



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA- CCBN
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA -
MPECIM**

SILAS SENHORINHA DE ALENCAR

**O USO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA APRENDIZAGEM
DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NO 7º ANO**

**Rio Branco - AC
2019**

SILAS SENHORINHA DE ALENCAR

**O USO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO
DO PRIMEIRO GRAU NO 7º ANO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre (UFAC), como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo.

Rio Branco- AC

2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

A368u Alencar, Silas Senhorinha de, 1973 -

O uso da investigação matemática na aprendizagem de equação do primeiro grau no 7º ano / Silas Senhorinha de Alencar; orientador: Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo. – 2019.

131 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Programa de Pós – Graduação em Mestrado Profissional de Ensino em Ciências e Matemática, Rio Branco, 2019.

Inclui referências bibliográficas e apêndice.

1. Investigação matemática. 2. Equação do 1º grau. 3. Aprendizagem de álgebra elementar. I. Melo, Gilberto Francisco Alves de (orientador). II. Título.

CDD: 510.7

Bibliotecária: Nádia Batista Vieira CRB-11º/882.

SILAS SENHORINHA DE ALENCAR

**O USO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO
DO PRIMEIRO GRAU NO 7º ANO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre (UFAC), como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob orientação do prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo.

Aprovado em 24 de Abril de 2019

BANCA EXAMINADORA

.....
Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo – CAP/UFAC
(Presidente)

.....
Prof^a. Dr^a. Simone Maria Chalub Bandeira bezerra – CCET/UFAC
(Membro)

.....
Prof^a. Dr^a. Patrícia Sândalo Pereira – UFMS/Campo Grande - MS
(Membro Externo)

.....
Prof. Dr. Antônio Igo Pereira Barreto – CELA/UFAC
(Membro Suplente)

Rio Branco - AC

2019

Dedico esse trabalho e meus estudos aos meus pais; Emílio Caminha de Alencar in memoriam e Maria Senhorinha de Alencar, que me deram vida, entusiasmo, alegria e sempre me enveredaram pelo caminho do bem.

AGRADECIMENTOS

No decorrer deste estudo, contei com a colaboração, conhecimento, incentivo de várias pessoas. Assim, primeiramente, em especial quero agradecer:

Ao Senhor Deus, que me outorga sabedoria e tem iluminado os meus caminhos.

Aos meus pais, Emílio Caminha de Alencar e Maria Senhorinha de Alencar, pelo amor a mim dedicado e principalmente por suas orações.

Aos meus irmãos, que sempre acreditaram em mim, pelo incentivo de sempre avançar nos estudos.

Ao meu orientador, professor Gilberto Francisco Alves de Melo, pelo incentivo e apoio durante todo o processo de construção deste estudo, pelos questionamentos, sugestões e caminhos apontados.

A todos os professores do MPECIM, em especial os professores Antônio Igo Barreto Pereira, Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra, pela participação no meu crescimento e amadurecimento.

Aos colegas de mestrado que sempre contribuíram, de forma direta ou indireta para que a pesquisa pudesse ser desenvolvida.

Aos meus professores de matemática, da educação básica e superior, pelos ensinamentos que recebi.

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEE – Conselho Estadual de Educação

GESTAR – Programa Gestão da Aprendizagem Escolar

MPECIM – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

SEE- Secretaria de Estado de Educação e Esporte

SEMPECIM - Semana Acadêmica do Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Matemática

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UFAC – Universidade Federal do Acre

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Apresentação na VI Semana da Matemática	24
Figura 2 Concepções de Álgebra	29
Figura 3 Resposta da questão 6 do questionário pelo grupo 1	81
Figura 4 Resposta da questão 6 do questionário pelo grupo 3	82
Figura 5 Resposta da atividade 1 pela aluna Gis do grupo 3	83
Figura 6 Resposta da atividade 1 pela aluna Nat do grupo 4	84
Figura 7 Resposta da atividade 1 pela aluna Karol do grupo 5	85
Figura 8 Resposta da atividade 1 pelo aluno Tha do grupo 1	86
Figura 9 Resposta da atividade 2 pela aluna Karol do grupo 5	87
Figura 10 Resposta da atividade 2 pela aluna Cam do grupo 1	88
Figura 11 Resposta da atividade 2 pela aluna Gis do grupo 3	88
Figura 12 Resposta da atividade 3 pela aluna Agui do grupo 5	90
Figura 13 Resposta da atividade 3 pela aluna Cla do grupo 2	91
Figura 14 Resposta da atividade 3 pela aluna Ket do grupo 2	91
Figura 15 Resposta da atividade 3 pelo aluno Pet do grupo 1	92
Figura 16 Resposta da atividade 3 pela aluna karol do grupo 5	93
Figura 17 Resposta da atividade 3 pela aluna Gis do grupo 3	93
Figura 18 Resposta da atividade 3 pela aluna Nat do grupo 4	94
Figura 19 Resposta da atividade 3 pelo aluno Gab do grupo 3	95
Figura 20 Resposta da atividade 4 pela aluna Kel do grupo 4	96
Figura 21 Resposta da atividade 4 pelo aluno Jer do grupo 5	97
Figura 22 Resposta da atividade 4 pela aluna Cla do grupo 2	97
Figura 23 Resposta da atividade 4 pelo aluno Ita do grupo 3	98
Figura 24 Resposta da atividade 4 pelo aluno Gab do grupo 3	98
Figura 25 Resposta da atividade 4 pelo aluno Pet do grupo 1	99
Figura 26 Resposta da atividade 4 pela aluna Cam do grupo 1	100
Figura 27 Resposta da atividade 5 pela aluna Mili do grupo 1	101
Figura 28 Resposta da atividade 5 pelo aluno Tony do grupo 5	102
Figura 29 Resposta da atividade 5 pela aluna Cla do grupo 2	102
Figura 30 Resposta da atividade 6 pela aluna Lyn do grupo 3	104
Figura 31 Resposta da atividade 6 pelo aluno Jer do grupo 5	104
Figura 32 Resposta da atividade 6 pelo aluno Dan do grupo 1	105

Figura 33 Resposta da atividade 6 pela aluna Cla do grupo 2	105
Figura 34 Resposta da atividade 7 pelo aluno Jer do grupo 5	106
Figura 35 Resposta da atividade 7 pela aluna Gis do grupo 3	107
Figura 36 Resposta da atividade 7 pela aluna Nat do grupo 4	107
Figura 37 Resposta da atividade 7 pelo aluno Pet do grupo 1	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Trabalhos mapeados que falam de equações do 1º grau	27
--	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 Relação da Tese e Dissertações escolhidas (APÊNDICE A)	120
Quadro 2 Dissertações portuguesas mapeadas (APÊNDICE B)	122
Quadro 3 Momentos na realização de uma investigação	66
Quadro 4 Divisão dos grupos	78

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo analisar como o uso da metodologia Investigação Matemática contribui para a aprendizagem de equação do primeiro grau por alunos (as) no 7º ano do Ensino Fundamental, em que buscamos responder à seguinte questão: Como a aplicação de atividades investigativas sobre equações do primeiro grau pode contribuir para a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental? Trata-se de uma abordagem qualitativa baseada no estudo de caso de uma turma do 7º ano com 20 alunos de uma escola do Ensino Fundamental II, no Município de Rio Branco-Acre. Na abordagem metodológica nos ancoramos em Moreira (2011), Ludke e André (1986) e Yin (2010). Para obtenção dos dados, foram usados os instrumentos: questionários, entrevistas, diário de campo, produção escrita com as atividades investigativas e a gravação em áudio. Como referencial teórico nos ancoramos em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), por defenderem o uso de Investigações Matemáticas como “atividades de ensino-aprendizagem”, que propiciam o “espírito da atividade matemática genuína”. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), em relação ao conceito de Investigação Matemática e momentos na realização de uma investigação; Ponte, Branco e Matos (2009), em relação a finalidade da Álgebra no Ensino; Fiorentini e Lorenzato (2012), por acreditarem que a Educação Matemática é uma prática social e sua investigação torna-se uma ação importante nesse processo e, Fiorentini (1993) sobre Investigações Matemáticas no Ensino de Álgebra. Os resultados em relação à aprendizagem dos alunos, baseado na análise dos dados construídos, apontaram que o uso de atividades investigativas pode constituir um meio eficaz no processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Álgebra Elementar. O envolvimento dos alunos com as atividades propostas indicaram que a metodologia Investigação Matemática, contribuiu positivamente para a aprendizagem de conceitos de equação do primeiro grau, além de um envolvimento recíproco, proporcionando certa autonomia aos alunos. Favorecendo-lhes a busca pelo conhecimento, apesar da incidência de erros relativos, sobretudo, em relação às operações aritméticas. Como Produto Educacional resultante da pesquisa confeccionamos um Guia Didático que auxilie na aprendizagem de equação do primeiro grau com foco o uso de atividades investigativas.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Equação do 1º Grau. Aprendizagem de Álgebra Elementar.

ABSTRACT

The theme of this research is "The use of mathematical research as a tool for the teaching of first grade equation in the 7th year of Elementary School", comes from the Professional Master's Degree in Science and Mathematics Teaching at the Federal University of Acre (MPECIM / UFAC) in field of research Teaching and Learning in Science and Mathematics. The aim of this study is to analyze whether the methodology of mathematical research as a tool contributes to the teaching of first-degree equation in the 7th year of primary education. This is a qualitative approach based on the case study, with the subjects of a 7th grade class from a Primary School II, in the Municipality of Rio Branco-Acre. For the data could be obtained, it was used the following instruments: questionnaires, interviews, field diary, written production and audio recording. As a theoretical reference, we anchor in Ponte, Brocardo and Oliveira (2013), for defending the use of Mathematical Investigations as "teaching-learning activities", which provide the "spirit of genuine mathematical activity". Ponte, Brocardo and Oliveira (2009), in relation to the concept of Mathematical Research and moments in carrying out an investigation; Ponte, Branco and Matos (2009), regarding the purpose of Algebra in Teaching; Fiorentini and Lorenzato (2012), due to the fact that they assume that Mathematical Education is a social practice and their research becomes an important action in this process and Fiorentini (1993), on Mathematical Investigations in Teaching Algebra. As an educational product resulting from the research we will be proposing the preparation of a didactic guide that will help in the resolution of the first degree equation through the use of investigative activities. As a preliminary result, based on the state of art with research done in dissertations and theses, it is perceptible from the point of view of mathematical investigation that the use of this methodology can contribute to the students' mathematical development and abilities in elementary algebra.

Keywords: Mathematical Research. 1st Degree Equation. Elementary Algebra Learning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
CAPÍTULO I: REVISÃO DE LITERATURA.....	31
1.1 Alguns estudos efetivados sobre investigação matemática em Dissertações e Teses.....	31
1.2 Síntese dos trabalhos investigados.....	47
CAPÍTULO II: BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA	49
2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)	49
2.2 Base Nacional Comum Curricular (BNCC).....	51
2.3 O ensino de álgebra nos Livros Didáticos e na Escola.....	53
2.4 Algumas reflexões sobre o ensino de equação do 1º grau	55
2.5 Atividades investigativas como estratégias de ensino e aprendizagem matemática.....	59
CAPÍTULO III: A METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	63
3.1 Entendendo o que significa investigar em Matemática.....	63
3.2 Processos usados na investigação matemática.....	65
3.3 Os papéis do professor em aula de investigação.....	67
3.4 O currículo e a investigação matemática.....	69
CAPÍTULO IV: METODOLOGIA DE PESQUISA	72
4.1 Abordagem metodológica.....	72
4.2 Instrumentos de pesquisa	73
4.3 Sujeitos da pesquisa	74
4.4 Conhecendo melhor os sujeitos	74
4.5 Trabalho de campo.....	76
CAPÍTULO V: ANÁLISE DAS APRENDIZAGENS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU MEDIANTE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS	80
5.1 PRODUTO EDUCACIONAL	80

5.2 A proposta para os estudantes: a forma como ocorreu sua aplicação em sala de aula	80
5.3 Reflexões sobre a aplicação e os resultados obtidos.....	109
CONSIDERAÇÕES FINAIS	114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
APÊNDICE A – PESQUISAS REALIZADAS SELECIONADAS	120
APÊNDICE B – DISSERTAÇÕES PORTUGUESAS SELECIONADAS.....	122
APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DE CARACTERIZAÇÃO DA TURMA	123
APÊNDICE D – ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES	124
APÊNDICE E – AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA PARA O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES	129
APÊNDICE F – TERMO DE ASSENTIMENO DO MENOR	131

INTRODUÇÃO

Não tinha em mente ser professor. Enquanto ainda estudante do Ensino Fundamental pensava em ser médico, seguir a carreira jurídica ou até mesmo ser jogador de futebol. No entanto, ao cursar a 7ª série (atual 8º ano), tomei a decisão de cursar o nível superior. Posso dizer que sofri a influência do meu professor de Matemática. Ressalto que durante a minha vida escolar tive ótimos docentes, das áreas de Humanas, Linguagens, Ciências da Natureza e Matemática, em que aprendi bastante, mas minha aptidão estava voltada para a Matemática.

Como tive grandes oportunidades de estudar com excelentes professores de Matemática, e isso aliado ao meu interesse pelo cálculo, não encontrei tantas dificuldades com essa Ciência e não fui autor de certos questionamentos tais como: “onde vou usar esse conteúdo? Ou “isso serve para que mesmo”? Terminando o Ensino Médio, no ano de 1994 estava mais convicto que o Curso de Licenciatura em Matemática me levaria para a docência.

Como estudante do Ensino Fundamental, meus primeiros contatos com o ensino e aprendizagem da Álgebra Elementar, em especial o estudo de equações do 1º grau, tiveram início a partir da 6ª série (hoje, 7º ano), no ano de 1989.

Naquele tempo a metodologia utilizada pelo professor não era tão diferente das metodologias que muitos professores aplicam hoje, ou seja, não houve um ensino explorando as aplicações práticas dos conteúdos algébricos.

Basicamente a aula acontecia de forma expositiva, em que o professor transcrevia do Livro Didático na lousa, os conceitos algébricos julgados importantes, respaldados dentro do plano anual da disciplina. Após o professor traduzir aqueles símbolos ou escrever em linguagem algébrica texto em linguagem usual, nós éramos direcionados a resolver uma série de atividades de forma mecânica, apenas reproduzindo padrões. A título de exemplo, trago como registro equações do 1º grau do tipo $4(2x - 1) = 2(3x + 2)$ e $5m - 1 = 4$, em que o enunciado do exercício pedia apenas para determinar a raiz da equação dentro de um conjunto universo dado, sem estar inserida numa situação do nosso cotidiano.

As dificuldades encontradas nesse campo de ensino, a Álgebra Elementar e, em especial o assunto de equações do 1º grau, mesmo não sendo tantas, existiam, e, no entanto, busquei superá-las relendo as aulas dadas e buscando informações no ínfimo acervo que a escola comportava. Uma das dificuldades que encontrei está

exemplificada no seguinte problema: “Em um terreiro, temos galinhas e coelhos, num total de 17 animais e 48 pés. Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse terreiro?”.¹ A princípio, não tive habilidade suficiente para aplicar um sistema de duas equações do 1º grau com duas variáveis, para solucionar a questão. Todavia, com o amadurecimento e novas aprendizagens matemáticas determinei a solução da questão proposta.² Resolver um sistema de duas equações do 1º grau com duas variáveis, x e y , significa determinar o único par ordenado (x, y) que é solução do sistema.

No ano de 1989, mesmo já havendo muitas produções teóricas³ sobre como ensinar conceitos algébricos, os professores não fizeram o uso das tendências metodológicas inovadoras em Educação Matemática: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Mídias Tecnológicas, História da Matemática, Investigação Matemática e Resolução de Problemas. As aulas transcorriam do modo tradicional. Essas metodologias descritas não fizeram parte da maneira como os professores formadores no Curso de Licenciatura nos ensinavam Matemática. Isso não significa que os professores não os tenham usados em turmas anteriores ou posteriores à minha. Por exemplo, a Etnomatemática (década de 70), surgiu com base em críticas sociais acerca do ensino tradicional de Matemática, como a análise das práticas matemáticas em seus diferentes contextos culturais, tendo Ubiratan D’Ambrósio como precursor e idealizador no Brasil.

¹ Problema retirado do Livro: A conquista da Matemática – Nova/ José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo: FTD, 1998.

² Vamos representar o número de galinhas pela letra x e o número de coelhos pela letra y . Vamos formar o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos:

$$\begin{aligned} x + y &= 17 \\ x &= 17 - y \end{aligned}$$

$$2x + 4y = 48 \rightarrow 2(17 - y) + 4y = 48 \rightarrow 34 - 2y + 4y = 48 \rightarrow 2y = 48 - 34 \rightarrow 2y = 14 \rightarrow y = 7 \text{ (coelhos)}$$

$$X = 17 - y \rightarrow x = 17 - 7 \rightarrow x = 10 \text{ (galinhas)}$$

Logo, no terreiro há 10 galinhas e 7 coelhos.

³ D’AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates, SBEM, v. 2, n. 2, p. 12-19, 1989.

CARAÇA, B. de J. (1984). Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa, Sá da Costa.

DAVIS, Robert B. Research Studies in How Humans Think about Algebra. In.: Wagner, Sigrid & Kieran, Carolyn (Editores) Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra. Vol. 4, p.266 – 174, 1989.

Tendo a definição de qual curso seguir na graduação, prestei Vestibular para Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Acre – UFAC, ingressando em 1996. Como era de se esperar, estando num curso superior, no caso, Matemática, eu teria disciplinas específicas de Álgebra, desde a mais elementar a mais difícil, compreendida por meio de demonstrações de Teoremas.

Tive dificuldade em compreender e demonstrar Teoremas. Recordo aqui em Introdução a Álgebra, o Princípio da Boa Ordenação⁴ (PBO) e o Princípio de Indução Finita⁵.

Acredito que se a metodologia dos professores em seus modos de ensinar fosse tomada por uso da investigação matemática, jogos, resolução de problemas, dentre outras, a minha assimilação sobre álgebra não passaria por tanta dificuldade.

⁴**Teorema (PBO)** Todo $A \subset \mathbb{N}$ não-vazio tem um **menor elemento**, ou seja, existe $a \in \mathbb{N}$ tal que

$$a \in A \\ \forall x \in A, a \leq x.$$

Demonstração: Se $0 \in A$ então 0 é o menor elemento de A pois $0 \leq n$ para todo natural n . De fato $0 + n = n$, donde $0 \leq n$. Supondo $0 \notin A$ definimos

$$X := \{n \in \mathbb{N} : \text{para todo } k \leq n, k \notin A\}$$

e notamos que $0 \in X$ (pois, $0 \notin A$). Se valer que $n \in X \Rightarrow n+1 \in X$ para todo natural n , então teremos $X = \mathbb{N}$ pelo axioma de indução, o que não é verdade (por quê?), portanto existe um natural m tal que $m \in X$ e $m+1 \notin X$.

De $m \in X$ temos que $n \notin A$ para todo $n \leq m$ e de $m+1 \in X$ temos $m+1 \in A$ e como não há p , $m < p < m+1$, $m+1$ é menor elemento de A . De fato,

$$x \in A \Rightarrow x > m$$

Portanto, $x \geq m+1$.

⁵**Princípio da Indução Finita (PIF).** Se são satisfeitas as condições

1. $P(0)$ é verdadeiro, e
2. para todo $k \geq 0$, se $P(k)$ é verdadeiro então $P(k+1)$ é verdadeiro,

então $P(n)$ é verdadeiro para todo natural n .

Esse princípio decorre facilmente do axioma da Indução se tomarmos X como o conjunto dos naturais para os quais o predicado é verdadeiro, isto é,

$$X = \{n \in \mathbb{N} : P(n) \text{ é verdadeiro}\}$$

da condição 1 temos $0 \in X$ da condição 2 temos que se $k \in X$ então $k+1 \in X$, portanto, $X = \mathbb{N}$

Sobretudo em álgebra elementar, como por exemplo, o ensino de Equação do 1º grau. A maneira de ensinar era a forma tradicional, o professor expondo o conteúdo usando lousa e giz.

Defendo que com o uso da Investigação Matemática, a aprendizagem seria bem maior, visto que numa investigação é diferente. O ponto de partida é uma situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga (aluno) um papel fundamental na sua concretização. Desse modo, uma investigação requer a participação efetiva do aluno na própria formulação das questões a estudar, e, segundo estudos, essa dinâmica favorece o seu envolvimento na aprendizagem.

Acentuo ainda que o uso de atividades de investigação matemática no desenvolvimento de conceitos é defendido por Ponte (2005). O autor referencia que como ele tem quem tem defendido a importância da realização de investigações matemáticas pelos alunos: Mason, Ernest, Godenberg. Ponte (2005, p. 23), destaca que “o envolvimento ativo do estudante é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações”.

Durante a minha vida acadêmica não realizei nenhum contato com a metodologia da Investigação Matemática, mas ao ingressar no Mestrado e ser envolvido pelas disciplinas, fui tocado a repensar sobre a minha maneira de ensinar Matemática, em especial, o conteúdo de Álgebra, visto ser perceptível a grande dificuldade que os alunos têm em compreendê-la. Nesse confronto comigo mesmo, resolvi aplicar o uso da Investigação Matemática como proposta para ensinar equação do primeiro grau em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental.

Descrevendo a minha trajetória, afirmo que foram anos de muito esforço nos estudos, a fim de dar conta do mesmo, pois, no ano de conclusão do Ensino Médio em 1994, fui aprovado em um concurso público da área da Educação. Trabalhava durante o dia e estudava no período noturno. Nesse período de estudos convivi com diversos professores, os quais me ensinaram muito, além do mais, são exemplos a serem seguidos.

Contudo, iniciei minha carreira na docência a partir dos anos 90, mais precisamente em 1997. Comecei então a lecionar no Ensino Fundamental II sem ter

concluído minha formação superior, pois, somente em 2003 concluí minha formação em Licenciatura em Matemática.

Ingressei na docência como concursado em 2008. Passei a ser professor efetivo do quadro da Secretaria de Estado de Educação e Esporte- SEE. Participei de modo integral de um programa de aperfeiçoamento, com carga horária de 300 horas, direcionado aos professores de Matemática que atuavam no Ensino Fundamental II, intitulado como GESTAR II ⁶.

Neste programa a exploração do tema álgebra teve por objetivo introduzir soluções com equações usando conhecimentos intuitivos.

A exploração de equações do 1º grau acontece a partir da generalização da aritmética. Conforme apresentado, nos cadernos de Teoria e Prática, o objetivo é construir um currículo em rede em que os temas matemáticos sejam utilizados para a resolução de situações-problema.

A esse respeito Lorenzato (2006), também defende o ensino da Matemática no Ensino Básico de forma integradora. Assim como para Lins & Gimenes (1997, p. 159) “devemos buscar é a coexistência da educação algébrica com a aritmética, de modo que uma esteja implicada na outra”.

A introdução do conteúdo de álgebra elementar de maneira formal, tratando de equações, sem relacioná-lo com a Aritmética e situações vivenciadas no dia a dia, não permite aos alunos produção de significados, dificultando assim que estes identifiquem o modo como as duas se relacionam. Se o aluno não é capaz de apropriar-se dos conceitos algébricos ele não desperta o prazer de aprendê-los. É essencial que o professor explore inicialmente o uso das letras nas linguagens algébricas, a fim de que o estudante do Ensino Fundamental não compreenda a função da variável como apenas uma forma para representar um valor desconhecido.

Nos anos de 2015 e 2016, fui Assessor Pedagógico da Secretaria de Estado de Educação e Esporte – SEE, atuando no Programa Asas da Florestania. Este programa teve sua primeira proposta implantada em 2005, atendendo 367 alunos

⁶ GESTAR II – O Programa Gestão da Aprendizagem Escolar oferece formação continuada em Língua Portuguesa e Matemática aos professores dos anos finais (do sexto ao nono ano) do ensino fundamental em exercício nas escolas públicas. Para maiores informações ver Dissertação de CASTRO, Josicléia Araújo Ribeiro. *A produção e/ou (re)significação dos saberes docentes de professores que ensinam matemática em escolas do meio rural no contexto do grupo colaborativo de estudos*. MPECIM, 2017. Disponível em <<http://www.ufac.br/mpecim/menu/dissertacoes/turma-2015/josicleia-araujo-ribeiro.pdf>>. Acessado em 17 de março de 2018.

em 26 turmas, distribuída em sete municípios. Aprovado pelo CEE (Conselho Estadual de Educação) - PARECER CEE/AC N.º 051/2006 e RESOLUÇÃO CEE/AC N.º 45/06 em 29 de agosto de 2006.

A experiência como assessor pedagógico foi positivo para meu desenvolvimento profissional e mudanças em minhas práticas pedagógicas. Ao realizar as formações continuadas agreguei novos conhecimentos onde socializava com os professores assessorados.

Neste programa a exploração do tema equações, trazia como expectativas de aprendizagem: resolver equação do 1º grau com uma incógnita e perceber a utilização das equações na resolução de problemas. A metodologia empregada era a abordagem do tema por meio de uma problematização. A título de exemplo, vejamos um problema retirado do Material Didático para as Escolas Rurais Ensino Fundamental sétimo ano: “Um fazendeiro cria gado nelore e zebu. Para organizar melhor suas pastagens, realizou uma contagem dos animais e verificou que havia o dobro de bois da raça nelore em relação aos bois zebus. No total, contou 516 animais. Quantos bois eram da raça nelore? E da raça zebu?”⁷

Nesse contexto, o aluno é levado a construir o conceito de uma equação e determinar o valor do termo desconhecido. É feita analogia como a de uma balança em equilíbrio para que o aluno compreenda o conceito de equação.

A minha vivência como assessor pedagógico foi imprescindível para o meu desenvolvimento profissional. Os conhecimentos matemáticos obtidos na graduação foram ampliados à medida que executava as formações junto aos professores. Assim, fazer uma pós-graduação em nível de Mestrado já era necessário, em que o foco fosse o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Em 2017, ingressei no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM. Contemplei a oportunidade de buscar novos conhecimentos e novas perspectivas de ensino, nova metodologia a qual no decorrer da graduação não tive a oportunidade de estudar, visto que a abordagem metodológica de alguns professores do curso era muito tradicional.

⁷ A metodologia apresentada trata as sentenças matemáticas comparadas a uma balança. O aluno reconhece a utilização da balança como analogia para construir o conceito de equação. Logo, utiliza a linguagem algébrica para transpor a escrita e identificar uma possível solução para a equação.

Vejamos:

Seja x a quantidade de bois zebus e $2x$ a quantidade de bois da raça nelore. Daí, temos a equação.

$$x + 2x = 516 \rightarrow 3x = 516 \rightarrow x = 172$$

Portanto, temos 344 bois da raça nelore e 172 bois da raça zebu.

Pelo fato de ser assessor pedagógico da Secretaria de Estado de Educação e Esporte - SSE em 2016, a minha proposta inicial de pesquisa expressava o seguinte tema: **Formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental II no Programa Asas da Florestania**. Em que buscava responder às seguintes questões: **Que atitudes podem ser tomadas para que ocorra vinculação imediata entre formação inicial de professores e a necessidade de uma formação continuada? Que práticas pedagógicas são desenvolvidas com sucesso pelos professores e que podem ser compartilhadas e/ou tematizadas?** A minha inexperiência levou-me a escolher um tema tão amplo. Seria necessário delimitar a temática proposta na escrita inicial.

Posteriormente, após a realização de algumas leituras sobre Estudo de Aula no FORPROMAT⁸ e seguindo as orientações do meu orientador, delimitamos novamente o tema e assim se apresenta: **O Estudo de Aula como possibilidade de desenvolvimento profissional, produção e/ou ressignificação de saberes docentes: o caso dos professores que ensinam Matemática em escolas do meio rural no Programa Asas da Florestania**. Este tema foi desenvolvido em um Resumo Expandido na Primeira Semana do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – SEMPECIM⁹.

Por meio deste trabalho almejávamos responder à seguinte questão de pesquisa: **Como os professores que ensinam matemática em escolas no meio rural, ao vivenciarem o Projeto Asas da Florestania produzem e/ou ressignificam seus saberes e se desenvolvem profissionalmente ao explorarem o estudo de aula sobre Números Naturais?**

O desenvolvimento deste tema até esse momento ainda estava uma incógnita, visto alguns fatores se oporem à continuidade da pesquisa. Um dos principais era a acessibilidade às escolas do meio rural. Devido ao acesso intrafegável no período invernosos ficaria dificultoso chegar aos sujeitos, no caso os professores que ensinam Matemática do Programa Asas da Florestania. Dessa forma, produziria riscos ao cumprimento dos prazos para qualificação e defesa.

Assim, mais uma vez procuramos delimitar um tema que viesse atender a linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática. E como os

⁸FORPROMAT - Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática.

⁹ SEMPECIM – Primeira Semana Acadêmica do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, realizada na Universidade Federal do Acre – UFAC, no período de 10/07/2017 a 12/07/2017.

primeiros passos dados nessa vasta caminhada como pesquisador teve início a partir do momento que ingressei como discente no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC), a escolha final do tema ocorreu quando participávamos da VI Semana da Matemática, onde focamos a metodologia de ensino com o uso de jogos. Portanto, o tema dessa dissertação assim se configura: **O uso da investigação Matemática: a prática de jogos como ferramenta para o ensino de Equação do primeiro grau no 7º ano do Ensino Fundamental.** Trabalhar com esse tema é de suma importância, visto a necessidade da aplicação em sala de aula de outras metodologias de ensino, principalmente em Matemática.

Durante o desenrolar deste trabalho alguns fatores contribuíram significativamente para delimitar de fato o tema dessa pesquisa. Primeiramente, podemos citar as disciplinas estudadas no decorrer do primeiro e o segundo semestre de 2017.

