UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DA NATUREZA
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

PRODUTO EDUCACIONAL

SEQUÊNCIA DIDÁTICA ENVOLVENDO CONCEITOS DE FUNÇÃO DO 1º GRAU.

LÍVIA DA SILVA HOYLE

Rio Branco - AC
2017

Produto Educacional

Sequências Didáticas envolvendo conceitos e representações da Função do 1º grau.

Organização

Lívia da Silva Hoyle (**mestranda**)
Prof. Dr. Edcarlos Miranda da Souza (**orientador)**
Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva (c**oorientador)**

Linha de pesquisa: Recursos e Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática.

Público Alvo: Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II e do 1º ano do Ensino Médio.

Rio Branco – Acre
2017

Apresentação

O presente trabalho é um Produto Educacional que faz parte da pesquisa do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Acre, desenvolvido pela mestranda Lívia da Silva Hoyle e orientada pelos professores Dr. Edcarlos Miranda de Souza e Dr. Itamar Miranda da Silva.

Este material é composto por dez sequências didáticas que buscam explorar e facilitar a visualização, demonstração e manipulação dos conceitos e propriedades da Função do 1º grau.

Na perspectiva de contribuir com a prática docente de professores de matemática, optou-se por utilizar dois programas computacionais, o GeoGebra e o Excel, na exploração e experimentação desses conhecimentos. Ambientes que proporcionam a manipulação e construção de diferentes representações (natural, algébrica, tabular e gráfica).

O material didático contempla também, atividades que exploram os conhecimentos de maneira interdisciplinar, conceitos axiomáticos e propriedades matemáticas inerentes. Um acervo de questões aplicados no ENEM abordando o tema, vídeos auxiliares no desenvolvimento de algumas atividades e um jogo educacional.

Portanto, estas sequências didáticas apresentam-se como uma proposta para os professores de matemática e, acreditamos que possam contribuir na diminuição da abstração do conteúdo de Função do 1º grau, dando maior significado aos conceitos e propriedades, e oferecendo aos alunos mais condições para se apropriarem desses conhecimentos.

Bons estudos!

Introdução

A Matemática sustenta-se como um conhecimento fundamental para o ser humano, pois está presente em vários momentos do nosso dia a dia. Aplica-se em diversas atividades diárias, como também, em outras áreas da ciência fornecendo soluções a problemas reais. Ela possui uma linguagem própria e universal possibilitando uma melhor comunicação e abrangência para todos, sendo considerada uma ferramenta rica e importante para compreender e transformar nossa realidade.

Os estudos na matemática relacionados a Funções dividem-se em vários tipos, a Função Polinomial do 1º grau ou Função Afim é um dos primeiros a ser estudado, sendo o conceito básico e importante para entender e progredir no estudo dos demais tipos de funções.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio/Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCNEM) defendem que "o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento" (BRASIL, 1998, p. 43).

Desse modo, o aprendizado do conceito de funções é importante, pois além de ser utilizado nos mais diversos conteúdo da matemática, é também aplicado em outras áreas do conhecimento. É relevante que o aluno consiga dominar esses conhecimentos para que possa compreender e progredir em outros conteúdos da matemática, bem como em outras áreas da ciência.

Todo ano é crescente o número de alunos ingressantes no Ensino Médio com dificuldades de leitura, interpretação, escrita, e a aplicação das operações básicas em matemática. Nota-se um grande desafio para os professores que recebem estes alunos, na busca de alternativas para superar ou amenizar essa problemática.

Esse quadro situacional nos desafiou a buscar algumas propostas de atividades que auxiliassem o professor de matemática em sua prática docente.

Sabemos que essas dificuldades quando não superadas podem acompanhá-los por toda sua vida afetando sua capacidade de raciocínio, de abstração e desenvolvimento do pensamento lógico e operacional, ocasionando um grande abismo em seu processo de aprendizagem e podendo tornar o aluno em um mero reprodutor funcional.

Dessa maneira, delimitou-se esta pesquisa ao estudo dos conceitos e representações de Função do 1º grau, por se tratar de conhecimentos matemáticos estudados no primeiro ano do

Ensino Médio e ser a base inicial para prosseguimento dos demais tipos de Funções. Realizamos uma pesquisa que nos proporcionasse embasamento teórico sobre o assunto e algumas possibilidades de atividades envolvendo práticas educacionais na exploração desses conhecimentos.

Assim, o material elaborado consiste em questões aplicadas, interdisciplinaridade, uso de *softwares* educacionais, jogo, vídeos, bem como a formalização usual dos conceitos e abstrações da Função do 1º grau. Além disso, uma sequência específica sobre questões do Exame Nacional do Ensino Médio envolvendo o tema, onde as respostas são disponibilizadas com o uso de vídeos que estarão em forma de links no texto, de modo que o texto se conecta diretamente com o YouTube.

Sempre que possível as sequências foram elaboradas com o uso de vídeos auxiliares, tornando o texto mais interativo para algumas explicações, principalmente no tocante ao uso de *softwares* educacionais. Os vídeos foram todos elaborados de acordo com a concepção deste trabalho, embora exista também vasto material na internet sobre o tema. Portanto, no trabalho estes vídeos aparecem sistematicamente organizados no texto, com sequência de exposição de conteúdos que achamos pertinente.

Apresentaremos a seguir as dez sequências didáticas (SDs) elaboradas por nós e baseadas na teoria dos Registros de Representações Semiótica de Duval (2003). Em todas as sequências didáticas buscou-se trabalhar as conversões de registros de representações semióticas, bem como os tratamentos necessários nas resoluções dos problemas propostos. Estas atividades constituem-se em explorar ao máximo as variações entre grandezas e a identificação dos coeficientes angular (taxa de variação) e linear (valor inicial) para que compreendam os principais conceitos que envolvem a Função do 1º grau. O professor poderá utilizar conforme a necessidade e realidade escolar.

Portanto, as sequências didáticas estão organizadas da seguinte maneira: Nas sequências didáticas 1 e 2 são exploradas noções do conceito de Função de maneira simples, para seu desenvolvimento serão necessários apenas régua e papel milimetrado. As SDs 3 e 4 são abordadas as mesmas situações problemas das sequências didáticas anteriores, no entanto, são atividades em forma de roteiro com passo a passo para o aluno seguir, sendo que na 3 são explorados através do programa Excel e na 4 são explorados através do *software* GeoGebra. As SDs 5 e 6 exploram a mesma situação problema sobre grandeza inversamente proporcional, sendo que em uma é através do Excel e a outra do GeoGebra. Na SD 7 é formalizado o conceito algébrico de Função do primeiro grau, suas propriedades e características, com vários exemplos comentados. A SD 8 são alguns exemplos onde o professor poderá trabalhar de maneira interdisciplinar, mostrando a aplicação do conceito de função em outras áreas do conhecimento. A SD 9 é um acervo de questões do ENEM desde 2002 até 2016 abordando os conceitos de função do primeiro grau. E por último temos a SD 10, um jogo de tabuleiro que pode ser utilizado como forma de avaliar, revisar ou diagnosticar os conhecimentos não compreendidos pelos alunos sobre função do primeiro grau.

Primeira Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	Noção do conceito de Função. (Parte 1)		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Construir tabela e gráfico.		
Tempo estimado:	01aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Papel milimetrado.		

1 – Organize a turma em dupla para resolver a seguinte situação problema (Use um projetor de imagem para mostrar o texto abaixo):

Em Sena Madureira (uma cidade do interior do Acre), uma determinada loja de roupas é bem conhecida por vender produtos de grandes marcas famosas, porém, como se trata de mercadorias chiques e caras a procura não é tanta. Os proprietários utilizam vários recursos para fazer propaganda e divulgar seus produtos para atrair seus clientes. Como forma de incentivar e estimular seus funcionários no empenho das vendas, os proprietários resolveram pagar o salário de seus empregados com base num valor fixo de R$ 930,00 mais 5% do total de vendas realizadas por cada um mensalmente (ou seja, mais R$ 0,05 por cada 1 real vendido).

a) Se em um mês uma vendedora conseguir vender R$ 1000 de mercadorias, que salário receberá no fim do mês?
b) Simule os valores caso ela consiga vender R$ 2000, R$ 3000, R$ 4000 e R$ 5000 para saber qual seria seu salário mensal.

2 – Solicite a cada dupla que organize os dados em uma tabela do salário mensal e o valor ganho nas vendas das mercadorias.

3 - Após a construção das tabelas peça a cada dupla para verificar o que está acontecendo com o salário mensal em "função" das vendas.

4 – Em seguida, o professor deve oportunizar a socialização das respostas, buscando verificar a habilidade de organização dos alunos para obtenção da resolução das perguntas acima; analisar os conceitos e comparar as diferentes maneiras utilizadas pelos alunos para encontrar as respostas;

5 – É neste momento que o professor analisa junto com a turma a relação do salário mensal em função das vendas e introduz o conceito de Função.

6 – Depois de iniciar o conceito de Função, o professor deverá propor que resolva outros tipos de situações, como por exemplo:

a) Escreva uma maneira onde as vendedoras possam fazer para calcular seus próprios salários mensalmente.
b) Uma vendedora precisa faturar R$ 1380,00 para cobrir os gastos que teve na realização do aniversário de seu filho. Quantos reais de roupas ela precisa vender para conseguir receber esse salário?

7 – Após a resolução dessas duas situações, o professor deverá pedir que os alunos socializem suas respostas para depois iniciar algumas indagações: Existe uma relação de dependência entre o salário da vendedora ao final do mês e o valor das vendas dos produtos da loja? O salário mensal varia em função de alguma coisa? Qual o valor máximo que a grandeza salário mensal pode assumir no problema acima? E qual o valor mínimo? Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança? Existe algum valor que varia em função de outro?

8 – O professor através dessas perguntas poderá observar se os alunos conseguem identificar e formular a relação de uma variável em função da outra. Nesse momento o professor deve introduzir a representação dessa função através de uma expressão algébrica, do tipo $s = 930 + 0{,}05.v$, confirmando a ideia de que 930 é um parâmetro que não varia; observando que variação do salário da vendedora está relacionada diretamente com o valor das vendas realizadas por ela. Depois o professor deverá reformular suas perguntas e observar se os alunos conseguem identificar na expressão algébrica que representa a situação problema as características de uma função. Como por exemplo: O que é dado em função do quê? Qual a variável dependente? Qual a variável independente?

9 - Após os questionamentos e discussões, apresente o conceito formal de Função do 1º grau, sua lei de formação, a identificação das variáveis, o termo dependente e independente.

10 – Depois de conceituar a função do 1º grau, peça que os alunos esbocem os dados encontrados em um plano cartesiano (Utilize preferencialmente papel milimetrado ou régua e esquadro).

11 – Em seguida, o professor poderá pedir que os alunos socializem o que constataram na construção do gráfico.

Segunda Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	Noção do conceito de Função. (Parte 2)		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Construir de tabelas e gráficos.		
Tempo estimado:	01 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Papel milimetrado.		

Através desta situação bem comum em nossa região, procuraremos propiciar aos alunos a compreensão do conceito de Função do 1º Grau.

Momento 1

1 – Utilizando um projetor de imagem, o professor apresentará aos alunos o seguinte problema.

No Acre existem muitos municípios que ainda são considerados isolados, motivo pelo qual o único meio de acesso a esses municípios é através dos rios, e quando muito necessário aéreo. Santa Rosa do Purus é um município que fica localizado na regional Purus, fronteira com o Peru e bem distante da capital Rio Branco. Os meios de transporte para este município são através de barcos ou avião. No inverno é comum os comerciantes desse município realizarem as compras de suas mercadorias em Sena Madureira e transportá-los pelo rio Purus. Os fretes das mercadorias são feitos através de barcos e balsas. Os donos de barcos cobram R$ 5.000 de aluguel para despesas com combustível e alimentação dos empregados mais R$ 800 por cada tonelada de mercadorias. Já os donos de balsas cobram R$ 7.000 de aluguel para as despesas mais R$ 400 por cada tonelada.

2 – Após a leitura da situação, o professor deverá perguntar aos seus alunos: Qual dos dois aluguéis é mais vantajoso para os comerciantes transportarem suas mercadorias? (Enfatizando a importância de escreverem nos seus cadernos suas justificativas)

3 – Essa é uma pergunta que levará os alunos a construírem um registro algébrico da situação, por isso não foi utilizado nenhum valor na quantidade de mercadorias. Para ajudá-los a compreender melhor, pode-se fazer outros tipos de perguntas, do tipo: O que vocês entendem por preço do aluguel? E pelo valor de cada tonelada? O melhor frete vai depender do quê?

4 – Após essas perguntas será possível despertar algumas discussões que os levarão a criarem algumas comparações, momento este, que o professor deve oportunizar a socialização das respostas e verificar os caminhos encontrados pelos alunos para formular suas respostas, bem como, as formas distintas de representá-los.

5 - Quando os alunos conseguirem chegar a conclusão de que o frete mais vantajoso vai depender da quantidade de mercadorias que será transportada, é o momento de pedir que

escrevam a expressão algébrica que relaciona a variação de um valor em função da outra e socializem com os colegas, sempre justificando suas respostas.

6 - Depois o professor poderá introduzir o conceito formal da Função do 1º Grau, sua lei de formação, a identificação das variáveis, o termo dependente e independente.

Momento 2

7 – Em seguida o professor solicitará que os alunos simulem valores para o frete nos dois transportes e identifique qual é mais vantajoso para o comerciante. Peça que organizem os dados através de uma tabela do tipo:

Quant. das mercadorias (toneladas)	Valor do frete $v = 5000 + 800.t$

Quant. das mercadorias (toneladas)	Valor do frete $v = 7000 + 400.t$

8 – Após a organização dos dados, o professor deverá pedir que construam o gráfico de cada situação em um mesmo plano cartesiano. [Aqui o professor deverá ter o cuidado de observar que a variável dependente t só poderá assumir valores maiores ou iguais a zero. Sugerimos que comece com o valor $t = 0$].

9 – Depois o professor poderá pedir que os alunos socializem o que constataram na construção dos gráficos ao utilizarem o mesmo plano cartesiano e o que notaram de semelhanças.

10 – Este é o momento do professor mostrar através do projetor de imagem o gráfico dos dois fretes, mostrar quando um é mais vantajoso que o outro; em que momento os fretes possuirão o mesmo valor; mostrar o comportamento da reta e a influência dos coeficientes.

Terceira Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	Série:	**1º ano**
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no Excel.		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o programa Excel na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	2 aulas de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

Roteiro para o aluno

1 – Para continuar explorando as duas situações problemas anteriores utilizaremos o laboratório de informática para desenvolvermos atividades no programa Excel. A turma deverá ser dividida em dupla para que cada computador seja utilizado por no máximo dois alunos. (Deve-se utilizar um projetor de imagem para mostrar o texto e o passo a passo das atividades)

Em Sena Madureira (uma cidade do interior do Acre), uma determinada loja de roupas é bem conhecida por vender produtos de grandes marcas famosas, porém, como se trata de mercadorias chiques e caras a procura não é tanta. Os proprietários utilizam vários recursos para fazer propaganda e divulgar seus produtos para atrair seus clientes. Como forma de incentivar e estimular seus funcionários no empenho das vendas, os proprietários resolveram pagar o salário de seus empregados com base num valor fixo de R$ 930,00 mais 5% do total de vendas realizadas por cada um mensalmente (ou seja, mais R$ 0,05 por cada 1 real vendido).

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta.

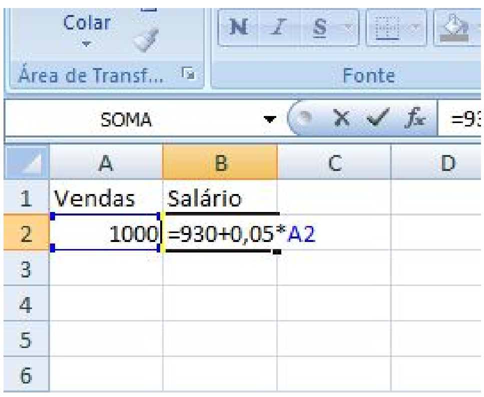
2 – Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo $S = 930 + 0,05\,.\,V$, confirmando a ideia de que 930 e 0,05 são parâmetros que não variam, o que fará variar o salário da vendedora é o valor das vendas realizadas por elas.

3 – Utilizando o programa Excel organize os dados abaixo em uma tabela.

a) Se em um mês uma vendedora conseguir vender R$ 1000 de mercadorias, que salário receberá no fim do mês?
b) Simule os valores caso ela consiga vender R$ 2000, R$ 3000, R$ 4000 e R$ 5000 para saber qual seria seu salário mensal.

4 – Na célula A1 digite a palavra "Vendas" e na célula B1 "Salário", conforme figura 1. Depois digite o valor de R$ "1000" na célula A2 e na célula B2 a fórmula "=930+0,05*A2", depois é só teclar Enter.

Figura 1 – Inserindo dados na planilha eletrônica.

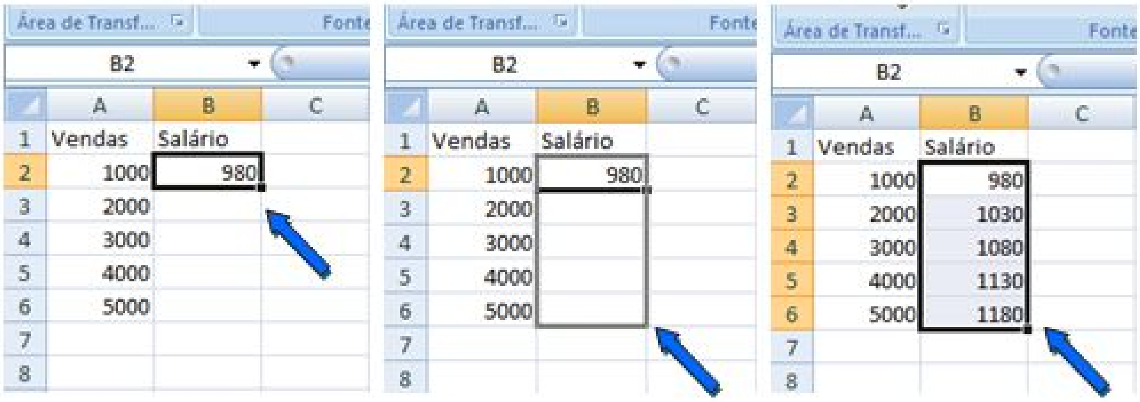


Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

5 – Como resultado surge o valor 980 na célula B2 (figura 2). Você saberia explicar por que isso ocorreu?

6 - Digite os demais valores nas células A3, A4, A5 e A6, que correspondem a coluna vendas (figura 3). Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B, conforme figura 4.

Figura 2, 3 e 4 – Inserindo dados na planilha eletrônica.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

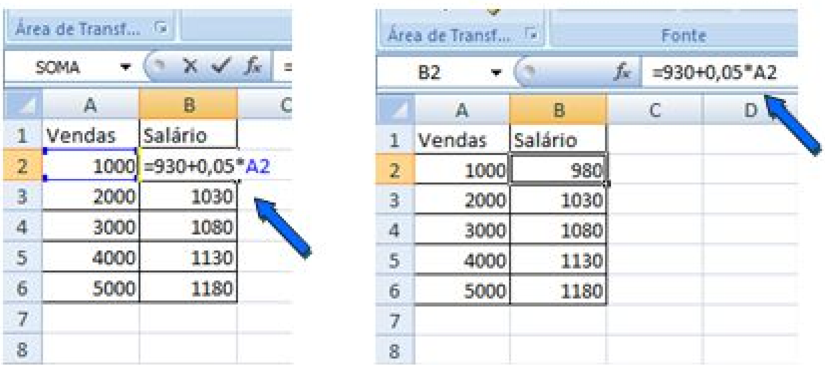
7 - Selecione as células das colunas A e B. Clique no menu **início**, escolha o ícone **todas as bordas** que fica localizado na seção **Fonte**.

8 – Respondam as perguntas baseadas nas informações inseridas na planilha do Excel:

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre o salário da vendedora ao final do mês e o valor das vendas dos produtos da loja?
b) O salário mensal varia em função de alguma coisa?
c) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?
d) Existe algum valor que varia em função de outro?

9 – Clique o cursor duas vezes em cada célula da coluna B (conforme figura 5) e verifique que informação aparecerá. Também pode clicar uma vez e observar o que aparecerá na caixa de entrada que está localizado na parte de cima da planilha onde há um ícone f_x (veja figura 6). Depois explique o que quer dizer essas informações.

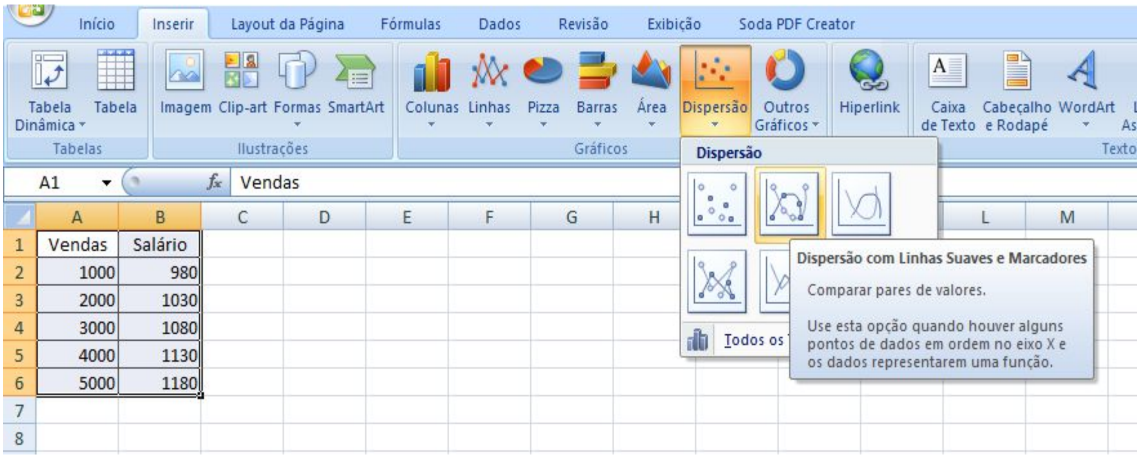
Figura 5 e 6 – Verificando informações das células.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

10 – Selecione as células das colunas A e B. Clique no menu **inserir**, **gráfico** e escolha a opção **dispersão**, subtipo **dispersão com linhas suaves e marcadores (**conforme figura 7).Clique no botão OK.

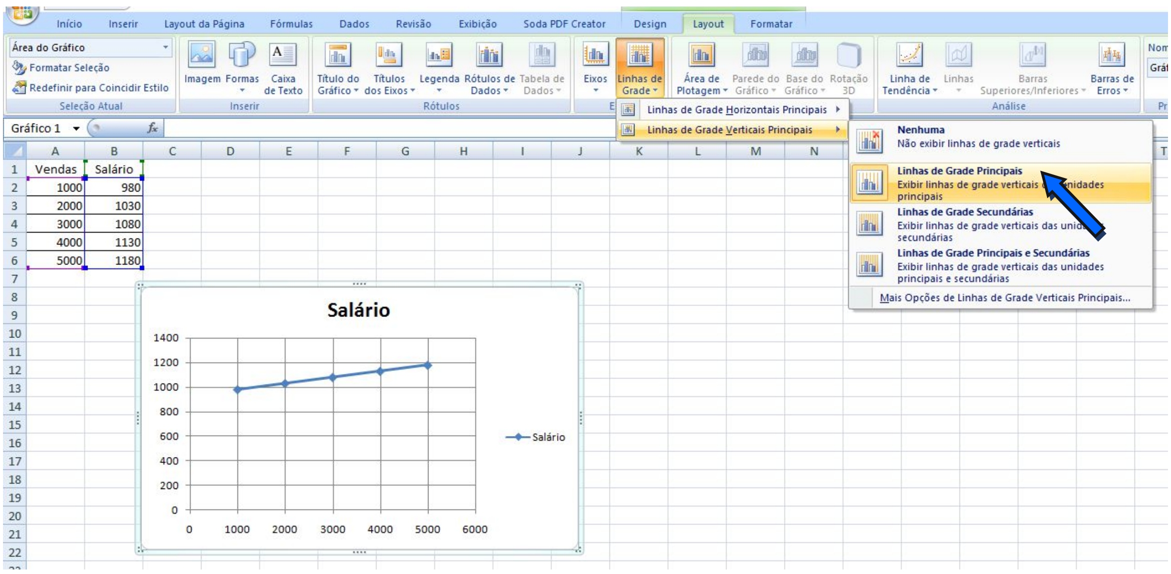
Figura 7 – Inserindo gráfico.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

11 – Com o mouse clique na borda da tabela onde está o gráfico, em seguida, clique no menu **layout, eixos** e escolha a opção **linhas de grade,** subtipo **linhas de grade verticais principais, linhas de grades principais.** Clique no botão OK. Veja figura 8.

Figura 8 – Formatando gráfico.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

12 – Altere os valores da coluna A, inicie inserindo o valor zero na primeira célula. Observe o que acontece com o gráfico após alterar os valores da tabela e responda:

a) Qual o valor mínimo que a grandeza salário mensal pode assumir? Quando isso acontece?
b) E qual o valor máximo do salário conforme mostrado no gráfico?
c) Existe algum valor que varia em função de outro?
d) O que esses pontos no gráfico indicam?

e) Por que o gráfico é representado por uma reta?

13 – Para compreendermos melhor o conceito de função vamos simular outra situação problema utilizando o Excel.

