# PROPOSTA DE OFICINA SOBRE A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA PROFESSORES COM FOCO EM ÁLGEBRA ELEMENTAR

Valquírio Firmino da Silva[1]

Universidade Federal do Acre - UFAC

## Justificativa teórica

É notório que o ensino da matemática vem passando por algumas mudanças no campo didático-metodológico, principalmente, no que se refere às metodologias de abordagem dos conteúdos partindo-se de situações-problema como se verifica nas propostas curriculares nacional e estadual. No Brasil, além dos PCNs essa perspectiva da Resolução de Problemas também é destaque de alguns trabalhos como sendo um objeto de estudo dentro da Educação Matemática. Eles argumentam que as propostas desta abordagem consideram a Resolução de Problemas não como um tópico, um padrão ou parte de um conteúdo, mas como uma postura pedagógica. Este enfoque é referido como *ensinar Matemática através da resolução de problemas*.

Essa metodologia é de certa forma, uma novidade para muitos professores, inclusive para nós. Somos exemplo de professor que durante a formação escolar e acadêmica (ensino fundamental até o superior) não tivemos contato com a resolução de problemas na perspectiva de uma metodologia de ensino. E, deste modo apresentamos muitas limitações e/ou dificuldades em relação à utilização dessa metodologia em nossa prática docente.

Diante disso e preocupado em discutir essa nova abordagem metodológica do ensino da matemática, focando primordialmente o uso da metodologia resolução de problemas no contexto da álgebra elementar pelos professores é que buscamos/propomos construir (a construção coletivamente) essa Oficina de RP juntamente com os quatro professores sujeitos da nossa pesquisa.

---

[1] Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre – UFAC. Especialista em Educação Matemática e Graduado em Licenciatura em Matemática pela UFAC. Docente Diretor da Escola Sheyla Nasserala
E-mail: valfirsil@gmail.com

## Fundamentação teórica

### Considerações sobre a Resolução de Problemas

Atualmente a Resolução de Problemas tem se destacado como uma das tendências em Educação Matemática no Brasil e no Mundo. Notadamente, nos anos 80 os estudos estavam mais direcionados para o ensino de estratégias de resolução de problemas, na linha de Polya. Nesse período, ensinar a resolver problemas se caracterizava em apresentar problemas depois de ensinar conceitos matemáticos.

Assim a resolução de problemas era utilizada como um objetivo ou um fim para o ensino de matemática. Porém, a partir dos anos 90, essa passou a ser vista como uma metodologia de ensino. Isto é, deixou de ser um fim para ser um dos meios pelo qual se deveria ensinar matemática. Sobre a resolução de problemas no ensino de matemática podemos encontrar diferentes concepções e compreensões. Foi "a partir dos Standards 2000 que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem de matemática *através* da resolução de problemas" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.80). Nessa direção Onuchic (1999), diz que a intenção de ensinar matemática por meio de resolução de problemas passa de,

> (...) ter um papel de atividade limitada de engajar os alunos, depois da aquisição de certos conceitos de determinadas técnicas, para ser tanto um meio de adquirir novo conhecimento como um processo no qual pode ser aplicado àquilo que previamente havia sido construído (p. 208).

Essa abordagem da matemática caracteriza uma prática tradicional do ensino de matemática que se baseava em técnicas de memorização, no uso de regras e algoritmos e, na repetição de exercícios. Ou seja, onde o professor apresentava o conteúdo e o aluno prestava atenção para memorizar, escrever e repetir por meio de exercícios rotineiros a técnica ou o processo apresentado constantes no livro didático. Em oposição a esta prática vigente, a resolução de problemas têm como propósito,

> (...) fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao

> falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 218).

Nesse sentido, de nada adianta desenvolver uma aula divertida se ela for encaminhada de forma automática, sem possibilitar a reflexão e a negociação de significados. Para Van de Walle (2001) apud Onuchic (1999, p. 221), compete ao professor gerar esse ambiente.

Nessa direção a presente Oficina busca promover uma reflexão com mais profundidade sobre a resolução de problemas como metodologia no ensino da Matemática no contexto da álgebra elementar, procurando dá ênfase especial aos saberes e práticas dos professores, focalizando, sobretudo como estes concebem e desenvolvem essa prática diante das suas limitações profissionais e, das condições de trabalho no âmbito da escola.

