Apenas quatro lados com mesma medida.
- Todos os lados com medidas diferentes.
- Todos os lados com mesma medida.

02. Dado o triângulo equilátero encontre a mediana e a mediatriz.



03. D8. Desenhe um polígono regular, construa as diagonais, com ajuda de um transferidor medir os ângulos, medir os comprimentos dos lados, encontrar a mediana e a mediatriz.

Apêndice 3 – Sequência Didática C (Profª Sara)

	GOVERNO DO ESTADO DO ACRE			
	SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMANTAL II SEQUÊNCIA DIDÁTICA			
DADOS GERAIS				
PROFESSOR (a): Sara Jemima Carneiro dos Reis				
DISCIPLINA: Matemática ANO/SÉRIE: 9º A SEQUÊNCIA: 4ª TEMPO PREVISTO: 2 aulas de 60 minutos.				
CONTEÚDOS DE DIFERENTES TIPOS				
<ul style="list-style-type: none"> Semelhança de figuras poligonais 				
OBJETIVOS				
Reconhecer na ampliação ou redução de figuras poligonais a congruência dos ângulos e a proporcionalidade dos lados.				
Ampliar e/ou reduzir corretamente uma figura mantendo a semelhança.				
DESCRITORES				
D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.				
SITUAÇÕES DE APRENDIZAGENS – METODOLOGIA				
Aula expositiva sobre semelhança de figuras poligonais.				
Atividade do conteúdo ministrado, com algumas questões possuindo o descritor 5.				
Correção das atividades.				
Recursos				
<ul style="list-style-type: none"> Quadro branco Pincel para quadro branco Apagador Régua Esquadro Papel milimetrado Atividade impressa 				
Avaliação das aprendizagens				
<ul style="list-style-type: none"> Serão avaliados o interesse e participação dos alunos durante a realização da atividade proposta. 				
Anexos (textos, atividades ou atividades complementares)				
<ul style="list-style-type: none"> Bianchini, Edwaldo de Matemática Bianchini, 8. ed. – São Paulo: Moderna, 2015. Souza, Joamir Roberto de Vontade de saber matemática, 9º ano/Joamir Roberto de Souza, Patrícia Rosana Moreno Pataro;. https://novaescola.org.br/conteudo/3019/prova-brasil-descritores-de-matematica-9-ano https://novaescola.org.br/plano-de-aula/866/semelhanca-em-triangulos-justapostos http://profmarcirocha.blogspot.com/2014/03/plano-de-aula-semelhanca-9-ano.html 				

Coordenador (a):	Professor (a):
------------------	----------------

ANEXOS:**ATIVIDADE**

01. D5. Construa e desenhe no papel milimetrado duas figuras que tenham:

- a) O mesmo tamanho
- b) A mesma forma
- c) Mesma forma, mas tamanho diferente
- d) De forma e tamanho diferente

02. D5. Observe as figuras que construiste na questão anterior, identifique:

- a) Duas figuras congruentes
- b) Duas figuras em que uma seja a ampliação da outra
- c) Duas figuras em que uma seja a redução da outra
- d) Duas figuras semelhantes

Apêndice 4 – Sequência Didática D (Profª Sara)

	GOVERNO DO ESTADO DO ACRE			
	SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMANTAL II SEQUÊNCIA DIDÁTICA			
DADOS GERAIS				
PROFESSOR (a): Sara Jemima Carneiro dos Reis				
DISCIPLINA: Matemática ANO/SÉRIE: 9º A SEQUÊNCIA: 5ª TEMPO PREVISTO: 5 aulas de 60 minutos.				
CONTEÚDOS DE DIFERENTES TIPOS				
<ul style="list-style-type: none"> • Transformação geométrica - homotetia 				
OBJETIVOS				
Conceituar homotetia.				
Identificar os elementos da homotetia.				
Transformar elementos e figuras poligonais bidimensionais por meio da homotetia.				
DESCRITORES				
D7 Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.				
SITUAÇÕES DE APRENDIZAGENS – METODOLOGIA				
Aula expositiva sobre transformação geométrica – homotetia.				
Vídeo-aula sobre ampliação direta e inversa de figuras poligonais por meio da homotetia.				
Atividade investigativa contendo o descritor 7 como referência.				
Correção das atividades.				
Recursos				
<ul style="list-style-type: none"> • Quadro branco • Pincel para quadro branco • Apagador • Régua • Esquadro • Transferidor • Papel milimetrado • Compasso • Atividade impressa 				
Avaliação das aprendizagens				
<ul style="list-style-type: none"> • Serão avaliados o interesse e participação dos alunos durante a realização da atividade proposta. 				
Anexos (textos, atividades ou atividades complementares)				
<ul style="list-style-type: none"> • Bianchini, Edwaldo de Matemática Bianchini, 8. ed. – São Paulo: Moderna, 2015. • Souza, Joamir Roberto de Vontade de saber matemática, 9º ano/Joamir Roberto de Souza, Patrícia Rosana Moreno Pataro,; • https://novaescola.org.br/conteudo/3019/prova-brasil-descritores-de-matematica-9-ano 				

• http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=21842	
• https://www.youtube.com/watch?v=K5x87Rbt228	
Coordenador (a):	Professor (a):

ANEXOS:**ATIVIDADE**

- 01. A proporção entre os lados correspondentes de uma figura original e a ampliação dessa mesma figura, é suficiente para afirmarmos a semelhança entre essas figuras? Por quê?**
- 02. D7. Construa um polígono regular e amplie por meio da homotetia.**
- Crie um polígono regular qualquer.
 - Quanto ao polígono trata de um polígono regular ou não?
 - Marque o ponto central no plano.
 - Trace as retas partindo do ponto central aos vértices do polígono regular.
 - Com ajuda de um compasso, encontre a razão $k = 2$.
 - Utilize o esquadro para traça segmentos de reta, a partir dos vértices encontrados.
 - Caso tenha necessidade, use cores diferentes para cada polígono.
 - Aconteceu o que você previa ou não?
 - Existe a proporção entre a figura original e sua ampliação? Por quê?
 - Realize a medida da distância através dos segmentos, comprimentos dos lados, seus ângulos internos e o perímetro.
 - O que observas?
 - Que relação pode estabelecer entre os elementos desse polígono regular que te permita afirmar que é um polígono regular homotético?
 - Por que todo homotético é semelhante, mas nem todo polígono semelhante é homotético?
- 03. Realiza a mesma construção tendo em atenção as alíneas a, d, g e k da questão 01.**
- Trace as retas para encontrar um polígono regular homotético na ampliação inversa, com razão $k = -2$.
 - Será que para encontrar o polígono regular homotético inverso terá que traçar de outra forma as retas? Por quê?
 - Conjecture acerca da relação entre o polígono regular homotético como homotetia direta e inversa.

Apêndice 5– Sequência Didática E (Profª Sara)

	GOVERNO DO ESTADO DO ACRE			
	SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMANTAL II SEQUÊNCIA DIDÁTICA			
DADOS GERAIS				
PROFESSOR (a): Sara Jemima Carneiro dos Reis				
DISCIPLINA: Matemática ANO/SÉRIE: 9º A SEQUÊNCIA: 6ª TEMPO PREVISTO: 8 aulas de 60 minutos.				
CONTEÚDOS DE DIFERENTES TIPOS				
<ul style="list-style-type: none"> Geometria dinâmica 				
OBJETIVOS				
Apresentar o <i>software Geogebra</i> e suas funções.				
Explorar o <i>software Geogebra</i> .				
SITUAÇÕES DE APRENDIZAGENS – METODOLOGIA				
Apresentação de slides.				
Utilização de computadores com o Geogebra.				
Atividade investigativa para ser explorado no software Geogebra.				
Recursos				
<ul style="list-style-type: none"> Data show. Computador. Atividade impressa. 				
Avaliação das aprendizagens				
<ul style="list-style-type: none"> Serão avaliados o interesse e participação dos alunos durante a realização da atividade proposta. 				
Anexos (textos, atividades ou atividades complementares)				
<ul style="list-style-type: none"> https://Geogebra.soft32.com.br > Windows > Software Educacional https://novaescola.org.br/conteudo/5480/ambientacao-com-o-Geogebra 				
Coordenador (a):		Professor (a):		

ANEXOS:

ATIVIDADE

01. D7. Utilize os recursos do *software Geogebra*, para construir figuras semelhantes, por meio de uma transformação (homotetia). Insira o texto, utilizando o botão texto  onde necessitar fazer comentários na atividade aplicada. Deixar a janela de álgebra para verificar o passo a passo feito. Gravar com seu nome todas as atividades.

O.B.S: Não esqueça de clicar no botão , para encerrar o procedimento que estava fazendo e começar um novo procedimento.

- a) clique duas vezes no botão  que está na área de trabalho para abrir o *software Geogebra*.
- b) Construa um segmento com comprimento fixo, utilizando o botão  estabeleça esse comprimento no eixo.
- c) Construa um polígono regular bidimensional, utilizando o botão polígono .
- d) Construa o centro da homotetia, utilizando o botão ponto  no exterior do polígono.
- e) Trace retas utilizando o botão  selecionando sempre dois pontos, o ponto fora do polígono regular e cada um dos vértices do polígono regular que você construiu.
- f) Agora, utilize o botão homotetia , clique no vértice do polígono regular e no ponto central, faça esse procedimento de acordo com a quantidade de vértice que tiver seu polígono regular. Durante esse procedimento irá aparecer uma janela solicitando o fator, ou seja, a razão da homotetia que será $K = 2$.
- g) Utilize novamente o botão polígono  e clique nos novos vértices' que apareceu formando um polígono homotético.
- h) O que aconteceu logo após ter criado a figura homotética? Consegue explicar por que isso aconteceu?
- i) Marque as medidas dos ângulos, através do botão ângulo  dos polígonos regulares.
- j) O que podemos verificar em relação às medidas dos ângulos?
- k) Movimente os vértices do polígono de um lugar para o outro. O que aconteceu? O.b.s: para movimentá-lo clique apenas nos vértices que tem a bolinha azul.
- l) Marque as medidas do comprimento de seus lados, distância entre os segmentos e o perímetro, utilizando o botão .
- m) Tente encontrar uma relação entre as medidas dos lados originais e as medidas dos lados homotéticos.
02. Utilizando a mesma janela com o polígono regular ampliado, faça outro polígono regular homotético utilizando a razão $k = -2$.
- a) Tente explicar o que acontece quando a razão é negativa.

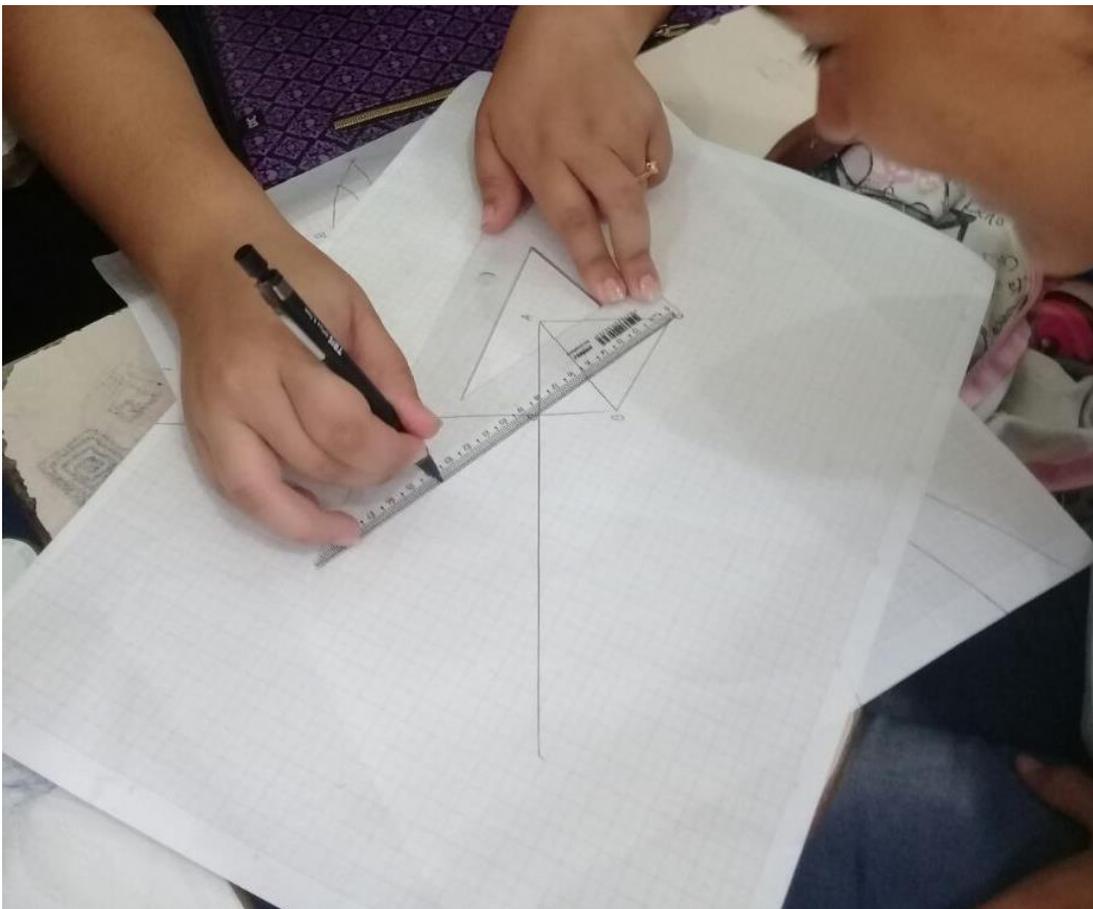
- b) Marque as medidas dos ângulos, através do botão ângulo  do polígono regular homotético encontrado.
- c) As medidas dos ângulos foram alteradas ou não? Por quê?
- d) Marque as medidas do comprimento de seus lados, distância entre os segmentos e o perímetro, utilizando o botão .
- e) Que relação pode estabelecer entre os elementos destes polígonos regulares que te permitam afirmar que são semelhantes?
- f) Conjecture acerca da relação entre o polígono regular homotético com homotetia direta e inversa.
03. Crie um polígono regular homotético através do controle deslizante com razão $k = 2$ e $k = -2$. Utilize a opção animar.
- a) O que observou ao utilizar o controle deslizante?
- b) Existiu o processo homotético ou não?
- c) Em relação ao fator, o que tens a dizer?
04. Construa um polígono regular e sua mediatriz.
- a) Construa um segmento com comprimento fixo, utilizando o botão  estabeleça esse comprimento no eixo.
- b) Construa um polígono regular, utilizando o botão polígono .
- c) Construa o centro da homotetia, utilizando o botão ponto  no exterior do polígono.
- d) Trace retas utilizando o botão  selecionando sempre dois pontos, o ponto fora do polígono regular e cada um dos vértices do polígono regular que você construiu.
- e) Trace duas mediatrizes utilizando o botão , selecionando sempre o oposto do vértice para que se torne perpendicular ao segmento.
- f) Utilize o botão interseção de dois objetos , para criar um ponto de interseção.
- g) Utilize o botão ponto médio  para obter um ponto médio entre dois pontos que ficam na base do polígono.
- h) Agora, utilize o botão homotetia , clique no vértice do polígono regular e no ponto central, faça esse procedimento de acordo com a quantidade de vértice que tiver seu polígono regular, não esquecendo de clicar nos pontos das mediatrizes e no ponto centro. Durante esse procedimento irá aparecer uma janela solicitando o fator, ou seja, a razão da homotetia que será $K = 2$.

- i) Agora, utilize o botão homotetia  , clique no vértice do polígono regular e no ponto central, faça esse procedimento de acordo com a quantidade de vértice que tiver seu polígono regular, não esquecendo de clicar nos pontos das mediatrizes e no ponto centro. Durante esse procedimento irá aparecer uma janela solicitando o fator, ou seja, a razão da homotetia que será $K = 2$.

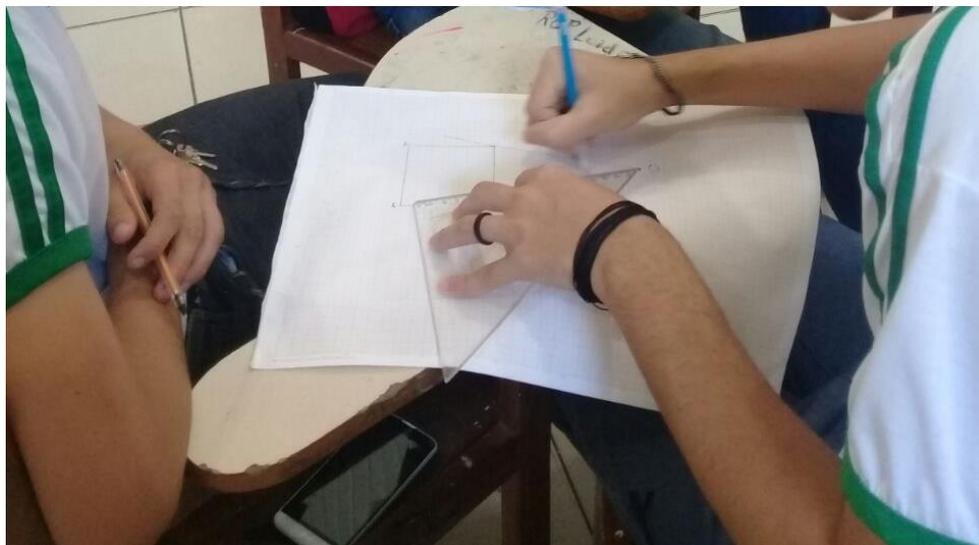
- j) Utilize novamente o botão polígono  e clique nos novos vértices' que apareceu formando um polígono homotético.
- k) O que aconteceu com os pontos da mediatriz?
- l) Eles se tornaram homotéticos?
- m) Marque as medidas do comprimento de seus lados, distância entre os segmentos, o segmento

- da mediatriz, utilizando o botão  .
- n) Para encontrar a distância dos pontos encontrados pela mediatriz precisou traçar alguma reta, segmento de reta ou semirreta? Por quê?

