UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ – REITORIA DE PESQUISA E PÓS – GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**Elisabeth Machado Bastos**

# MATERIAIS MANIPULÁVEIS E DIGITAIS PARA O ENSINO DE FRAÇÃO

Produto educacional oriundo do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientação: Prof. Dr. José Ronaldo Melo

**Rio Branco – Acre**
**2017**

**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta o produto educacional oriundo da pesquisa de um Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, intitulado como **GEOGEBRA - UMA OPÇÃO PARA CONSTRUIR OBJETOS DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DE FRAÇÃO.**

A partir de uma investigação em sala de aula sobre qual perspectiva se desenvolve o ensino das frações no 6° ano do Ensino Fundamental, foi verificado que os alunos não compreendem o conceito de equivalência, habilidade necessária para entender a necessidade de troca de um número fracionário por outro para fazer a adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Essa situação tem ocasionado desânimo e rejeição com a matemática.

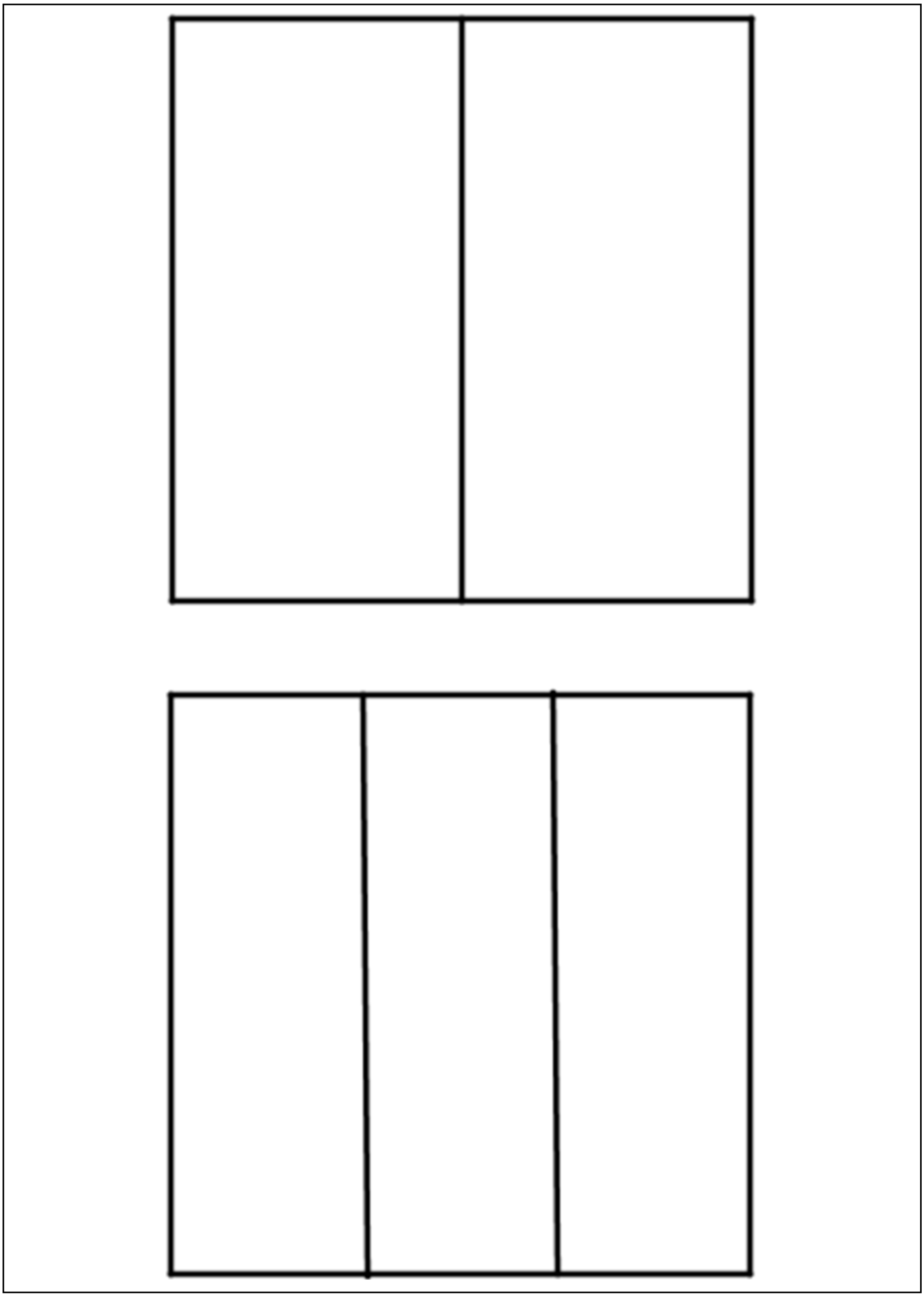
As operações com frações, são essenciais para cálculos algébricos que inevitavemente aparecem em problemas de geometria ou de grandezas e medidas. É importante que o aluno já tenha essas habilidades e, assim, possa se concentrar no próprio problema e não ficar impossibilitado de resolvê-lo devido às dificuldades operatórias.

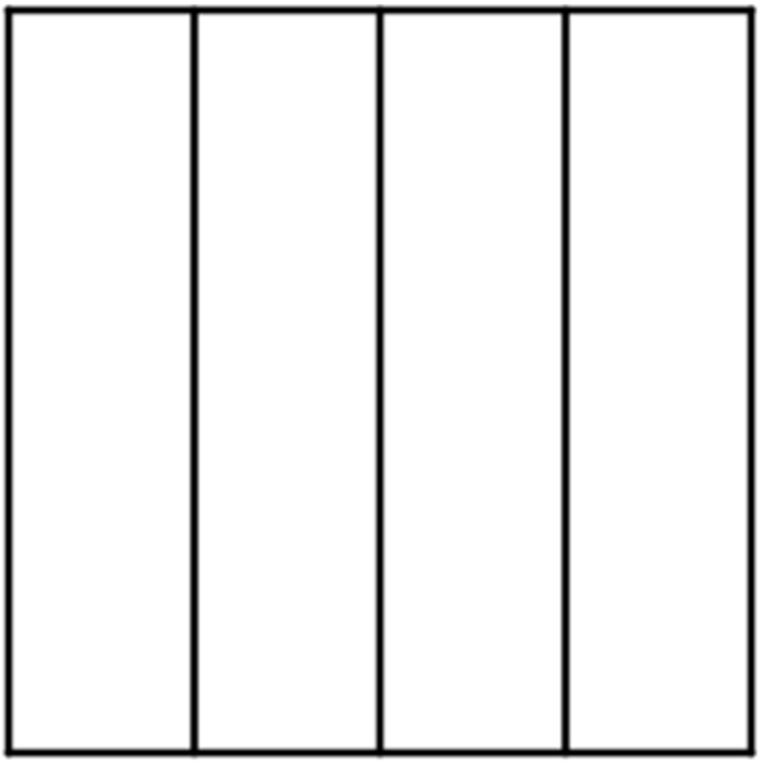
Deste modo, foi proposto um material para potencializar a formação de tais conceitos que apresentamos como **MATERIAIS MANIPULÁVEIS E DIGITAIS PARA O ENSINO DE FRAÇÃO**, construído através das funções do *software* geogebra.

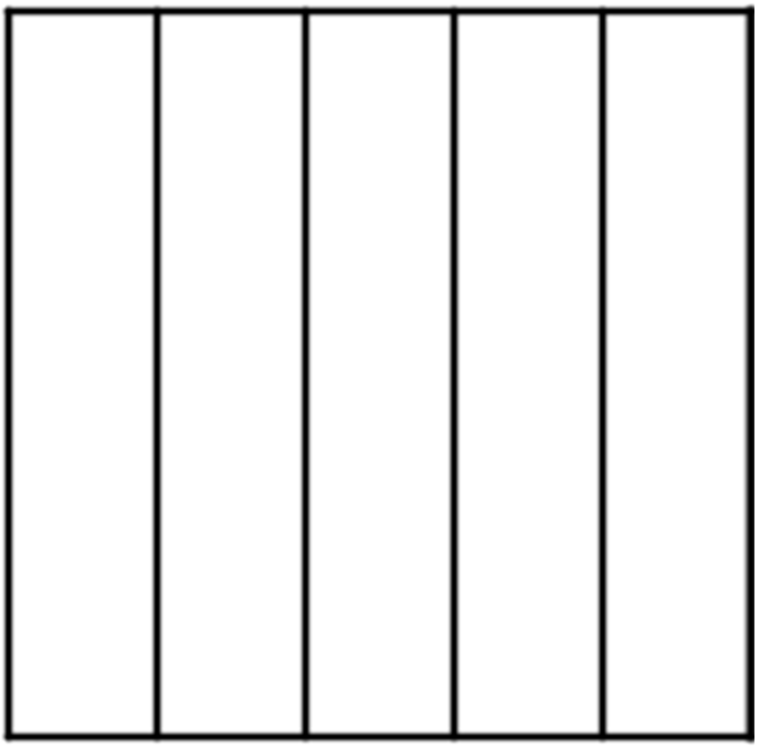
Esses materiais poderá dar suporte ao aluno na construção de seu próprio conhecimento, oportunizando ao professor concentrar-se no ensino e se posicionar como um orientador da aprendizagem.

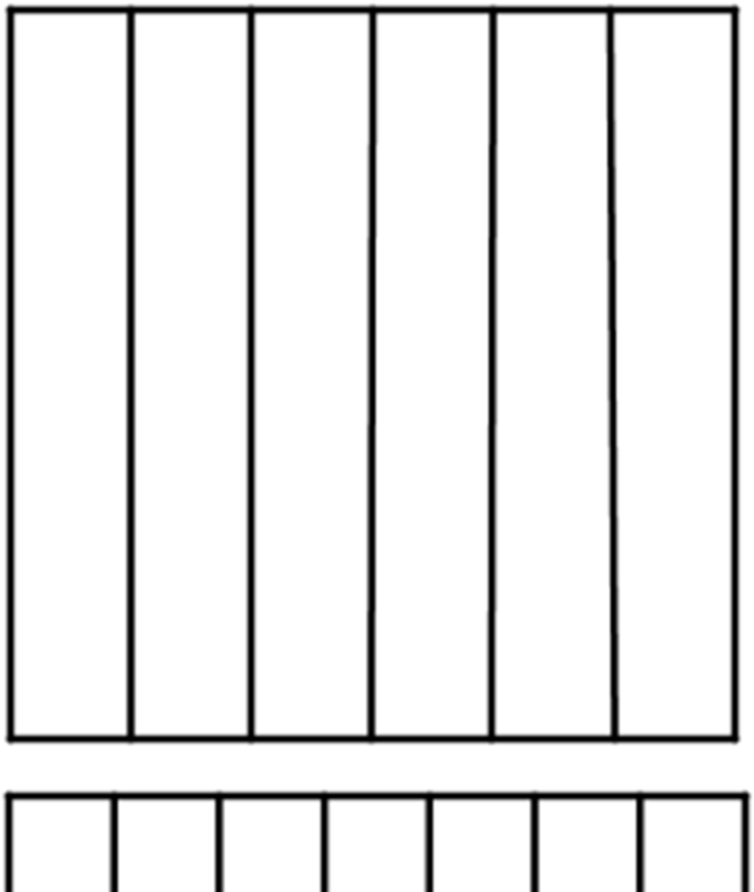
## 2 MATERIAL MANIPULÁVEL – QUADRADOS FRACIONÁRIOS

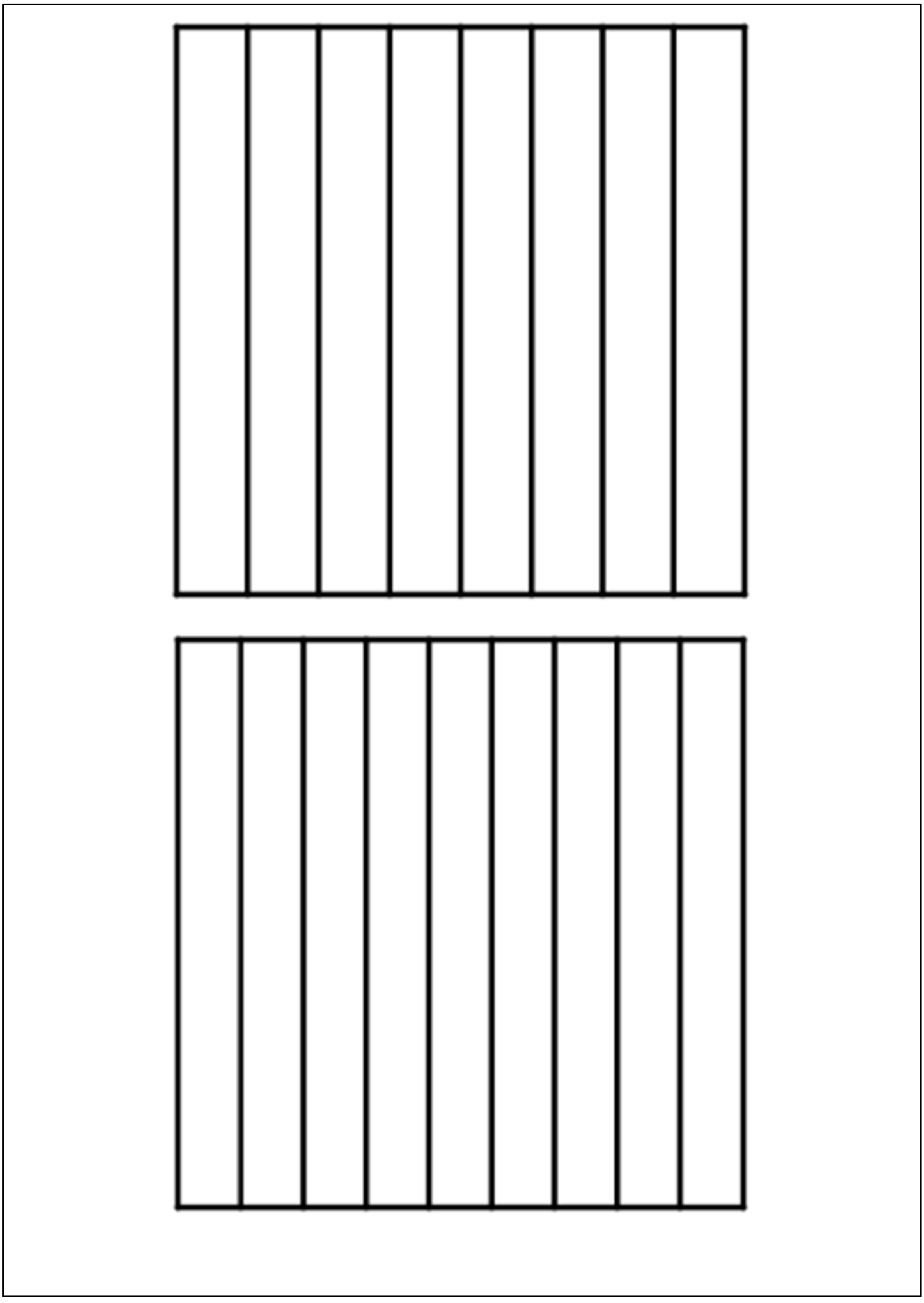
Disponível em: **<https://goo.gl/vi5CZ2>**









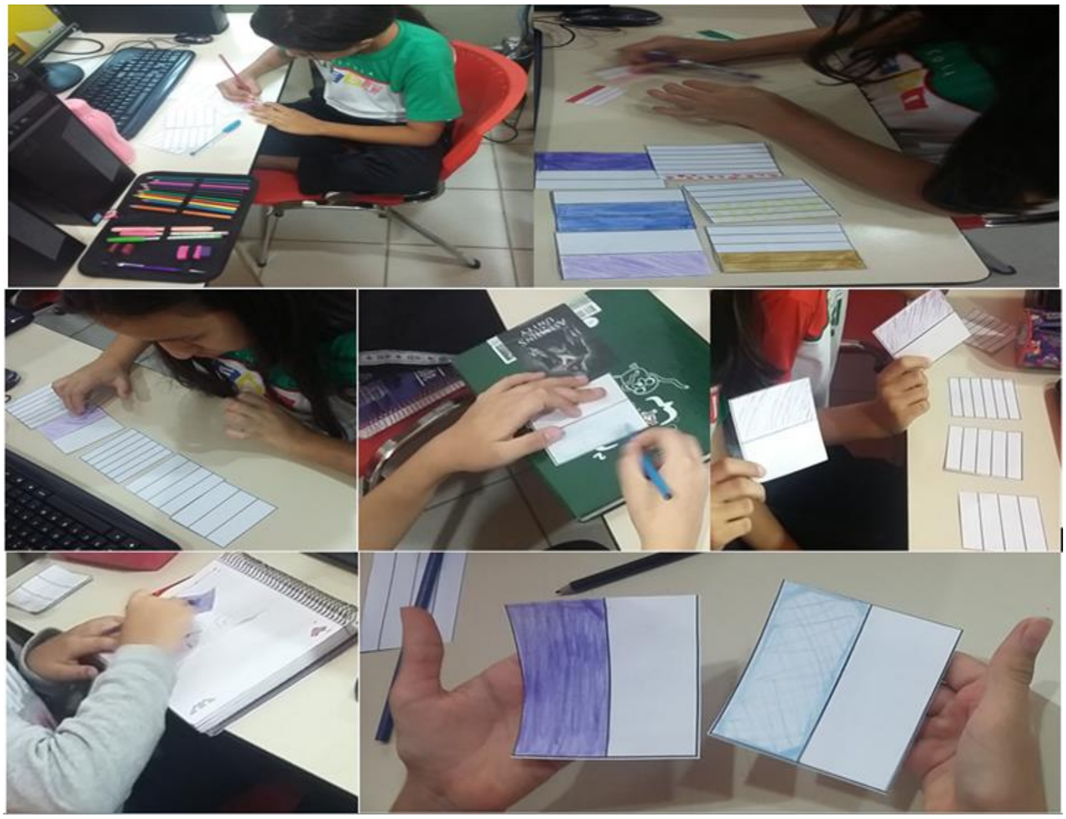


# 3 ESTRATÉGIAS DE ENSINO COM OS QUADRADOS FRACIONÁRIOS

## 3.1 Representando Frações Geometricamente

Com os Quadrados Fracionários é possível representar frações contínuas de $\frac{1}{2}$ até $\frac{9}{9}$ colorindo partes, como se pode ver na Figura 1.

Figura 1– Alunos em atividade - Quadrados fracionários.



Fonte: Registro da pesquisadora, 02/12/2016.

Pode-se oferecer aos alunos os quadrados fracionários propondo que pintem partes e escrevam as frações que representam a parte que coloriram.

Barbosa (1966, p. 150) diz que a utilização de figuras geométricas divididas em partes para a criança hachurar ou colorir as partes indicadas, favorece a formação do conceito de fração, significado de seus termos e denominação, uma vez que possibilita o aluno intuitivamente compreender a necessidade de dois números inteiros para expressar um número fracionário.