Enfim, nessa Oficina discutiremos questões emergentes da prática do professor de matemática que são resolvidas, muitas vezes, por conhecimentos que são veiculados na sua formação inicial, mas, que possivelmente não foram tratados ao ponto de promover uma compreensão que pudesse contribuir para a sua prática em sala de aula ao utilizarem a Resolução de Problemas como mediadora de ensino. Nessa estratégia, tomamos o problema como ponto de partida para que conceitos, ideias e resultados da matemática possam ser construídos. A seguir traremos algumas das concepções de álgebra, pois o desenvolvimento da metodologia de Resolução de Problemas, neste trabalho, dar-se no contexto da álgebra elementar.

## Sobre as Concepções de Álgebra

Entende-se a Álgebra como parte da Matemática que trabalha a generalização e abstração, representando quantidades através de símbolos. Em relação ao estudo da Álgebra, os PCNs, Brasil (1998), afirmam ser um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua

capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

Assim como toda produção humana, a linguagem algébrica tem um desenvolvimento marcado por períodos ao longo da história.

É importante ressaltar que nesse movimento histórico também se apresentam concepções distintas de álgebra, que desse modo vão direcionar a organização do seu ensino que, por sua vez, desenvolvem um determinado tipo de pensamento algébrico nos alunos. Há muitas pesquisas que apontam a identificação dessas concepções, porém, para efeito do presente estudo adotam-se aquelas propostas por Usiskin (1994), que apresenta quatro concepções que tem por base a importância que assume o uso diverso das variáveis, as quais explicitamos a seguir.

A primeira denominada, *aritmética generalizada*, que entende a álgebra como sendo uma ampliação dos conceitos da aritmética, partindo do estabelecimento de padrões, com a preservação das propriedades válidas para os números. Ela proporciona a instituição de modelo geral que se traduz em espécie de lei como, por exemplo, 2n + 1 como ente representativo de número natural ímpar.

A segunda concepção, Álgebra como *estudo de métodos para resolver certos tipos de problemas*, que implica na tradução de uma situação-problema para uma linguagem algébrica, geralmente, em uma equação. Talvez esta seja a manifestação de álgebra mais comum durante as aulas de matemática. Para Usiskin (1994), esta concepção trata de compreender quais os procedimentos se deve usar para resolver certos problemas relacionados à álgebra, sejam eles contextualizados ou não. Dessa forma, as variáveis são incógnitas ou constantes, tendo como instruções-chave a simplificação e a resolução.

Usiskin (1994) estabelece como terceira concepção de álgebra o *estudo de relação entre grandezas*, Possivelmente, o estudo das funções é o maior representante desta concepção, a qual explora o estudo de como as grandezas se relacionam. É considerada fundamentalmente algébrica, pois as leis se expressam em modelos matemáticos operacionais que estabelecem relação entre grandezas que realmente variam.

Conforme Usiskin (1994), a quarta concepção é *estudo das estruturas* que trata de entender quais as percepções matemáticas, tais como equivalências entre expressões, simplificações e outras atitudes matemáticas podem ser úteis ou não para resolver os problemas em álgebra como, por exemplo, fatorar a expressão $x^2 - 9$. Refere-se a entidades matemáticas desprovidas de significações eminentemente numéricas, ou seja, ao formalismo das estruturas que, geralmente, compõe os conteúdos curriculares dos cursos superiores.

Diante dessas concepções de álgebra propostas pelo autor percebemos que estas se manifestam em diversos momentos da prática docente no ensino de tópicos de álgebra elementar e, que a depender da concepção de álgebra que os professores baseiam o ensino da álgebra elementar, isso em certa medida inviabiliza/impossibilita a utilização da Resolução de Problemas na sua prática pedagógica.