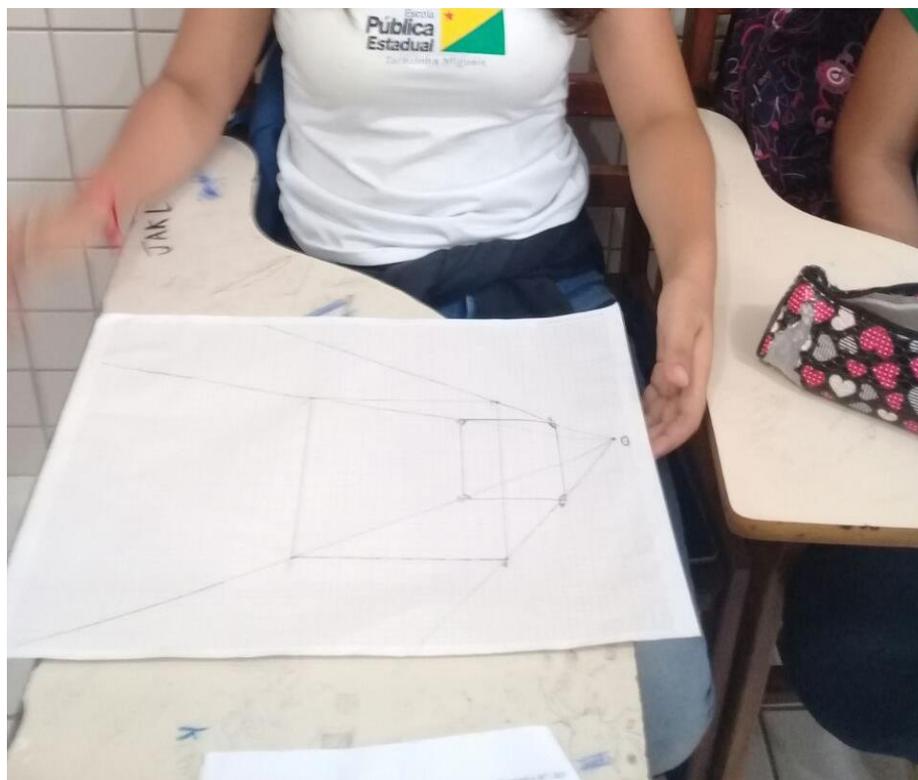
Apêndice 7 – Construção manual dos alunos: material de desenho



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 8- Construção manual dos alunos: material de desenho

Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 9 - Construção manual dos alunos: material de desenho

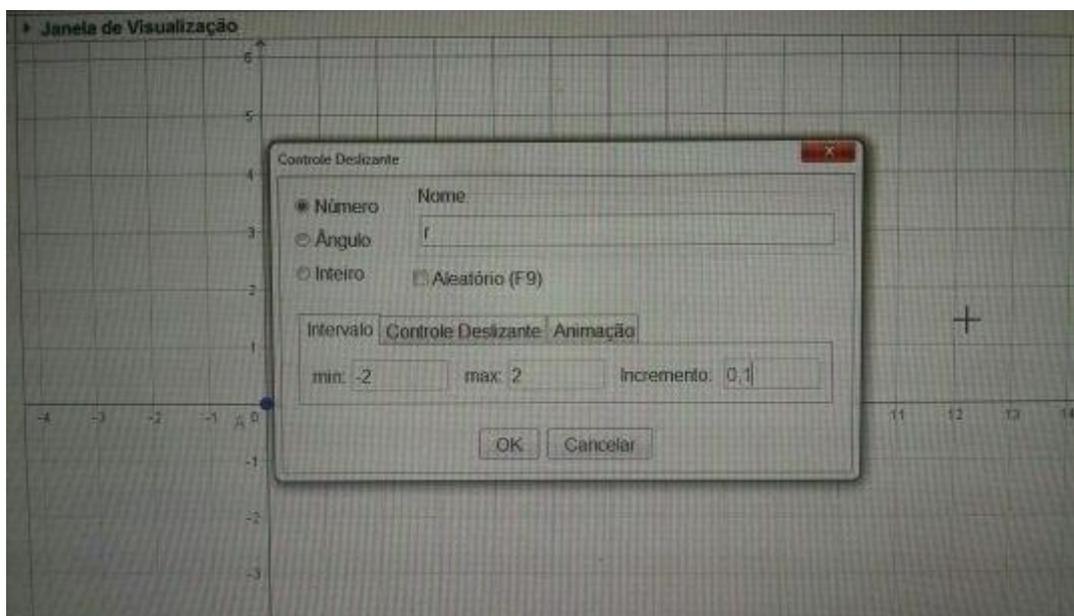
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 10 – Construção com o Geogebra



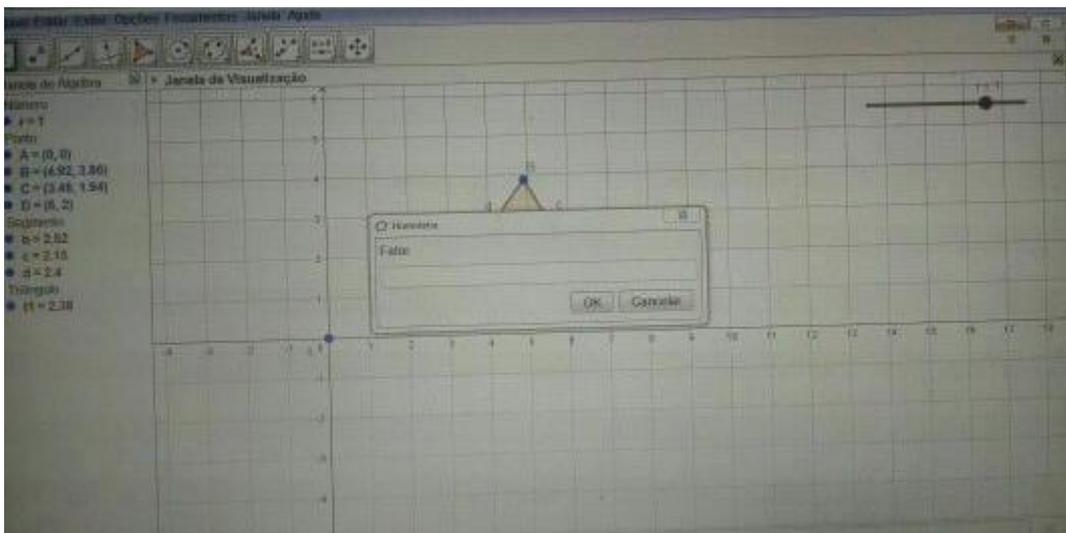
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 11 - Construção com o Geogebra



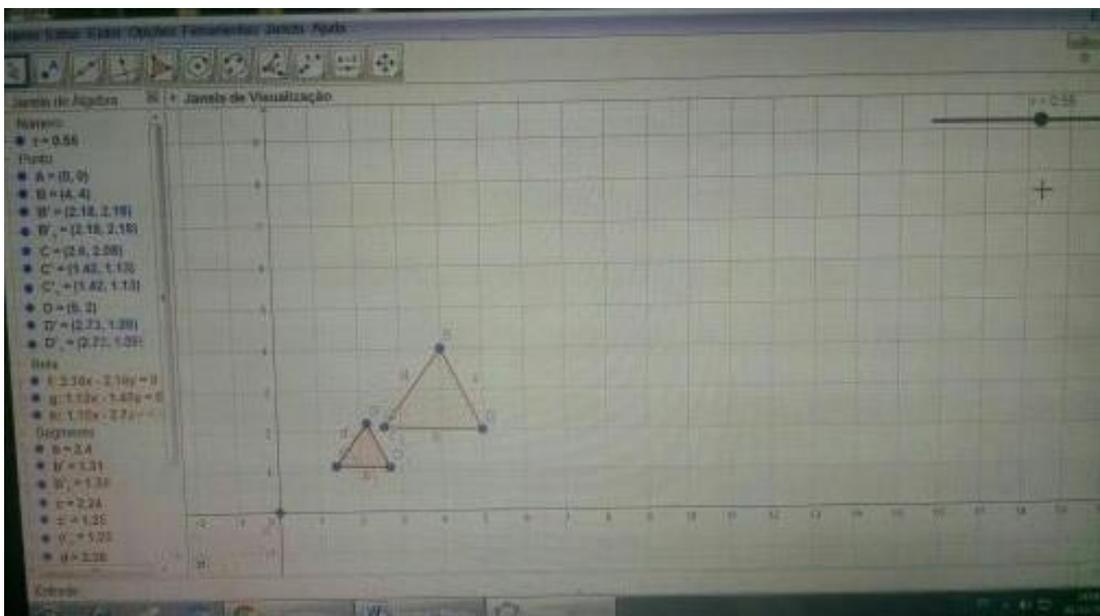
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 12 - Construção com o Geogebra



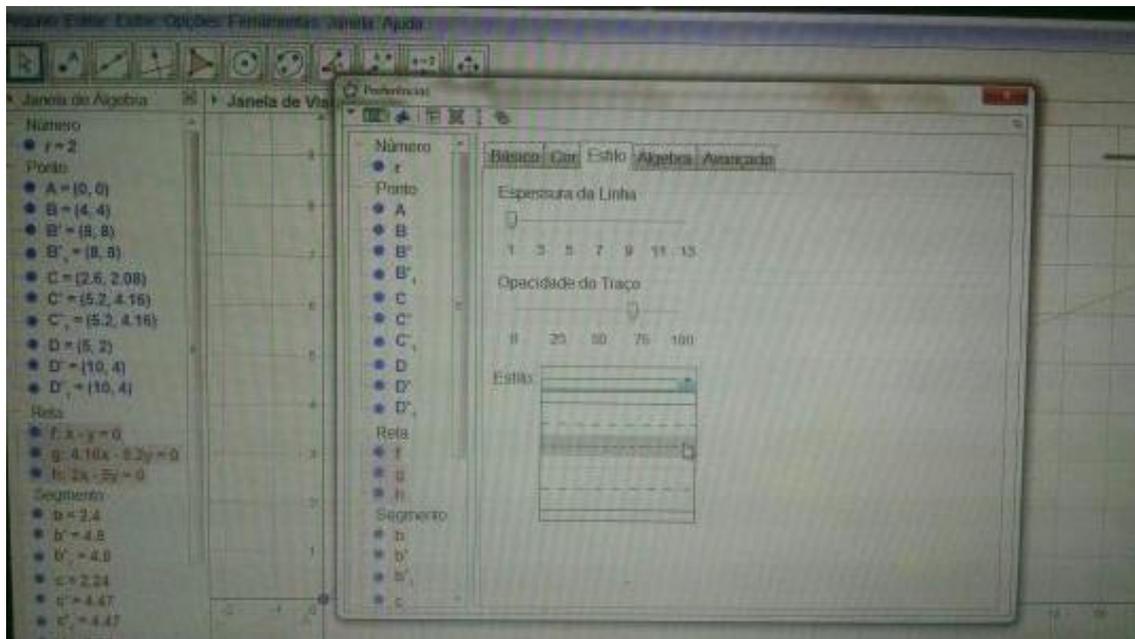
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis (2018).

Apêndice 13 - Construção com o Geogebra



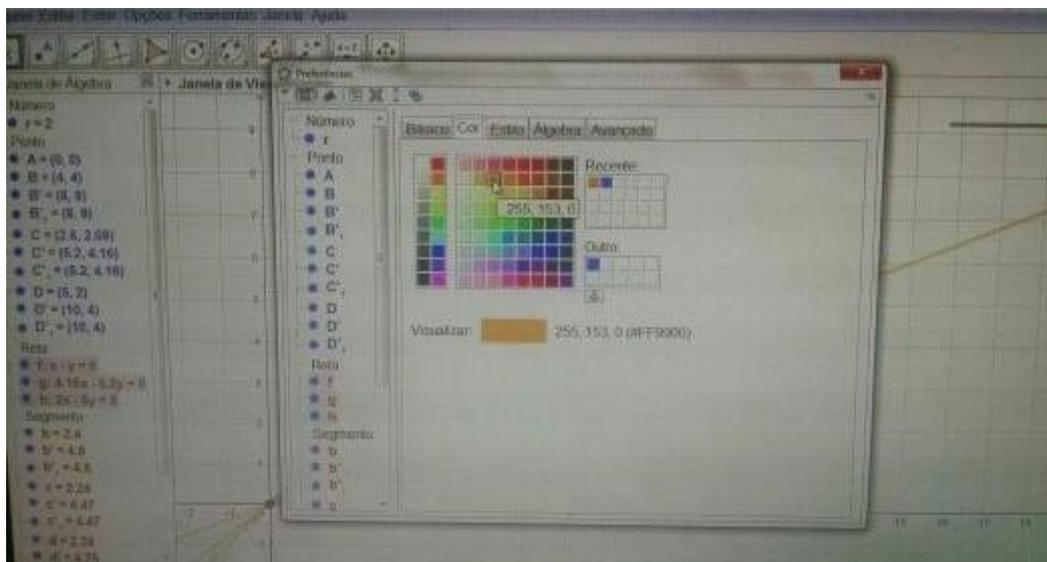
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 14 - Construção com o Geogebra



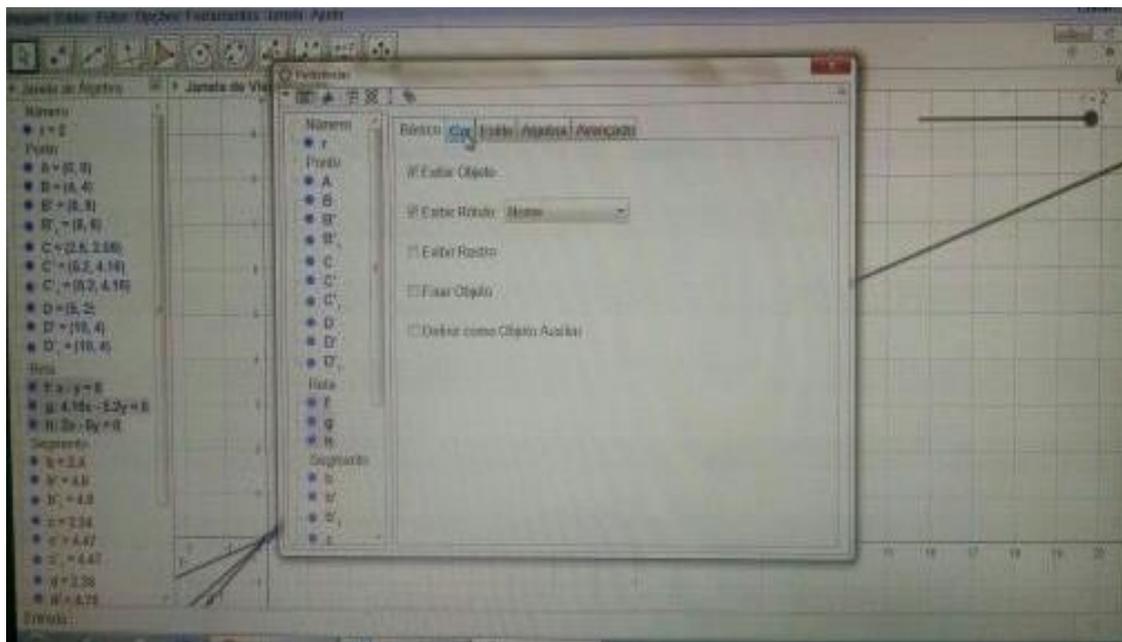
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 16 - Construção com o Geogebra



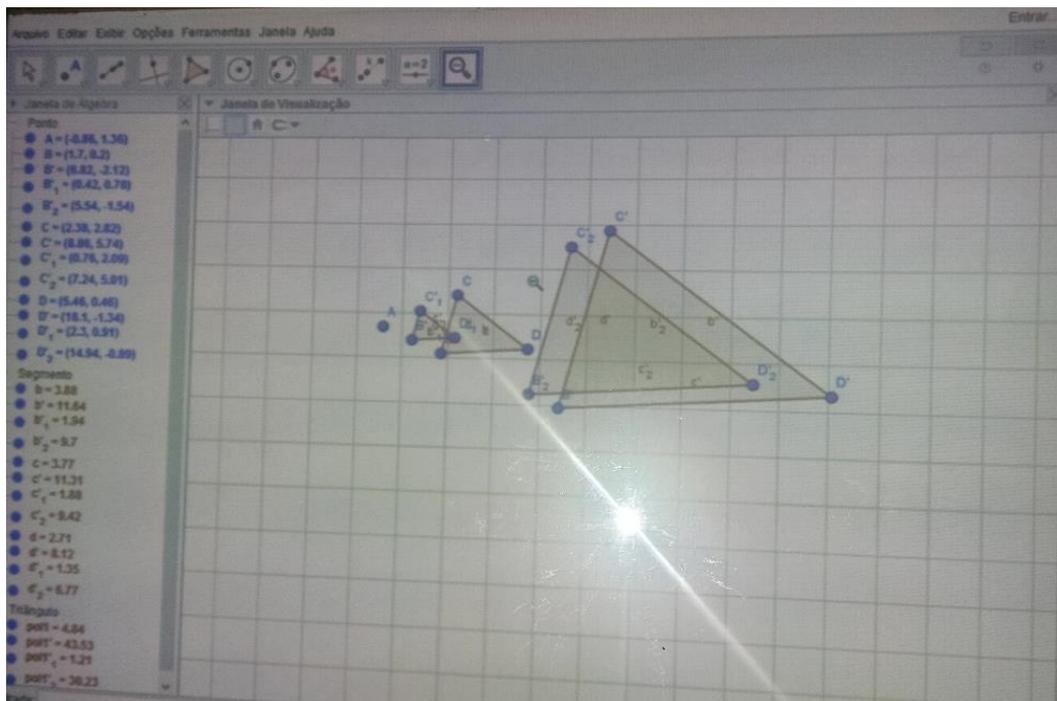
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 17- Construção com o Geogebra