No primeiro semestre estudei a disciplina Fundamentos Teórico – Metodológico da Pesquisa em Educação, ministrada pelo Professor Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo, em que por meio do Estado da Arte, fiz análise de várias dissertações e teses com temas voltados a minha proposta de pesquisa. Dessa feita, esses estudos corroboraram para avançar em minha dissertação.

No segundo semestre, estudamos a disciplina Tendências em Educação Matemática e Práticas Culturais: elaboração de recursos didáticos na formação Docente, a qual foi ministrada pela Professora Dr^a Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra. No transcorrer da disciplina, e como já mencionei anteriormente, participei da VI Semana da Matemática¹⁰, realizada na Universidade Federal do Acre - UFAC, com uma Comunicação Oral.

Na oportunidade, pensando em incrementar uma metodologia diferenciada de ensino, trabalhei a minha apresentação com o tema “Problematizando o conceito de

¹⁰ VI Semana da Matemática - A VI Semana da Matemática, foi realizada no período de 25 a 29 de setembro de 2017, deu sequência às semanas realizadas nos anos de 2003, 2007, 2011, 2013 e 2016. Trata-se de uma iniciativa do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, juntamente com os cursos de Licenciaturas em Matemáticas presencial, EAD e os programas de pós-graduação: PROFMAT (Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional), MPECIM (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) e do FORPROMAT (Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática) em parceria com outros grupos de pesquisa que integram o CCET. O tema da VI Semana da Matemática foi: “A Formação do Professor Como Compromisso Político”. A realização deste evento teve como objetivos promover reflexões e análises sobre a formação de professores de matemática no contexto atual e como metodologia a apresentação de trabalhos no formato de mesas redondas, palestras, conferências, minicursos, oficinas, comunicações científicas, relatos de experiências e grupos de trabalho.

Equação do 1º grau usando o jogo de dominó”. Este jogo foi pensado ao estilo de jogada do dominó tradicional, sendo composta por vinte e oito peças, cada peça contendo uma equação e uma raiz de outra equação. Buscava assim, embasar ainda mais minha proposta de pesquisa cujo tema, até então era este: **“O uso da Investigação Matemática: a prática de jogos como ferramenta para o ensino de equação do primeiro grau no 7º ano do Ensino Fundamental”**.

Figura 1 Apresentação na VI Semana da Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Pude experienciar em princípio, o uso do jogo “Dominó das equações” na própria turma do mestrado enquanto a disciplina era ministrada. Paralelamente fiz o uso da tendência de jogos em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, na Escola Estadual em que leciono para ensinar conceitos de equação do primeiro grau, também usando o jogo “Dominó das equações”.

Antes da aplicação do jogo os alunos foram separados em grupos com quatro participantes em cada. Fizemos a confecção de todas as cartas num total de vinte e oito peças. Em cada peça havia uma equação de um lado e do outro uma solução de outra equação. A finalidade do jogo era relacionar uma equação com a sua respectiva raiz. Dessa forma, a realização do jogo veio contribuir de forma significativa para a aprendizagem de equação do 1º grau, visto que os alunos conseguiram formar as jogadas, alguns com menos, outros com mais dificuldade.

Tomando como referência as leituras sobre o tema jogos para ensinar conceitos matemáticos, percebi ser essa metodologia uma forte ferramenta para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim, a prática do jogo estava sendo avaliada como possível intervenção pedagógica para o ensino de matemática e sendo pensada como uma possibilidade para o produto educacional vindo a ser transformado em material manipulável.

No entanto, mais recentemente, fizemos a delimitação do tema para o fechamento do texto visando o Exame de Qualificação, a saber: **O uso da Investigação Matemática na aprendizagem de Equação do primeiro grau no 7º ano.**

Mas o que é Investigação Matemática? É explicitada como “atividades de ensino-aprendizagem” segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 23). Investigar “significa, tão-só, que formulamos questões que nos interessam para as quais não temos respostas prontas, e procuramos essa resposta de modo tanto possível fundamentado e rigoroso”, (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 9).

Brocardo (2001) em trabalho anterior a define como “atividade matemática” e a compara como a “resolução e a formulação de problemas” sinalizando sua inserção no currículo como uma abordagem pedagógica.

A razão pela mudança em escolher a Investigação Matemática ao invés do uso de jogos, se deu em função das leituras realizadas de teóricos que abordam esse tema. Considerando os sujeitos dessa pesquisa, o uso da metodologia Investigação Matemática tem possibilidades maiores de execução.

Esta delimitação com a qual trabalharemos, está fundamentada teoricamente nos trabalhos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) que defendem a utilização de investigações matemáticas na sala de aula, pois estudos em educação têm mostrado que é uma poderosa forma de construir conhecimento.

Os professores em sua formação inicial passam por aulas de cunho totalmente tradicional, sem conhecer maneiras diversificadas de ensinar, fazendo com que levem para suas salas de aula o mesmo modo de ensinar similar ao da academia. Isso implica aos alunos tomarem para si uma matemática e, em especial a álgebra elementar sem sentido, sem nenhuma aplicação ou utilidade prática.

Trabalhar com essa disciplina não é uma tarefa fácil, e do modo que está sendo ensinada, cumpre um papel negativo, fazendo-a tornar-se inútil e obsoleta, sendo necessário dá ênfase a importância que a didática de ensino e as

metodologias têm para o ensino. Esse papel negativo da Matemática está ligado ao desinteresse dos alunos, falta de motivação, como resultado de um ensino de Matemática sem utilidade e aplicação.

Durante os meus quase vinte anos de docência, por diversas vezes, fiquei de certo modo incomodado por não saber explicar o motivo dos alunos não compreenderem certos conteúdos, que para mim pareciam simples. Essa dificuldade de assimilação ficava maior quando o assunto era mais abstrato, como o ensino da álgebra elementar.

O ensino da álgebra elementar passa a ser ministrado no 7º ano do Ensino Fundamental, sendo observado que há uma transição entre as operações puramente aritméticas para operações envolvendo números e letras. Ao sair de um campo de ensino mais concreto para um mais abstrato, os alunos sentem um profundo impacto. Nota-se a dificuldade em compreender a linguagem algébrica, e em particular o conteúdo de equação do 1º grau.

Pela experiência em sala de aula trabalhando com Ensino Fundamental, analisando os conteúdos que os alunos sentem dificuldades em sua compreensão e, em conversas com o professor orientador, a escolha pelo tema a ser pesquisado ficou com destaque a educação algébrica, notadamente em equações de 1º grau, porque os alunos demonstram grandes dificuldades nesse conteúdo. Quais seriam essas dificuldades? Notoriamente em compreender as aplicações de dois princípios: o aditivo e o multiplicativo na resolução de uma equação de 1º grau. Há uma dificuldade por parte dos alunos em compreender o significado de equivalência. Para a resolução de equações há que ter em conta diversas transformações, também chamadas de transformações elementares de equivalência.

Relativamente na resolução de equações, as dificuldades “surgem devido aos erros que cometem no trabalho com expressões algébricas, por não compreenderem o significado destas expressões ou as condições da sua equivalência” (Ponte, Branco e Matos, 2009 p.96).

O conteúdo de Álgebra é muito abstrato. Quando o professor transmite ao aluno de modo a não fazer sentido, ou seja, não relaciona esse conteúdo ao cotidiano, esse aluno terá dificuldade em compreender. Nesse sentido, busquei caminhos que melhorassem o ensino de conteúdos abstratos e que pudessem auxiliar na melhoria da prática em sala de aula. Assim, enfatizamos o uso da Investigação Matemática, como uma importante tendência no ensino da Matemática.

A Investigação Matemática segundo Ponte, Quaresma e Branco (1999) tem-se desenvolvido a partir de George Pólya (1962) para a metodologia de Resolução de Problemas. Para esses autores, conceitos como “generalizar a partir da observação de casos, argumentos indutivos, argumentos por analogia, reconhecer ou extrair um conceito matemático de uma situação concreta”, (PÓLYA, 2006) são características básicas para resolver problemas.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p.16) afirmam que uma investigação matemática, para além de uma relação histórica, “desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas”. Os autores afirmam que o “primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver”.

Para esse estudo, em princípio, nós mapeamos algumas dissertações com os temas voltados ao Ensino e Aprendizagem de Equações do 1º grau e em seguida focamos a metodologia Investigação Matemática.

Na tabela 1 estaremos apresentando alguns trabalhos lidos e a metodologia contida usada para delimitar o problema de pesquisa.

Tabela 1. Trabalhos mapeados que falam de equações do 1º grau

Ano	Autor	Tema	Problema	Metodologia
2012	Eulália da Conceição Canada Barbeiro	A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita: uma análise dos erros e das dificuldades de alunos do 7º ano de escolaridade	Quais as dificuldades e os erros mais significativos que os alunos do 7º ano apresentam na resolução de equações do primeiro grau a uma incógnita?	O estudo segue uma abordagem de investigação qualitativa, tendo por base a lecionação de seis aulas.
2016	Luciana Castoldi	Equação de 1º grau: uma proposta de ensino de aprendizagem utilizando jogos	Esta pesquisa aborda a influência de jogos no desenvolvimento de conceitos de equação de primeiro grau	A metodologia empregada foi o uso de jogos para ensinar equações do 1º grau
2017	Hélio Roberto da Rocha	Uso de jogos e materiais concretos no ensino de expressões algébricas e equações do 1º e 2º grau no Ensino Fundamental	Devido a baixa performance em matemática básica, o problema gira em torno de como os alunos podem superar essa dificuldade.	A metodologia está centrada em jogos e materiais concretos

Fonte: Da pesquisa, 2018.

Em nosso trabalho, apresenta-se, portanto, o seguinte problema de pesquisa: O campo de pesquisa sobre o tema aponta uma lacuna que se expressa entre Metodologias no Ensino de Matemática e a Aprendizagem de Álgebra Elementar (equação do 1º grau).

Face o problema de pesquisa expresso anteriormente, expressamos nossas inquietações com a questão: **Como a aplicação de atividades investigativas sobre equações de primeiro grau pode contribuir para a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental?**

Neste contexto, o objetivo geral foi analisar como o uso da Investigação Matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de Álgebra Elementar, em particular, da equação do 1º grau em uma turma de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Objetivos Específicos:

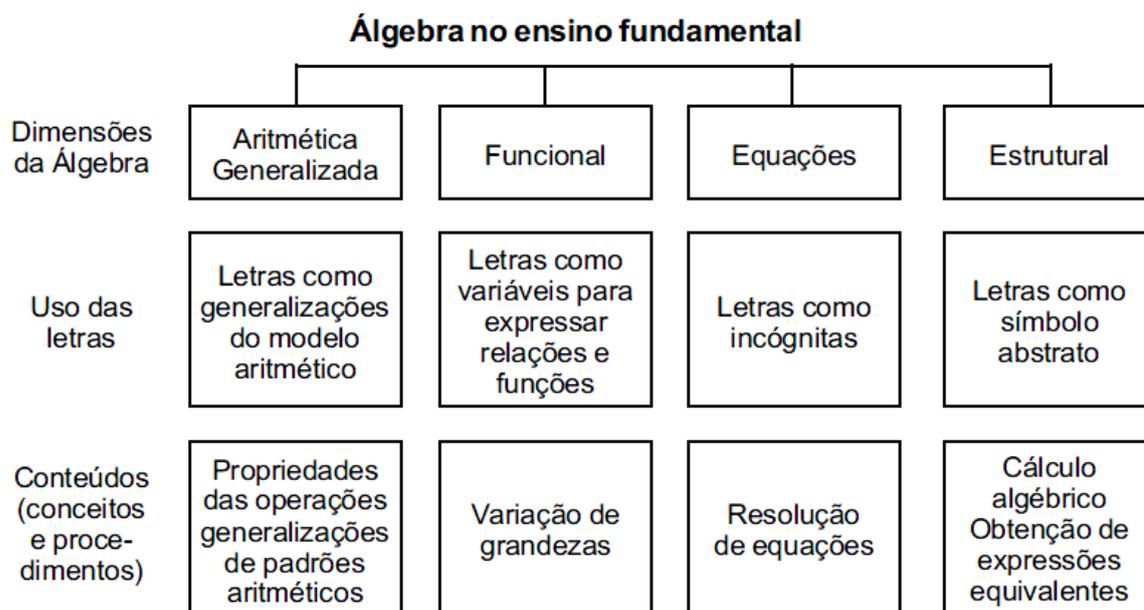
- Descrever as estratégias utilizadas por alunos do 7º ano no desenvolvimento de tarefas de investigação matemática que contemplem as várias concepções algébricas.

- Analisar como os alunos aprendem Equação do 1º Grau mediante o uso da Investigação Matemática.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Brasil - PCN (1998), destacamos que, para a construção do pensamento algébrico no Ensino Fundamental, é importante desenvolver atividades que relacionem as diferentes concepções de Álgebra.

A figura 2 a seguir apresenta as interpretações da Álgebra Escolar e os diferentes usos das letras assumidos pelo documento:

Figura 2 – Concepções de Álgebra



Fonte: BRASIL, (1998, p. 116).

Dessa feita, com a efetivação de tais objetivos, compreendemos que haverá uma aprendizagem significativa¹¹ por parte dos alunos, em que os conceitos algébricos serão assimilados, especialmente aqueles que fazem referência ao ensino e aprendizagem de equações do 1º grau e os alunos poderão compreender muitas questões do nosso cotidiano.

Após esta breve introdução na qual descrevo a minha trajetória, a justificativa da escolha do tema, o problema e questão de pesquisa, os objetivos: geral e específicos, os quais devem culminar para responder à questão norteadora desta pesquisa; no capítulo um discorro a respeito do estado da arte sobre Investigação Matemática e equações do primeiro grau, descrevendo alguns estudos efetivados que abordam a investigação matemática em Dissertações e Teses. Explicito os critérios de escolha dos trabalhos, as sínteses dessas pesquisas após uma leitura acurada de todos os resumos e apresento o referencial teórico ao qual nos ancoramos.

¹¹ Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-litera, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. A este conhecimento, especificamente relevante à nova aprendizagem, o qual pode ser, por exemplo, um símbolo já significativo, um conceito, uma proposição, um modelo mental, uma imagem, David Ausubel (1918-2008) chamava de subsunçor ou ideia-âncora.

No capítulo dois faço breves considerações sobre o ensino e aprendizagem de Álgebra. Cito como o ensino de Álgebra é inserido nos Parâmetros Curriculares Nacionais, na Base Nacional Comum Curricular e em Livros Didáticos. A seguir, faço reflexões sobre o ensino de equações do 1º grau e apresento atividades investigativas como estratégias de ensino e aprendizagem matemática.

No capítulo três, inicio tratando sobre a metodologia investigação matemática, descrevendo sobre o significado de investigar em Matemática. Faço o relato dos processos usados numa investigação matemática, os papéis do professor em aula de investigação e mostro o currículo e a investigação matemática.

No capítulo quatro enfatizo os procedimentos metodológicos utilizados, que foram centrados na pesquisa qualitativa, em particular, estudo de caso. Apresento os instrumentos de pesquisa, menciono os sujeitos envolvidos e descrevo o trabalho de campo. E, no quinto capítulo, mostro a análise preliminar dos dados, a proposta para os alunos, a forma como ocorreu sua aplicação em sala de aula, trago aqui algumas reflexões sobre a aplicação e os resultados obtidos e, finalmente, descrevo o produto educacional.

CAPÍTULO I – REVISÃO DE LITERATURA

No presente tópico, em que apresentamos uma breve revisão da literatura onde situamos o nosso foco de investigação, fortalecendo o estudo sobre os conceitos essenciais a fim de podermos aprofundar conhecimentos a respeito do tema, isto é, o uso da Investigação Matemática como ferramenta para ensinar equação do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental. Identificamos os referenciais principais que contribuem para responder a questão de pesquisa, que são: Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) em relação ao conceito de Investigação Matemática e momentos na realização de uma investigação; Ponte, Branco e Matos (2009) em relação à finalidade no ensino da Álgebra; Fiorentini (1993) sobre Investigação Matemática no ensino de Álgebra.

Entre os trabalhos de pesquisas, dissertações e uma tese existem uma similaridade muito grande, favorecendo, desse modo, os critérios de escolha para essa investigação. Primeiramente, se observou os trabalhos mais recentes, compreendidos entre os espaços de uma década, isto é, de 2007 até 2017. Em segundo lugar, a escolha ocorreu em função dos temas propostos, em analisar o uso de jogos e a investigação matemática no ensino de conteúdos componentes do currículo do Ensino Fundamental, principalmente aqueles voltados para a Álgebra Elementar, delimitando o conteúdo de equação do 1º grau.

1.1 Alguns estudos efetivados sobre investigação matemática em Dissertações e Teses

Aqui estaremos apresentando alguns trabalhos de pesquisas¹² realizados cujo foco estará no uso da Investigação Matemática no ensino da Álgebra Elementar. Selecionamos algumas Instituições de Ensino Superior cujos trabalhos estivessem compreendidos num período de uma década, ou seja, entre os anos de 2007 a 2017. Foram analisadas dezesseis dissertações e uma tese encontrada no portal da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) que fazem referência a pesquisas que utilizaram a Investigação Matemática e inserção de jogos com alunos no Ensino Fundamental.

¹² O quadro 1 contendo as pesquisas realizadas selecionadas pode ser encontrado no Apêndice A.

Para realizar a pesquisa usamos a descrição “Investigação Matemática e uso de jogos no Ensino Fundamental“. Analisamos os títulos e efetuamos minuciosa leitura do resumo dos dezessete trabalhos selecionados. Enfim, buscamos padronizar os resumos das dissertações e a tese, explicitando a pergunta, os objetivos, o referencial teórico, referencial metodológico e conclusão.

Grando (2000) realizou seu trabalho de doutorado com o tema “O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula“. No âmbito desta pesquisa, o interesse da autora se volta para o jogo no ensino da Matemática. Este trabalho busca resgatar essa forma de “fazer matemática”, presente nas situações lúdicas do jogo. O ambiente é a sala de aula, o instrumento é o jogo e a investigação surge da necessidade de compressão dos aspectos envolvidos na utilização deste instrumento no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Neste trabalho, a autora tem como objetivo investigar os processos desencadeados na construção e/ou resgates de conceitos e habilidades matemáticas a partir da intervenção pedagógica com jogos de regras. E de modo mais abrangente, um dos objetivos desta pesquisa é a investigação das possibilidades de um trabalho pedagógico, baseado em jogos e resolução de problemas, possibilitando aos pesquisadores desta área e aos professores do ensino fundamental e médio, subsídios teórico-metodológicos a um repensar sobre os métodos estratégicos, redimensionando-os a fim de minimizar o hiato existente entre as atividades lúdicas cotidianas realizadas pelas crianças, espontaneamente, e o trabalho feito em sala de aula.

A autora toma como aporte teórico os trabalhos de Huizinga (1990), Caillois (1990) e Chateau (1987) em que buscaram estabelecer características que definiram atividades como jogo. A mesma tomou as contribuições surgidas no campo da Psicologia de teóricos, tais como: Piaget, Vygotsky, Montessori, Decroly e Frobel.

A pesquisa foi desenvolvida em um processo de experimentação pedagógica através de um estudo de caso com enfoque qualitativo. Lüdke, André (1986) conceituam um estudo de caso desse tipo como sendo uma pesquisa cuja preocupação central é a compreensão de uma instância singular, ou seja, algo que tenha um valor em si mesmo.

Os resultados dessa pesquisa mostraram vários aspectos que envolveram a construção de estratégias de jogo, a análise de possibilidades nas jogadas, o

registro e a tomada de consciência dos erros obtidos, as previsões e antecipações de jogadas, a sistematização dos conceitos subjacentes ao jogo e ao processo de socialização, como determinantes na passagem do “jogo pelo jogo” em jogo pedagógico, ou seja, jogo no ensino da Matemática.

Em sua pesquisa de cunho qualitativo, Scarlassari (2007) desenvolveu o tema “Um estudo de dificuldades ao aprender Álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do Ensino Fundamental”. Em que busca responder à questão orientadora desta pesquisa: Que tipo de dificuldades alunos da 6ª série do Ensino Fundamental apresenta em uma situação B de ensino de álgebra, comparativamente a alunos da mesma série que passaram por uma situação A de ensino de álgebra?

O objetivo principal deste estudo é comparar entre as dificuldades apresentadas pelos alunos sujeitos a uma situação A de ensino (Iniciação Científica), com as dificuldades pelos alunos sujeitos a uma situação B de ensino, desenvolvida nesta pesquisa.

Nessa pesquisa os fundamentos de análise usados bem como o referencial teórico balizador partem da consideração dos estudos de Boyer (1968), Eves (2004), Smith (1958), Lauand (1998), Hogben (1970) e Caraça (1975).

Na metodologia, esta pesquisa caracterizou-se por dois momentos distintos: o momento da situação A e o momento da situação B. A fonte dos dados constituiu-se do diário escrito pela pesquisadora ao observar as aulas do professor e os plantões de dúvidas que ministrava; do material escrito pelos alunos na resolução das atividades propostas em sala de aula e de uma lista de exercícios proposta no final dos estudos, como forma de avaliação. O suporte teórico tem base em Lima (1993), Booth (1995), Araújo (1999) e Pinto (1995), pois são autores que relevam as questões das lacunas em aritmética e na linguagem algébrica.

A partir desta pesquisa a autora considera que ainda podemos preparar uma abordagem semelhante à da situação B para trabalhar a aritmética nas séries anteriores à 6ª série, a fim de que a Operacionalidade na álgebra seja mais bem compreendida e conseqüentemente as dificuldades com esse tema sejam reduzidas ainda mais.

O trabalho de Baccarin (2008) aborda o tema: “Investigação Matemática: uma análise da sua contribuição na construção de conceitos algébricos” insere algumas questões norteadoras, a saber: O que é, realmente, “investigar Matemática” na sala

de aula? Qual o papel da “investigação” na construção do conhecimento matemático? Apresenta como objetivo geral analisar o desenvolvimento de atividades que envolvam vários processos de investigação ou resolução num contexto matemático, buscando identificar a ocorrência de formação de conceitos algébricos por meio da ação do sujeito. A partir do objetivo geral, foram traçados os objetivos específicos.

- Identificar a presença da formação de conceitos algébricos nas situações propostas e teoremas em ação, tendo por base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

- Analisar o grau de complexidade e imprevisibilidade dos procedimentos resolutivos em que os alunos se envolvem na construção de conceitos em ação.

- Analisar o papel da investigação na construção do conhecimento matemático.

- Analisar o processo de constituição do ambiente de investigação.

- Delinear conceitualmente investigação matemática no contexto escolar.

O trabalho dessa investigação partiu da ideia de Ponte (2003), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001), fundamentados pela teoria de Vygotsky (1934) e Vergnaud (1994) sobre a formação de conceitos.

Segundo a autora o estudo mostrou que as aulas de investigação podem ter um grande potencial nas aulas de Matemática, se constituiu num ambiente de interação e troca, favorecendo o aluno a criar atitudes de predisposição, interesse e entusiasmo pela atividade matemática.

Bezerra (2008) em seu presente estudo reflete sobre alguns aspectos processuais acerca do desenvolvimento da aprendizagem matemática a partir da experiência com atividades investigativas, acerca da resolução de equação do 2º grau, na qual foi testada uma proposta de ensino, apoiada no uso de textos em história da matemática. Dessa forma, a autora apresenta as seguintes questões de pesquisa: Quais os procedimentos utilizados pelo grupo de estudo na realização de atividades de investigação? Como o grupo lida com os desafios encontrados nas atividades de investigação? Como se caracteriza o conhecimento didático do grupo relativo à elaboração das atividades de investigação? Que comportamento esse grupo apresenta em relação às atividades de investigação?

O trabalho aqui analisado tem por objetivo geral investigar como um grupo de alunas do curso de licenciatura em matemática, denominado grupo de estudo,

envolve-se na realização de atividades de investigação em matemática, a partir da história da matemática, partindo do princípio que o referido grupo não tem a prática de lidar com esse tipo de abordagem metodológica na disciplina de matemática. A partir do objetivo geral foram traçados os objetivos específicos.

- Identificar as dificuldades que o grupo tem em trabalhar métodos de resolução de equação em sala de aula;
- Analisar e avaliar o desenvolvimento da autonomia produtiva do grupo com relação à elaboração de atividades de investigação para o ensino de matemática;
- Elaborar, testar e avaliar um bloco de atividades a partir da investigação histórica dos métodos de resolução de equação do 2º grau;
- Organizar um bloco de sugestões para professores de matemática do ensino fundamental, centrado no uso de material elaborado.

Dentre vários teóricos, Bezerra tem suporte para sua pesquisa em Fiorentini e Lorenzato (2006), os quais destacam que cada uma das tendências metodológicas traz alguma contribuição para a área da matemática e que não dá para afirmar que uma é superior à outra, nem também negar nenhuma delas.

Com base nos resultados alcançados no decorrer do estudo, foi possível compreender que as atividades de investigação possibilitam o desenvolvimento dos alunos, alcance de aprendizagem matemática e o desenvolvimento de habilidades e competências para a investigação como veículo de construção do seu conhecimento matemático.

Guadagnini (2013) realizou seu trabalho de mestrado com o tema “O uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau por alunos do 9º do Ensino Fundamental”. Frente ao tema, a presente pesquisa teve como questão central “Como a mobilização de diversos registros de representação, por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, pode se manifestar na apreensão da resolução de equações do 2º grau completa, por meio da fatoração?”

Esta pesquisa tem como objetivo analisar a mobilização de registros numérico, algébrico e geométrico, por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, ao resolver equações do segundo grau na forma completa por meio de fatoração.

Para que esses objetivos fossem plenamente alcançados a autora utilizou como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida na França por Guy Brousseau (1986), particularmente as situações adidáticas com ênfase na de validação e a situação de institucionalização e também a Teoria dos Registros de

Representação Semiótica concebida por Raymond Duval (1995), tendo como foco os aspectos relacionados ao tratamento e à conversão de registros.

Esta pesquisa foi dividida em quatro fases denominadas de análise preliminar, concepção e análise a priori, experimentação e análise *a posteriori* e validação. Na fase preliminar foi feito um estudo bibliográfico sobre a epistemologia e abordagens das equações do 2º grau. A investigação experimental foi realizada em uma escola pública de Campo Grande – MS, tendo como sujeitos um grupo de alunos voluntários, no contra turno do horário de suas aulas regulares.

Os resultados da pesquisa sinalizaram que, na resolução das equações do segundo grau completas, os alunos encontraram maior dificuldade no uso do registro de representação geométrica do que com o de representação algébrica. Foi constatado que no tratamento algébrico houve erros provenientes da manipulação algébrica e, dificuldade, com a conversão do registro algébrico para o registro geométrico. A utilização numa mesma atividade dos registros algébricos e geométrico contribuiu para verificar a validade do outro registro, como também, para a busca dos erros e de resolução satisfatória, favorecendo o desenvolvimento de situações adidáticas de validação.

Brum (2013) em seu trabalho de pesquisa desenvolveu o tema “Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental em conteúdo de álgebra”. No desenvolvimento desta investigação, partiu-se do seguinte problema de pesquisa: Que tipos de erros são cometidos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões algébricas? Este problema foi desmembrado nas seguintes questões:

a) Como alunos do Ensino Fundamental resolvem questões algébricas?

b) Que tipos de erros são cometidos na resolução dessas questões? Tem como objetivo geral analisar erros cometidos por estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões algébricas. Como objetivo específico propõe classificar os tipos de erros cometidos por estudantes de 8º ano na resolução de questões algébricas e testar estratégias de ensino elaboradas a partir dos erros cometidos pelos estudantes.

Como aporte teórico a autora apóia-se em Gil (2008), Ponte, Branco e Matos (2009), Lins e Gimenez (2005), dentre outros.

A investigação tem caráter qualitativo e realizou-se em três etapas. A primeira com a aplicação de teste para análise das respostas dos estudantes, a segunda,

com nova aplicação de teste e a terceira, com testagem da estratégia de ensino. Teve como referencial metodológico os trabalhos de Flick (2009), Silva (1991), Bardin (1979), dentre outros.

A conclusão da autora é que os resultados obtidos com o uso do *Hot Potatoes* mostram que, efetivamente, muitas dificuldades dos estudantes residem na tradução das situações para a linguagem formal, como já tinha sido observado por Gil (2008), em sua investigação sobre o desempenho dos alunos em questões que envolvem padrões.

Silva (2013), em sua dissertação de cunho qualitativo, estabelece a questão investigativa: Que aspectos do pensamento algébrico e da linguagem podem ser manifestados por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas em um Experimento de Ensino?

A autora objetivou analisar, identificar e discutir aspectos do pensamento algébrico manifestados por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problema em um Experimento de Ensino.

Na fundamentação teórica foram apresentadas algumas caracterizações da álgebra e do pensamento algébrico, realizadas por autores como Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), Kuput (2005), Kieran (1992, 2004), Lew (2004) e a teoria de atividade algébrica de Kieran (2004-2007).

A metodologia desse trabalho foi baseada no Experimento de ensino, devida a Steffe e Thompson (2000). Foram analisados três episódios de ensino e registros escritos de dois problemas à luz da Análise de Conteúdo de Bordin (2004).

Os resultados dessa pesquisa apontaram que, embora os estudantes do 6º ano sejam capazes de pensar algebricamente, se mostram influenciados por uma forma de fazer matemática rotineira em que a reprodução se sobrepõe à reflexão.

O trabalho de Ribeiro (2015) com o tema “O uso da história das equações nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática na Educação Básica”, tem como objetivo analisar, por meio de um estudo qualitativo, como a História da Matemática pode contribuir para o ensino e a aprendizagem da Matemática da Educação Básica.

Esta investigação fundamenta-se especialmente nos estudos de Antônio Miguel, (1997) quanto às potencialidades pedagógicas da História da Matemática; nos de Ubiratan D’Ambrosio, (1996; 1999) no que tange à importância e à motivação do uso da História da Matemática na sala de aula. Ainda temos as contribuições de

Miguel e Miorin (2005), Nobre (1996), Radford (2011), Mendes (2001), Bicudo (1999) e Baroni e Nobre (1999).