### 3.2 Encontrando Frações equivalentes

Com essa técnica utilizando os Quadrados Fracionários é possível potencializar os significados do conceito de equivalência, que através da percepção das subdivisões das áreas pela sobreposição das imagens possibilita a compreensão da necessidade da troca de uma fração por outra para fazer a operação de adição de frações com denominadores diferentes.

Exemplo: Considerar dois dentre os quadrados fracionários, colorir uma parte, identificar os termos das frações (numerador e denominador) escrevendo-os numericamente em uma folha.

Assim: $r = \frac{m}{n} = \frac{1}{3}$ e s $= \frac{p}{q} = \frac{2}{5}$, e executar os seguintes procedimentos:

1° - Segurar os quadrados fracionários coloridos, frente ao olhar, com as divisões no sentido vertical.

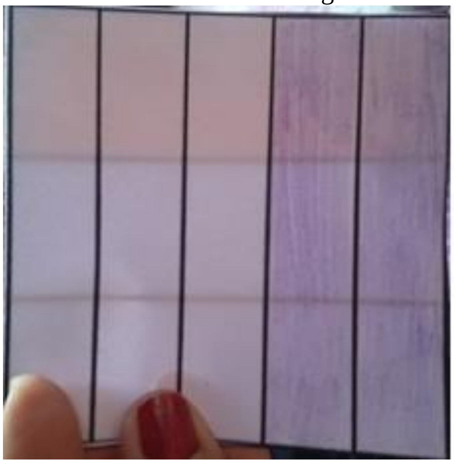
2° - Rotacionar (90°) uma delas, deixando as divisões no sentido horizontal, como na Figura 2, nesse caso $\frac{2}{5}$.

Figura 02 – Fração 2/5 rotacionada.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 25/10/2016.

3° - Sobrepor uma figura a outra, alternando para fazer a leitura, como Figura 3.

Figura 03 – Frações equivalentes a $r$ e $s$.



Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 25/10/2016.

Observar as subdivisões que ocorrem nas figuras com o efeito da sobreposição. As áreas totais, das duas figuras, ficam subdivididas em retângulos de mesmos tamanhos, cujas quantias representam o 'novo' denominador e as partes coloridas os 'novos' numeradores, que representam frações equivalentes às primeiras com denominadores iguais.

Na figura 3 (imagem à esquerda) a área total é 5 retângulos, note que, com a subdivisão pela sobreposição das imagens, serão 15. Isto é, o produto de 5 por 3. Ou seja, o produto dos denominadores. O mesmo ocorre com as partes coloridas, 2 retângulos que ficam subdivididas em 6, isto é, o produto de 2 por 3. Ou seja, o produto do numerador pelo denominador da outra fração. Analogamente, fazemos $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{15}$.

De forma geral, pode-se relacionar a subdivisão, que ocorre pela sobreposição das imagens, com o processo de encontrar frações equivalentes com os mesmos denominadores.

Então $\frac{2}{5}$ poderá ser escrito como $\frac{6}{15}$, e $\frac{1}{3}$ poderá ser escrito como $\frac{5}{15}$.

De acordo com o PCN (1998, p. 104) quando o cálculo da adição e da subtração envolvem frações com denominadores diferentes, "pode-se transformá-las em frações com o mesmo denominador (não necessariamente o menor), aplicando as propriedades das frações equivalentes."

Como as duas frações equivalentes as primeiras têm o mesmo denominador poderá ser efetuada a soma das frações, pelo método convencional $\frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$ ou contando os retângulos coloridos que representam os numeradores mantendo como denominador a quantia que se originou da subdivisão total da figura.

Segundo Barbosa (1966, p. 151), através de esquemas geométricos é possível "compreender que a multiplicação do denominador aumenta o número de divisões efetuadas sobre o inteiro, e a multiplicação do numerador aumenta o número de partes consideradas". O despertar com a coincidência dos resultados poderá levar o aluno à aquisição da aprendizagem das frações equivalentes e das propriedades correspondentes. Além da possibilidade de levá-los a entender a obrigatoriedade da troca de um par de números por novo par para fazer a adição, dificuldade que Barbosa (1966) aponta como um dos fatores de suas dúvidas.

# 4 MATERIAIS DIGITAIS

Construído através das funções do geogebra permiti através de movimentação de controles deslizantes o dinamismo de representar frações contínuas de forma geométrica, fracionária e decimal.

## 4.1 Leitura de Frações

Disponível em: **<https://goo.gl/E7vUpo>**

Esse material permite apresentar a leitura de frações de maneira geométrica e de forma algébrica.

## 4.2 Quadrados das Frações Equivalentes

Disponível em: **<https://goo.gl/dTPMW6>.**

Marcando no material digital a opção *Frações Equivalentes,* como na Figura 4, pode-se com a movimentação dos controles deslizantes *r* e *s*, formar até dez frações equivalentes as primeiras.

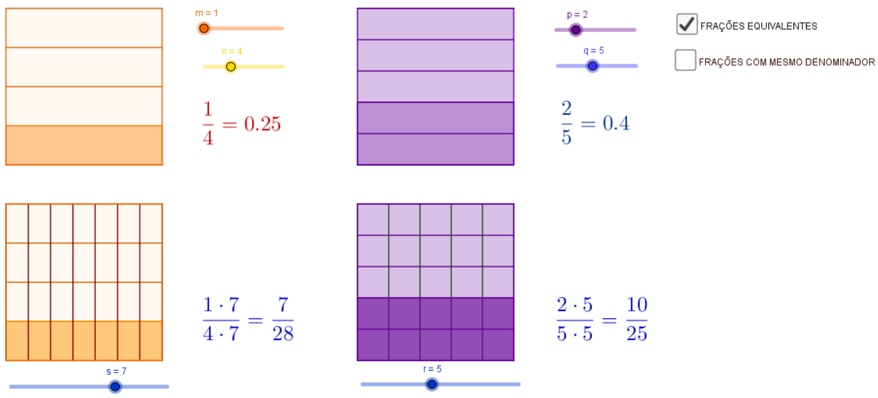
> O professor deve conduzir os alunos a obterem classes de frações equivalentes, e a perceberem que qualquer fração equivalente de uma dessas classes representa a classe; são numerais de um mesmo número fracionário. Êsse fato é primordial no estudo das frações, e deverá ser relembrado em tôdas as ocasiões oportunas, fazendo com que os alunos empreguem a técnica de cálculo de multiplicar (ou dividir) o numerador e o denominador (par ordenado de números que determina o número fracionário) que simplesmente transforma a fração numa fração equivalente, por outro numeral que também representará o número fracionário (BARBOSA, 1966, p. 152).

A possibilidade prática desse material permite comparar frações (ordenação) diretamente, com observação nos esquemas geométricos.

Exemplo: Comparando as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$ observando o total de divisões dos inteiros e das partes consideradas vimos que $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$.

Potencializa o significado da classe de frações equivalentes (através da observação da primeira área com a área subdividida, que não se altera) e a compreensão do algoritmo de encontrar frações equivalentes (multiplicar seus termos por um mesmo número natural). Como exemplo as frações $\frac{1}{4}$.

Figura 04 – Vista do material dinâmico: Classe de frações equivalentes.

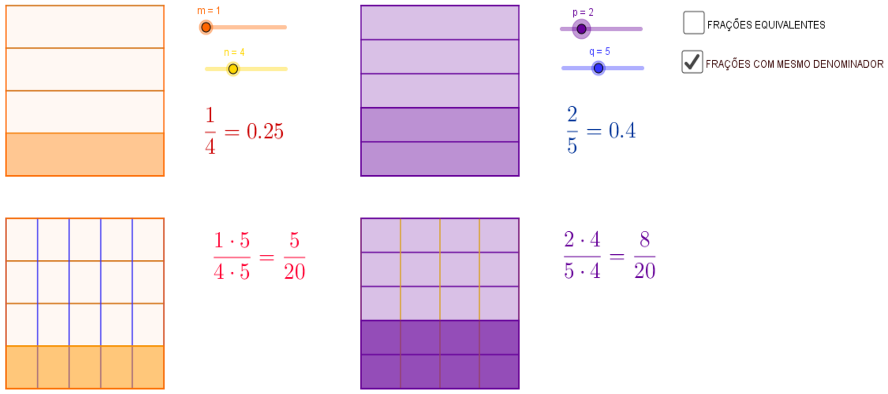



Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 25/10/2016

Observando na Figura 4 (imagem à esquerda) nota-se que comparando a área que representa a fração $\frac{1}{4}$ e a área cuja fração $\frac{1}{4}$ foi subdividida em 7 partes, é visto que não se altera. Como o processo de subdividir é o mesmo que ‘cortar’ o todo em porções menores, precisa-se de 7 porções de $\frac{1}{28}$ para representar a área $\frac{1}{4}$, o que se dizia 1 de 4 agora será 7 de 28. Isto é, $\frac{1}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{7}{28}$.

Ao marcar no material a opção *Frações com o mesmo denominador* (Figura 5), verifica-se que as áreas ficam subdivididas em retângulos o número de vezes que representam os denominadores das frações opostas. Exemplo: $\frac{1}{4}$ foi subdividido em 5, e $\frac{2}{5}$ foi subdividido em 4. Isto é, $\frac{1}{4} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{20}$ e $\frac{2}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{20}$.

Figura 05 – Vista do material dinâmico: Frações equivalentes com mesmo denominador.




Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 25/10/2016.

Esse processo visa possibilitar ao aluno a compreensão da obrigação da troca de uma fração por outras de denominadores iguais para fazer a soma de frações com denominadores diferentes.

De acordo com Barbosa (1966, p. 160) a representação por esquemas gráficos, “há o reforço na visualização”, uma vez que o aluno poderá observar a parte considerada e notar que não temos três partes (retângulos) grandes, nem três partes pequenas, têm-se uma grande e duas pequenas, são simplesmente três partes. Representam partes de tamanhos diferentes que deverão ser subdivididas em partes de mesmo tamanho, para assim efetuarem a soma das partes que agora serão iguais. Evidentemente é necessário ressaltar a substituição das duas frações, mais convenientes, apenas para conseguir a soma.

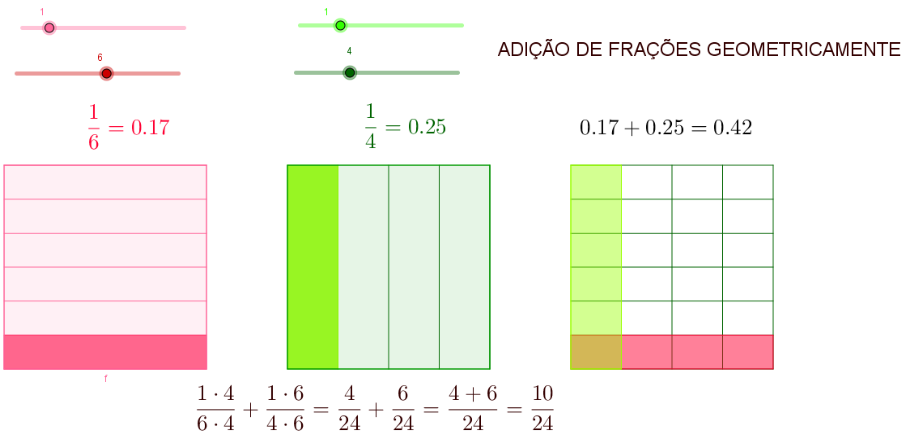
Mas para tanto é preciso, conforme Lorenzato (2009, p. 27), que haja o teste, a observação e a verbalização dos pensamentos, isto é, a comunicação das ideias, raciocínios e conclusões deles. Então o professor poderá avaliar o que os alunos aprenderam, e assim, “após a verbalização, é recomendável que cada aluno tente registrar em seu caderno, conforme suas possibilidades, as novas conquistas decorrentes das atividades, concretas e abstratas, por eles realizadas.”

### 4.3 Quadrados para Adição de Frações

Disponível em: <**https://goo.gl/E4xtzg**>

Ao mover os controles deslizantes do material digital (Figura 6), é possível formar frações contínuas com numeradores e denominadores de 1 a 10 com suas representações geométrica, fracionária e em números decimais.

Figura 06 – Vista do material digital: Adição de frações.




Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 25/10/2016.

Ainda movendo os controles deslizantes nota-se que as duas frações formadas aparecem também uma sobreposta à outra. Com a ocorrência de subdivisão das partes coloridas, que representam os numeradores, e do 'todo' que representam os denominadores, poderá ser feita a leitura e a escrita das frações equivalentes com o mesmo denominador, contando os retângulos e efetuar a soma.

Este objeto de aprendizagem pode favorecer a formação do conceito de número racional, a partir do dinamismo de sua representação geométrica, numérica e em número decimal. Lembrando que Lorenzato (2009) diz que atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem, faz-se necessária atividade mental, por parte do aluno.

> Também a importância de levar em conta o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer das vivências práticas dos alunos, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para um tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdos proveniente da experiência pessoal (PCN, 1998, p. 22).

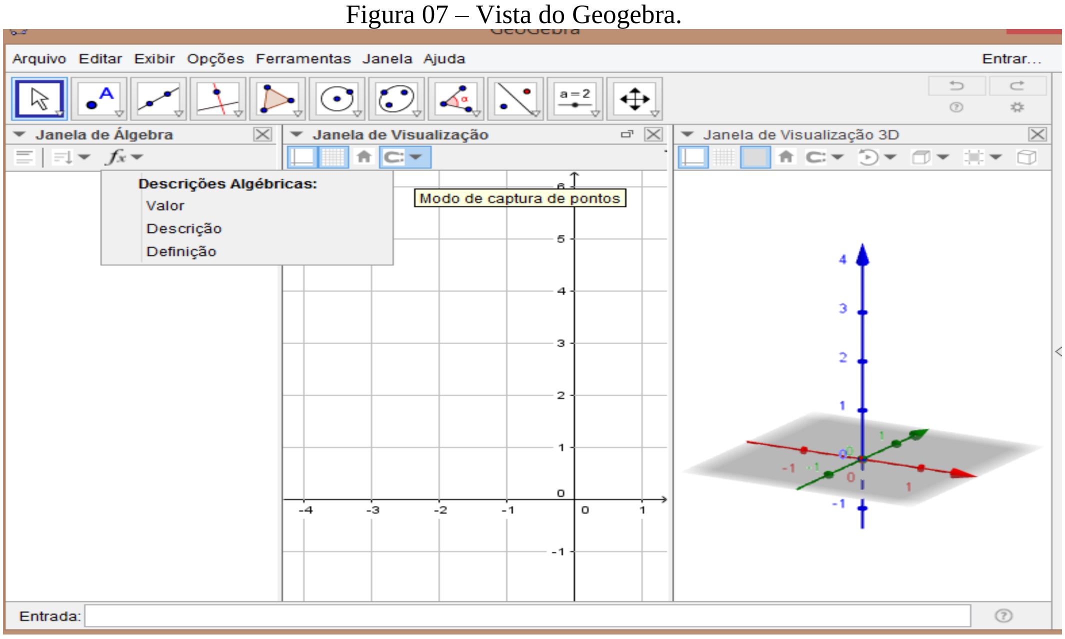
Conforme Gitirana e Carvalho (2010, p. 51) "uma imagem vale mais que mil palavras", e neste contexto o suporte dado aos conceitos pelas imagens é essencial. Porém deve-se ter o cuidado para que as representações não atrapalhem o aprendizado do aluno e nem se desvie do foco pretendido.

# 5 APRESENTAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Geogebra[1] é um *software* matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de *Salzburg* para educação matemática nas escolas.

O *software* geogebra fornece diferentes visualizações para objetos matemáticos: Janela de Álgebra, Janela de Visualização e Janela de Visualização 3D, como Figura 1.

Figura 07 – Vista do Geogebra.




Fonte: Registro da pesquisadora, 20/06/2017.

Cada vista oferece sua própria barra de ferramentas que contém uma seleção de ferramentas e alcance de comandos, bem como funções predefinidas e operadores que permitem criar construções dinâmicas com diferentes representações de objetos matemáticos.

É um sistema de geometria dinâmica que permite realizar construções tais como: pontos, vetores, segmentos, retas, sólidos geométricos, planificações, seções cônicas, entre outras, com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica. Permiti

[1] *Software* livre disponível em:< https://www.geogebra.org/>.

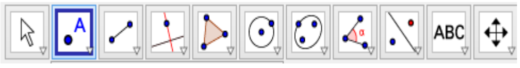
trabalhar com agilidade, buscar diversos caminhos de resolução de problemas e avaliar o que está sendo feito.

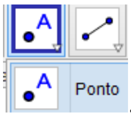
Dependendo da matemática para a qual desejamos usar o geogebra, podemos selecionar as perspectivas que queremos.

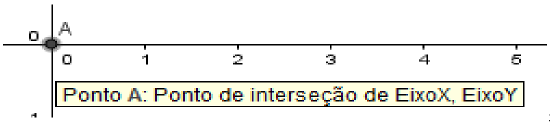
Também oferece uma ampla gama de comandos que podem ser usados para criar objetos na vista de menu álgebra. Basta começar a digitar o nome de um comando no campo de entrada e o geogebra oferecerá uma lista de comandos que combinam com sua entrada.

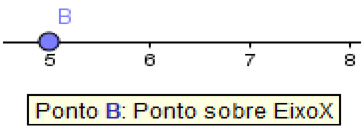
A possibilidade de abordar os conceitos matemáticos de modo interativo e dinâmico apresenta esse *software* como um auxiliador atrativo no conhecimento.

# 6 PASSOS PARA CONSTRUÇÃO DO MATERIAL DIGITAL

1 - Na barra de ferramentas 

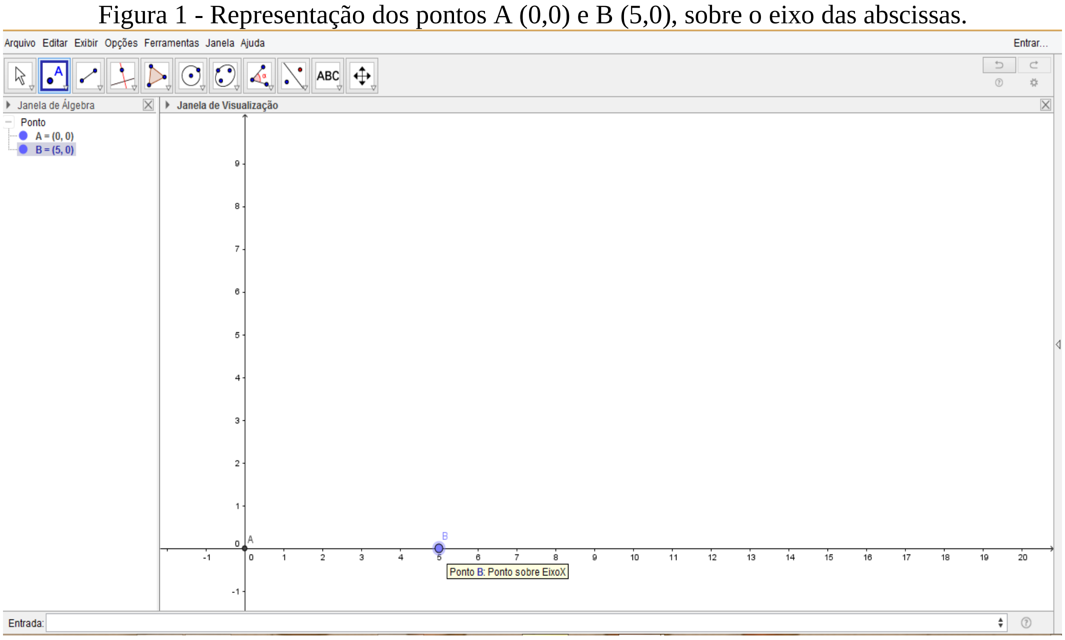
clicar em **ponto** 

. Na área de trabalho clicar nos pontos **A (0,0)** 

, área de intersecção de x com y e **B (5,0)** 

, sobre o eixo x. Conforme Figura 1.