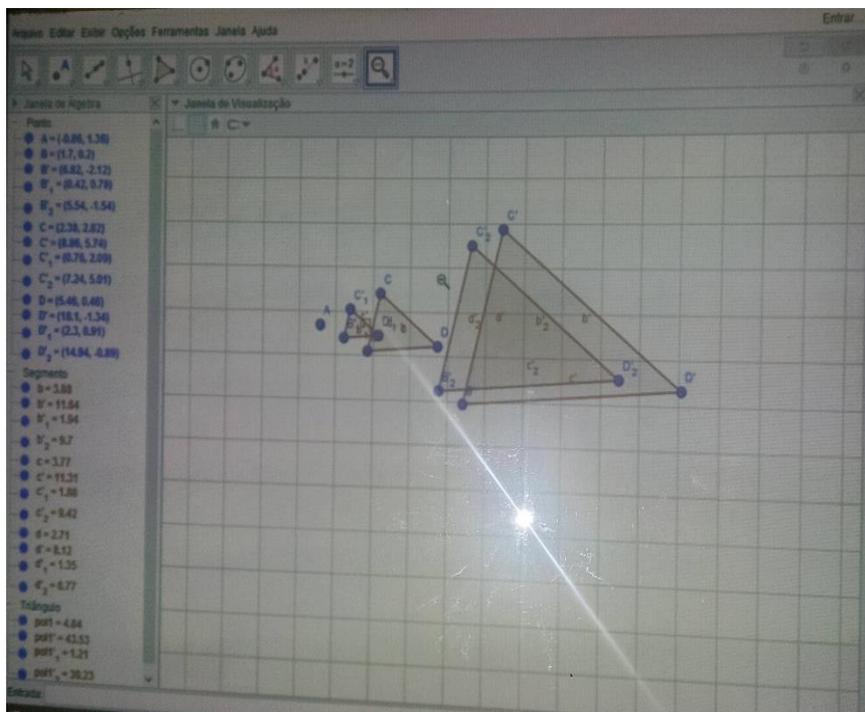
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 18- Construção com o Geogebra



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 19- Construção com o Geogebra



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Apêndice 20- Produto Educacional

TRANSFORMAÇÃO GEOMÉTRICA - HOMOTETIA

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

SARA JEMIMA CARNEIRO DOS REIS

GILBERTO FRANCISCO ALVES DE MELO

**RIO BRANCO (AC)
Agosto, 2019**

Sumário

Apresentação	3
1.0 Introdução.....	5
Capítulo I – Fundamentação Teórica	6
1.1 As Tarefas de Investigação	6
1.2 Transformação Geométrica – Homotetia	7
1.3 Materiais de Desenhos Geométricos	10
1.4 <i>Software</i> Geogebra	11
1.4.1 Apresentação do Geogebra	12
1.4.2 Apresentação da barra de menus	13
1.4.3 Apresentação de algumas ferramentas que são utilizadas na produção de Homotetia	15
1.4.4 Apresentando a Janela Álgebra e a Janela Geométrica.....	20
Capítulo II – Fundamentos Pedagógicos	22
2.1 Dificuldades de Aprendizagem em Geometria	23
2.2 A importância da utilização dos materiais de desenhos geométricos	24
2.3 A importância da utilização do <i>Software</i> Geogebra	24
Capítulo III – Atividades Propostas	26
3.1 Tarefas Investigativas para o Ensino de Homotetia	26
Capítulo IV – Considerações finais	42
Referências.....	44

APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional é parte integrante da dissertação apresentada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, intitulado “Tarefas Investigativas na Aprendizagem da Homotetia utilizando os Materiais de Desenhos Geométricos e o *Software Geogebra*, por alunos do 9º ano” e objetiva ser um Livreto de modo a proporcionar aos professores não apenas uma aprendizagem significativa em Geometria Plana, mas também contribuir para transformar a prática pedagógica no que se refere ao ensino de geometria. Abrange especificamente o conteúdo de transformação geométrica – Homotetia – com o uso de materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*.

Para tal objetivo, foi elaborado três atividades de caráter investigativo baseados nas ideias de João Pedro da Ponte (2003) que foram aplicadas na pesquisa de campo dessa dissertação, com trinta alunos do 9º ano de uma Escola da Rede Pública. Para realização das atividades, utilizamos os materiais de desenhos geométricos, tais como: compasso, esquadro, papel milimetrado, régua e transferidor e o *software Geogebra* na versão 5.0.

Apresentamos este Produto como um Livreto, contendo atividades investigativas para auxiliar os professores a trabalhar com os materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra* utilizando polígonos regulares bidimensionais, nos anos finais do Ensino Fundamental II e no Ensino Médio.

Este Produto está organizado em quatro capítulos. No primeiro capítulo trazemos conceitos relacionados às Tarefas de Investigação e uma exposição da Transformação Geométrica, destacando a Homotetia, que preservam a forma e os seus ângulos, mas não preservam o seu tamanho, e conceito sobre materiais de desenho geométricos e o *software Geogebra*. No segundo capítulo, apresentamos as dificuldades de aprendizagem em geometria, a importância da utilização dos materiais de desenhos geométricos e do *software Geogebra*. No terceiro capítulo, dedicamos às atividades investigativas com os materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*, aplicando situações-problemas, visando buscar o desenvolvimento da autonomia, capacidade e valores dos alunos. No quarto capítulo, considerações finais sobre as atividades e o ensino de transformação geométrica – Homotetia, utilizando os materiais de desenhos geométricos e do *software Geogebra*.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto de uma pesquisa de mestrado vinculado ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM da Universidade Federal do Estado do Acre, cujo objetivo foi analisar o desenvolvimento da aprendizagem referente à homotetia no Ensino Fundamental II em uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre, relacionando com os conceitos matemáticos sobre homotetia para potencializar o aprendizado dos (as) alunos do 9º ano.

Trata-se de uma pesquisa de natureza com foco no Estudo de Caso de uma turma do 9º ano da Escola de Ensino Fundamental II da Rede Pública Estadual.

Ministrei aula expositiva com foco em abordagem investigativa no assunto de transformação geométrica - Homotetia e utilizando recursos didáticos, os materiais de desenhos geométricos, *software Geogebra* e atividades investigativas fazendo com que os alunos compreendessem o assunto ministrado.

A aula ministrada ensinou sobre transformação geométrica – Homotetia, através de práticas inovadoras que acompanha a realidade dos alunos e melhorando o ensino e aprendizagem.

As atividades aplicadas contribuíram para a construção dessa sequência de atividades, produto educacional da pesquisa.

CAPÍTULO I – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO

1.1 AS TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO

As Tarefas de Investigação de matemática aplicadas na sala de aula geram oportunidade para o aluno utilizar sua criatividade, criar conjecturas e testá-las através do seu nível de conhecimento matemático. Nesse sentido, acredita que o desenvolvimento de tarefas investigativas pode proporcionar uma aprendizagem agradável dos conteúdos.

Mas o que consiste nas tarefas de investigação?

Consiste em enfatizar o caminho a ser percorrido, em que o aluno tem a responsabilidade de descobrir e justificar suas descobertas, sendo provocados a procurar resposta ou métodos por si próprios.

Para Ponte (2003, p.2)

[...] investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado.

Podemos perceber que as atividades de investigação, são atividades que buscam construir o conhecimento dos alunos, levando – o a deduzir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar e apresentar os resultados tanto na comunicação oral quanto na escrita.

Segundo Ponte, Borcarde e Oliveira (2003) e Oliveira, Segurado e Ponte (1996) uma atividade de investigação é desenvolvida em três fases, são elas:

a) **Introdução da atividade:** Nesta fase, o professor tem um papel importante, fazendo a proposta aos alunos, seja de maneira oral ou escrito, buscando envolver os alunos para a sua realização. A leitura do enunciado com a turma pode garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta.

b) **Realização da investigação:** O professor deve estar atento a todos os trabalhos, ajudando a superar bloqueios ou enriquecer a sua investigação. É nesse momento que os alunos deverão formular questões, conjecturas e hipóteses, buscando justificá-las.

c) **Apresentação e discussão do resultado:** Nesta fase, foi feita a socialização das tarefas, os alunos terão a oportunidade de pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, levando – o a refletir sobre o desenvolvimento da atividade e sobre os resultados obtidos, ou a falta deles.

Cabe ao professor, apoiar o trabalho dos alunos de modo a garantir que sejam atingidos os objetivos estabelecidos para a atividade. A preparação e a organização de uma aula incluídas as atividades investigativas, devem ser tão importantes quanto à aula. O professor é responsável por manter um diálogo com os alunos a partir do momento em que os alunos estão resolvendo a atividade proposta.

1.2 TRANSFORMAÇÃO GEOMÉTRICA – HOMOTETIA

As Transformações Geométricas fazem parte da história, há muito tempo, sabe – se que para trabalhar o ensino de Transformação Geométrica é necessário aprofundar nosso conhecimento teórico sobre este conteúdo.

A inclusão das Transformações Geométricas nos estudos de conceitos geométricos vem sendo enfatizada por orientações curriculares no Brasil. Embora, a ausência da geometria na sala de aula, torna escasso o conhecimento básico na geometria, sendo que os docentes não recebem um conhecimento amplo e eficaz em sua formação no conteúdo de geometria, tornando – os despreparados.

Com a omissão geométrica, principalmente nas escolas públicas, os alunos apresentam dificuldades em lidar com as figuras geométricas e suas representações.

Problemas ainda maiores surgem com a proposição de programas nos quais a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque. (PAVANELLO, 1993, p. 13).

Nesta parte, iremos fazer um estudo sobre transformação geométrica que não preservam as distâncias como as ampliações e reduções (Homotetia)

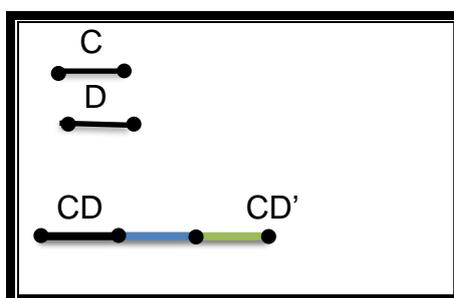
As transformações geométricas no plano é uma aplicação bijetora entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a figura original se forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira.

Apesar de vários tipos de transformações geométricas, para o nosso estudo interessa apenas: Homotetia

A Homotetia é um tipo de transformação geométrica que altera o tamanho de uma figura, mas mantém as características principais como a forma e os ângulos, abrangendo o paralelismo e a razão entre segmentos correspondentes, permitindo proporcionar uma noção de congruência e semelhança, sendo que a partir dela, todas as outras semelhanças podem ser construídas. Essa relação pode ser explicada através da derivação grega da palavra Homotetia, em que *homós* significa similar, e *tetia*, posição, isto é, as figuras homotéticas são colocadas a uma distância igual a “algo”. Máquinas copiadoras que fazem ampliações ou reduções geralmente utilizam a Homotetia como princípio em seu funcionamento.

Uma Homotetia é definida por um centro fixado no plano e por uma razão, representado pela letra K , cada ponto corresponde a um ponto', está correspondência estabelecida entre os pontos é biunívoca. A imagem de um ponto dá o nome de homotético, por exemplo, o ponto D' é homotético do ponto D .

Figura 1 - Relação de homotetia entre os segmentos CD e CD' . Com razão 2



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis.

Na figura acima, a um segmento CD , no qual se deseja criar um segmento partindo de C e que tenha o dobro desse segmento. Para isso, criamos o segmento CD' , destacado em verde.

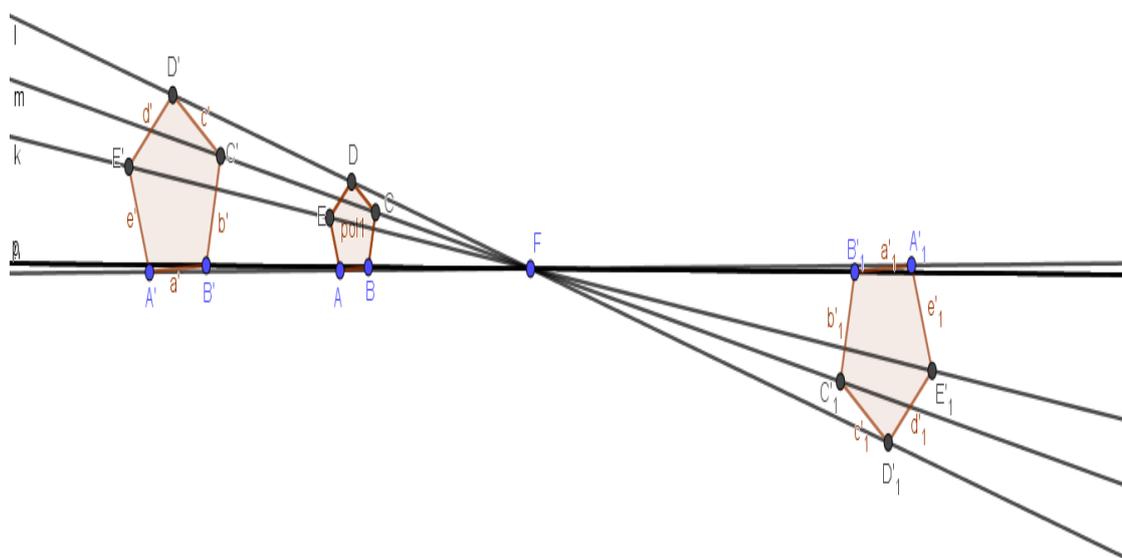
A razão K sempre será um número real, ou seja, $K \neq 0$. Se $K > 1$, a imagem é maior que o objeto e a Homotetia é uma ampliação, também denominada como Homotetia positiva e se $k < 1$, a imagem é menor que o objeto e a Homotetia é uma redução, também denominada como Homotetia negativa.

Numa Homotetia, o ponto, o homotético e o centro de Homotetia são colineares, por pertencer a mesma reta. Duas figuras homotéticas são sempre

semelhantes, mas nem sempre duas figuras semelhantes nem sempre são homotéticas.

A posição do centro da Homotetia indica se é uma Homotetia direta ou inversa. A Homotetia é direta, quando o centro é exterior ao segmento que une os pontos, sendo que a razão é positiva. A Homotetia inversa, quando o centro é interior ao segmento que une os pontos, sendo que a razão é negativa.

Figura 2- Exemplo de duas figuras homotéticas no mesmo pentágono ABCDE. Com razão 2, obtemos a imagem A'B'C'D'E' e com razão - 2 obtemos a imagem A₁B₁C₁D₁E₁



Fonte: *Geogebra.org*.

1.3 MATERIAIS DE DESENHOS GEOMÉTRICOS

O desenho geométrico exige o rigor sempre que tens que medir e traçar alguma reta, segmento de reta e semirreta. Para medir e traçar com exatidão, foi criado instrumentos próprios e com características específicas, como a compasso, esquadro, papel milimetrado, régua e transferidor.

Os materiais de desenhos geométricos combinam com a investigação matemática, pois incentiva a autonomia e a pesquisa, facilitando o ensino de Homotetia.

Esses recursos didáticos têm um papel importante no processo ensino e aprendizagem, sendo necessárias atividades que estimulem o raciocínio-lógico do(s)

aluno(s), também auxilia o professor na sala de aula, tornando as aulas e atividades mais dinâmicas e atraentes, deixando de considerar apenas o abstrato e passando a ter uma relação com o concreto para o conhecimento matemático.

Para Gasparin (2009) e Gerdes (2008, p.20):

[...] devem-se buscar metodologias que abarquem a dialética entre o concreto e abstrato, caso contrário, o ensino torna-se fragilizado tendo em vista a uniformização que se processa, contrastando com as perspectivas de aprendizagem que se dão de forma idiossincrática.

Para que o conhecimento tenha sentido para o aprendiz, é necessária uma relação entre o abstrato e o concreto, levando em consideração o tipo de material didático a ser utilizado na prática de ensino.

No assunto sobre Transformação Geométrica – Homotetia foi utilizado compasso, esquadro, papel milimetrado, régua e transferidor. Os alunos demonstraram muito interesse durante a atividade. Diante desse fato, percebi que o aluno aprende pelo fazer. Utilizando os materiais de desenhos geométricos, fez com que os alunos se tornem agentes vivos no processo de ensino-aprendizagem, proporcionando a aproximação do conceito de Homotetia e ajudando os alunos a construir o seu próprio saber.

1.4 SOFTWARE GEOGEBRA

É possível verificar, que alguns dos problemas gerados na sala de aula são causados pelo desinteresse dos alunos, para combatê-lo podem ser utilizadas Novas Tecnologias no Ensino da Matemática, assim favorecendo aos alunos uma atividade lúdica e envolvente.