Para a realização dessa pesquisa foi elaborado e desenvolvido uma experiência formativa por meio de um curso denominado por: “Problemas históricos nas três fases de desenvolvimento da álgebra”, o qual foi destinado a professores da rede pública de ensino do estado de São Paulo, participantes do projeto “OBEDUC – Práticas”. Assim, este estudo, notadamente de cunho qualitativo, investiga o uso da História da Matemática na sala de aula, em conformidade com a descrição elaborada por Bogdan e Biklen (1994).

Finalmente, as análises efetuadas evidenciaram que a História da Matemática se mostra como fonte capaz de promover uma aprendizagem significativa e compreensiva para a resolução de equações algébricas.

Guerra (2015) em sua pesquisa cujo tema é “Investigação matemática: uma proposta de ensino de Estatística no 8º ano do Ensino Fundamental” procurou responder à questão norteadora do trabalho: A metodologia da investigação matemática contribui para a compreensão dos conceitos básicos de Estatística em uma turma de alunos de 8º ano do Ensino Fundamental?

Para responder a questão de pesquisa, buscou-se atingir o objetivo geral e os objetivos específicos. O objetivo geral foi delineado como Analisar se a metodologia da investigação matemática contribui para o ensino de conceitos básicos de Estatística em uma turma de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Os objetivos específicos são:

- Construir uma sequência didática visando à construção de conceitos estatísticos utilizando a metodologia da investigação matemática.
- Analisar o processo seguido pelos alunos durante a aplicação da sequência didática com vistas à construção dos conceitos de Estatística.
- Analisar se os alunos compreenderam os conceitos de Estatística propostos na sequência didática.

Para suporte teórico evidenciamos Fiorentini e Lorenzato (2009), Minayo (2011), além de Triviños (2010) afirma que as anotações de campo realizadas numa pesquisa qualitativa podem ser entendidas como todo o processo de coleta e análise de informações, compreendendo descrições de fenômenos sociais e físicos e todos os fatos da totalidade da situação.

Sendo a pesquisa de cunho qualitativo, foram utilizados os seguintes instrumentos de coletas de dados: a observação participante, o diário de campo para o registro dos acontecimentos durante a aplicação das unidades propostas e a análise dos documentos produzidos pelos alunos. Também foram realizadas gravações em vídeo e áudio para tornar mais fiel e precisa a compreensão e, ainda, a análise dos diálogos durante a realização da investigação. Nesse trabalho a autora toma como base os estudos de Ponte (2003), Braumann (2002), Ernest (1996).

Ao final da pesquisa ficou notório que a metodologia de Investigação Matemática aliada ao uso das tecnologias possibilitou uma aprendizagem efetiva dos conceitos da Estatística e na sua aplicação em situações cotidianas e desafiadoras. Percebeu-se que os alunos passaram a experimentar outra relação com a matemática, bem diferente do que estavam acostumados. Outro aspecto a ser destacado foi o grande envolvimento e entusiasmo dos alunos neste tipo de trabalho, mesmo tendo contato com a metodologia pela primeira vez no âmbito escolar.

Schmitt (2015) em sua dissertação vai tratar do tema “Abordando geometria por meio da investigação matemática: um comparativo entre o 5º e 9º ano do Ensino Fundamental”. Nessa investigação apresenta-se, portanto, o seguinte problema de pesquisa: Como os alunos de 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas da Educação Básica da região do Vale do Taquari, operam com atividades de investigação matemática envolvendo geometria e quais as diferenças/semelhanças nas conjecturas apresentadas entre as distintas turmas?

Configura-se como objetivo investigar as conjecturas apresentadas pelos alunos e as diferenças e semelhanças que os alunos destas distintas turmas apresentam quando as criam. Pretendeu-se, ainda, estimular nos alunos a cultura da escrita em matemática, proporcionar-lhes momentos de autonomia no que diz respeito a sua formação discente e momentos de trabalho em grupo, promovendo a socialização de aprendizagens.

Os aportes teóricos usados estão alicerçados nos escritos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) que expressam que atividades de investigação matemática instigam o aluno à descoberta de novos saberes, por meio de problemas abertos, os quais propiciam o levantamento de conjecturas possíveis de serem testadas e matematicamente registradas. A proposta com foco investigativo foi composta de cinco atividades que abordavam diferentes tópicos de geometria.

A proposta com foco investigativo foi composta de cinco atividades que abordavam diferentes tópicos de geometria. A pesquisa de cunho qualitativa pode ser considerada um estudo de caso. O estudo tem referência metodológica em Moreira (2011), Ludke e André (1996), Yin (2010).

Como resultado, verificou-se a dificuldade no manuseio da régua e do transferidor, tanto por parte dos alunos do 5º como pelos do 9º ano e em relação à escrita das conjecturas e conclusões. Percebeu-se que os alunos expressavam suas ideias oralmente, mas, no momento de escrevê-las no papel, apenas o faziam de forma sintética.

Almeida Junior (2016) aborda em sua dissertação o tema “Atividades matemáticas investigativas e os desdobramentos de algumas etapas: um estudo de caso exploratório-descritivo realizado com uma professora atuante nos anos finais do Ensino Fundamental”. Nesse trabalho descreve as atitudes e posturas de uma professora de Matemática, diante da aplicação de quatro atividades matemáticas investigativas em duas de suas turmas e uma escola pública municipal, localizada em São Mateus-ES. O autor busca responder ao problema de pesquisa: Que práticas didático-pedagógicas são utilizadas por uma professora de Matemática ao trabalhar com atividades investigativas na sala de aula?

O autor descreve como objetivo desse trabalho uma análise das práticas didático-pedagógicas de uma professora atuante nas séries finais do Ensino Fundamental diante da aplicação de atividades matemáticas investigativas. Para tanto, alicerçou seu referencial teórico nos trabalhos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013); Ponte et al (1998a); Sacristán (2000). Evidencia dificuldades na administração do tempo, em decorrência de fatores externos aos da sala de aula.

O autor adota em seu referencial metodológico os trabalhos de Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 110), Borba e Araújo (2013) Marconi e Lakatos (2003).

Feitas as análises, Almeida Junior conclui que, apesar de considerar a investigação matemática importante para o tratamento de novos conteúdos, a professora sinalizou não ser possível realizá-las sempre, por requerer tempo para a seleção e preparação das atividades, como também, precisar, por ora, do auxílio de outros profissionais, pois não se sentia apta para elaborá-las e/ou planejá-las.

A pesquisa de Lange (2016) aborda o tema “Álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental: Prática pedagógica com a utilização de material manipulável”.

A pesquisa tem como objetivo geral planejar e avaliar uma metodologia que torne o ensino e a aprendizagem da Álgebra, no Ensino Fundamental, mais atrativa, facilitadora da aprendizagem e interessante.

Para tanto, delineou-se os objetivos específicos.

- Desenvolver uma prática de ensino que valorize a participação ativa dos alunos.
- Aplicar uma prática de ensino que utilize materiais manipuláveis para o ensino da Álgebra.
- Avaliar uma prática de ensino que valorize a participação ativa dos alunos e que utilize materiais manipuláveis para o ensino da Álgebra.
- Desenvolver um roteiro para apoio no ensino da Álgebra no oitavo ano do Ensino Fundamental.

Para o desenvolvimento deste trabalho, o autor toma como referência os trabalhos de Turrioni (2004), Ubiratan D'Ambrósio (1993) e Bezerra e Mendes (2008).

Sendo assim, esta pesquisa apoiou-se, basicamente, no tipo denominado por Damiani (2013) como intervenção pedagógica. Ainda, amparou-se a análise dos resultados dessa intervenção, segundo a aprendizagem significativa, de David Ausubel (1976), que defende que o processo de ensino deve fazer sentido ao aluno e, nesse processo, os conteúdos deverão interagir entre si e apoiarem-se nos conceitos relevantes já presentes na estrutura de conhecimento do mesmo.

Portanto, após as análises, o autor afirma que a aplicação deste projeto despertou nos alunos a curiosidade para participar das aulas de Álgebra, maior interesse pelas atividades, maior atenção e compreensão com relação às operações matemáticas desenvolvidas, o que possibilita inferir que a metodologia e atividades utilizadas podem ser adaptadas para outros estudos em Matemática.

Castoldi (2016) escreve a respeito do tema “Equação de 1º grau: uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos”, em que os sujeitos dessa pesquisa são alunos de 7º e 8º anos e apresenta como pergunta norteadora: O uso de jogos, em sala de aula, contribui para a compreensão das Equações de 1º Grau?

A pesquisa tem como objetivo verificar se o uso da metodologia de jogos auxilia de modo eficaz no processo de ensino e aprendizagem.

Castoldi usa em sua fundamentação teórica os estudos de Ribeiro e Cury (2015), Lins e Gimenes (1997), Fiorentini, Miorim e Miguel (1992).

Durante a realização desta pesquisa, três jogos foram abordados: o jogo “Memórias da Álgebra”, “Dominó das Linguagens” e “Na trilha das Equações”. Após a aplicação de todos os jogos e atividades, foi feita uma análise das atividades desenvolvidas durante esta pesquisa a fim de verificar se o objetivo proposto foi atingido. Logo em seguida constata que o uso de jogos em sala de aula auxiliou os estudantes na compreensão de conceitos matemáticos, além de permitir interações entre os estudantes de modo que a socialização, o diálogo, e a ajuda mútua foram predominantes na realização de todas as atividades realizadas.

Por fim, a autora diz que essa metodologia de ensino se tornou mais significativa aos estudantes, uma vez que na participação de seu próprio saber, o estudante se torna um agente ativo na construção do conhecimento e não apenas um ser receptor.

Em sua pesquisa, Trindade (2017) levando em consideração a intenção de analisar a aprendizagem dos alunos quanto ao conceito de Álgebra, em específico, Equação do 1º grau, visa responder ao seguinte problema: Partindo do movimento lógico-histórico da Álgebra, em que medida se dá a aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem?

Para isso foi traçado o objetivo de investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

A fim de alcançar esse objetivo geral, foram elencadas as seguintes ações investigativas:

- Pesquisar elementos do movimento lógico-histórico que contribuíram para a construção da Equação do 1º Grau;

- Identificar indícios de aprendizagens expressas pelos estudantes no desenvolvimento das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

O referencial teórico e metodológico pauta-se na perspectiva da Teoria Histórico – Cultural (VYGOTSKY), mais especificamente na Teoria da Atividade (LEONTIEV) e Atividade Orientadora de Ensino (MOURA).

Segundo a pesquisadora a análise dos dados nos permitiu identificar a importância de propor Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que contemplem os nexos conceituais: fluência, variável, campo de variação e igualdade. Além disso, contribuíram, de forma efetiva, para a aprendizagem dos alunos a compreensão do movimento lógico-histórico do conceito e o compartilhamento das ações desenvolvidas.

A pesquisa de Matsuda (2017) em particular, busca com este trabalho compreender como o ensino *via* resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau. As indagações que norteiam esta pesquisa se desdobram na tentativa de compreender como o ensino *via* resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental?

Para que esta pergunta seja respondida, os objetivos elencados para organizar a construção da resposta foram:

- 1- Identificar e analisar as dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas;
- 2- Identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas;
- 3- Analisar a participação dos alunos no trabalho desenvolvido no ensino *via* resolução de problemas.

O referencial teórico está baseado nos trabalhos de Pereira (2004), Pereira (2011), Poffo (2011), Baldin (2008).

A abordagem metodológica escolhida pela autora para o presente estudo segue os pressupostos da pesquisa qualitativa que, segundo Bogdan e Blikem (1994), apontam cinco características de uma pesquisa qualitativa: (1) na pesquisa qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o objeto principal, (2) a investigação qualitativa é descritiva, (3) os investigadores qualitativos se interessam muito mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos, (4) os pesquisadores qualitativos tendem a formalizar seus dados de forma indutiva e (5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Feita a análise dos dados, segundo a autora, apesar das dificuldades enfrentadas pelos alunos, foi possível constatar que eles conseguiram identificar as características de uma equação do 1º grau como o uso de incógnita e do sinal de

igualdade. Os alunos também perceberam a importância de se utilizar equação do 1º grau para a resolução de alguns problemas, relacionando essa importância ao tempo gasto para a resolução dos problemas e à facilidade na resolução do mesmo.

A pesquisa de Maccali (2017) com o tema “Atividades investigativas para o ensino da álgebra em turma de 7º ano e 9º ano do Ensino Fundamental”.

Cumprindo nesta pesquisa o objetivo de analisar as estratégias elaboradas por alunos do 7º e 9º anos ao realizarem atividades investigativas em grupo, e envolvendo concepções algébricas.

Os aportes teóricos que sustentaram este trabalho estão alicerçados nas ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), os quais salientam que atividades de Investigação Matemática devem ser abertas, proporcionando aos estudantes a formulação de estratégias e conjecturas distintas para a resolução de atividades.

Esta investigação foi desenvolvida dando ênfase a procedimentos metodológicos que visaram à pesquisa qualitativa, com características do estudo de caso. De acordo com Gibbs (2009), os dados qualitativos podem dar suporte à análise dos resultados obtidos, pois esses dados não incluem cálculos e nem medições, mas sim análises de diálogos, descrições de atividades, além de diferentes formas de comportamento. A autora também ancora sua pesquisa em Moreira (2011) e Fiorentini e Lorenzato (2012).

A autora salienta que os resultados apontaram que as atividades de Investigação Matemática proporcionam aos estudantes momentos de autonomia, cooperação e interesse pela descoberta. Salienta-se que a maioria dos assuntos abordados não era de conhecimento dos alunos, mas, com as atividades oportunizadas, conseguiram aprender diferentes conteúdos. Observou-se que os estudantes, dos dois níveis de escolaridade, gostam de ser desafiados durante as aulas e que por meio de atividades investigativas elaboram distintas estratégias para resolução das atividades.

O trabalho de Rocha (2017) abraçou o tema “Uso de jogos e materiais concretos no ensino de expressões algébricas e Equações do 1º e 2º grau no Ensino Fundamental”. Mediante a essa problemática, este trabalho vem sugerir uma proposta para ensinar a Álgebra no 7º e 9º ano do Ensino Fundamental, mais especificamente Expressões Algébricas, Equações do 1º grau, Equações do 2º grau e um breve estudo sobre Equações do 3º grau, através de jogos e materiais concretos.

O trabalho é fundamentado em estudos de alguns teóricos que escreveram sobre o tema. Dentre os quais destacamos: Macedo (1994), Lorenzato (2006), Moura (1994). Baseados nesses estudos, foi feita uma base teórica dos conteúdos do tema, juntamente com sugestões de diversas atividades propostas utilizando jogos e materiais concretos.

O autor conclui a sua pesquisa apontando que este trabalho venha servir de apoio aos colegas professores de matemática no seu trabalho diário. Mesmo que nem sempre é possível usar esta metodologia, devido a vários problemas que acontecem nas escolas, espera-se que em algum momento, possa ser aproveitado. A matemática é uma disciplina que necessita de atenção, motivação e dedicação para se alcançar o conhecimento desejado, e por isso acredita-se que o jogo possa ser uma estratégia que vem proporcionar mudanças nesse processo.

Selecionamos também para o Capítulo I, da Revisão de Literatura alguns trabalhos realizados em Portugal que focalizam a Investigação Matemática e o ensino e aprendizagem de Álgebra Elementar. (Conferir Quadro 2 no Apêndice B).

A seguir, apresentaremos os resumos das pesquisas selecionadas realizadas em Portugal.

Barbeiro (2012), em seu estudo procura analisar os erros e dificuldades dos alunos de uma turma do 7º ano de escolaridade na resolução de equações do primeiro grau a uma incógnita, em particular na resolução de problemas envolvendo equações. São também analisadas as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos nas tarefas propostas ao longo da unidade. Com este intuito, a autora procura responder a duas questões: Quais as dificuldades e os erros mais significativos que os alunos do 7º ano apresentam na resolução de equações do primeiro grau a uma incógnita? Que estratégias e dificuldades apresentam os alunos do 7º ano na resolução de problemas envolvendo equações?

Silva (2012), em sua pesquisa, verificou-se que as tarefas exploradas em contextos reais proporcionaram uma maior facilidade aos alunos para a atribuição dos significados às letras e expressões. No que se refere às classificações das letras atribuídas por Küchemann (1981), verificou-se que a maioria dos alunos teve menos dificuldade em operar com as letras como objetos e mais dificuldade em operar com as letras quando são interpretadas como incógnitas específicas.

Na pesquisa de Ferreira (2012), os resultados evidenciaram que os alunos estabeleceram conexões entre processos, entre conceitos, entre linguagens e entre

representações. Estabeleceram também outras conexões que foram designadas pela autora por *informais*. Na resolução das tarefas de cunho exploratório os alunos evidenciaram algum desenvolvimento do pensamento algébrico.

Verificamos no trabalho de Silva (2013) que os resultados mostram que é necessário compreender as dificuldades que os alunos apresentam na álgebra, para lhes poder proporcionar uma aprendizagem contextualizada e com significado. Ao longo deste estudo foram muitas as dificuldades apresentadas pelos alunos, mas também se verificaram aprendizagens algébricas significativas que contribuiram para o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico nos sujeitos.

Lopes (2014) em sua pesquisa constata ao longo deste estudo que todo o processo de aprendizagem e aplicação do método da resolução das equações é moroso, variando entre avanços e recuos, por parte do aluno. A autora constatou que existem alunos em que o processo de resolução das equações é perceptível, e por isso não colocam em questão a vantagem de usá-lo e de como o utilizar.

Por outro lado, verificou que há alguns alunos que não entendem todo o processo algébrico, para a resolução das equações do primeiro grau, principalmente toda a lógica da aplicação dos princípios de equivalência.

Em nossa pesquisa fizemos busca de trabalhos desenvolvidos em Portugal em que houvesse similaridade com o nosso tema proposto, a Investigação Matemática para a aprendizagem de álgebra elementar, especificamente, a equação do primeiro grau. Em nosso trabalho evidenciamos aproximações com os trabalhos pesquisados, tais como a resolução de problema. Dentre as atividades propostas aos alunos de cunho investigativo, inserimos situações-problemas resolvíveis através de uma equação do primeiro grau.

Nossa pesquisa também se aproxima de trabalhos cujo objetivo está focado em descrever as estratégias utilizadas por alunos do 7º ano no desenvolvimento de tarefas de investigação matemática que contemplem as várias concepções de álgebra.

De um modo geral, embora os trabalhos investigados abordem a aprendizagem das noções elementares da álgebra, o desenvolvimento do pensamento algébrico, as equações do primeiro grau com uma incógnita, o uso da Investigação Matemática como metodologia não é encontrada em todos eles.

1.2 Sínteses dos trabalhos investigados

Em resumo, percebemos que as pesquisas realizadas ao utilizarem a metodologia de Investigação Matemática, têm como base a pesquisa qualitativa. Quase todos os estudos realizados procuraram averiguar as potencialidades e limitações desta metodologia, bem como instigar nos alunos o interesse e a motivação para aprender equação do 1º grau.

Para alguns autores, as tarefas de investigação trazem mais autonomia aos alunos, fazendo com que os mesmos desenvolvam sua capacidade intelectual.

As questões de investigação matemática propiciam a socialização das hipóteses. Os alunos devem apresentar, ao grande grupo, suas descobertas, fazendo com que desenvolvam a sua capacidade de falar e percam o medo de se apresentar. Outro fator encontrado nestas pesquisas é o papel fundamental do professor, que nas tentativas de inovação com metodologias diferenciadas, altera sua prática e sua posição em sala de aula, saindo de sua zona de conforto e inovando em sala de aula.

Inovar em sala de aula, abraçando uma metodologia diferenciada como a Investigação Matemática, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira, após apresentado o problema (exercício) compete ao professor remetê-lo ao nível dos conteúdos matemáticos, explicar os conceitos, rememorar uma noção, mostrar relações diretas com a matemática. No momento seguinte o professor deverá levar o aluno a pensar matematicamente, avaliando, comentando e propondo aos alunos fazerem comentários relativos ao trabalho. Promover a capacidade crítica dos alunos.

A importância destas pesquisas, assim como de todos os demais trabalhos que consideram a sala de aula como seu ambiente de investigação, é, sem dúvida, contribuir para uma reflexão sobre a prática pedagógica e a didática da Matemática, no sentido de melhorar o ensino da Matemática atual e aproximar, cada vez mais, o aluno do objeto de conhecimento: a Matemática.

Neste sentido, valorizou-se, nesta pesquisa, evidenciar os processos desencadeados na utilização da Investigação Matemática e Jogos no ensino da Matemática, a fim de que possa ocorrer uma aprendizagem Matemática significativa, útil para o aluno no processo do “fazer matemática” e na compreensão desse processo, como também, conferir ao ensino da Matemática momentos de

alegria, descontração, paixão e envolvimento, pela atividade lúdica que o jogo representa. Todavia, embora reconhecendo a relevância das pesquisas levantadas, acreditamos que o uso da Investigação Matemática poderá potencializar as construções conceituais necessárias relativas à equação do 1º grau.

Aqui nesse primeiro capítulo apresentamos vários estudos feitos relativos à metodologia Investigação Matemática em dissertações e uma tese e o uso de jogos para ensinar conceitos algébricos, explicitando o referencial teórico, mostrando os critérios para escolha dos trabalhos e uma síntese de cada um deles.

A seguir, faremos breves considerações sobre o ensino e aprendizagem de Álgebra, mostrando as orientações nos documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN¹³ e a Base Nacional Comum Curricular- BNCC¹⁴, de que modo esse ensino aparece nos livros didáticos atualmente. Faremos algumas reflexões sobre o ensino de equações do 1º grau e delinearemos o uso de atividades investigativas como estratégias de ensino e aprendizagem matemática.

¹³ Os Parâmetros Curriculares Nacionais tratam de diretrizes elaboradas pelo Governo Federal com o objetivo principal de orientar os educadores por meio da normatização de alguns fatores fundamentais concernentes a cada disciplina.

¹⁴ A Base Nacional Comum Curricular é um documento que determina as competências (gerais e específicas), as habilidades e as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver em cada etapa da educação básica.

Olhando as modificações ocorridas entre as duas bases comuns, percebemos que entre os objetivos/competências de ambos os documentos há similaridade na referência a Investigação Matemática. Nos PCN (1998): Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo a sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Na BNCC (2017): Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender o mundo a sua volta, desenvolvendo o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e a capacidade para criar/elaborar e resolver problemas.

CAPÍTULO II: BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

A Álgebra é uma linguagem incomum para aquelas pessoas que não estudam Matemática ou tem pouco contato com essa Ciência, complexa, desafiante e cheia de aplicações no campo das Ciências. A partir dessa percepção, surgem questionamentos, tais como: De que modo deve ser introduzido esse conteúdo no Ensino Fundamental? Qual a melhor metodologia? Tomando como parâmetro os índices que fazem inferência da educação brasileira, nota-se que o ensino de álgebra na maioria das escolas necessita ser repensado.

2.1A Álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados visando “construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras” (BRASIL, 1998, p. 5). Nesse sentido constata-se que os PCN’s constituem um elemento norteador do ensino e da aprendizagem da Matemática, bem como orienta a elaboração de documentos e de livros didáticos. Eles são determinantes na elaboração de projetos pedagógicos e, conseqüentemente, na escolha dos conteúdos a serem ensinados em sala de aula.

Os objetivos da matemática para o 3º ciclo, conforme os PCN’s, (6º e 7º anos), especificamente, em relação à Álgebra, visa o “pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem” que levem o aluno a:

1. Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
2. Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
3. Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico (PCN’s, 1998, p. 64).

Ainda de acordo com os PCN (p.68), “devido à complexidade que caracteriza os conceitos algébricos não é desejável que no terceiro ciclo (6º e 7º anos) se desenvolva um trabalho visando ao aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações. É suficiente nesse ciclo que os alunos

compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas. É provável que ao explorar situações-problema envolvendo variação de grandezas o aluno depare com equações, o que possibilita interpretar a letra como incógnita. Nesse caso, o que se recomenda é que os alunos sejam estimulados a construir procedimentos diversos para resolvê-las, deixando as técnicas convencionais para um estudo mais detalhado no quarto ciclo (8º e 9º anos)".

Mediante o que tem sido explicitado e pautado em documentos, acreditamos que o ensino de Álgebra deva acontecer a partir das séries iniciais, visto percebermos uma maciça dificuldade por parte do aluno em relação à mudança de procedimentos operacionais puramente aritméticos para operações envolvendo, agora letras, principalmente quando esse aluno alcança o 7º ano do Ensino Fundamental. E desse modo, concordamos que o aluno seja provocado, estimulado a construir procedimentos diversificados ao deparar-se com situações-problema contendo álgebra.

No quarto ciclo (8º e 9º anos), ainda de acordo com os PCN's, o Ensino da Matemática, especificamente a Álgebra, deve visar ao desenvolvimento, do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que leve o aluno a:

1. Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;
2. Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do 1º grau, compreendendo os procedimentos envolvidos.
3. Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (PCN's, 1998, p. 82)

E os documentos apontam que:

O trabalho com a Álgebra nesse ciclo tem como ponto de partida a Pré-Álgebra desenvolvida no ciclo anterior, em que as noções algébricas são exploradas por meio de jogos, generalizações e representações matemáticas (como gráficos, modelos), e não por procedimentos puramente mecânicos, para lidar com as expressões e equações. (PCN, 1998, p.84).

É inegável que nós, docentes, não desenvolvemos todos esses objetivos da Álgebra Elementar no Ensino fundamental, nos debruçamos sobre o estudo do cálculo algébrico e das equações. E mesmo se todos esses objetivos fossem

seguidos como prescreve o documento oficial, ainda não seria suficiente para uma aprendizagem significativa desse conteúdo.

Faz-se necessário oferecer, aos alunos, a partir dos ciclos iniciais, as primeiras experiências contendo as noções de álgebra, de maneira informal, em um trabalho articulado com a Aritmética.

2.2 Orientações para o ensino de Álgebra na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Em abril de 2017, o Ministério da Educação apresentou a terceira proposta da Base Nacional Comum Curricular. Este documento que definiu o que é essencial para cada aluno aprender nas diferentes etapas de escolaridade. Esse documento elaborado apresenta, na introdução, as orientações gerais acerca do ensino da Matemática e em seguida expõe os objetivos de cada eixo de ensino.

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem,

o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

Nessa perspectiva, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a Álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam.

No Ensino Fundamental - Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental - Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelece uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos.

Nitidamente percebemos em que se difere a prescrição dos PCN e a BNCC relativo ao ensino de Álgebra. Nos PCN's, a Álgebra aparecia incluída no bloco de números e operações, tendo como conteúdos principais o uso de representações algébricas indicando generalização de operações aritméticas, havia a compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandeza e também alguns processos para calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. Esses conhecimentos iniciais em álgebra aconteciam somente a partir do 7º ano do Ensino Fundamental. Na BNCC, o ensino de Álgebra do 6º ao 9º ano ganha ênfase a capacidade de resolver situações-problema tendo como suporte o pensamento algébrico. Assim, as equações já não são mais trabalhadas de modo mecânico e exaustivamente, são vinculadas a situações da vivência dos alunos.

Portanto, com as mudanças ocorridas, salientamos que as mesmas buscam favorecer o ensino da Matemática, apresentando mudanças significativas, principalmente no que é concernente às novas propostas metodológicas. É importante destacar que essa disciplina é fundamental na formação integral do ser humano, buscando promover habilidades cognitivas nos educandos. De acordo com

a BNCC - Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2015), em uma sociedade faz-se necessário ter o conhecimento matemático, além do suporte de outras áreas do conhecimento, como instrumento na realização de situações cotidianas, ou ainda para desenvolver habilidades de pensamento.

2.3 O ensino de Álgebra nos Livros Didáticos

Na atual conjuntura, nas ações docentes, um dos recursos mais usados pelo professor é o livro didático, todavia consideramos que não pode ocupar o papel dominante nesse processo, como única ferramenta de trabalho pedagógico do professor. O livro didático cumpre um papel importante, que é auxiliar no plano e na execução das aulas, por isso tanto na sua escolha quanto no seu uso, o professor tem o papel imprescindível de analisar a adequação desse instrumento didático a sua prática pedagógica, ao seu aluno e ao projeto político-pedagógico de sua escola. Esse fato da maciça evidência do Livro Didático como recurso pedagógico nos dias atuais, concretiza-se pelo apoio do Programa Nacional do Livro Didático¹⁵.

Para verificar como é apresentada a Álgebra, foi feita uma busca a livros didáticos de Matemática para o 7º ano do Ensino Fundamental. A razão de escolhermos livros do 7º ano é exatamente porque os sujeitos da pesquisa são alunos dessa fase de estudo. Escolhi esses livros, pois, nos objetivos específicos das obras constatamos o desenvolvimento do pensamento algébrico, o uso de generalizações. Escolhemos o Livro do Projeto Teláris pelo fato da escola onde a pesquisa é realizada haver adotado para os alunos. Logo a seguir, vamos descrever algumas das características desses livros.

a) Livro Projeto Teláris: Matemática – Luiz Roberto Dante (2015)

O livro do 7º ano desta coleção apresenta muitos problemas, para cuja solução os alunos são desafiados, mas sempre iniciando os conteúdos com algumas perguntas introdutórias para motivação do que será trabalhado na unidade, em seguida mostrando aplicações nos problemas. Como em toda obra, são apresentados alguns desafios, atividades mais complexa do que as demais, visando estimular o raciocínio. A História da Matemática é evocada nas atividades, fazendo

¹⁵Programa este que é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação adquire e distribui livros para todos os alunos de um segmento, que pode ser: anos iniciais do Ensino Fundamental, anos finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio

elo com os conteúdos, deixando claro que, além de ser um livro com muitas tarefas, preocupa-se em aplicar o que será aprendido.