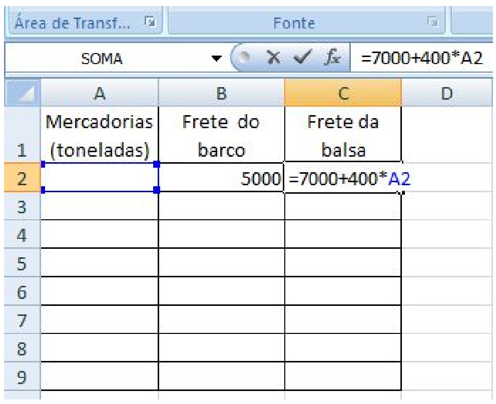
No Acre existem muitos municípios que ainda são considerados isolados, motivo pelo qual o único meio de acesso a esses municípios é através dos rios, e quando muito necessário aéreo. Santa Rosa do Purus é um município que fica localizado na regional Purus, fronteira com o Peru e bem distante da capital Rio Branco. Os meios de transporte pra lá são através de barcos ou avião. No inverno é comum os comerciantes desse município realizarem as compras de suas mercadorias em Sena Madureira e transportá-los pelo rio Purus. Os fretes das mercadorias são feitos através de barcos e balsas. Os donos de barcos cobram R$ 5.000 de aluguel para despesas com combustível e alimentação dos empregados mais R$ 800 por cada tonelada de mercadorias. Já os donos de balsas cobram R$ 7.000 de aluguel para as despesas mais R$ 400 por cada tonelada.

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta.

14 - Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo $v = 5000 + 800.t$ para representar o frete dos donos de barcos e $v = 7000 + 400.t$ para representar o frete dos donos de balsas. Utilizando o programa Excel, organize esses dados em uma tabela conforme instruções abaixo.

15 - Na célula A1 digite a palavra "mercadorias (toneladas)", na célula B1 digite "frete do barco" e na célula C1 "frete da balsa". Depois digite na célula B2 a fórmula "=5000+800*A2" e tecle Enter. Na célula C2 digite a fórmula "=7000+400*A2" e tecle Enter. Veja a figura 21.

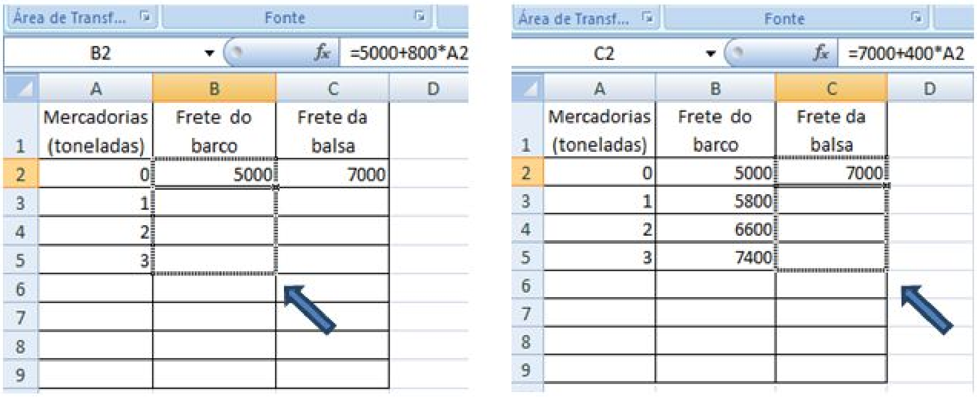
Figura 9 – Inserindo dados na planilha.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

16 – Insira valores na coluna A simulando as toneladas de mercadorias que serão transportadas. Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B, conforme figura 10. Faça o mesmo procedimento com a alça da célula C2 (veja figura 11).

Figura 10 e 11 – Copiando fórmula.



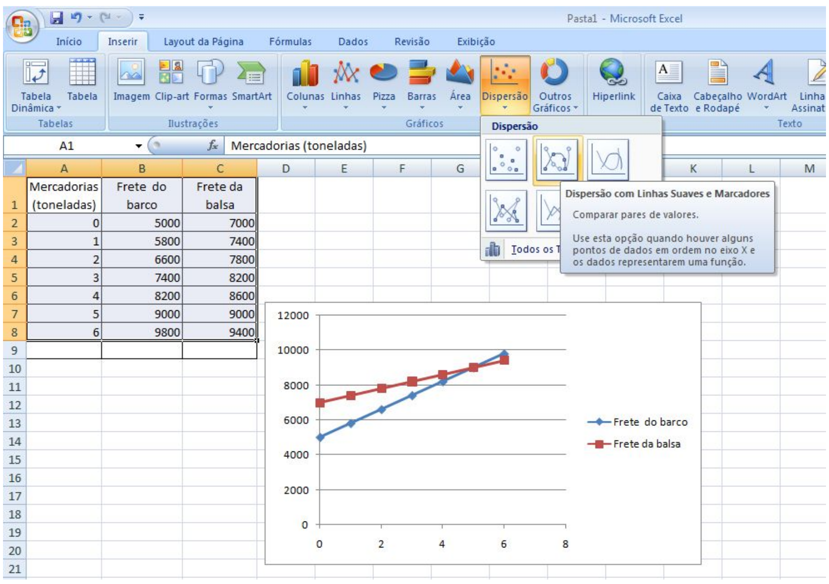
Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

17 – Observando os dados informados na planilha responda:

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre a quantidade de mercadorias que será transportada e o valor dos fretes em cada embarcação?
b) O valor do frete varia em função de alguma coisa?
c) É possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?
d) Qual dos dois aluguéis é mais vantajoso para os comerciantes transportarem suas mercadorias?
e) O que vocês entendem por preço do aluguel?
f) E pelo valor de cada tonelada?
g) O melhor frete vai depender do quê?

18 - Para compreendermos melhor o problema, selecione as células das colunas A, B e C. Clique no menu **inserir**, **gráfico** e escolha a opção **dispersão**, subtipo **dispersão com linhas suaves e marcadores**. Clique no botão OK. Veja os procedimentos na figura 12.

Figura 12 – Inserindo gráfico.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

19 – Analisando os gráficos dos fretes responda:

a) A origem das retas no gráfico fornece alguma informação?
b) Os valores dos fretes variam em função de alguma coisa?
c) O que esses pontos no gráfico indicam?
d) O gráfico é representado por duas retas, por quê?
e) Existe um ponto onde as duas retas se interceptam que tipo de informação esse ponto mostra?
f) Em que momento cada frete é mais vantajoso?

Quarta Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no *software* GeoGebra.		
Objetivos:	• Reconhecer e identificar a relação da variação de grandezas em função de outras em uma determinada situação problema; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o *software* GeoGebra na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	2 aulas de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

Roteiro para o aluno (GeoGebra)

1 – Para continuar explorando as duas situações problemas anteriores utilizaremos o laboratório de informática para desenvolvermos atividades no *software* GeoGebra. A turma deverá ser dividida em dupla para que cada computador seja utilizado por apenas dois alunos. (Deve-se utilizar um projetor de imagem para mostrar o texto e o passo a passo das atividades)

Em Sena Madureira (uma cidade do interior do Acre), uma determinada loja de roupas é bem conhecida por vender produtos de grandes marcas famosas, porém, como se trata de mercadorias chiques e caras a procura não é tanta. Os proprietários utilizam vários recursos para fazer propaganda e divulgar seus produtos para atrair seus clientes. Como forma de incentivar e estimular seus funcionários no empenho das vendas, os proprietários resolveram pagar o salário de seus empregados com base num valor fixo de R$ 930,00 mais 5% do total de vendas realizadas por cada um mensalmente (ou seja, mais R$ 0,05 por cada 1 real vendido).

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta

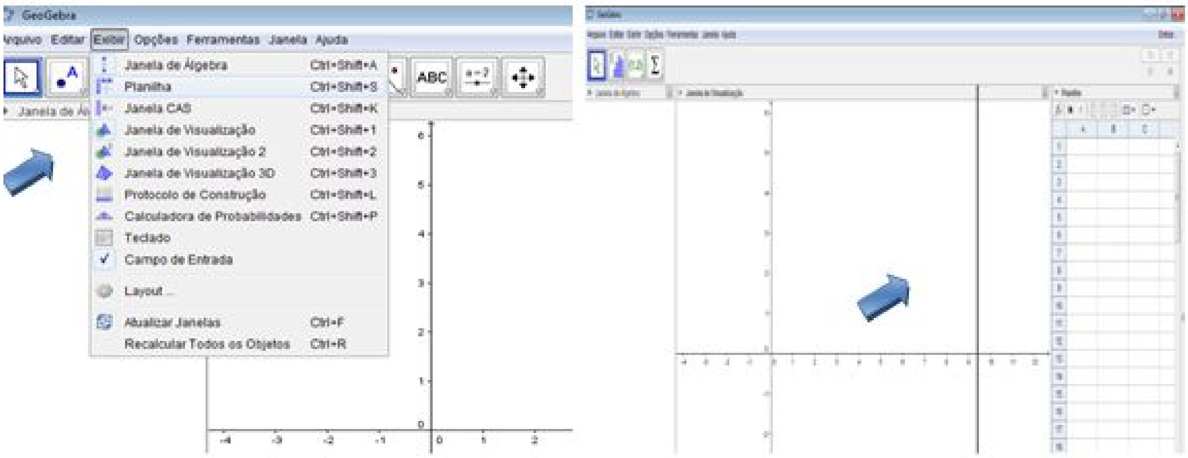
2 – Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo S = 930 + 0,05 x V, confirmando a ideia de que 930 é um parâmetro que não varia, o que fará variar o salário da vendedora é o valor das vendas realizadas por ela.

3 – Utilizando o *software* GeoGebra organize os dados abaixo em uma tabela.

a) Se em um mês uma vendedora conseguir vender 1000 reais de mercadorias, que salário receberá no fim do mês?
b) Simule os valores caso ela consiga vender 2000 reais, 3000 reais, 4000 reais e 5000 reais para saber qual seria seu salário mensal.

4 - Abra o GeoGebra. Vá ao menu exibir e clique em Planilha. Arraste pela aba a janela da planilha para que tenha uma boa visualização das três formas de representações. Veja os procedimentos nas figuras 13 e 14.

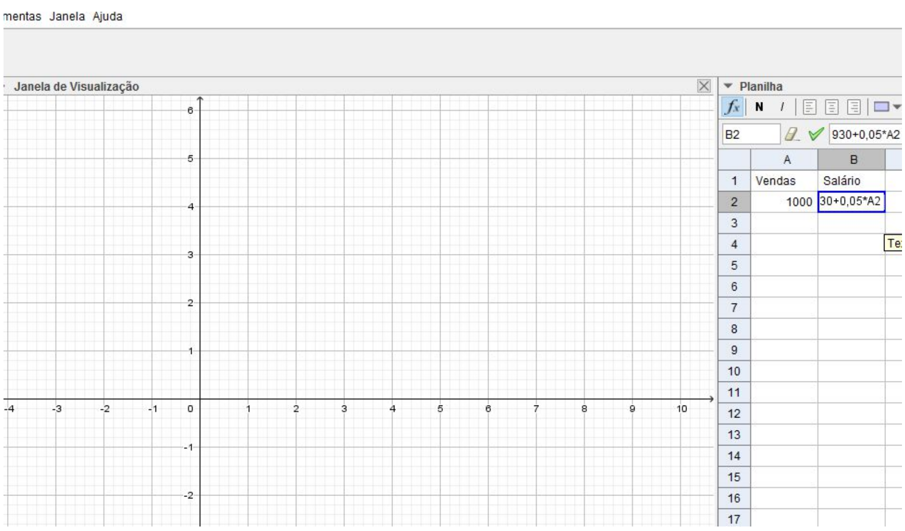
Figuras 13 e 14 - Visualização das três formas de representações.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

5 - Na célula A1 digite a palavra “vendas” e na célula B1 “Salário”. Depois digite o valor de “1000” reais na célula A2 e na célula B2 a fórmula “930+0.05*A2”, depois é só teclar Enter, conforme figura 15.

Figura 15 – Inserindo dados na planilha.

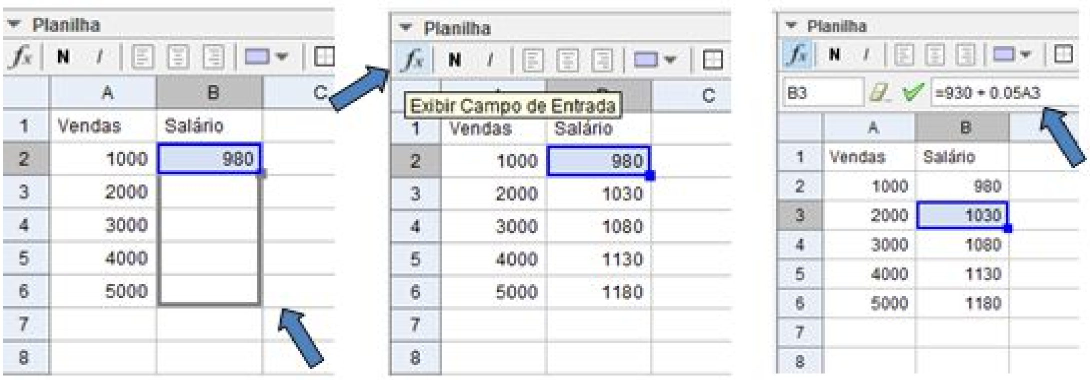


Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

6 – Como resultado surge o valor 980 na célula B2. Você saberia explicar por que isso ocorreu?

7 - Digite os demais valores nas células A3, A4, A5 e A6, que corresponde a coluna “vendas”. Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B. Em seguida, clique o cursor no ícone f_x para exibir o campo de entrada das informações inseridas em cada célula. Verifique o que aparecerá nesse campo clicando em todas as células da coluna B. Veja os procedimentos nas figuras 16, 17 e 18.

Figura 16, 17 e 18 – Inserindo, copiando fórmula e verificando informações.



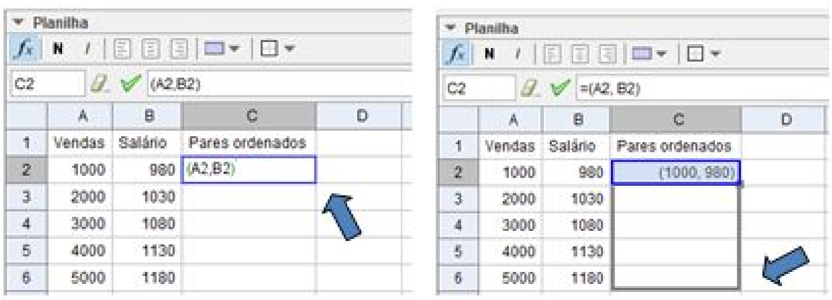
Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

8 – Responda as perguntas abaixo baseadas nas informações inseridas e exploradas no *software* GeoGebra.

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre o salário da vendedora ao final do mês e o valor das vendas dos produtos da loja?
b) O salário mensal varia em função de alguma coisa?
c) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?
d) Existe algum valor que varia em função de outro?

9 – Para explorarmos melhor o problema vamos construir o gráfico dessa função. Na janela de visualização do gráfico possuímos um plano cartesiano representado pelos eixos x e y. Para visualizarmos o gráfico precisamos inserir as coordenadas. Então, clique na célula C1 e digite pares ordenados e na célula C2 o comando “(A2,B2)” e dê Enter, conforme figura 19, na célula C3 o comando “(A3,B3) e dê Enter. Repetindo o mesmo processo nas demais células da coluna C ou clicando na aba e arrastando até o final onde precisam ser inseridos os pares ordenados, como é demonstrada na figura 20.

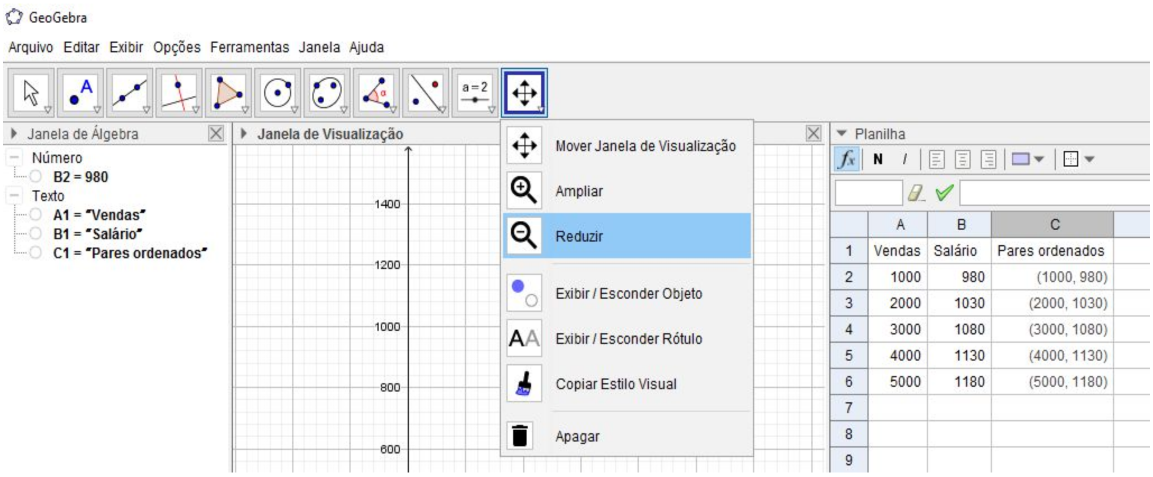
Figura 19 e 20 – Inserindo pares ordenados.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

10 - Observem na Janela Gráfica os pontos criados. Caso não seja possível visualizar todos os pontos, é preciso *Reduzir* o zoom. Para isso, vá com o curso e clique no último ícone e selecione a opção  reduzir. Siga os procedimentos da figura 21. Como os pares ordenados são números altos, vá reduzindo até você ter uma escala no valor 500 nos dois eixos. Em seguida, vá com o cursor no último ícone e selecione a opção  **mover janela de visualização** e ajuste a janela até que todos os pontos apareçam.

Figura 21 – Visualizando os pares ordenados no gráfico.

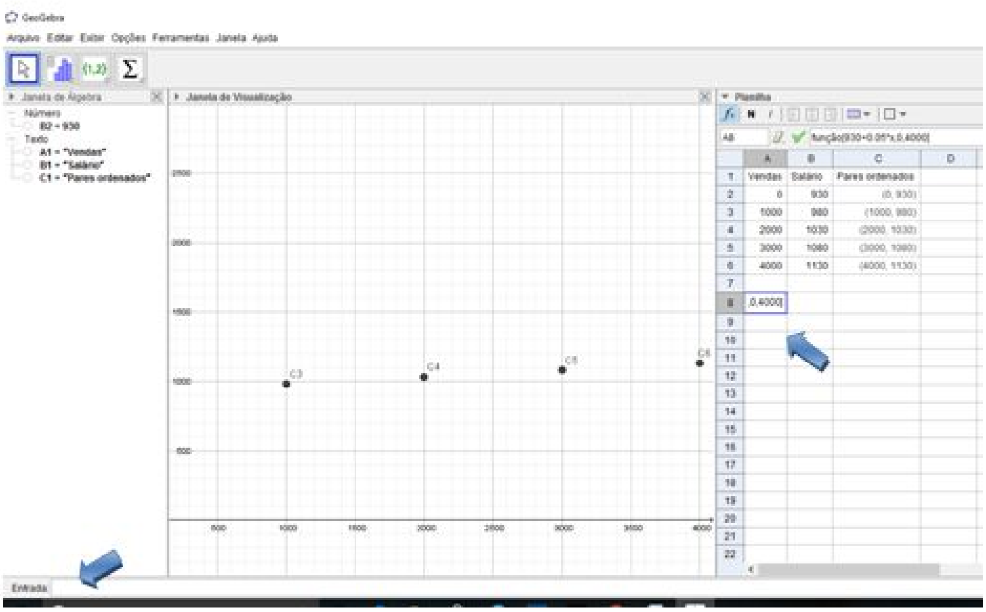


Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

11 – Agora altere os valores da coluna A e observe o que acontece nas colunas B e C, e os pontos do plano cartesiano da janela de visualização.

12 – Depois atribua valores de 0 a 4000 na coluna A. Insira o comando “função[930+0.05*x,0,4000]” no campo entrada localizado na parte inferior da tela ou na célula A8 e dê Enter, como mostra na figura 22. Observe o que acontece com o gráfico após alterar os valores da tabela e responda:

Figura 22 – Inserindo uma função.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) Qual o valor mínimo que a grandeza salário mensal pode assumir? Quando isso acontece?
b) E qual o valor máximo do salário conforme mostrado no gráfico?
c) Existe algum valor que varia em função de outro?
d) O que esses pontos no gráfico indicam?
e) Por que o gráfico é representado por uma reta?

13 - Para compreendermos melhor o conceito de função vamos simular outra situação problema utilizando o GeoGebra.

No Acre existem muitos municípios que ainda são considerados isolados, motivo pelo qual o único meio de acesso a esses municípios é através dos rios, e quando muito necessário aéreo. Santa Rosa do Purus é um município que fica localizado na regional Purus, fronteira com o Peru e bem distante da capital Rio Branco. Os meios de transporte para lá são através de barcos ou avião. No inverno é comum os comerciantes desse município realizarem as compras de suas mercadorias em Sena Madureira e transportá-los pelo rio Purus. Os fretes das mercadorias são feitos através de barcos e balsas. Os donos de barcos cobram R$ 5.000 de aluguel para despesas com combustível e alimentação dos empregados mais R$ 800 por cada tonelada de mercadorias. Já os donos de balsas cobram R$ 7.000 de aluguel para as despesas mais R$ 400 por cada tonelada.

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta

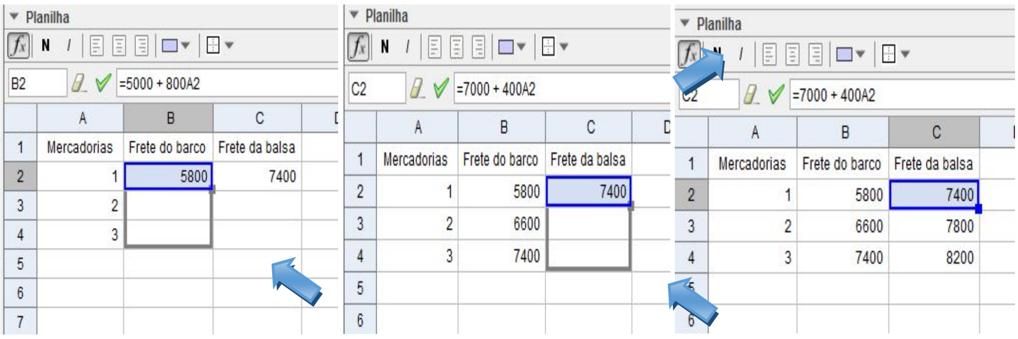
14 - Na atividade anterior aprendemos a representação dessa situação problema através de uma função do tipo $v = 5000 + 800.t$ para representar o frete dos donos de barcos e $v = 7000 + 400.t$ para representar o frete dos donos de balsas. Utilizando o *software* GeoGebra, organize esses dados em uma tabela conforme instruções abaixo.

15 – Abra outro arquivo. Vá ao menu **arquivo** e escolha a opção nova janela. Abrirá outro arquivo do GeoGebra, mas não feche o primeiro arquivo, caso tenha dúvidas utilize o outro para consulta.

16 - Vá ao menu **exibir** e clique em **Planilha**. Arraste pela aba a janela da planilha para que tenha uma boa visualização das três formas de representações. Na planilha, digite a palavra "mercadorias (toneladas)" na célula A, na célula B1 digite "frete do barco" e na célula C1 "frete da balsa". Depois digite na célula B2 o comando "5000+800*A2" e tecle Enter. Na célula C2 digite a comando "7000+400*A2" e tecle Enter.

17 - Insira valores na coluna A simulando as toneladas de mercadorias que serão transportadas. Depois clique na alça da célula B2 e arraste para baixo até que preencha toda coluna B (veja figura 23). Faça o mesmo procedimento com a alça da célula C2 (veja figura 24). Em seguida, clique o cursor no ícone f_x (como mostra a figura 25) para exibir o campo de entrada das informações inseridas em cada célula, caso não esteja aparecendo. Verifique o que aparecerá nesse campo clicando em todas as células das colunas B e C.

Figuras 23, 24 e 25 – Inserindo dados na planilha.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

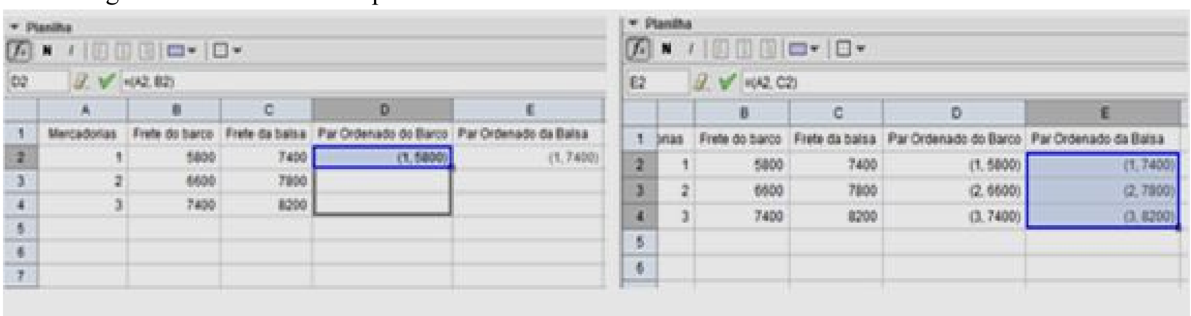
18 – Observando os dados informados na planilha responda:

a) Com a construção da tabela é possível verificar alguma relação de dependência entre a quantidade de mercadorias que será transportada e o valor dos fretes em cada embarcação?
b) O valor do frete varia em função de alguma coisa?
c) É possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?
d) Qual dos dois aluguéis é mais vantajoso para os comerciantes transportarem suas mercadorias?
e) O que vocês entendem por preço do aluguel?
f) E pelo valor de cada tonelada?
g) O melhor frete vai depender do quê?