Hoje em dia, vivemos em uma sociedade em constante transformação, crescente e globalizada. Cada vez mais, nota que os alunos estão acompanhando essa transformação, com seus celulares, notebooks e internet. Através desse cenário, a sociedade precisa estar preparada para um futuro tecnológico e digital. Portanto, deve-se reconhecer a mudança no ensino e aprendizagem de Matemática, pois a tecnologia leva o aluno a obter um conhecimento, fácil, rápido, interativo e incentiva a estimular o seu raciocínio-lógico. O enfoque da informática educativa não é o

computador como objeto de estudo, mas como meio para adquirir conhecimentos (VALENTE, 1999).

Uma maneira concreta e interativa de ensinar a geometria seria através de utilização de um *software* dinâmica voltado para a geometria, possibilitando construir e desconstruir figuras geométricas, manipulações facilitando o aprendizado do aluno por se tornar mais atrativo.

Dentre os diversos *softwares* que trabalha com geometria dinâmica, foi utilizado o *Geogebra*, pois permite o ensino da geometria plana e suas propriedades.

O *software Geogebra* é um software gratuito, desenvolvido em 2001 por *Markus Hohewarte* e desde 2006, *Yves Kreis* é seu desenvolvedor. O nome *Geogebra* reúne Geometria, Álgebra e cálculo.

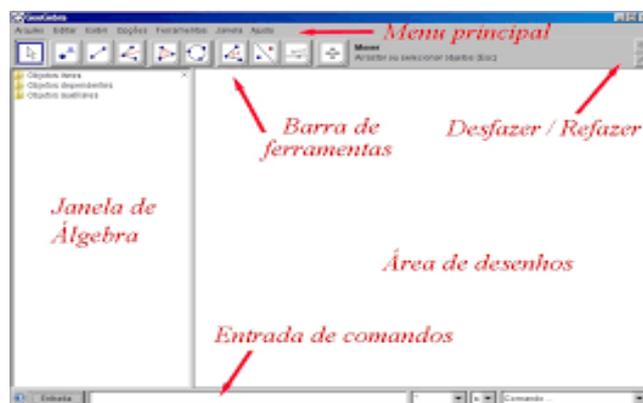
O *Geogebra* permite construir figuras geométricas e deformá-las mantendo suas propriedades, permite criar novas ferramentas, permite compartilhar os seus arquivos e sendo fácil de manusear.

O *Geogebra* é utilizado como recurso didático para o ensino e aprendizado de Homotetia, por conter em sua estrutura a opção de fazer a transformação geométrica, utilizando os polígonos regulares.

Pode ser baixado o *Geogebra* gratuitamente pela internet acessando a página: <https://Geogebra.soft32.com.br/>, a versão 5.0 e seguir os passos para instalação do programa. É possível também, obter pela internet o manual do *Geogebra*, acessando o site: Geogebra.org/help/docupt_PT.pdf.

1.4.1 Apresentação da Interface do *software Geogebra*

Figura 3 - Tela inicial do *Geogebra*



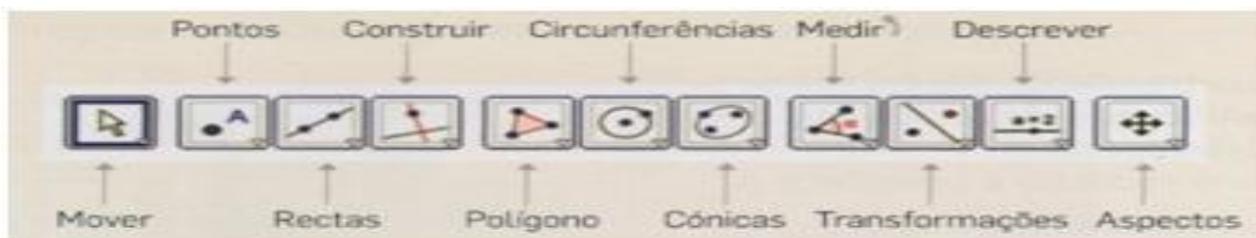
Fonte: Geogebra.org

Figura 4 - Barra de menus do *Geogebra*



Fonte: *Geogebra.org*

Figura 5 - Barra de ferramenta do *Geogebra*, sendo dividida em 11 partes

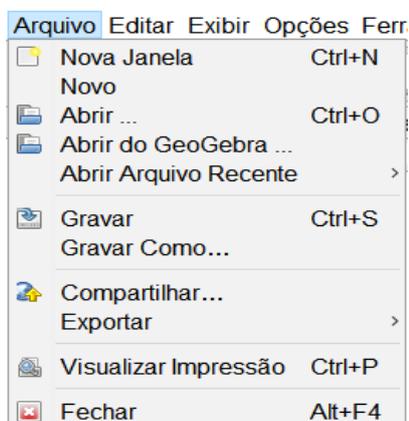


Fonte: *Geogebra.org*.

1.4.2 Apresentação da barra de menus

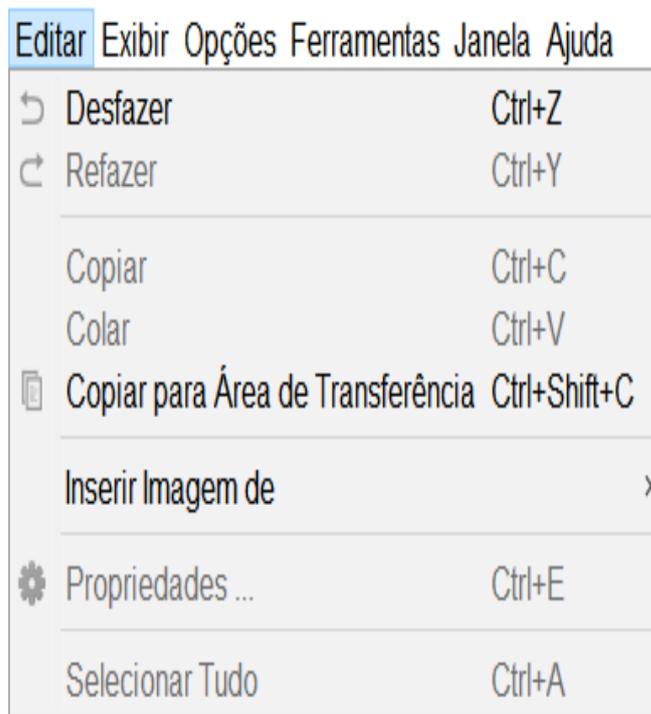
Ficando na parte superior da área gráfica, teremos:

Figura 6 - Menu Arquivo



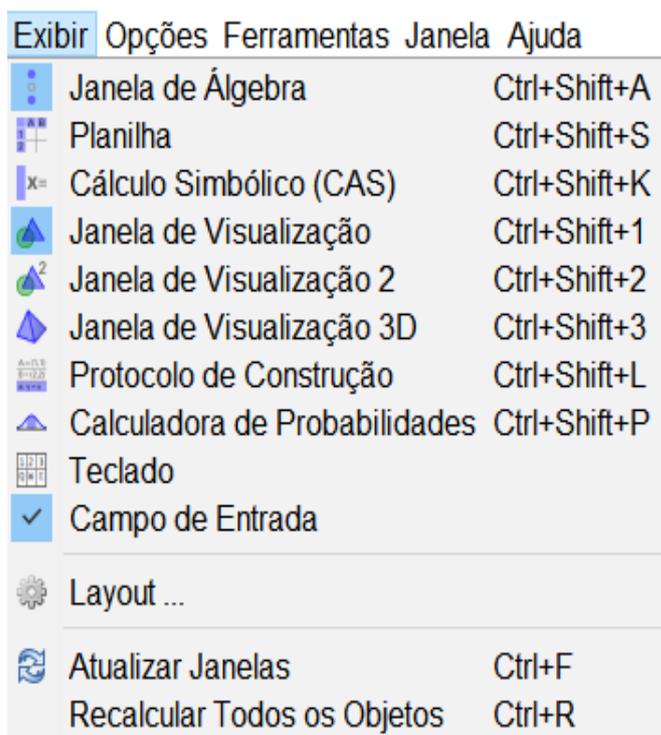
Fonte: *Geogebra.org*

Figura 7- Menu Editar



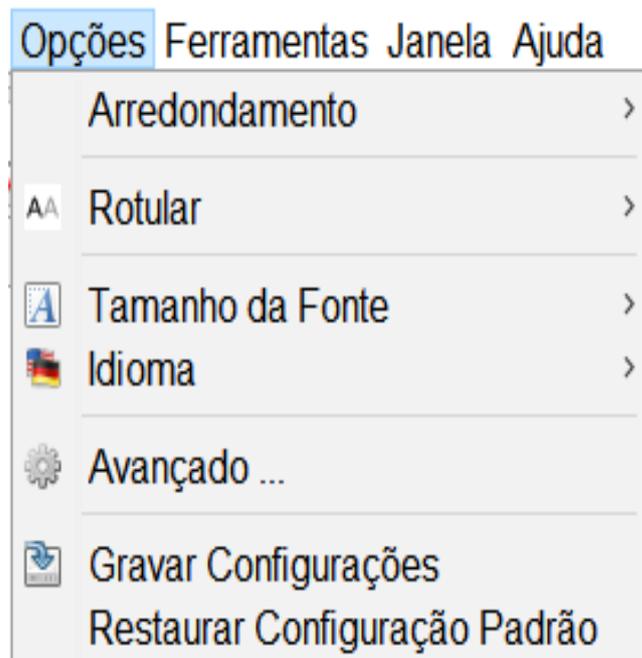
Fonte: Geogebra.org.

Figura 8 - Menu Exibir



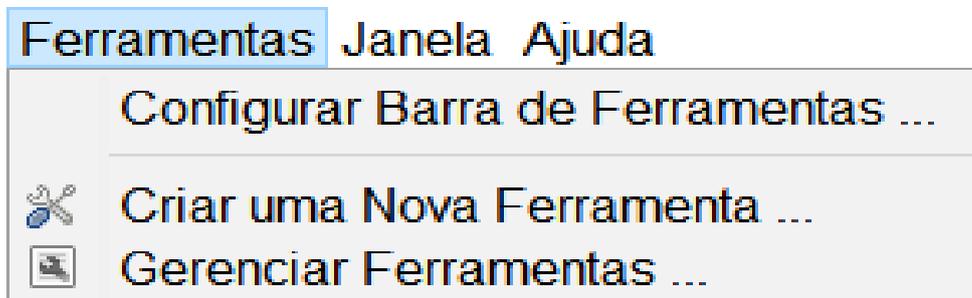
Fonte: Geogebra.org.

Figura 9 - Menu Opções



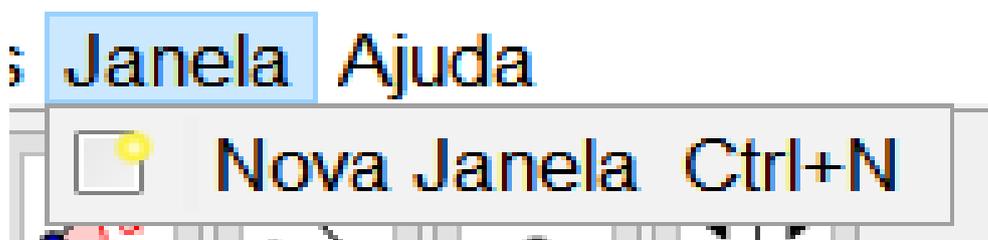
Fonte: *Geogebra.org*.

Figura 10 - Menu Ferramentas



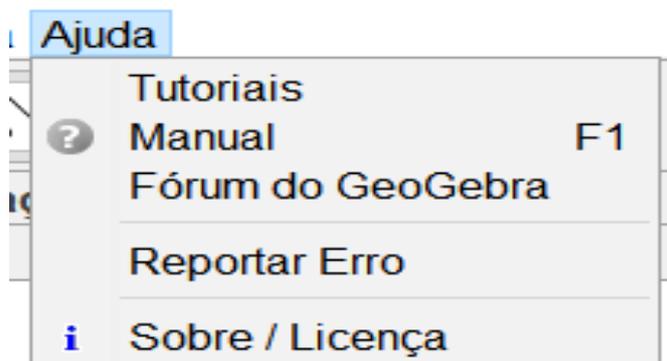
Fonte: *Geogebra.org*.

Figura 11- Menu Janela



Fonte: *Geogebra.org*.

Figura 12- Menu Ajuda

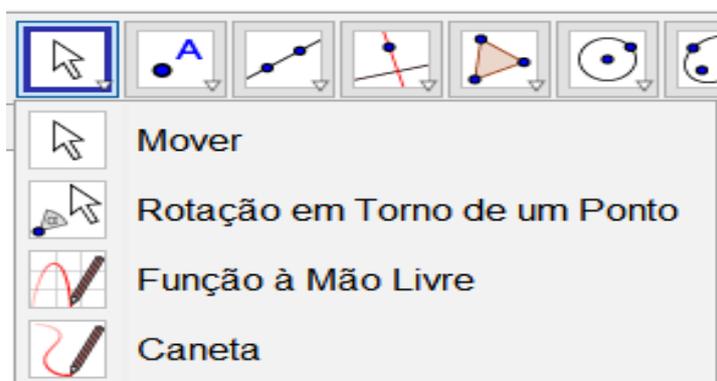


Fonte: *Geogebra.org*.

1.4.3 Apresentação de algumas ferramentas que são utilizadas na produção de Homotetia

Aqui serão destacadas apenas as ferramentas que utilizo para fazer a transformação geogébrica – homotetia no *Geogebra*.

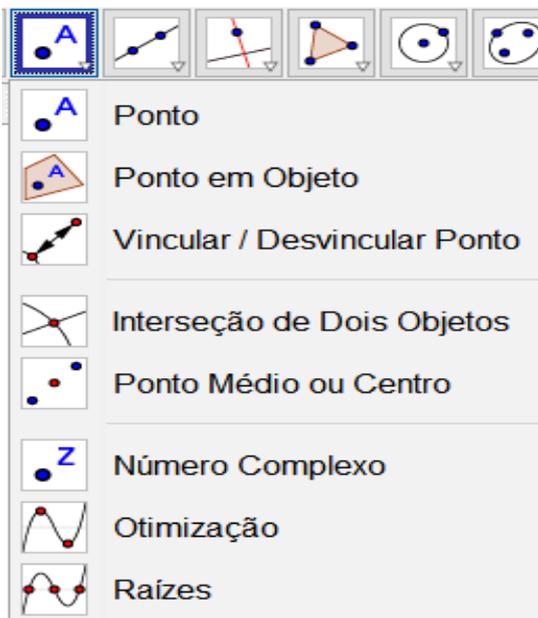
Figura 13 - Ponteira, menu da janela 1



Fonte: *Geogebra.org*.

Essa ferramenta pode selecionar, mover e manipular os objetos. A ferramenta mais utilizada é o Mover, cada procedimento que for feito no programa, ao terminar esse procedimento, tem que teclar nessa ferramenta para anular o procedimento anterior e dar continuidade no procedimento utilizando outras ferramentas, se assim necessitar.

Figura 14 - Novo ponto, menu da janela 2



Fonte: *Geogebra.org*.

Essa ferramenta faz com que seja inserindo um ponto central em qualquer parte da área gráfica, principalmente no assunto de homotetia, que necessita de um ponto central para fazer o polígono regular homotético. O ponto médio serve para inserir um ponto no meio de dois pontos ou segmento. A Interseção de Dois Objetos serve para marcar pontos em dois objetos que se interceptam.

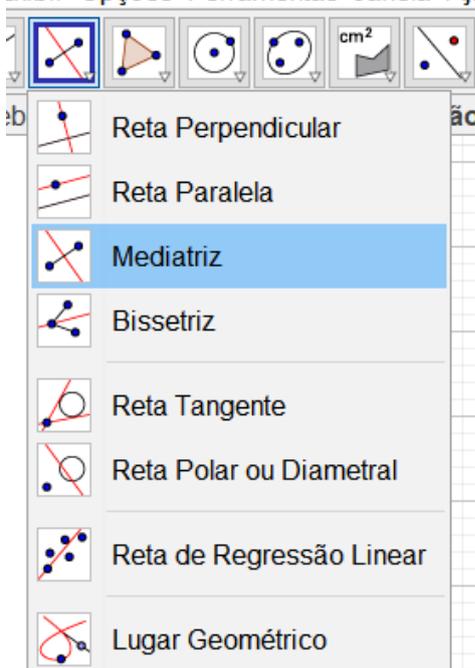
Figura 15 - Retas, menu da janela 3



Fonte: *Geogebra.org*

Essa ferramenta faz com que seja inserido as Retas (não possui começo e nem fim, infinita). Segmento de Reta (possui começo e fim). Semirreta (possui começo, mas não tem fim). Segmento com comprimento fixo estabelece o tamanho do segmento que deseja.

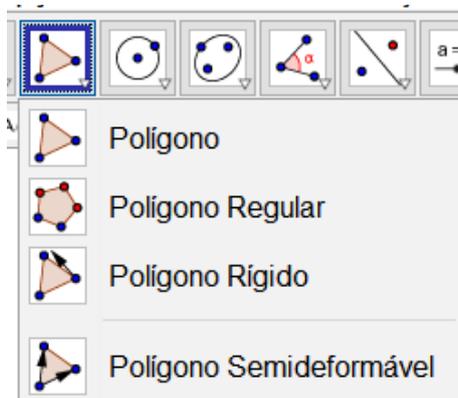
Figura 16 - Mediatriz, menu da janela 4



Fonte: *Geogebra.org*

Essa ferramenta serve para formar um ângulo reto com o lado de um polígono regular.