Figura 1 - Representação dos pontos A (0,0) e B (5,0), sobre o eixo das abscissas.

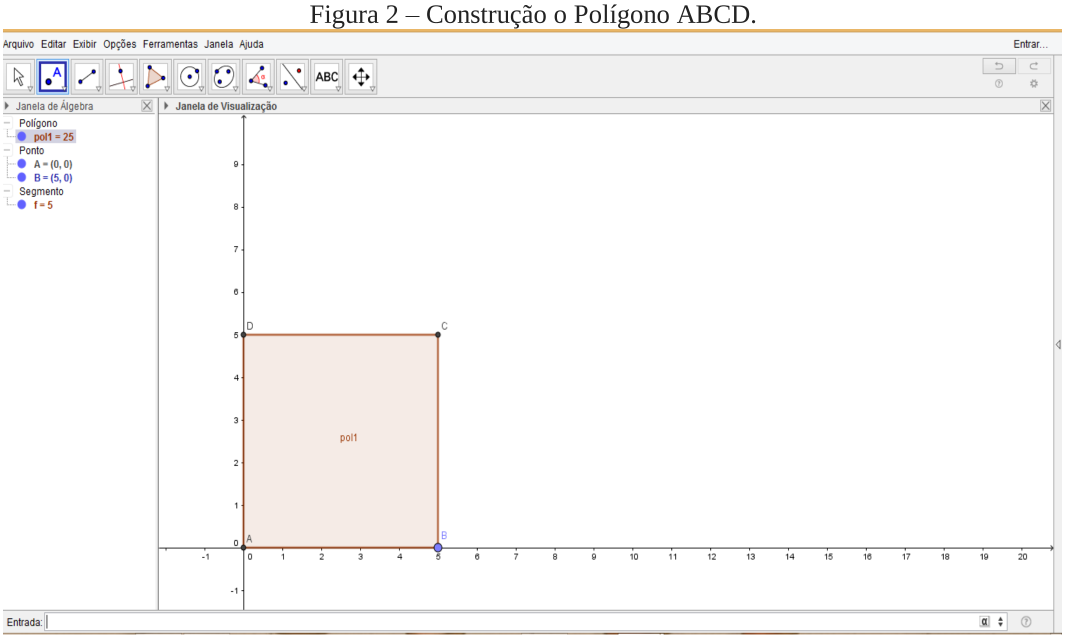



Fonte- Elaboração da autora, 24/11/2016.

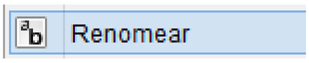
2 – No campo entrada, digite**: Polígono [A,B, 4]**, 

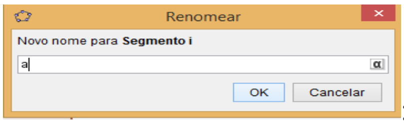
, criando o Polígono ABCD. Onde A e B são os pontos e o número 4, a quantia de vértices. Conforme Figura 2.

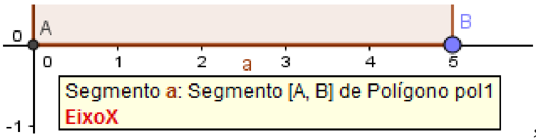
Figura 2 – Construção o Polígono ABCD.

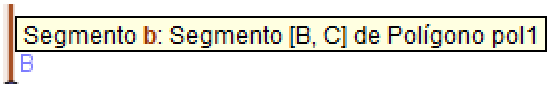


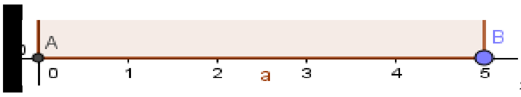
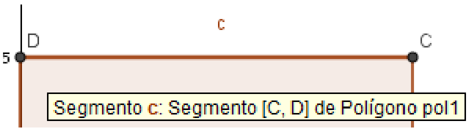

Fonte- Elaboração da autora, 24/11/2016.

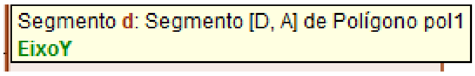
3 – Renomeie os segmentos clicando **em cima do segmento com o botão direito do mouse**, selecione **Renomear** 

, digite as letras referentes aos segmentos na caixa de diálogo 

: renomeie os segmentos: AB = **a** 

, BC = **b**, 


,CD = **c** 

, e AD = **d** 

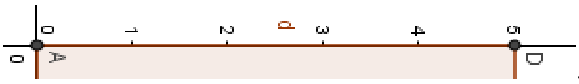
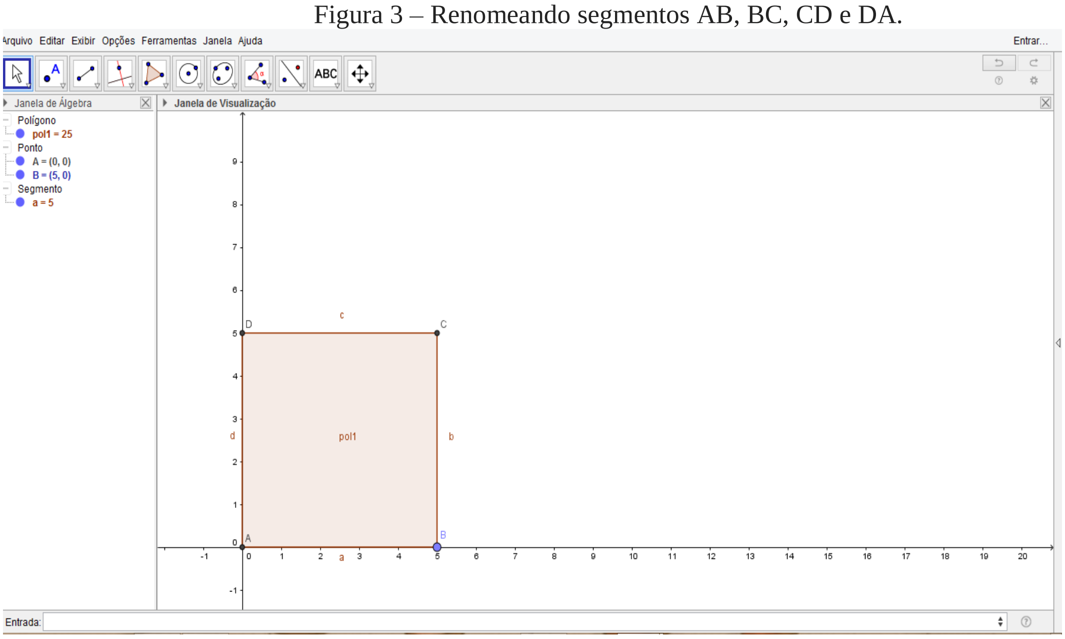

. Como Figura 3.

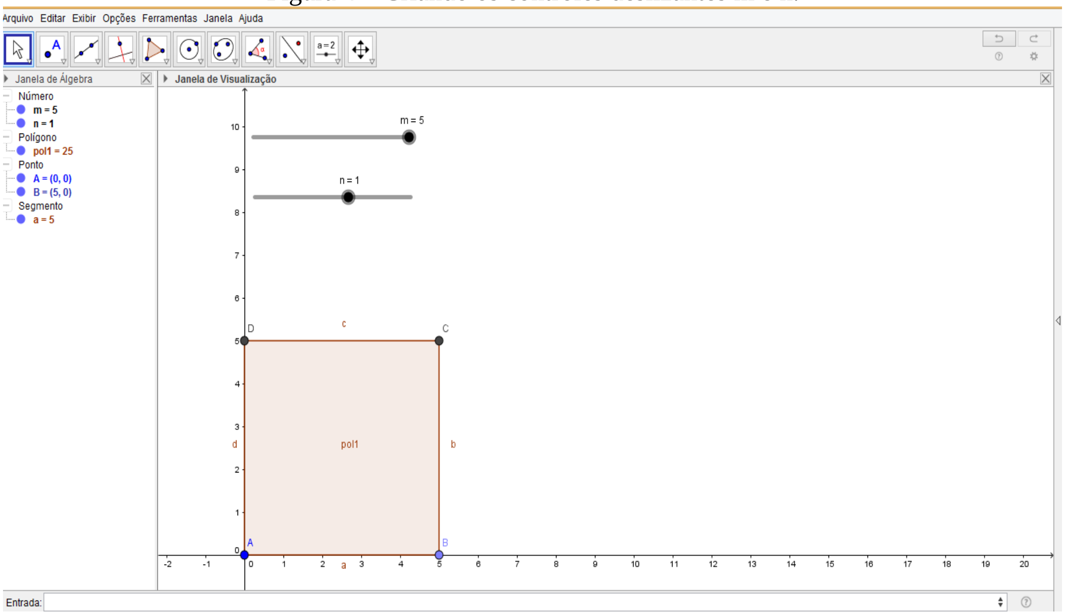
Figura 3 – Renomeando segmentos AB, BC, CD e DA.




Fonte- Elaboração da autora, 24/11/2016.

4 – No campo entrada, crie dois controles deslizantes - m e n; digite **m=1** Entrada: m=1 e de enter, e digite **n=1** Entrada: n=1 e de enter, ative-os na Janela de álgebra, clicando em cima. Como Figura 4.

Figura 4 – Criando os controles deslizantes m e n.

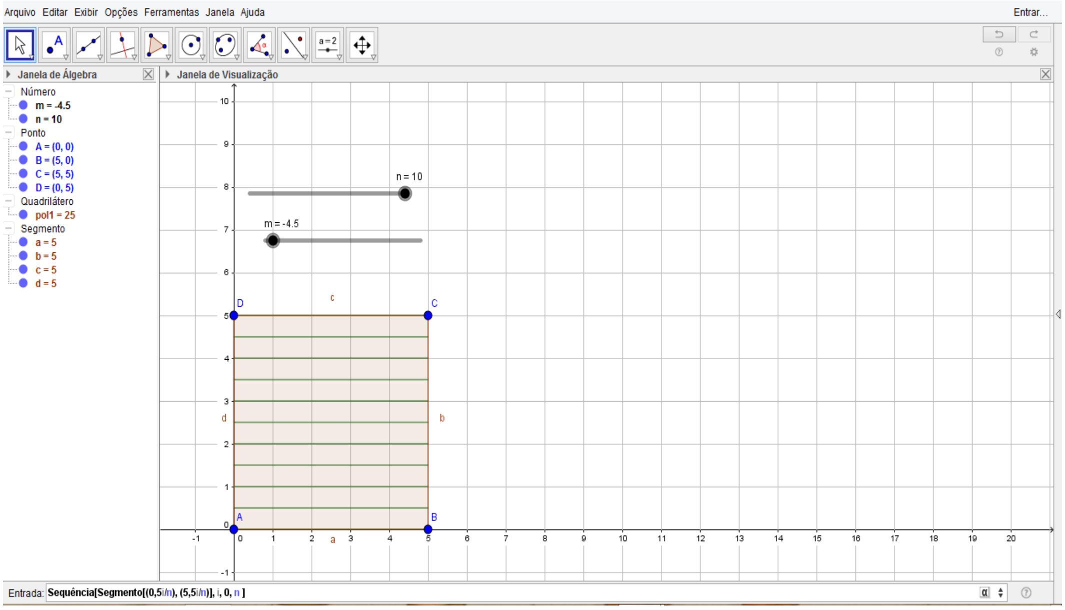



Fonte- Elaboração da autora, 24/11/2016.

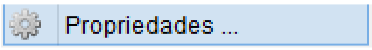
5 – Para dividir a figura precisa-se de uma sequência de segmentos com tamanhos AB = a = 5 cm, distância de um ao outro máxima BC = b, vinculada no controle deslizante para que divida o polígono conforme a quantia que deseja-se. No Campo entrada digite: **Sequência[segmento[(0,5i/n),(5,5i/n)],i,0,n]** Entrada: Sequência[Segmento[(0, 5i/n),(5,5i/n)], i,0, n].

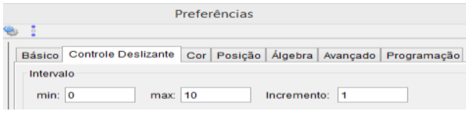
As características das coordenadas do novo segmento deverá ser $[(x_1,y_1),(x_2,y_2)]$, onde $x_1 = x_A = 0$ e $y_1 = 5i/n$ ; $x_2 = x_B = 5$ e $y_2 = 5i/n$; sendo i o fator de segmentos e n a quantia de segmentos de acordo com o denominador n e 5 até onde irá os segmentos. Os elementos i,0,n são respectivamente: a váriavel, o valor inicial e o valor final. Como Figura 5.

Figura 5 – Construção do segmento, que dividirá a figura de acordo com o denominador n.



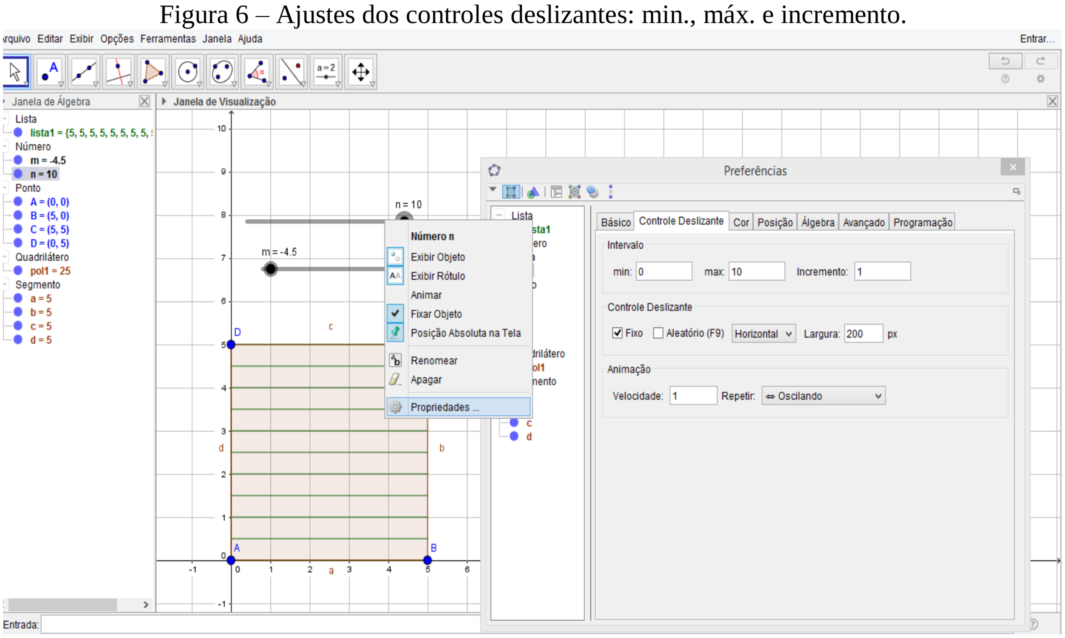

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016

6 – Ajustar os controles deslizantes - clique em cima dos controles deslizantes com o botão direito do mouse, clique em propriedades 

e em preferência 

. Determine min.1, máx. 10 e incremento 1. Como Figura 6.

Figura 6 – Ajustes dos controles deslizantes: min., máx. e incremento.

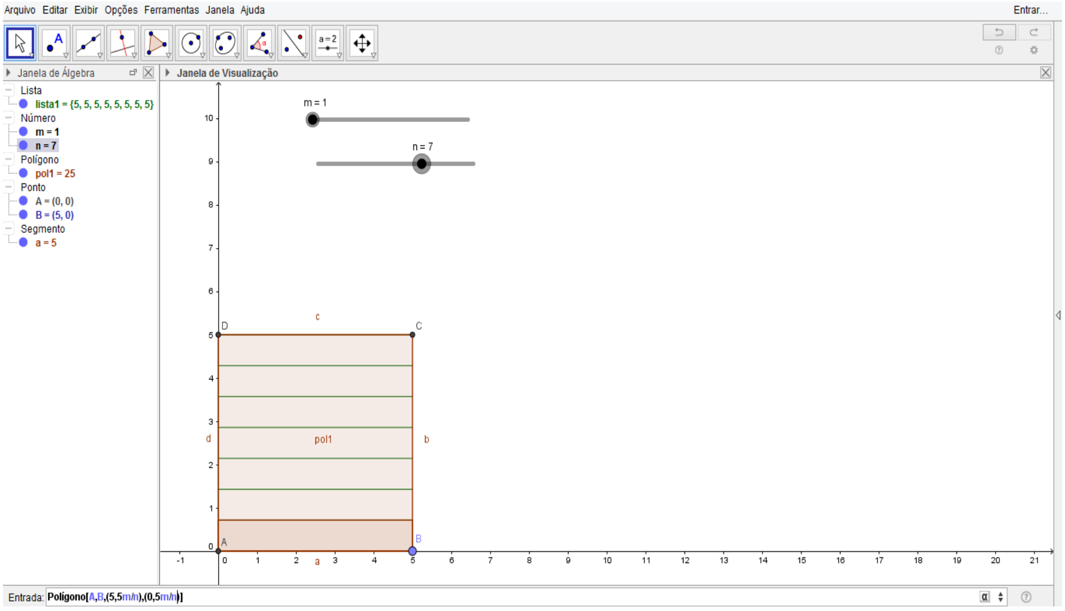



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

7 – Construir um polígono para representar o númerador, vinculado ao controle deslizante. Na caixa de entrada digite: **{Polígono[A,B,(5,5m/n),(0,5m/n)]}**

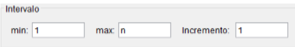

tem-se um polígono de vértices A,B,(5,5m/n),(0,5m/n) onde, 5 = $x_A$ , 0 = $x_B$ , 5 o tamanho do segmento m = numerador e n denominador. Como Figura 7.

Figura 7 – Construção do Polígono [A,B,(5,5m/n),(0,5m/n) ] que representa o numerador, vinculado ao controle deslizante m.