A Oficina tratará de questões relacionadas à prática do professor de Matemática frente à resolução de problemas no contexto da álgebra elementar, com vistas a promover compreensões/reflexões sobre conhecimentos/saberes veiculados na prática do professor de Matemática. Por fim, pretendemos tratar de conhecimentos/saberes sobre a temática proposta que muitas vezes são marginalizados na formação inicial do professor. Assim vamos perseguir os seguintes objetivos:

**Objetivos:**

**Geral:**

Criar instrumentos para que coordenadores pedagógicos, diretores e professores possam organizar e coordenar grupos de estudo e reflexão da prática, desenvolvendo sequências didáticas/atividades que disseminem uma prática do ensino da Matemática através da metodologia Resolução de Problemas e possibilitem a reflexão teórica integrada à prática de sala de aula do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, em especial tópicos da álgebra elementar;

**Específicos:**

1) Possibilitar a ampliação e aprofundamento sobre a metodologia de resolução de problemas na prática pedagógica de matemática.
2) Refletir e analisar os limites e possibilidades desta metodologia em relação aos conteúdos específicos de álgebra elementar com base nas práticas e concepções/crenças dos participantes.
3) Discutir e analisar o tratamento dado a resolução de problemas em livros didáticos e propostas curriculares, e implicações para a prática pedagógica.
4) Analisar sobre as contribuições das pesquisas em educação matemática relativas a esse tema para a prática de sala de aula.
5) Incentivar a produção de relatos de prática/experiência, análise de produções de professores/alunos, elaboração de sequências didáticas/atividades que possam ser aplicadas na prática pedagógica de matemática.

**Conteúdo Programático:**

- A metodologia de resolução de problemas: histórico; conceito/perspectivas; objetivos; princípios teóricos.
- Aplicações desta metodologia no tratamento dos conteúdos específicos de álgebra elementar.
- A abordagem da resolução de problemas em livros e propostas curriculares: limites e possibilidades.
- As pesquisas sobre resolução de problemas e suas implicações para a prática pedagógica de matemática.

**Metodologia de trabalho e atividades**

A Oficina se organiza em seis Etapas. A duração total da Oficina varia entre 6 e 8 horas, divididas em Etapas com uma e meia ou duas horas de duração. Para que o coordenador possa adequar a realização das propostas ao tempo que o grupo tem disponível. O coordenador será orientado a dividir as atividades de forma a contemplar suas necessidades e possibilidades de

horário dos participantes. A Oficina é desenvolvida seguindo-se o roteiro como demonstrado no quadro abaixo:

| **Etapas** | **Objetivos** | **Atividades** |
|---|---|---|
| 1. Lembranças dos tempos de aluno... | - Possibilitar que o participante reflita sobre suas próprias experiências enquanto aprendizes da Matemática. Possibilitar que o professor identifique os próprios processos de aprendizagem da Matemática, criando uma identificação com o aluno que aprende. | Atividade de sensibilização que resgata as experiências/vivências pessoais dos docentes, enquanto aprendizes da Matemática. Após realizar uma roda de conversa. |
| 2. Com a palavra o Professor... | Produzir a partir da reflexão da prática um texto que revele experiências, impressões e expectativas sobre o ensino-aprendizagem da Matemática via RP ou não, no contexto da álgebra elementar, refletindo sobre os aspectos da aprendizagem da Matemática e sobre diferentes formas de apropriação e/ou transmissão dos conteúdos relacionando-os com a prática da sala de aula. | Relato escrito, que revelem experiências, impressões, expectativas e práticas sobre o ensino da Matemática mediada, ou não, pela RP, no contexto da álgebra elementar. |
| 3. Reflexão teórica | Subsidiar teoricamente a reflexão sobre os conceitos abordados na “Oficina de Resolução de Problemas” tais como: as concepções de álgebra, as características e perspectivas da Resolução de Problemas. | Leitura e discussão dirigidas de um texto teórico sobre os conceitos a serem trabalhados, articulando-os com a prática de sala de aula. |
| 4. Análise de prática ou atividades | Analisar atividades propostas nos livros didáticos ou de outras | Análise de atividades/aulas de álgebra elementar |

| | | |
|---|---|---|
| | fontes utilizadas pelo docente, identificando os conceitos/concepções de álgebra elementar presentes/trabalhados nas aulas de Matemática quando mediada, ou não, pela Resolução de Problemas. | desenvolvidas pelos professores. Utilizar os relatos escritos dos professores feito na etapa 02 e outras evidências (Plano de aula, livro didático, etc.). |
| 5. Análise de produções dos professores | Analisar produções de professores em resolução de problemas focalizando conteúdos da álgebra elementar, identificando o trabalho desenvolvido por eles à luz dos conceitos discutidos nas etapas anteriores, especialmente na etapa 03. | Realização de atividade prática de resolução de problemas envolvendo a álgebra elementar.<br>Análise de produções de professores construídas individual ou coletivamente, e socializada para o grupo participante ou em "estudos de caso" de sala de aula.<br>Elaboração/formulação de problemas pelos professores. |
| 6. Produção de conhecimento/saberes | - Sintetizar os conceitos trabalhados, articulando-os com a prática em seu dia-a-dia da sala de aula,<br>- Produzir Sequências Didática/Atividades com conteúdos de álgebra elementar utilizando a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem para serem aplicadas às suas turmas. | Produzir em grupo relatos de prática da sala de aula e sugestão de sequências didáticas/atividades. |