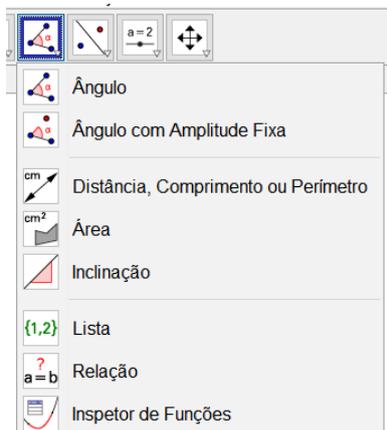
Figura 17 - Polígono, menu da janela 5



Fonte: *Geogebra.org*

A ferramenta Polígono, pode construir polígono irregular com a quantidade de lados desejada e Polígono Regular, constrói um polígono regular a partir de um lado.

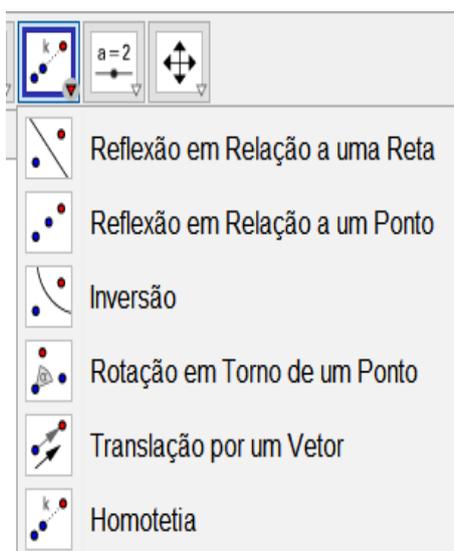
Figura 18 - Ângulo, menu da janela 8



Fonte: *Geogebra.org*

Através da ferramenta Ângulo, serão determinados todos os ângulos de um polígono sendo regular ou não. Distância, Comprimento ou Perímetro, fornece a distância entre dois pontos, duas retas, entre um ponto e uma reta, o comprimento de um segmento e um perímetro de um polígono.

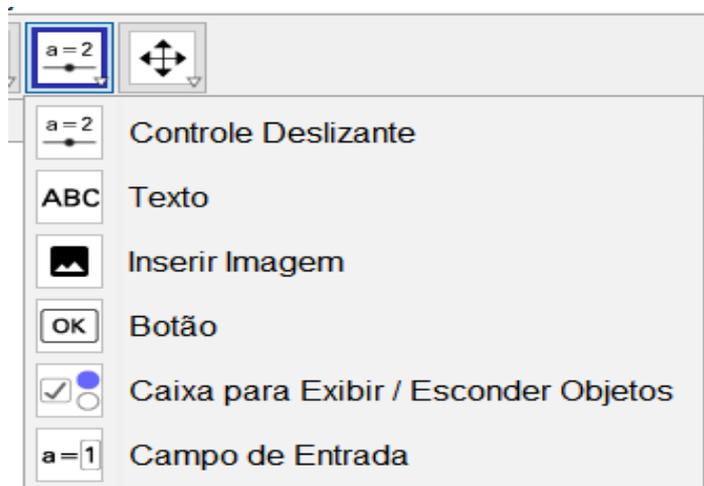
Figura 19 - Homotetia, menu da janela 9



Fonte: *Geogebra.org*

Essa ferramenta Homotetia, constrói um objeto homotético (polígono, polígono regular, imagens e etc.), a partir de um ponto e um fator (razão).

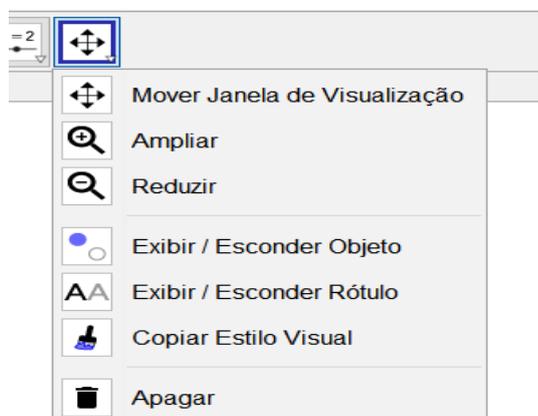
Figura 20 - Controle deslizante, menu da janela 10



Fonte: *Geogebra.org*

O Controle Deslizante faz com que as figuras homotéticas se movimentem pela reta manualmente ou automaticamente, transformando em Homotetia direta e inversa visando garantir o dinamismo de apresentações e a manipulações de conceitos abstratos. O menu Texto, serve para inserir qualquer texto na área gráfica ou quando utilizar a intersecção de dois pontos, inserir as letras nos vértices do polígono ou nas retas.

Figura 21 - Mover janela de visualização, menu da janela 11

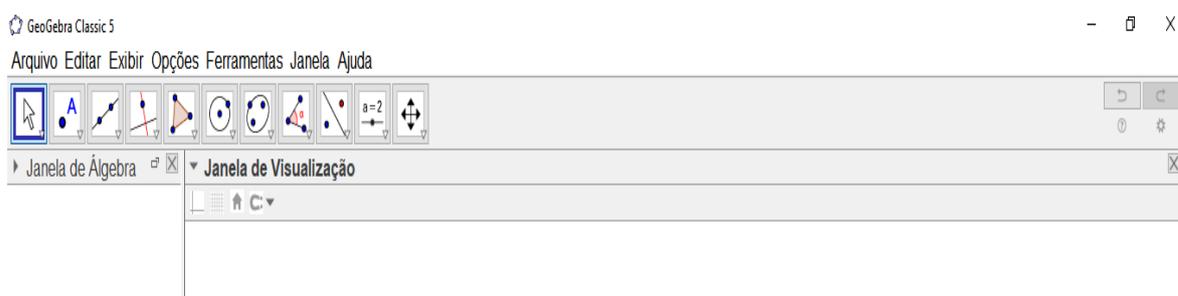


Fonte: *Geogebra.org*.

Com essa ferramenta Mover Janela de Visualização pode mover o sistema de eixos, todos os objetos nele contido e ajustando a área visível na janela de visualização. A ferramenta ampliar, serve para ampliar o que estiver na área gráfica. Reduzir, reduz o que está na área gráfica.

1.4.4 Apresentando a Janela Álgebra e a Janela Geométrica

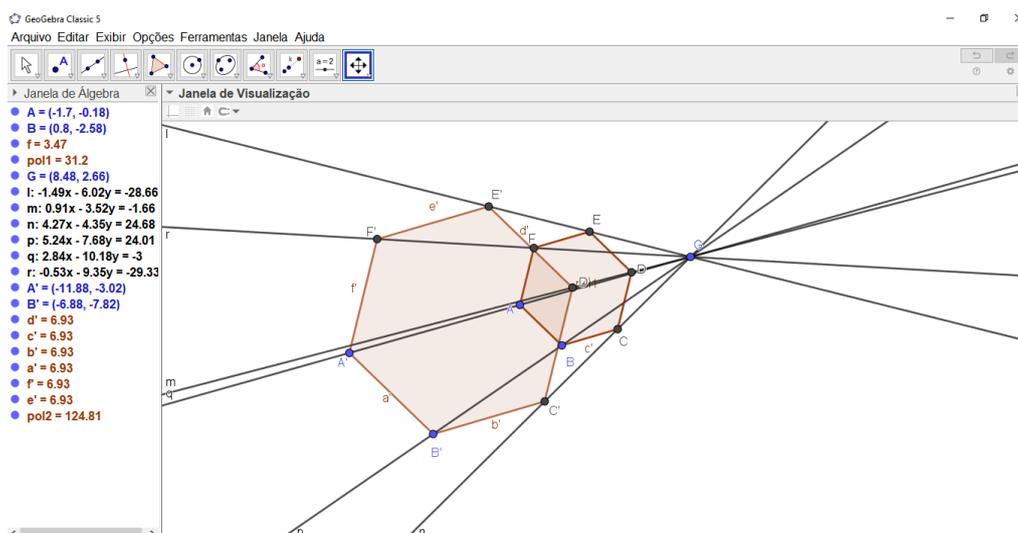
Figura 22 - Janela de Álgebra e Janela Geométrica



Fonte: *Geogebra.org*.

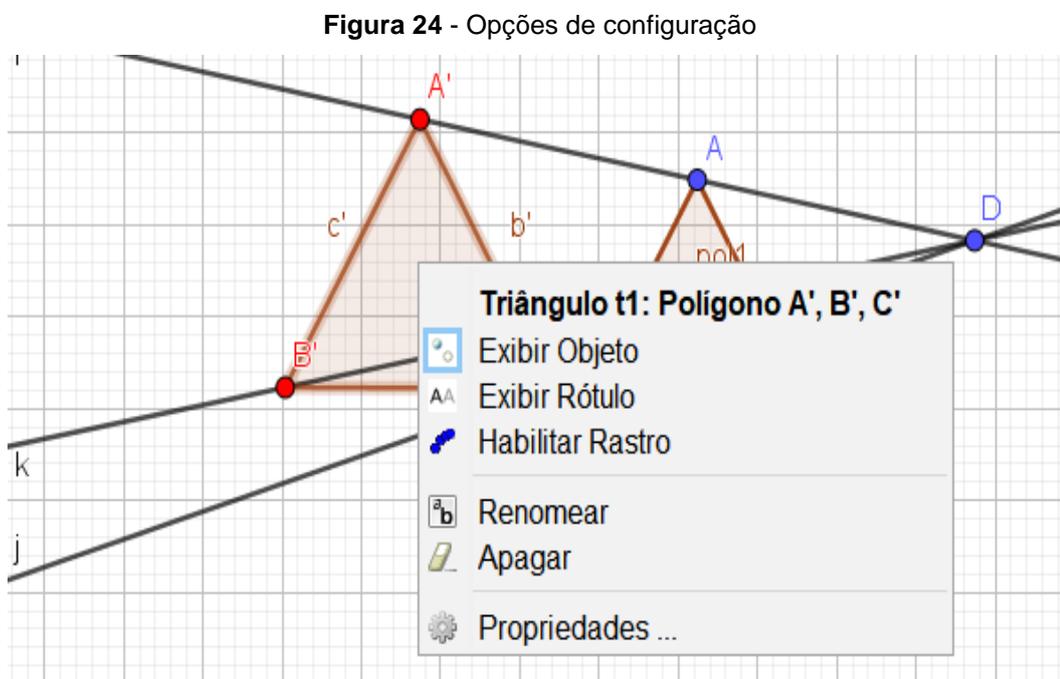
Na Janela de álgebra, aparecem todos os comandos que foram feitos na construção de um objeto homotético e na Janela Geométrica ou de visualização mostra o polígono regular homotético construído, conforme a figura abaixo:

Figura 23 - Demonstração da Janela Álgebra e a Janela Geométrica



Fonte: *Geogebra.org*.

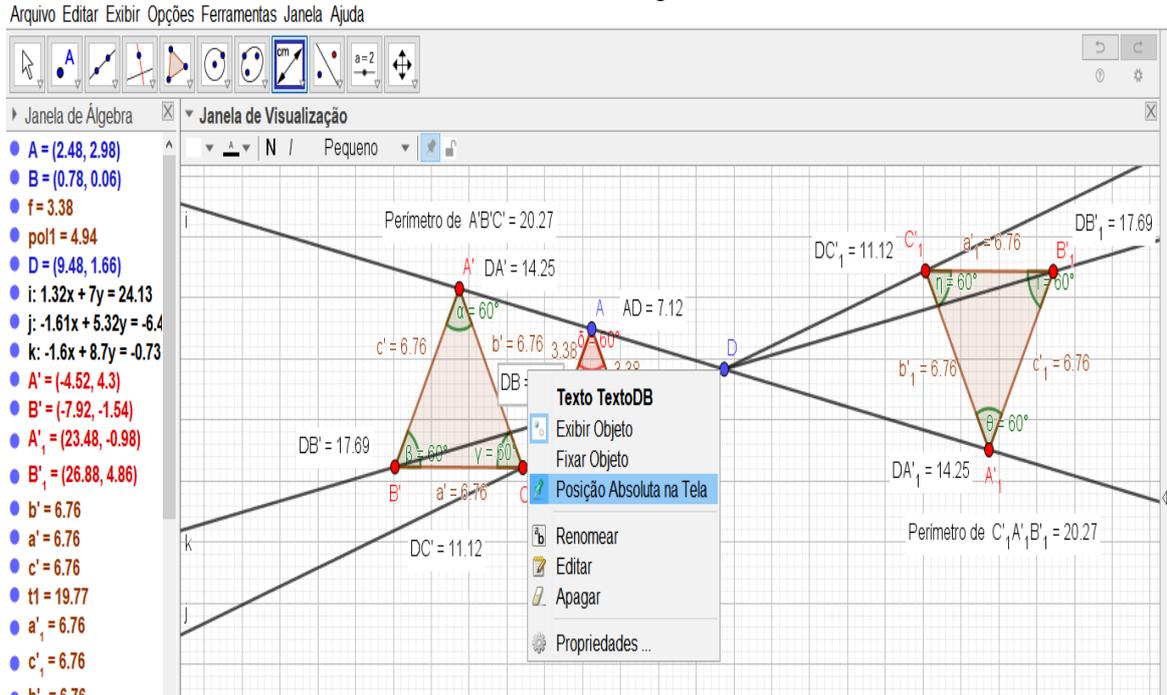
Na Janela Geométrica existem quatro menus, que indicam eixo, malha, restaurar visualização padrão e modo de captura de pontos. Para exibir ou esconder, basta clicar em cima do menu, que a área gráfica fica sem malha e eixo. Para fechar a Janela Álgebra basta clicar no X que está ao lado, da mesma forma a Janela de Visualização, impossibilitando de fazer qualquer procedimento. Clicando com o botão direito em cima dos polígonos regulares, retas, vértices, ponto e etc., aparece uma janela com várias opções de configuração dos mesmos, como por exemplo, exibir rótulo, renomear, apagar, propriedades, podendo alterar as cores, tamanho de fonte e etc. conforme imagem abaixo.



Fonte: Geogebra.org

Se for aplicar distância, comprimento, perímetro, área entre outros valores, esses valores quando lançados ficam presos em uma posição, clicando com o botão direito tem a opção de posição absoluta na tela, clicando duas vezes em cima do valor ele pode se posicionar em qualquer parte da tela. Conforme imagem abaixo.

Figura 25 - Apresentação do menu para posicionar os valores em qualquer parte da janela geométrica



Fonte: Geogebra.org

CAPÍTULO II – FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS

2.1 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA

Verifica-se uma grande dificuldade dos alunos quando se trata da geometria, quando eles se deparam com conteúdo que envolva a parte álgebra dentro da geometria, o entendimento torna-se ainda mais complicado. Esse fato ocorre devido à defasagem existente no ensino de geometria, sendo que a geometria nem sempre é apresentada ao aluno como os demais conteúdos.

Outro problema é a falta de segurança de alguns professores para ensinar à geometria ficando ausente ou quase ausente da sala de aula devido à dificuldade para ensinar a tal disciplina, por falta de matéria didática pedagógica e quando é ensinada torna-se difícil compreensão e sem vontade de aprender, contribuindo para a falta de motivação dos alunos durante as aulas. Outra situação são os conteúdos dos livros didáticos, pois não são adequados ou suficientemente explicativos ou não contém o assunto proposto de acordo com os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais, a partir dessa situação, os professores não ministram os conteúdos para construir e solidificar o conhecimento na área de geometria.

Os alunos são heterogêneos, pois possuem diferentes formações, motivação interna e não aprendem no mesmo ritmo, muitos vieram com dificuldades no conteúdo de geometria desde o Ensino Fundamental I, apesar de terem materiais de desenhos geométricos (compasso, esquadro, papel milimetrado, régua e transferidor), muitos não sabem utilizá-los.

2.2. A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DOS MATERIAIS DE DESENHOS GEOMÉTRICOS

A matemática sempre foi vista pelos alunos como sendo a disciplina mais difícil do currículo escolar, o processo de ensino e de aprendizagem têm evidenciado falhas, pois os alunos não apresentam um bom rendimento escolar.

O ensino da matemática focando no ensino de geometria vem sofrendo com o desinteresse do aluno em aprender os conteúdos, pelo fato de muitas vezes não utilizar materiais de desenho geométricos para o conceito a ser aprendido.

Muitas vezes a grande parte dos alunos não possui um vasto conhecimento sobre a Geometria Plana, sendo necessário fazer uma intervenção a fim de ensinar os conceitos da geometria plana, em especial, Homotetia.

O uso de materiais de desenhos geométricos possibilita a familiarização dos alunos com o assunto, demonstrando compreensão do conceito apresentado.

Assim, considerando as dificuldades encontradas no ensino da disciplina de Geometria, compreende-se que a utilização de materiais concretos é uma das maneiras que pode despertar a criatividade e o raciocínio lógico dos alunos (LORENZATO, 2006), sendo relevante a inserção dos materiais de desenhos geométricos durante a ação pedagógica, proporcionando um ensino – aprendizagem adequada, fazendo com que os alunos fiquem atentos e interessados no conteúdo ministrado e conseqüentemente ocorra uma melhor compreensão do conceito e aplicações das propriedades.

2.3. A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA

É impossível nos dias atuais não obter o auxílio de ferramentas tecnológicas, principalmente no ensino de matemática. Os *softwares* estão indispensáveis no quesito de ensinar, desenvolver habilidades no aluno e sendo um apoio para o ensino. Para tornar a matemática mais atrativa e dinâmica, os *softwares* servem como artifício de ensino, principalmente no ensino de Geometria Euclidiana Plana.

Um *software* que combina com a geometria e álgebra propondo uma aprendizagem significativa seria o *software Geogebra*, ele desperta nos alunos a curiosidade e o interesse na aprendizagem, facilitando o conhecimento por parte do aluno, criando um ambiente de aprendizagem onde o aluno tenha a liberdade de expor suas ideias, construção de seus conhecimentos e um fator muito importante é que o professor passa a ser um mediador das atividades e não um professor tradicional - conhecedor de tudo.