19 - Para construir o gráfico dessas duas funções precisamos inserir as coordenadas no plano cartesiano. Aqui é preciso ter muita atenção porque serão inseridos pares ordenados do barco e da balsa.

20 - Clique na célula D1 e digite pares ordenados do barco e na célula D2 o comando “(A2,B2)” e dê Enter, na célula E1 digite pares ordenados da balsa, na célula E2 o comando “(A2,C2) e dê Enter. Repetindo o mesmo processo nas demais células da coluna D e E ou clicando na aba e arrastando até o final onde precisa ser inserido os pares ordenados, como mostra as figuras 26 e 27.

Figura 26 e 27 – Inserindo pares ordenados.



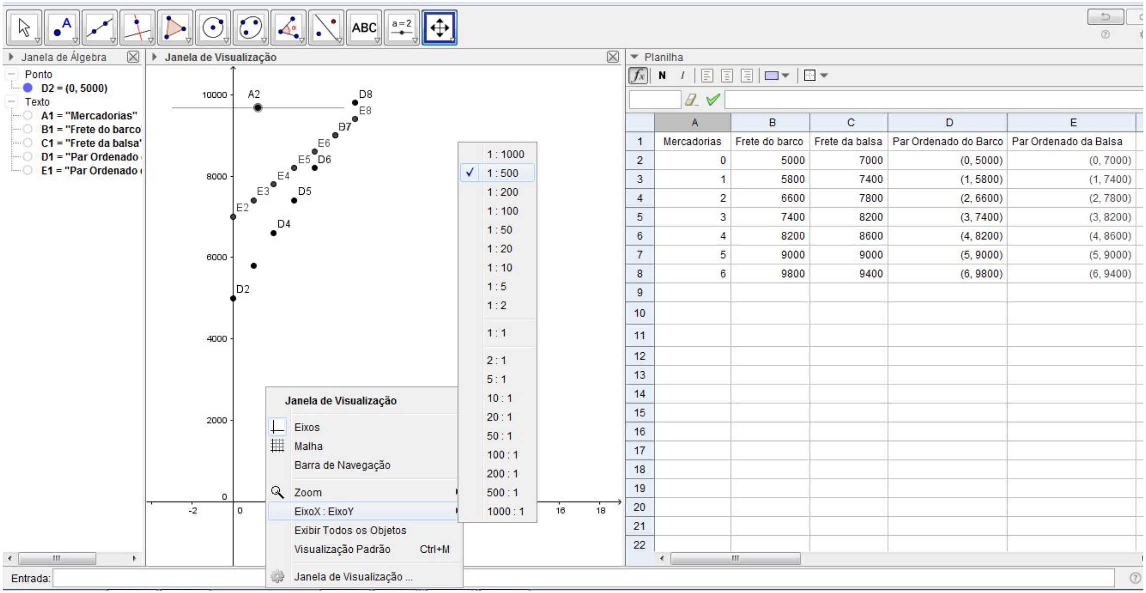
Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

21 - Agora altere os valores da coluna A e observe o que acontece nas colunas B e C, e os pontos do plano cartesiano da janela de visualização.

22 - Observem na Janela Gráfica os pontos criados. Caso não seja possível visualizar todos os pontos, é preciso alterar a escala dos eixos. Para isso, clique com o botão auxiliar na tela de visualização, escolha a opção **eixo x: eixo y**, escala **1: 500**. Em seguida, vá com o cursor no

último ícone e selecione a opção  **mover janela de visualização** e ajuste a janela até que todos os pontos apareçam. Vide figura 28.

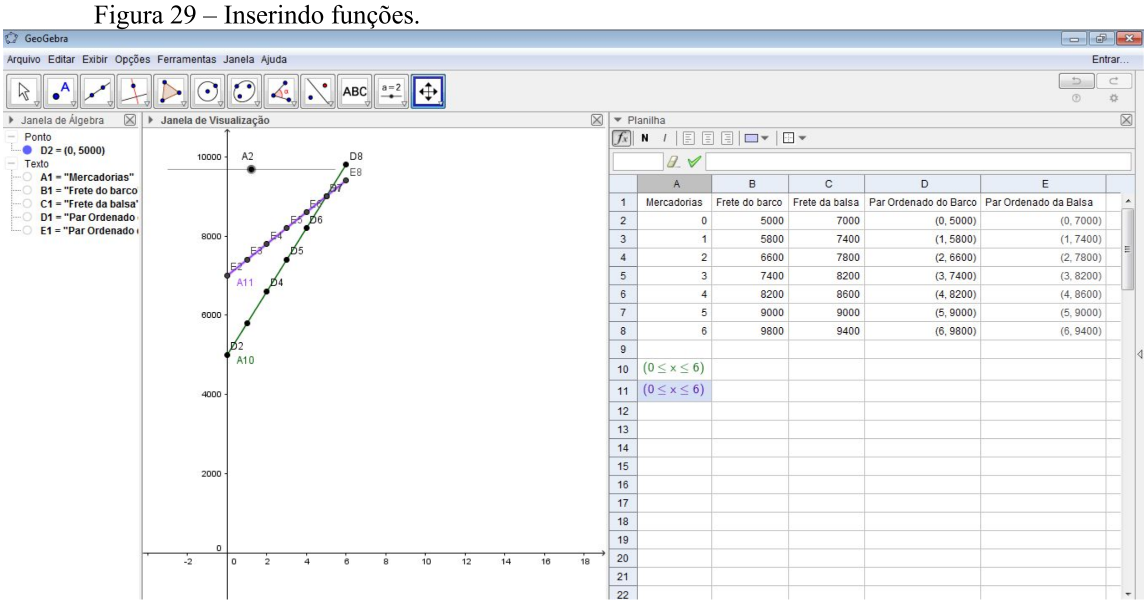
Figura 28 – Ajustando a janela de visualização.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

23 - Depois atribua valores de 0 a 6 na coluna A. Insira o comando "função[5000+800*x,0,6]" e o comando "função[7000+400*x,0,6]" no campo entrada localizado na parte inferior da tela ou na célula A10 e A11, como é mostrado na figura 29. Observe o que acontece com o gráfico após alterar os valores da tabela e responda:

Figura 29 – Inserindo funções.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) A origem das retas no gráfico fornece alguma informação?
b) Os valores dos fretes variam em função de alguma coisa?
c) O que esses pontos no gráfico indicam?
d) O gráfico é representado por duas retas, por quê?

e) Existe um ponto onde as duas retas se interceptam que tipo de informação esse ponto mostra?
f) Em que momento cada frete é mais vantajoso?

Quinta Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no Excel.		
Objetivos:	• Identificar uma variável dependente e independente de uma função e a relação entre elas; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o programa Excel na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Analisar o comportamento dos coeficientes através do Excel; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	1 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

1 – Resolva a situação problema abaixo e organize os dados em uma tabela utilizando o programa Excel.

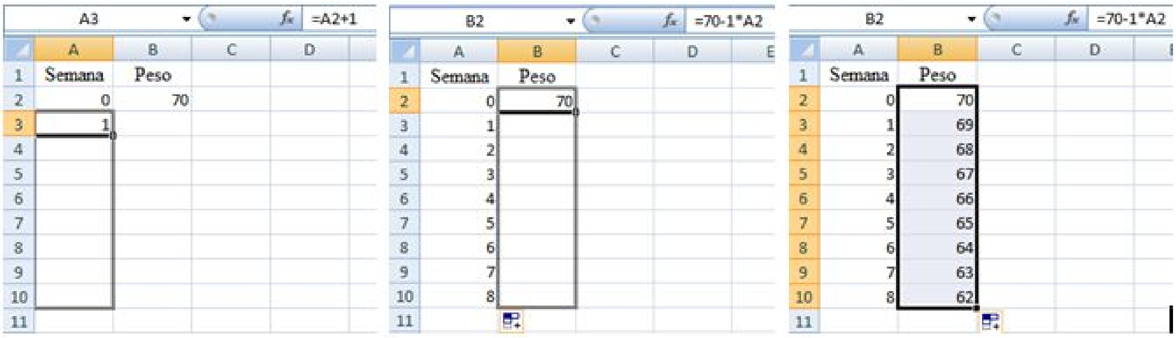
Certa garota com o intuito de emagrecer estabeleceu um programa de atividades físicas e alimentares para atingir seu objetivo que era perder 8 kg. Ao iniciar o programa ela pesava 70 kg e sua meta semanal de perca de peso era 1 kg. Com base nessas informações responda:

a) Quantos quilos ela conseguirá perder em 5 semanas?
b) Quantos quilos ela terá quando atingir seu objetivo?
c) Escreva a lei que estabelece a relação do peso em função dos quilos perdidos.
d) Mantendo o ritmo de emagrecimento, a cada semana ela terá quantos quilos?

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta.

2 - Abra o programa Excel. Na célula A1 digite a palavra "Semana" e na célula B1 "Peso". Depois digite o valor de "0" na célula A2 e na célula B2 a fórmula "=70-1*A2", depois é só teclar Enter. Em seguida, digite na célula A3 a fórmula "=A2+1" e dê Enter. Depois clique na alça da célula A3 e arraste para baixo até que preencha toda coluna A com os números de 0 a 8. Na alça da célula B2 clique e arraste até preencher a coluna peso. Siga os procedimentos como mostra as figuras 30, 31 e 32.

Figura 30, 31 e 32 – Inserindo comandos na planilha.



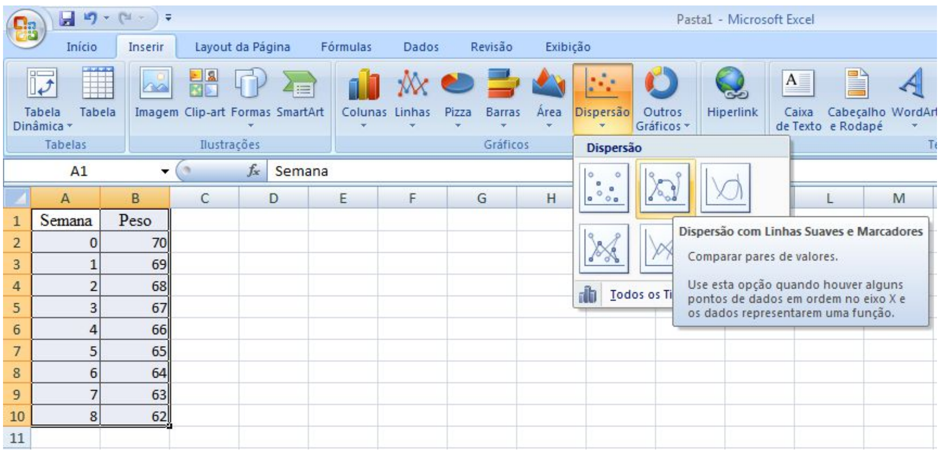
Fonte: Tela do *Excel*- Computador pessoal do autor.

3 – Baseadas nas informações inseridas na planilha responda:

a) Na tabela é possível verificar que a cada uma semana de atividades físicas e alimentação balanceada ocorre à redução do peso da garota. Podemos então afirmar que existe uma relação de dependência entre o peso da garota e o programa de atividades semanal?
b) Podemos afirmar que a cada uma semana a garota perde um quilo?
c) Existe algum valor que varia em função de outro?
d) É correto afirmar que seu peso "P" varia em função de cada semana **"S"** de atividades? Justifique.
e) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?

4 - Selecione as células das colunas A e B. Clique no menu **inserir**, **gráfico** e escolha a opção **dispersão**, subtipo **dispersão com linhas suaves e marcadores**. Clique no botão OK. Vide figura 33.

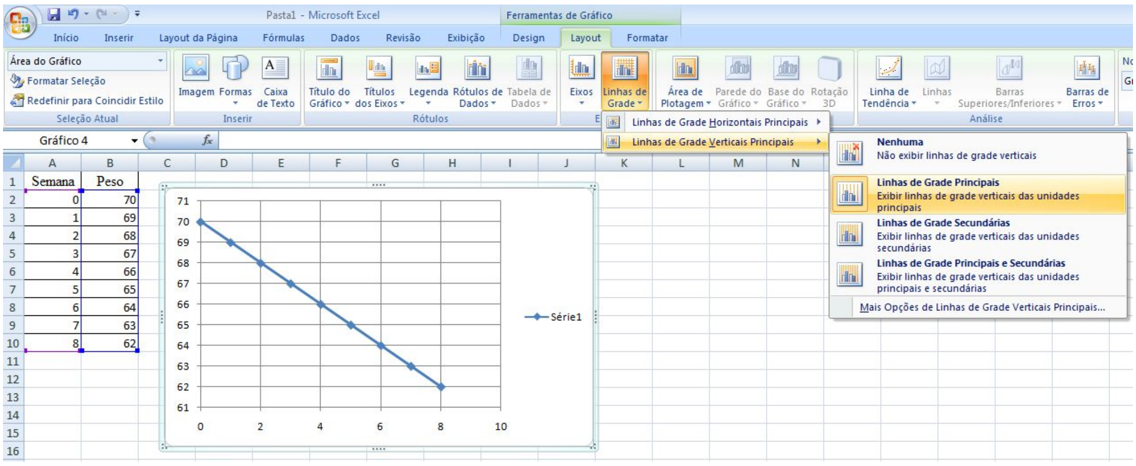
Figura 33 – Inserindo gráfico.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

5 - Com o mouse clique na borda da tabela onde está o gráfico, clique no menu **layout, eixos** e escolha a opção **linhas de grade,** subtipo **linhas de grade verticais principais, linhas de grades principais.** Clique no botão OK. Conforme a figura 34.

Figura 34 – Formatando gráfico.



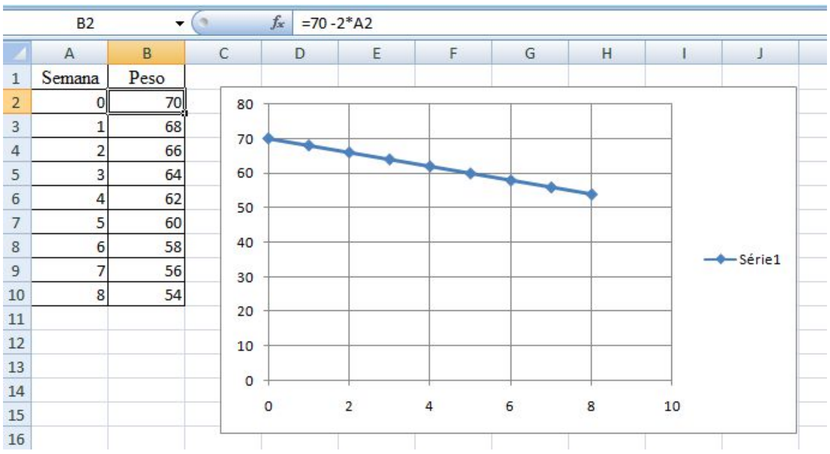
Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

6 - Observe a construção da tabela e do gráfico e responda:

a) Podemos continuar afirmando que a cada uma semana a garota perde peso equivalente a um quilo?
b) O que acontece com os valores da coluna "Peso" quando os valores da coluna "Semana" aumentam?
c) Percebe-se que há uma redução de peso a cada semana e que isso ocorre proporcionalmente. O que o valor -1 tem a ver com isso?
d) Por que o gráfico é representado por uma reta?
e) A reta inicia em qual ponto? O que significa esse ponto?
f) Podemos afirmar que existem duas grandezas variáveis. Qual é a grandeza que depende da outra para variar?
g) Qual a variável independente?

7 – Vejamos agora uma situação semelhante à anterior, em que deseja-se perder semanalmente 2 kg. Selecione todos os valores da coluna B e exclua. Digite na célula B2 a fórmula "=70-2*A2" e dê Enter. Em seguida clique na alça da célula B2 e arraste até preencher a coluna B. Observe o que aconteceu com os valores do Peso e do gráfico na figura 35 e responda:

Figura 35 – alterando os valores e fórmula.

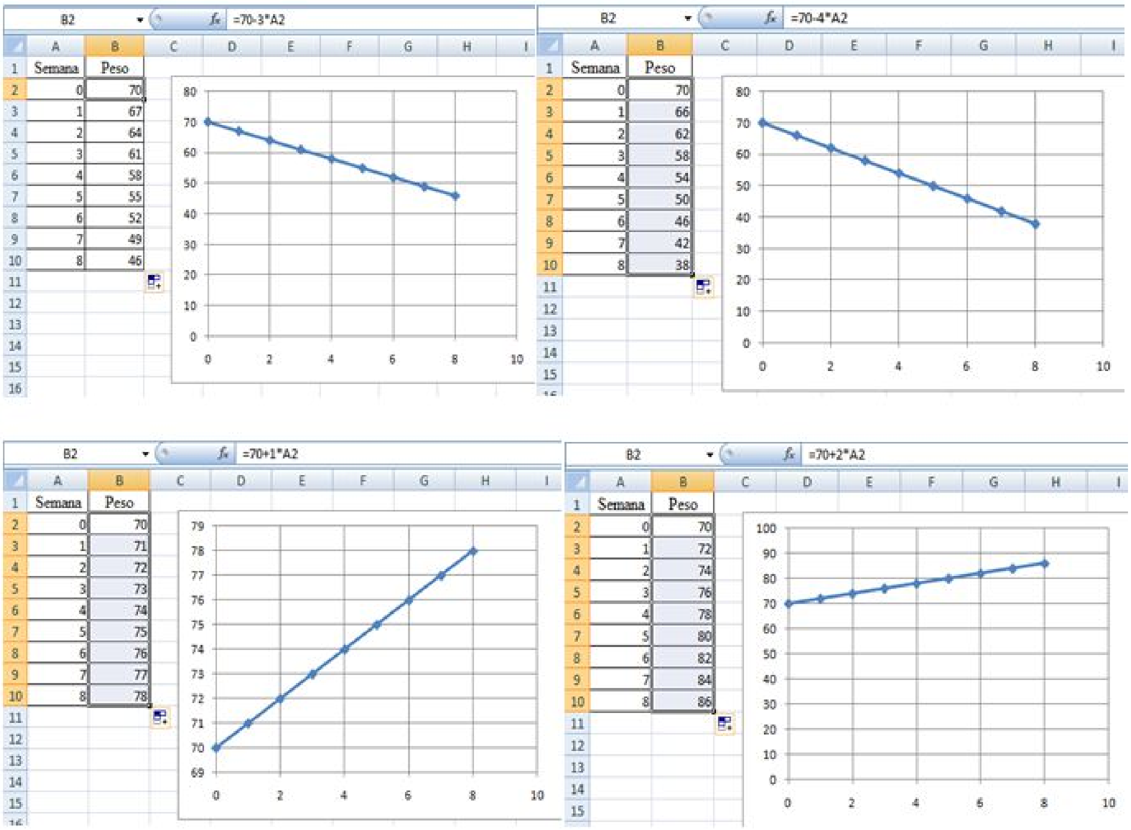


Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.
b) O que o valor -2 têm a ver com isso?

8 – Vamos repetir o mesmo processo, mas dessa vez, digite as fórmulas “=70-3*A2”, “=70-4*A2”, “=70+1*A2” e “=70+2*A2”, um de cada vez. Observe o que aconteceu com os valores da coluna Peso e dos gráficos (veja figuras 36, 37,38 e 39) e responda:

Figura 36, 37, 38 e 39 – Alterando as fórmulas.



Fonte: Tela do *Excel* - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.
b) A que você atribui a mudança de comportamento nos gráficos?

9 – Esse é o momento do professor formular o conceito de função.

Sexta Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	• Noção do conceito de função; • Construção de tabelas e gráficos no *software* GeoGebra.		
Objetivos:	• Identificar uma variável dependente e independente de uma função e a relação entre elas; • Relacionar a linguagem textual com a linguagem algébrica na formulação de uma expressão que represente uma função; • Explorar o *software* GeoGebra na construção de tabelas e gráficos que representa uma função; • Analisar o comportamento dos coeficientes através do *software* GeoGebra; • Reconhecer as diferentes formas de representar uma função.		
Tempo estimado:	1 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua; • Computador para cada dupla.		

1 – Resolva a situação problema abaixo e organize os dados em uma tabela utilizando o *software* GeoGebra.

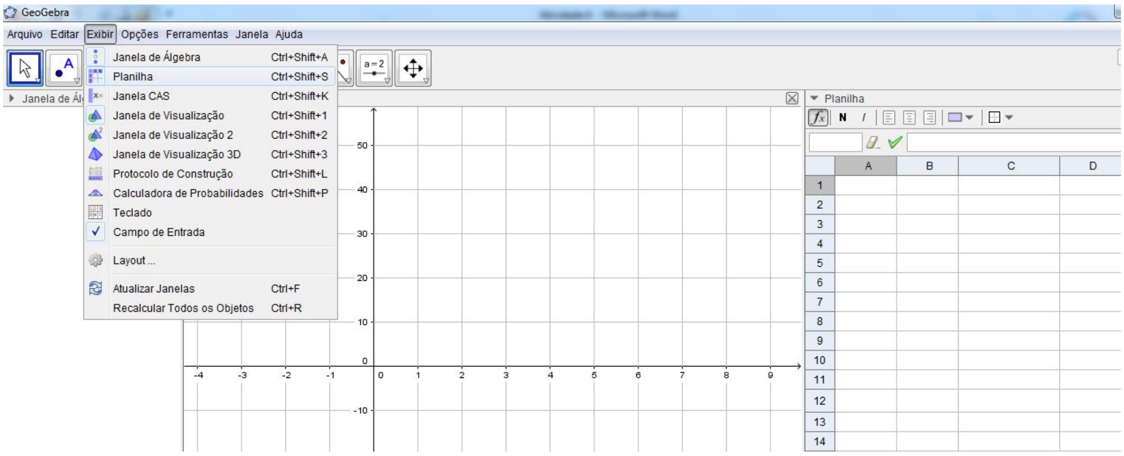
Certa garota com o intuito de emagrecer estabeleceu um programa de atividades físicas e alimentares para atingir seu objetivo que era perder 8 kg. Ao iniciar o programa ela pesava 70 kg e sua meta semanal de perca de peso era 1 kg. Com base nessas informações responda:

a) Quantos quilos ela conseguirá perder em 5 semanas?
b) Quantos quilos ela terá quando atingir seu objetivo?
c) Escreva a lei que estabelece a relação do peso em função dos quilos perdidos.
d) Mantendo o ritmo de emagrecimento a cada semana ela terá quantos quilos?

Caso não consiga realizar os procedimentos com o passo a passo, clique na seta.

2 – Abra o GeoGebra. Vá ao menu **exibir** e clique em **Planilha**. Arraste pela aba a janela da planilha para que tenha uma boa visualização das três formas de representações. Veja figura 40.

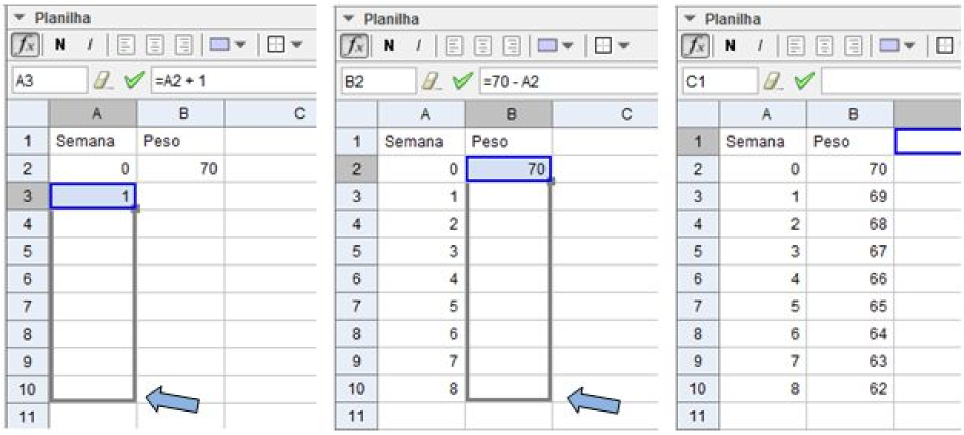
Figura 40 – Configurando as três janelas do GeoGebra.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

3 - Na célula A1 digite a palavra “Semana” e na célula B1 “Peso”. Depois digite o valor de “0” na célula A2 e na célula B2 a fórmula “70-1*A2”, depois é só teclar Enter (como mostram as figuras 41 e 42). Em seguida, digite na célula A3 a fórmula “A2+1” e dê Enter. Depois clique na alça da célula A3 e arraste para baixo até que preencha toda coluna A com os números de 1 a 8. Na alça da célula B2 clique e arraste até preencher a coluna peso.

Figura 41, 42 e 43 – Inserindo valores e comandos na planilha do GeoGebra.