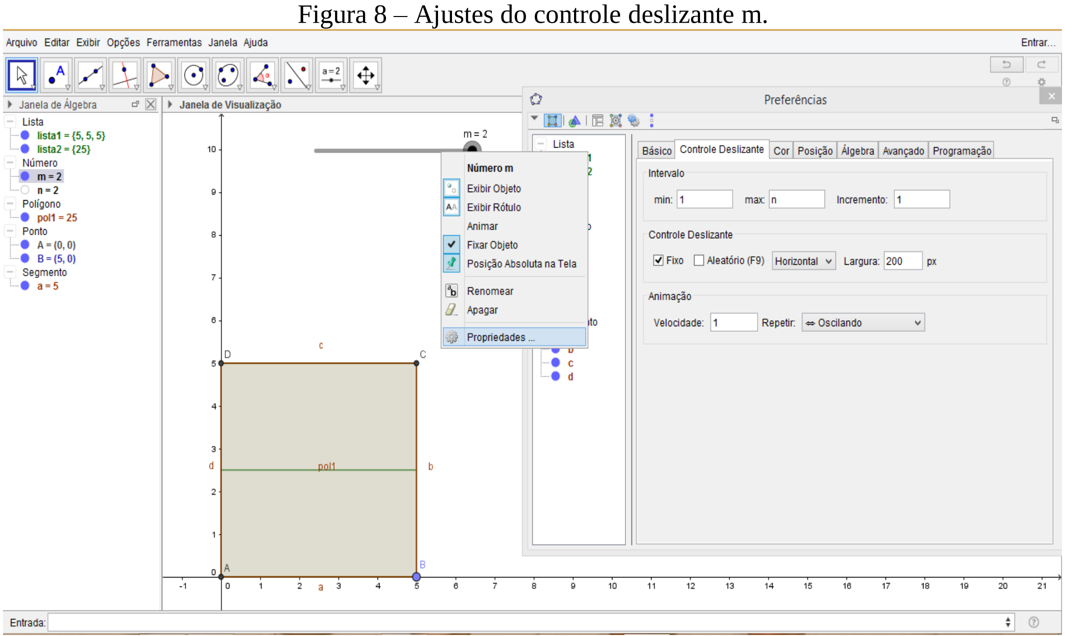

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

8 – Ajuste o controle deslizante m – clique **em cima do controle deslizante** com o botão direito do mouse, clique em **propriedades**, em preferencias determine **máx. n**



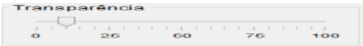

, onde n é o valores dos númeradores. Como Figura 8.

Figura 8 – Ajustes do controle deslizante m.



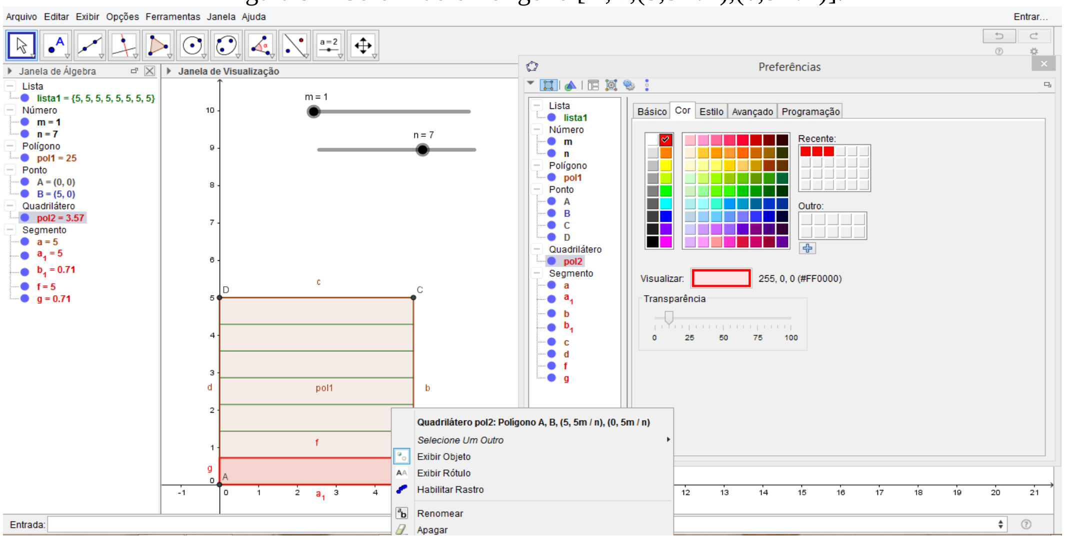
Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

9 – Colorindo o polígono – **Clique em cima do polígono** com o botão direito do mouse, clique em **propriedades**, em preferências escolha a cor 

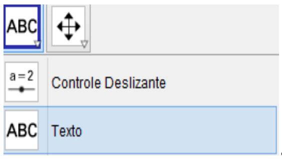
. O botão transparência 

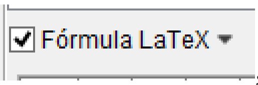
, aumenta e diminue a tonificação das cores. Como Figura 9.

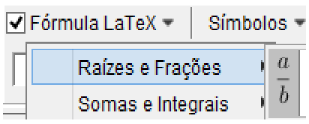
Figura 9 – Colorindo o Polígono [A,B,(5,5m/n),(0,5m/n)].

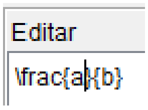


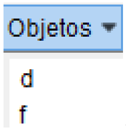

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

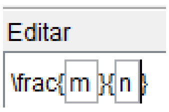
10 – Inserindo as frações – Na barra de ferramentas clique em **texto** 

, na caixa de diálogo clique em **Fórmula latex** 

, selecione **raízes e frações** 

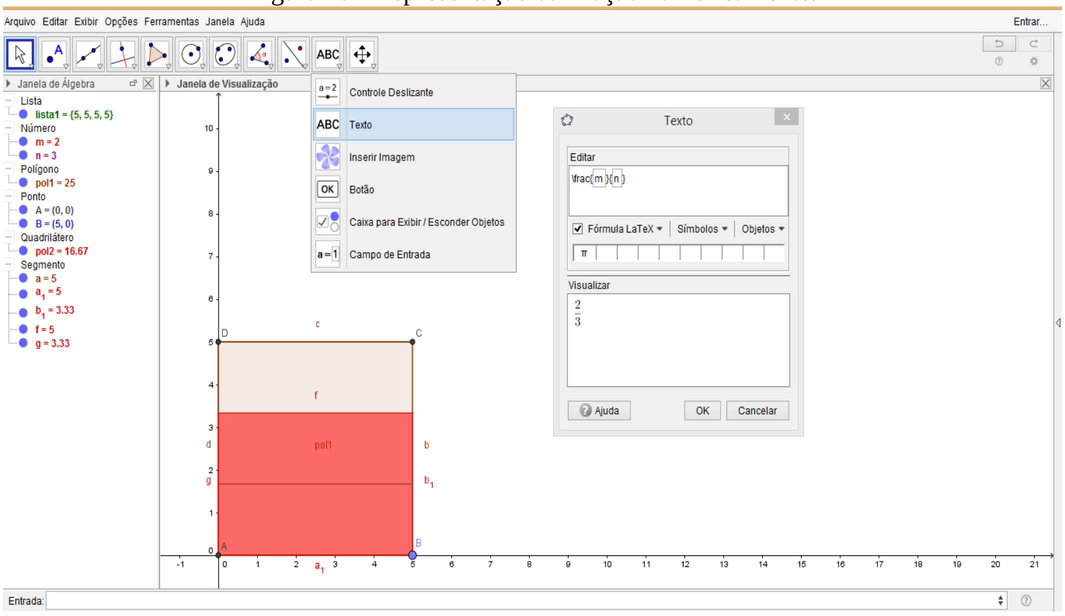
, apague a letra **a** e a letra **b** 

e em **objetos** 

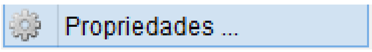
, procure a letra que representa o númerador da fração **(m)** inserindo no lugar de a e a letra que representa o denominador da fração **(n)** inserindo no lugar de b 

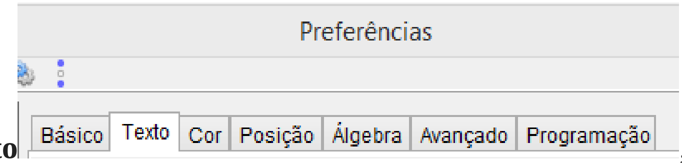
e dê **ok.** Como Figura 10.

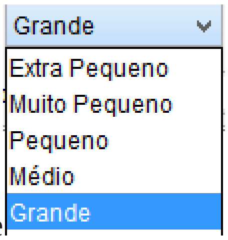
Figura 10 - Representação da Fração numericamente.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

11 – Aumentando o tamanho e a cor da fonte do texto – clique com botão direito do mouse **em cima da fração,** clique em **propriedades** 

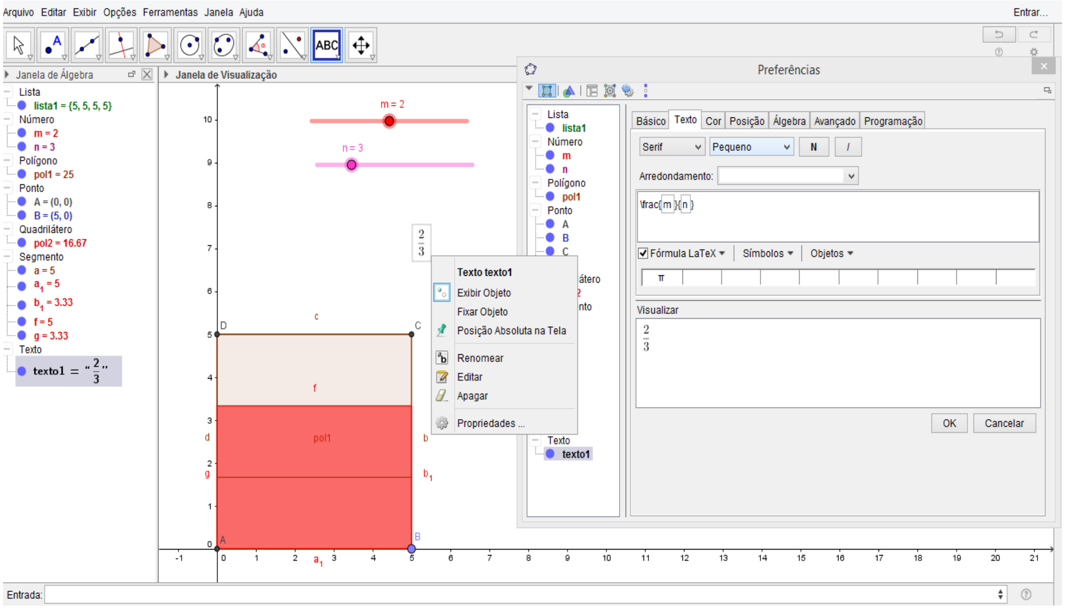
**,** e em prêferencia clique em **texto** 

, selecione o tamanho **grande**, e 

em **cor** selecione a **cor** 

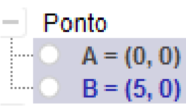
. Como Figura 11.

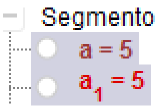
Figura 11 – Tamanho e cor da Fonte.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

12 - Para ocultar os pontos e segmentos, clique na **janela de álgebra** 

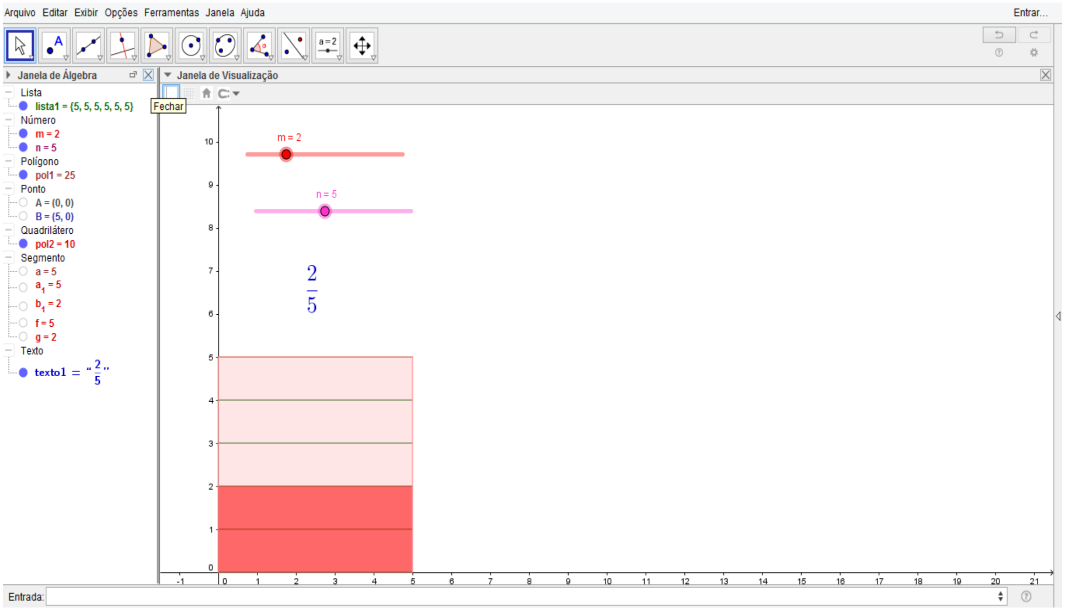
, e com **botão direito** clique no que quer esconder **ponto** 

ou **segmento** 

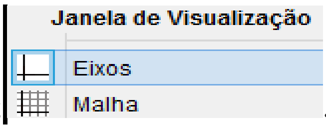
em seguida em clique em exibir objeto ou exibir rótulo 

. Como Figura 12.

Figura 12 - Exibir Objeto e Rótulo

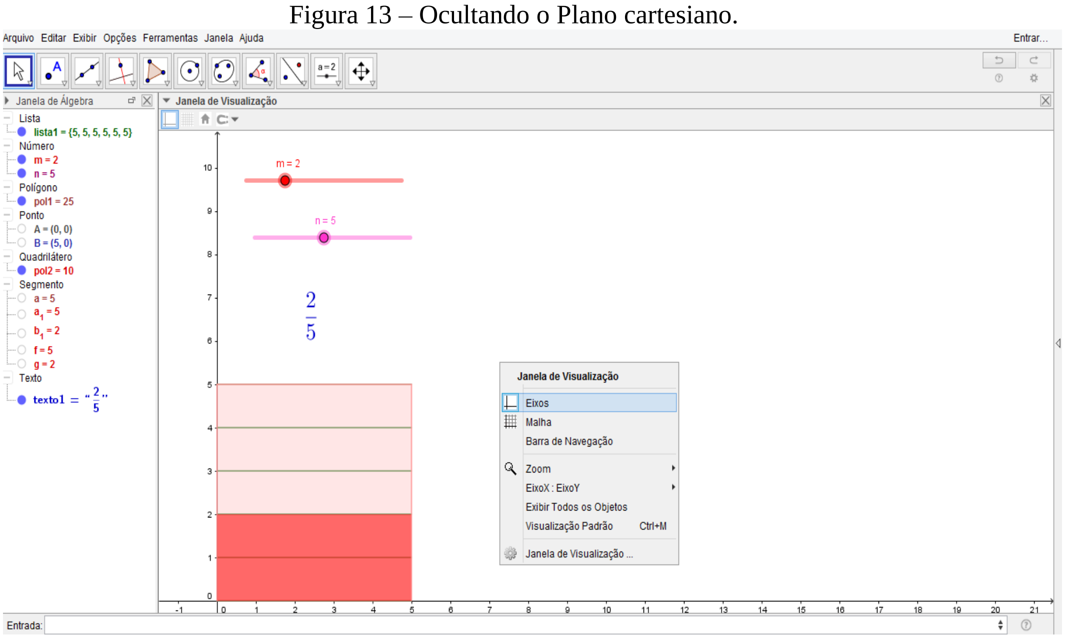



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

13 - Para esconder o eixo x e y – clique com o **botão direito do mouse na área de trabalho**, clique em **eixo** na janela de visualização ;

. Como Figura 13.

Figura 13 – Ocultando o Plano cartesiano.

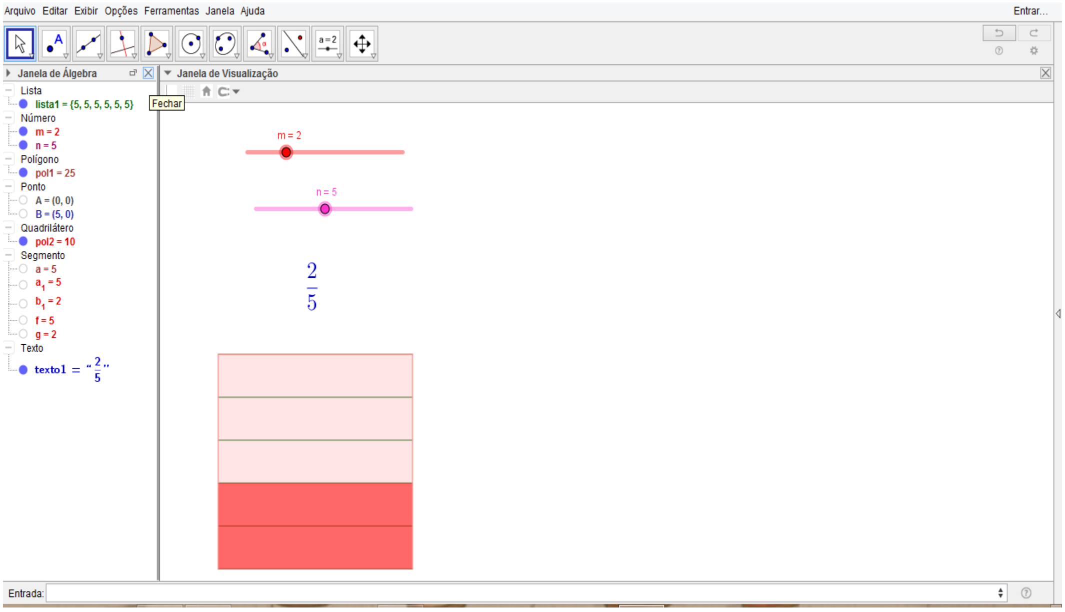



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

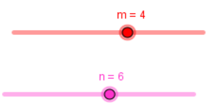
14 – Para fechar a janela de álgebra – clique em **fechar**

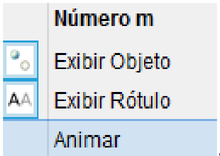
**.** Como Figura 14.

Figura 14 – Fechando Janela de Álgebra.