O *software Geogebra* contribui para atividade cognitiva relacionada à geometria dinâmica e para aumentar a motivação dos alunos na aprendizagem.

O *Geogebra* além de ser um software gratuito e dinâmico, ele combina com álgebra, geometria e proporciona interface para a construção de polígonos regulares homotéticos, ou seja, tem a opção de fazer a homotetia. Muitas vezes, os assuntos

expostos em uma aula expositiva, nos livros didáticos, lousa não oferece êxito para uma melhor compreensão do assunto.

Para ensinar a geometria, não basta apenas o *software*, também é necessário conhecer os conceitos geométricos e o conteúdo proposto.

CAPÍTULO III – ATIVIDADES PROPOSTAS

3.1. TAREFAS INVESTIGATIVAS PARA O ENSINO DE HOMOTETIA

Neste capítulo apresentamos as atividades que foram desenvolvidas com os alunos. Estas atividades possibilitam aos alunos à elaboração de conjecturas, dando oportunidade para o aluno usar sua criatividade e o seu nível de conhecimento em geometria.

As atividades proporcionam um caráter diferenciado, pois utilizam materiais de desenhos geométricos e o software Geogebra.

Tarefa 01 – Construindo Figuras Homotéticas

O intuito foi trabalhar com a transformação geométrica – homotetia na ampliação direta e inversa, utilizando polígonos regulares e os materiais de desenhos geométricos.

01. Construa um polígono regular e amplie por meio da homotetia.

- a) Crie um polígono regular qualquer;
- b) Quanto ao polígono trata de um polígono regular ou não?;
- c) Marque o ponto central no plano;
- d) Trace as retas partindo do ponto central aos vértices do polígono regular;
- e) Com ajuda de um compasso, encontre a razão $k = 2$;
- f) Utilize o esquadro para traçar segmentos de reta, a partir dos vértices encontrados;
- g) Caso tenha necessidade, use cores diferentes para cada polígono;
- h) Aconteceu o que você previa ou não?;
- i) Existe a proporção entre a figura original e sua ampliação? Por quê?;
- j) Realize a medida da distância através dos segmentos, comprimentos dos lados e seus ângulos internos;
- k) O que observas?;
- l) Que relação pode estabelecer entre os elementos desse polígono regular que te permita afirmar que é um polígono regular homotético?;

m) Por que todo polígono homotético é semelhante, mas nem todo o polígono semelhante é homotético?

02. Realiza a mesma construção tendo em atenção as alíneas a, d, g e k da questão 01.

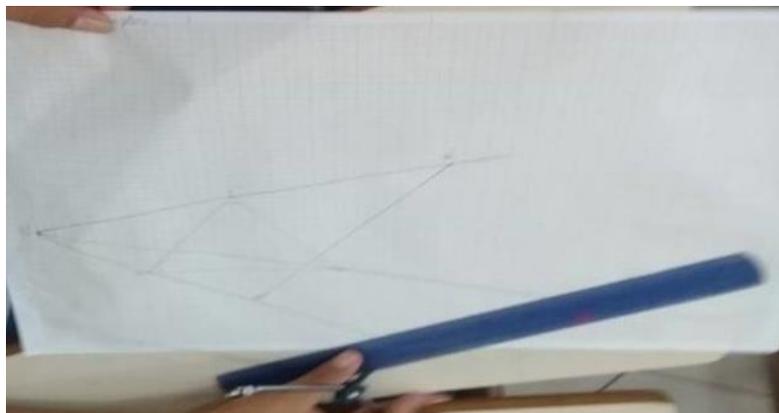
- a) Trace as retas para encontrar um polígono regular homotético na ampliação inversa, com razão $k = -2$.
- b) Será que para encontrar o polígono regular homotético inverso terá que traçar de outra forma as retas? Por quê?
- c) Conjecture acerca da relação entre o polígono regular homotético como homotetia direta e inversa.

Figura 26- Construção das retas partindo do ponto central passando pelos vértices



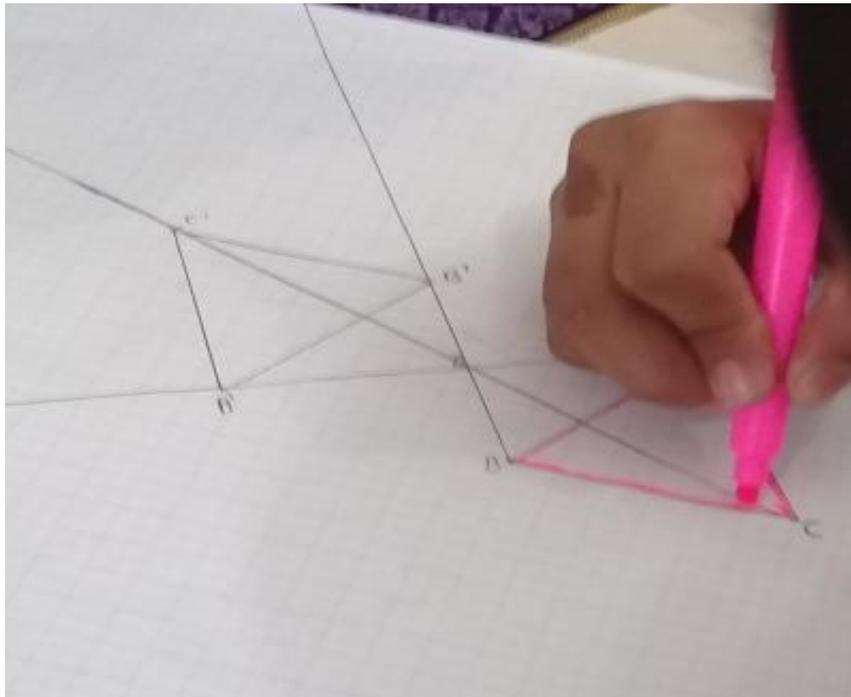
Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Figura 27 - Construção do polígono regular, utilizando a razão $k=-2$



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Figura 28- Construção do Polígono regular na forma inversa



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Tarefa 2 – Investigando Mediatriz

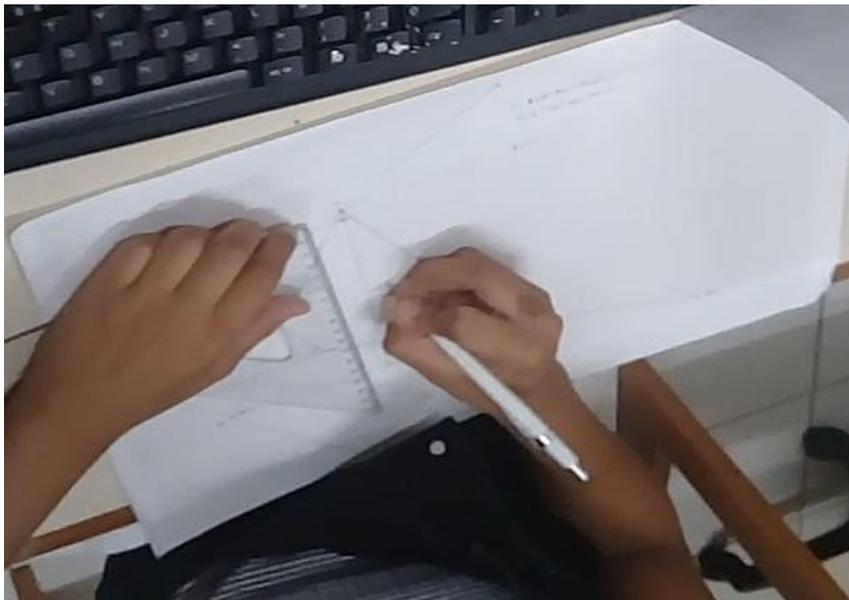
O objetivo nessa tarefa foi encontrar a mediatriz dos polígonos regulares.

01. Constrói um polígono regular e amplie por meio da homotetia. Escreva os comentários na parte de trás do papel milimetrado.

- a) Crie um polígono regular qualquer.
- b) Marque o ponto central no plano.
- c) Utilize a razão $k = 2$ e -2 .
- d) Trace as retas de acordo com a razão no ponto central passando pelos vértices do polígono regular.
- e) Com ajuda de um compasso, encontre a razão.
- f) Utilize o esquadro para traçar segmentos de reta, a partir dos vértices encontrados.
- g) Caso tenha necessidade, use cores diferentes para cada polígono.
- h) Trace duas mediatrizes, selecionando sempre o oposto do vértice para que se torne perpendicular ao segmento de reta.

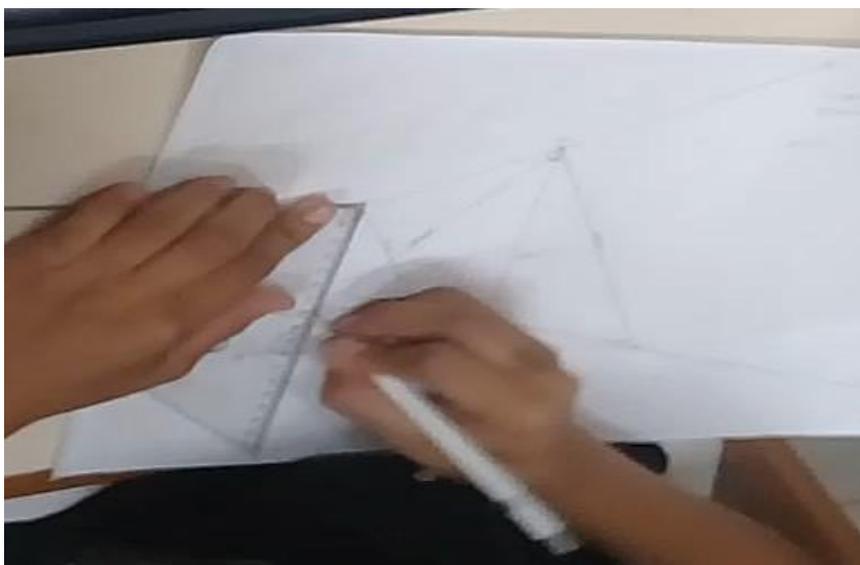
- i) Crie um ponto de interseção no meio das mediatrizes.
- j) Crie um ponto médio entre dois pontos que ficam na base do polígono.
- k) Trace um segmento de reta entre o ponto de interseção e o ponto médio.
- l) O que aconteceu? O que encontrou?
- m) Medir a distância desse segmento de reta de cada polígono regular.

Figura 29- Atividade sobre ampliação do polígono regular traçando a mediatriz



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Figura 30- Traçando a mediatriz no triângulo



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora Sara Jemima Carneiro dos Reis, 2018.

Tarefa 3 – Utilizando a Atividade Investigativa no Geogebra

O objetivo é construir polígono regular homotético com a razão $k = 2$ e a razão $= -2$, estabelecendo os valores dos ângulos, distância entre o ponto central e os polígonos regulares, mediatriz e comprimento dos lados.

01. Utilize os recursos do *software Geogebra*, para construir figuras semelhantes, por meio de uma transformação (homotetia). Insira o texto, utilizando o botão texto  onde necessitar fazer comentários na atividade aplicada. Deixar a janela de álgebra para verificar o passo a passo feito. Gravar com seu nome todas as atividades.

Obs.: Não se esqueça de clicar no botão , para encerrar o procedimento que estava fazendo e começar um novo procedimento.

- a) Clique duas vezes no botão  que está na área de trabalho para abrir o *software Geogebra*.
- b) Construa um segmento com comprimento fixo, utilizando o botão  estabeleça esse comprimento no eixo.
- c) Construa um polígono regular, utilizando o botão polígono .
- d) Construa o centro da homotetia, utilizando o botão ponto  no exterior do polígono.
- e) Trace retas utilizando o botão  selecionando sempre dois pontos, o ponto fora do polígono regular e cada um dos vértices do polígono regular que você construiu.
- f) Agora, utilize o botão homotetia , clique no vértice do polígono regular e no ponto central, faça esse procedimento de acordo com a quantidade de vértice que tiver seu polígono regular. Durante esse procedimento irá aparecer uma janela solicitando o fator, ou seja, a razão da homotetia que será $K = 2$.
- g) Utilize novamente o botão polígono  e clique nos novos vértices' que apareceu formando um polígono homotético.

h) O que aconteceu logo após ter criado a figura homotética? Consegue explicar porque isso aconteceu?

i) Marque as medidas dos ângulos, através do botão ângulo  dos polígonos regulares.

j) O que podemos verificar em relação às medidas dos ângulos?

k) Movimente os vértices do polígono de um lugar para o outro. O que aconteceu?
Obs.: para movimentá-lo clique apenas nos vértices que tem a bolinha azul.

l) Marque as medidas do comprimento de seus lados, distância entre os segmentos e o perímetro, utilizando o botão .

m) Tente encontrar uma relação entre as medidas dos lados originais e as medidas dos lados homotéticos.

02. Utilizando a mesma janela com o polígono regular ampliado, faça outro polígono regular homotético utilizando a razão $k = -2$.

a) Tente explicar o que acontece quando a razão é negativa.

b) Marque as medidas dos ângulos, através do botão ângulo  do polígono regular homotético encontrado.

c) As medidas dos ângulos foram alteradas ou não? Por quê?

d) Marque as medidas do comprimento de seus lados e as distância entre os segmentos, utilizando o botão .

e) Que relação pode estabelecer entre os elementos destes polígonos regulares que te permitam afirmar que são semelhantes?

f) Conjecture acerca da relação entre o polígono regular homotético com homotetia direta e inversa.

g) Encontre a mediatriz dos polígonos regulares *software Geogebra*.

h) Trace duas mediatrizes utilizando o botão , selecionando sempre o oposto do vértice para que se torne perpendicular ao segmento de reta.

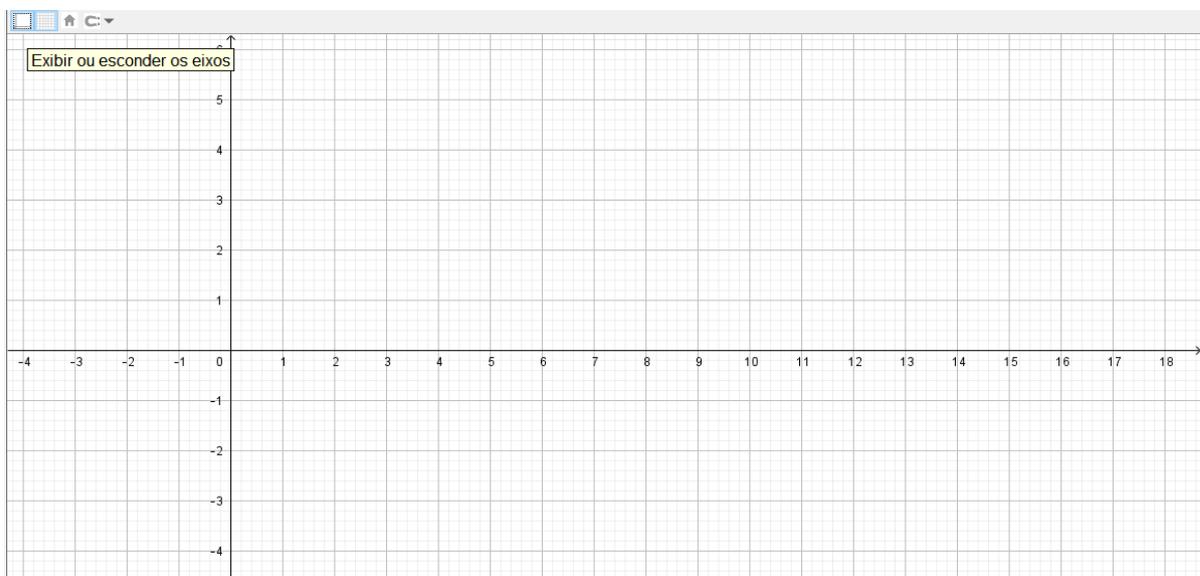
i) Utilize o botão interseção de dois objetos , para criar um ponto de interseção.

j) Utilize o botão ponto médio  para obter um ponto médio entre dois pontos que ficam na base do polígono.

k) Agora, utilize o botão homotetia  , clique no vértice do polígono regular e no ponto central, faça esse procedimento de acordo com a quantidade de vértice que tiver seu polígono regular, não esquecendo de clicar nos pontos das mediatrizes e no ponto centro. Durante esse procedimento irá aparecer uma janela solicitando o fator, ou seja, a razão da homotetia que será $K = -2$.

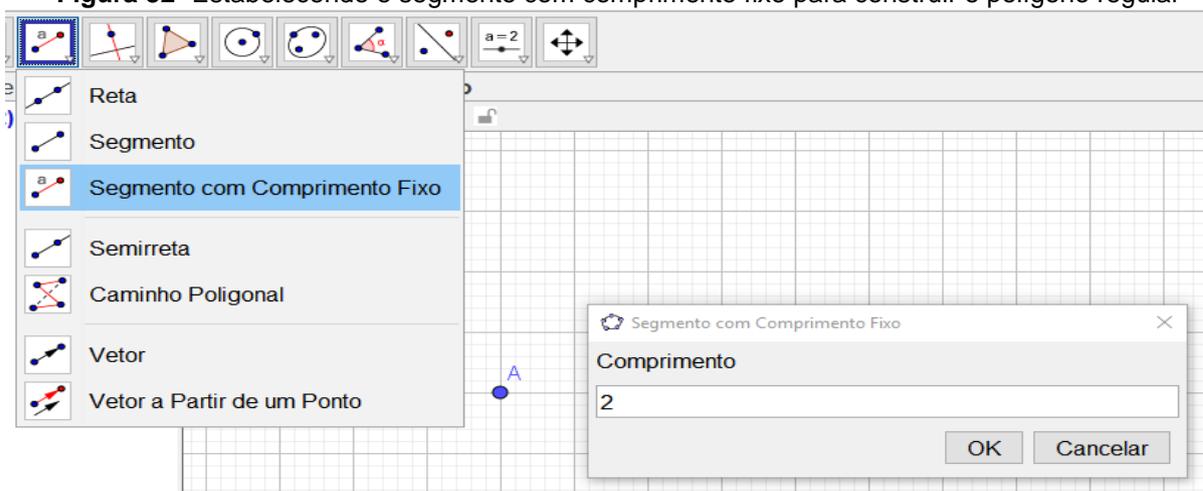
l) Movimente os vértices do polígono de um lugar para o outro. O que aconteceu?

