



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

RENATO FLOR SALDANHA

Sequência didática interdisciplinar:

Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de Movimento Harmônico
Simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações
Semióticas

RIO BRANCO, AC

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

RENATO FLOR SALDANHA

Sequência didática interdisciplinar:

Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de Movimento Harmônico
Simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações
Semióticas

Produto Educacional apresentado à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática - MPECIM, da Universidade Federal do Acre, como exigência para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva.

RIO BRANCO, AC

2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

- S162s Saldanha, Renato Flor, 1988 -
Sequência didática interdisciplinar: funções trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações Semióticas / Renato Flor Saldanha; orientador: Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva – 2024.
15 f.: il.; 30 cm.
- Dissertação (Mestrado) – Produto Educacional apresentado à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM, da Universidade Federal do Acre, como exigência para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências da Matemática.
1. Movimento Harmônico Simples - MHS. 2. Teoria do Registro e Representação Semióticas - TRRS. 3. Produto Educacional. I. Silva, Itamar Miranda da (Orientador). II. Título.

CDD: 516.2

Descrição do Produto Educacional

Título: Sequência Didática Interdisciplinar: Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações.

Descritiva:

Público Alvo: Professores.

Divulgação: Meios digitais.

Repositório: <http://www2.ufac.br/mpecim/menu/produtos-educacionais>

Idioma: Português.

Local: Rio Branco – Acre.

Origem do Produto: **CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTERDISCIPLINAR:** Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações Semióticas

Autores:

Renato Flor Saldanha

Prof. Dr. Itamar Miranda da Silva

Sumário

Apresentação.....	05
Produto Educacional.....	06
Conclusões.....	13
Referências.....	14

.

Apresentação

Produto Educacional, intitulado “Sequência Didática Interdisciplinar: Funções Trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações”, foi desenvolvido durante o curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM da Universidade Federal do Acre e faz parte da dissertação intitulada “construção de uma sequência didática interdisciplinar: funções trigonométricas aplicadas ao ensino de movimento harmônico simples – MHS – sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações Semióticas”. O objetivo da pesquisa supracitada foi elaborar uma sequência didática, com base em uma perspectiva interdisciplinar e a luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Com o propósito de consolidar a interdisciplinaridade entre as áreas de física e Matemática no contexto do ensino de funções trigonométricas, movimento harmônico simples – MHS e com o aporte teórico da teoria dos registros de representações semióticas.

Este material, portanto, é direcionado aos Professores da Educação Básica da Rede Estadual do ensino médio que atuam nas áreas de física e matemática.

Produto Educacional

Este produto pretende construir uma sequência didática interdisciplinar que contemple o ensino de funções trigonométricas e movimento harmônico simples. Neste sentido, lançaremos mão da teoria dos registros de representações semióticas, que contribuirá de maneira central na elaboração da sequência didática. Vale ressaltar que não pretendemos detalhar as temáticas de maneira aprofundada. E sim, apontar caminhos para um ensino interdisciplinar dos temas de física e matemática.

Portanto, vamos elaborar uma sequência didática para uma aula de física do segundo ano do ensino médio e durante o desenvolvimento da sequência vamos fazer conexões com a área de matemática.

Com o objetivo de situar os alunos a temática é necessário fazer uma abordagem completa do Movimento Harmônico Simples – MHS. Neste sentido vamos trabalhar com a teoria dos registros de representação semióticas, que nos fornece suporte para o ensino de física e matemática. Objetivo é proporcionar aos alunos modos diferentes de representar os fenômenos do MHS.

Inicialmente, será perguntado aos alunos se eles têm lembrança das aulas de pêndulo simples ou movimento oscilatório. Caso a resposta seja negativa pode-se retomar o assunto anterior rapidamente.

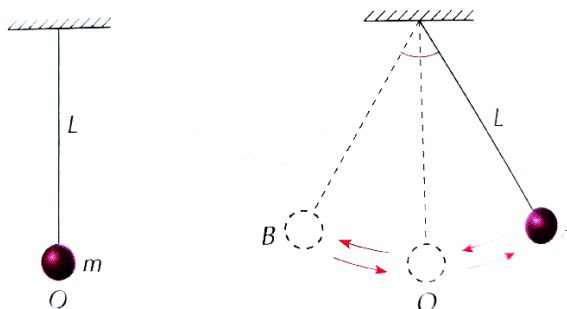
Para iniciar, é necessário caracterizar a natureza do movimento harmônico simples.

1. Se caracteriza por um movimento do tipo periódico;
2. Podemos expressar o MHS através das funções trigonométricas;
3. Em quais situações podemos observar o MHS;

O Que é o Período (T)?

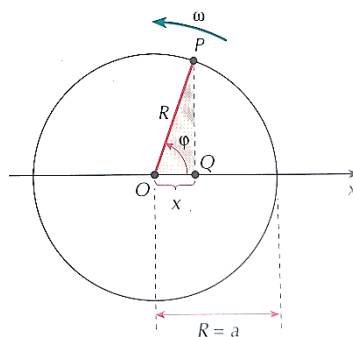
Seguindo, vamos compreender as noções de período e sua unidade de medida no sistema internacional (SI).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



Função horária da posição: Neste momento podemos retomar as aulas de matemática e os conceitos de seno, cosseno e velocidade angular para demonstrar como é esboçada a função horária da posição, vale ressaltar aos alunos que esta função é a mesma da posição de um ponto P no estudo de funções trigonométricas.

$$x = a \cos(\omega t + \varphi_0)$$



Antes de propormos alguns exemplos, se faz necessário fazer uma breve abordagem do aplicativo Geogebra, que será muito importante para a resolução de problemas. Podemos utilizar a opção para *android* caso não seja possível realizar aula em laboratório de informática.