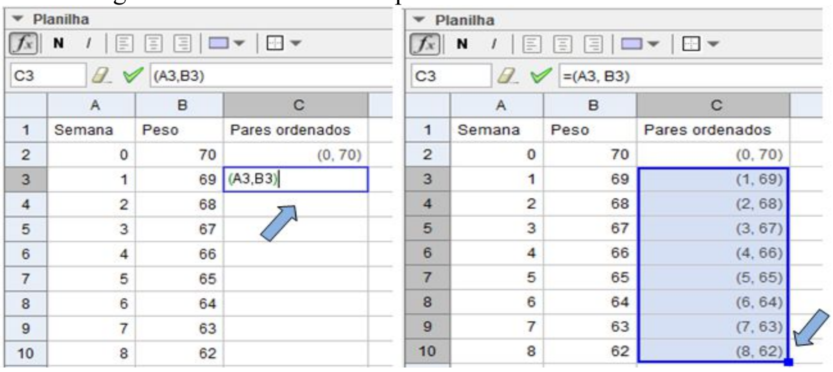
Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

4 – Baseadas nas informações inseridas na planilha responda:

a) Na tabela da figura 43 é possível verificar que a cada uma semana de atividades físicas e alimentação balanceada ocorre à redução do peso da garota. Podemos então afirmar que existe uma relação de dependência entre o peso da garota e o programa de atividades semanal?
b) Podemos afirmar que a cada uma semana a garota perde um quilo?
c) Existe algum valor que varia em função de outro?
d) É correto afirmar que seu peso “P” varia em função de cada semana “S” de atividades? Justifique.
e) Na situação problema é possível identificar algum valor que não sofre nenhuma mudança?

5 - Na janela de visualização do gráfico possuímos um plano cartesiano representado pelos eixos *x* e *y*. Para visualizarmos o gráfico precisamos inserir as coordenadas. Então, clique na célula C1 e digite pares ordenados e na célula C2 o comando "(A2,B2)" e dê Enter, na célula C3 o comando "(A3,B3) como mostra a figura 44 e dê Enter. Repetindo o mesmo processo nas demais células da coluna C ou clicando na aba e arrastando até o final onde precisa ser inserido os pares ordenados (veja figura 45).

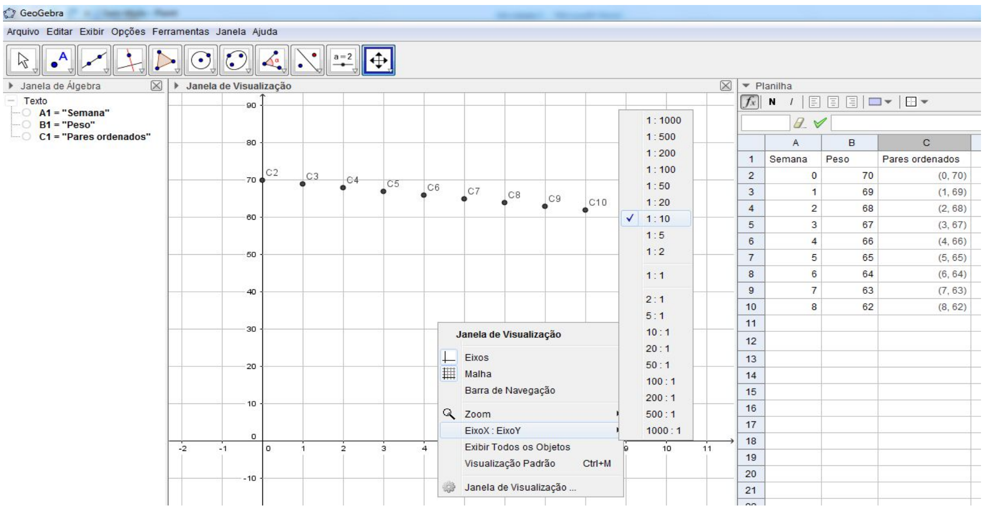
Figura 44 e 45 – Criando os pares ordenados.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

6 - Observem na Janela Gráfica os pontos criados. Caso não seja possível visualizar todos os pontos, é preciso alterar a escala dos eixos. Para isso, clique com o botão auxiliar na tela de visualização, escolha a opção **eixo x: eixo y**, escala **1: 10**. Em seguida, vá com o cursor no último ícone e selecione a opção  **mover janela de visualização** e ajuste a janela até que todos os pontos apareçam. Vide figura 46.

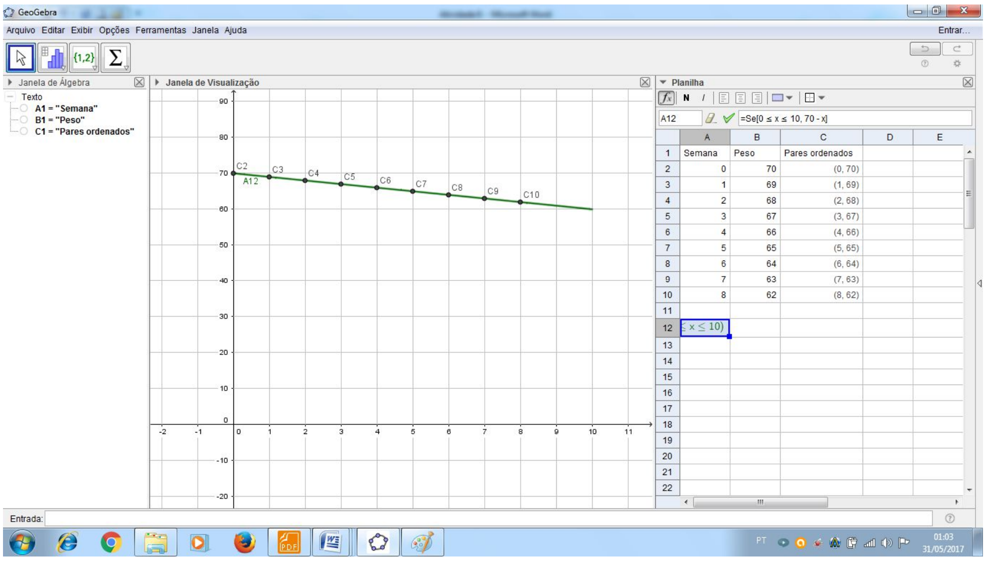
Figura 46 – Alterando as escalas dos eixos *x* e *y* na janela de visualização.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

7 - Insira o comando "função[70-1*x,0,10]" no campo entrada localizado na parte inferior da tela ou na célula A12 3 e dê Enter. Observe a construção da tabela e do gráfico na figura 47 e responda:

Figura 47 – Visualização da tabela, comando e gráfico de uma função.

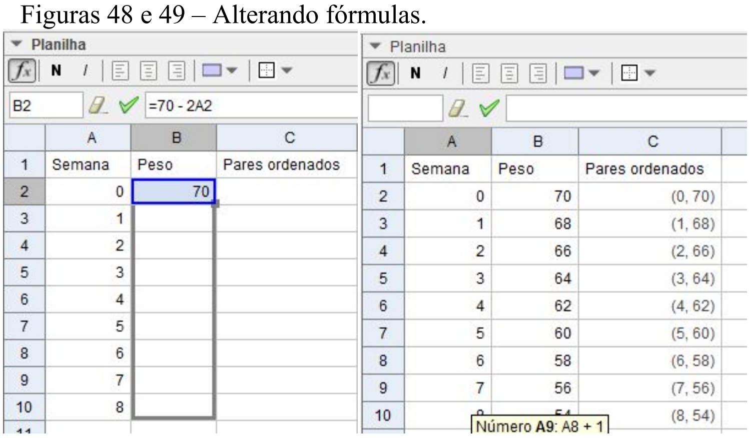


Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) Podemos continuar afirmando que a cada uma semana a garota perde peso equivalente a um quilo?
b) O que acontece com os valores da coluna "Peso" quando os valores da coluna "Semana" aumentam?
c) Percebe-se que há uma redução de peso a cada semana e que isso ocorre proporcionalmente. O que o valor -1 tem a ver com isso?
d) Por que o gráfico é representado por uma reta?
e) A reta inicia em qual ponto? O que significa esse ponto?
f) Podemos afirmar que existem duas grandezas variáveis. Qual é a grandeza que depende da outra para variar?
g) Qual a variável independente?

8 - Agora selecione todos os valores da coluna B e exclua. Digite na célula B2 a fórmula "70-2*A2" e dê Enter. Em seguida clique na alça da célula B2 e arraste até preencher a coluna B, conforme figura 48. Na célula C2 o comando "(A2,B2)" e dê Enter, clique na aba e arraste até o final onde precisa ser inserido os pares ordenados. Veja a figura 49. Insira o comando "função[70-1*x,0,10]" no campo de entrada localizado na parte inferior da tela e dê Enter. Observe a construção da tabela e do gráfico e responda:

Figuras 48 e 49 – Alterando fórmulas.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.
b) O que o valor -2 têm a ver com isso?

9 - Vamos repetir o mesmo processo, mas dessa vez, digite os comandos “função[70-3*x,0,10]”, “função[70-4*x,0,10]”, “função[70+1*x,0,10]” e “função[70+2*x,0,10]”, um de cada vez no campo de entrada localizado na parte inferior da tela e dê Enter. Observe os gráficos na janela de visualização e as funções na janela de álgebra, como mostra a figura 51, e responda:

Figura 51 – Inserindo várias fórmulas de funções do 1º grau.

Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

a) A variação do peso a cada semana continuou variando proporcionalmente? Justifique.
b) O que aconteceu com os valores do peso quanto mudamos o sinal na fórmula?
c) Você acha que o sinal da fórmula significa alguma coisa? Justifique
d) E os gráficos tiveram interferência ao mudarmos o sinal da fórmula? Comente.

10 – Esse é o momento de o professor formular o conceito de função.

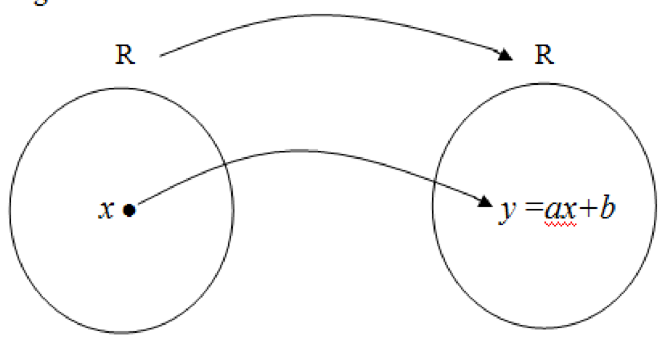
Sétima Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	Conceito da Função do 1º grau.		
Objetivos:	• Formalização do conceito de função do primeiro grau; • Reconhecer e identificar a relação de variação entre grandezas; • Descrever as características fundamentais da função do primeiro grau, observadas por meio da representação gráfica, como crescimento, decrescimento e taxa de variação; • Compreender as Formas de representações semióticas de uma Função do 1º grau; • Analisar o comportamento dos gráficos da função do 1º Grau.		
Tempo estimado:	2 aulas de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Régua.		

1 - Formalizando o conceito de Função do 1º grau

De modo geral, podemos definir uma função do primeiro grau *f*, como sendo uma relação que associa a cada número real x um único real $\boldsymbol{y = f(x)}$, tal que $\boldsymbol{y = ax + b}$, com *a*, $b \in$ R e $a \neq 0$.

Em diagrama:



Normalmente representamos esta função da seguinte forma:

f: R $\rightarrow$ R

$x \longmapsto \boldsymbol{f(x) = ax + b}$, $a, b \in$ R e $a \neq 0$

Da forma como definimos acima, chamaremos de Domínio da função f o conjunto dos números reais. Anotaremos assim: $D(f) = \mathbb{R}$. Este é o conjunto dos valores x do qual a função atuará. Além disso, chamaremos de Contradomínio o conjunto que receberá os valores transformados pela função. Neste caso também o conjunto dos números reais. Anotaremos o Contradomínio por $CD(f) = \mathbb{R}$.

Como já observado nas situações anteriores, os coeficientes a e b na fórmula $f(x) = ax + b$ determinam como essa função atua, e terão importante papel nas interpretações dos fenômenos e dos gráficos.

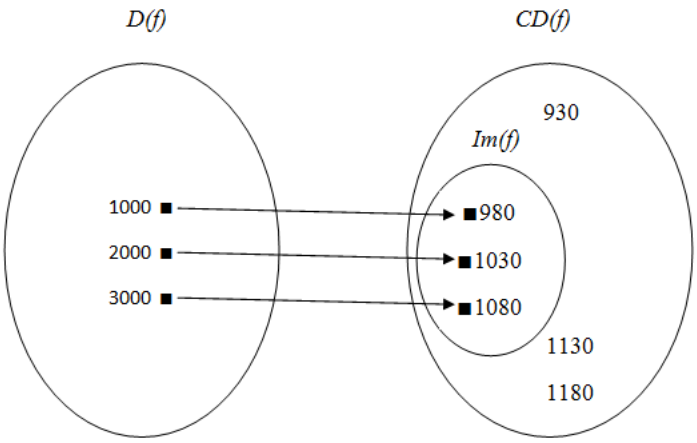
Sobre o Domínio e Contradomínio da função do primeiro grau, podemos destacar ainda, que não necessariamente estes deverão ser o conjunto dos números reais. Observe os seguintes exemplos:

Exemplo 1: Na situação do problema abordado anteriormente, onde os salários das vendedoras eram obtidos seguindo uma função do tipo $S = 930 + 0{,}05v$, que também pode ser representado por $f(x) = 930 + 0{,}05x$, onde temos a variável $\boldsymbol{x}$ que representa a quantidade de vendas realizada e $f(x)$ o salário mensal recebido. Nesta situação o domínio da função [*D(f)*] só admite o conjunto dos números naturais N, pois na prática os valores relacionados à venda são números inteiros maiores ou iguais a zero, pois representam as unidades do produto que foi vendido. Logo, os valores da venda não admitem números negativos. Já os valores do contradomínio da função [CD*(f)*], assumem valores reais. Pode-se, por exemplo, representar tal função da seguinte maneira:

$$f\colon \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 930 + 0{,}05x$$

Temos também, o conjunto imagem [*Im(f)]*. Este conjunto é formado pelos elementos ***y*** que estão associados a um ou mais elementos ***x***. O conjunto imagem é sempre um subconjunto do contradomínio, ou seja, $Im(f) \subset CD(f)$. Dessa maneira, o conjunto imagem é determinado através de uma lei de correspondência $y = f(x)$. Este conjunto é a imagem do Domínio no contradomínio.



Exemplo 2: Foi abordada anteriormente, a situação da garota que pretendia calcular sua perca de peso semanalmente através de um programa de atividades e que obedecia a uma função do tipo $P = 70 – 1s$, onde P representa seu peso obtido semanalmente e **s** o número de semanas de atividades. Essa função também pode ser representada por $f(x) = 70 - x$. Neste caso, o domínio de f é o conjunto de $A = [0, 70] \subset \mathbb{N}$, pois na prática os valores de $\boldsymbol{x}$ que representam cada semana de atividades só admitem números naturais menores que 71, bem como os valores do contradomínio *de f*, já que a pessoa que aderir esta dieta jamais terá um peso negativo. Pode-se, por exemplo, representar tal função da seguinte maneira:

$$f\colon A \rightarrow A$$

$$f(x) = 70 - x$$

O conjunto imagem de f também terá seus valores pertencentes aos números naturais e será determinado através da função $f(x) = 70 - x$, onde $Im(f)$ = ℕ.

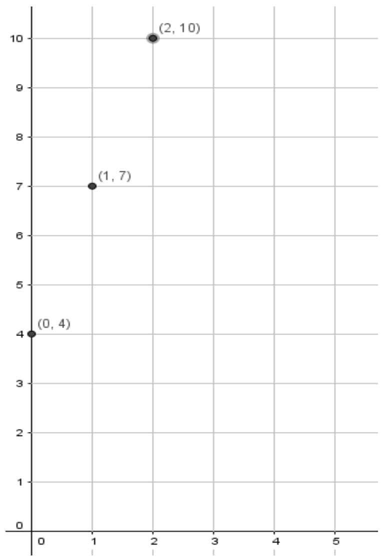
Observe que, de modo geral, podemos pensar a função do primeiro grau atuando sobre um subconjunto dos números reais, ou seja:

$$f: A \subset R \rightarrow B \subset R$$

$$X \in \mathrm{A} \longmapsto f(x) = ax + b, \quad f(x) \in \mathrm{B}$$

Exemplo 3: A função *f*: N → N, $f(x) = 3x + 4$, também é do primeiro grau. Neste caso a função atua somente nos números naturais e tem um resultado que também será um número natural, tendo em vista que o triplo de um número natural adicionado de 4 também será natural. Aqui D (*f*) = N, CD (*f*) = N e $Im(f)$ = N. Na figura 52 observe o gráfico dessa função:

Figura 52 – Pares ordenados da função $f(x) = 3x + 4$.

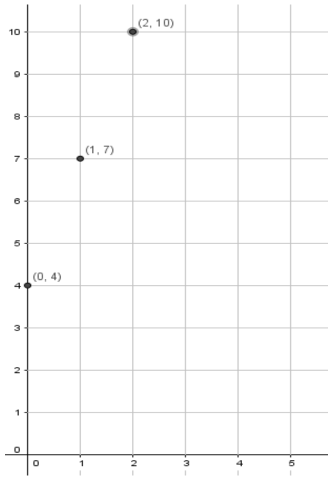


Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Exemplo 4: A função g: ℕ → ℤ, $g(x) = 3x + 4$, também é do primeiro grau e atua de modo semelhante à função *f* do exemplo anterior. Aqui D*(g)* =N, CD*(g)* = ℤ e $Im(g)$ = ℤ. Pergunta-se: g é igual a f?

A resposta é não, pois duas funções somente serão iguais se apresentarem mesma lei de formação, mesmo domínio e mesmo contradomínio. O fato do contradomínio destas duas funções diferirem poderá fazer com as mesmas não tenham todas as características comuns, embora tenham a maior das características. Por exemplo, o gráfico de ambas é o mesmo, conforme figura 53.

Figura 53 – Pares ordenados da função$g(x) = 3x + 4$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

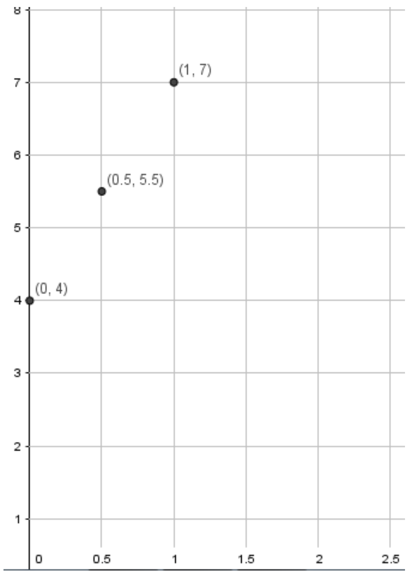
Exemplo 5: Considere a função h definida abaixo:

$$h: [0, 1] \rightarrow [0,7]$$

$$x \longmapsto h(x) = 3x + 4$$

Observe que esta relação está restrita a dois intervalos de números reais. O domínio da função h está restrito ao intervalo [0,1] então $0 \leq x \leq 1$ e o contradomínio também está restrito ao intervalo [0,7] sendo $0 \leq y \leq 7$. Veja o gráfico dessa função na figura 54.

Figura 54 – Pares ordenados da função $h(x) = 3x + 4$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

O conjunto $Im = \{4, 5.5, 7\}$ pertencente ao conjunto dos números reais, sendo que é um subconjunto do contradomínio, também está restrito a um intervalo e é determinada pela função $i(x) = 3x + 4$.

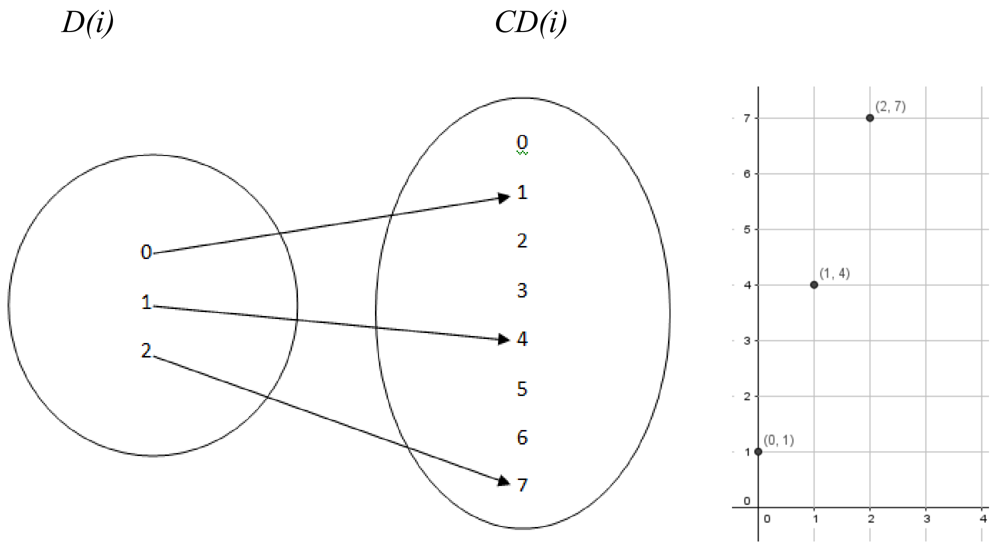
Exemplo 6: Agora observe a função i definida abaixo, em que o domínio são os números naturais entre 0 e 2 (incluindo ambos) e o contradomínio é o conjunto dos números naturais entre 0 e 7 (incluindo ambos):

$$i: \{0,1,2\} \rightarrow \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$$

$$x \longmapsto i(x) = 3x + 1$$

O conjunto $\{1, 4, 7\}$, que é um subconjunto do contradomínio, é denominado o conjunto imagem da função $i(x) = 3x + 1$ e indicamos por $Im(i)$. Este conjunto está representado no diagrama e gráfico abaixo (figura 55):

Figura 55 - Diagrama e gráfico da função $i(x) = 3x + 1$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

NOTA: Os exemplos anteriores mostram claramente que a lei de formação por si só não define a função. Na função em que a lei de formação era $y = 3x + 4$, para os vários domínios e contradomínios apresentados, tivemos, por exemplo, gráficos diferentes e conjunto imagem diferentes.

2 - Identificações dos coeficientes e comportamento dos gráficos da Função do 1º Grau

Observemos agora o comportamento dos gráficos de uma função de 1º grau e a importância dos coeficientes ***a*** e ***b*** na identificação do gráfico desse tipo de função. Mas para isso, iremos identificar quem são esses coeficientes na lei de formação da função.

a) Coeficiente angular (ou taxa de variação)

Estudamos até aqui que uma função do tipo: $f: R \to R,\ f(x) = ax + b$, *onde a, b* ∈ ℝ e $a \neq 0$ é chamada de função polinomial do 1º grau ou função afim. Dessa forma, funções do tipo (Vamos considerar agora o domínio e o contradomínio sendo os reais para todas as leis abaixo):

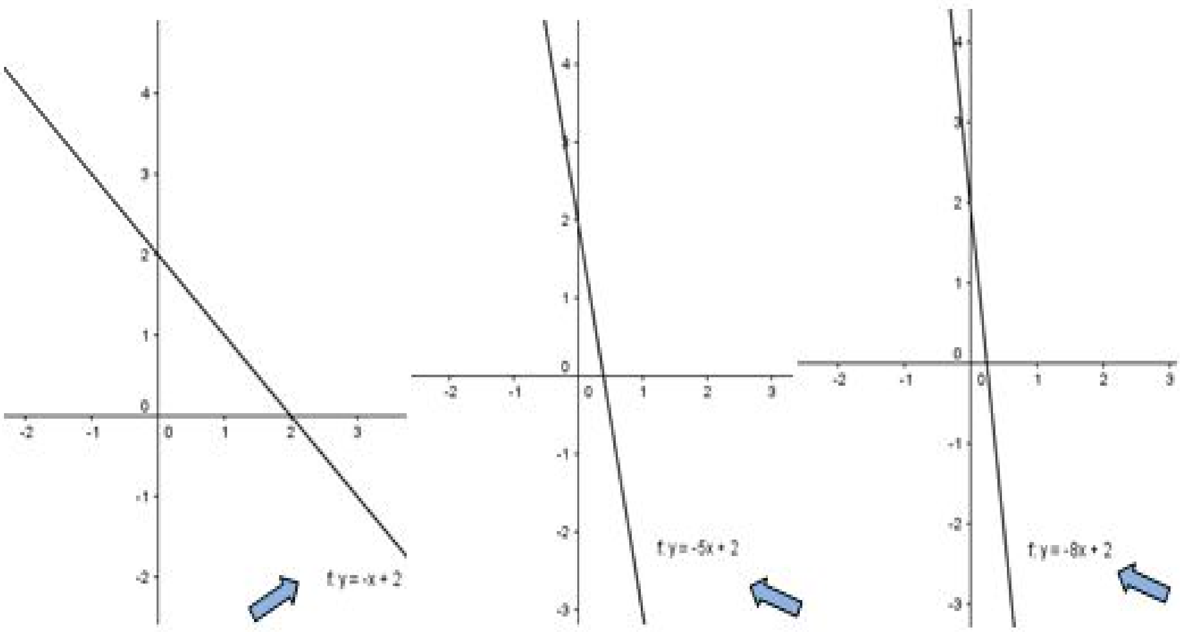
a) $y = 3x + 4$, temos: $a = 3$ e $b = 4$

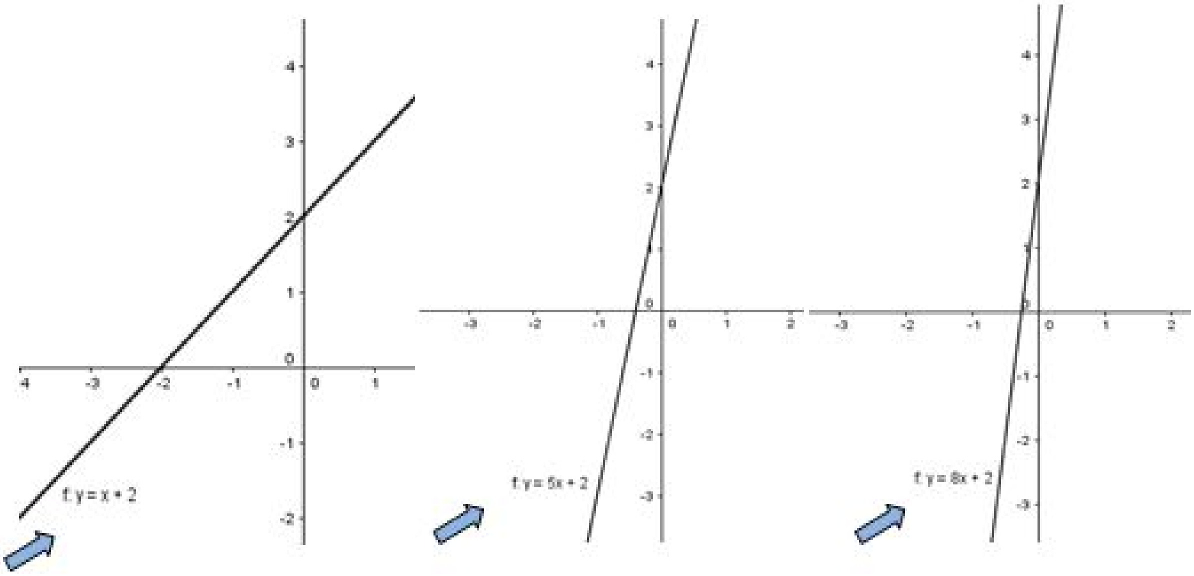
b) $y = -2x + 5$, temos: $a = -2$ e $b = 5$

c) $y = \frac{7}{2}x - 1$, temos: $a = \frac{7}{2}$ e $b = -1$

Abaixo apresentamos alguns gráficos feitos no GeoGebra, em que mantemos fixo o coeficiente *b* e variamos o coeficiente "*a*". Vejamos o comportamento destes gráficos nas figuras 56, 57, 58, 59, 60 e 61:

Figuras 56, 57, 58, 59, 60 e 61 – Variação do coeficiente "*a*" em algumas funções.





Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

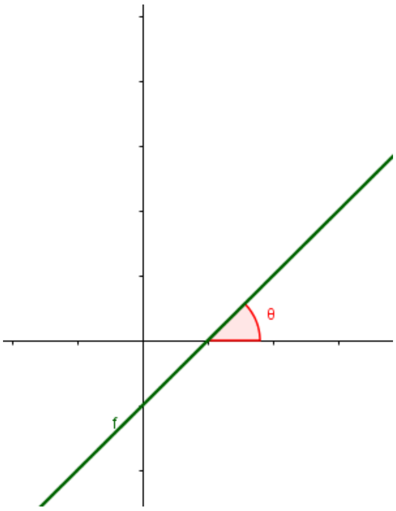
Os gráficos acima são de uma determinada função que teve os valores do coeficiente "a" alterados, tanto para números positivos como negativos. Percebe-se que essas mudanças influenciam no comportamento dos gráficos e essas variações no coeficiente "a" interferem significativamente na inclinação da reta, por isso, esse coeficiente é chamado de "coeficiente angular". Então podemos dizer que esse coeficiente é responsável pelo ângulo da inclinação da reta com o eixo das abscissas.

Já podemos perceber que o gráfico de toda função polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$ corresponderá a uma reta (com domínio nos reais). Isso acontece porque a variação de $f(x)$ sobre a variação de x é sempre uma constante, ou seja, os valores dos coeficientes a e b de uma função são fixos, mas os valores de $f(x)$ mudam sempre em função de x proporcionalmente. Observe:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_0} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_0 + b)}{x_1 - x_0} = \frac{ax_1 - ax_0}{x_1 - x_0} = \frac{a(x_1 - x_0)}{x_1 - x_0} = a$$

Considere a função$y = ax + b$, com $x \in \mathbb{R}$. O gráfico desta função, como já vimos, é uma reta. Podemos destacar o ângulo com origem no eixo das abscissas, no sentido anti-horário, formado pelo eixo das abscissas e a reta (conforme figura 62):

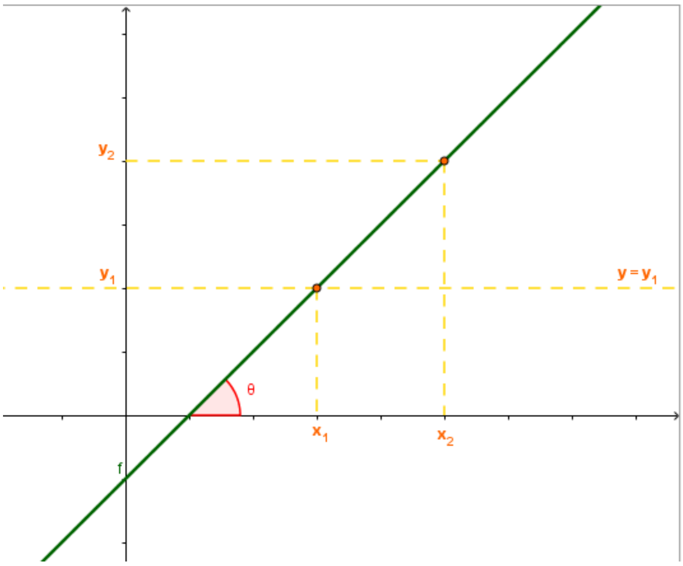
Figura 62 – Ângulo formado pelo eixo das abscissas e a reta.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Podemos destacar dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) quaisquer desta reta, conjuntamente com este ângulo θ, como na figura 63:

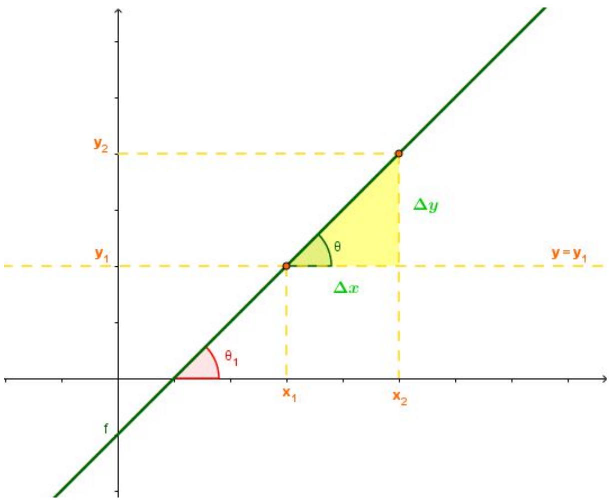
Figura 63 – Pares ordenados (x_1, y_1) e (x_2, y_2).



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Observe que a reta $y = y_1$ e o eixo das abscissas são paralelas, desta forma, o ângulo θ, é o mesmo do triângulo destacado na figura 64.

Figura 64 – Comparações dos ângulos formados pelos triângulos.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Onde $\Delta y = y_{2-}\, y_1$ e$\Delta x = x_{2-}\, x_1$. Dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, pode-se dizer que:

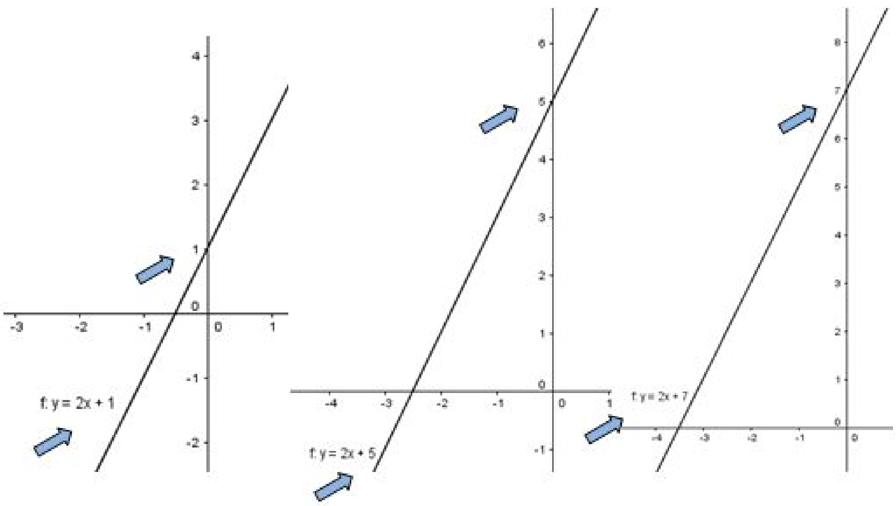
$$tg\ \theta = \frac{cateto\ oposto\ à\ \theta}{cateto\ adjacente\ à\ \theta} \Longrightarrow tg\ \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Longrightarrow tg\ \theta = a\ (coeficiente\ angular)$$

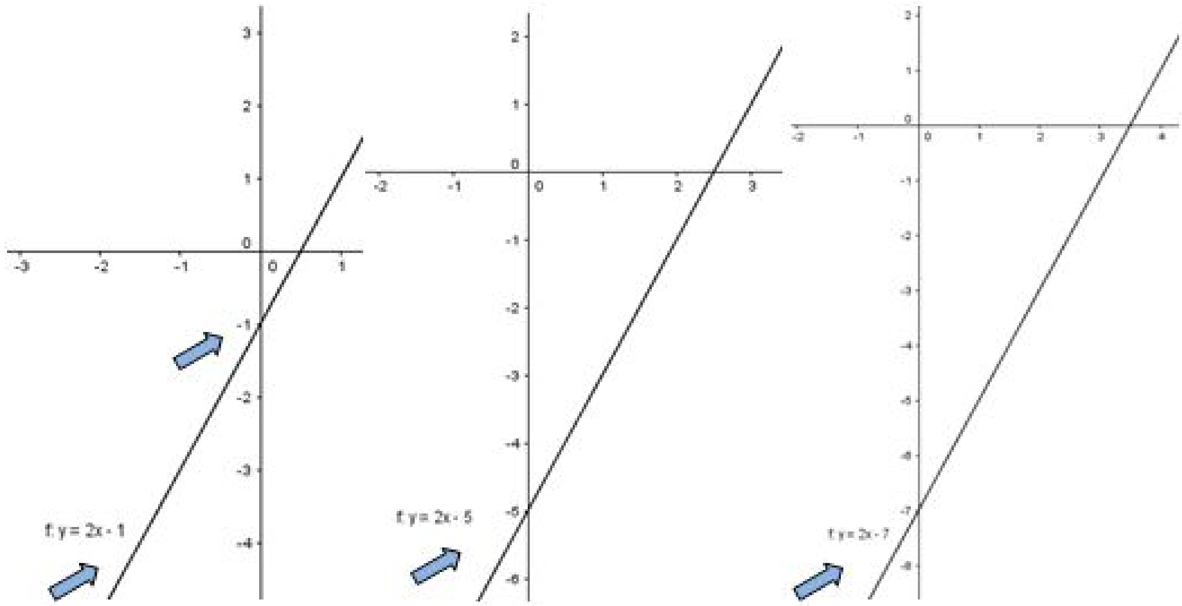
Isso é uma prova algébrica de que o coeficiente "a" tem relação direta com o ângulo "θ" e por isso, algebricamente justifica-se o nome "coeficiente angular".

b) Coeficiente Linear

Agora vejamos nas figuras 65, 66, 67, 68, 69 e 70 o que ocorre se modificarmos apenas o coeficiente "b" de uma determinada função.

Figuras 65, 66, 67, 68, 69 e 70 – Variação do coeficiente "b"de algumas funções.





Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Nota-se que ao modificar os valores do coeficiente “b” na função, o valor numérico indica exatamente o ponto onde a reta intercepta o eixo das ordenadas (eixo *y).* Então, podemos considerar que está informação representa um papel importante na interpretação do comportamento e composição do gráfico deste tipo de função. Este coeficiente por mostrar onde a reta cortará o eixo *y* é chamado de “coeficiente linear da reta”.

c) Raiz da função ou zero da função

Para sabermos o ponto onde a reta interceptará o eixo das abscissas *(*eixo *x)* de uma função *f:* R → R, $f(x) = ax + b$, basta fazer $f(x) = 0$, onde $ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$.

Vamos utilizar alguns exemplos para calcularmos a raiz da função:

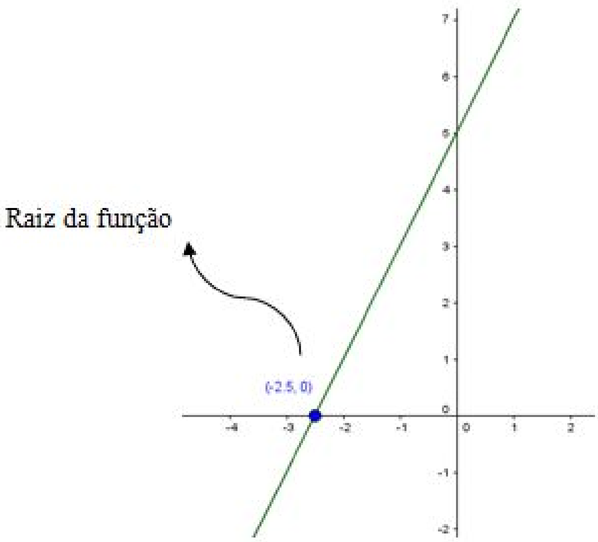
Exemplo 1: Calcule a raiz da função $f(x) = 2x + 5$, para sabermos o momento em que a reta da função intersecta o eixo das abscissas.

Primeiro tomamos a função "$f(x) = 2x + 5$" e igualamos a "zero", ou seja, *f(x) = 0.* Então teremos:

$$2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow \boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}\ ou\ \boldsymbol{x} = \mathbf{-2,5}.$$

Portanto, quando *f(x) = 0*, teremos que $\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{2}}$**,** sendo este o valor da raiz da função. De modo que, os pares ordenados $(\frac{-5}{2}, 0)$ representam as coordenadas do momento em que a reta intercepta o eixo *x,* conforme mostra a figura 71.

Figura 71 – Raiz da função $f(x) = 2x + 5$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

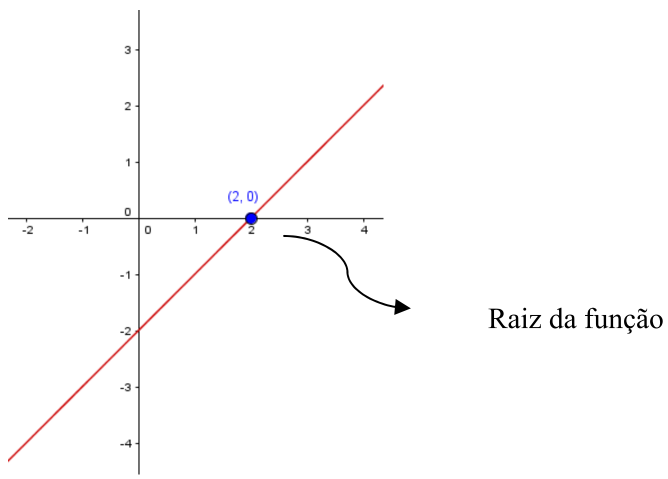
Exemplo 2: Dada a função $g = x - 2$, determine a raiz dessa função.

Para determinar o ponto em que a reta corta o eixo x podemos resolver de maneira mais rápida, basta usar a expressão $x = \frac{-b}{a}$ definida anteriormente: Assim, basta identificar os coeficientes da função $g = x - 2$ e substituir na expressão. Desse modo:

$g = x - 2$, onde $a = 1$ e $b = -2$. Substituindo na expressão$x = \frac{-b}{a}$, temos:

$x = \frac{-(-2)}{1} \Longrightarrow x = 2$. Sendo $x = 2$ a raiz da função. Ou seja, se substituirmos o valor 2 pela variável x na função $g = x - 2$, teremos $g = 0$. Dessa maneira, o valor da raiz anula a função, por isso também é chamada de zero da função. Observe a raiz da função no gráfico da figura 72.

Figura 72 – Raiz da função $g = x - 2$.



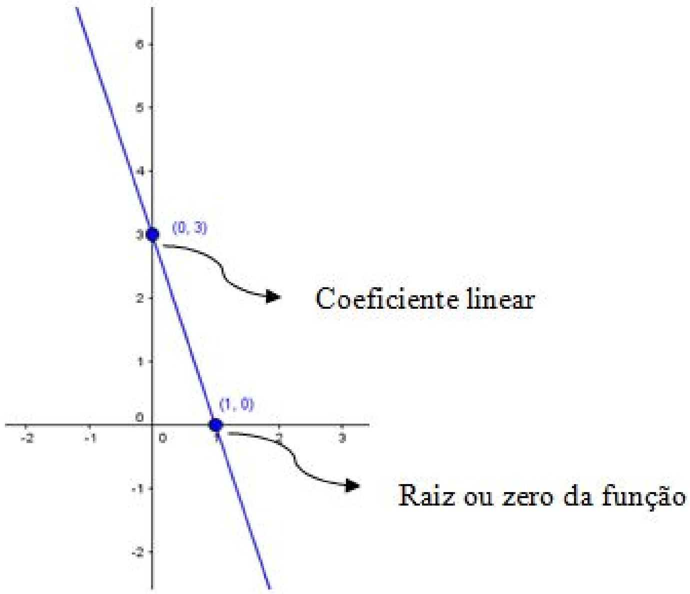
Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Exemplo 3: Temos a seguinte função $h = -3x + 3$. Determinar a raiz da função, o coeficiente linear e fazer sua identificação no gráfico.

Na função $h = -3x + 3$, onde *a = -3 e b = 3.* Substituindo esses valores na expressão $x = \frac{-b}{a}$ teremos: $x = \frac{-(3)}{-3} \Rightarrow x = 1$. Portanto, o valor de *x* significa que ao substituí-lo na função $h = -3x + 3$ teremos a função anulada, $h = 0$, passando a nos fornecer as coordenadas do momento em que a reta intercepta o eixo das abscissas *(x)*.

Do mesmo modo, toda vez que a variável *x* assumir o valor "0" estaremos determinando as coordenadas do momento em que a reta intercepta o eixo das ordenadas *(y)* e identificando o coeficiente linear da função. Então, quando *x = 0,* teremos: $h = -3(0) + 3 \Rightarrow h = 3$. Observe que toda vez que a variável *x* assumir o valor zero ela anulará o valor do coeficiente *a* e sempre permanecerá inalterado o valor do coeficiente *b.* Assim, não é necessário ter que substituir o valor zero na variável *x* para identificar as coordenadas do momento em que a reta tocará no eixo *y*, pois sempre será os valores zero para *x* e para *y* o valor do coeficiente *b* da função. Deste modo, o gráfico da função acima será (veja figura 73):

Figura 73 – Coeficiente linear e raiz da função $h = -3x + 3$.



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Os pontos que interceptam o eixo das abscissas que estão aparecendo no gráfico formado por essas funções, representam as coordenadas (*x, y)*, onde os valores de *x* são chamados de **zero da função** ou **raiz da função.** Esse nome significa que encontrar o valor da raiz da função é determinar quando a função se anula ou quando encontramos o valor que torna zero a função, pois no momento em que a reta intercepta o eixo *x*, $f(x) = 0$.

d) Crescimento ou Decrescimento de funções

Podemos estudar o comportamento da função do primeiro grau, sobre o ponto de vista do que chamamos de modo geral para qualquer função: crescimento ou decrescimento.
Mas, de modo geral, o que é uma função crescente? É uma função que “preserva” a ordem, ou seja, elementos menores terão imagens menores e elementos maiores terão imagens maiores. De modo algébrico, isto significa que:

Se $x_1 < x_2$ então $f(x_1) < f(x_2)$ ou

Se $x_1 > x_2$ então $f(x_1) > f(x_2)$

De modo semelhante, uma função será decrescente se os comportamentos com a relação e ordem dos valores do domínio se inverter com relação às imagens. Ou seja, o elemento maior terá imagem menor. Algebricamente:

Se $x_1 > x_2$ então $f(x_1) < f(x_2)$ ou

Se $x_1 < x_2$ então $f(x_1) > f(x_2)$

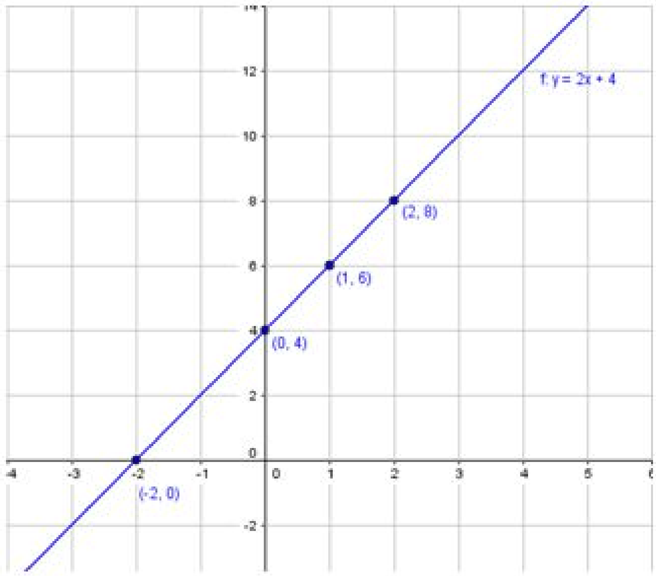
3 Como identificar rapidamente se a função do primeiro grau é crescente ou decrescente?

Como a inclinação da reta, é determinada pelo coeficiente angular $\boldsymbol{a}$, podemos suspeitar que este coeficiente é o responsável pelo crescimento ou decrescimento da função do primeiro grau. Vejamos duas situações empíricas envolvendo este coeficiente:

Situação 1: Note que para qualquer valor atribuído a *x* de uma função do tipo $y = 2x + 4$,se aumentarmos os valores de *x* aumentará os valores de *2x*. Logo ficarão cada vez maiores os valores de $2x + 4$, pois $2x$ estará contribuindo ao valor de 4 com valores cada mais elevados.Isso é uma característica de função crescente. Observe a figura 74 que mostra a tabela e o gráfico da função $y = 2x + 4$.

Figura 74 - Tabela e gráfico da função $y = 2x + 4$.

x	$y = 2x + 4$	(x,y)
-2	$y = 2(-2) + 4 = 0$	(-2,0)
-1	$y = 2(-1) + 4 = 2$	(-1,2)
0	$y = 2(0) + 4 = 4$	(0,4)
1	$y = 2(1) + 4 = 6$	(1,6)
2	$y = 2(2) + 4 = 8$	(2,8)

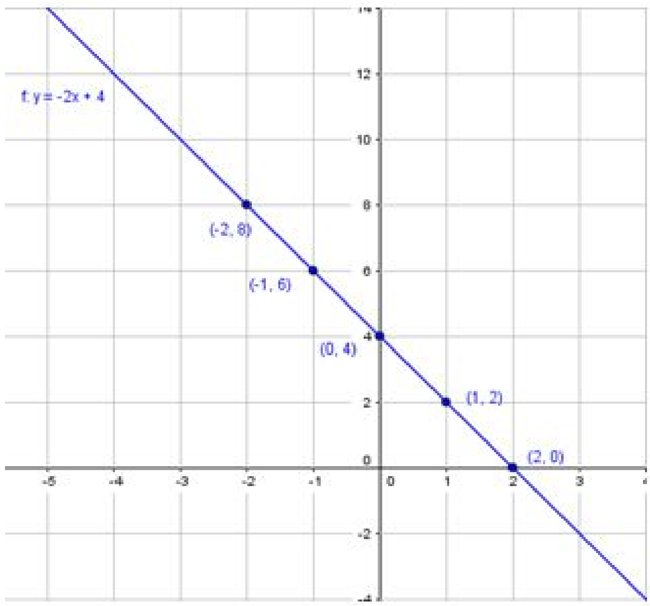


Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Situação 2: Para qualquer valor atribuído a x de uma função do tipo $y = -2x + 4$, se aumentarmos os valores de x diminuirá os valores de -$2x$. Então, também ficarão cada vez menores os valores de $-2x + 4$,pois $-2x$ estará diminuindo o valor de 4. Isto é uma característica de uma função decrescente, conforme o gráfico da figura 75.

Figura 75 – Tabela e gráfico da função $y = -2x + 4$.

x	$y = -2x + 4$	(x,y)
-2	$y = -2(-2) + 4 = 8$	(-2,8)
-1	$y = -2(-1) + 4 = 6$	(-1,6)
0	$y = -2(0) + 4 = 4$	(0,4)
1	$y = -2(1) + 4 = 2$	(1,2)
2	$y = -2(2) + 4 = 0$	(2,0)



Fonte: Tela do GeoGebra - Computador pessoal do autor.

Vamos comprovar as suspeitas envolvidas nas duas situações algebricamente:

Considerando $f(x) = ax + b$, temos que:

$f(x_1) < f(x_2) \Leftrightarrow ax_1 + b < ax_2 + b$. Adicionando $-b$ em ambos os membros da desigualdade, tem-se:

$$ax_1 + \underbrace{b - b}_{0} < ax_2 + \underbrace{b - b}_{0} \quad \Leftrightarrow \quad ax_1 < ax_2 \qquad (*)$$

E agora? Como eliminar o coeficiente "a" na desigualdade (*)?