Figura 31- Escondendo o eixo



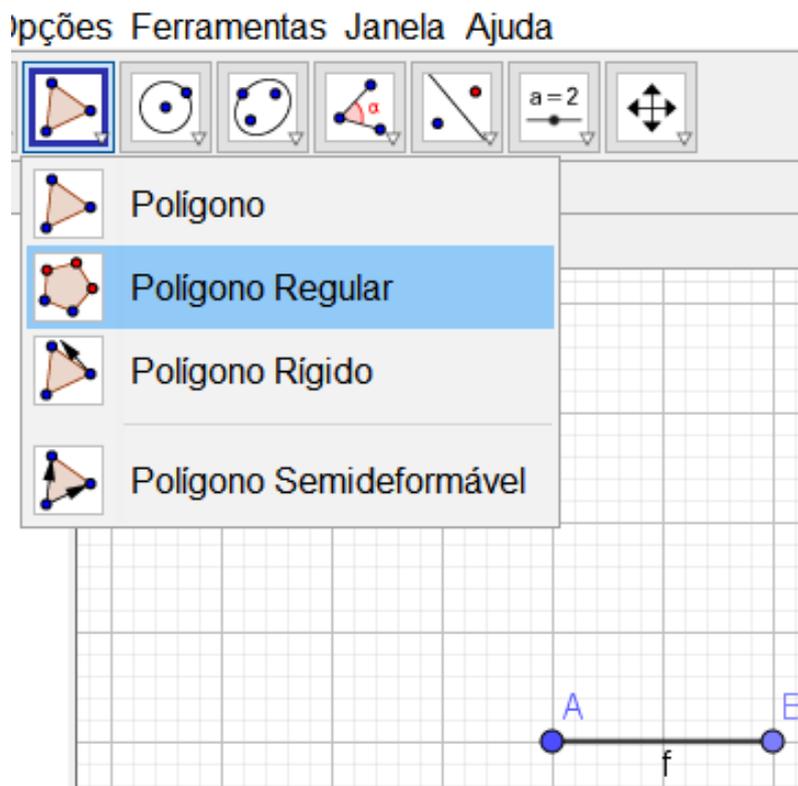
Fonte: Geogebra.org.

Figura 32- Estabelecendo o segmento com comprimento fixo para construir o polígono regular



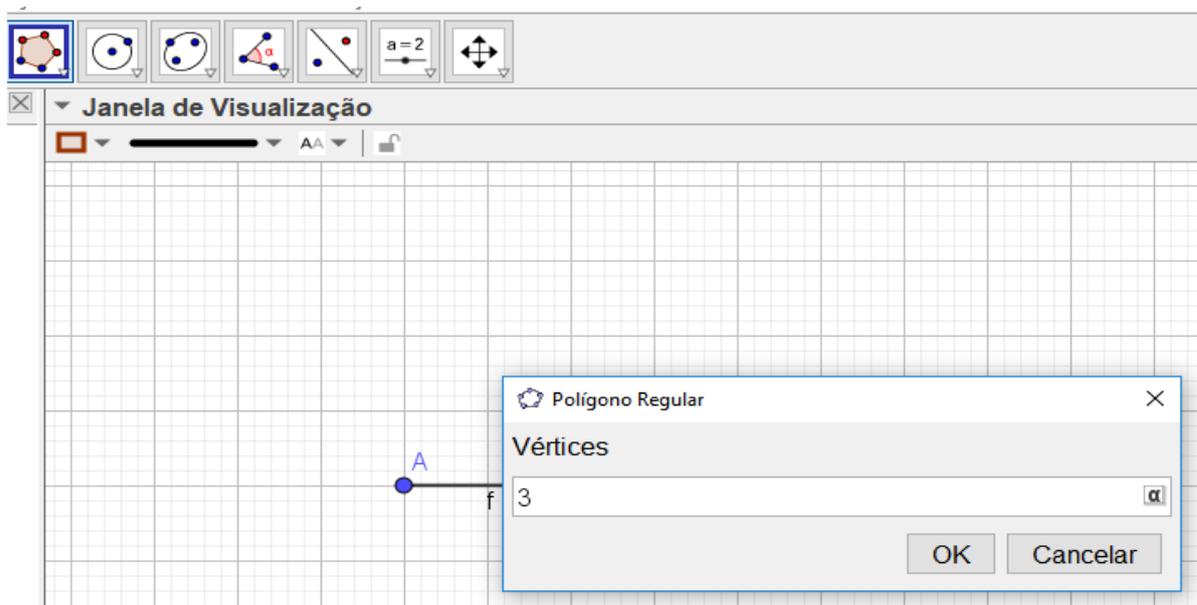
Fonte: Geogebra.org.

Figura 33- Construindo um polígono regular



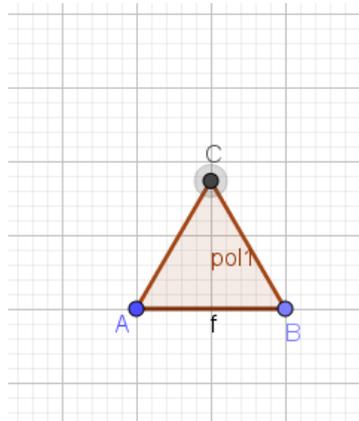
Fonte: Geogebra.org.

Figura 34- Escolhendo o polígono regular de acordo com os seus vértices



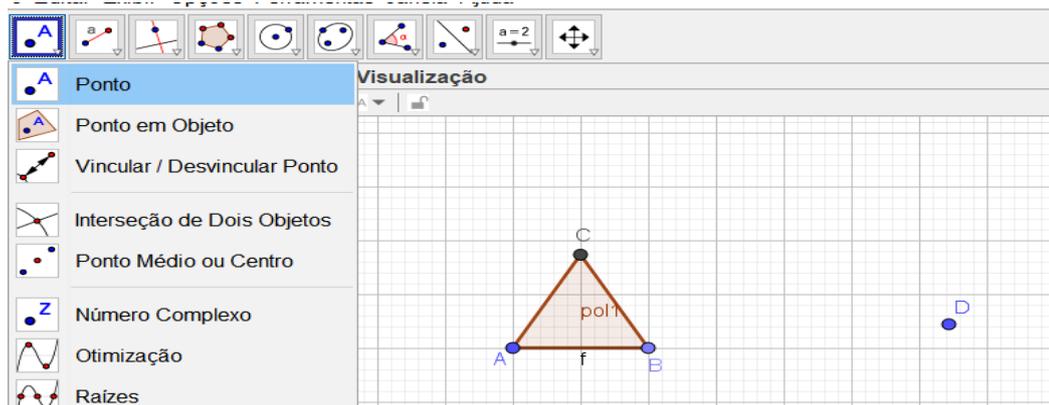
Fonte: Geogebra.org

Figura 35- Polígono regular construído



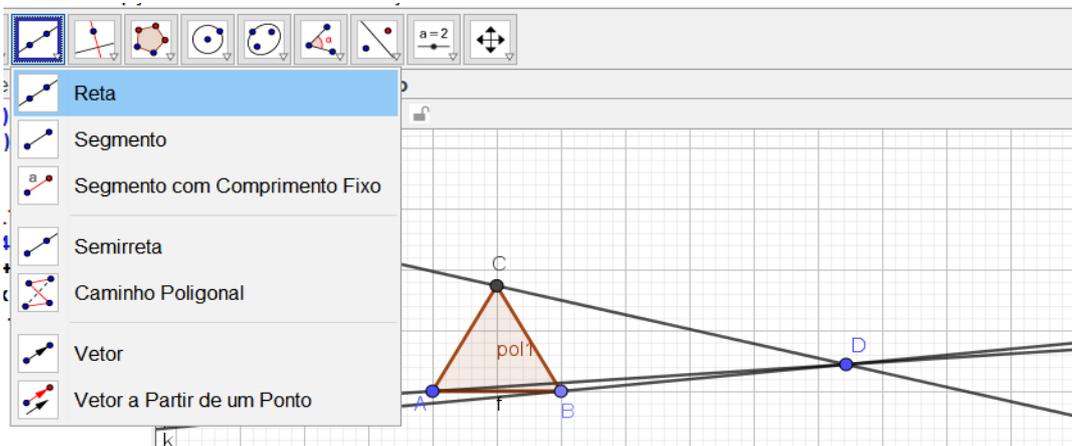
Fonte: Geogebra.org

Figura 36- Criando um ponto D



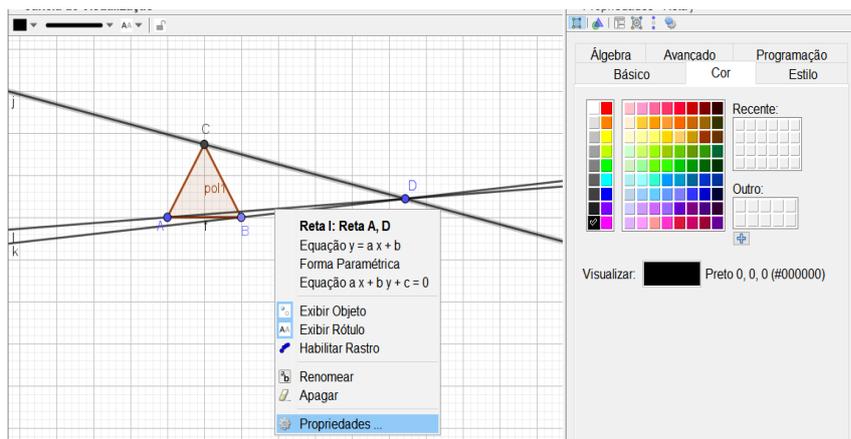
Fonte: Geogebra.org

Figura 37- Traçando retas a partir do ponto central D e os vértices



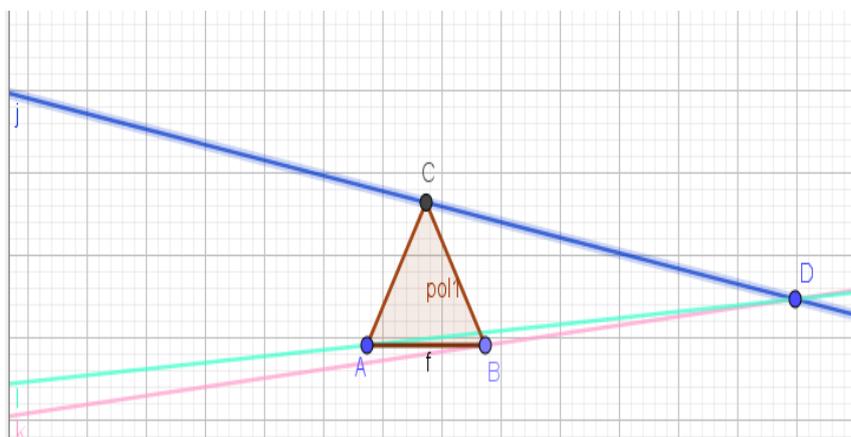
Fonte: Geogebra.org

Figura 38- Alterando as cores das retas



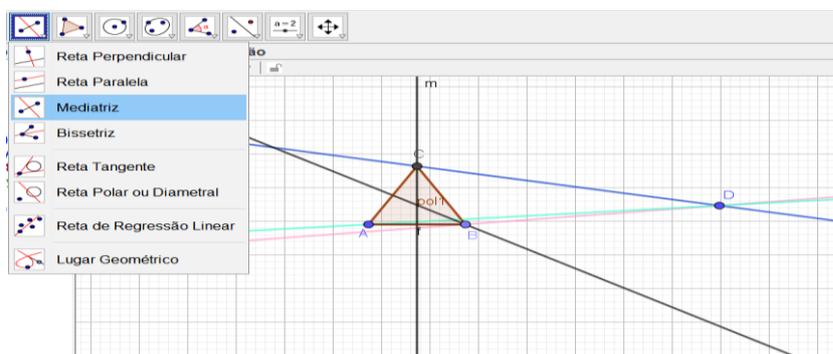
Fonte: *Geogebra.org*

Figura 39- Retas com cores alteradas



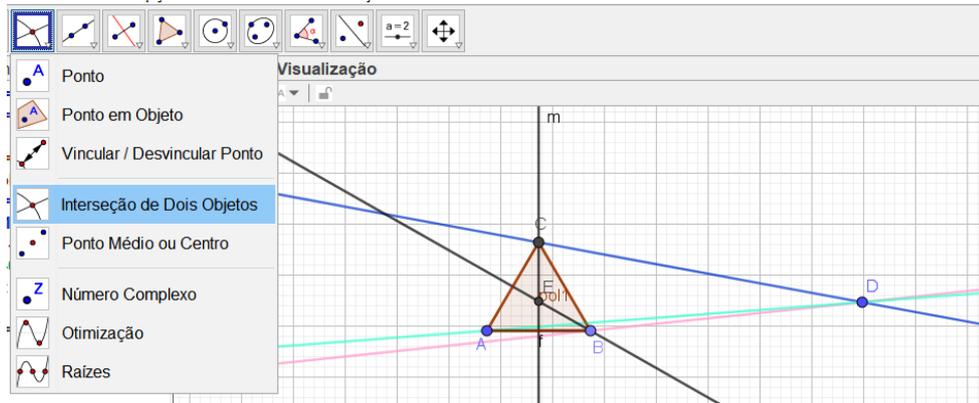
Fonte: *Geogebra.org*

Figura 40- Traçando as mediatrizes.



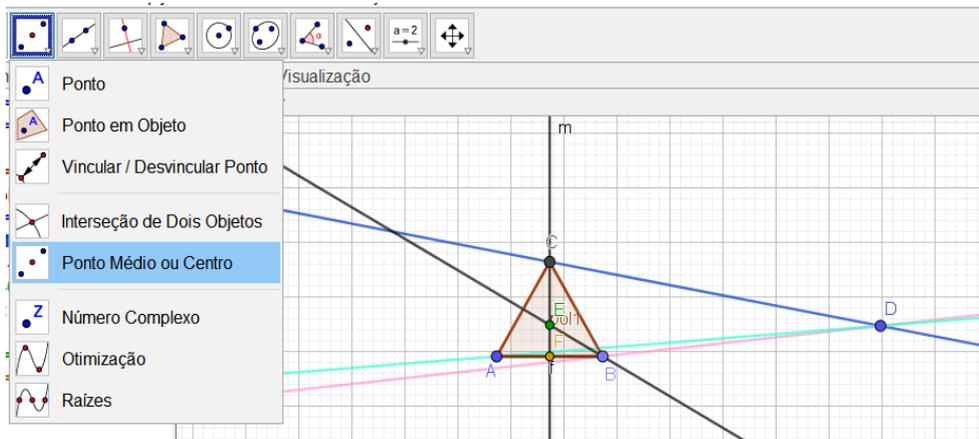
Fonte: *Geogebra.org*

Figura 41- Encontrando o ponto de interseção



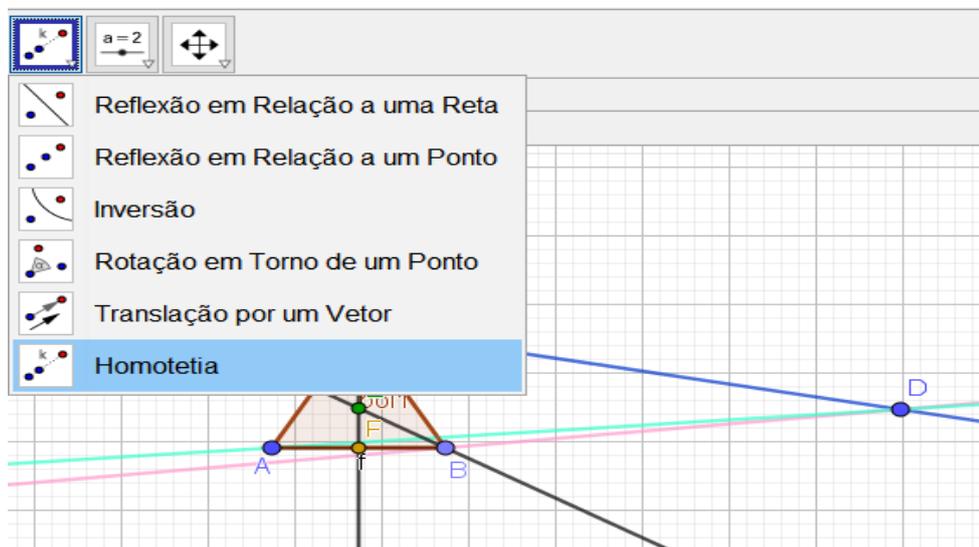
Fonte: Geogebra.org.