Observamos que neste volume, o trabalho com Álgebra focaliza as expressões algébricas, as equações, as inequações e o importante conceito de proporcionalidade, abordando grandezas direta e inversamente proporcionais, regra de três simples e composta, e juros simples, de modo contextualizado e mediante resolução de problemas.

b) Livro de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado: Matemática e Realidade. (2009).

Neste livro, os conteúdos apresentados são seguidos de poucos exemplos, havendo ênfase nos exercícios de fixação e de reforço. São indicadas atividades que reforçam a memorização, mas também há outras que solicitam a exploração e estabelecimento de relações. Há algumas contextualizações dos conhecimentos matemáticos, mas na maior parte dos casos, as aplicações são na própria Matemática. Há uma seção denominada “Matemática em notícia”, que apontam alguns temas para desenvolver a construção da cidadania.

c) Livro de Antônio José Lopes Bigode: Matemática hoje é feita assim. (2002).

No livro de Bigode, os conteúdos a serem trabalhados no 7º ano apresentam muita ligação com a História da Matemática, pois destaca acontecimentos importantes referentes aos temas introduzidos. Especificamos que a “História da Matemática” também é uma tendência da Educação Matemática surgida na década de 70 no advento da Matemática Moderna. Nessa obra, muitos dos conteúdos a serem trabalhados estão interligados com conceitos já vistos. Na parte algébrica do livro, é feita relação com a Geometria, em atividades em que medidas desconhecidas devem ser encontradas por meio do cálculo algébrico. O volume também destaca a generalização, com inúmeras atividades, referindo-se aos números figurados triangulares e quadrangulares; e merece atenção o fato de que, ao ser introduzido um conteúdo, é realizada a busca de algo concreto para poder haver posteriormente a abstração.

Ao efetuar esse trabalho de análise sintetizada de três livros de Matemática, observando a orientação do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, e temos a possibilidade de enxergar que todos os autores procuram principalmente a relação

da Matemática com situações do nosso cotidiano ou de outras áreas do conhecimento. No ensino da Álgebra, a abordagem não é diferente, pois está associada à resolução de situações-problema diversificadas, permitindo que ela seja reconhecida em suas diferentes concepções; conseqüentemente, o uso das letras é visto de diferentes modos, com diferentes funções: como generalização do modelo aritmético, como variáveis para expressar relações e funções, como incógnita e, no cálculo algébrico, como símbolos abstratos.

Desse modo, chegamos a constatar que os livros didáticos constituem uma das principais ferramentas de trabalho da grande maioria dos professores. Podemos dizer que possuem uma profundidade em material didático ao trabalhar com os estudantes, bastando para tanto fazer uma excelente escolha desses livros didáticos, organizando bem todas as atividades e executá-las utilizando metodologias diferenciadas.

2.4 Algumas reflexões sobre o ensino e aprendizagem de equações do 1º grau

Segundo o autor Rocha, (2017, p. 34), em sua dissertação “Uso de Jogos e Materiais Concretos no Ensino de Expressões Algébricas e Equações do 1º e 2º grau no Ensino Fundamental”, no campo do conhecimento matemático todas as coisas têm um início, desse modo, com as equações não seria diferente. Elas ocupam seu espaço na linha do tempo na história da humanidade. Há muitos séculos, as equações já eram bastante utilizadas. O acesso a essa maravilhosa ferramenta matemática era muito complexo, tendo em vista os poucos recursos matemáticos da época. Alguns povos como os hindus, os seus matemáticos usavam conceitos sobre equação para disputarem em concursos públicos de testes intelectuais onde um matemático formulava perguntas para que o outro desse a resposta e vice-versa.

Em outros casos as equações eram também bastantes utilizadas para demonstrarem truques de magias, resolução de quebra-cabeças e problemas de várias naturezas que geralmente eram envoltos numa junção de mistério e intelectualidade.

A primeira referência sobre equação que se tem registro data de aproximadamente 4000 anos passados, o Papiro de Rhind¹⁶. Este documento traz várias inscrições de problemas matemáticos, na maioria, solucionados através de equações. Como os egípcios não detinham o conhecimento algébrico, suas soluções equacionais eram complexas e, praticamente, inacessíveis.

Os matemáticos gregos tidos como possuidores de uma mente diferenciada, eram capazes de resolver equações usando a geometria. Os árabes desenvolveram habilidades para usar representações de termos desconhecidos como o x que usamos hoje.

A inclusão de símbolos matemáticos e o uso de letras para representarem valores desconhecidos nas equações foram concebidos por François Viète, matemático francês responsável, também, pelo estudo das propriedades das equações do tipo $ax + b = 0$, ou seja, equações de 1º grau na incógnita x . Atualmente, as equações são conhecidas como idioma da álgebra.

Ao caminhar nesse percurso histórico, vemos que o fundamento das equações é alicerçado no próprio sentido etimológico da palavra equação. Esta palavra deriva de *equatione*, do latim, e significa equacionar, igualar. Baseado na definição etimológica da palavra equação entende-se que devemos procurar igualar o lado esquerdo ao lado direito da expressão. Quando isso acontece, diz-se que temos uma sentença verdadeira, uma igualdade, uma equação.

Dado o exposto podemos definir uma equação do 1º grau. Baseado em Dante (2009, p. 120), em seu livro “Tudo é Matemática”, denomina-se equação de 1º grau, toda expressão do tipo $ax + b = 0$, onde **a** e **b** números reais, com **a** \neq 0. A expressão citada representa uma equação de 1º grau na incógnita **x**, onde **a** e **b** são os coeficientes da equação e **x** é a incógnita.

O aluno tendo o conhecimento formal da definição de uma equação do primeiro grau necessita a compreensão que resolver uma equação do 1º grau é determinar os valores numéricos possíveis para a igualdade ser verdadeira, ou seja, determinar a solução ou a raiz da equação. Embora haja importância em o aluno conhecer esses conceitos algébricos, é necessário, todavia, o professor mostrar por meio de situações da vivência desse aluno as aplicações de tal conceito. Isso

¹⁶ Papiro de Rhind é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C, onde um escriba de nome Ahmes detalha a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de área, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria.

implica haver uma aprendizagem significativa para esse aluno ou as turmas de alunos em que o professor leciona.

Como almejamos uma melhor aprendizagem por parte de nossos alunos, para resolver uma equação do primeiro grau, podemos fazer uso dos seguintes princípios:

1. Princípio da Balança:

Para compreendermos melhor a ideia de igualdade, necessário é que conheçamos o princípio da balança. Este princípio consiste em tornar os dois lados da igualdade equilibrados, com o mesmo peso. Basta para isso que imaginemos uma balança de dois pratos em perfeito estado de equilíbrio, ou seja, mesmo peso em ambos os pratos. Dividamos a equação $ax + b = 0$ em duas partes. O lado esquerdo de equivalência é chamado de primeiro membro e o lado direito chamaremos segundo membro. O primeiro membro deverá sempre estar equilibrado em relação ao segundo. Quando adicionamos, subtraímos, multiplicamos ou dividimos um número qualquer no primeiro membro devemos também realizar a mesma operação no segundo membro.

2. Princípio Aditivo da igualdade:

Ao adicionarmos ou subtrairmos um número de ambos os membros de uma equação a igualdade se mantém.

3. Princípio Multiplicativo da igualdade:

Ao multiplicarmos ou dividirmos os dois membros de uma equação por um mesmo número, diferente de zero, essa igualdade também se mantém

No entanto, embora tenhamos um grande arsenal de prescrições para o ensino de Álgebra e em especial as equações do 1º grau nas orientações curriculares e nos livros didáticos, ainda assim, a álgebra é vista como um conjunto de equações a serem resolvidas por intermédio de métodos mecânicos, fórmulas e problemas de cálculo algébrico e aritmético que normalmente vêm acompanhadas de regras memorizadas como “passou de um membro para muda de sinal”, essa fala

que reduz as principais ideias da álgebra árabe, é um enxugamento da construção histórica. Esse tipo de abordagem tem sido muito comum na sala de aula e poderá levar o aluno a cometer erros na resolução de equações do tipo: $3x = 6$, desse modo, $x = 6 - 3$, já que muda de sinal, fica no entendimento do aluno que o 3 sem sinal está positivo, portanto devendo levá-lo para o outro membro com sinal contrário, isto é, sinal negativo.

No caso específico de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, onde nessa fase escolar ocorre a ruptura de procedimentos de cálculos puramente aritméticos, para que o aluno compreenda a linguagem algébrica, é necessário, ainda, que ele tenha tido uma boa aprendizagem em aritmética, pois a operacionalidade presente na álgebra segue as mesmas regras e conceitos da operacionalidade da aritmética.

O teórico Hogben ressalta que:

A aritmética escolar compõe-se, em parte de regras de cálculos baseadas nos algoritmos árabes e hindus, em parte da solução de problemas numéricos sem o recurso dos símbolos numerais abstratos que constituem a álgebra (HOGBEN, 1970, p. 319).

O ensino de álgebra, reduzido a esta abordagem que entendemos ser mecânica, impõe limites à sua aprendizagem, que ainda hoje não estão totalmente superados.

Em seu artigo, Araújo (2007, p. 8) acrescenta dizendo que o que acontece na maioria das salas de aula “é encontrar alunos que se frustram e não conseguem ter um desempenho satisfatório nas aulas de Matemática, pois muitas vezes não vêem sentido na sua aprendizagem”. Quando são trabalhados problemas interessantes, que podem despertar o interesse dos alunos ou aproximam-se do seu cotidiano, muitas vezes não é dada continuidade ao trabalho, opta-se por uma lista de exercícios repetitivos.

Portanto, o ensino de equações do 1º grau em nossas escolas, tem ocorrido mecanicamente, em que o aluno tenta reproduzir uma resposta baseado num modelo oferecido pelo professor. Nem passa pela cabeça desse aluno, a capacidade de associação entre a ferramenta equações e sua aplicação no dia a dia.

Embora reconhecendo a importância dos (as) professores (as) conhecerem os materiais curriculares disponíveis, é necessário fazer a crítica dos mesmos, na perspectiva de avaliar os limites e possibilidades de cada um. Deste modo, entendemos que a forma como a equação do 1º grau é apresentada nestes

materiais é limitada. E neste sentido, nos contrapomos ao defender um ensino de equação baseado Investigação Matemática, cujos argumentos apresentamos a seguir.

2.5 Atividades investigativas como estratégias de ensino e aprendizagem matemática

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 13), “investigar é procurar saber o que não se sabe”. As atividades de investigação são aqui caracterizadas como todas as atividades abertas. Tem característica diferente das situações problemas e dos exercícios, significando que o professor não oferece um norte específico para o aluno a fim de obter resultados. O aluno é provocado a fazer relações, inquirir, criar estratégias, fazer conjecturas, discutir e mostrar quais resultados obtidos. É preciso perceber, entretanto, que nesse tipo de atividade, os alunos desenvolvem a sua criatividade e recorrem a seus conhecimentos prévios para alcançar os objetivos das atividades.

Segundos os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 53), essas aulas caracterizam-se por uma grande margem de imprevisibilidade, exigindo dele uma grande flexibilidade para lidar com as situações novas que, com grande probabilidade, irão surgir.

As atividades de investigação se constituem em excelente alternativa didática na qual os alunos têm possibilidades de potencializar seu conhecimento a respeito da matemática. Por este motivo, essa abordagem deve ser incluída no currículo, pois, constitui-se importante recurso de concretização dos objetivos do ensino da matemática. Trabalhar em tal perspectiva estimula o pensamento do aprendiz e permite um trabalho diferenciado, atendendo assim, aos diversos níveis de aprendizagem no ensino básico.

Faz-se necessário por em destaque que as Atividades de Investigação Matemática¹⁷ fazem parte das novas tendências do ensino da matemática e das

¹⁷ No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), mesmo sem fazer referência ao termo “Investigações Matemáticas”, deixam evidente as diretrizes curriculares, as quais apontando o ensino da Matemática, tendo como meta e meio, a Resolução de Problemas, com orientações tais que nos fazem enxergar Investigações Matemáticas.

Destaca-se, ainda no Brasil, que no estudo das Investigações Matemáticas, o Grupo de Sábado, constituído por professores da rede pública e particular da região de Campinas, em SP, por alunos da Licenciatura em Matemática e da pós-graduação em Educação Matemática da FE/Unicamp e por professores universitários, tendo como coordenador geral o Professor Dario Fiorentini. Este Grupo se

reformas curriculares e são consideradas um importante avanço na área educacional, embora essas propostas de reformas quase não apresentem trabalhos que tratem de Investigação Matemática. Isso nos leva a crer que tal abordagem metodológica ainda não foi incorporada às propostas curriculares pela ausência de clareza sobre as possibilidades de aprendizagem que as atividades de investigação trazem para o aluno.

Para alguns autores, como Abrantes (1999) que afirma que aprender Matemática é essencialmente fazer Matemática, Braumann (2002), aprender matemática é um processo ativo que deve ser encarado como algo destinado a recriar o poder imaginativo e criador, de modo a se tornar gratificante para todos os alunos. No entanto, há indícios de que predomina em boa parte das escolas um ensino estático, desvinculado de qualquer significado, onde os conteúdos são tratados isoladamente e ministrados mecanicamente sem dar lugar à forma de pensamento dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental dão uma significativa importância à realização de atividades de investigação e pesquisa no ensino e na aprendizagem da Matemática, em estreita associação com a resolução de problemas. Logo, entre os objetivos gerais indicados para o ensino fundamental surge o desenvolvimento do “espírito investigativo” e “da capacidade para resolver problema”, sublinhando-se, igualmente, a importância de os alunos serem capazes de argumentar sobre suas conjecturas.

Segundo Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira (1999, p. 1), “a incorporação, nas aulas e nos currículos de Matemática, de atividade de natureza investigativa realizadas pelos alunos”, justifica-se por diversas razões:

- As atividades de investigação constituem uma parte essencial do trabalho em Matemática, estando intimamente ligadas à natureza da atividade matemática e ao processo de produção de conhecimento nesta disciplina.

Assim sendo, segundo os autores, para que os alunos desenvolvam uma

reúne a cada quinze dias, mais especificamente aos sábados pela manhã, com o objetivo de realizar leituras, reflexões e investigações sobre a prática de ensino de Matemática nas escolas, focalizando principalmente os problemas e experiências da prática pedagógica dos próprios docentes (CASTRO, 2004). No Brasil ainda, destacam-se as pesquisas desenvolvidas pelo grupo de professores da PUC Minas, cujo objetivo também são as atividades investigativas, abordando conteúdos matemáticos diversificados, envolvendo alunos da Educação Básica e do Ensino Superior, registrado no CNPQ com o nome “Práticas Investigativas em Ensino de Matemática” – PINEM (Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/buscaoperacional>. Acesso em: setembro, 2007). Fonte: Caderno Pedagógico produzido por Maristela Muzzolon Kitor (2014, p. 62).

visão geral da Matemática, é necessário um envolvimento em processos característicos das atividades de investigação, tais como formular problemas, explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e provar resultados.

- As atividades de investigação favorecem o envolvimento do aluno no trabalho que realiza na aula de Matemática. Neste caso, este envolvimento contribui para uma aprendizagem significativa.
- As atividades de investigação fornecem múltiplos pontos de entrada para alunos de diferentes níveis de competência matemática. Sem dúvida, uma tarefa de natureza investigativa, na sala de aula, pode ser abordada e desenvolvida de vários modos e em diversos graus de profundidade.
- As atividades de investigação estimulam um pensamento globalizante que não se resume à aplicação de conhecimentos ou procedimentos pré-determinados e isolados, mas que, pelo contrário, implica normalmente que se relacionem diversos tópicos.
- As atividades de investigação podem ser inseridas, naturalmente, em qualquer parte do currículo, representando na verdade um tipo de trabalho que tem um caráter transversal na disciplina de Matemática.
- As atividades de investigação, embora lidando com aspectos complexos do pensamento, reforçam as aprendizagens mais elementares. Estas aprendizagens, todavia, dificilmente se consolidam ou perduram na ausência de processos de pensamento e resolução de problemas que lhes dêem significado.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), nos currículos de numerosos países, surgem de modo de direto ou indireto, referências à realização de atividades de investigação pelos alunos, na aula de Matemática. Os referidos autores dão ênfase sobre o que dizem os documentos curriculares dos Estados Unidos da América, da Inglaterra, da França, de Portugal e, finalmente, do Brasil. Tal perspectiva está presente em certos casos de modo mais explícito e em outros de modo mais difuso. Um caso bem explícito é do programa francês, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 131), quando sublinha a importância de habituar os alunos à atividade científica, com referência clara ao processo de descoberta. O

currículo inglês, muito sóbrio nas suas grandes orientações, não de incluir aspectos diretamente relacionados com o trabalho investigativo. Em Portugal, os programas do ensino básico são poucos explícitos relativamente a esse tipo de metodologia, mas, em contrapartida, os programas do ensino secundário sublinham claramente a sua importância.

Finalmente, os Parâmetros Curriculares Brasileiros são muito claros quanto ao papel-chave que atribuem a esse tipo de atividades, tanto nos seus objetivos gerais como nas orientações específicas respeitantes aos diversos conteúdos.

Portanto, no presente capítulo, tratamos de ponderar breves considerações sobre o ensino e aprendizagem de Álgebra, apresentamos as prescrições nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e Base Nacional Comum Curricular – BNCC, sobre conteúdos de cunho algébricos. Mostramos como ocorre o ensino de álgebra em alguns livros didáticos, fiz algumas reflexões a respeito do ensino e aprendizagem de equação do 1º grau e finalmente abordei as atividades investigativas como estratégias para ensino e aprendizagem de Matemática.

No capítulo seguinte, abordar-se-á sobre a metodologia de Investigação Matemática, explicitando qual o significado de investigar em matemática conforme essa metodologia. Estaremos apontando a estrutura de uma aula de investigação, descreveremos o papel que um professor exerce numa aula de investigação e, por último, vamos falar do currículo e a Investigação Matemática.

CAPÍTULO III: A METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Nesse capítulo explicitaremos a metodologia Investigação Matemática, para dar clareza ao significado de Investigar em Matemática; abordaremos a respeito dos processos usados numa Investigação Matemática, os papéis que o professor deve desempenhar na aula de investigação. E, por final, falaremos sobre o currículo e a Investigação Matemática para colaborar na promoção de aprendizagem dos alunos.

3.1 Entendendo o que significa Investigar em Matemática

O modo como se aprende e ensina Matemática já não é mais o mesmo. A sociedade moderna, dos grandes avanços tecnológicos, requer que todos os alunos desenvolvam uma boa fluência Matemática. O aluno tomado por essa fluência Matemática é capaz de interpretar a informação veiculada em linguagem matemática, seja numérica ou gráfica e, pensar matematicamente, procurando regularidades e relações e tem seu raciocínio matemático desenvolvido.

Mas, a Matemática é de um modo geral considerada como um assunto altamente difícil. Os alunos só conseguem enxergar cálculos e o encontrar das respostas corretas.

Em geral, o ensino da Matemática presta pouca atenção aos aspectos mais avançados da atividade matemática tais como a formulação e resolução de problemas, e teste de conjecturas, a realização de investigação e de demonstração matemática, e a argumentação e crítica dos resultados obtidos. Embora esses temas sejam fundamentais e atuais na Educação Matemática e estejam gravados em muitos documentos curriculares, eles ainda tem pouquíssima expressão na prática na sala de aula.

Para Skovsmose (2000), é comum uma aula tradicional se dividir em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas técnicas e algoritmos de resolução para o conteúdo proposto; em segundo lugar, os alunos se debruçam sobre uma lista extensa de atividades mecânicas que visam a memorização e fixação do algoritmo posto em destaque. Para ele, esse tipo de aula se enquadra no chamado paradigma do exercício, que, em sua concepção, é um exemplo de abordagem tradicional das aulas de Matemática. Observa, ainda, que a Matemática

desenvolvida por um aluno mergulhado em contextos que privilegiam o paradigma do exercício – memorização e reprodução –, seja diferente da desenvolvida no cenário de pesquisas - experimentação e relação com situações reais.

Rompendo com a metodologia tradicional praticada na maioria de nossas escolas, buscamos nesse trabalho um entendimento e aplicação da metodologia Investigação Matemática. E é notório que diversos estudos em educação têm mostrado que investigar pode constituir uma significativa forma de construir conhecimento.

Para Oliveira, a investigação é:

investigar é procurar conhecer o que não se sabe”. Indo mais além, os autores afirmam que para os matemáticos profissionais, “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades (Oliveira, 2005, p. 13).

Esses autores nos mostram que a Matemática dos matemáticos profissionais¹⁸ surgiu como um processo criado, fértil em acontecimentos inesperados, de movimentos para frente e para trás. Esse fato contrasta fortemente com a imagem usual dessa ciência, como um corpo de conhecimento organizado de forma lógica e dedutiva, comparada a um edifício sólido, paradigma do rigor e da certeza absolutas.

Reforçamos essa ideia na fala do matemático George Pólya¹⁹, em que chama-nos a atenção para o contraste entre essas duas imagens da Matemática: “Matemática tem duas faces; é a ciência rigorosa de Euclides, mas é também algo mais... A Matemática em construção aparece como uma ciência experimental. Ambos os aspectos são tão antigos quanto a própria Matemática” (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2006, p. 15-16). A mesma ideia é compartilhada pelo matemático português Bento de Jesus Caraça.

A ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que

¹⁸ São profissionais focados na resolução de problemas. Os matemáticos aplicados investigam a formulação, o estudo e a utilização de modelos matemáticos.

¹⁹ George Pólya (1887 – 1985) deixou importantes trabalhos em numerosas áreas da Matemática. É o autor de vários livros dedicados à resolução de problemas, entre os quais o famoso *How to solve it*, traduzido como *A arte de resolver problemas*.

logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições [...] Encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos enfim, como um grande capítulo da vida humana social. (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2006, p. 16).

Os autores mostram-nos que:

O conceito de Investigação Matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa [...] (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2013, p.23).

Um processo de investigação, semelhante ao dos matemáticos profissionais, pode ser vivido pelos alunos com tarefas de natureza investigativa e exploratória. Em contato com tarefas de características idênticas às dos matemáticos profissionais, os alunos aprendem matemática a fazer matemática (Santos et al., 2002).

Os alunos perante o processo vivido pelos matemáticos profissionais, que é multidimensional e tem na sua vertente inferencial uma das características dominantes da atividade de investigação (Oliveira, 2002), têm oportunidade de, “pelo menos durante parte da sua aprendizagem, criar a sua própria matemática” (Hatch, 1995, p.37). Assim, o argumento é que os alunos vivem os processos característicos da investigação feita pelos matemáticos profissionais na realização de atividades de investigação na sala de aula. O que também significa dizer que o aluno aprende como investigador. Aliado a esse processo enfatizamos os conhecimentos prévios dos alunos, os quais poderão colaborar para uma aprendizagem significativa.

3.2 Processos usados na Investigação Matemática

A atividade investigativa de acordo com os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), é realizada na sala de aula e acontece em três fases.

Na primeira fase das atividades investigativas que também é conhecida como o arranque da aula, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), discorrem que para que os alunos consigam realmente investigar é necessário que eles entendam o que se espera com essa atividade, o professor deve explicar o papel que eles devem

desempenhar, dizer a eles que deverão apresentar aquilo que foi pensado aos seus colegas e saber que eles podem contar com o apoio do professor.

Já na segunda fase, conhecida como desenvolvimento do trabalho, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) ponderam que após os alunos terem compreendido o que está sendo pedido com essas atividades, cabe ao professor observar os alunos e prestar apoio se necessário.

Na terceira e última fase em que os alunos expõem suas descobertas à turma, “o professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente”. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006, p.41).

Os autores também delimitam uma Investigação Matemática em quatro momentos principais. O primeiro envolve o reconhecimento da situação apresentada, a sua exploração inicial e a formulação de questões, as quais servem de base para o segundo momento o qual se refere à formulação de conjecturas sobre o problema em estudo. Conjecturas são hipóteses e pressupostos que, no terceiro momento, precisam ser testadas e refinadas, procurando aperfeiçoá-las. Por fim, tem-se a argumentação, a demonstração e a avaliação do trabalho realizado. Esses momentos surgem, muitas vezes, em simultâneo: a formulação das questões e a conjectura inicial, ou a conjectura e o seu teste. Cada um desses momentos pode incluir diversas atividades como se indica no quadro a seguir.

Quadro 3 Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2009, p. 21)

A exploração da tarefa, como profere Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 30), leva tempo e é uma etapa decisiva para a formulação das conjecturas, sendo que o “trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a

exploração da tarefa”. As conjecturas surgem de diferentes formas, podendo ser por observação ou manipulação dos dados, sendo que o aluno tende a não verbalizar a formulação das conjecturas. Os autores pontuam as conjecturas de forma que:

É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 33).

Os autores expressam ainda que o registro escrito do aluno torna-se um desafio porque “exige um tipo de representação que nunca utilizaram” (Ibidem, p. 35). Apesar disso ele desempenha um papel fundamental, pois a escrita “ajuda os alunos a clarificarem as suas ideias, nomeadamente a explicitar as suas conjecturas” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 36).

Há diversas possibilidades de se propor uma investigação. A tarefa pode ser formulada pelo professor e proposta aos alunos ou pode ser de iniciativa dos próprios alunos. Para Ponte (2010), até um projeto pode ser denominado como atividade de investigação e o tempo de duração é variável conforme o desenvolvimento das tarefas por parte dos alunos ou do próprio planejamento do professor. O autor relata também que a duração de algumas investigações demora um tempo relativamente curto, podendo realizar-se em uma aula apenas ou numa curta sequência de aulas e, em outras, podem durar anos para ser concluídas.

Desta forma, a inserção de atividades investigativas em sala de aula envolve uma participação efetiva do professor na elaboração de atividades que despertem o interesse dos estudantes levando-os ao envolvimento e que ao mesmo tempo envolvam conceitos com os quais deseja trabalhar, exige que o professor esteja preparado para compreender e respeitar as estratégias apresentadas pelos alunos bem como a auxiliá-los na busca de estratégias e reflexão sobre os resultados encontrados.

3.3 Os papéis do professor em aula de investigação

O professor tem um papel determinante nas aulas de investigação. Contudo, a interação que ele tem de estabelecer com os alunos é bem diferente da que ocorre em outros tipos de aula, levando-o a confrontar-se com algumas dificuldades e

dilemas. As aulas de investigação representam um desafio adicional à prática pedagógica do professor, mas, por outro lado, traduzem-se também em momentos de realização profissional.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 47), no acompanhamento que o professor faz dos trabalhos dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática. Desse modo, o professor é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos durante uma investigação: desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles.

Para Lamonato (2007, p. 85), “[...] o professor em uma aula investigativa assume diversos papéis: desafiar os alunos, avaliar o progresso deles, raciocinar matematicamente, apoiar seu trabalho dos alunos e promover reflexões, fornecer e recordar informações”.

Dentre diversos papéis do professor no decorrer de uma investigação, o professor precisa primeiramente desafiar os alunos para que eles se sintam motivados para assim resolverem as atividades, escolhendo “[...] questões ou situações iniciais que, potencialmente, constituam um verdadeiro desafio para os alunos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006, p. 47).

Em segundo lugar o professor precisa recolher informações sobre o modo como se vai desenrolando o trabalho dos alunos, desde o primeiro momento da investigação. Os professores precisam observar se os alunos compreenderam a tarefa e como foi a reação deles e se realmente esta tarefa é um desafio para os alunos, neste momento em que o professor observa os grupos “[...] um dos seus objetivos é recolher informações sobre o desenrolar da investigação. Antes de mais nada procura compreender o pensamento dos alunos, fazendo perguntas e pedindo explicações” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006, p.49).

Os autores afirmam que numa aula em que os alunos realizam investigações matemáticas, é muito provável, e desejável, que o professor raciocine matematicamente e de maneira autêntica. Raciocinar matematicamente é o terceiro papel do professor numa aula de investigação.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira, (2006, p.51), a realização de investigações matemáticas proporciona, muitas vezes, o estabelecimento de

conexões com outros conceitos matemáticos e até mesmo extramatemáticos. O professor precisa estar atento a tais oportunidades e, mesmo que não seja possível explorar de fato essas conexões, deve estimular os alunos a refletir sobre elas. Essa é mais uma das situações em que o professor dá evidência do que significa raciocinar matematicamente.

Por fim, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.52) afirmam que o professor empregando uma postura investigativa em sala de aula ajuda “os alunos a compreenderem que o papel principal do professor é o de apoiar o seu trabalho e não simplesmente validá-lo”.

3.4 O currículo e a Investigação Matemática

Nos currículos de numerosos países, como afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 127), surge de maneira direta ou indireta, referências à realização de atividades de investigação pelos alunos, na aula de Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, publicados em fins da década de 1990, para servem para “construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras” (BRASIL, 1998, p. 5), tendo, como um de seus objetivos na área da Matemática.

Os PCN’s ainda pontuam como um dos seus objetivos:

Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998, p. 8).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) enfatizam a respeito de questionar e formular problemas afirmando serem ações fundamentais em uma atividade investigativa. Os Parâmetros Curriculares Nacionais -PCN, utilizando ao longo de seu texto expressões como “espírito de investigação” (p. 47), “desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar [...]” (p. 34), “[...] capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações” (p. 49), preconizam a importância de se Investigar em Matemática.

Admitindo as práticas pedagógicas como “[...] produtos de tradições, valores e crenças muito assentadas, que mostram sua presença e obstinação à mudança quando uma proposta metodológica alternativa pretende instalar-se em certas condições já dadas” (SACRISTÁN, 2000, p. 28), cabe-nos, para observamos a

inserção das atividades investigativas em cada um deles, discutir sobre os diferentes tipos de currículo apontados por esse mesmo autor.