Temos dois cenários a considerar:

Multiplicando ambos os membros da desigualdade por $\frac{1}{a}$, tem-se:

<u>1º caso:</u> *a > 0*

$$\frac{1}{a}(ax_1) < \frac{1}{a}(ax_2) \Leftrightarrow \frac{\cancel{a}x_1}{\cancel{a}} < \frac{\cancel{a}x_2}{\cancel{a}} \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

<u>2º caso:</u> *a < 0*

$$\frac{1}{a}(ax_1) < \frac{1}{a}(ax_2) \Leftrightarrow \frac{\cancel{a}x_1}{\cancel{a}} > \frac{\cancel{a}x_2}{\cancel{a}} \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

Perceba que aqui, o fato de "a" ser negativo, implica em mudança no sinal da desigualdade quando dividimos por "a" de ambos os lados. Ou seja, ocorre neste caso uma mudança na relação de ordem entre os elementos do domínio e as suas respectivas imagens.

Portanto,

- Quando $a > 0$, a função é crescente, pois conforme os valores de x aumentam os valores de y aumentam e, conforme os valores de x diminuem os valores de y diminuem.

- Quando $a < 0$, a função é decrescente, pois conforme os valores de x aumentam os valores de y diminuem e, conforme os valores de x diminuem os valores de y aumentam.

Oitava Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	Interdisciplinaridade do conceito de Função do 1º grau.		
Objetivos:	• Reconhecer a aplicação do conceito de função do 1º grau em outras áreas do conhecimento; • Resolver situações-problema representadas por funções do primeiro grau.		
Tempo estimado:	1 aula de 50 minutos		
Conhecimentos prévios do aluno:	• Equações; • Coordenadas no plano cartesiano.		
Material necessário:	• Projetor de imagem.		

Nesta sequência o professor poderá mostrar para os alunos a importância da Matemática em outras áreas do conhecimento.

Pode iniciar a aula fazendo uma explanação sobre a aplicação do conteúdo Função do 1º grau em outras disciplinas, buscando exemplos no ensino de Física, Biologia, Geografia, Química e dentre outros, para solidificar e potencializar seu aprendizado, mostrar suas formas possíveis de representações, tanto em uma linguagem natural, linguagem algébrica, tabular ou gráfica, como também nas distintas aplicações cotidianas. Como por exemplo, os conhecimentos de função são muito vista em forma de tabelas e gráficos nos jornais e internet para demonstrar um crescimento populacional, localização geográfica, juros ao atrasar uma conta, dados sobre distribuição de alimentos, bem como, as fórmulas que são muito utilizadas em lojas para averiguar certa venda, gastos ou salários.

Segue alguns exemplos que podem ser abordados:

Assim sendo, podemos explorar na Física os conteúdos de Cinemática, principalmente no ensino sobre Movimento Uniforme. Fica mais fácil compreender que a velocidade média de um corpo depende do espaço percorrido e do tempo gasto nesse deslocamento, que sua função horária é semelhante ao estudo de Função Afim na matemática, pois envolvem funções polinomiais do 1º grau onde uma grandeza varia em função da outra. É possível realizar associações, por exemplo, o coeficiente linear “b” com a posição de origem do movimento, o coeficiente angular “a” com o valor da velocidade do corpo, função crescente e decrescente com o movimento progressivo ou retrógrado. Essa exploração também é bastante realizada através de tabelas e gráficos tornando mais fácil a compreensão. Percebesse que a Física está fortemente relacionada à Matemática para poder qualificar e quantificar os fenômenos abordados por ela.

Exemplo 1: (Ufrs) O ônibus X parte da cidade A com velocidade constante de 80 Km/h, à zero hora de certo dia. Às 2 horas da madrugada, o ônibus Y parte da mesma cidade, na direção e sentido do ônibus X, com velocidade constante de 100 km/h. O ônibus Y vai cruzar com o ônibus X, pela manhã, às

a) 6 horas. b) 8 horas. c) 10 horas. d) 11 horas. e) 12 horas.

Considerando que a velocidade dos ônibus é constante, então adotaremos a função horária do movimento uniforme: $S = S_0 + vt$.

Temos que o espaço percorrido pelo ônibus *x* após 2 horas será: 80. 2 = 160 km. Logo, a função horária dos dois ônibus no instante que o ônibus y inicia sua viagem é*:*

$$S_x = 160 + 80t \text{ e } S_y = 100t.$$

O momento do encontro é determinado quando $S_x = S_y$. Então:

$$160 + 80t = 100t \Leftrightarrow 160 = 20t \Leftrightarrow t = 8h$$

Considerando que o ônibus *y* saiu da cidade **A** duas horas depois do ônibus *x* e só foi possível alcançá-lo 8 horas depois, temos que o momento do encontro ocorreu 2 + 8 = 10 horas da manhã.

Na Química quando estudamos as escalas termométricas, onde há a necessidade de conversão da temperatura da escala Celsius para a temperatura na escala Fahrenheit faz-se a utilização dos estudos da matemática na compreensão desse fenômeno. São duas escalas muito utilizadas, a Celsius aqui no Brasil e a Fahrenheit em países que falam a língua inglesa. Essas escalas termométricas utilizam dois pontos fixos para graduar seus termômetros, ponto de fusão e ebulição da água, 0º e 100º para Celsius, com variação de 100 unidades entre esses pontos e 32º e 212º para Fahrenheit, com variação de 180 unidades entre esses pontos. Dessa maneira, é estabelecida uma relação que nos permite construir uma função afim do tipo $f(x) = 1{,}8x + 32$ para realizar essa conversão, deixando evidente a aplicação desse conhecimento para a exploração de outro.

Exemplo 2: (UFSM-2003) Em um termômetro de mercúrio, a temperatura é uma função afim (função do 1° grau) da altura do mercúrio. Sabendo que as temperaturas 0 °C e 100 °C correspondem, respectivamente, às alturas 20 ml e 270 ml do mercúrio, então a temperatura correspondente a 112,5 ml é

a) 36 °C b) 37 °C c) 37,5 °C d) 38 °C e) 40 °C

Seja $f(x) = ax + b$, temos:

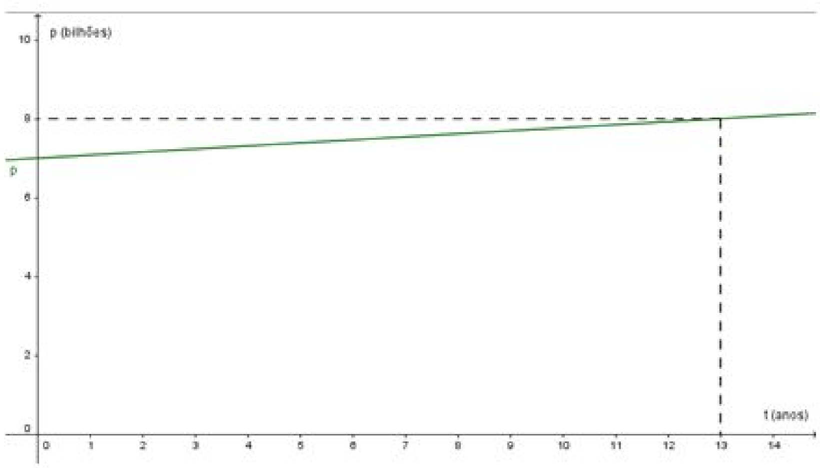
$$\begin{cases} 20 = a.0 + b \rightarrow b = 20 \\ 270 = a.100 + b \Leftrightarrow 270 = 100a + 20 \Leftrightarrow a = \frac{250}{100} = 2{,}5. \end{cases}$$

Logo, a função será: $f(x) = 2{,}5x + 20$. Assim, para encontrar a temperatura que equivale a altura acima especificada, basta substituir *f(x) = 112,5.* Desse modo, temos:

$112{,}5 = 2{,}5x + 20 \iff 112{,}5 - 20 = 2{,}5x \iff x = \frac{92{,}5}{2{,}5} = 37$ºC.

Outra disciplina que faz grande utilização da matemática no ensino é a Geografia, através de gráficos e tabelas para aprofundar cada vez mais o estudo do espaço geográfico em suas análises sociais, humanas, culturais, naturais e político-econômicas. Nessas análises e comparações são abordadas várias situações problemas envolvendo o uso dos conhecimentos de função quando uma grandeza é relacionada à outra, devido sua variação.

Exemplo 3: (Ucs 2012) Conforme divulgado pela ONU (Organização das Nações Unidas), a população mundial atingiu, em outubro último, 7 bilhões de pessoas. Suponha que o modelo matemático que permita obter uma estimativa dessa população, no mês de outubro, daqui a t anos, seja a equação da reta do gráfico abaixo. Assinale a alternativa em que constam, respectivamente, essa equação e o ano em que, de acordo com ela, a população mundial atingiria 10 bilhões de seres humanos.



	EQUAÇÃO	ANO
a)	$p = \frac{1}{8}t + 7$	2050
b)	$p = \frac{1}{7}t + 8$	2039
c)	$p = \frac{1}{13}t + 7$	2050
d)	$p = \frac{1}{13}t + 7$	2100
e)	$p = \frac{1}{8}t + 7$	2013

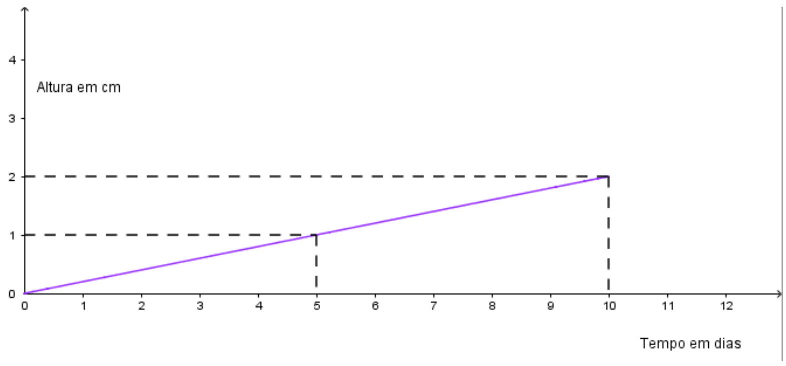
Seja $p(t) = at + b$ a lei da função p. Como p(0) = 7, segue que b = 7. Além disso, temos que a taxa de variação da função p é dada por a = $\frac{8-7}{13-0} = \frac{1}{13}$.

Desse modo, a população mundial será igual a 10 bilhões quando p(t) = 10, ou seja, $10 = \frac{1}{13}t + 7 \iff t = 39$.

Supondo que "outubro último" corresponda a outubro de 2011, segue que a população mundial atingirá 10 bilhões em 2011 + 39 = 2050. Logo, a resposta será a letra C.

Na Biologia se faz uso de muitos gráficos para explicar o comportamento dos seres vivos. Por exemplo, quando se estuda o crescimento dos artrópodes, animais que possuem um exoesqueleto responsável pela sustentação e proteção de seus corpos, formado pela substância quitina que auxilia o bloqueio do seu crescimento. Esse bloqueio do crescimento é dado em um intervalo de tempo para que seja possível que os artrópodes mudem de exoesqueleto e voltem a crescer. Esse crescimento e pausa podem ser expressos em um gráfico, levando em consideração que no momento de seu crescimento pode ser representada por um gráfico de uma função afim. Pode ser utilizado também para mostrar o crescimento de uma planta em função dos dias, o comportamento da quantidade de água no indivíduo que sofre uma variação conforme a sua idade, a variação da velocidade de uma enzima em função da temperatura, variação do antígeno em função do número de anticorpos produzidos, e assim por diante.

Exemplo 4: (GIOVANNI e BONJORNO, 2011, pg. 120) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Ligando os pontos, colocados por ele, num gráfico, resulta a figura abaixo. Se mantida esta relação entre tempo e altura, que altura a planta terá no trigésimo dia?



Observando o gráfico e adotando os pontos (5, 1) e (10, 2), podemos perceber que a taxa de variação do crescimento em função do tempo é dada por $a = \frac{2-1}{10-5} = \frac{1}{5} =$ 0,2 centímetros por dia.

Portanto, no trigésimo dia teremos um crescimento de 0,2 . 30 = 6cm.

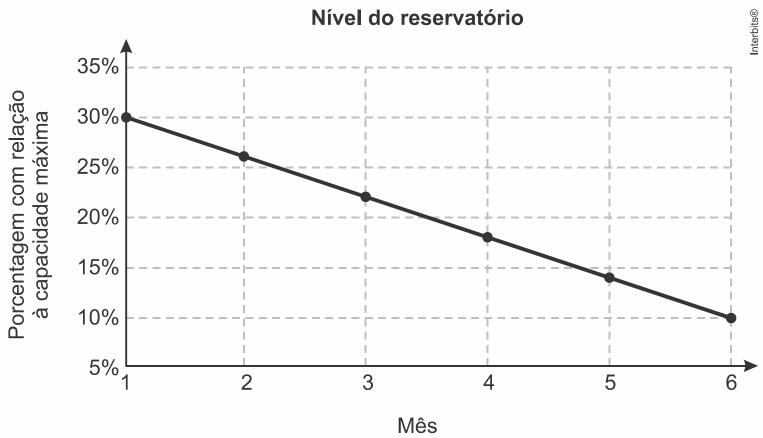
Nona Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	Questões do ENEM contemplando Função do 1º grau.		
Objetivos:	• Resolver situações-problema representadas por funções do primeiro grau.		
Tempo estimado:	Variável		
Conhecimentos prévios do aluno:	Conceitos e propriedades de Função do 1º grau		
Material necessário:	• Projetor de imagem; • Acesso a internet.		

Nesta sequência didática, apresentaremos a resolução de várias questões do Exame Nacional do Ensino Médio que exploram o conceito de função do primeiro grau. Nesta sequência, apresentamos a resolução em vídeos que foram elaborados e postados no YouTube. Para acessar estes vídeos, basta clicar no ícone . Sugerimos aos alunos que acessem os vídeos somente depois de tentarem resolver os problemas propostos no ENEM.

Questões do ENEM

1. (Enem 2016) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

a) 2 meses e meio.

b) 3 meses e meio.

c) 1 mês e meio.

d) 4 meses.

e) 1 mês.

2. (Enem 2ª aplicação 2016) Um produtor de maracujá usa uma caixa-d'água, com volume V, para alimentar o sistema de irrigação de seu pomar. O sistema capta água através de um furo no fundo da caixa a uma vazão constante. Com a caixa-d'água cheia, o sistema foi acionado às 7 h da manhã de segunda-feira. Às 13 h do mesmo dia, verificou-se que já haviam sido usados 15% do volume da água existente na caixa. Um dispositivo eletrônico interrompe o funcionamento do sistema quando o volume restante na caixa é de 5% do volume total, para reabastecimento.

Supondo que o sistema funcione sem falhas, a que horas o dispositivo eletrônico interromperá o funcionamento?

a) Às 15 h de segunda-feira.

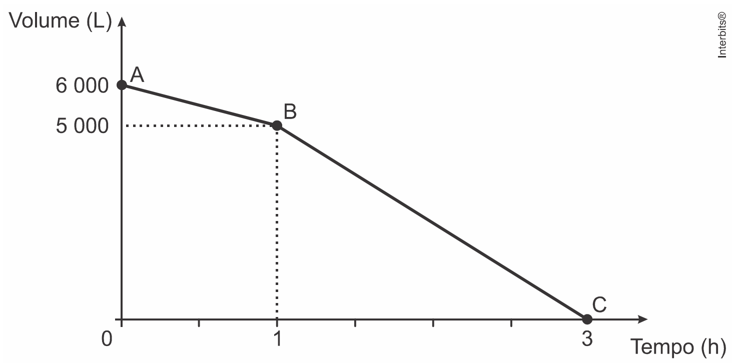
b) Às 11 h de terça-feira.

c) Às 14 h de terça-feira.

d) Às 4 h de quarta-feira.

e) Às 21 h de terça-feira.

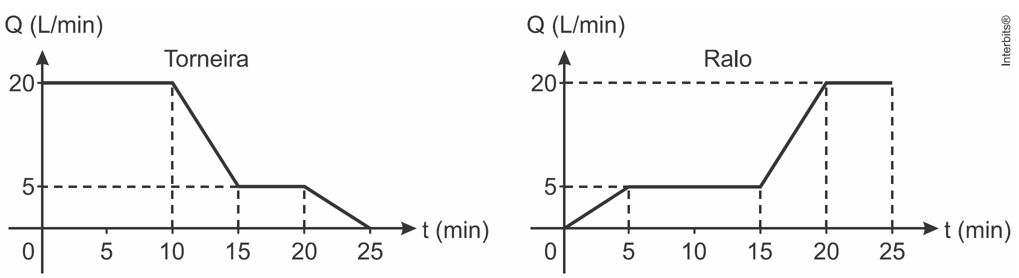
3. (Enem 2016) Uma cisterna de 6.000 L foi esvaziada em um período de 3 h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.



Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

a) 1.000
b) 1.250
c) 1.500
d) 2.000
e) 2.500

4. (Enem 2016) Um reservatório é abastecido com água por uma torneira e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões Q, em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo t, em minuto.



Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento?

a) De 0 a 10.

b) De 5 a 10.

c) De 5 a 15.

d) De 15 a 25.

e) De 0 a 25.

5. (Enem PPL 2014) Os sistemas de cobrança dos serviços de táxi nas cidades A e B são distintos. Uma corrida de táxi na cidade A é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,45, mais R\$ 2,05 por quilômetro rodado. Na cidade B, a corrida é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R\$ 3,60, mais R\$ 1,90 por quilômetro rodado.

Uma pessoa utilizou o serviço de táxi nas duas cidades para percorrer a mesma distância de 6 km.. Qual o valor que mais se aproxima da diferença, em reais, entre as médias do custo por quilômetro rodado ao final das duas corridas?

a) 0,75

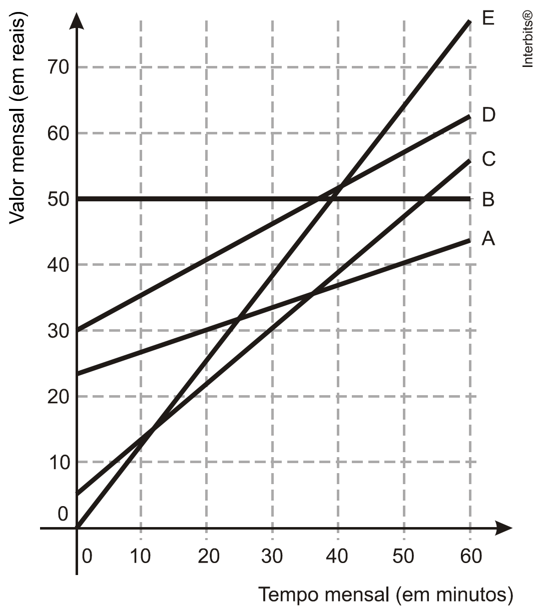
b) 0,45

c) 0,38

d) 0,33

e) 0,13

6. (Enem 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R$30,00 por mês com telefone. Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

a) A

b) B

c) C

d) D

e) E

7. (Enem PPL 2012) A tabela seguinte apresenta a média, em kg, de resíduos domiciliares produzidos anualmente por habitante, no período de 1995 a 2005.

Se essa produção continuar aumentando, mantendo o mesmo padrão observado na tabela, a previsão de produção de resíduos domiciliares, por habitante no ano de 2020, em kg, será

Produção de resíduos domiciliares por habitante em um país

ANO	kg
1995	460
2000	500
2005	540

a) 610.
b) 640.
c) 660.
d) 700.
e) 710.

8. (Enem 2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$Q_O = -20 + 4P$

$Q_D = 46 - 2P$

em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam. Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

a) 5
b) 11
c) 13
d) 23
e) 33

9. (Enem 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 350.000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 150.000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada. Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

a) $100n + 350 = 120n + 150$
b) $100n + 150 = 120n + 350$
c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$
d) $100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)$
e) $350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)$

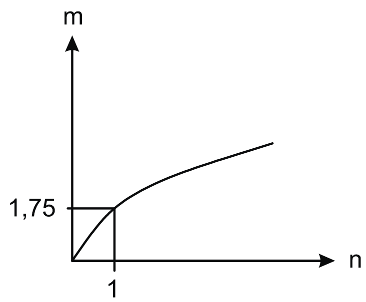
10. (Enem 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

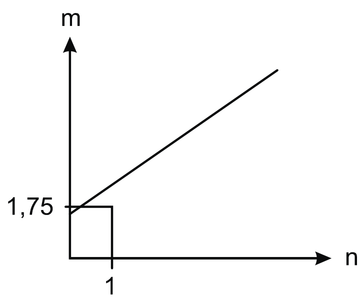
Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

a) $y = 4300x$
b) $y = 884\ 905x$
c) $y = 872\ 005 + 4300x$
d) $y = 876\ 305 + 4300x$
e) $y = 880\ 605 + 4300x$

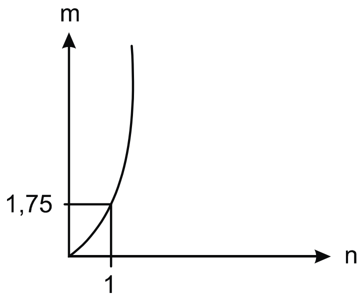
11. (Enem 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R\$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço *m* pago em reais pela compra de *n* quilogramas desse produto é

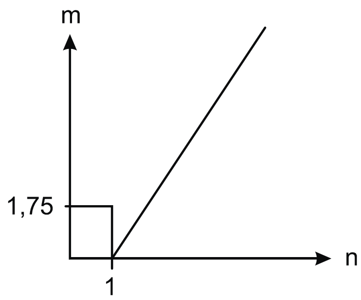


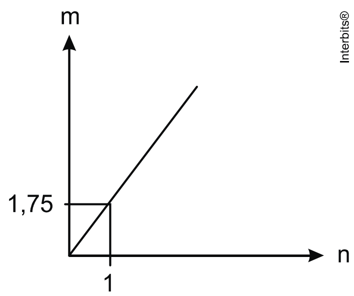
a)



b)

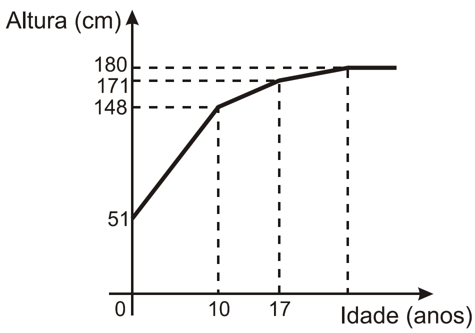
c)


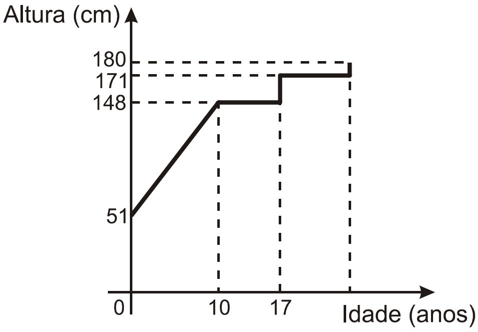
d)


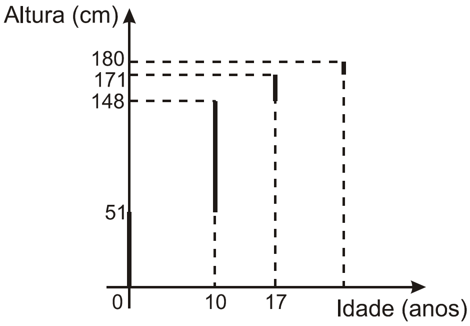
e)


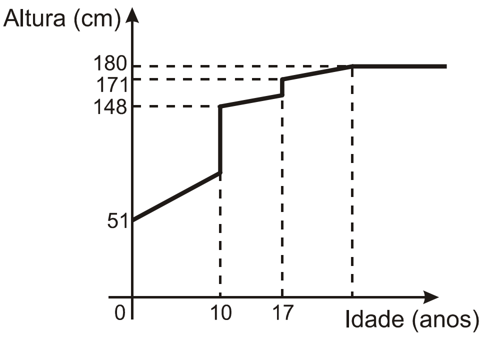
12. (Enem 2010) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

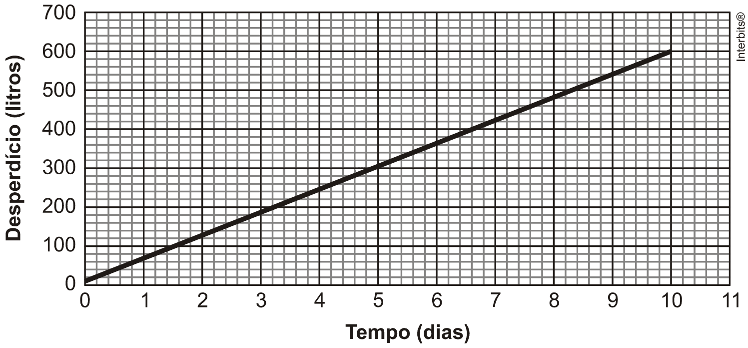
a)


b) 

c) 

d) 

13. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma torneira gotejando diariamente é responsável por grandes desperdícios de água. Observe o gráfico que indica o desperdício de uma torneira:



Se y representa o desperdício de água, em litros, e x representa o tempo, em dias, a relação entre x e y é

a) $y = 2x$

b) $y = \frac{1}{2}x$

c) $y = 60\ x$

d) $y = 60\ x + 1$

e) $y = 80\ x + 50$

14. (Enem 2ª aplicação 2010) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra.