Detalhamento das atividades no decorrer das etapas

- Tomaremos um problema previamente escolhido como ponto de partida. Distribuiremos o problema para os professores que poderão trabalhar em grupos a fim de apresentarem uma solução.
- Em uma plenária socializaremos uma ou mais soluções apresentadas pelos participantes do minicurso/oficina, de acordo com a produção.
- Apresentação de slides sobre a Resolução de Problemas
- Discursão em grupo sobre resolução de problemas enquanto metodologia, segundo as propostas de Polya, Onuchic, Pozo, Gazire e outros.
- Formar pequenos grupos e entregar a eles uma lista de problemas que envolvam ideias algébricas para que os participantes resolvam utilizando diversas estratégias.
- Leitura e reflexão de textos sobre as práticas de resolução de problemas no contexto da álgebra elementar presentes na escola.
- Resolução de um problema seguindo todas as etapas proposta por Polya.
- Resolver alguns problemas envolvendo a álgebra, utilizando diversas estratégias (fazer uma tabela, figura, fazer um diagrama ou esquema, dramatizar a situação, fazer tentativa e erro, reduzir o problema, resolver do fim para o inicio, etc.) sem apelar para o uso do algoritmo ou técnica usual.

***Exemplo 1***

A soma de três números pares consecutivos é igual a 96. Determine-os.

***Exemplo 2***

O triplo de um número natural somado a 4 é igual ao quadrado de 5. Calcule-o:

***Exemplo 3***

Seis pessoas da família Silva foram ao cinema e gastaram R$ 81,00 com ingressos. Sabendo que neste grupo há três estudantes, e que estudante paga a metade do preço de um ingresso, qual era o preço do ingresso nesse cinema?

***Exemplo 4***

Em uma chácara existem galinhas e coelhos totalizando 35 animais, os quais somam juntos 100 pés. Determine o número de galinhas e coelhos existentes nessa chácara.

***Exemplo 5***

A idade de um pai é o quádruplo da idade de seu filho. Daqui a cinco anos, a idade do pai será o triplo da idade do filho. Qual é a idade atual de cada um?

**Recursos materiais**

Datashow, Notebook, lousa e giz, fichas de trabalho.

**Público-alvo:** Professores do Ensino Fundamental e do Ensino Médio; alunos de Licenciatura em Matemática; pesquisadores da área de Educação Matemática.

**Uma Mostra de nosso trabalho:**

Com o objetivo de mostrar o trabalho desenvolvido nas oficinas que realizamos com os(as) quatro professores(as) da pesquisa e que pretendemos desenvolver nessa Oficina apresentamos a seguir uma situação que ocorreu em um de nossos encontros. Fica evidente a ênfase dada ao uso de algoritmos ao invés de estratégias de resolução. Uma prova disso é a forma usada pelos(as) professores(as) P4 e P3 para resolverem um certo problema proposto na “Oficina de resolução de problemas”, como demonstra as figuras 1 e 2.

Problema:

Seis pessoas da família Silva foram ao cinema e gastaram R$ 81,00 com ingressos. Sabendo que neste grupo há três estudantes, e que estudante paga a metade do preço de um ingresso, qual era o preço do ingresso nesse cinema?