No currículo prescrito a Investigação Matemática receberia um formato teórico, sem, necessariamente, explicitar o seu uso na prática profissional do professor; o que vemos, por exemplo, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

O currículo apresentado tem o papel fundamental de transcrever o currículo prescrito para o professor. Nele a Investigação Matemática pode-se manifestar por meio de atividades ou propostas de projetos.

O currículo moldado coloca o professor como peça chave no processo educacional, pois, a partir da sua prática profissional e cultural, traduz os significados das propostas curriculares em seus momentos de planejamento. Mesmo que o currículo tenha sido produzido por um órgão político, nessa perspectiva, o professor irá decidir a maneira de executá-lo; definindo, nesse processo, as estratégias didático-pedagógicas que serão empregadas em sua aula, o que torna possível a inserção da Investigação Matemática.

Conseqüentemente abre-se espaço para o currículo em ação, ou seja, aquele praticado pelo professor a partir do que fora delineado no currículo moldado, durante o planejamento, de outro modo, o professor produz um novo currículo ao pô-lo em prática, conforme suas convicções políticas, educacionais, sociais, etc. A efetivação das atividades investigativas na sala de aula pode ocorrer, nesse momento, caso o professor as tenha elegido na etapa anterior.

O currículo realizado e configura pelas produções do que fora praticado, traduzidas pelos efeitos cognitivos, afetivos, sociais, morais, entre outros, os quais implicam o aluno; o professor e sua forma de socialização profissional, permitindo, por exemplo, verificar, em curto prazo, o alcance dos objetivos traçados em uma atividade investigativa e, em longo prazo promove a fruição matemática e o espírito investigador.

O currículo avaliado permite (re) significar a prática do professor e o desempenho dos alunos. Momento em que se buscam outras formas para revisar tópicos, ainda incompreendidos. A Investigação Matemática apresenta-se como uma alternativa plausível, uma vez que, as suas etapas de desenvolvimento podem auxiliar na obtenção de modos diferentes de fazer.

Podemos dizer que no currículo brasileiro as atividades de investigação e exploração merecem um grande destaque, tanto no estudo dos conteúdos

matemáticos respeitantes aos Números, Grandezas e Medidas, Geometria e Probabilidades como na sua utilização em contextos da vida real. Mediante o exposto, a nossa visão é que hoje as práticas dos professores são influenciadas por uma cultura de currículo que prevalecem nas escolas.

Portanto, considerando que a Matemática é vista por muitos alunos como uma disciplina de difícil entendimento, baseado na memorização de fórmulas, para poder desenvolvermos um trabalho diferenciado nas aulas de Matemática, nós buscamos aplicar a metodologia Investigação Matemática como meio de facilitar a aprendizagem dos alunos concernente às equações do primeiro grau. Para os alunos foi uma forma inovadora de aprender um conteúdo matemático.

Nesse capítulo, explicitamos a metodologia Investigação Matemática, dando clareza ao significado de Investigar em Matemática; abordamos a respeito dos processos usados numa Investigação Matemática, os papéis que o professor deve desempenhar na aula de investigação. Finalmente, falamos sobre o currículo e a Investigação Matemática para colaborar na promoção da aprendizagem dos alunos.

No próximo capítulo apresentaremos os procedimentos metodológicos, o tipo de pesquisa, os instrumentos de pesquisa, os sujeitos com quem foi realizada a investigação, o trabalho de campo, bem como os objetivos das atividades que foram desenvolvidas durante a investigação pedagógica.

CAPÍTULO IV: METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo descreveremos o tipo de abordagem metodológica realizada nessa pesquisa, cujo tipo é qualitativa baseada num estudo de caso. Fizemos a descrição dos instrumentos utilizados para coleta de dados nessa investigação, mostramos os principais aspectos característicos dos sujeitos envolvidos nesse trabalho de investigação. Finalizando o capítulo, fiz uma breve descrição do trabalho de campo, descrevendo detalhadamente quando iniciaram as primeiras atividades com a turma pormenorizando cada uma das etapas, dos dados construídos e com quais instrumentos.

4.1 Abordagem metodológica

A pesquisa é de abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso, tendo como local da pesquisa, uma escola de Ensino Fundamental I no município de Rio Branco – AC.

Pretende-se analisar se o uso da Investigação Matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de Álgebra Elementar (equação do 1º grau) em uma turma de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Pesquisa qualitativa, de acordo com Moreira (2011), é aquela preocupada com os fenômenos sociais, tendo o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. Segundo Moreira (2011, p. 58), na pesquisa qualitativa “o pesquisador procura um entendimento interpretativo de uma realidade socialmente construída na qual ele está imerso”.

Uma das abordagens da pesquisa qualitativa é o estudo de caso, o qual foi adotado nesta pesquisa.

Segundo Ludke e André (1986), os estudos de caso enfatizam a interpretação em um contexto para compreender melhor a manifestação geral de um problema, as ações, percepções, comportamentos e interações do sujeito que devem ser relacionados à situação específica onde ocorrem, ou a problemáticas determinadas a que estão ligadas. Para Yin (2010), o método estudo de caso permite que os pesquisadores preservem características como o comportamento de pequenos grupos ao lidar com determinada situação.

Para Yin (2005), estudo de caso é uma investigação empírica, um método que abrange tudo – planejamento, técnicas de coleta de dados e análise dos mesmos.

A escolha do método de estudo de caso ocorreu em função de que o mesmo tem um potencial enorme de contribuição ao oferecer uma compreensão aos problemas da prática educacional, ao fornecer informações valiosas que permitem também decisões políticas e constitui uma metodologia de pesquisa consolidada que pode identificar aspectos gerais e, articulado com outras estratégias de pesquisa, possibilita maior enriquecimento na construção de novos conhecimentos.

4.2 Instrumentos de pesquisa

Um estudo de caso requer a utilização de vários instrumentos de pesquisas, desse modo, notamos ser essencial descrever os instrumentos utilizados na realização desta pesquisa.

O primeiro instrumento utilizado para a realização desta pesquisa foi um questionário²⁰o qual utilizamos para caracterização da turma, segundo Richardson (2012, p. 189): “Existem vários instrumentos de coleta de dados que podem ser utilizados para obter informações acerca de grupos sociais. O mais comum entre esses instrumentos talvez seja o questionário”.

Elaboramos um primeiro questionário com perguntas voltadas para conhecer os estudantes e seus modos de pensar em relação à Matemática e assim poder caracterizar a turma escolhida. Por mais que a turma na qual a pesquisa foi realizada seja uma das turmas para a qual o pesquisador leciona, nem sempre se conhece o suficiente, os alunos e suas formas de pensar para poder caracterizá-los com eficiência.

Utilizando um segundo instrumento para coleta de dados nesta pesquisa, fizemos o uso da entrevista, em que buscamos identificar nas falas dos sujeitos aspectos que podem não ter aparecido em suas escritas, mas, que podem ser evidenciados no momento de seus discursos.

²⁰ APÊNDICE A- Questionário de caracterização da turma.

O próximo instrumento que utilizamos foi o diário de campo. Em relação ao diário de campo, estamos de acordo com Minayo (2011), quando afirma que esse é o principal instrumento de trabalho da observação, conforme a seguir:

Que nada mais é que um caderninho, uma caderneta, ou um arquivo eletrônico no qual escrevemos todas as informações que não fazem parte do material formal [...]. As informações escritas no diário de campo devem ser utilizadas pelo pesquisador quando vai fazer análise qualitativa” (MINAYO, 2011, p. 71).

Desse modo, para os registros foi utilizado um caderno de anotações, que serviu para os apontamentos de todos os acontecimentos ocorridos durante a aplicação das atividades propostas, além da gravação das atividades desenvolvidas em sala de aula.

Além dos instrumentos já mencionados e utilizados durante a realização dessa pesquisa, outros que consideramos importantes para a análise de dados também foram as gravações em áudio feitas dos diálogos entre os discentes, uma vez que no momento de realização das atividades investigativas, a espontaneidade dos estudantes é um fator que também deve ser levado em consideração na hora de analisar se a proposta de atividade de fato é válida.

Por fim, também analisamos as Atividades Investigativas realizadas pelos estudantes após os encontros e o cumprimento de efetivação das mesmas. É na realização de atividades investigativas que se pôde analisar o desenvolvimento das questões pelos estudantes e, assim, poderemos averiguar se de fato eles compreenderam o que era proposto por meio daquela tarefa investigativa.

4.3 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa está sendo realizada com 20 alunos de uma turma de 7ºano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual na cidade de Rio Branco. A turma é composta por 12 adolescentes do sexo feminino e 8 adolescentes do sexo masculino com uma idade média de 12 anos.

4.4 Conhecendo melhor os sujeitos

No primeiro encontro cada aluno recebeu uma cópia do questionário de caracterização da turma, que contará como parte do diário de campo. Nele estão

perguntas bem pertinentes para um conhecimento geral da turma, contendo uma atividade de investigação para que os alunos pudessem responder inicialmente. Posteriormente os mesmos foram recolhidos e tomados como instrumento de construção de dados, pois, a partir do questionário, foram analisadas as ideias e respostas dos alunos, além dos raciocínios matemáticos utilizados para testar e resolver a tarefa de investigação.

O questionário sendo composto por sete interrogativas nós fizemos uma separação em três blocos. As duas primeiras estão ligadas aos fatores socioeconômicos dos alunos.

No momento de responder o questionário os alunos estavam divididos em seus respectivos grupos. Apenas um grupo estava incompleto, pois, houve a ausência de dois componentes. Foram necessários dois encontros de 60 minutos cada um para os grupos concluírem de modo mais satisfatório suas respostas.

Apresentamos a seguir as primeiras perguntas do questionário de caracterização da turma.

1) Você reside na zona urbana em bairro próximo à escola ou em local considerado como chácara?

2) Qual o tipo de transporte utilizado para ir a escola? Quanto tempo você gasta para chegar até a escola?

() escolar () particular dos pais ou responsáveis

Analisando as primeiras respostas dadas, observamos que 80% dos alunos residem nas proximidades da Escola, e mesmo os pais possuindo transporte, deslocam-se à Escola a pé, gastando em média de dez minutos para chegar. Os outros 20% são residentes em bairros nas adjacências da escola, portanto, utilizam transporte.

Vejamos as respostas dadas para as perguntas a seguir.

3) Participa de algum curso ou atividade fora da Escola?

Se sim, marque um X se alguma opção abaixo você se enquadra.

Informática básica Matemática Esportes Artesanato Dança Crochê Música Outros

4) Você tem o hábito de estudar fora do horário de aula?

Sim Não. Em caso afirmativo, quanto tempo em média? _____

Nessa busca de conhecermos os sujeitos que estamos lidando, vimos que existe uma lacuna no que se refere à prática de atividades fora da escola. Apenas 50% responderam que sim. Cursam informática ou praticam algum esporte ou praticam danças. Foram sintomáticos em afirmar que não tem o hábito de estudar, apenas em época de provas ou quando há trabalho a fazer.

Na turma onde a pesquisa foi desenvolvida, a maioria dos alunos mostrou-se bastante participativos, interessados e realizaram as primeiras atividades investigativas solicitadas pelo pesquisador. O pesquisador atua como professor de Matemática há quase duas décadas, sendo o terceiro ano de trabalho na referida escola e trabalhando na turma investigada pelo segundo ano.

As atividades foram desenvolvidas com a autorização do diretor da escola²¹ e com a autorização dos pais²² dos estudantes envolvidos. A escola em que a pesquisa está sendo desenvolvida proporciona ao professor autonomia na busca de metodologias que, intencionalmente, respeitem o ritmo de cada aluno e, ao mesmo tempo, proporcione que todos tenham as aprendizagens necessárias e mínimas ao final de cada série. Assim, um trabalho quando respeita o tempo e o espaço de cada indivíduo, só tem a contribuir para sua formação.

4.5 Trabalho de campo, descrevendo detalhadamente quando iniciou e terminou, dados construídos e com quais instrumentos

De início, conversamos com a direção da escola, e solicitamos a autorização para que esta pesquisa se realizasse e explicamos que se tratava de uma proposta de um produto educacional solicitado como requisito para aprovação no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM. Com a autorização da escola, conversamos com os estudantes, explicando que por mais que o pesquisador seja o professor da classe, o desenvolvimento deste trabalho estava

²¹ A autorização da escola encontra-se como apêndice C.

²² A autorização dos pais dos alunos encontra-se como apêndice D.

pautado tão somente na aplicabilidade de metodologia Investigação Matemática para ensinar o conteúdo de equação do 1º grau, algo que em nenhum outro momento havia sido proposto. No entanto, para que o trabalho pudesse ser desenvolvido, haveria a necessidade da autorização dos pais, uma vez que os alunos são menores de idade.

Pormenorizando as etapas iniciais nessa tarefa investigativa, descrevemos os passos a seguir:

Etapa 1

Na data de 27/03/2018, o gestor da escola tomou ciência do termo em que solicitamos a permissão para o desenvolvimento da pesquisa. Em 28/03/2018, efetuamos a conversa primeira com a turma convidando-os a participar da pesquisa. Em 06/04/2018, os alunos tiveram acesso ao termo de assentimento do menor, levando para casa para que os pais ou responsáveis tivessem conhecimento. No próximo encontro que ocorreu em 10/04/2018, aplicamos o questionário de caracterização da turma em que buscamos conhecer alguns aspectos dos alunos, tais como: O local onde residem se é longe ou próximo à escola, se dependem de transporte para chegar a escola, qual o grau de envolvimento em atividades fora do ambiente escolar e quanto tempo cada um habituava estudar fora do horário de aula.

Ainda em relação a essa caracterização da turma, indagamos a respeito de como os alunos vêem a disciplina de Matemática. E para que a turma pudesse ter o primeiro contato com uma atividade investigativa, lançamos o desafio de uma atividade inicial.

De posse das autorizações da escola e dos pais, começamos a aplicar a proposta. No primeiro dia fizemos uma divisão em grupo, os alunos tendo autonomia para escolherem entre si os grupos, todavia, evitamos que ficassem os estudantes que por costume estão sempre juntos em trabalho de equipe. Obtivemos cinco grupos, cada um tendo quatro componentes.

Evidenciamos no quadro 4 como cada grupo foi formado, destacando que atribuímos outros nomes aos estudantes para preservar a identidade dos sujeitos da pesquisa:

Quadro 4 Divisão dos grupos

Grupo	Número de componentes	Nomes dos componentes
Grupo 1	4	Dan Mili Pet Tha
Grupo 2	4	Agui Ane Cla Ket
Grupo 3	4	Gab Gis Ita Lyn
Grupo 4	4	Fane Kel Nat Thay
Grupo 5	4	Cas Jer Karol Tony

Fonte: Material do Pesquisador, 2018.

Essa divisão em grupo é muito válida, pois, garante a socialização entre os estudantes, o que é algo muito importante para o convívio em sociedade. Existindo afinidade entre os componentes de cada grupo, a disposição para a realização das atividades tende a aumentar.

Etapa 2

O desenvolvimento dessa etapa ocorreu no dia 08/05/2018 com o tempo de 120 minutos. A primeira atividade realizada foi com o título “Escrevendo em linguagem algébrica” e a atividade dois tem o título “Máquina de números – letras em lugar de números”. O desfecho dessa etapa aconteceu no dia 11/05/2018, com duração de 60 minutos. Também realizamos gravação em áudio das falas dos alunos, as quais serão transcritas.

Etapa 3

Nessa etapa a investigação foi a partir da atividade três com o título “Explorando a ideia de equilíbrio”. Aconteceu no dia 22/05/2018.

Nas próximas etapas que são:

Etapa 4, investigamos como os alunos resolvem uma equação do 1º grau, tomando como norte os conceitos inferidos nas atividades anteriores.

Etapa 5, investigamos como os alunos utilizam o conceito de linguagem algébrica para representar a área de uma região retangular.

Etapa 6, investigamos como os alunos aplicam o conceito de linguagem algébrica para escrever o perímetro de regiões planas.

Finalmente, na etapa7, através da atividade proposta, pedimos que os alunos resolvessem o problema dado por meio de uma equação do 1º grau.

Realizadas todas as etapas e outras que possam surgir no decorrer da pesquisa, por meio do questionário, de entrevistas estruturadas e não estruturadas, do diário de campo e gravação em áudio junto aos alunos, construímos os dados que nos ajudaram a responder a pergunta norteadora desse trabalho.

Assim, no primeiro encontro, cada aluno recebeu as cópias das tarefas, que serviu como diário de campo, onde as atividades de investigação foram desenvolvidas e, posteriormente as mesmas foram recolhidas. Estas serviram como instrumento de coleta de dados, pois a partir destes dados foram analisadas as ideias e respostas dos alunos, além dos conteúdos matemáticos utilizados para testar e resolver as tarefas de investigação. Juntamente com essas informações colhidas foram utilizadas gravações em áudio para que pudéssemos por meio das falas dos alunos entendermos como eles resolvem uma equação do 1º grau.

Na atribuição de pesquisador, tomei um caderno para todos os registros em que anotamos todo o desenvolvimento da aula.

Em relação aos registros, os autores abaixo nos afirmam que:

Das anotações obtidas devem constar a descrição dos locais, dos sujeitos, dos acontecimentos mais importantes e das atividades, além da reconstrução dos diálogos e do comportamento dos observados (FIORENTINI E LORENZATO,,2009, p. 108).

Portanto, para os registros foi utilizado um caderno de anotações, que serviu para os apontamentos de todos os acontecimentos ocorridos durante a aplicação das atividades propostas, além da gravação de como os alunos estavam resolvendo as atividades desenvolvidas em sala de aula.

No próximo capítulo trazemos uma análise dos dados, mostrando como ocorreu a proposta para os estudantes, ou seja, a forma como foi realizada em sala de aula, reflexões sobre a aplicação e os resultados obtidos.

CAPÍTULO V: ANÁLISE DAS APRENDIZAGENS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU MEDIANTE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

Neste capítulo, o objetivo consiste em responder à questão de pesquisa: Como a aplicação de atividades investigativas sobre equações de primeiro grau pode contribuir para a aprendizagem de alunos do 7º ano?

Deste modo, além de descrever vamos analisar as atividades propostas e desenvolvidas pelos (as) alunos (as), confrontando com o referencial teórico de atividades investigativas.

5.1 Produto Educacional

O produto educacional decorrente desta pesquisa consiste num Guia Didático cujo objetivo é auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de equação do primeiro grau com foco nas atividades investigativas.

Essa escolha é fruto do meu trabalho como professor de Matemática na Educação básica, no qual observei que os (as) alunos (as) apresentam muitas dificuldades em relação a este conteúdo. De modo específico, o Guia foi organizado com base nas atividades investigativas desenvolvidas com os sujeitos desta pesquisa.

5.2 A proposta para os estudantes: a forma como ocorreu sua aplicação em sala de aula

No primeiro encontro cada aluno recebeu uma cópia do questionário de caracterização da turma, que contará como parte do diário de campo. As três perguntas a seguir fazem parte do questionário e constituem o início de nossas atividades investigativas.

5) Fale. Como você vê a disciplina de Matemática?

Respondendo como eles vêm esse olhar para a disciplina de Matemática, responderam em maior número que “a Matemática é uma disciplina necessária para a vida toda, tudo que existe na nossa vida envolve a Matemática”.

6) Como você resolveria a situação-problema? Em um pátio estão estacionados carros e motos, que totalizam 40 veículos e 140 rodas. Há quantas motos estacionadas nesse pátio? E quantos carros?

Para responder a questão 6, pedi a cada um dos alunos, de fato fosse um investigador, em que segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 13), “investigar é procurar conhecer o que não se sabe”. Nesse processo de investigação culminaria na elucidação e validação da solução da atividade proposta. Solicitamos que os componentes dos grupos conversassem entre si tirando suas conclusões.

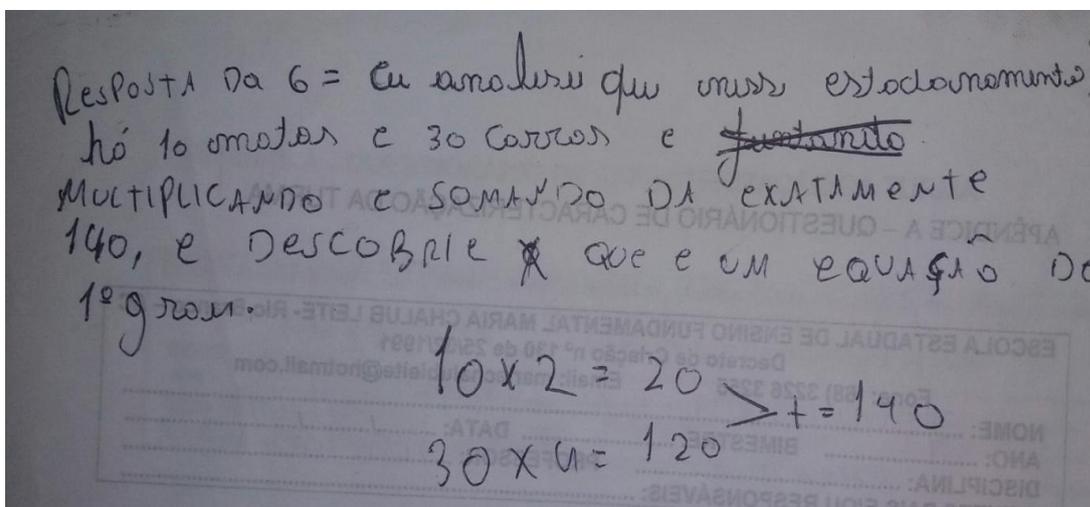
7) Como você gostaria de aprender o conteúdo de equação do 1º grau?

Com relação ao conteúdo de equação do 1º grau, mesmo sem o devido conhecimento do assunto, já que antes nunca tiveram contato com a Álgebra, os alunos solicitaram que fosse dado de forma clara em que pudessem de fato aprender, principalmente as equações do primeiro com uma incógnita.

Na perspectiva do trabalho em grupo, segundo (PONTE, BORCARDO E OLIVEIRA 2009, p. 30) essa cooperação mútua “potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos de autogestão do grupo”.

Configurando o entendimento dos alunos sobre a pergunta 6 do questionário, temos nas figuras 4 e 5 a seguir, as respostas dadas por alguns dos grupos de alunos.

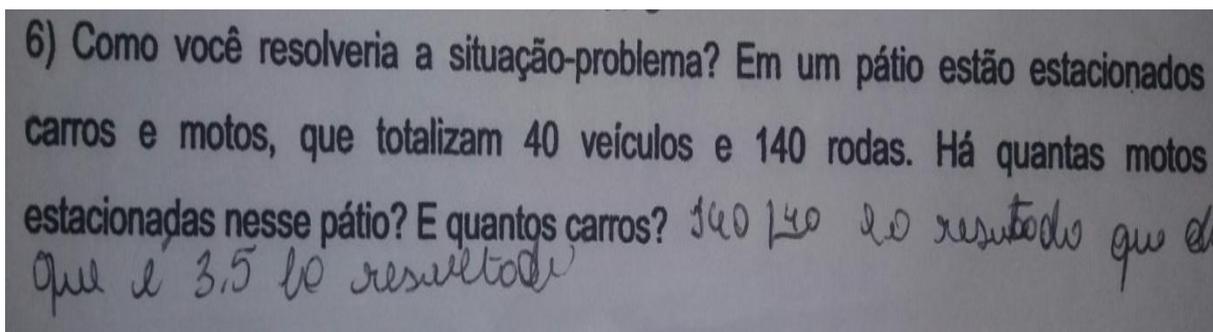
Figura 3 Resposta da questão 6 do questionário pelo grupo 1



Fonte: Material do questionário, anotações dos alunos, 2018.

Fazendo algumas tentativas, conversando e trocando ideias entre si os alunos foram hábeis e conseguiram produzir resposta de modo satisfatório. O cálculo mental utilizado foi muito importante, visto terem atribuído valores a quantidade de rodas para descobrirem a quantidade de veículos.

Figura 4 Resposta do questionário questão 6 pelo grupo 3



Fonte: Material do questionário, 2018.

A resposta dada pelo grupo foi bastante imprecisa, desprovida de uma análise mais detalhada. Percebemos, então, a importância que terá a aplicação da metodologia investigação matemática para o ensino e aprendizagem de equação do 1º grau. Os demais grupos apresentaram resposta bastantes vagas.

Dando prosseguimento às etapas da pesquisa, apresentamos as primeiras atividades investigativas trabalhadas pelos alunos.

Cada questão das atividades aplicada nas etapas da pesquisa foi elaborada com objetivos específicos. A seguir, são apresentadas as questões, seus objetivos e as respostas dos alunos.

ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO EM LINGUAGEM ALGÉBRICA

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

Linguagem usual	Expressões algébricas
O dobro de um número	
O triplo de um número mais cinco	
O dobro de um número mais quatro	
Um número mais sete	
O quádruplo de um número menos um	
O quadrado de um número mais um	
A metade de um número menos dois	

O objetivo dessa atividade investigativa, apresentada inicialmente, é saber como os alunos escrevem uma determinada frase dada na linguagem usual ou corrente passando para a linguagem matemática denominada de expressão algébrica. A primeira compreensão que os alunos obtiveram é que na Matemática muito do que falamos podemos representar por meio de símbolos.

As aulas de Matemática podem ser trabalhadas com um caráter investigativo, conforme aponta os autores abaixo:

Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA 2006, p. 10).

Dessa forma, levamos nossos alunos a pensarem sem serem direcionados. Vejamos a seguir algumas das respostas dadas pelos alunos.

Figura 5 Resposta da atividade 1 pela aluna Gis, Grupo 3

ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO A LINGUAGEM ALGÉBRICA

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

Linguagem usual	Expressões algébricas
O dobro de um número	4y
O triplo de um número mais cinco	20
O dobro de um número mais quatro	14
Um número mais sete	16
O quádruplo de um número menos um	19
O quadrado de um número mais um	21
A metade de um número menos dois	3

Fonte: Dados da pesquisa, 2018.

Esperávamos que a resposta dada pelo grupo tivesse alguma conexão com o comando da questão, todavia, o nítido erro cometido se apresenta na dificuldade de escrita algébrica, isto é, passar uma frase na linguagem usual para a linguagem chamada de expressão algébrica. Outro fator que pode ter contribuído para os erros é o desconhecimento dos termos dobro, triplo, quádruplo, quadrado e metade quanto a seus significados dentro do contexto matemático.

Conhecendo os sujeitos da pesquisa, pudemos perceber que o pensamento inicial algébrico não aconteceu nas séries iniciais.

Do ponto de vista do pensamento algébrico, Fiorentini, Miorim e Miguel afirmam que:

[...] não há razão para sustentar uma iniciação relativamente tardia ao ensino-aprendizagem da Álgebra. Ao Contrário, observamos que, desde as séries iniciais, o trabalho com esse tipo de pensamento se deve fazer presente na formação do estudante (FIORENTINI, MIORIM E MIGUEL, 1993, p. 88).

Para uma melhor compreensão, o ensino algébrico precisa ser trabalhado nas serie iniciais.

Figura 6 Resposta da atividade 1 pela aluna Nat, Grupo 4

ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO A LINGUAGEM ALGÉBRICA

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

Linguagem usual	Expressões algébricas
O dobro de um número	$2x$
O triplo de um número mais cinco	$3m + 5$
O dobro de um número mais quatro	$2x + 4$
Um número mais sete	$n + 7$
O quádruplo de um número menos um	$4 - 1$
O quadrado de um número mais um	$u^2 + 1$
A metade de um número menos dois	$\frac{1}{2} - 2$

Fonte: Arquivo pessoal, 2018.

Percebemos a existência de uma melhor compreensão por parte dos integrantes do grupo. A escrita contém menos erros. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 47) explicitam que “o professor é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos no decorrer de uma investigação”, assim, desafiamos os alunos a mergulharem mais a fundo como investigadores. Os alunos desse grupo já começaram a utilizar a noção de variável para a representação de um termo desconhecido numa expressão algébrica. Um erro cometido na resposta é a ausência do sinal de adição indicando a soma de dois termos. Outro erro

apresentado é a escrita algébrica da expressão “a metade de um número menos dois”. Não foi usada uma letra para assim representar o termo metade sendo dividida por dois.

Figura 7 Resposta da atividade 1 pela aluna Karol, Grupo 5

ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO A LINGUAGEM ALGÉBRICA

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

Linguagem usual	Expressões algébricas
O dobro de um número	$2x$
O triplo de um número mais cinco	$3n + 5$
O dobro de um número mais quatro	$2x + 4$
Um número mais sete	$w + 5$
O quádruplo de um número menos um	$4z - 1$
O quadrado de um número mais um	$x^2 + 1$
A metade de um número menos dois	$\frac{x}{2} - 2$

$0,5 - 2$ $\frac{x}{2}$ $x - 2$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna soube escrever as frases na linguagem algébrica. O erro cometido é mínimo. A aluna trocou o número sete pelo número cinco. E fica evidente o conhecimento da aluna a respeito dos termos dobro, metade, triplo e quádruplo. Salientamos que analisamos as pesquisas individualmente, todavia, os alunos realizaram a tarefa com a participação de todos os componentes.

Figura 8 Resposta da atividade 1 pelo aluno Tha, Grupo 1

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

Linguagem usual	Expressões algébricas
O dobro de um número	$2x$
O triplo de um número mais cinco	$3x+5$
O dobro de um número mais quatro	$2x+4$
Um número mais sete	$x+7$
O quádruplo de um número menos um	$4x-1$
O quadrado de um número mais um	$2x+1$
A metade de um número menos dois	$x-2$ $\frac{x-2}{2}$

Fonte: Arquivo pessoal, 2018.

Analisando a resposta atribuída à questão, percebemos que ainda possui erro, todavia, o amadurecimento para compreensão da escrita algébrica é perceptível. Há o uso de letras indicando um valor desconhecido. Acreditamos que o erro cometido pelo aluno foi confundir o termo “quadrado” com o termo “dobro”.