Revista Exame. 21 abr. 2010.

A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam *x* horas extras nesse período é

a) $f(x) = 3x$

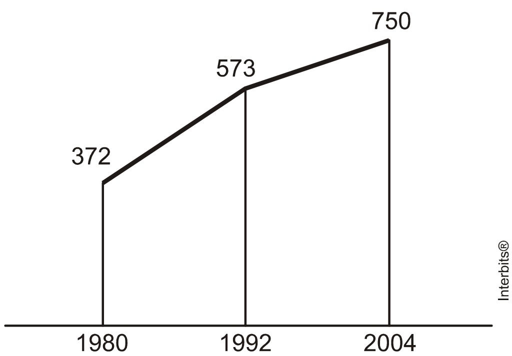
b) $f(x) = 24$

c) $f(x) = 27$

d) $f(x) = 3x + 24$

e) $f(x) = 24x + 3$

15. (Enem 2010) O gráfico mostra o número de favelas no município do Rio de Janeiro entre 1980 e 2004, considerando que a variação nesse número entre os anos considerados é linear.



Favela Tem Memória. *Época*. Nº 621, 12 abr. 2010 (adaptado).

Se o padrão na variação do período 2004/2010 se mantiver nos próximos 6 anos, e sabendo que o número de favelas em 2010 é 968, então o número de favelas em 2016 será

a) menor que 1150.

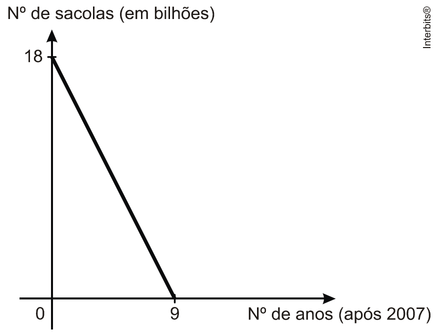
b) 218 unidades maior que em 2004.

c) maior que 1150 e menor que 1200.

d) 177 unidades maior que em 2010.

e) maior que 1200.

16**.** (Enem 2ª aplicação 2010) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2007.



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. **Galileu**. nº 225, 2010.

De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

a) 4,0

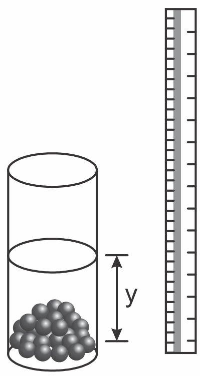
b) 6,5

c) 7,0

d) 8,0

e) 10,0

17**.** (Enem 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br. Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

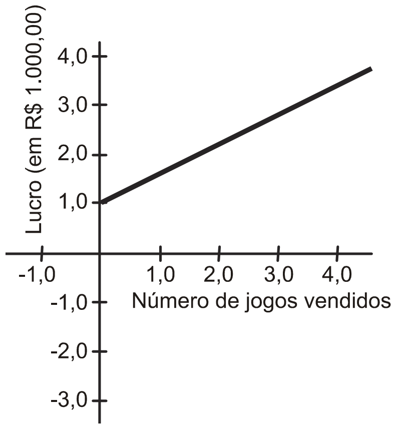
Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

a) $y = 30x$.
b) $y = 25x + 20,2$.
c) $y = 1,27x$.
d) $y = 0,7x$.
e) $y = 0,07x + 6$.

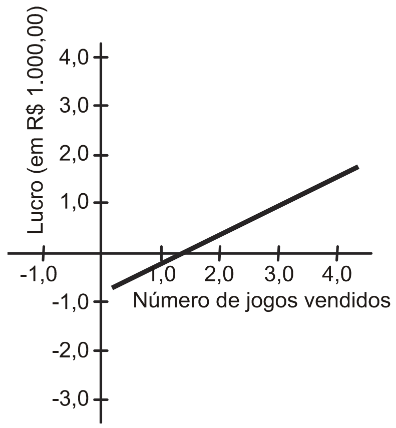
18. (Enem cancelado 2009) Uma empresa produz jogos pedagógicos para computadores, com custos fixos de R$ 1.000,00 e custos variáveis de R$ 100,00 por unidade de jogo produzida. Desse modo, o custo total para x jogos produzidos é dado por C(x) = 1 + 0,1x (em R$ 1.000,00).

A gerência da empresa determina que o preço de venda do produto seja de R$ 700,00. Com isso a receita bruta para x jogos produzidos é dada por R(x) = 0,7x (em R$ 1.000,00). O lucro líquido, obtido pela venda de x unidades de jogos, é calculado pela diferença entre a receita bruta e os custos totais.

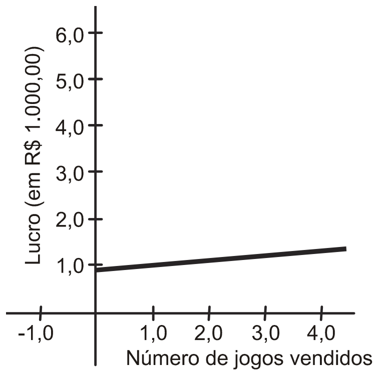
O gráfico que modela corretamente o lucro líquido dessa empresa, quando são produzidos x jogos, é a)


Lucro (em R$ 1.000,00)
4,0
3,0
2,0
1,0
-1,0
-2,0
-3,0
-1,0
1,0
2,0
3,0
4,0
Número de jogos vendidos

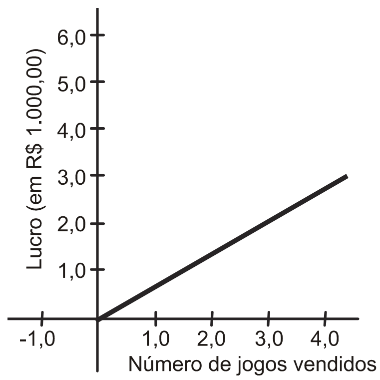
b)

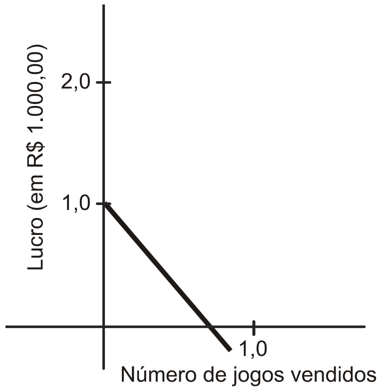

Lucro (em R$ 1.000,00)
4,0
3,0
2,0
1,0
-1,0
-2,0
-3,0
-1,0
1,0
2,0
3,0
4,0
Número de jogos vendidos

c)


Lucro (em R$ 1.000,00)
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
-1,0
1,0
2,0
3,0
4,0
Número de jogos vendidos

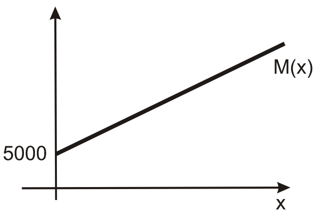
d)

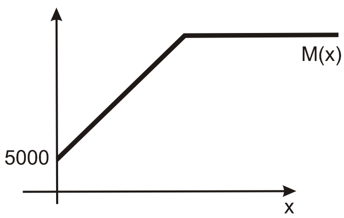

Lucro (em R$ 1.000,00)
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
-1,0
1,0
2,0
3,0
4,0
Número de jogos vendidos

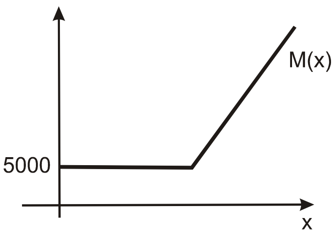
e) 

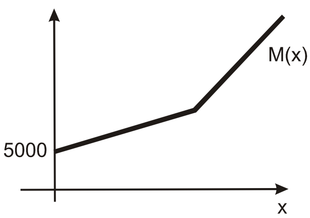
19. (Enem cancelado 2009) Paulo emprestou R$ 5.000,00 a um amigo, a uma taxa de juros simples de 3% ao mês. Considere x o número de meses do empréstimo e M(x) o montante a ser devolvido para Paulo no final de x meses.

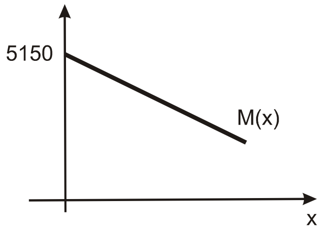
Nessas condições, a representação gráfica correta para M(x) é

a) 

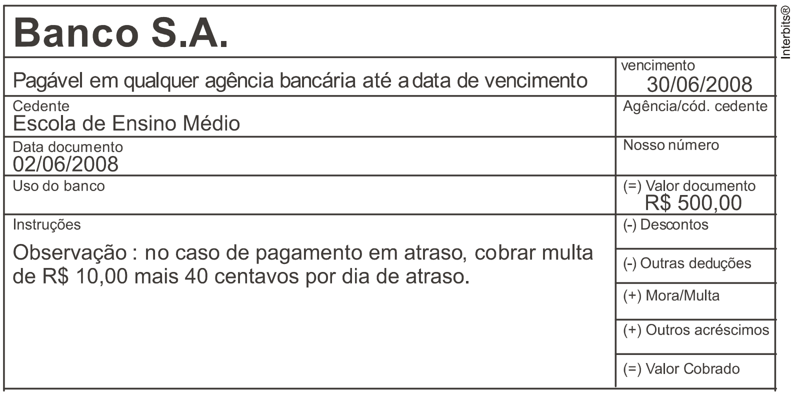
b) 

c) 

d) 

e) 

20. (Enem 2008) A figura a seguir representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.


Banco S.A.
Interbits®
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento
vencimento
30/06/2008
Cedente
Escola de Ensino Médio
Agência/cód. cedente
Data documento
02/06/2008
Nosso número
Uso do banco
(=) Valor documento
R$ 500,00
Instruções
Observação : no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.
(-) Descontos
(-) Outras deduções
(+) Mora/Multa
(+) Outros acréscimos
(=) Valor Cobrado

Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então

a) $M(x) = 500 + 0,4x.$

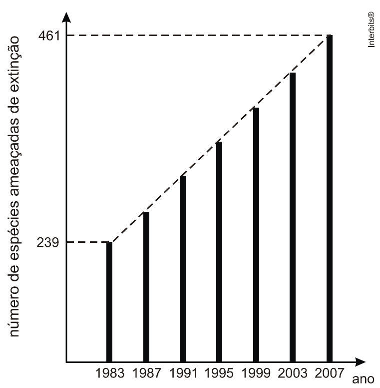
b) $M(x) = 500 + 10x.$

c) $M(x) = 510 + 0,4x.$

d) $M(x) = 510 + 40x.$

e) $M(x) = 500 + 10,4x.$

21. (Enem 2007) O gráfico a seguir, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a

a) 465.

b) 493.

c) 498.

d) 538.

e) 699.

22. (Enem 2004)

VENDEDORES JOVENS
Fábrica de LONAS - Vendas no Atacado
10 vagas para estudantes, 18 a 20 anos, sem experiência.
Salário: R$ 300,00 fixo + comissão de R$ 0,50 por m^2 vendido.
Contato: 0xx97-43421167 ou atacadista@lonaboa.com.br

Interbits®

Na seleção para as vagas deste anúncio, feita por telefone ou correio eletrônico, propunha-se aos candidatos uma questão a ser resolvida na hora. Deveriam calcular seu salário no primeiro mês, se vendessem 500 m de tecido com largura de $1,40\text{ m}$, e no segundo mês, se vendessem o dobro. Foram bem sucedidos os jovens que responderam, respectivamente,

a) R$ 300,00 e R$ 500,00.

b) R$ 550,00 e R$ 850,00.

c) R$ 650,00 e R$ 1000,00.

d) R$ 650,00 e R$ 1300,00.

e) R$ 950,00 e R$ 1900,00.

23. (Enem 2004) O jornal de uma pequena cidade publicou a seguinte notícia:

CORREIO DA CIDADE

ABASTECIMENTO COMPROMETIDO

O novo pólo agroindustrial em nossa cidade tem atraído um enorme e constante fluxo migratório, resultando em um aumento da população em torno de 2000 habitantes por ano, conforme dados do nosso censo:

Ano	População
1995	11.965
1997	15.970
1999	19.985
2001	23.980
2003	27.990

Esse crescimento tem ameaçado nosso fornecimento de água, pois os mananciais que abastecem a cidade têm capacidade para fornecer até 6 milhões de litros de água por dia. A prefeitura, preocupada com essa situação, vai iniciar uma campanha visando estabelecer um consumo médio de 150 litros por dia, por habitante.

A análise da notícia permite concluir que a medida é oportuna. Mantido esse fluxo migratório e bem sucedida a campanha, os mananciais serão suficientes para abastecer a cidade até o final de

a) 2005.

b) 2006.

c) 2007.

d) 2008.

e) 2009.

24. (Enem 2002) O excesso de peso pode prejudicar o desempenho de um atleta profissional em corridas de longa distância como a maratona (42,2km), a meia-maratona (21,1km) ou uma prova de 10km. Para saber uma aproximação do intervalo de tempo a mais perdido para completar uma corrida devido ao excesso de peso, muitos atletas utilizam os dados apresentados na tabela e no gráfico:

Altura (m)	Peso (kg) ideal para atleta masculino de ossatura grande, corredor de longa distância
1,57	56,9
1,58	57,4
1,59	58,0
1,60	58,5
...	...

Usando essas informações, um atleta de ossatura grande, pesando 63kg e com altura igual a 1,59m, que tenha corrido uma meia-maratona, pode estimar que, em condições de peso ideal, teria melhorado seu tempo na prova em

a) 0,32 minuto.

b) 0,67 minuto.

c) 1,60 minuto.

d) 2,68 minutos.

e) 3,35 minutos.

25. (Enem 2002) Considerando que o Calendário Muçulmano teve início em 622 da era cristã e que cada 33 anos muçulmanos correspondem a 32 anos cristãos, é possível estabelecer uma correspondência aproximada de anos entre os dois calendários, dada por:

(C = Anos Cristãos e M = Anos Muçulmanos)

a) $C = M + 622 - (M/33)$.
b) $C = M - 622 + (C - 622/32)$.
c) $C = M - 622 - (M/33)$.
d) $C = M - 622 + (C - 622/33)$.
e) $C = M + 622 - (M/32)$.

Décima Sequência Didática

Disciplina:	**Matemática**	**Série:**	**1º ano**
Conteúdo:	Jogo de tabuleiro: aplicações dos conceitos de Função do 1º Grau.		
Objetivos:	• Diagnosticar os caminhos (erros e acertos) encontrados pelos alunos para solucionar e representar algumas situações problemas relacionados ao conceito de Função do 1º grau; • Verificar os conhecimentos consolidados (ou não) sobre o conteúdo.		
Tempo estimado:	Variável		
Estratégia do recurso:	As equipes tentarão buscar solucionar os desafios do jogo utilizando os conhecimentos relacionados ao tema, quem acertar mais ou concluir primeiro o jogo é o vencedor.		
Material necessário:	Papel e caneta		
Avaliação	Através das estratégias e dos registros escritos pelos alunos para as resoluções dos problemas propostos no jogo.		

Material do jogo (para imprimir e recortar)

- 01 tabuleiro

- 01 dado

- 02 piões (pode utilizar botões de diferentes cores ou tampinhas de refrigerantes de cores diferentes)

- 15 cartas “Desafio você

- 15 cartas respostas do “Desafio você

- 30 cartas “Quem sou eu”

- 30 cartas respostas do “Quem sou eu”

Conhecendo o jogo

Este jogo é uma trilha e por todo o percurso são distribuídos dois tipos de cartas:

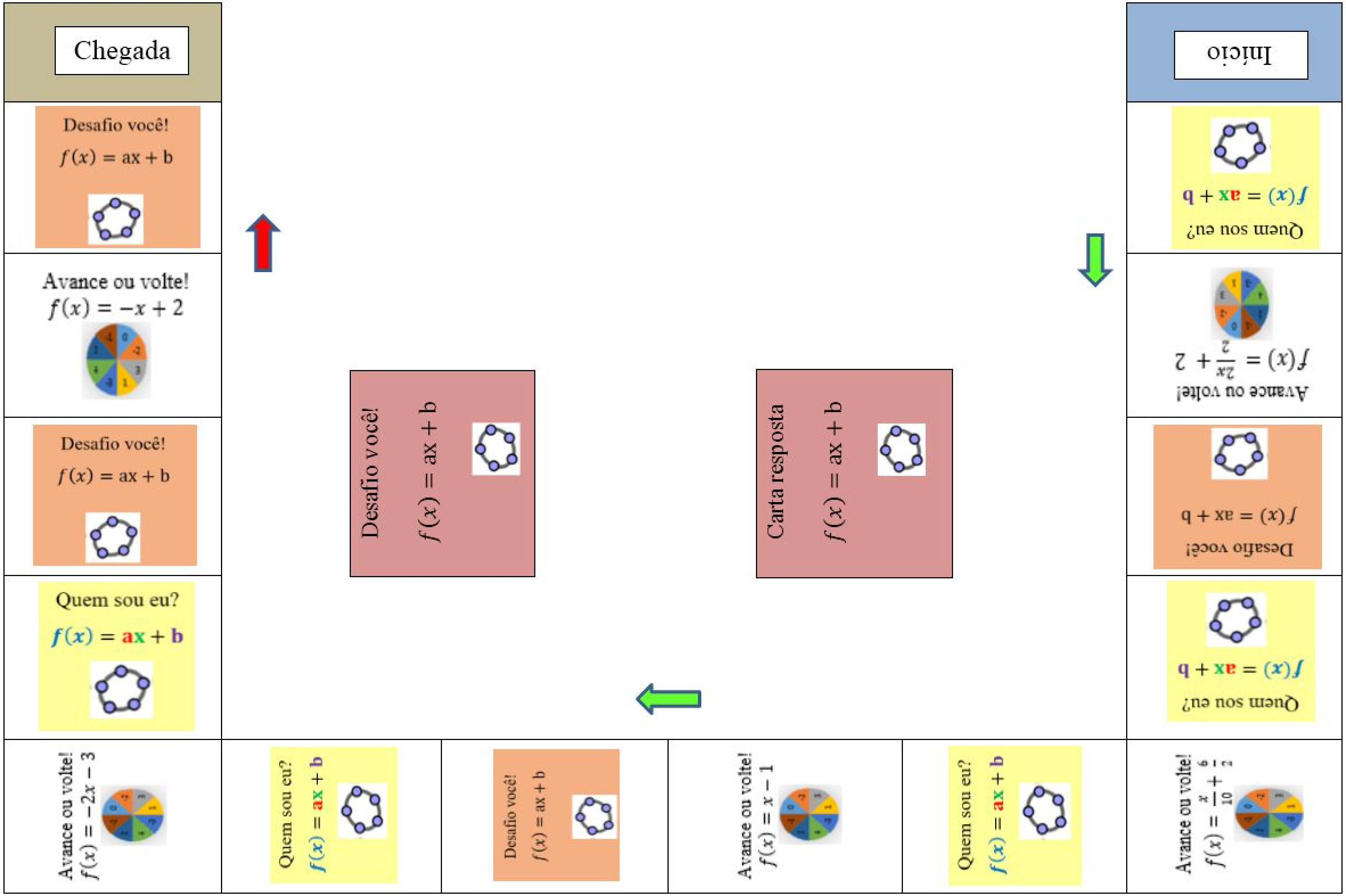
- Primeiro tipo de carta chamada de “Desafio você” que contempla 15 questões de resoluções de problemas;
- O segundo tipo de carta é chamado “Quem sou eu” que aborda 30 questões com representações semióticas de função do 1º grau, ou seja, onde o aluno terá que identificar propriedades, gráficos, tabelas e características das funções.
- Cada tipo de carta possui uma carta resposta.
- Também são distribuídos na trilha casas com alguns tipos de funções do primeiro grau que terão que ser resolvidas e, para que isso seja possível, o jogador lança o dado que é constituído por números inteiros (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4) distribuídos de maneira aleatória, o número que for apontado será o valor substituído na função.
- Este jogo é recomendado para ser jogado por dois ou quatro jogadores, onde cada um ou a dupla ficará em lados opostos.

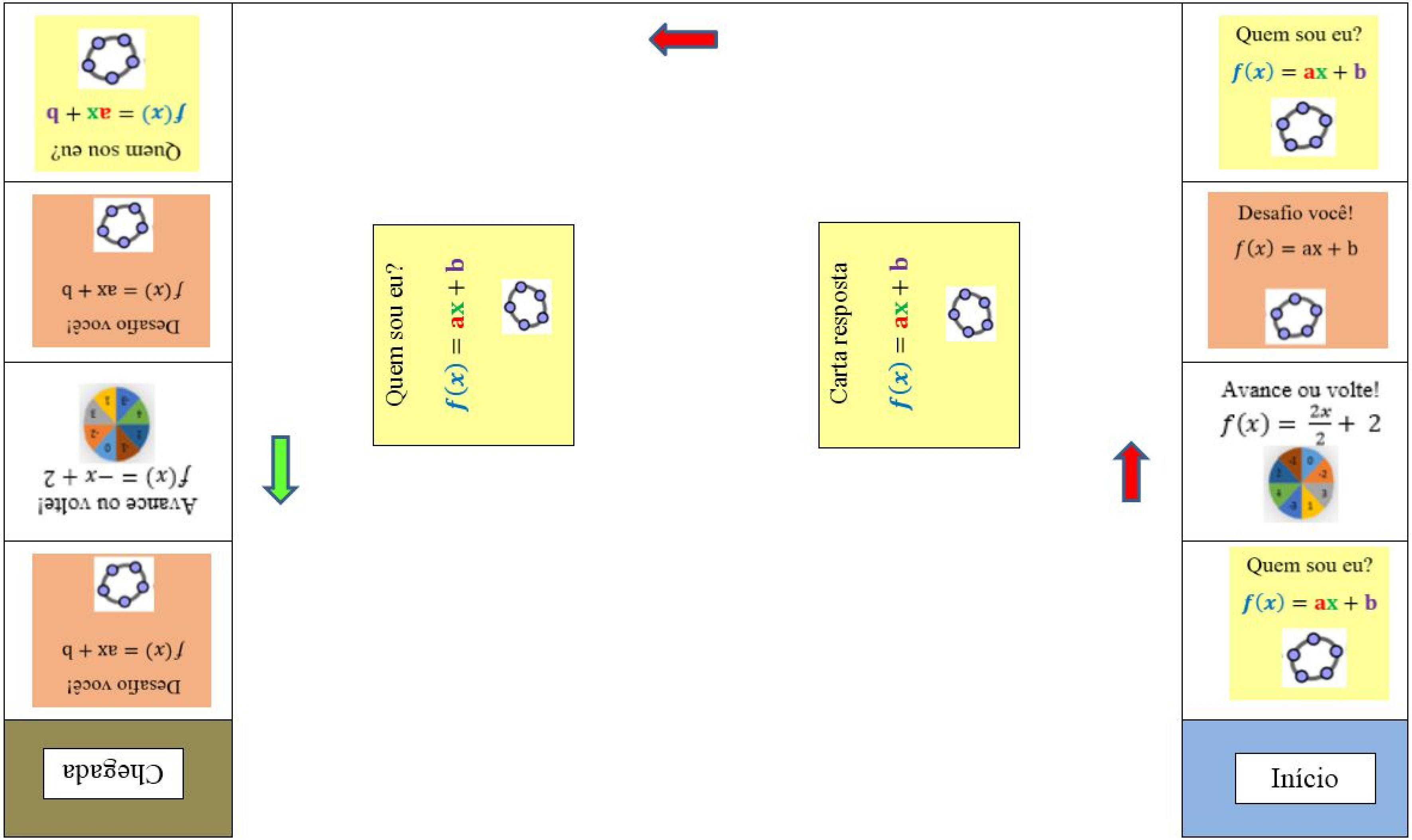
Procedimento das jogadas

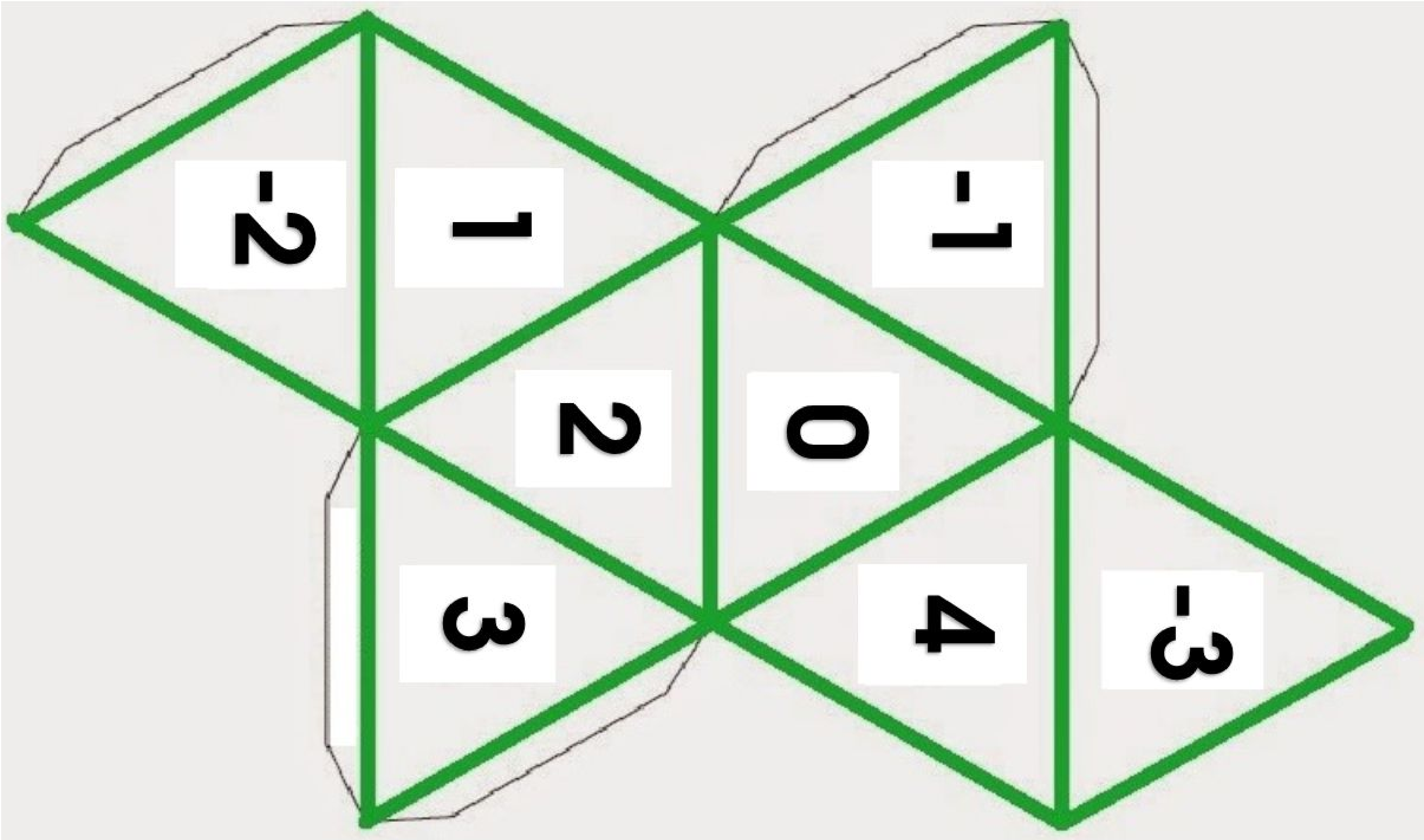
- Para iniciar o jogo deve-se lançar o dado, aquele que tirar número maior inicia a jogada.
- Avança uma casa para iniciar e tente responder o que pede a carta.
- Para saber se a resposta está correta o oponente verificará comparando com a “carta resposta” correspondente aquele que foi retirada do tabuleiro. Caso o jogador acerte, ele avançará uma casa e continuará jogando, só para de jogar quando não conseguir acertar, aí terá que voltar uma casa e passará a vez para o oponente.
- Somente avançará mais de uma casa quando cair nas casas onde possuir uma função para resolver, depois de resolvido avançará ou voltará o número de casas correspondente ao resultado da função, ou seja, se o valor for positivo avançará conforme a resposta, e se for negativo voltará o valor correspondente.
- Vence quem concluir primeiro o jogo ou aquele que tiver mais próximo da chegada.