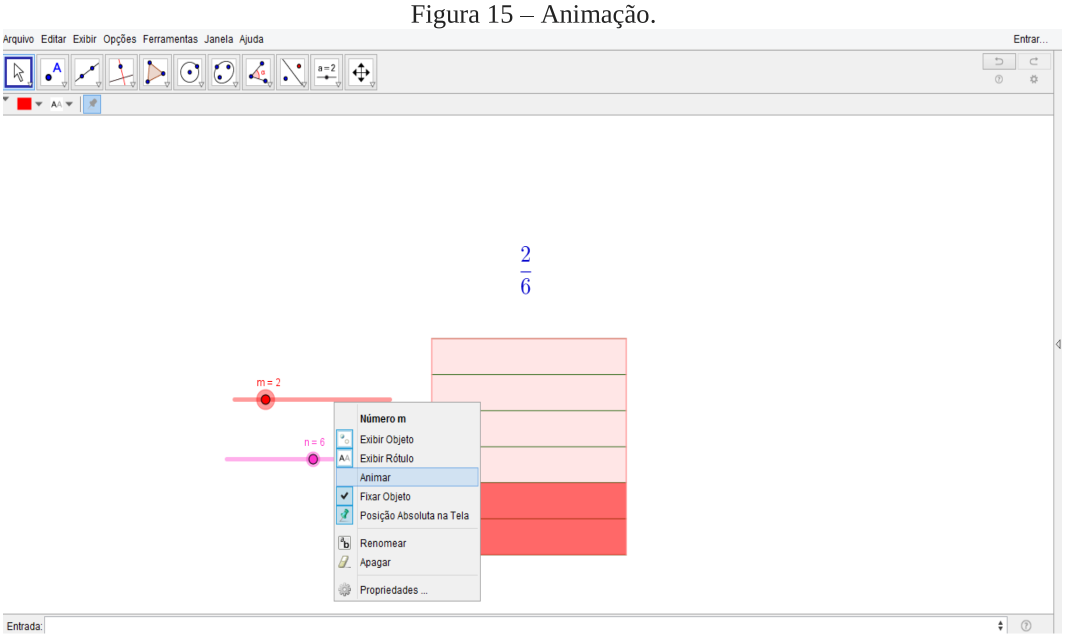

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

15 – Para animar – com o botão direito do mouse clique em cima do **controle deslizante** 

e na caixa de diálogo clique em animar 

. Como Figura 15.

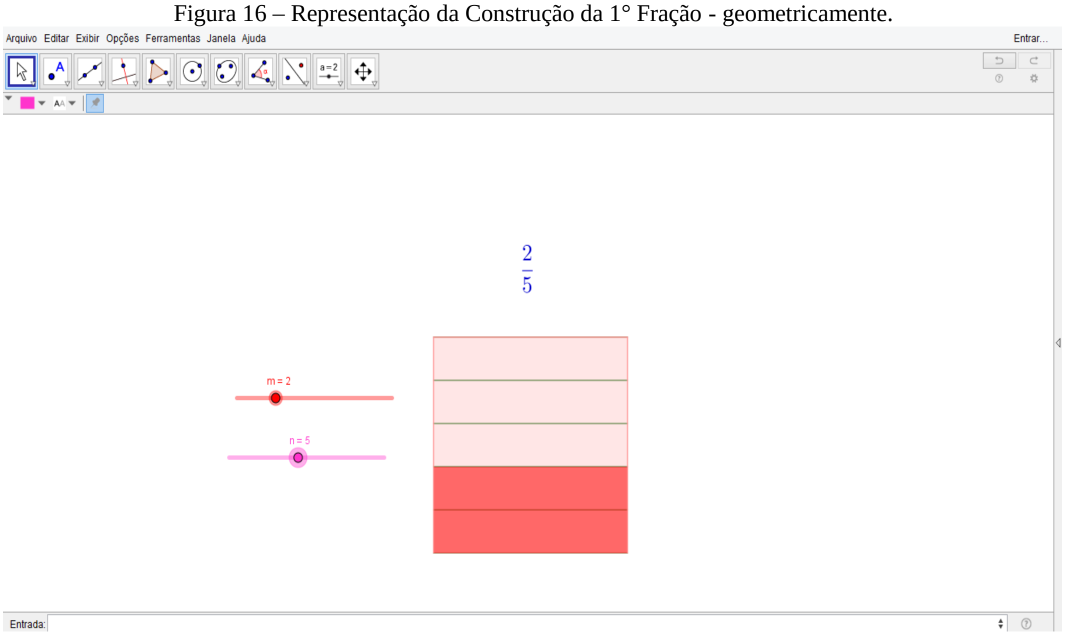
Figura 15 – Animação.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

16 – Construção da 1° Fração representando geométricamente. Como apresentado na Figura 16.

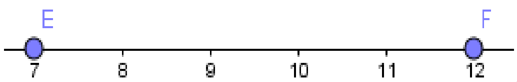
Figura 16 – Representação da Construção da 1° Fração - geometricamente.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

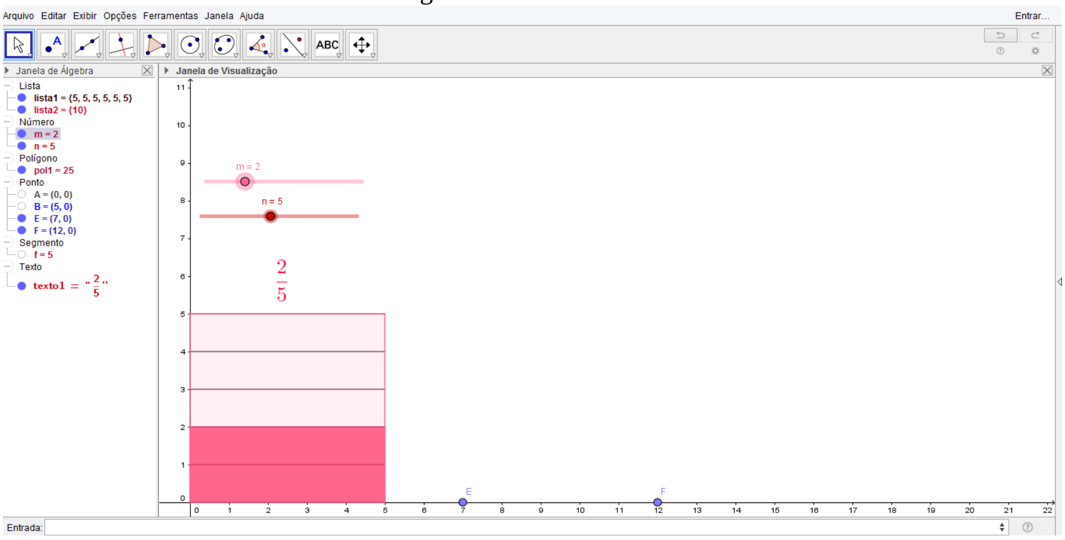
**Passos para a Construção da 2° Fração**

1 - Na barra de ferramentas clicar em **ponto** 

Na área de trabalho clicar nos pontos **F (7,0)** e **G (12,0)**, 

, sobre o eixo x. Como Figura 17.

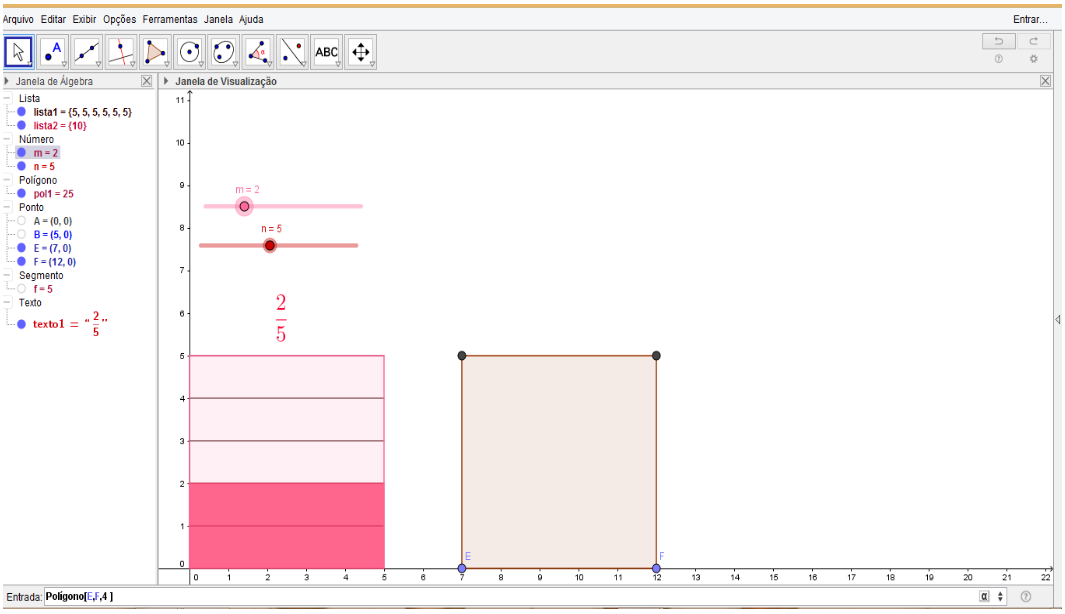
Figura 17 – Pontos E e F.



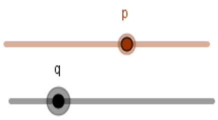

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

2 – No campo entrada digite: **Polígono [E, F, 4],** Entrada: Polígono[E,F,4 ] **,** criando o Polígono EFGH. Onde E e F são os pontos e o número 4 são os vértices. Como Figura 18.

Figura 18 – Construção do polígono EFGH.

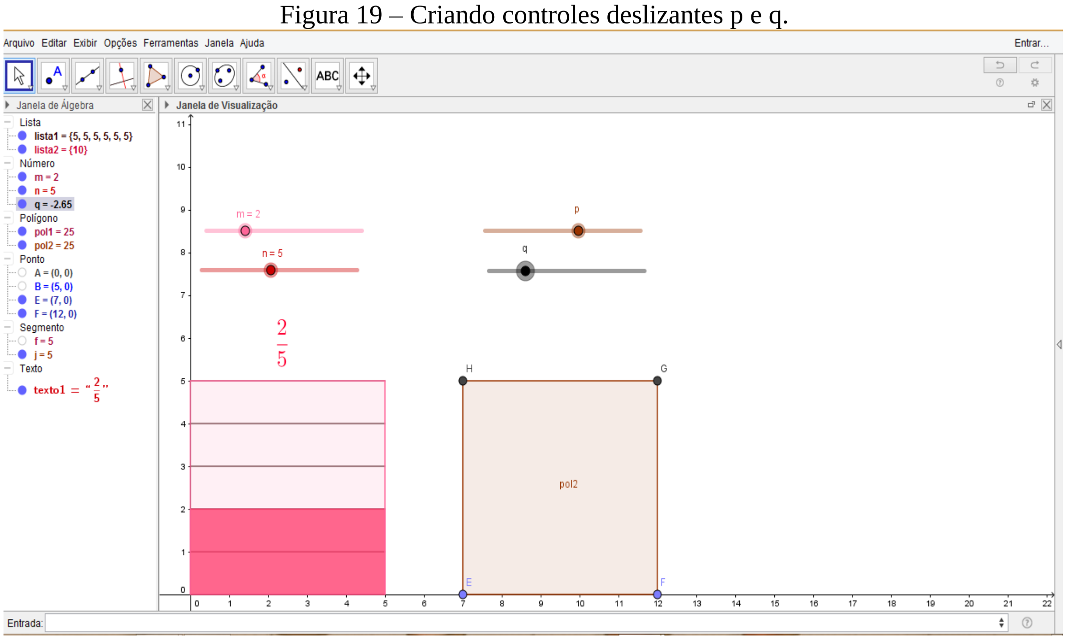



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

3 - No campo entrada, crie dois controles deslizantes, p e q 

; digite **p=1** Entrada: p=1 e dê enter, e digite **q=1** Entrada: q=1 e dê enter, ative-os na Janela de álgebra clicando em cima. Como Figura 19.

Figura 19 – Criando controles deslizantes p e q.



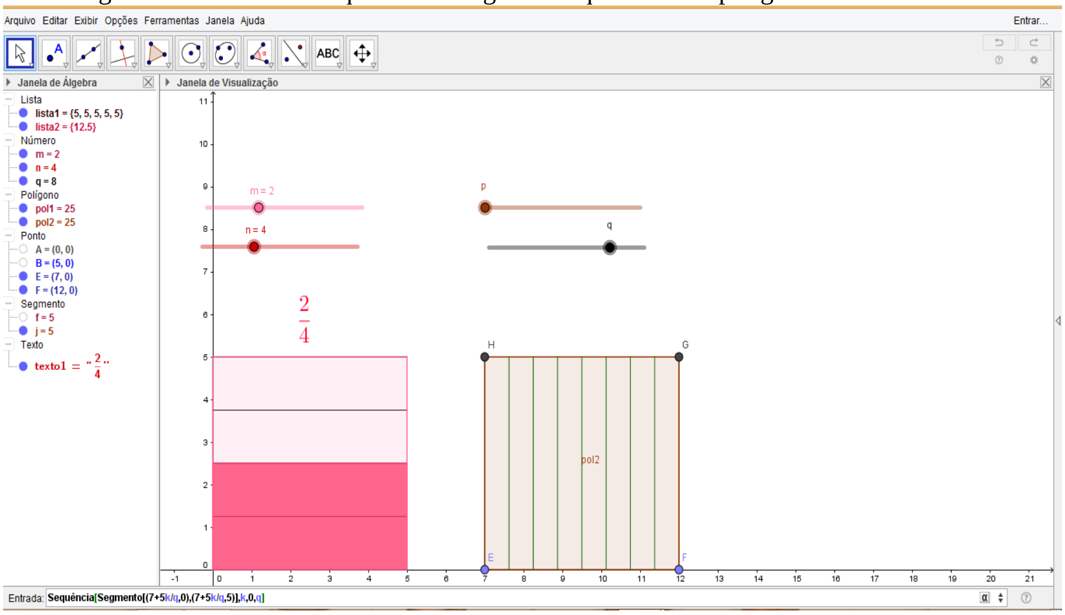

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

4 - Para dividir a figura precisamos de uma sequência de segmentos com tamanhos EF = 5 cm, distância de um ao outro máxima do tamanho de FG = 5cm, vinculada no controle deslizante q para que divida o polígono verticalmente. No Campo entrada digite: **Sequência[Segmento[(7+5k/q,0),(7+5k/q,5)],k,0,q]**


.

As características das coordenadas do novo segmento deverá ser $[(x_1,y_1),(x_2,y_2)]$, onde $x_1 = 7+5k$ e $y_1 = 0$ ; $x_2 = 7+5k$ e $y_2=5$; sendo 7 a coordenada x onde começa o polígono, k o segmento FG a ser multiplicado por 5 (tamanho do segmento) e q o valor numérico do controle deslizante vinculado segmento. Os elementos k,0,q são respectivamente: a váriavel, o valor inicial e o valor final. Como Figura 20.

Figura 20 – Criando a sequência de segmentos que divide o polígono EFGH.

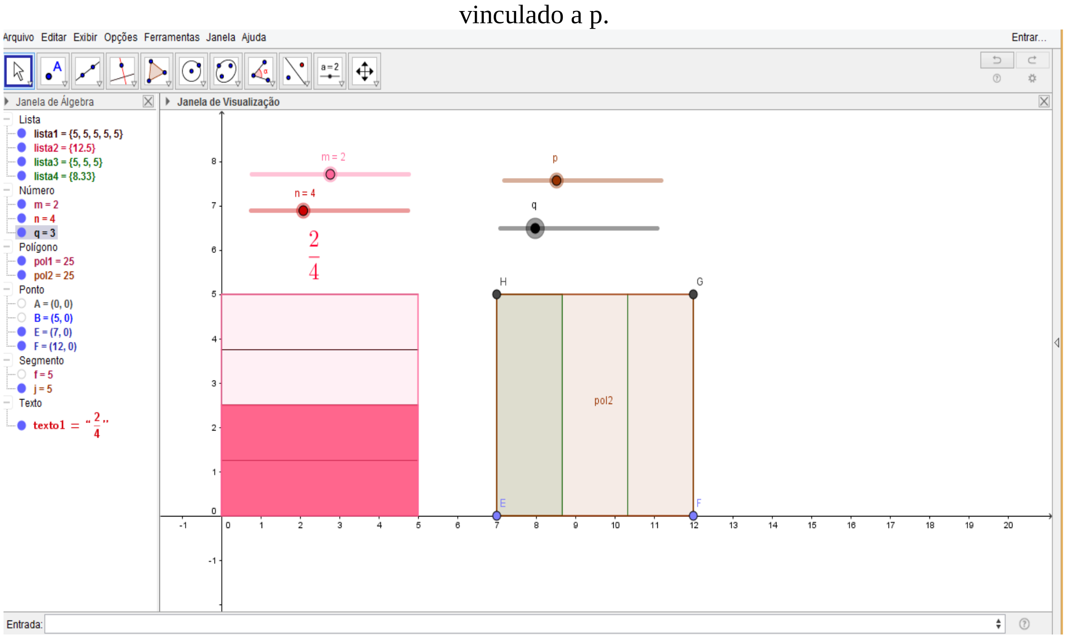



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

5 - Construir um polígono para representar o númerador, vinculado ao controle deslizante p. Na caixa de entrada digite: **{Polígono[E, H, (7 + 5p / q, 5), (7 + 5p / q, 0)]}**

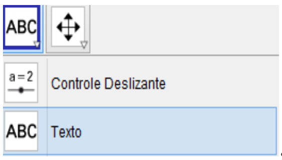
Entrada: **{Polígono[E, H, (7 + 5p / q, 5), (7 + 5p / q, 0)]}**, tem-se um polígono de vértices E,H, (7+5p/q,5),(7+5p/q,0) cujo pontos (7+5p/q,5) e (7+5p/q,0) são vinculado ao controle deslizante. As caracteristicas desse ponto se define em 7 é a coordenada $x_E$ , 5 é o tamanho do segmento EH, p e q o controle deslizante que representam sucessivamente o numerador e o denominador e os valores 5 e 0 são as coordenadas y dos pontos H. Como Figura 21.

Figura 21 – Construção do Polígono [E, H, (7 + 5p / q, 5), (7 + 5p / q, 0)] que representará o numerador, vinculado a p.