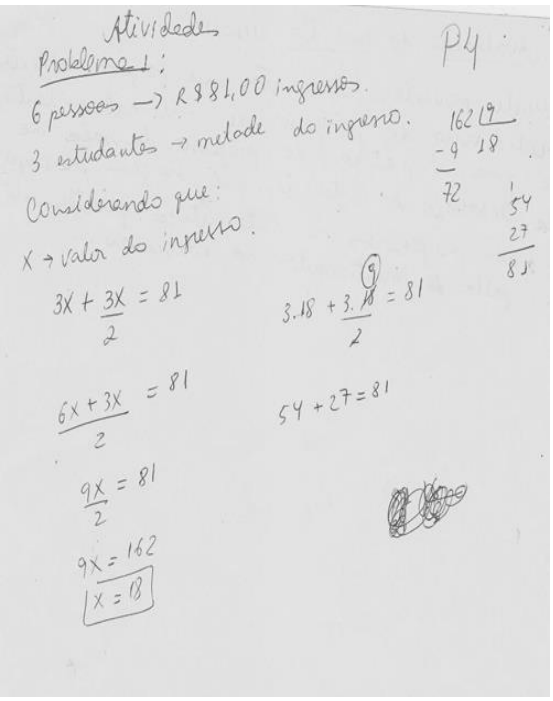



Figura 1

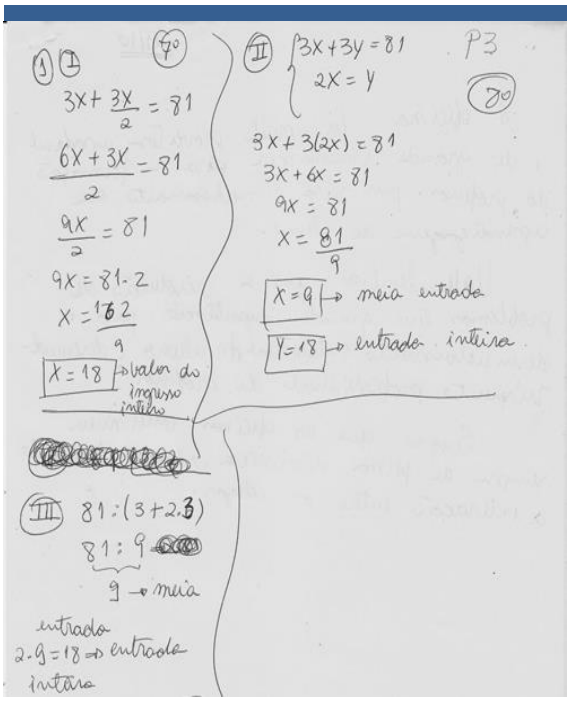



Figura 2

Situação semelhante se verifica nas resoluções dos professores(as) P1 e P2 como ilustrado nas figuras 3 e 4:

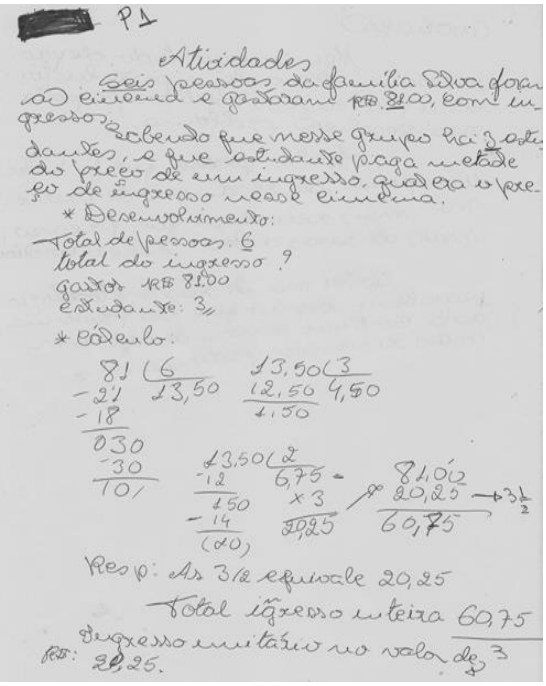



Figura 3

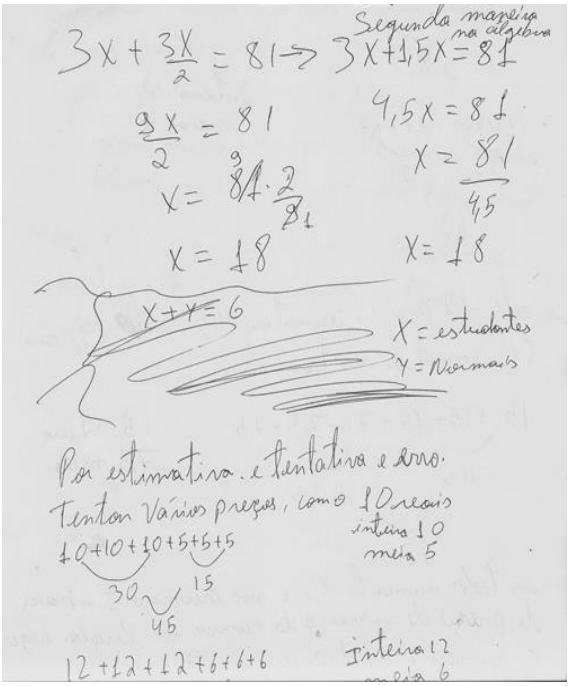



Figura 4

Enfim, vemos que na prática pedagógica dos(as) quatro professores(as) que a presença do ensino ou uso das estratégias de resolução é insignificante frente a ênfase dada aos algoritmos e regras que são usados como única estratégia de resolução. Nesse sentido, Onuchic (1999, p.221) afirma que “É

preciso que o professor vá além do que o livro didático ensina quanto às diversas formas de resolver um determinado problema e, incentivar os alunos a descobrirem por si mesmo caminhos para solucionar uma situação problemática". Vemos abaixo a solução de um problema que foi proposta aos quatro professores participantes da pesquisa, onde foi solicitado usarem estratégia em vez de algoritmo. Veja a solução da professora P3.

P3 (CONT.)

Aluna:

Qual a incógnita?

São dois números desconhecidos que precisamos descobrir

Quais são os dados?

São as informações que o problema nos dá, os números 78 e

Quais são as condicionantes?

Que a soma dos números seja 78 e o produto seja 1296

Aluno resolvendo

$$\begin{cases} 78 : 2 = 39 \\ 39 \cdot 39 = 1521 \end{cases}$$

Daí:

Podemos testar outros valores cuja soma também seja 78.

$$\begin{cases} 38 + 40 = 78 \\ 38 \cdot 40 = 1520 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 37 + 41 = 78 \\ 41 \cdot 37 = 1517 \end{cases}$$

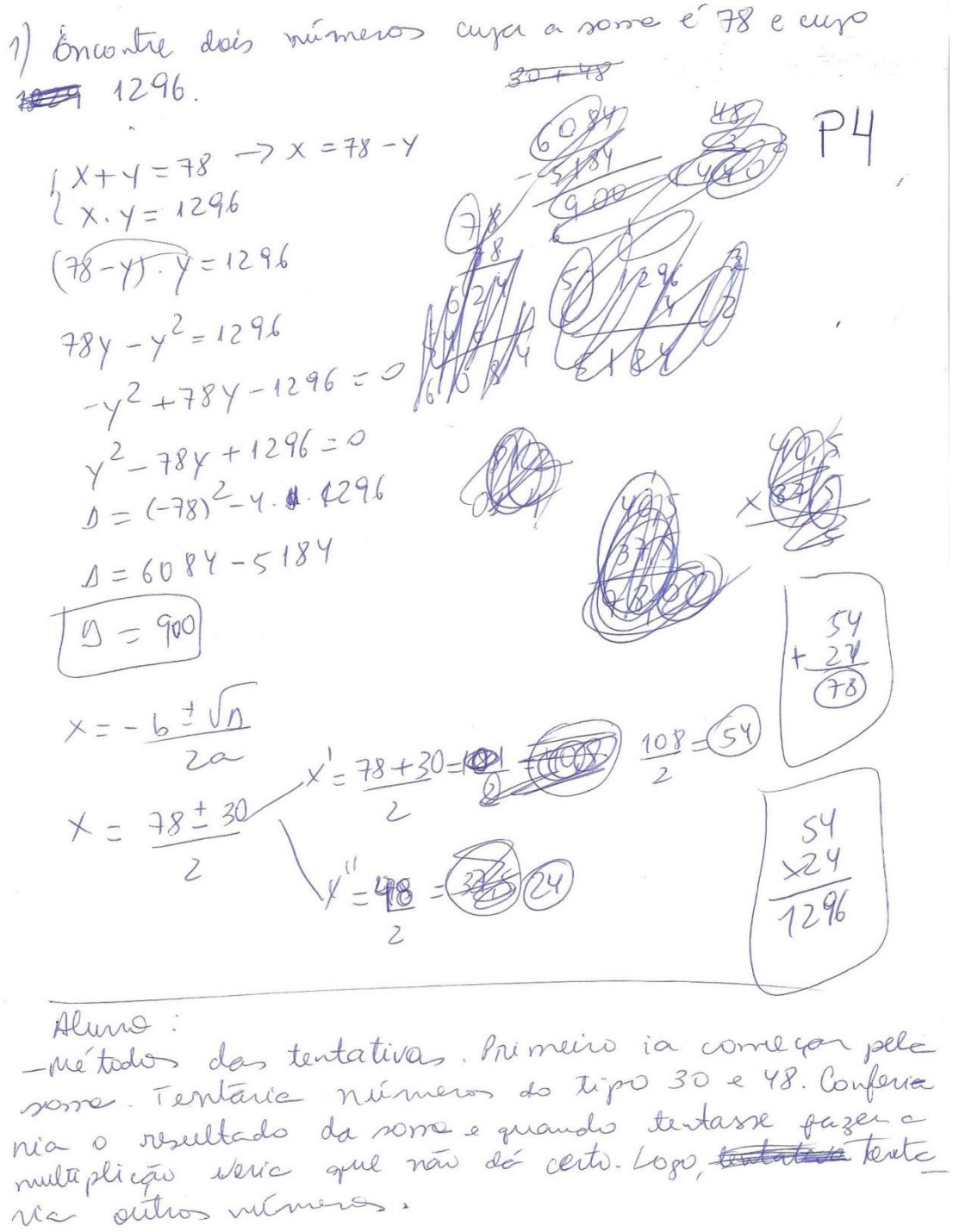
Percebe-se que quanto maior a diferença entre os números, mais o produto diminui, se aproximando do valor desejado, daí podemos testar números mais distantes.