ATIVIDADE 2: MÁQUINA DE NÚMEROS – LETRAS EM LUGAR DE NÚMEROS

André e Emília resolveram brincar de inventar “máquinas de números”. Veja que legal!

André inventou uma máquina programada para dobrar números. A cada número que entra, a máquina fornece o dobro dele. Você se lembra: para encontrar o dobro, multiplicamos por 2.

Agora, considere a máquina aperfeiçoada por Emília e depois responda as questões propostas.



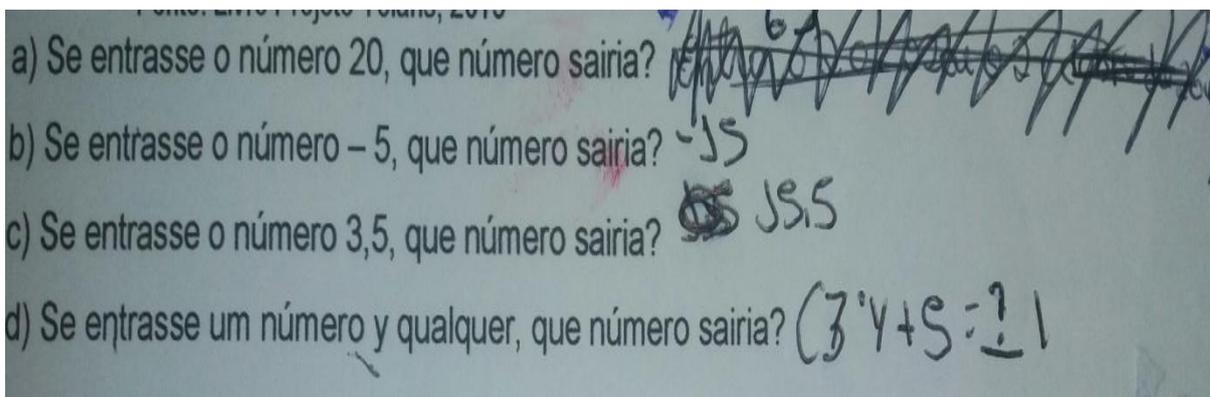
Fonte: Livro Projeto Teláris, 2015

- Se entrasse o número 20, que número sairia?
- Se entrasse o número -5 , que número sairia?
- Se entrasse o número 3,5, que número sairia?
- Se entrasse um número y qualquer, que número sairia?

Ao final desta atividade investigativa espera-se que o aluno cumpra o objetivo que é efetuar cálculos com números inteiros e racionais, envolvendo as operações de adição, subtração e multiplicação, além de identificar uma expressão algébrica expressa pela sentença matemática “triplica e adiciona cinco ao resultado”.

Nas figuras seguintes apresentamos as respostas dadas por alguns alunos.

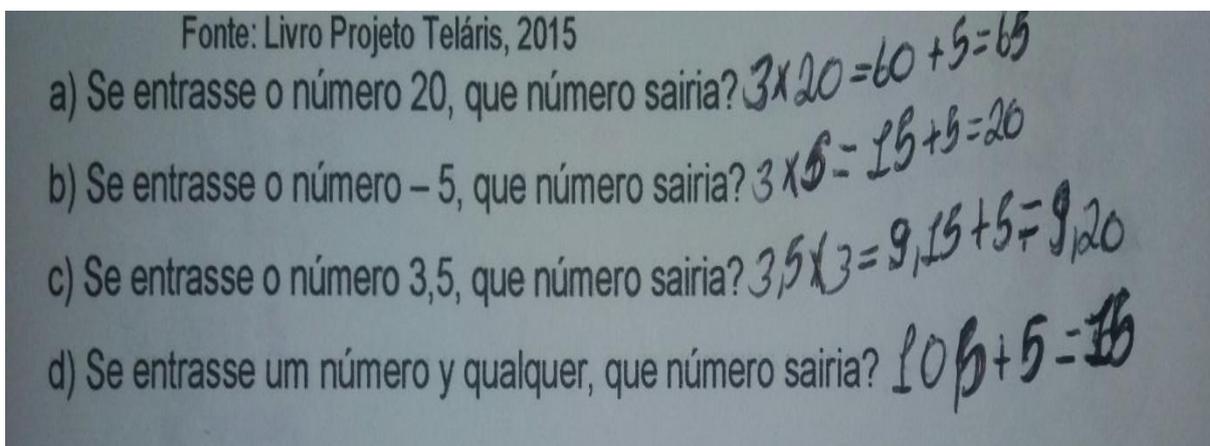
Figura 9 Resposta da atividade 2 pela aluna Karol, Grupo 5



Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna não compreendeu possivelmente o comando da questão, além de que realizou as operações de maneira incorreta. O erro fica bem evidente analisando as operações aritméticas.

Figura 10 Resposta da atividade 2 pela aluna Cam, Grupo 1

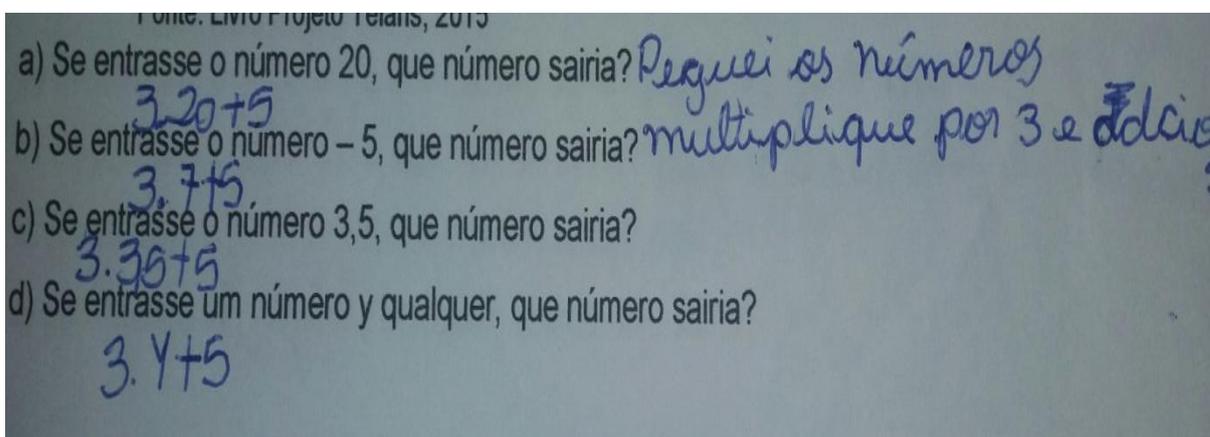


Fonte: Da pesquisa, 2018.

Percebemos o uso correto da operação de multiplicação, mas há erros relativos ao jogo de sinais e uso de variável para indicar um valor desconhecido.

Certas atividades podem exercer um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, “desenvolvendo-se a partir de tarefas de cunho exploratório ou investigativo, seja em contexto matemático ou extra matemático”, Ponte, Branco e Matos (2009, p. 15). Assim, por meio desta atividade começamos a percebermos um amadurecimento dos alunos em relação às operações algébricas.

Figura 11 Resposta da atividade 2 pela aluna Gis, Grupo 3



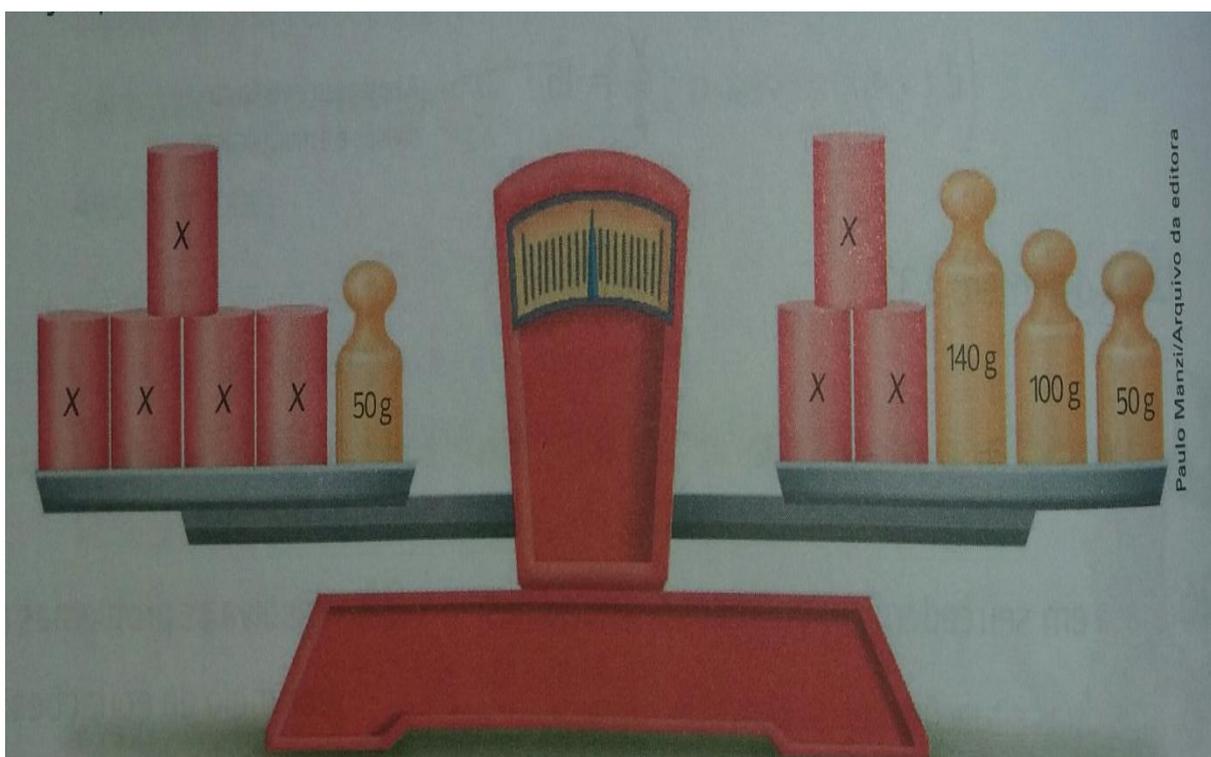
Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna descreveu o modo como procedeu para resolver as questões, mas os resultados estão incompletos. O erro maior está ao trabalhar com número negativo e decimal. Percebemos que os cálculos aritméticos estão incompletos, não correspondem ao comando da atividade. Há, porém, acerto na escrita algébrica.

ATIVIDADE 3: EXPLORANDO A IDEIA DE EQUILÍBRIO

A igualdade traduz uma ideia de equilíbrio. Equilíbrio faz a gente se lembrar de uma balança de dois pratos. Assim, uma equação (que é uma igualdade) pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio.

Observe abaixo a balança de pratos equilibrada e considere todas as latinhas com o mesmo “peso”, que vamos representar por x .



Fonte: Livro Projeto Teláris, 2015.

Agora, determine uma expressão algébrica, em que denominamos de equação de 1º grau com uma incógnita, que representa a situação ilustrada pela figura.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p.28) aprender Álgebra significa ser capaz de pensar algebricamente e, que isso inclui o conhecimento das propriedades

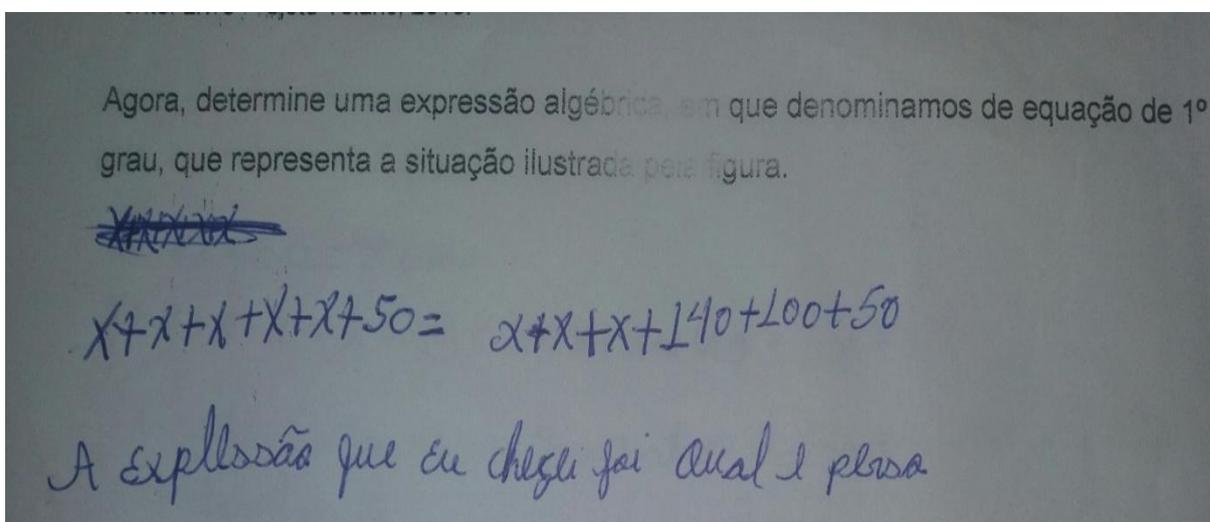
das operações, pois “a identificação dessas propriedades e a sua generalização desde os primeiros anos de escolaridade constituem uma base importante para o modo de pensar algebricamente”.

Ainda segundo os autores Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico tem uma abrangência ampla gerando muitas competências, dentre as citadas: lidar com expressões algébricas, equações, sistemas de equações, inequações, estruturas matemáticas, que podem ser usadas na interpretação e resolução de problemas matemáticos. Assim, ancoramos nossa investigação nos referidos autores para enxergarmos a presença do pensamento algébrico nos alunos, através da análise da figura contida na tarefa seguida da escrita da equação do primeiro grau representativa da situação.

A referida atividade tinha como objetivo determinar a equação do 1º grau representada por uma expressão algébrica, a partir da figura da balança.

A seguir apresentaremos algumas das respostas feitas pelos alunos.

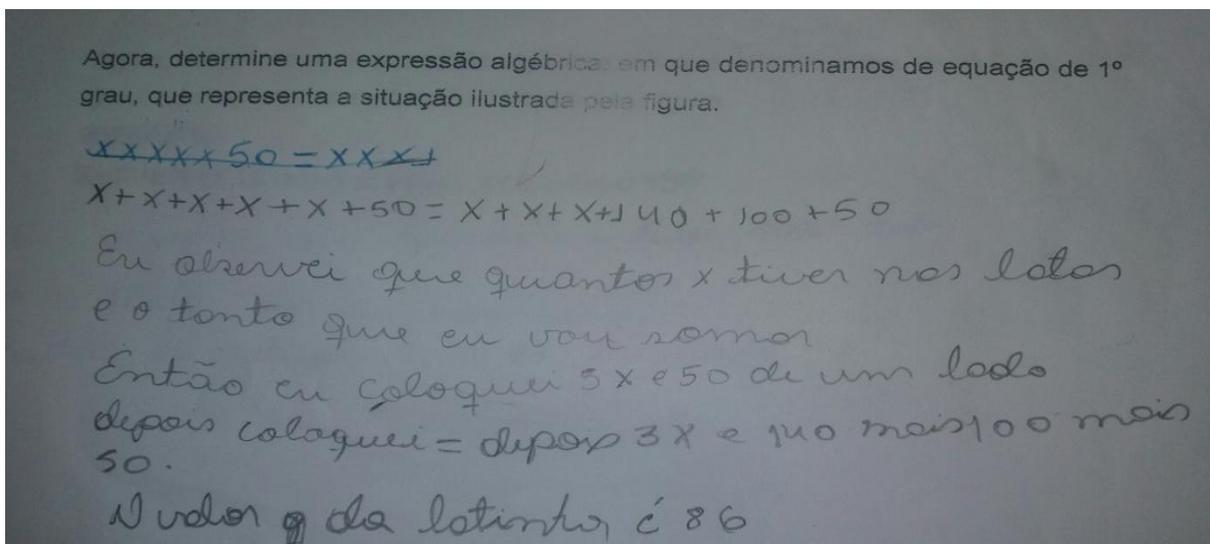
Figura 12 Resposta da atividade 3 pela aluna Agui, Grupo 2



Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna contou a quantidade de latinhas que estão contidas no prato da esquerda e no prato da direita e conseguiu de modo correto escrever a equação do 1º grau. Em nossa análise, percebemos a ausência da soma dos coeficientes da incógnita x e dos termos sem variável. A resolução mais precisa ficaria assim: $5x + 50 = 3x + 290$.

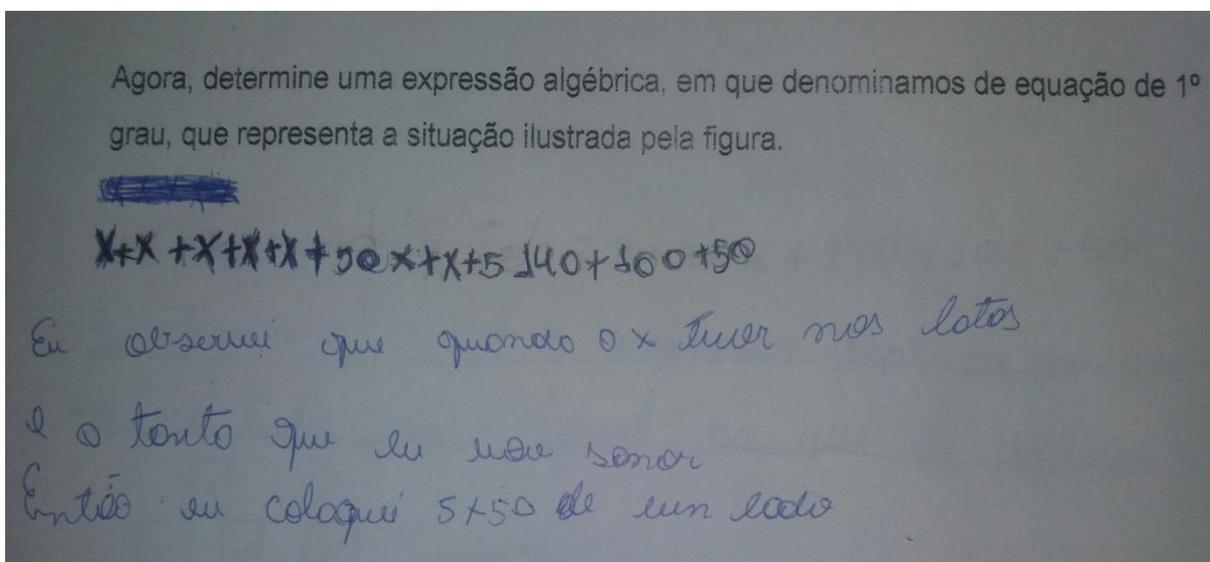
Figura 13 Resposta da atividade 3 pela aluna Cla, Grupo 2



Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna escreveu a expressão algébrica pedida. Foi mais além tentando descobrir o valor da massa de cada latinha, mas, errou em sua conclusão.

Figura 14 Resposta da atividade 3 pela aluna Ket, grupo 2



Fonte: Da pesquisa, 2018.

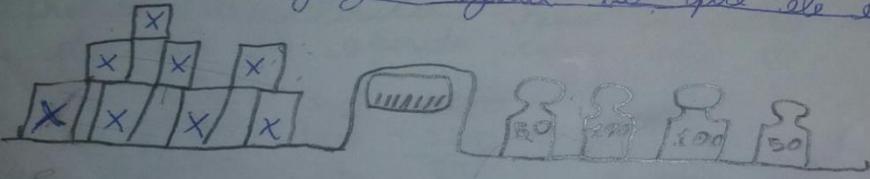
A aluna relacionou a quantidade de latinhas com a quantidade de “x” a serem somados em cada lado da expressão algébrica. O erro está em não utilizar a igualdade separando os membros e atribuir a x o valor 5 no segundo membro.

Figura 15 Resposta da atividade 3 pelo aluno Pet, Grupo 1

Agora, determine uma expressão algébrica, em que denominamos de equação de 1º grau, que representa a situação ilustrada pela figura.

$$X + X + X + X + X + 50 = X + X + X + 190 + 100 + 50$$

Eu observei o que o professor explicou no quadro e tentei fazer igual ao que ele explicou



$$5X - 3X = 50 - 290$$

$$2X = 240$$

$$120$$

Nesse momento eu entendi o que o professor explicou no quadro e resolvi

Fonte: Da pesquisa, 2018.

O aluno demonstrou habilidade escrevendo a expressão algébrica adequada, aplicou o princípio aditivo, apresentando um pequeno erro ao fazer a subtração no segundo membro da equação.

Partindo desse os autores abaixo expressam que:

No acompanhamento que o professor faz dos trabalhos dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina Matemática". PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA 2006, p.47)

Desse modo, deixamos os alunos livres em suas conclusões da elucidação da atividade proposta.

Figura 16 Resposta da atividade 3 pela aluna Karol, grupo 5

Agora, determine uma expressão algébrica em que denominamos de equação de 1º grau, que representa a situação ilustrada pela figura.

$$X + X + X + X + X + 50 = X + X + X + 140 + 100 + 50.$$

cd ~~em função~~ em função e pro responder qual a expressão algébrica que mostro no balança. eu descrevi de acordo como esta lá.

40	40	220
+ 40	+ 40	+ 120
40	40	340
40	320	
40		
220		

~~40~~
~~40~~ ← X
40

40
100
150
290
+ 50
340

Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna escreveu a expressão algébrica, todavia, inferimos que a mesma ainda não compreendeu como deixar a expressão na forma simplificada $5x + 50 = 3x + 290$. Mesmo não constando no enunciado da atividade a aluna buscou determinar o valor de x . O erro da aluna acontece em supor o valor de cada latinha 40 g.

Figura 17 Resposta da atividade 3 pela aluna Gis, Grupo 3

Agora, determine uma expressão algébrica em que denominamos de equação de 1º grau, que representa a situação ilustrada pela figura.

$$X + X + X + X + X + 50 = 300$$

$$50 \quad 50 \quad 50 \quad 50 \quad 50$$

$$X + X + X + 140 + 100 + 50 = 300$$

$$50 \quad 50 \quad 50$$

Eu fiz assim peguei as latinhas somei mais o valor da gavrilha estimei que cada lata vale 50 depois so somei

Fonte: Da pesquisa, 2018.

Na resolução aparecem vários erros tais como: a escrita separada da expressão algébrica, igualando os valores do primeiro e segundo membro igual a 300. Não foi apresentada pela aluna a equivalência entre os dois pratos da balança. Ainda que, atribuindo um valor para a incógnita x não percebeu a diferença dos valores no lado e no direito. A aluna não seguiu ao comando da questão.

Figura 18 Resposta da atividade 3 pela aluna Nat, Grupo 4

Agora, determine uma expressão algébrica, em que denominamos de equação de 1º grau, que representa a situação ilustrada pela figura.

$$5x + 50 = 3x + 140 + 500 + 50$$

Eu somei $5x$ mais 50 e deu $3x$ com $+140$ mais 500 mais 50 .

Fonte: Da pesquisa, 2018.

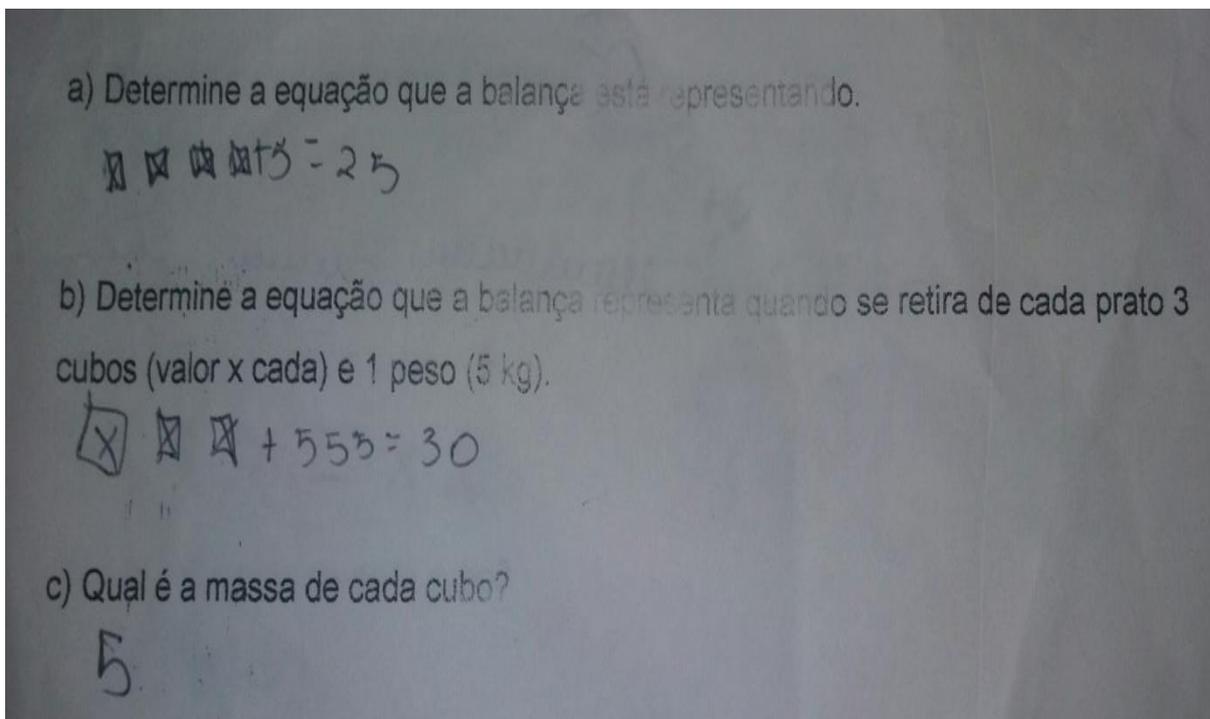
A aluna resolveu a atividade de maneira mais satisfatória. Somou corretamente a quantidade de x que aparecem no primeiro membro e segundo membro da equação.

- Determine a equação que a balança está representando.
- Determine a equação que a balança representa quando se retira de cada prato 3 cubos (valor x cada) e 1 peso (5 kg).
- Qual é a massa de cada cubo?

A atividade proposta tinha por objetivos determinar a equação do 1º grau a partir da figura, aplicar o princípio aditivo e determinar o valor desconhecido da incógnita x .

Vejamos a seguir as respostas realizadas por alguns alunos.

Figura 20 Resposta da atividade 4 pela aluna Kel, Grupo 4



Fonte: Da pesquisa, 2018.

Vemos nas respostas apresentadas pela aluna os erros sucessivos. Erro ao equacionar a situação proposta, ao aplicar o princípio aditivo e ao determinar o valor da massa de cada cubo.

Figura 21 Resposta da atividade 4 pelo aluno Jer, Grupo 5

a) Determine a equação que a balança está representando.

*eu pensei que como cubo não tá dando
 sento $10+10+10+10+5=45$ 2 $10+10+10$
 $5+5+5=45$ qual deu igual*

b) Determine a equação que a balança representa quando se retira de cada prato 3 cubos (valor x cada) e 1 peso (5 kg).

$4x + 2 \times 5 = x + 15$

c) Qual é a massa de cada cubo?

10 kg

$x + x + x = 40 = x + x + x + 40 + 80 + 70$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

O aluno fugiu ao padrão de resolução da questão, mas por meio de tentativa encontrou o valor da variável x . Isto exprime o que Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.47), afirmam, isto é, que as atividades investigativas proporcionam ao aluno escrever matematicamente sua forma de pensar.

Figura 22 Resposta da atividade 4 pela aluna Cla, Grupo 2

a) Determine a equação que a balança está representando.

$x + x + x + x = x + x + x + 5 + 5 + 5$

b) Determine a equação que a balança representa quando se retira de cada prato 3 cubos (valor x cada) e 1 peso (5 kg).

$x + 5 = 5 + 5 + 5$

c) Qual é a massa de cada cubo?

*Eu multipliquei 10, eu pensei em 20 mais oi
 eu somei e deu em um 85 e outra deu 75,
 oi decidi em somar com 10, que deu os dois
 45*

Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna distribuiu corretamente a quantidade de variável x nos dois membros da equação. Apresentou erro no item b, pois não subtraiu o valor 5 nos dois membros. Para calcular o valor da massa de cada cubo fez uso da substituição de variável por um valor numérico, concluindo que o valor procurado é 10.

Figura 23 Resposta da atividade 4 pelo aluno Ita, Grupo 3

a) Determine a equação que a balança está representando.
 $x+x+x+x+5 = x+x+x+5+5$

b) Determine a equação que a balança representa quando se retira de cada prato 3 cubos (valor x cada) e 1 peso (5 kg).
 Na esquerda fica 10kg - Na direita fica 10kg

c) Qual é a massa de cada cubo?
 10kg

Fonte: Da pesquisa, 2018.

O erro surge quando o aluno conclui que em cada lado fica o valor igual a 10. O aluno deveria escrever uma equação equivalente à inicial. Também fica evidente a não aplicação do princípio aditivo, em que o aluno subtrairia $3x$ e um dos pesos de valor 5 g de ambos os pratos da balança.

Figura 24 Resposta da atividade 4 pelo aluno Gab, Grupo 3

a) Determine a equação que a balança está representando.
 $x+x+x+x+5 = x+x+x+5+5$

b) Determine a equação que a balança representa quando se retira de cada prato 3 cubos (valor x cada) e 1 peso (5 kg).
 ~~$x+x+x$~~ $x+5 = x+x+x+5+5$

c) Qual é a massa de cada cubo?
 Porque a balança fica 10
 A mesma quantidade então o cubo faz 10

Fonte: Da pesquisa, 2018.

Pelas respostas apresentadas fica evidente que o aluno já consegue resolver questões envolvendo expressões algébricas.