Procedimentos de montagem

- Imprima as duas folhas do tabuleiro, recorte e monte em cima de um papel cartão, papelão ou cartolina.
- Imprima a figura que é um octógono (figura com oito triângulos), recorte e monte, formando um tipo de dado.
- Imprima cinco páginas com a figura das cartas “Desafio você” e no verso imprima as perguntas e respostas dessas cartas. Com uma caneta, enumere-as conforme a ordem e recorte.
- Imprima dez páginas com a figura das cartas “Quem sou eu?” e no verso imprima as perguntas e respostas dessas cartas. Com uma caneta, enumere-as conforme a ordem e recorte.


Chegada
Desafio você!
f(x) = ax + b
Avance ou volte!
f(x) = −x + 2
Desafio você!
f(x) = ax + b
Quem sou eu?
f(x) = ax + b
Avance ou volte!
f(x) = −2x − 3
Quem sou eu?
f(x) = ax + b
Desafio você!
f(x) = ax + b
Avance ou volte!
f(x) = x − 1
Quem sou eu?
f(x) = ax + b
Avance ou volte!
Quem sou eu?
f(x) = ax + b
Desafio você!
f(x) = ax + b
Avance ou volte!
f(x) = 2x/2 + 2
Quem sou eu?
f(x) = ax + b
Início
Desafio você!
f(x) = ax + b
Carta resposta
f(x) = ax + b


Início
Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$
Avance ou volte!
$f(x) = \frac{2x}{2} + 2$
Desafio você!
$f(x) = ax + b$
Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$
Carta resposta
$f(x) = ax + b$
Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$
Quem sou eu?
$f(x) = ax + b$
Desafio você!
$f(x) = ax + b$
Avance ou volte!
$f(x) = -x + 2$
Desafio você!
$f(x) = ax + b$
Chegada


-2
1
-1
2
0
3
4
-3

Desafio você!

$f(x) = \mathbf{ax + b}$

Carta nº

Desafio você!

$f(x) = \mathbf{ax + b}$

Carta nº

Desafio você!

$f(x) = \mathbf{ax + b}$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = \mathbf{ax + b}$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = \mathbf{ax + b}$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = \mathbf{ax + b}$

Carta nº

Quem sou eu?

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Quem sou eu?

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Quem sou eu?

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = ax + b$

Carta nº

Carta resposta

$f(x) = ax + b$

Carta nº

<table>
<tr>
<td>1 - Um segurança trabalha em uma empresa e recebe um salário mensal de R$ 780,00. Para aumentar sua renda, ele costuma fazer “extras” em uma casa noturna, onde recebe R$ 70,00 por noite de trabalho.

a) Qual será sua renda mensal em um mês que ele trabalhar 3 noites na casa noturna?
b) Em um determinado mês sua renda mensal foi R$ 1 270,00. Quantas noites ele trabalhou na casa noturna?
c) Expresse o salário mensal total (y) do segurança em função do número de noites (x) trabalhadas na casa noturna.</td>
<td>2 - Antônio Carlos pegou um táxi para ir à casa de sua namorada que fica a 15 km de distância. O valor cobrado engloba o preço da parcela fixa (bandeirada) de R$ 4,00 mais R$ 1,60 por quilômetro rodado (não estamos considerando aqui o tempo em que o táxi ficaria parado em um eventual congestionamento).

a) Quanto pagou pela corrida?
b) Se a casa da namorada ficasse a 25 km de distância, quanto pagaria Antônio Carlos?
c) A fórmula que expressa p (x) (em reais) em função de x (em quilômetros) é:</td>
<td>3 - Em uma cidade, a empresa de telefonia está promovendo a linha econômica. Sua assinatura é R$ 20,00, incluindo 100 minutos a serem gastos em ligações locais para telefone fixo. O tempo de ligação excedente é tarifado em R$ 0,10 por minuto.

a) Calcule o valor da conta mensal de três clientes que gastaram, respectivamente, 80, 120 e 200 minutos em ligações locais.
b) Se x é o número de minutos excedentes, qual é a lei da função que representa o valor (v) mensal da conta?</td>
</tr>
<tr>
<td>Resposta 01

a) Y = 990,00

b) X = 7 noites

c) Y = 780 + 70x</td>
<td>Resposta 02

a) Y = 28,00

b) Y = 44,00

c) Y = 4 + 1,6x</td>
<td>Resposta 03

a) A = 20 reais,
B = 22 reais e
C = 30 reais

b) V (x) = 20 + 0,1x</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>04 - Durante um dia de verão, constatou-se que o fluxo de turistas que passavam por hora pela entrada de um parque aquático era constante. A entrada no parque poderia ser feita das 9 até as 16 horas. Sabendo que até as 11 horas já haviam entrado no parque 360 pessoas, determine:

a) Quantos turistas entraram no parque até as 14 horas;
b) O total de turistas que o parque recebeu naquele dia.</td>
<td>05 - A valorização anual do preço (em reais) de um quadro é constante. Seu preço atual é R$ 4 500,00. Há quatro anos, o quadro custava R$ 3 300,00. Qual será o seu preço daqui a cinco anos?</td>
<td>06 - Uma pista de ciclismo tem marcações a cada 600 m. Um ciclista treina para uma prova de resistência, desenvolvendo uma velocidade constante. Enquanto isso, seu técnico anota, de minuto em minuto, a distância já percorrida pelo ciclista. O resultado pode ser observado na tabela abaixo:
<table>
<tr><th>Instante (min)</th><th>Distância (m)</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>600</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1 200</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1 800</td></tr>
<tr><td>4</td><td>2 400</td></tr>
<tr><td>5</td><td>3 000</td></tr>
<tr><td>...</td><td>...</td></tr>
</table>
A fórmula (ou a lei) que relaciona y com x é:</td>
</tr>
<tr>
<td>Resposta 04

a) 900 turistas
b) 1 260 turistas</td>
<td>Resposta 05

R$ 6 000,00</td>
<td>Resposta 06

Y = 600X</td>
</tr>
</table>

07 - Uma barraca de praia, em fortaleza, vende água de coco ao preço de R$ 2,20 o copo. Para não ter de fazer contas a toda hora, o proprietário da barraca montou a seguinte tabela:

Número de copos	Preço (R$)
1	2,20
2	4,40
3	6,60
4	8,80
5	11,00
6	13,20
7	15,40
8	17,60
9	19,80
10	22,00

A fórmula que estabelece a relação de interdependência entre preço (y), em reais, e o número de copos de água de coco

08 - Para fretar um ônibus de excursão com 40 lugares paga-se ao todo R$ 360,00. Essa despesa deverá ser igualmente repartida entre os participantes. Observe na tabela alguns valores referentes à correspondência entre x e y:

A fórmula (ou lei) que relaciona y com x é:

x	y
4	90,00
12	30,00
15	24,00
18	20,00
20	18,00
24	15,00
36	10,00
40	9,00

09 - Na tabela é dado o preço pago em função da quantidade de carne adquirida em um açougue:

Quantidade (em Kg)	**Preço (R$)**
0,5	7,00
1,0	14,00
1,5	21,00
2,0	28,00
3,5	49,00

a) Quanto pagará um cliente que comprar 4,5 quilos de carne?
b) Dispondo-se de R$ 350,00, qual é a quantidade máxima de carne que pode ser adquirida?

Resposta 07

Y = 2,2X

Resposta 08

$$Y = \frac{360}{x}$$

Resposta 09

a) R$ 63,00
b) 25 Kg

<table>
<tr>
<td>10 - Para prestar serviços domiciliares, um técnico em informática cobra R$ 50,00 a vista e um adicional de r reais por hora de trabalho. Veja na tabela seguinte o preço total do serviço de acordo com o número de horas trabalhadas.
<table><tr><th>Número de horas de trabalho</th><th>Preço total de serviço (R$)</th></tr><tr><td>2</td><td>94</td></tr><tr><td>3</td><td>116</td></tr><tr><td>5</td><td>160</td></tr><tr><td>8</td><td>226</td></tr></table>
a) Qual é o valor de r?
b) Como se exprime matematicamente o total pago (y) por um serviço de x horas de</td>
<td>11 - Uma pessoa obesa, pesando num certo momento 156kg, recolhe-se a um SPA onde se anunciam perdas de peso de até 2,5kg por semana. Suponhamos que isso realmente ocorra. Nessas condições:

a) Encontre uma fórmula que expresse o peso mínimo, P, que essa pessoa poderá atingir após n semanas.

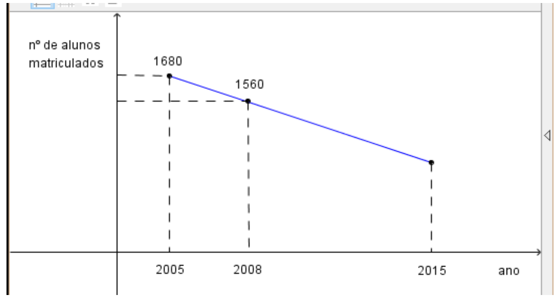
b) Calcule o número mínimo de semanas completas que a pessoa deverá permanecer no SPA para sair de lá com menos de 120 kg de peso.</td>
<td>12 - Alguns jornais calculam o número de pessoas presentes em atos públicos considerando que cada metro quadrado é ocupado por 4 pessoas. Qual a estimativa do número de pessoas presentes numa praça de $4000m^2$ que tenha ficado lotada para um comício, segundo essa avaliação?</td>
</tr>
<tr>
<td>Resposta 10

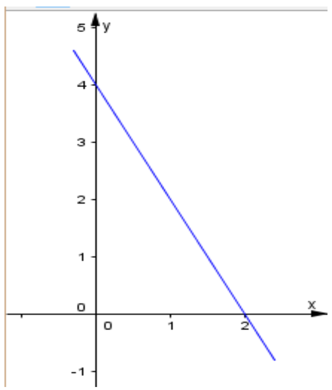
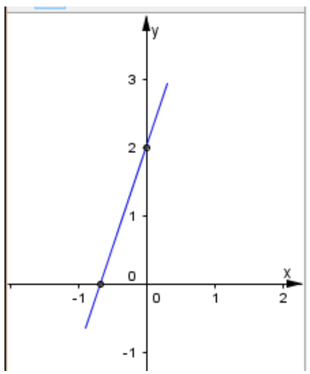
a) R$ 22
b) Y = 50 + 22X</td>
<td>Resposta 11

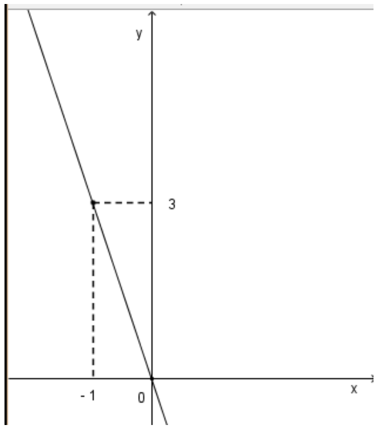
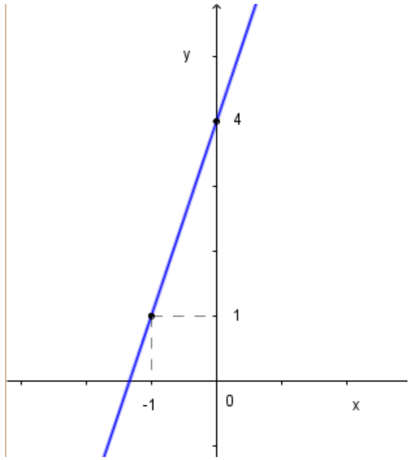
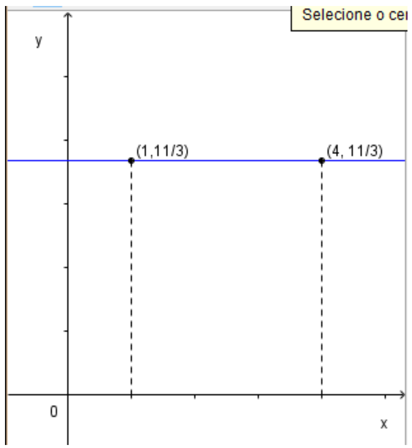
a) P = 156 - 2,5n

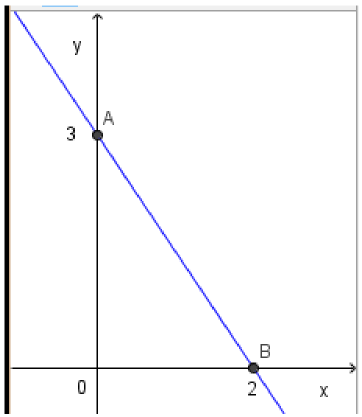
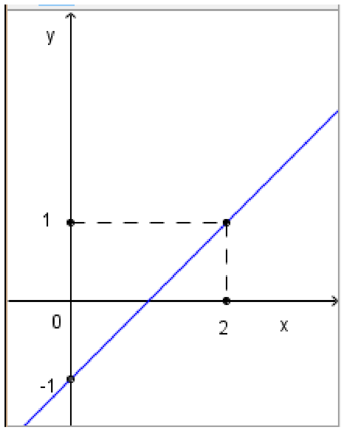
b) O menor número inteiro será 15 semanas</td>
<td>Resposta 12

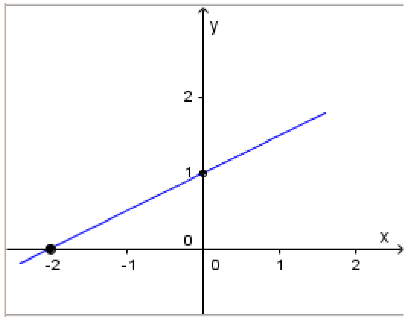
X = 16 000 pessoas</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>13 - Construa o gráfico da função linear, de R em R, dada pela lei y = - 2x +4.</td>
<td>14 - Construa o gráfico da função linear, de R em R, dada pela lei y = 3x + 2.</td>
<td>15 - Durante uma década, verificou-se que um colégio apresentou um decréscimo linear no número de matrículas, como mostra o gráfico seguinte:


a) Quantos alunos a escola tinha em 2011?
b) Quantos alunos a escola perdeu de 2005 a 2015?</td>
</tr>
<tr>
<td>Resposta 13

</td>
<td>Resposta 14

</td>
<td>Resposta 15
a) 1 440 alunos
b) 400 alunos</td>
</tr>
</table>

01 - Obtenha a lei da função cujo gráfico é mostrado a seguir: 	02 - Obtenha a lei da função cujo gráfico é mostrado a seguir: 	03 - Obtenha a lei da função cujo gráfico é mostrado a seguir: 
Resposta 01 $y = -3x$	**Resposta 02** $y = 3x + 4$	**Resposta 03** $y = \frac{11}{3}$

04 - Determine os valores dos coeficientes angular e linear (*a* e *b*, respectivamente) da reta seguinte.  	05 - Determine os valores dos coeficientes angular e linear (*a* e *b*, respectivamente) da reta seguinte.  	06 - Classifique cada uma das funções afins dadas pelas leis seguintes em crescente ou decrescente: a) $y = \frac{5-2x}{3}$ b) $y = \frac{x}{3} - \frac{8}{2}$
Resposta 04 $\mathbf{a = \frac{-3}{2}}$ **e b = 3**	**Resposta 05** **a = 1 e b = -1**	**Resposta 06** a) Decrescente b) Crescente

07 - Determine a raiz da função de $\mathbb{R}$em$\mathbb{R}$ dada pela lei y = - x	08 - O gráfico da função$f(x) = ax + $b está representado na figura. O valor de a + b é: a) -1 b) 2/5 c) 3/2 d) 2  	09 - Qual é o coeficiente linear da função$f(x) = 2x - 1$? a) – 2 b) – 1 c) 1 d) 2
Resposta 07 Para Y = 0 a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ **X = 0**	**Resposta 08** **a + b** = $\frac{1}{2} + 1$ **c) 3/2**	**Resposta 09** b) – 1

10 - Qual é a raiz da função do 1º grau $f(x) = 5x + 15$? a) – 3 b) 0 c) 5 d) 15	11 - Qual é o coeficiente angular (taxa de variação) da função de 1º grau $f(x) = 9x - 27$? a) – 27 b) 0 c) 3 d) 9 e) 27	12 - Analisando o coeficiente angular da função afim $f(x) = -5x + 10$, podemos dizer que ela é: a) Crescente b) Decrescente
Resposta 10 **a) – 3**	**Resposta 11** **D) 9**	**Resposta 12** **Decrescente**

13 – Lance os dados e complete os pontos A (3, y) e B (x, 1) da reta da função $f(x) = ax + b$. Determine o coeficiente angular e linear da função.	14 – Qual é a equação da reta que passa pelos pontos (-4, y) e (x, 5)? Lance os dados e preencha o que falta.	15 – Para completar a função $y = ax + 6$ lance os dados e em seguida identifique se é crescente ou decrescente.
Resposta 13 $\boldsymbol{a = \frac{y_{2-}\ y_1}{x_{2-}\ x_1}}$ **b = - ax + y**	**Resposta 14** $\boldsymbol{a = \frac{y_{2-}\ y_1}{x_{2-}\ x_1}}$ **b = - ax + y** $\boldsymbol{y = ax + b}$	**Resposta 15** **a > 0 é crescente ou** **a < 0 é decrescente**

16 – Com a ajuda da roleta atribua valores aos coeficientes e determine a raiz da função do 1º grau $f(x) = ax + b$.	17 - Com a ajuda da roleta atribua valores aos coeficientes da função do 1º grau $f(x) = ax + b$ e identifique o ponto que a reta corta o eixo das coordenadas.	18 - Determine a raiz da função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada pela lei y = - $\frac{3x-5}{2}$.
Resposta 16 $x = \frac{-b}{a}$	**Resposta 17** **b** é o coeficiente linear, ele indica onde a reta corta o eixo das coordenadas	**Resposta 18** Para Y = 0 a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ **X =** $\mathbf{\frac{5}{3}}$

19 - Determine a raiz da função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada pela lei y = 4x.	20 - Determine a raiz da função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada pela lei y = $\frac{2x}{5} - \frac{1}{3}$	21 - Uma reta passa pelos pontos (-1, 5) e (2, -4). Qual é a lei da função representada por essa reta?
Resposta 19 Para Y = 0 a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ **X = 0**	**Resposta 20** Para Y = 0 a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = \frac{5}{6}}$	**Resposta 21** $\boldsymbol{y = -3x + 2}$

22 - Qual é a equação da reta que passa pelos pontos (-4, 2) e (2, 5)?	23 - Determine a raiz da função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada pela lei y = 3x – 1	24 - Determine a raiz da função de R em R dada pela lei y = - 2x +1
Resposta 22 $\boldsymbol{y = 0,5x + 4}$	**Resposta 23** Para Y = 0 a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = \frac{1}{3}}$	**Resposta 24** $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$

25 - Determine a raiz da função de$\mathbb{R}$ em$\mathbb{R}$ dada pela lei $y = 3x - 1$.	26 - Determine a raiz da função de R em R dada pela lei $y = -2x + 1$	27 - Seja $\boldsymbol{f}$ uma função real definida pela lei $f(x) = ax - 3$. Se -2 é raiz da função, qual é o valor de $f(3)$?
Resposta 25 Para Y = 0 a raiz é dada por $x = \frac{-b}{a}$ $\boldsymbol{x = \frac{1}{3}}$	**Resposta 26** $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$	**Resposta 27** $\boldsymbol{f(3) = -\frac{15}{2}}$

28 - Identifique o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) de cada uma das funções de R em R dadas pelas seguintes leis: a) $y = -2x + 5$ b) $y = 3x - 1$ c) $y = 4x$	29 - Identifique o coeficiente angular (a) e o coeficiente linear (b) de cada uma das funções de R em R dadas pelas seguintes leis: a) $y = x + 3$ b) $y = \frac{2x-3}{5}$	30 - Classifique cada uma das funções afins dadas pelas leis seguintes em crescente ou decrescente: a) $y = 3x - 2$ b) $y = -x + 3$
Resposta 28 a) $a = -2 \; e \; b = 5$ b) $a = 3 \; e \; b = -1$ c) $a = 4 \; e \; b = 0$	**Resposta 29** a) $a = 1 \; e \; b = 3$ b) $a = \frac{2}{5} e \; b = \frac{-3}{5}$	**Resposta 30** a) Crescente b) Decrescente

REFERENCIAS

BANCO de questões do ENEM: Função do 1º grau. São Paulo: Super Professor, 2017. 19567 p. Disponível em: <http://www.sprweb.com.br/mod_superpro/index.php>. Acesso em: 18 set. 2017.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: MEC / SEB, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf> Acesso em: 10 de março de 2016

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática**. Campinas: Papirus, 2003.

FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. **Entrevista**: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, v. 2, n. 3, p. 10-34, dez. 2013. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/963/pdf_122>. Acesso em: 01 ago. 2017.

GIOVANNI. J. R; BONJORNO. J. R. **Matemática:** uma nova abordagem. Vol. 01. 2ª ed. São Paulo: LTC, 2011.

HOHENWARTER, M. **GeoGebra - Informações**. Tradução e adaptação para português Hermínio Borges Neto. 2007. Disponível em: <https://app.geogebra.org/help/docupt_BR.pdf>. Acessado em: 19 de fevereiro de 2016.

IEZZI, G. et al..**Matemática:** Ciência e Aplicações. Vol. 01. Ensino Médio – 1º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva. 2013.

LOPES JUNIOR, G. **Geometria Dinâmica com o GeoGebra no ensino de algumas funções.** 2013. 77 f. Dissertação (PROFMAT)- Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2013.

MUNIZ, C. A. Pedagogia: **Educação e Linguagem Matemática.** Brasília: PedEaD, 2007

OLIVEIRA, M. M. **Sequência Didática interativa no processo de formação de professores.** Petrópolis: Vozes, 2013.

PAIVA, M. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2004.

SADOVSKY, P. O ensino de matemática hoje: Enfoques, sentidos e desafios. 1ª. ed. São Paulo: Editora Ática, 2007. 111 p.

SELBACH, S. et al. (Sup.). **Matemática e Didática**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2010. 166 p. v. 8. (Coleção como bem ensinar)

SMOLE, K. S. et al. **Cadernos do Mathema**: Jogos de matemática de 1º a 3º ano. Porto Alegre: Grupo A, 2008. 116 p.