$$\begin{cases} 50 + 28 = 78 \\ 50 \cdot 28 = 1400 \end{cases}$$

$54 + 24 = 78$

$\boxed{54 \cdot 24 = 1296}$

De forma análoga a professora P4 após usar o algoritmo usual indicou a estratégia tentativa e erro que o aluno poderia utilizar para solucionar o problema.




**Avaliação:**

Participação nas discussões, leituras; produção escrita na forma de relatos de experiência, resolução das atividades individual e/ou em grupos, atividades extras complementares como leituras de textos sobre resolução de problemas e o ensino da álgebra elementar e atividades a serem desenvolvidas em casa.

**Referências Bibliográficas**

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência.** 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução De Problemas - Uma nova possibilidade para o trabalho em sala de aula** In: Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul, 7., 2006, Águas de Lindóia. **Anais do VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul.** Águas de Lindóia: PUC/SP, 2006.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática – 1º e 2º ciclos (1997); 3º e 4º ciclos (1998); Ensino Médio (1999). Brasília, DF.

GAZIRE, Eliane S. **Perspectiva da Resolução de Problemas em Educação Matemática**. Rio Claro, UNESP. p. 11. 1989. Dissertação (Mestrado). Orientador: Prof. Dr. Luiz Roberto Dante.

KRULIK, S; REYS, R. **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. 5 reimpr. São Paulo: Atual, 1997.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM M. **A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?**. Pro-Posições, v. 3, n.1[7], Campinas, SP, março de 1992.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org). **Educação Matemática**-pesquisa em movimento. 2ed. São Paulo: Cortez, 2005. p.213-231.

ONUCHIC, L. de la R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema – Boletim de educação matemática**,** v. 25, n. 41, dez/2011. Rio Claro: UNESP, 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão, 1ª ed. brasileira em 1975. (A obra foi publicada originalmente em inglês em 1945.). Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre : Artmed, 1998

REDLING, J. P. **A Metodologia de Resolução de Problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de Matemática do ensino fundamental II.** 2011. 166f. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2011.

SANTOS, M. S. G. **Saberes da Prática na Docência do Ensino Superior: análise de sua produção nos cursos de licenciatura da UEMA.** 2010. 225f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Piauí, Teresina (PI), 2010.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. In: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, p. 9-22, 1994.

VAN de WALLE, J. A. Teaching Through Problem Solving. In: VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics.** New York: Longman, 2001. p.40-61.

.