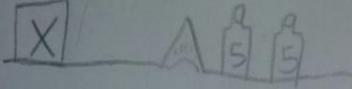
Figura 25 Resposta da atividade 4 pelo aluno Pet, Grupo 1

a) Determine a equação que a balança está representando.

$$x+x+x+x+5 = x+x+x+5+5+5$$

Eu consegui resolver porque o professor explicou no quadro e eu entendi

b) Determine a equação que a balança representa quando se retira de cada prato 3 cubos (valor x cada) e 1 peso (5 kg).



Eu consegui fazer porque eu prestei atenção na pergunta e entendi

c) Qual é a massa de cada cubo?

10. Porque vai ficar 45 grammas de cada lado.

$$4x = 5+5 = 10 \quad 5+5+5$$

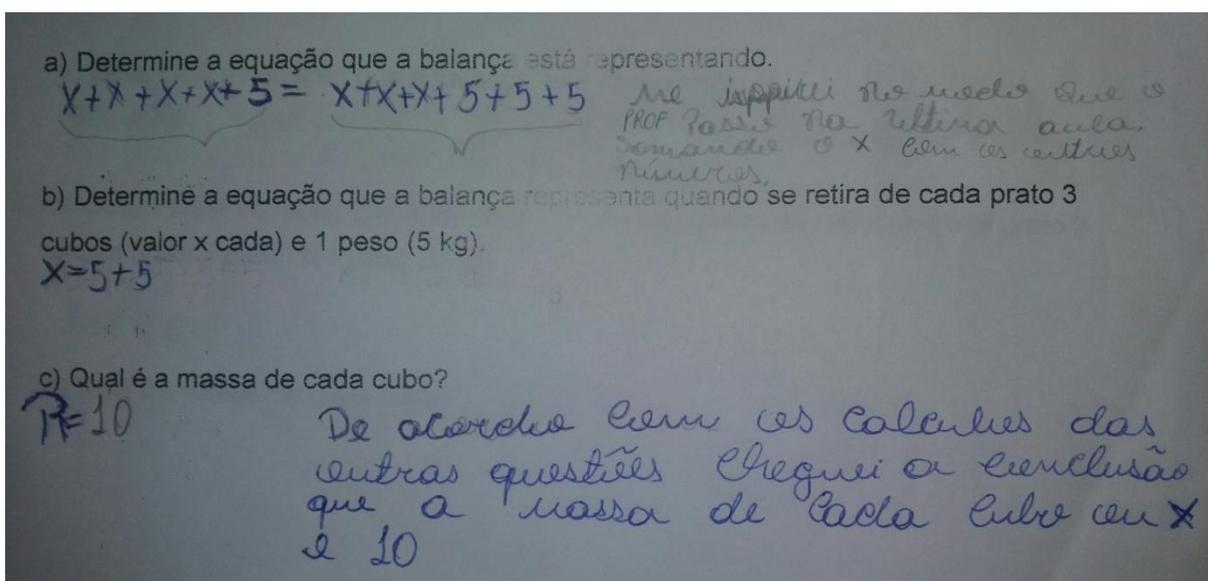
10

Eu descobri porque eu somei o peso de cada lado

Fonte: Da pesquisa, 2018.

É fundamental que o professor faça o aluno compreender o comando da questão e os meios que deverão ser usados para chegar a uma resposta. Percemos a distribuição dos termos no primeiro membro e segundo membro da equação, todavia, não houve a soma dos coeficientes da incógnita e termos independentes. O aluno fez a aplicação correta do princípio aditivo retirando $3x$ e em seguida subtraindo 5 nos dois lados da igualdade. Mesmo o aluno tendo escrito o valor 10 g como a massa do cubo, não podemos afirmar se houve a percepção do mesmo sobre o valor da incógnita x sendo o resultado da soma dos dois pesos restantes.

Figura 26 Resposta da atividade 4 pela aluna Cam, Grupo 1



Fonte: Arquivo pessoal, 2018.

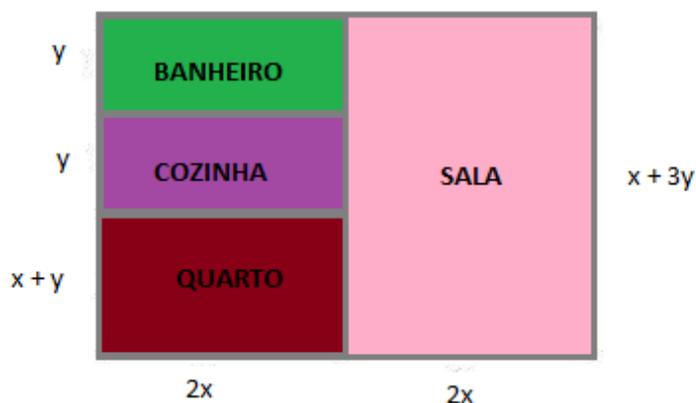
A aluna soube relacionar a atividade apresentada com as demais já desenvolvidas por eles.

As atividades seguintes foram realizadas com os alunos após o exame de qualificação, dando continuidade a atividade investigativa.

ATIVIDADE 5: DETERMINANDO ÁREA

Adaptada da dissertação de Brum, (2013).

A planta de uma casa, em que os cômodos têm a forma de retângulos, está ilustrada na figura e as dimensões dos cômodos estão indicadas na planta.

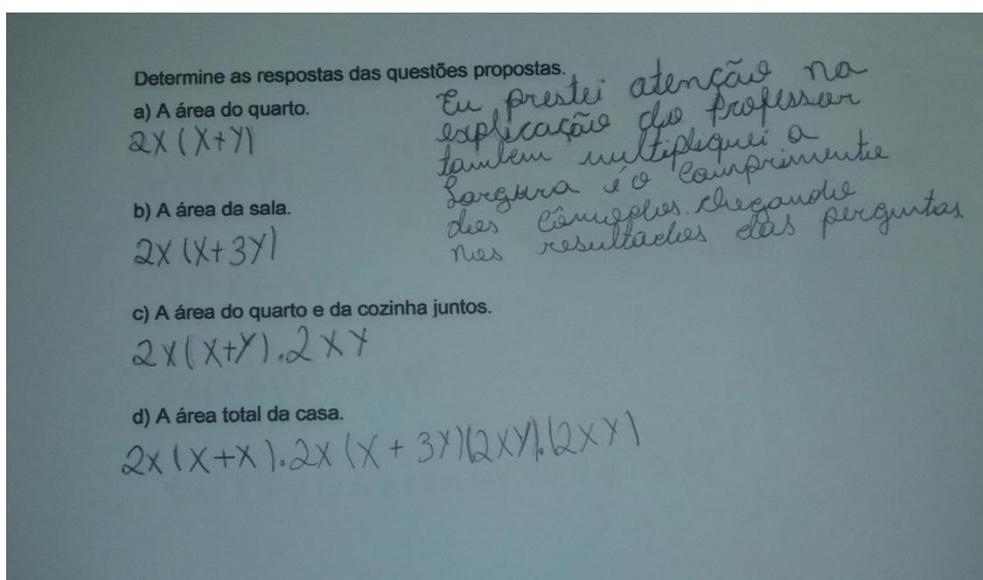


Determine as respostas das questões propostas.

- a) A área do quarto.
- b) A área da sala.
- c) A área do quarto e da cozinha juntos.
- d) A área total da casa.

O objetivo desta atividade é saber como os alunos calculam a área de uma figura plana com medidas algébricas, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, multiplicação e adição de variáveis, além de propriedade da potenciação.

Figura 27 Resposta da atividade 5 pela aluna Mili do grupo 1



Fonte: Da pesquisa, 2018.

Inicialmente a aluna respondeu corretamente aplicando o produto das dimensões de cada cômodo sem aplicar a propriedade distributiva. No momento de juntar as áreas do quarto e da cozinha juntos, bem como a área total da casa houve erro por não aplicar o sinal de adição indicando a soma.

Figura 28 Resposta da atividade 5 pelo aluno Tony do grupo 5

Determine as respostas das questões propostas.

a) A área do quarto.
 $(2x)(x+y)$ → eu somo e multiplico a base pela largura

b) A área da sala.
 $(2x)(x+3y)$

c) A área do quarto e da cozinha juntos.
 $(2x)(x+y) + (2x)y$ → eu somei a área do quarto mais a área da cozinha ;

d) A área total da casa.
 $(2x)(x+y) + (2x)y + (2x)(x+3y) + (2x)y$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

Podemos perceber na resposta do aluno a compreensão de como explicitar a área de uma região retangular, pois, o mesmo cita o seu procedimento. A área total pedida foi calculada somando cada parte separadamente.

Figura 29 Resposta da atividade 5 pela aluna Cla do grupo 2

Determine as respostas das questões propostas.

a) A área do quarto.
 $2x \cdot (x+y)$ Com ajuda dos meus amigos comila e samuel eu consegui fazer, bom, eu coloquei o comprimento depois a largura.

b) A área da sala.
 $2x(x+3y)$ Primeiro eu coloquei a largura $2x$ e depois eu coloquei o comprimento $x+3y$

c) A área do quarto e da cozinha juntos.
 $2x(x+y) \cdot y$ Eu coloquei $2x$ ai depois dei parentese coloquei $x+y$ e dei parentese ai dei parentese e coloquei y .

d) A área total da casa.
 $xy(x+y) + 3y(2x)(2x)$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

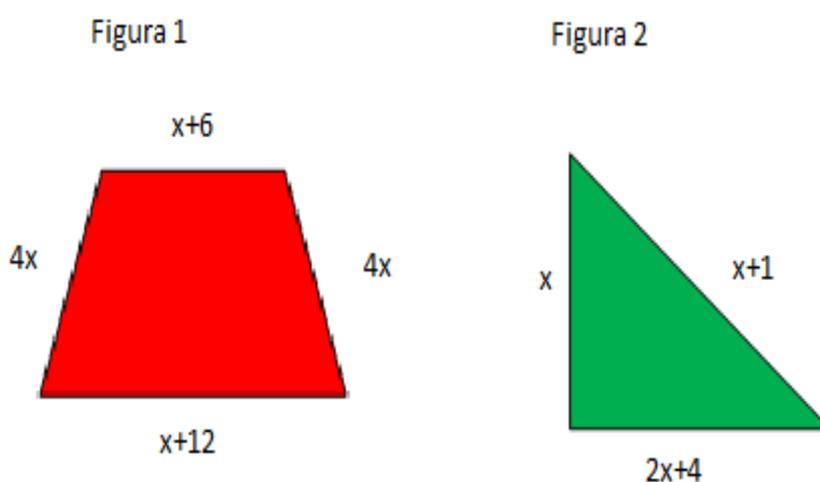
Vemos na fala da aluna uma ênfase na ideia de colaboração para buscar responder a atividade proposta. Salientamos que é muito importante quando os alunos dividem seus saberes, pois desse modo confrontam “suas estratégias,

conjecturas e justificações, cabendo ao professor o papel de mediador” Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.41). Os dois primeiros itens foram respondidos corretamente, em que a aluna indica o que é a largura e o comprimento e faz o produto desses termos. Em seguida, percebemos erros em relação à falta do sinal de adição e o uso de parêntese.

ATIVIDADE 6: CALCULANDO PERÍMETRO

Adaptada da dissertação de Brum (2013).

Analise as medidas dos lados do trapézio e do triângulo abaixo.



- Determine o perímetro da figura 1 e da figura 2.
- Determine a soma entre o perímetro do trapézio e o perímetro do triângulo.

Esta atividade investigativa tem como objetivo saber como os alunos trabalham com a adição e a subtração de termos algébricos, além de verificar se compreendem que o perímetro é a soma das medidas dos lados da figura.

Figura 30 Resposta da atividade 6 pela aluna Lyn do grupo 3

Figura 1

Figura 2

$4x + 4x + x + 6 + x + 12 = 10x + 18$

$x + 2x + 4 + x + 1 = 4x + 5$

a) Determine o perímetro da figura 1 e da figura 2.

b) Determine a soma entre o perímetro do trapézio e o perímetro do triângulo.

$10x + 18 + 4x + 5 = 14x + 23$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

Podemos ver que a aluna compreendeu o significado de perímetro, pois, adicionou corretamente os termos algébricos. Um erro é visto na ausência do sinal de adição no perímetro do triângulo.

Figura 31 Resposta da atividade 6 pelo aluno Jer do grupo 5

Figura 1

Figura 2

$x + 6 + x + 12 + 4x + 4x = 10x + 18$

$x + 1 + 2x + 4 = 3x + 5$

a) Determine o perímetro da figura 1 e da figura 2.

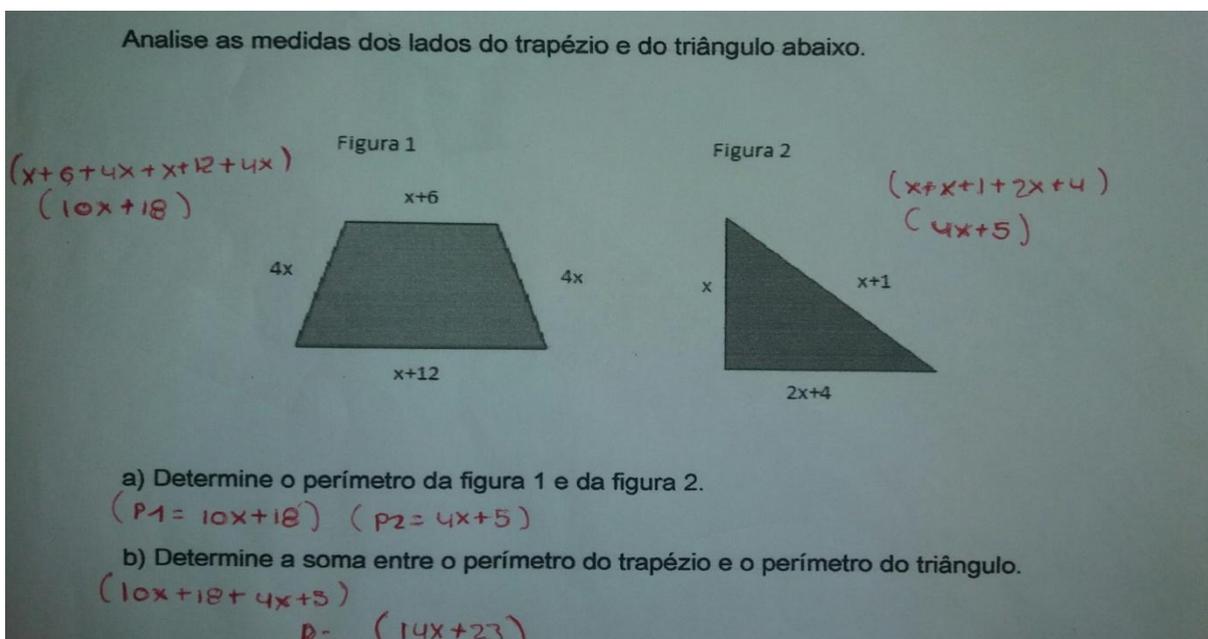
b) Determine a soma entre o perímetro do trapézio e o perímetro do triângulo.

$10x + 18 + 3x + 5 = 13x + 23$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

Pela resposta dada podemos perceber alguns erros cometidos pelo aluno. Houve troca de variável, imprecisão na hora de adicionar os termos algébricos. Isso nos faz crer que o aluno não assimilou o conceito de perímetro.

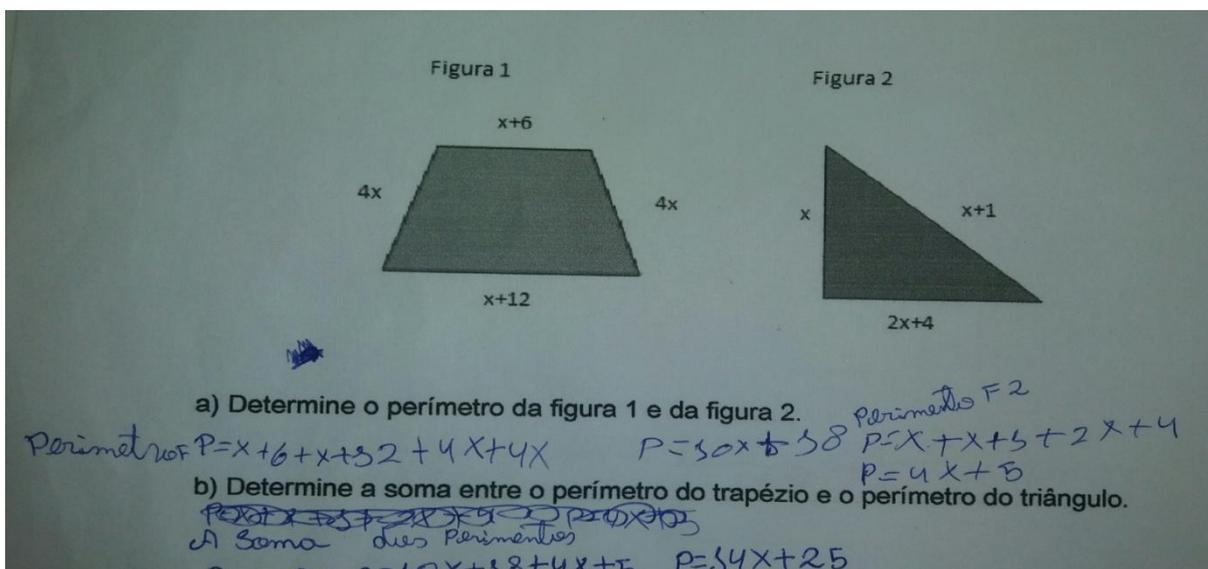
Figura 32 Resposta da atividade 6 pelo aluno Dan do grupo 1



Fonte: Da pesquisa, 2018.

Analisando a resposta do aluno, vemos que a mesma foi dada conforme o esperado, aplicando corretamente o conceito de perímetro.

Figura 33 Resposta da atividade 6 pela aluna Cla do grupo 2

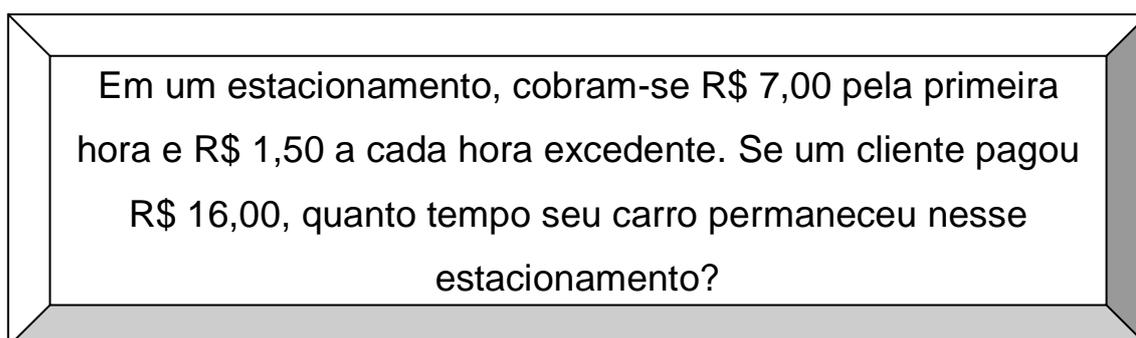


Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna apresentou uma resposta satisfatória, havendo apenas um pequeno erro no momento de adicionar os termos sem variável.

ATIVIDADE 7: EQUACIONANDO PROBLEMAS

O professor Paulo apresentou a seus alunos este problema:



Você deverá representar esse problema por meio de uma equação do 1º grau e determinar o tempo pelo qual o carro permaneceu no estacionamento.

Essa questão tem como objetivo levar o aluno a aplicar uma equação do 1º grau na resolução de uma situação proposta.

Figura 34 Resposta da atividade 7 pelo aluno Jer do grupo 5

O professor Paulo apresentou a seus alunos este problema:

Em um estacionamento, cobram-se R\$ 7,00 pela primeira hora e R\$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R\$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu nesse estacionamento?

Você deverá representar esse problema por meio de uma equação do 1º grau.

Handwritten calculations on the left side of the page:

- 1 7,00
- 2 8,50
- 3 10,00
- 4 11,50
- 5 13,00
- 6 14,50
- 7 16,00

O aluno não compreendeu o comando da atividade. Sua habilidade foi ineficiente para representar a situação proposta através de uma equação do primeiro grau. Por outro lado, percebemos o cálculo efetuado para determinar o valor pago a cada hora excedente.

Figura 35 Resposta da atividade 7 pela aluna Gis do grupo 3

O professor Paulo apresentou a seus alunos este problema:

Em um estacionamento, cobram-se R\$ 7,00 pela primeira hora e R\$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R\$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu nesse estacionamento?

Você deverá representar esse problema por meio de uma equação do 1º grau.

Chamar a hora excedente de x
 Preço = $7,00 + 1,5 \cdot x$
 $1,5 \cdot x + 7 = 16$

TEMPO HORA	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
VALOR P.	7	8,5	10	11,5	13	14,5	16

Handwritten calculations on the left:
 1ª - $7 + x \cdot 1,5$
 2ª - $7 + 1,5 \cdot 1$
 3ª - $7 + 1,5 \cdot 2$
 4ª - $7 + 1,5 \cdot 3$
 5ª - $7 + 1,5 \cdot 4$
 6ª - $7 + 1,5 \cdot 5$
 7ª - $7 + 1,5 \cdot 6$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna começou respondendo chamando o termo desconhecido de uma variável, neste caso, de x . Sua resposta apresenta o preço a pagar total como sendo o preço fixo de 7 reais adicionado a cada hora excedente multiplicada por 1,5. Para uma resposta mais precisa faltou dizer quanto tempo o carro ficou no estacionamento.

Figura 36 Resposta da atividade 7 pela aluna Nat do grupo 4

O professor Paulo apresentou a seus alunos este problema:

Em um estacionamento, cobram-se R\$ 7,00 pela primeira hora e R\$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R\$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu nesse estacionamento?

Você deverá representar esse problema por meio de uma equação do 1º grau.

Chamar a hora excedente de x
 Preço = $5,00 + 1,5 \cdot x$
 $1,5x + 7 = 16$

Tempo em hora	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Valor Pago	7	8,5	10	11,5	13	14,5	16

Handwritten calculations on the right:
 $5 + 1,5 \cdot 1 = 6,5$
 $5 + 1,5 \cdot 2 = 8$
 $5 + 1,5 \cdot 3 = 9,5$
 $5 + 1,5 \cdot 4 = 11$
 $5 + 1,5 \cdot 5 = 12,5$
 $5 + 1,5 \cdot 6 = 14$
 $5 + 1,5 \cdot 7 = 15,5$
 $5 + 1,5 \cdot 8 = 17$

Fonte: Da pesquisa, 2018.

A aluna representou a situação com uma equação do primeiro grau, fez uso de uma tabela, todavia, não expressou o tempo que o veículo ficou estacionado.

Figura 37 Resposta da atividade 7 pelo aluno Pet do grupo 1

O professor Paulo apresentou a seus alunos este problema:

Em um estacionamento, cobram-se R\$ 7,00 pela primeira hora e R\$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R\$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu nesse estacionamento?

Você deverá representar esse problema por meio de uma equação do 1º grau.

Tempo	1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o	6 ^o	7 ^o
Valor Pago	7	8,5	10	11,5	13	14,5	16

Chamar a hora excedente de x

Preço = 1,50 · x + 7 = 16 ELE ficou 7 horas no estacionamento

Fonte: Da pesquisa, 2018.

O aluno denominou o tempo excedente de x, e soube escrever a equação do primeiro grau usando a incógnita. Efetuou o cálculo na tabela e determinou o tempo de permanência do carro no estacionamento.

Salientamos que durante a realização das atividades investigativas ficou evidente a presença dos quatro momentos principais da investigação definidos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.20). Sendo assim descrito: O primeiro momento abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro momento inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

5.3 Reflexões sobre a aplicação e os resultados obtidos

Convém explicitar inicialmente, que os trabalhos realizados em sala de aula, com a proposta da metodologia da Investigação Matemática motivou aos alunos a trabalharem com as atividades propostas.

A atividade 1 com o título “Escrevendo em linguagem algébrica”, foi a primeira apresentada aos alunos. Convém destacar que os alunos não haviam tido até aquele momento aulas pertinentes ao conteúdo contido na atividade, logo, o contato com a álgebra elementar ocorreu por meio da tarefa apresentada.

Justificamos o parágrafo anterior dizendo que a Álgebra hoje é apresentada formalmente aos alunos do Ensino Fundamental somente a partir do 7º ano quando letras são usadas para representar números e de acordo com Souza e Diniz (1996), de forma fragmentada, abstrata e descontextualizada sem a preocupação com formação do conceito da variável em suas diversas formas.

Lins e Gimenez (1997, p. 10) salientam que “é preciso começar mais cedo o trabalho com a Álgebra, e de modo que esta e a Aritmética desenvolva-se juntas uma implicada no desenvolvimento da outra”. Quando se faz uma ruptura entre a abordagem da Aritmética e a Álgebra o estudante não consegue perceber essa relação e encara como se fosse uma nova Matemática, a Matemática das letras como novas regras, fórmulas e aplicações; e isso impede que ele consiga fazer a associação entre os dois campos matemáticos, trazer os conceitos já absorvidos na Aritmética e aplicá-los na Álgebra de forma mais natural.

A turma foi dividida em cinco grupos com quatro componentes e cada aluno recebeu uma cópia da atividade. Após a leitura minuciosa da atividade os alunos não apresentaram tanta dificuldade de compreender como seria o procedimento. Ao analisarmos os resultados produzidos pelos (as) alunos (as), pudemos perceber que havia divergência entre as várias respostas.

Para Ponte (2005), há muitos anos, a fundamentação da Álgebra era baseada em equações e na sua manipulação. Outros autores enfatizam a finalidade da Álgebra para a resolução de problemas. Porém, nos tempos atuais, um dos objetivos da Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. O aluno por sua vez deverá saber fazer uso desse pensamento para resolver situações contextualizadas. Os erros contidos nas respostas dos alunos acontecem exatamente pela escassez do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais. Esses erros

relacionam-se à passagem da língua natural ou figural para a linguagem matemática.

Analisando a atividade 2, “Máquina de números – letras em lugar de números”, de um modo geral, os erros cometidos pelos(as) alunos(as) aparecem em função de não terem o pensamento algébrico como habilidade e não associado à capacidade de estabelecer generalizações e relações.

Desse modo, o pensamento algébrico está associado à capacidade de estabelecer generalizações e relações, interpretar situações e resolver problemas. Mason (1996) acentua que a generalização é o coração da Matemática. O trabalho voltado para a exploração de padrões é uma das vias para se desenvolver a capacidade de generalização com o reconhecimento das relações existentes entre as variáveis envolvidas. Este também possibilita a construção de uma regra geral.

Durante a realização desta atividade destacamos alguns diálogos nos quais percebemos a contribuição dos mesmos em relação às descobertas feitas pelos alunos, como por exemplo, no grupo 1.

Diálogo 1

Professor: Quais dificuldades vocês tiveram para responder a questão?

Cam: a minha foi exatamente em entender a pergunta

Pet: depois que eu entendi, tive dificuldade de multiplicar na máquina o número decimal

Tha: eu tive dificuldade, professor

Dan: eu não entendi como adicionar esse y na questão

Professor: E quanto vale esse y ?

Pet: eu acho que vale 2

Cam: eu acho que y representa um número

Professor: Isso mesmo! Mas, se fosse um “ m ” no lugar de y ?

Tha: não iria mudar nada, porque um número desconhecido pode ser indicado por qualquer letra

Professor: Vocês são capazes de inventar outra máquina?

Dan: sim!

Professor: Dê um exemplo

Dan: divide o número por 2 e soma 10 ao resultado

Professor: Muito bem!

Para que uma aula de investigação tenha sucesso, também é necessário um ambiente de aprendizagem propício, em que:

o aluno se sinta a vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos colegas” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2006, p.28).

Partindo desse princípio, o diálogo foi muito importante para nosso trabalho investigativo, em que podemos conhecer mais de perto o pensamento algébrico dos (as) alunos (as).

A atividade 3 foi desenvolvida com o título “Explorando a ideia de equilíbrio”. Os alunos deveriam escrever uma equação do 1º grau que representasse a situação proposta. Analisando as respostas dos alunos percebemos que a maioria conseguiu chegar numa expressão algébrica equivalente à solicitada. O comando da questão não pedia para o aluno determinar o valor da variável. No entanto, alguns tentaram responder atribuindo um valor numérico para cada latinha de valor x .

Na realização da referida atividade gerou uns dos diálogos, qual descreveremos logo a seguir.

Dan: Que número vou usar?

Professor: Dan repita o que você perguntou

Dan: posso usar o 25, 50, 80 ou precisa ser número igual?

Professor: Observe que o valor da latinha em todas é igual a x

Pet: então vai ser 50

Professor: Nós não sabemos o valor da latinha

Cam: o valor que der aqui vai ser aqui também?

Professor: Exatamente!

Dan: Ah!

Dan: posso usar números para ver se fica igual os lados?

Professor: Primeiro tente escrever a equação

Professor: Jer quantas latinhas há em cada prato?

Jer: cinco e três

Professor: E quanto vale esse x ?

Jer: vale 10

Professor: Porque vale 10?

Jer: porque x vale 10 em romano

Professor: Esse x está representando um número desconhecido. Podemos usar qualquer outra letra.

Cas: entendi.

Diferentemente de como ocorre numa aula dita normal, a prática dos diálogos foi útil para compreendermos como os alunos raciocinam diante de um problema a solucionar.

Na atividade 4 com o título “Resolvendo equação”, tínhamos o objetivo de investigar como os alunos escreveriam uma equação do 1º grau a partir da observação da figura. Depois através de processos aditivos escreverem uma equação equivalente e determinar o valor do termo desconhecido.

Estes objetivos foram alcançados pela maioria dos alunos, que após formularem suas conjecturas perceberam que nem todos os números podem ser solução de uma equação. O erro mais verificado apresentado pelos alunos foi o de atribuir à variável, qualquer valor numérico, a fim de mostrar o equilíbrio entre os dois membros da equação.