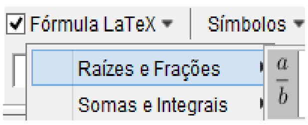



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

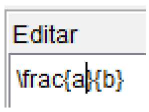
6 - Inserindo as frações – Na barra de ferramentas clique em **texto**



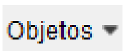

, na caixa de diálogo clique em **Fórmula latex,** selecione **raízes e frações**



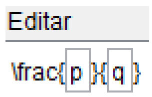

, apague a letra **a** e a letra **b**



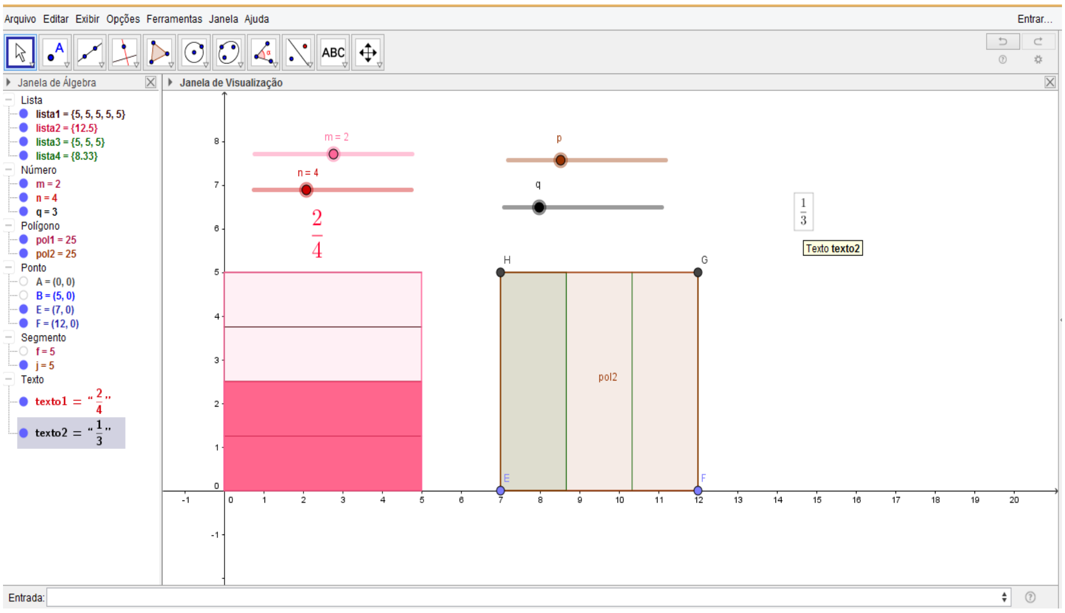

e em **objetos**




, procure a letra que representa o númerador da fração **(p)** inserindo no lugar de a e a letra que representa o denominador da fração **(q)** inserindo no lugar de b




e dê **ok.** Como Figura 22.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

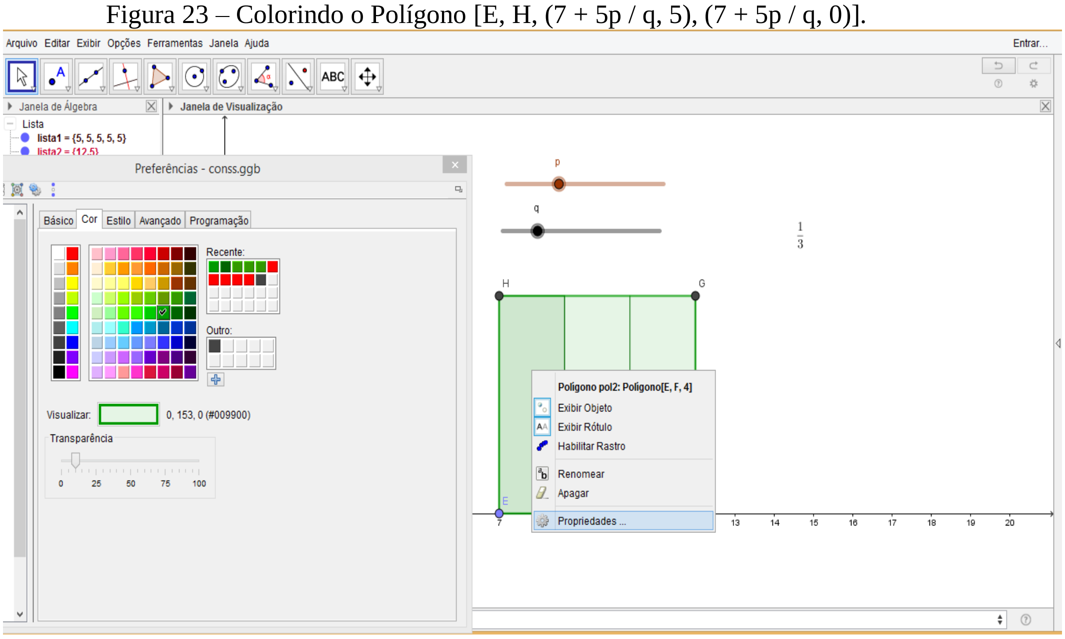
7 - Colorindo o polígono – **Clique em cima do polígono** com o botão direito do mouse, clique em **propriedades**, em preferências escolha a cor 

.

O botão transparência 

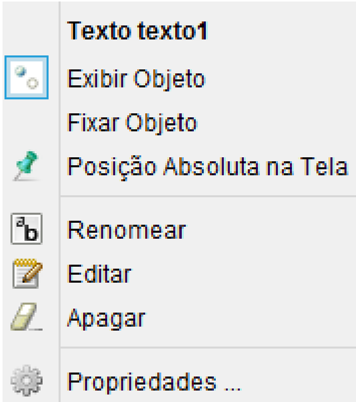
aumenta e diminue a tonificação das cores. Como Figura 23.

Figura 23 – Colorindo o Polígono [E, H, (7 + 5p / q, 5), (7 + 5p / q, 0)].

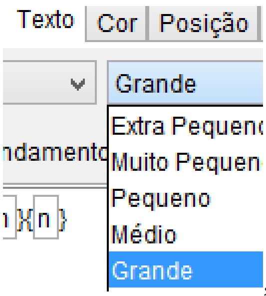



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

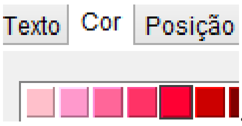
8 - Alterando o tamanho e a cor da fonte – clique com botão direito do mouse **em cima da fração,** clique em **propriedades**




**,** e em prêferencia clique em **texto**, selecione o tamanho **grande**

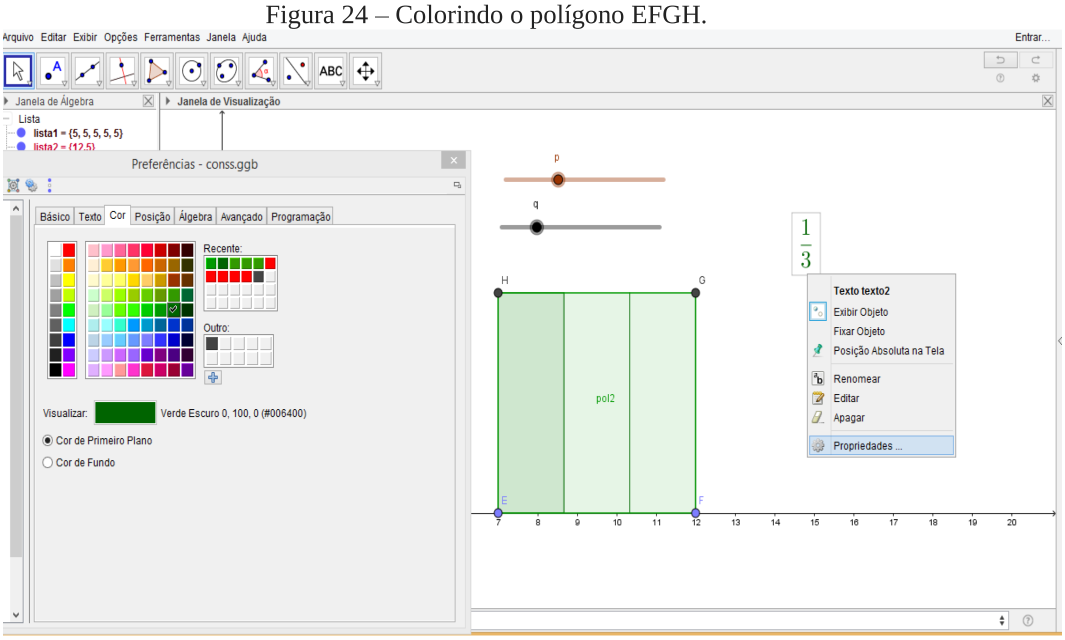



, e em **cor** selecione a **cor**



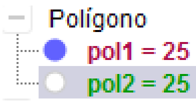

. Como Figura 24.

Figura 24 – Colorindo o polígono EFGH.



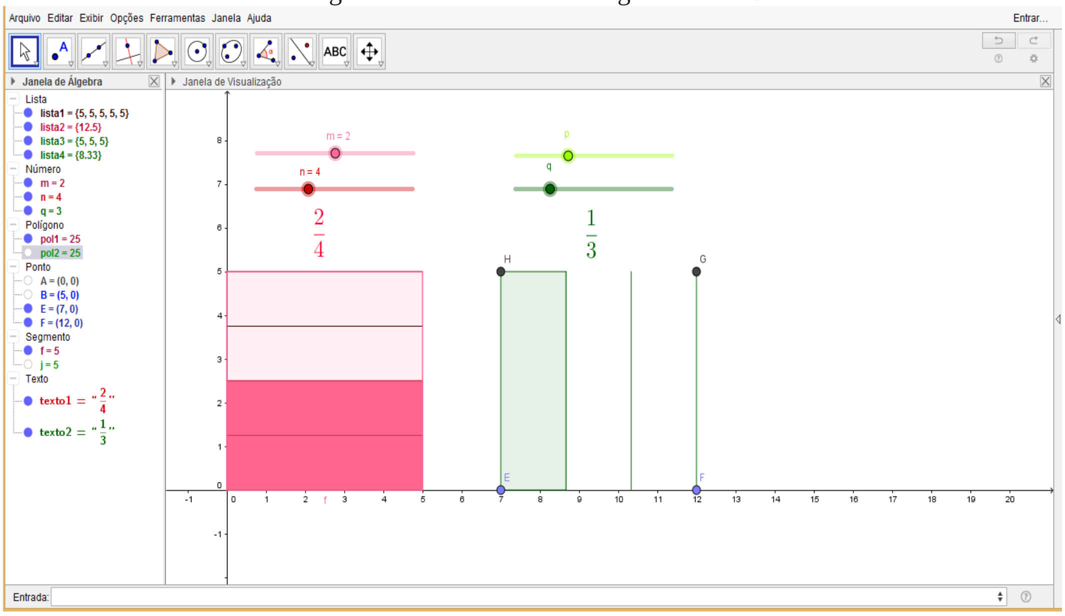

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

9 - Ocultando polígono, desative na Janela de Álgebra 

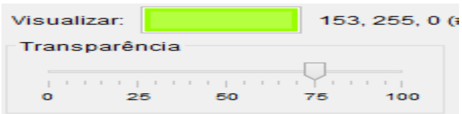
, o que não for realçar 

. Como Figura 25.

Figura 25 – Ocultando o Polígono EFGH .

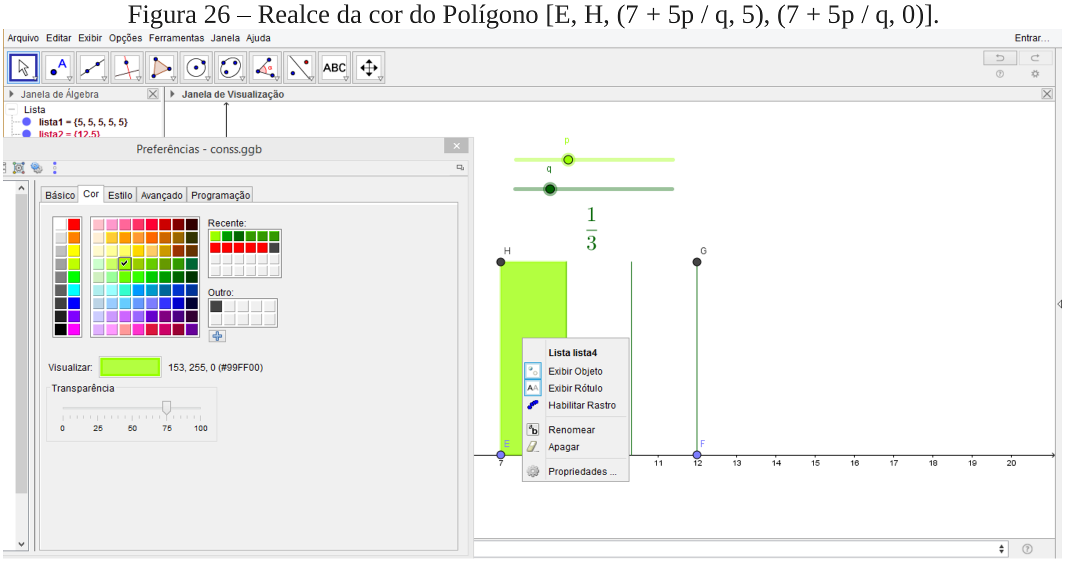



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

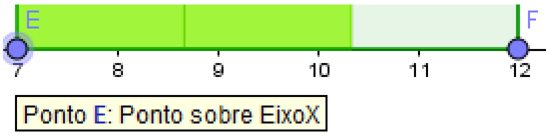
10 - Para realçar a cor dos polígonos – clique em cima do polígono com o botão direito do mouse, clique em **propriedades** e em preferência selecione a cor - realce no botão transparência 

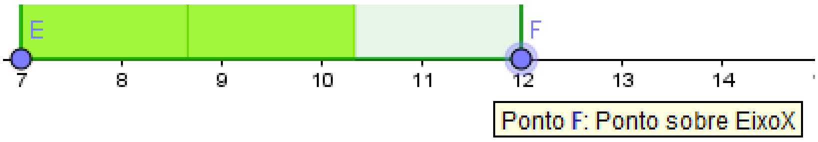
. Como Figura 26.

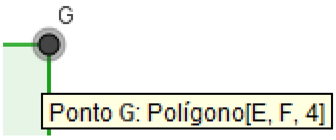
Figura 26 – Realce da cor do Polígono [E, H, (7 + 5p / q, 5), (7 + 5p / q, 0)].

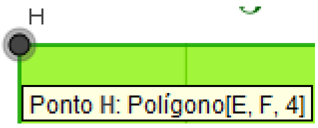


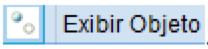

Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

11 - Ativando o polígono EFGH e ocultando os pontos E 

, 

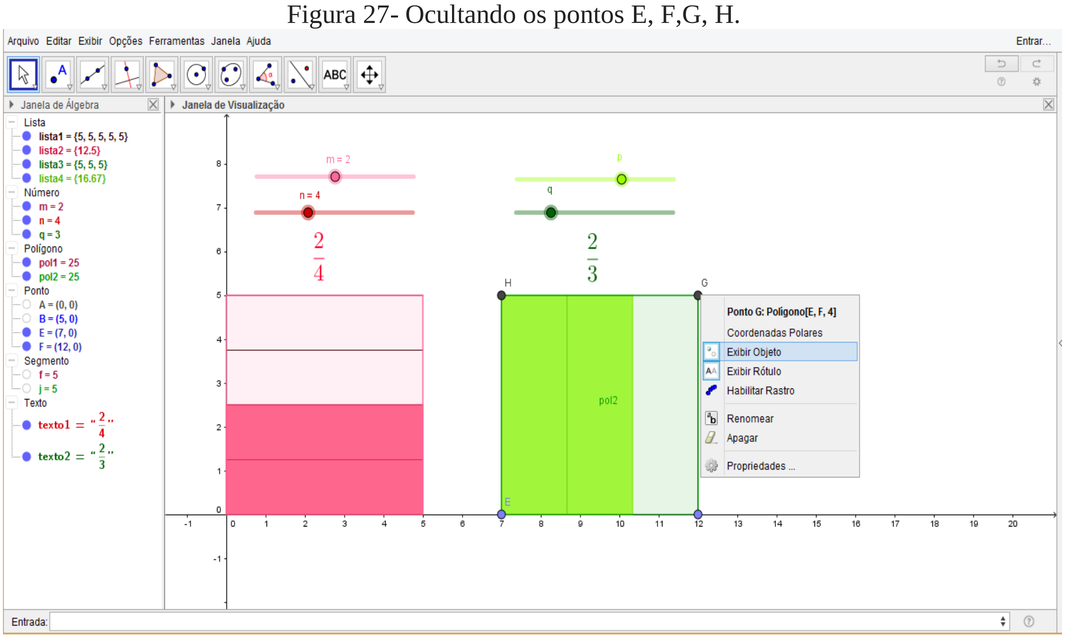
F , G 

, H 

– clique em cima do polígono ou dos pontos uma a um com o botão direito do mouse e clique em **exibir objeto** 

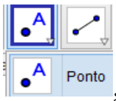
. Como Figura 27.

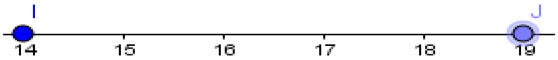
Figura 27- Ocultando os pontos E, F,G, H.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

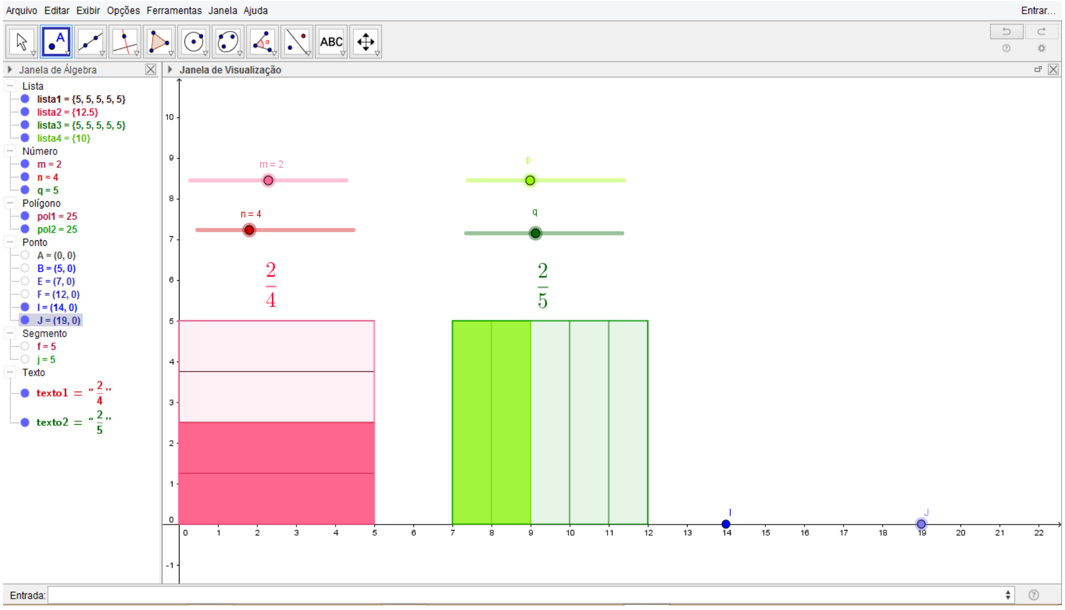
**Passos para a Construção de frações equivalentes a 1° e 2° frações**

1 - Na barra de ferramentas clicar em **ponto** 

, na área de trabalho clicar nos pontos **(14,0)** e **(19,0)** 

, sobre o eixo x. Como Figura 28.