Figura 42- Encontrando o ponto médio entre os pontos A e B



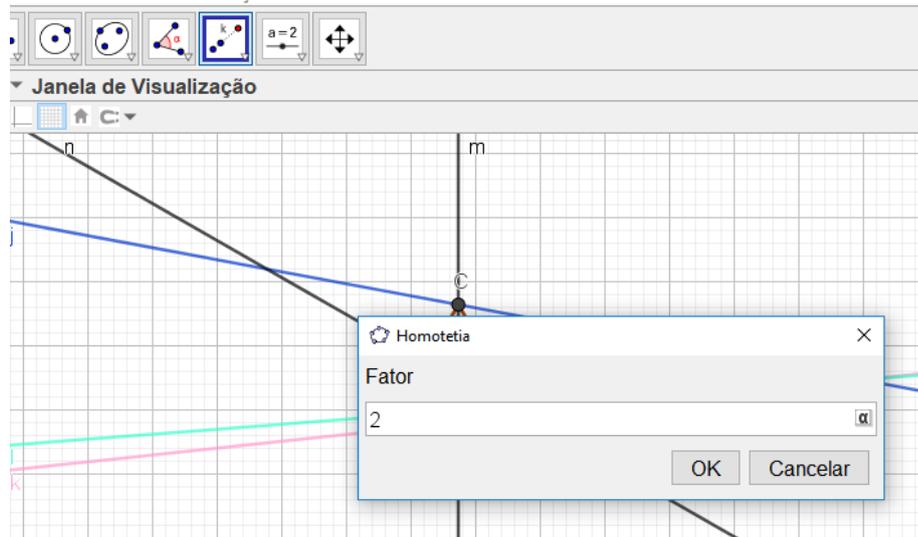
Fonte: Geogebra.org.

Figura 43- Construindo o polígono regular homotético



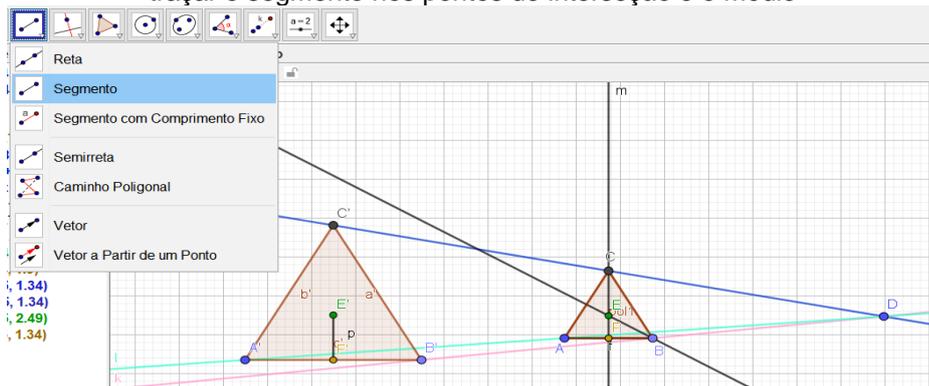
Fonte: Geogebra.org.

Figura 44- Construindo o polígono regular homotético, ampliação na forma direta com razão $k=2$



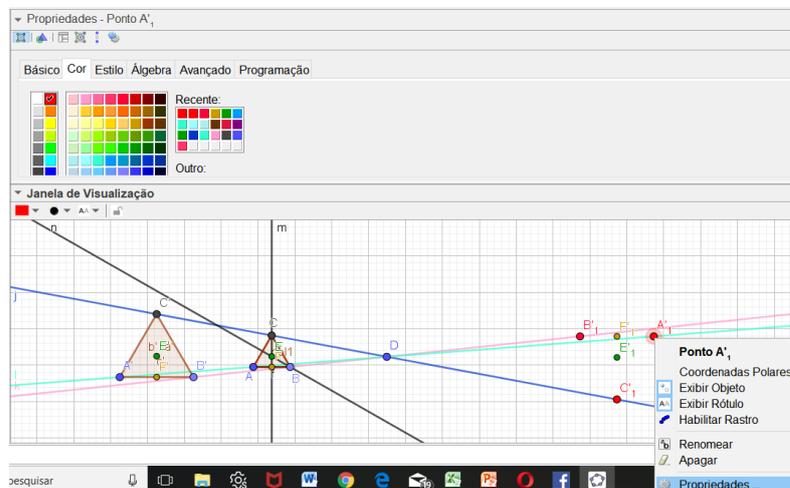
Fonte: Geogebra.org

Figura 45- Construindo o polígono regular homotético, ampliação na forma direta com razão $k=2$ e traçar o segmento nos pontos de interseção e o médio



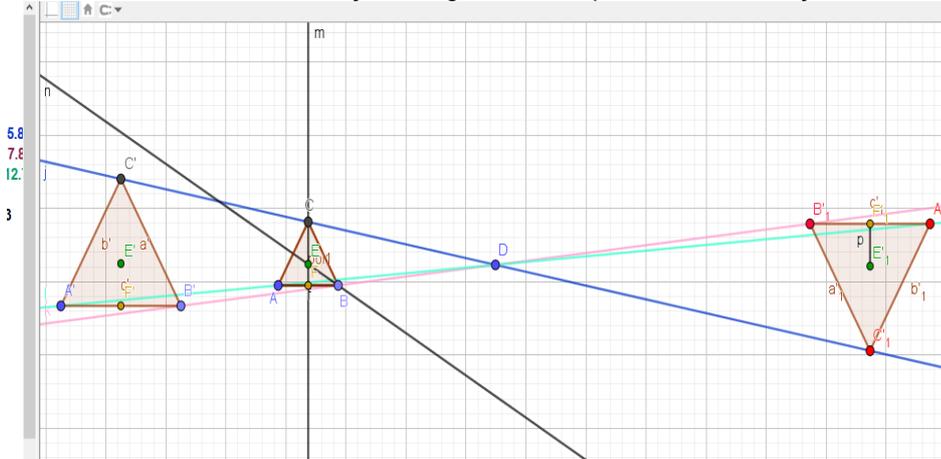
Fonte: Geogebra.org.

Figura 46- Alterando as cores dos vértices dos polígonos regulares homotéticos



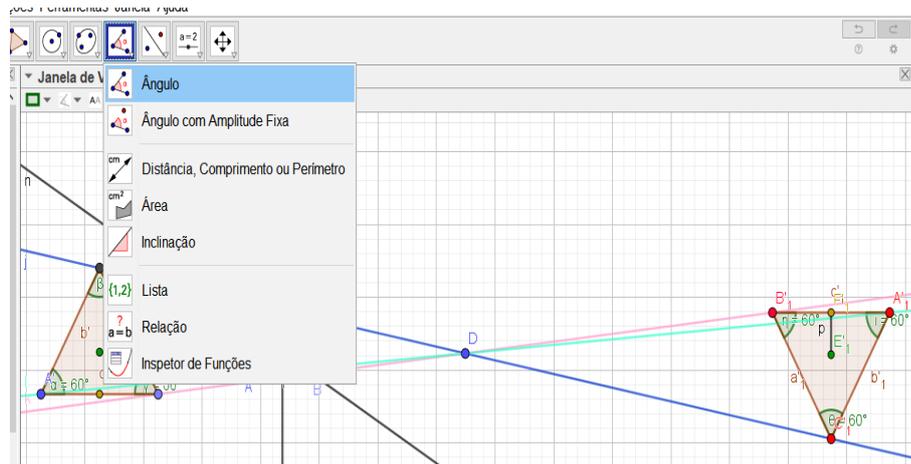
Fonte: Geogebra.org.

Figura 47- Construindo o polígono regular homotético, ampliação na forma inversa com razão $k=-2$ e traçar o segmento nos pontos de interseção e médio



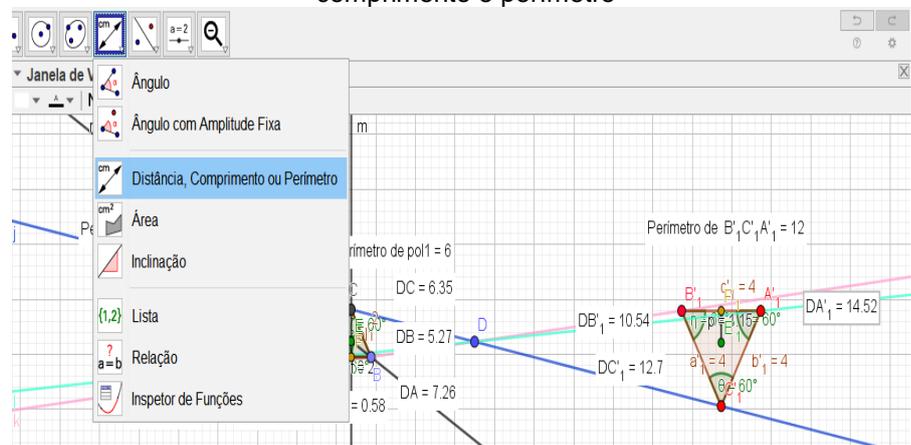
Fonte: Geogebra.org

Figura 48- Aplicando os valores dos ângulos



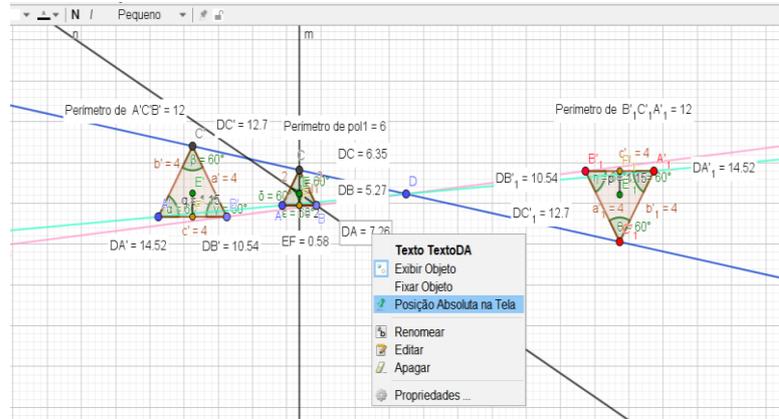
Fonte: Geogebra.org

Figura 49- Encontrando a distância entre o ponto central D e os vértices dos polígonos regulares, comprimento e perímetro



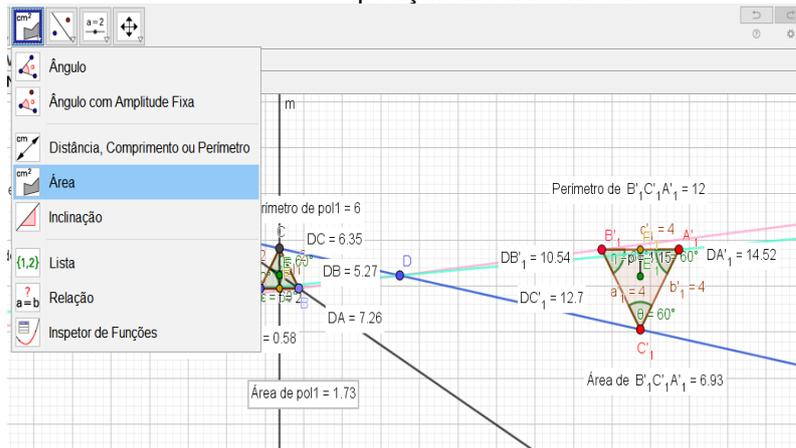
Fonte: Geogebra.org.

Figura 50- Movendo os valores da distância, comprimento e perímetro na janela de visualização clicando na opção posição absoluta na tela



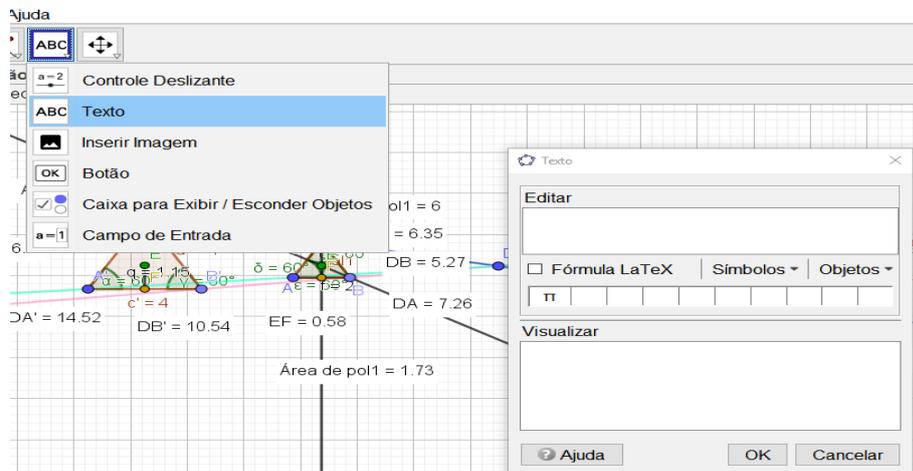
Fonte: Geogebra.org

Figura 51- Encontrando o valor da área de todos os polígonos regulares, na área foi preciso usar posição absoluta na tela



Fonte: Geogebra.org

Figura 52- Caixa de texto para comentários da atividade



Fonte: Geogebra.org.

CAPÍTULO IV – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que apresentamos ao longo dessa sequência são atividades e ideias com o objetivo de analisar o desenvolvimento da aprendizagem referente à homotetia no Ensino Fundamental II em uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, Acre, relacionando com os conceitos matemáticos sobre homotetia para potencializar o aprendizado dos (as) alunos do 9º ano.

As atividades foram pensadas e aplicadas em pesquisas como atividades que possam contribuir para a construção de conceitos e ideias, envolvendo o raciocínio – lógico e dedutivo do aluno, apresentando um grande interesse quando trabalhadas com os materiais de desenhos geométricos e principalmente, com o *software Geogebra*, tornado o ensino e a aprendizagem atrativa, sendo fácil de manusear e próxima da realidade deles.

Acredito que as atividades são de extrema importância para o ensino e aprendizagem das transformações geométricas homotetia com o auxílio dos materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*.

REFERÊNCIA

BARROSO, I. C. **Transformações Geométricas**: iniciativas existentes e abordagens possíveis na formação do professor. GD7. São Paulo, 2015.

BENTO, H. A. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: GeoGebra. 2010.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2010.

CORRADI, D. K. S. Investigações Matemáticas. Revista Educação Matemática da UFOP, Vol. I, 2011 – XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística, 2011.

FILHO, E. S. Homotetia e Semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis. Manaus, 2014.

FRISKER, A. L.; CRUZ, B. A.; GOMES, B. S. et. al. Minicurso de Geogebra. Universidade Santa Maria, 2016.

GASPARIN, J. L. **Uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica.** 5 ed.rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

GERDES, P. Os manuscritos filosóficos matemáticos de Karl Marx sobre o cálculo diferencial. Uma introdução. Edição: Revista de Educação. Moçambique: TLANU, 2008.

JUNKERFEURBOM, M. A.; KLÜBER, T. E. – **Tipos de Tarefas de Investigações Matemática em Livros Didáticos do 8º ano.** Encontro Paranaense de Educação em Matemática, 2017.

MIQUELETTO, T. A. **Desenho Geométrico como Recurso Didático:** uma metodologia para o ensino de matemática. Curitiba, 2018. 91f.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. Zetetiké: Revista de Educação Matemática, v. 1, n. 1, p. 7-17. 1993.

PONTE, João Pedro da *et al.* **A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas.** Lisboa: APM, 1999.

POSITIVO TECNOLOGIA EDUCACIONAL. Investigação Matemática: O que é, Por que e Como Fazer. Espínola, B., setembro. 2017. Disponível em: <https://www.positivoteceduc.com.br/blog-pense-matematica/investigacao-matematica-o-que-e-porque-e-como-fazer/>. Acesso em 12 de março de 2019.

DA ROSA, C. P.; BISOGNIN, E. Atividades investigativas de matemática: explorando sequências e regularidades. **Educação e Matemática em Revista–RS**, v. 2, n. 17, 2017.

SANTANA, E. P. – A Dificuldade de Ensina Geometria. Sergipe, 2009.

SILVA, M. R. A – A Utilização do Software *Geogebra* no Processo de Ensino – Aprendizagem da Geometria Plana. Alagoas, 2017.

SOARES, L. H.; RÊGO, R. G. – O CONCRETO E O ABSTRATO NO ENSINO DA MATEMÁTICA. 4º SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Paraíba, 2015.

ANEXOS

Anexo A – Modelo de Autorização dos Pais



Universidade Federal do Acre

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPEG

Centro de Ciências Biológicas e da Natureza - CCBN

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM

Termo de Autorização para os Pais

Eu, _____, Identidade nº _____, autorizo a participação do meu/ da minha filho(a) _____ da pesquisa intitulada realizada pelo(a) professor (a) _____, Identidade nº _____, SSP- _____, aluno(a) do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, sob orientação do Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo.

A pesquisadora informou-me que o objetivo da pesquisa é _____

E que a participação do (a) filho(a) nesta pesquisa se dará respondendo atividades propostas, as quais serão utilizadas nos estudos e ações no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.

A presente autorização é concedida de forma gratuita e voluntária, estou ciente de que posso recusar a participação do (a) meu/minha filho(a) da pesquisa ou sair dela a qualquer momento, se assim desejar. E que a pesquisadora está isenta do pagamento de quaisquer ônus, a qualquer tempo e sob qualquer pretexto pela utilização das informações, nos registros realizados podendo usá-las, integralmente ou em partes, sem restrições de prazos, para sua dissertação de mestrado, bem como em trabalhos acadêmicos de natureza essencialmente pedagógica, de formação e pesquisa, incluindo comunicações orais e/ou publicações.

A pesquisadora poderá retirar-me da pesquisa a qualquer momento, se ela julgar necessário, sendo assegurado o completo sigilo da identidade de meu/minha filho(a) quanto à participação nesta pesquisa.