A atividade 5 com o título “Determinando área”, teve como objetivo saber como os alunos calculam a área de uma figura plana com medidas algébricas na largura e no comprimento, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, multiplicação e adição de variáveis, além de propriedades da potenciação.

Analisando as respostas desta atividade percebemos alguns erros em relação à escrita do perímetro no lugar da área. Outro erro encontrado diz respeito à soma de variáveis iguais.

Dando sequência temos a atividade 6 com o título “Calculando perímetro”. Nosso objetivo nessa atividade é saber como os alunos trabalham com a adição e a subtração algébrica, além de verificar se compreendem o perímetro como sendo a soma da medida dos lados da figura.

Aqui encontramos poucos erros. O conceito de adição está mais internalizado nos alunos, facilitando assim, a operação de soma dos termos algébricos.

Finalizando a etapa de atividades, apresentamos a questão 7 com o título “Equacionando problemas”, cujo objetivo foi conduzir ao aluno a aplicar uma equação do primeiro grau na resolução de uma situação proposta. A maior

dificuldade a qual pudemos constatar está relacionada ao emprego de uma letra para indicar um valor desconhecido numa situação problemática.

Em consonância com as pesquisas encontradas na revisão de literatura encontramos algumas similaridades entre o nosso trabalho e os pesquisados. Nós tratamos de analisar como o uso da Investigação Matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de Álgebra Elementar, especificamente as equações do 1º grau. O trabalho de Baccarin (2012) traz como objetivo geral analisar o desenvolvimento de atividades que envolvam vários processos de investigação ou resolução num contexto matemático, buscando identificar a ocorrência da formação de conceitos algébricos por meio da ação do sujeito. Assim, é possível perceber “o primeiro momento de uma investigação que é o reconhecimento da situação e sua exploração preliminar e a formulação de questões”, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.20).

Justificamos o uso do termo “exploração preliminar” dentro de nossa pesquisa tomando como base o desconhecimento dos sujeitos sobre conceitos algébricos aplicados a equação do primeiro grau.

Na realização da nossa pesquisa como já descrito no capítulo da Metodologia, dividimos os sujeitos em grupos para a realização das atividades de investigação, conforme aponta os autores abaixo:

Uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases, o que pode acontecer numa aula ou conjunto de aula: primeira, introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito; segunda fase, realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e por último, discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2006, p.25)

Salientamos que todos os grupos compostos por quatro alunos, receberam as orientações preliminares, as atividades por escrito, todavia os grupos 1 e 2 absorveram mais claramente o conceito de investigação matemática definido por Ponte, Brocardo e oliveira (2006), durante as etapas desta investigação.

Nós garantimos, mediante o momento inicial, a compreensão dos alunos a respeito das atividades que seriam realizadas. Desse modo, ficamos na retaguarda, buscando compreender como os trabalhos dos alunos estavam sendo processados e prestando o apoio necessário.

Por fim, salientamos a positividade das explorações desenvolvidas pelos alunos, pois as atividades investigadas geraram exploração e formulação de questões; conjecturas; testes e reformulação; justificação e avaliação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Aqui queremos apresentar algumas considerações abrangendo a prática pedagógica desenvolvida com os alunos sujeitos da pesquisa. Tomo como alicerce para essa exposição o objetivo geral que consistiu em analisar como o uso da Investigação Matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de Álgebra Elementar (equação do 1º grau) em uma turma de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental além dos objetivos específicos.

Trazemos também para nossas discussões, a questão norteadora desta pesquisa que se expressa da seguinte forma: Como a aplicação de atividades investigativas sobre equações de primeiro grau pode contribuir para aprendizagem de alunos do 7º ano?

Para responder nossa questão de pesquisa, foram desenvolvidas sete atividades, as quais enfatizaram a metodologia de Investigação Matemática. Cada atividade trabalhada possui um ou mais objetivos bem definidos.

Os resultados produzidos a partir desse trabalho de investigação matemática nos apontam que o uso de atividades investigativas pode constituir um meio eficaz no processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Álgebra Elementar. Podemos afirmar que as atividades advindas da metodologia Investigação Matemática proporcionaram certa autonomia aos alunos, favorecendo-lhes a busca pelo conhecimento, apesar da incidência de erros relativos, sobretudo, em relação às operações aritméticas.

As atividades investigativas contribuíram no sentido de que os alunos buscassem estratégias diversas para solucionarem as questões propostas. Em suas estratégias procuraram resolver questões de áreas, perímetros e equações. As atividades contribuíram para os alunos testarem suas conjecturas, repensarem a forma mais correta de uma solução.

Na qualidade de pesquisador, afirmamos que as atividades de Investigação Matemática produziram nos alunos um espírito investigativo, e assim, possibilitaram

a aprendizagem de equações do primeiro grau bem como de outros conteúdos pertinentes à Álgebra Elementar. Ainda ressaltamos que o trabalho desenvolvido na sala de aula em que tomou como base o uso da Investigação Matemática, provocou os alunos a trabalharem com as atividades que lhes foram propostas.

Buscamos um aprofundamento no assunto, estudando vários autores que abordam sobre esta temática, e diante desta pesquisa, e bem como dos resultados obtidos da pesquisa, salientamos que o uso da investigação matemática possibilita ao aluno a construção de seu saber, deixando de ser um ouvinte passivo das explicações do professor, e ainda pode auxiliar no desenvolvimento afetivo e social dos estudantes, além de estimular a curiosidade e a criatividade.

Consideramos que a presente pesquisa tem alcançado os objetivos esperados com a aplicação das Atividades Investigativas. Tais objetivos assim descritos: Primeiro, descrever as estratégias utilizadas por alunos do 7º ano no desenvolvimento de tarefas de investigação matemática que contemplem as várias concepções de álgebra. As atividades propostas contemplam as várias concepções de álgebra, pois, abrangem os cálculos algébricos para determinar áreas, perímetros, letras como símbolos abstratos e resolução de equações a partir de um problema. O segundo objetivo que é analisar como os alunos aprendem Equações do 1º grau mediante o uso da Investigação Matemática, nos mostrou que perante uma situação proposta, auxiliada de uma figura representativa, como uma balança de dois pratos, o aluno é capaz de aprender fazer relações com uma equação e resolvê-la.

Para além dos objetivos e atendendo as ações em uma aula de investigação, afirmamos que os alunos trabalharam em grupo e mostraram respeito pelos colegas, entraram em acordo com as divergências de cada questão sem brigas e quando um colega do grupo não entendia como os demais colegas estavam pensando no desenvolvendo da questão, eles tentavam explicar o seu pensamento para o colega. A realização de atividades de investigação na sala de aula parece ser fundamental quando se pretende que os alunos sejam construtores ativos do seu próprio conhecimento.

Apontamos que é pertinente em tempos de mudança curricular via BNCC (2017) e, sobretudo, das construções dos currículos de cada Estado e/ou Projeto político Pedagógico das Escolas a exploração por parte dos (as) professores (as) da metodologia investigação matemática. Pelas mudanças ocorridas na BNCC (2017),

a unidade de Álgebra começará a ser trabalhada nas séries iniciais do Ensino Fundamental, e isso não implica um adiantamento do conteúdo, mas trabalhar um modo de pensar que será utilizado mais tarde, quando for trabalhado equações, típico da Álgebra.

Apontamos a importância dessa metodologia e é interessante ser explorada junto à Formação dos futuros professores que ensinam Matemática (Matemática e Pedagogia) e, na formação continuada mediante formação de grupos de estudo no âmbito das escolas.

Em nosso trabalho tivemos certa limitação para que ocorresse um melhor desempenho durante a realização das aulas de investigação matemática. Limitação sentida mediante uma carga horária muito extensa do pesquisador que durante o tempo de pesquisa estava atuando em sala de aula com outras quatro turmas além da turma dos sujeitos investigados.

Sugerimos em face da grande relevância deste trabalho continuidade da pesquisa, pois, as mudanças curriculares requerem metodologias de ensino e aprendizagens diferenciadas. E, sugerimos a continuidade deste trabalho focalizando: Como a Investigação Matemática contribui na exploração dos erros algébricos?

Mediante o exposto, ficou evidente que o professor, como um orientador da aprendizagem precisa buscar diferentes maneiras de ensinar, fazendo uso de metodologias diferentes e de instrumentos didáticos que contribuem em suas aulas e atividades. Ele deve proporcionar aos seus alunos as experiências matemáticas que os permitam se tornar mais autônomos, independentes e críticos, por isso uma das formas de promover essa situação exposta, seria a “Metodologia da Investigação Matemática” como uma ferramenta eficaz de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, sendo usada em sala de aula como maneira de possibilitar o saber matemático de forma mais significativa ao estudante da educação básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, P; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. (Eds.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APM e Projecto MPT, 1999.

ARAUJO, E. A. **Contextualização do ensino da álgebra e formação de professores**. Disponível em

<http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr12c.doc>.

Acesso em: 24 de maio 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

BROCARD, H. **As investigações na aula de Matemática: um projecto curricular no 8º ano, 2001**. 621 f. Tese de Doutorado em Educação – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.

BROUSSEAU, G. Fondements et methods de La didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique de Mathématiques**, v. 7, n. 2, 1986, p. 33 –115.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2009. 3. ed.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papyrus, 2010. p. 11-33.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2009. 3. ed.

FIORENTINI, D; FERNANDES, F. L. P; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Disponível em:

<<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Firentini-Fernandes-Cristóvão2.doc>> .Acesso em: 03 out. 2005.

FIORENTINI, D. ; MIGUEL, A, ; MIORIN, M. A. Contribuições para um repensar... A educação algébrica elementar. **Pro-posições**. Vol. 4, nº 1, p. 78 – 91, 1993.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

HOGBEN, L. **Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos**. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

LAMONATO, M. **Investigando Geometria: aprendizagens de professoras da educação infantil**. 2007. 244p. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de São Carlos.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papyrus, 1997.

_____. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 5. ed. Campinas,SP: Papyrus, 2005

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MINAYO, M. C. de (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 30. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

MINAYO, M. C. S. (Org.); GOMES, R.; DESLANDES, S. F. **PESQUISA SOCIAL: Teoria, método e criatividade**. 30 ed. Petrópolis (RJ): Editora Vozes, 2011. 108 p.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

_____. **Álgebra no currículo escolar**. Educação e Matemática – Revista da Associação dos Professores de Matemática. Lisboa n. 85, nov./dez, 2005

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor**: explorando os conceitos de equação e função. 1º ed.. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2015.

RICHARDSON, J. A pesquisa qualitativa crítica e válida. In: RICHARDSON, R. J. et al. (Org) **Pesquisa Social**. 3ª ed. Revista e Ampliada. São Paulo: Atlas, 2012, p. 90 – 103.

ROCHA, H. R. **Uso de Jogos e Materiais Concretos no Ensino de Expressões Algébricas e Equações do 1º e 2º Grau no Ensino Fundamental**. Goiânia: Biblioteca da UFG, 2017.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p.66-91, 2000.

SOUZA, E. R; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra: das variáveis às equações e funções**. 2 ed. São Paulo: IME-USP, 1996. 111 p.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 2010.

APÊNDICE A – PESQUISAS REALIZADAS SELECIONADAS

Quadro 1 – Relação da tese e dissertações escolhidas

Autor	Título	Instituições	Ano
Regina Célia Grando	O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula	Universidade Estadual de Campinas	2000
Nathalia Tornisiello Scarlassari	Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do Ensino Fundamental	Universidade Estadual de Campinas	2007
Sandra Aparecida de Oliveira Baccarin	Investigação Matemática: uma análise da sua contribuição na construção de conceitos algébricos	Universidade de Brasília	2008
Odenise Maria Bezerra	Investigação histórica nas aulas de Matemática: avaliação de duas experiências	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	2008
Mírian do Rocio Guadagnini	O uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul	2013
Lauren Darold Brum	Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental em conteúdo de álgebra	Centro Universitário Franciscano de Santa Maria	2013
Edilaine Pereira da Silva	Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de Ensino	Universidade Estadual de Londrina	2013
Denise Benino Dourado Ribeiro	O uso da história das equações nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática na Educação Básica	Universidade Anhanguera de São Paulo	2015
Sheila HeydtRéquia Guerra	Investigação matemática: uma proposta de ensino de Estatística para o 8º ano do Ensino Fundamental	Centro Universitário Franciscano de Santa Maria	2015
Fernanda Heloisa Schmitt	Abordando Geometria por meio da investigação matemática: um comparativo entre o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental	Centro Universitário Univates	2015
Carlos Alberto Afonso de Almeida Júnior	Atividades Matemáticas investigativas e os desdobramentos de algumas etapas: um estudo de caso exploratório-descritivo realizado com uma professora	Centro Universitário Norte do Espírito Santo	2016

	atuante nos anos finais do Ensino Fundamental		
Maurício Mailan Lange	Álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental: Prática pedagógica com a utilização de material manipulável	Instituto Federal Sul-Rio-Grandense	2016
Luciana Castoldi	Equação de 1º grau: uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos	UPF – Universidade de Passo Fundo	2016
Caroline Rodrigues Trindade	O movimento de ensinar e aprender álgebra no Ensino Fundamental	Universidade Federal de Santa Maria	2017
Franciely Fabrícia de Souza Matsuda	Um ensino de equações de 1º grau com uma incógnita via Resolução de Problema	Universidade Estadual de Maringá	2017
Ludmila Maccali	Atividades investigativas para o ensino da álgebra em turmas de 7º ano e 9º ano do Ensino Fundamental	Centro Universitário Univates	2017
Hélio Roberto da Rocha	Uso de jogos e materiais concretos no ensino de Expressões Algébricas e Equações do 1º e 2º grau no Ensino Fundamental	UFG – Universidade Federal de Goiás	2017

Fonte: Do autor, 2017.

APÊNDICE B – DISSERTAÇÕES PORTUGUESAS SELECIONADAS

Quadro 2 Dissertações Portuguesas selecionadas

Autor	Título	Instituições	Ano
Eulália da Conceição Canada Barbeiro	A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita: uma análise dos erros e das dificuldades de alunos do 7º ano de escolaridade	Universidade de Lisboa	2012
Pedro Marcelo Pereira dos Santos Silva	Exploração do significado das expressões como forma de promover a aprendizagem de Equações literais e Polinômios no 8º ano	Universidade do Minho	2012
Catarina Dias Ferreira	Conexões Matemáticas em álgebra: um estudo com alunos do 7º ano de escolaridade	Universidade de Lisboa	2012
Dalila Maria Teixeira Farias da Silva	Aprendizagens algébricas e o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 8º ano	Universidade da Madeira	2013
Lúcia Maria Teixeira Lopes	A aprendizagem das noções elementares da álgebra e das equações no 7º ano de escolaridade	Universidade da Madeira	2014

Fonte: Do autor, 2018.

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DE CARACTERIZAÇÃO DA TURMA

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL MARIA CHALUB LEITE- Rio Branco – AC Decreto de Criação nº 130 de 25/02/1991 Fone: (68) 3226 3255 Email: mariachalubleite@hotmail.com	
NOME:	
ANO:	BIMESTRE:
DATA:/...../.....	
DISCIPLINA:	PROFESSOR:
CIENTES PAIS E/OU RESPONSÁVEIS:	

Instruções: Responda as questões abaixo com clareza e objetividade

1) Você reside na zona urbana em bairro próximo à escola ou em local considerado como chácara?

2) Qual o tipo de transporte utilizado para ir à escola? Quanto tempo você gasta para chegar até a escola?

() escolar () particular dos pais ou responsáveis

3) Participa de algum curso ou atividade fora da escola?

Se sim, marque um X se alguma opção abaixo você se enquadra.

() Informática básica () Matemática () Esportes () Artesanato () Dança () Crochê
 () Música () Outros

4) Você tem o hábito de estudar fora do horário de aula?

() Sim () Não Em caso afirmativo, quanto tempo em média? _____

5) Fale. Como você vê a disciplina de Matemática?

6) Como você resolveria a situação-problema? Em um pátio estão estacionados carros e motos, que totalizam 40 veículos e 140 rodas. Há quantas motos estacionadas nesse pátio? E quantos carros?

7) Como você gostaria de aprender o conteúdo de equação do 1º grau?

APÊNDICE D – ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO EM LINGUAGEM ALGÉBRICA

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

Linguagem usual	Expressões algébricas
O dobro de um número	
O triplo de um número mais cinco	
O dobro de um número mais quatro	
Um número mais sete	
O quádruplo de um número menos um	
O quadrado de um número mais um	
A metade de um número menos dois	

ATIVIDADE 2: MÁQUINA DE NÚMEROS – LETRAS EM LUGAR DE NÚMEROS

André e Emília resolveram brincar de inventar “máquinas de números”. Veja que legal!

André inventou uma máquina programada para **dobrar números**. A cada número que entra, a máquina fornece o dobro dele. Você se lembra: para encontrar o dobro, multiplicamos por 2.

Agora, considere a máquina aperfeiçoada por Emília e depois responda as questões propostas.



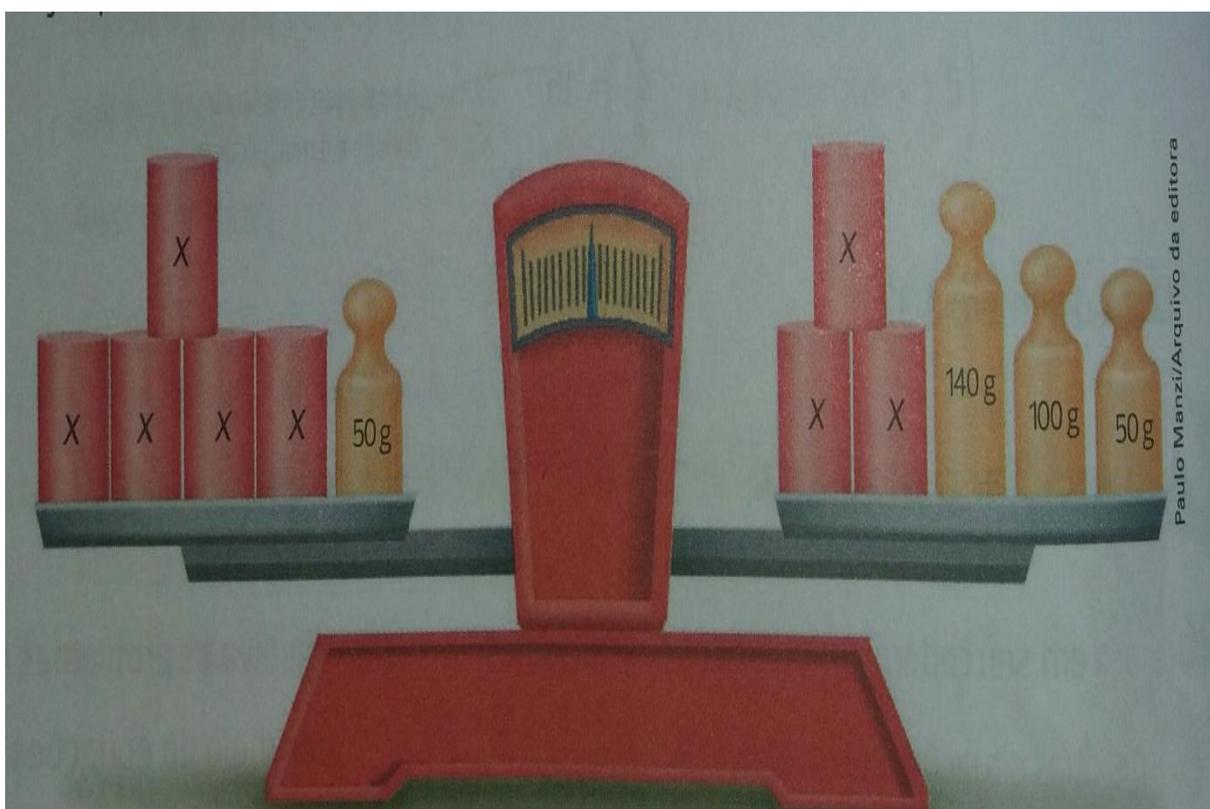
Fonte: Livro Projeto Teláris, 2015

- a) Se entrasse o número 20, que número sairia?
- b) Se entrasse o número -5 , que número sairia?
- c) Se entrasse o número 3,5, que número sairia?
- d) Se entrasse um número y qualquer, que número sairia?

ATIVIDADE 3: EXPLORANDO A IDEIA DE EQUILÍBRIO

A igualdade traduz uma ideia de equilíbrio. Equilíbrio faz a gente se lembrar de uma balança de dois pratos. Assim, uma equação (que é uma igualdade) pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio.

Observe abaixo a balança de pratos equilibrada e considere todas as latinhas com o mesmo “peso”, que vamos representar por x .

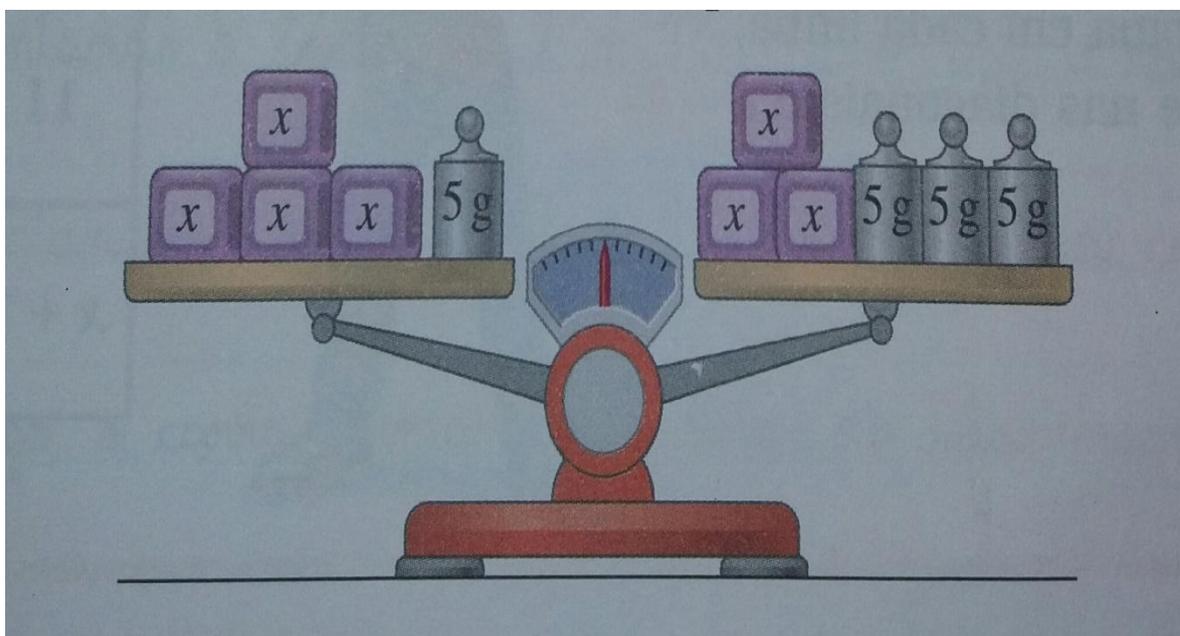


Fonte: Livro Projeto Teláris, 2015

Agora, determine uma expressão algébrica, em que denominamos de equação de 1º grau, que representa a situação ilustrada pela figura.

ATIVIDADE 4: RESOLVENDO EQUAÇÃO

O esquema a seguir mostra uma balança em equilíbrio.



Fonte: Livro componente curricular: Matemática, 2006.

- Determine a equação que a balança está representando.
- Determine a equação que a balança representa quando se retira de cada prato 3 cubos (valor x cada) e 1 peso (5 kg).
- Qual é a massa de cada cubo?

ATIVIDADE 5: DETERMINANDO ÁREA

Adaptada da dissertação de Brum, (2013).

A planta de uma casa, em que os cômodos têm a forma de retângulos, está ilustrada na figura e as dimensões dos cômodos estão indicadas na planta.



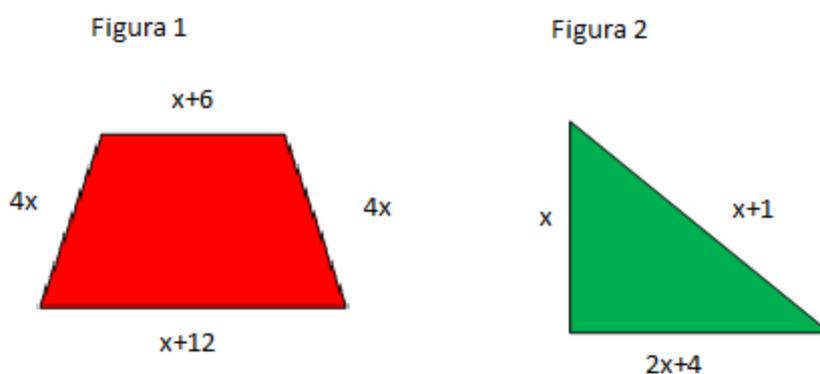
Determine as respostas das questões propostas.

- A área do quarto.
- A área da sala.
- A área do quarto e da cozinha juntos.
- A área total da casa.

ATIVIDADE 6: CALCULANDO PERÍMETRO

Adaptada da dissertação de Brum (2013).

Analise as medidas dos lados do trapézio e do triângulo abaixo.



- Determine o perímetro da figura 1 e da figura 2.
- Determine a soma entre o perímetro do trapézio e o perímetro do triângulo.

ATIVIDADE 7: EQUACIONANDO PROBLEMAS

O professor Paulo apresentou a seus alunos este problema:

Em um estacionamento, cobram-se R\$ 7,00 pela primeira hora e R\$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R\$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu nesse estacionamento?

Você deverá representar esse problema por meio de uma equação do 1º grau.

APÊNDICE E - AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA PARA DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Senhor diretor Francisco Egberto Gomes Damasceno, estamos enviando a Vossa Senhoria este termo a fim de pedir permissão para que possamos realizar a pesquisa sobre, “O uso da investigação matemática como ferramenta para o ensino de equação do primeiro grau no 7º ano do Ensino Fundamental”, de responsabilidade do pesquisador Silas Senhorinha de Alencar, na Escola Estadual de Ensino Fundamental Maria Chalub Leite.

Esta pesquisa justifica-se devido à mesma tratar-se de uma metodologia que, no caso, Investigação Matemática, possibilita a assimilação do conteúdo, de uma forma desafiadora que estimula o raciocínio, bem como a autonomia de resoluções e métodos de resolução, estimulando o estudante a compreender de modo significativo os conceitos matemáticos, bem como os processos de resolução das equações, não perpetuando assim dificuldades através dos anos escolares. O objetivo desta pesquisa é investigar se o uso da investigação matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de álgebra elementar em uma turma de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Os dados relacionados à identificação do estudante não serão divulgados e os resultados da pesquisa são para fins acadêmicos, mas com total garantia de sigilo e da confidencialidade das informações. Caso o Senhor tenha dúvida sobre o comportamento do pesquisador ou sobre as mudanças ocorridas na pesquisa que não constam no TCLE, e caso considerem-se prejudicados na sua dignidade e autonomia, vocês podem entrar em contato com o pesquisador Silas Senhorinha de Alencar pelo telefone (68) 999684071, ou com a Coordenação do curso de Pós-graduação na Universidade Federal do Acre com o meu orientador e Coordenador Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo pelo e-mail: mpecim.ufac@gmail.com.

Desse modo, se o senhor concordar que realizemos a pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações registradas neste Termo, pedimos que assine abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo também será assinado pelo pesquisador responsável é emitido em duas vias, das quais uma ficará com o senhor e a outra com o pesquisador.

Rio Branco – AC, ____ de março de 2018

Nome da Escola Participante: _____

Assinatura do Responsável pela Escola: _____

Nome do pesquisador: Silas Senhorinha de Alencar

Assinatura: _____

PÊNDICE F – TERMO DE ASSENTIMENTO DO MENOR

TERMO DE ASSENTIMENTO DO MENOR

Você está sendo convidado para participar do Estudo de Caso intitulado: **O uso da investigação matemática na aprendizagem de equação do primeiro grau no 7º ano**, sob a responsabilidade de **Silas Senhorinha de Alencar**, do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática / MPECIM – UFAC.

A sua colaboração é importante no sentido de participar; ajudar a testar/utilizar (em sala de aula/na escola) os instrumentos de mediação pedagógica, investigação matemática na aprendizagem de equação do 1º grau. A pesquisa será divulgada, no máximo, até o mês de Maio de 2018. Os resultados vão ser publicados, mas sem sua identificação, pois não falaremos, explicitamente, a outras pessoas das informações pessoais que nos fornecer; nem daremos a estranhos tais informações. Contudo, com sua autorização e a de seus pais, poderemos fazer o uso de algumas imagens. Se você ainda tiver alguma dúvida, você pode nos perguntar ou esclarecer através do número de celular que foi indicado no cartão. (999684071)

Eu _____ aceito participar desta pesquisa. Entendi os riscos, os benefícios e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir que não irá impactar nos estudos do pesquisador. O pesquisador tirou minhas dúvidas e conversou com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Rio Branco-AC, ___ de _____ de 2018.

Assinatura do menor

TERMO DE RESPONSABILIDADE DO PESQUISADOR

Eu, **Silas Senhorinha de Alencar**, apresentei todos os esclarecimentos, bem como discuti com os participantes as questões ou itens acima mencionados. Na ocasião expus minha opinião, analisei as angústias de cada um e tenho ciência dos riscos, benefícios e obrigações que envolvem os colaboradores. Assim sendo, me comprometo a zelar pela lisura do processo investigativo, pelo anonimato da identidade individual de cada um, pela ética e ainda pela harmonia do processo investigativo.

Rio Branco-AC, _____ de _____ de 201____.

Silas Senhorinha de Alencar
Mestrando MPECIM – UFAC
Matricula: 20172100024