Figura 28 - Representação dos pontos A (14,0) e B (19,0), sobre o eixo das abscissas.

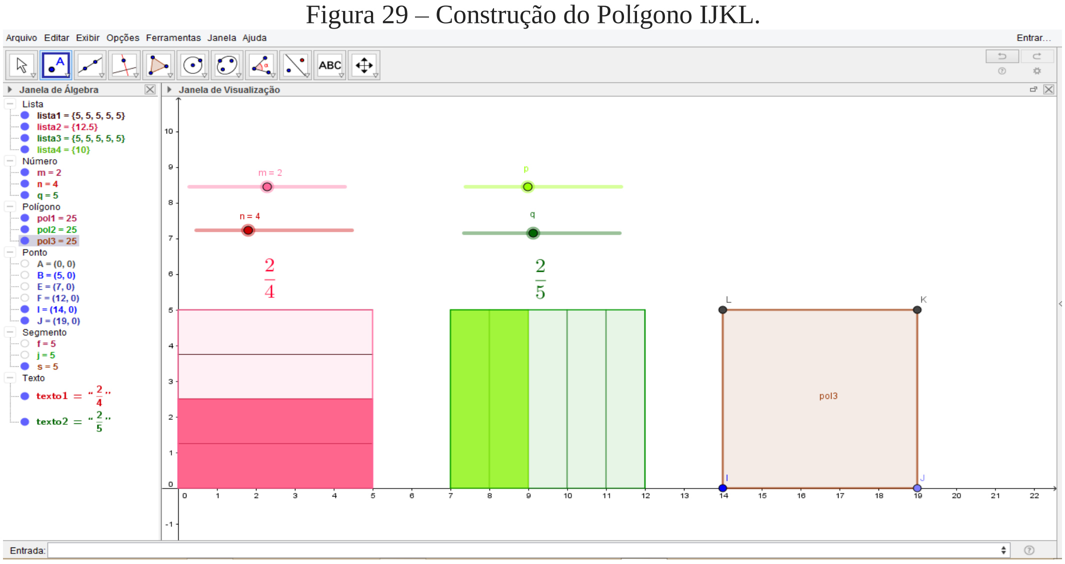



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

2 – No campo entrada digite: Polígono [I, J, 4], 

, criando o Polígono IJKL. Como Figura 29.

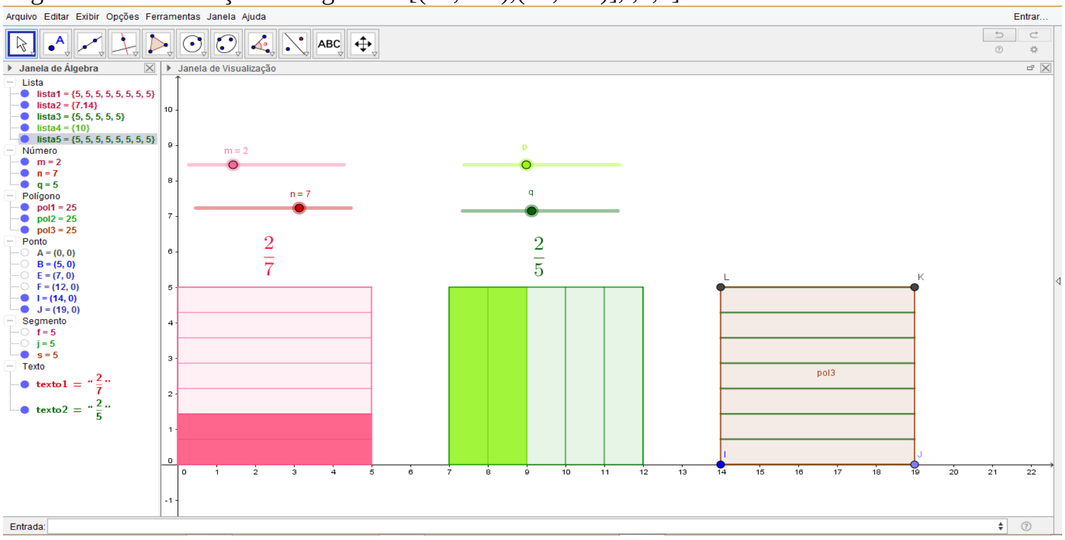
Figura 29 – Construção do Polígono IJKL.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

3 – Criar uma sequência de segmentos com tamanhos IJ = 5 cm, vinculada no controle deslizante n da 1° fração, para que divida o polígono conforme o denominador da 1° fração No Campo entrada digite: **Sequência[segmento[(14,5i/n),(19,5i/n)],i,0,n]** ; Entrada: **Sequência[Segmento[(14, 5i / n), (19, 5i / n)], i, 0, n]**. Como Figura 30.

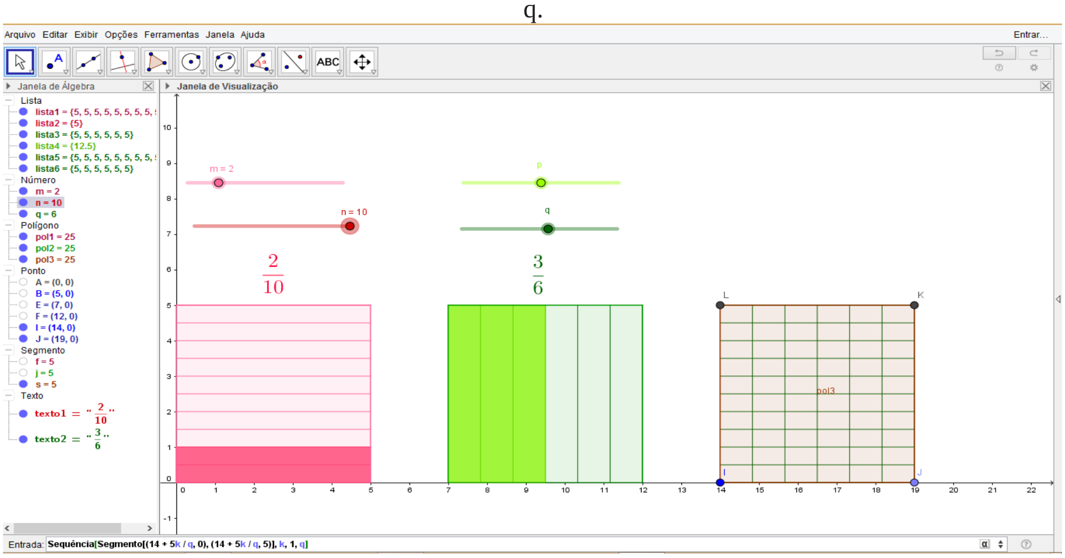
Figura 30 – Construção do segmento [(14,5i/n),(19,5i/n)],i,0,n] vinculado ao controle deslizante n.




Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

4- Criar uma sequência de segmentos com tamanhos IL = 5 cm, vinculada no controle deslizante *q* da 2° fração, para que divida o polígono conforme o denominador da 2° fração No Campo entrada digite: **Sequência[Segmento[(14 + 5k / q, 0), (14 + 5k / q, 5)], k, 1, q]** Entrada: **Sequência[Segmento[(14 + 5k / q, 0), (14 + 5k / q, 5)], k, 1, q]** . Como Figura 31.

Figura 31 – Construção do segmento [(14 + 5k / q, 0), (14 + 5k / q, 5)], k, 1, q], vinculado ao controle deslizante q.

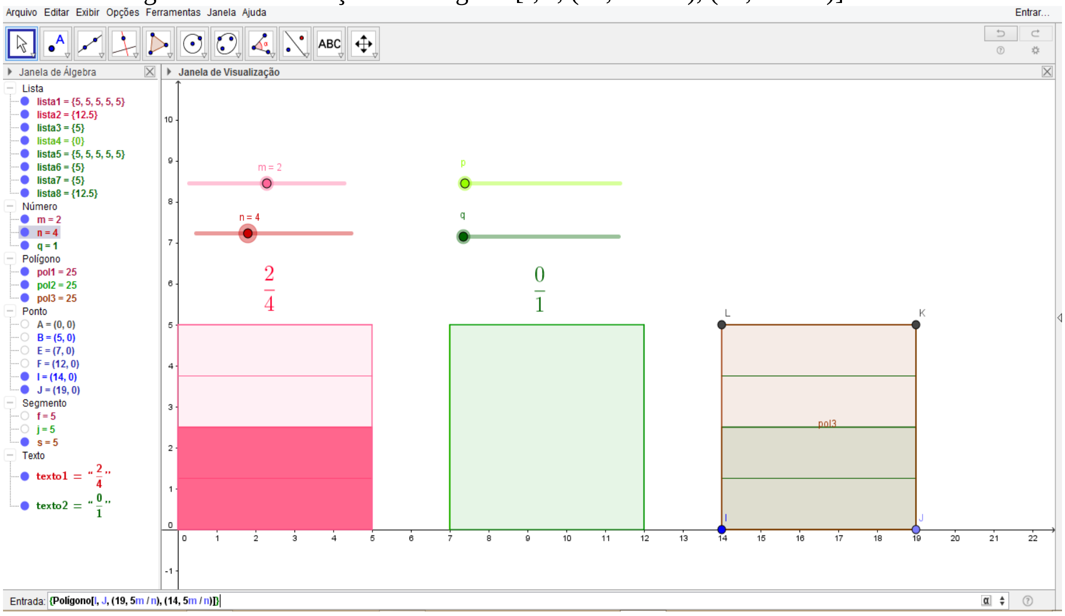



Fonte - Elaboração da autora, 24/11/2016.

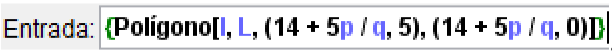
5 - Construir um polígono para representar o numerador equivalente da 1° fração, vinculado ao controle deslizante m. Na caixa de entrada digite: {Polígono[I, J, (19, 5m / n), (14, 5m / n)]} 

. Como Figura 32

Figura 32 – Construção do Polígono [I, J, (19, 5m / n), (14, 5m / n)].

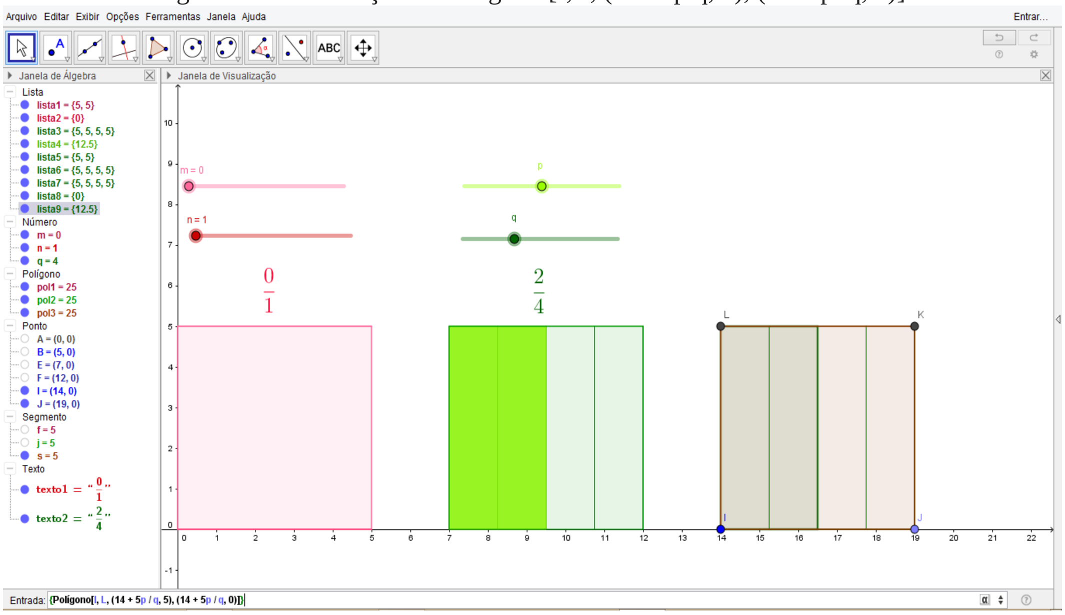



Fonte - Elaboração da autora, 26/11/2016.

6 - Construir um polígono para representar o numerador equivalente da 1° fração, vinculado ao controle deslizante p. Na caixa de entrada digite: **{Polígono[I, J, (14+ 5p/q, 5), (14+5p/ q, 0)]}** 

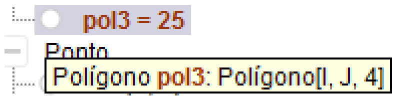
. Como Figura 33.

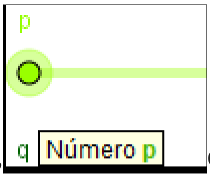
Figura 33 – Construção do Polígono [I, J, (14+ 5p/q, 5), (14+5p/ q, 0)].

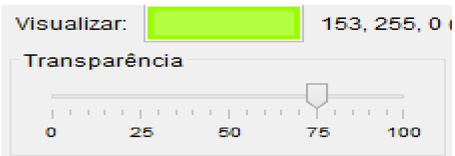



Fonte - Elaboração da autora, 26/11/2016.

7 - Para realçar a cor do polígono [I, J, (19, 5m / n), (14, 5m / n)]. Na Janela de Álgebra 

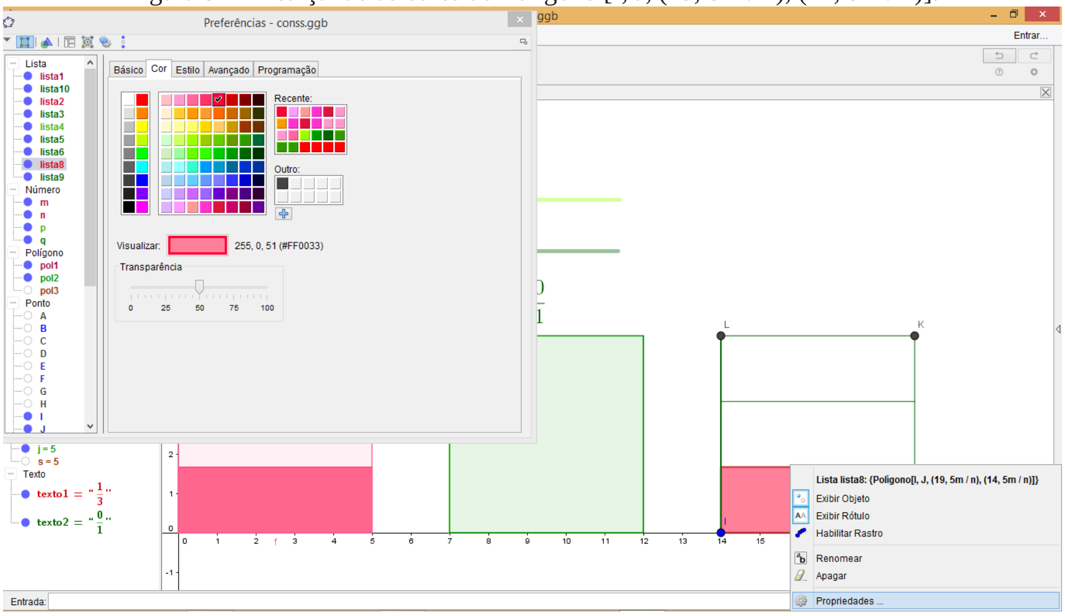
, clique em $pol_3$ 

, deixe o controle deslizante p em 0, 

com o botão direito do mouse clique em cima do polígono, clique em **propriedades** em preferência selecione a cor - realce no botão transparência 

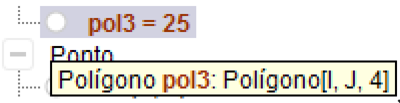
. Como Figura 34.

Figura 34 – Realçando as cores do Polígono [I, J, (19, 5m / n), (14, 5m / n)].

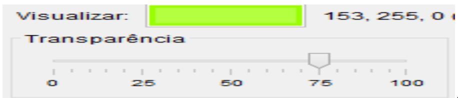



Fonte - Elaboração da autora, 26/11/2016.

8 - Para realçar a cor do polígono. Na Janela de Álgebra 

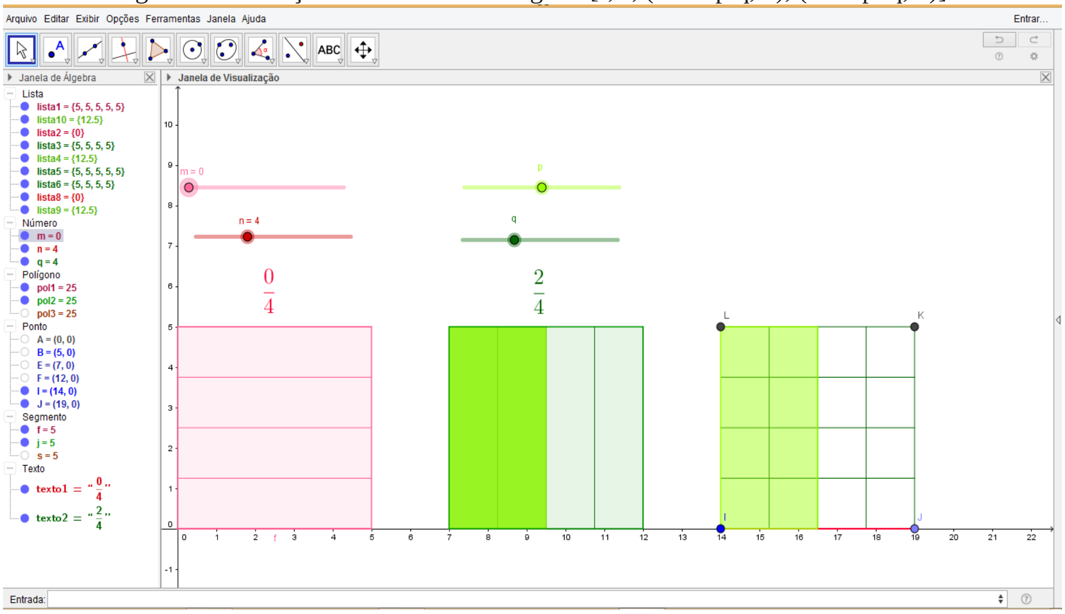
, clique em pol$_3$ 

, deixe o controle deslizante m em 0, 

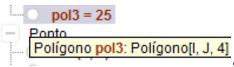
com o botão direito do mouse clique em cima do polígono, clique em **propriedades** em preferência selecione a cor - realce no botão transparência 

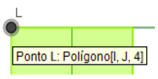
. Como Figura 35.

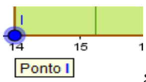
Figura 35 – Realçando as cores do Polígono [I, J, (14+ 5p/q, 5), (14+5p/ q, 0)].

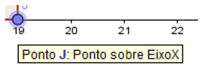


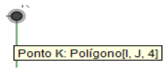

Fonte - Elaboração da autora, 26/11/2016.

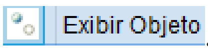
9 – Na Janela de Álgebra ative o polígono 3 clicando em $pol_3$ .


E oculte os pontos L 

, I 

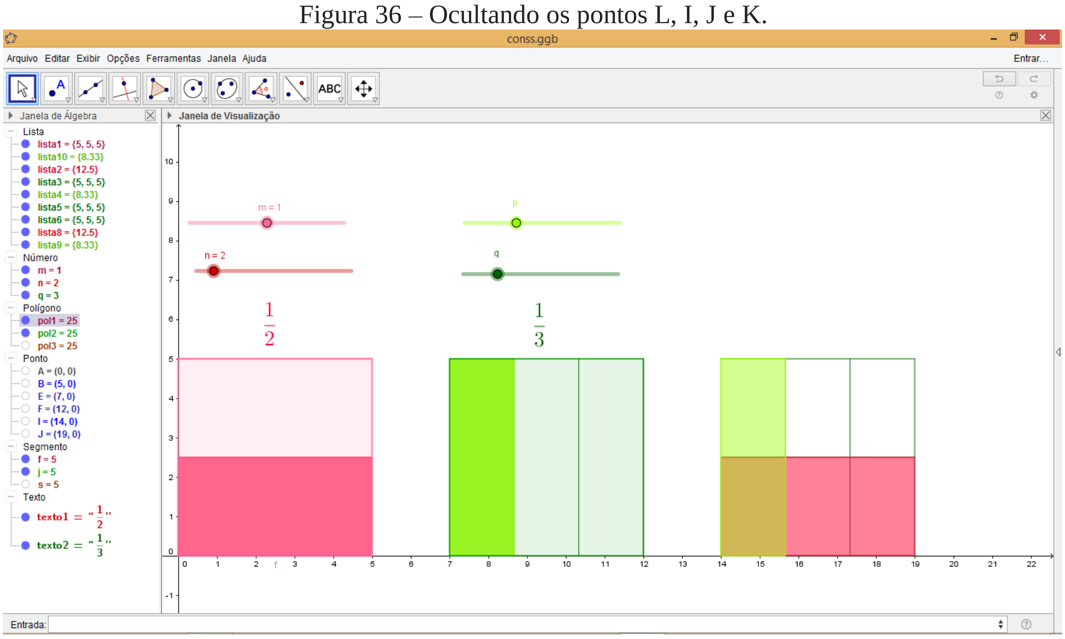
, J 

e K 

, clique em cima dos pontos um a um com o botão direito do mouse e clique em **exibir objeto** 

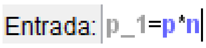
. Como Figura 36.

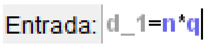
Figura 36 – Ocultando os pontos L, I, J e K.

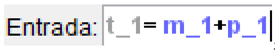



Fonte - Elaboração da autora, 26/11/2016.

10 - No campo entrada inserir os valores númericos sucessivamente: digite **m_1 = m*q** 

e dê enter, m é o numerador da 1° fração vezes q denominador da 2° fração; digite **p_1 = p * n** 

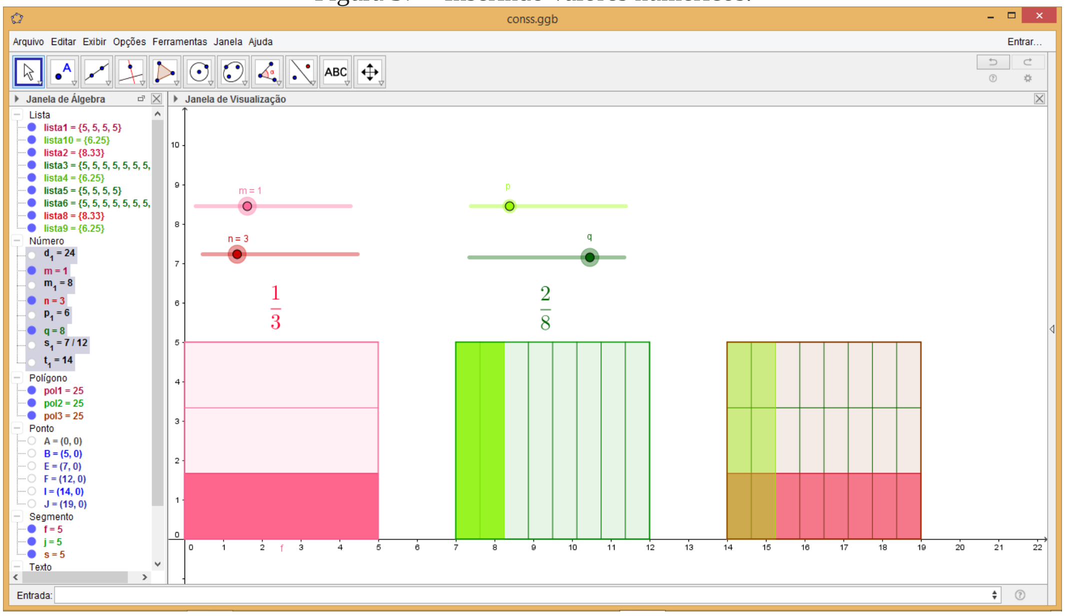
e dê enter, p é o numerador da 2° fração e n o denominador da 1° fração; digite **d_1 = n*q** 

e dê enter, n é o denominador da 1° fração e q o denominador da 2° fração; digite **t_1 = m_1+ p_1** 

, m_1 é o numerador equivalente da 1° fração e p_1 o numerador equivalente da 2° fração; digite **s_1 = t_1/d_1** 

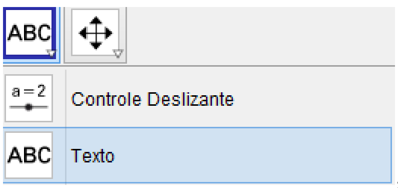
, t_1 é a soma dos dois numeradores equivalentes e d_1 é múltiplo dos dois denominadores n e q. Como Figura 37.

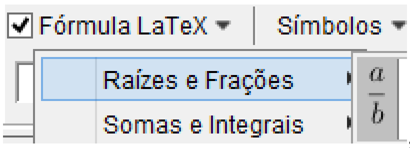
Figura 37 – Inserindo valores numéricos.

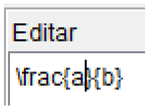


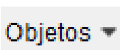

Fonte - Elaboração da autora, 26/11/2016.

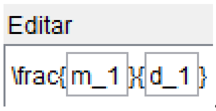
11 – Inserindo as frações equivalentes – Na barra de ferramentas clique em **texto**



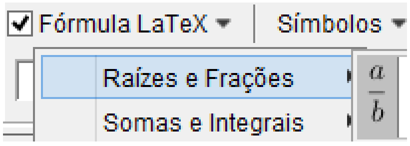

, na caixa de diálogo clique em **Fórmula latex,** selecione **raízes e frações** 

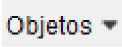
, apague a letra a e a letra b 

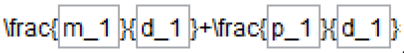
e em **objetos** 

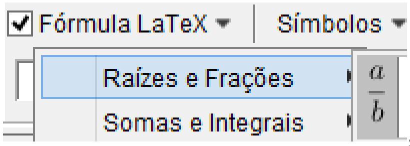
insira no lugar de a, **m_1** e no lugar de b, **d_1** 

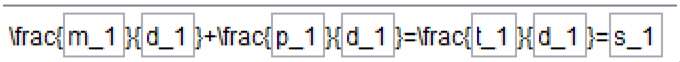
. Insira o

sinal de +. Clique em **raízes e frações** 

e apague a e b, e em **objetos** 

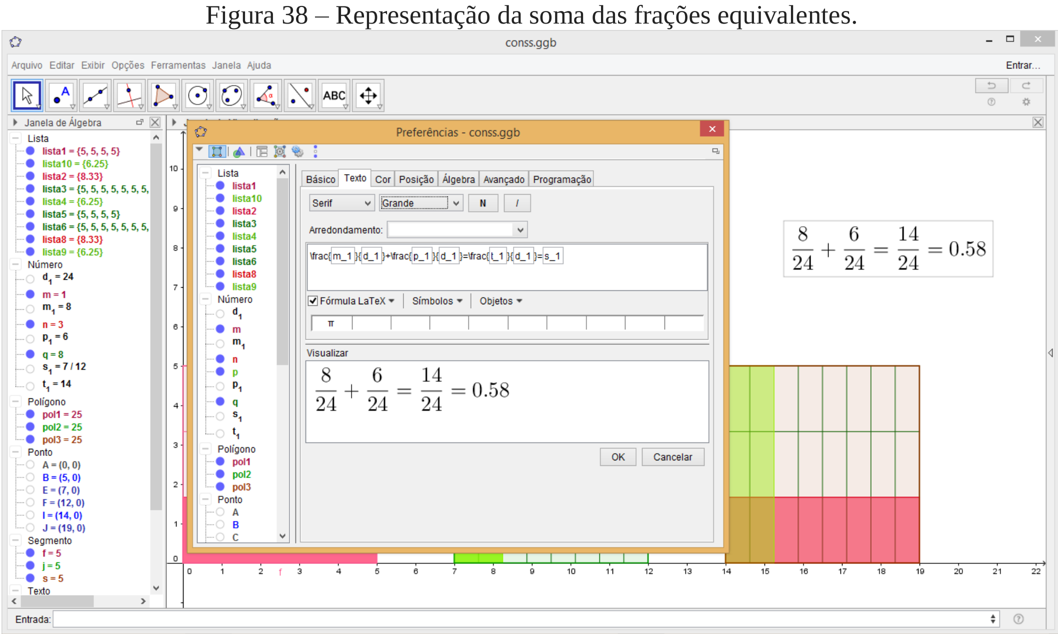
, insira no lugar de a, **p_1** e no lugar de b, **d_1** 

. Insira o sinal de igualdade **=.** Clique em **raízes e frações** 

, no lugar de a, insira **t_1** e no lugar de b, **d_1**. Insira o simbolo de =, e em objetos insira **s_1** 

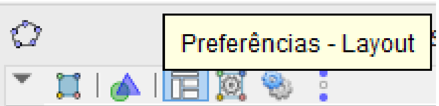
. Como Figura 38.

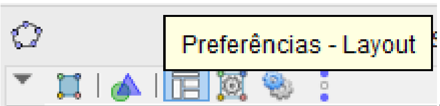
Figura 38 – Representação da soma das frações equivalentes.




Fonte - Elaboração da autora, 30/11/2016.

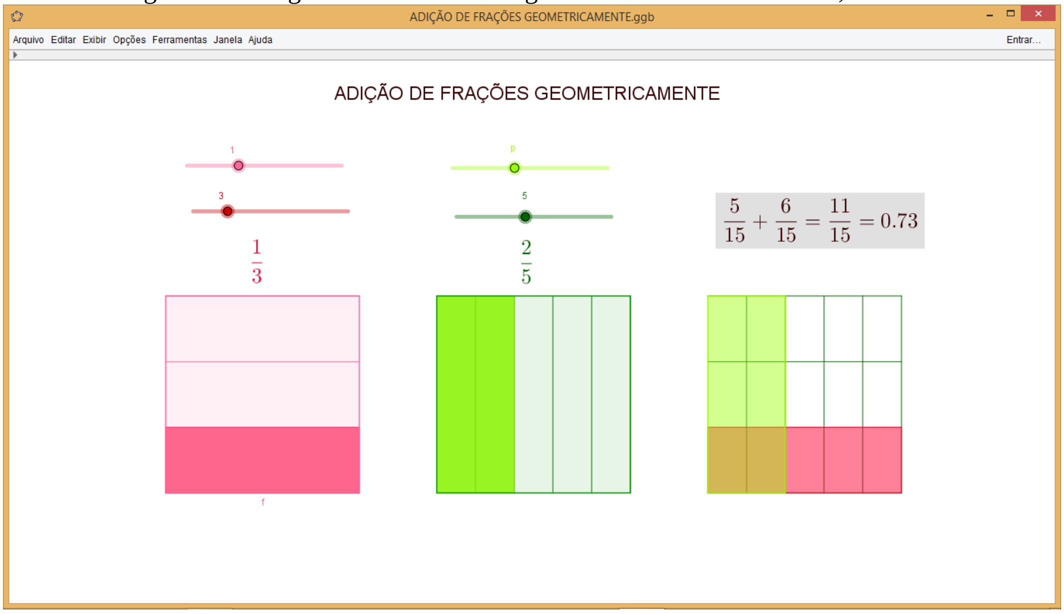
12 - Oculte a Janela de Álgebra clicando em **fechar** 

, clique com o botão direito do mouse na área de trabalho, clique em **propriedades** e em **preferências layout** 

desmarque o botão **exibir** 

. Conforme Figura 39.

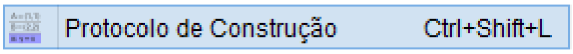
Figura 39 - Imagem com Janela de Álgebra e Barra de Ferramentas, ocultada




Fonte - Elaboração da autora, 30/11/2016.

## Visualizar Protocolo de Construção

1 - Na Barra de Menu, selecione exibir 

e clique no Protocolo de Construção 

. Conforme Figura 40.

Figura 40 – Protocolo de construção

ADIÇÃO DE FRAÇÕES GEOMETRICAMENTE.ggb

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda Entrar...

| N. | Nome | Descrição | Valor | Legenda |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Ponto A | Ponto de interseção de EixoX, EixoY | A = (0, 0) | |
| 2 | Ponto B | | B = (5, 0) | |
| 3 | Polígono pol1 | Polígono[A, B, 4] | pol1 = 25 | |
| 3 | Segmento f | Segmento [A, B] de Polígono pol1 | f = 5 | |
| 3 | Segmento g | Segmento [B, C] de Polígono pol1 | g = 5 | |
| 3 | Ponto C | Polígono[A, B, 4] | C = (5, 5) | |
| 3 | Ponto D | Polígono[A, B, 4] | D = (0, 5) | |
| 3 | Segmento h | Segmento [C, D] de Polígono pol1 | h = 5 | |
| 3 | Segmento i | Segmento [D, A] de Polígono pol1 | i = 5 | |
| 4 | Número m | | m = 1 | |
| 5 | Número n | | n = 3 | |
| 6 | Lista lista1 | Sequência[Segmento[(0, 5i / n), (5, 5i / n)], i, 0, n] | lista1 = {5, 5, 5, 5} | |
| 7 | Lista lista2 | {Polígono[A, B, (5, 5m / n), (0, 5m / n)]} | lista2 = {8.33} | |
| 8 | Texto texto1 | "\frac{" + (LaTeX[m]) + "}{" + (LaTeX[n]) + "}" | "\frac{1}{3}" | |
| 9 | Ponto E | Ponto sobre EixoX | E = (7, 0) | |
| 10 | Ponto F | Ponto sobre EixoX | F = (12, 0) | |
| 11 | Número p | | p = 2 | |
| 12 | Número q | | q = 5 | |
| 13 | Polígono pol2 | Polígono[E, F, 4] | pol2 = 25 | |
| 13 | Segmento j | Segmento [E, F] de Polígono pol2 | j = 5 | |
| 13 | Segmento k | Segmento [F, G] de Polígono pol2 | k = 5 | |
| 13 | Ponto G | Polígono[E, F, 4] | G = (12, 5) | |
| 13 | Ponto H | Polígono[E, F, 4] | H = (7, 5) | |
| 13 | Segmento l | Segmento [G, H] de Polígono pol2 | l = 5 | |
| 13 | Segmento r | Segmento [H, E] de Polígono pol2 | r = 5 | |
| 14 | Lista lista3 | Sequência[Segmento[(7 + 5k / q, 0), (7 + 5k / q, 5)], k, 1, q] | lista3 = {5, 5, 5, 5, 5} | |
| 15 | Lista lista4 | {Polígono[E, H, (7 + 5p / q, 5), (7 + 5p / q, 0)]} | lista4 = {10} | |
| 16 | Texto texto2 | "\frac{" + (LaTeX[p]) + "}{" + (LaTeX[q]) + "}" | "\frac{2}{5}" | |
| 17 | Ponto I | | I = (14, 0) | |
| 18 | Ponto J | Ponto sobre EixoX | J = (19, 0) | |
| 19 | Polígono pol3 | Polígono[I, J, 4] | pol3 = 25 | |
| 19 | Segmento s | Segmento [I, J] de Polígono pol3 | s = 5 | |
| 19 | Segmento t | Segmento [J, K] de Polígono pol3 | t = 5 | |
| 19 | Ponto K | Polígono[I, J, 4] | K = (19, 5) | |
| 19 | Ponto L | Polígono[I, J, 4] | L = (14, 5) | |
| 19 | Segmento a | Segmento [K, L] de Polígono pol3 | a = 5 | |
| 19 | Segmento b | Segmento [L, I] de Polígono pol3 | b = 5 | |
| 20 | Lista lista5 | Sequência[Segmento[(14, 5i / n), (19, 5i / n)], i, 0, n] | lista5 = {5, 5, 5, 5} | |
| 21 | Lista lista6 | Sequência[Segmento[(14 + 5k / q, 0), (14 + 5k / q, 5)], k, 1, q] | lista6 = {5, 5, 5, 5, 5} | |
| 22 | Lista lista8 | {Polígono[I, J, (19, 5m / n), (14, 5m / n)]} | lista8 = {8.33} | |
| 23 | Lista lista9 | {Polígono[I, L, (14 + 5p / q, 5), (14 + 5p / q, 0)]} | lista9 = {10} | |
| 24 | Lista lista10 | {Polígono[I, L, (14 + 5p / q, 5), (14 + 5p / q, 0)]} | lista10 = {10} | |
| 25 | Número $m_1$ | m q | $m_1 = 5$ | |
| 26 | Número $p_1$ | p n | $p_1 = 6$ | |
| 27 | Número $d_1$ | n q | $d_1 = 15$ | |
| 28 | Número $t_1$ | $m_1 + p_1$ | $t_1 = 11$ | |
| 29 | Número $s_1$ | $t_1 / d_1$ | $s_1 = 11 / 15$ | |
| 30 | Texto texto3 | "\frac{" + (LaTeX[$m_1$]) + "}{" + (LaTeX[$d_1$]) + "}+\frac{" + (LaTeX[$p_1$]) + "}{" + (LaTeX[$d_1$]) + "}=\frac{" + (LaTeX[$t_1$]) + "}{" + | "\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{11}{15}=0.73" | |
| 31 | Texto texto4 | | "ADIÇÃO DE FRAÇÕES GEOMETRICAMENTE" | |

31 / 31 Reproduzir 2 s

Fonte - Elaboração da autora, 30/11/2016

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, R. M. **Matemática, Metodologia e Complementos para Professores Primários.** vol. 2. Editora: L.P.M, 1966.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

GITIRANA, V.; CARVALHO, J.B.P. **A metodologia de ensino e aprendizagem nos livros didáticos de Matemática.** In: PITOMBEIRA, J. B. (coord.) e CARVALHO, F. Coleção Explorando o Ensino. vol. 17. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. pp.31-50.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, S. (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores). pp. 1-37.