Alguns exemplos de atividades que podem ser propostas: Neste momento vamos lançar mão da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, dando ênfase em exemplos onde seja possível trabalhar com os registros em língua materna, registro algébrico e registro gráfico, podendo alterar a ordem dos registros.

Exemplo: analisando a influência causada pela Lua nas alturas das marés das praias da cidade de Recife - PE: no dia 06 de agosto de 2023, no amanhecer de Recife o nascer do Sol aconteceu às 5h31min e o pôr do Sol foi às 17h19min. Podemos observar que a primeira maré baixa foi registrada 1h02min e a seguinte maré baixa às 13h35min. A primeira maré alta foi registrada às 7h10min e a seguinte maré alta registrada às 19h39min.

Registro da altura/hora da maré

Hora	Altura
1h02min	0,3 m
7h10min	2,4 m
13h35min	0,4 m
19h39min	2,2 m

Vamos determinar a altura da maré em relação ao tempo durante o dia em Recife, para isso temos que seguir algumas etapas:

1. Converter as horas em decimais e dividir em intervalos de tempo iguais;
2. Organizar os novos dados em outra tabela e inserir os pontos no Geogebra;
3. Modelar uma função que descreva os pontos dessa tabela;
4. Representar a função no Geogebra para confirmar se os pontos pertencem a função.

Para resolver o primeiro item temos que transformar minutos em decimais de hora, usando uma regra de três simples. Vamos fazer isso para 1h02min

Hora	Minuto
1h	60
X	02

Aplicando a regra de três obtemos:

$$\frac{1}{X} = \frac{60}{02} \longrightarrow X = \frac{02}{60} \longrightarrow X = 0,033$$

Agora aplicando o mesmo princípio para o restante temos uma nova tabela:

$$1\text{h}02\text{min} = 1,033$$

$$7\text{h}10\text{min} = 7,166$$

$$13\text{h}35\text{min} = 13,583$$

$$19\text{h}39\text{min} = 19,65$$

Para facilitar os cálculos vamos arredondar os valores:

$$1,033 = 1,00$$

$$7,166 = 7,20$$

$$13,35 = 13,00$$

$$19,65 = 19,60$$

Para obtermos o intervalo de tempo entre cada horário, vamos dividir por 3 o módulo da diferença entre a maior hora e menor hora.

$$\frac{|19,60-1|}{3} = 6,2 \text{ ou aproximadamente } 6 \text{ horas.}$$

Agora estabelecemos com 6 horas o intervalo de tempo entre uma maré baixa e uma maré alta. Vamos agora fazer a média entre a maré alta e a maré baixa.

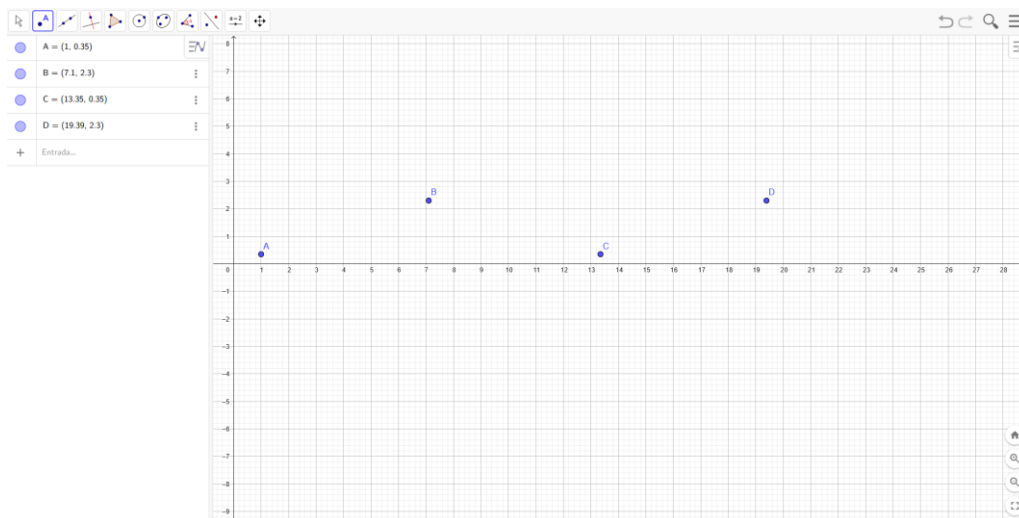
$$\frac{0,3+0,4}{2} = 0,35 \text{ e } \frac{2,4+2,2}{2} = 2,3$$

Portanto, temos a altura de 0.35 m para maré baixa e 2,3 para maré alta. Organizando a tabela com os novos dados temos:

Registro da altura/hora da maré

Hora	Altura
1h00min	0,35 m
7h20min	2,3 m
13h00min	0,35 m
19h60min	2,3 m

Figura 20: Pontos da altura das ondas no Geogebra.



Fonte: Autor, 2023

Podemos notar que a distribuição dos pontos na figura extraída do Geogebra mostra um comportamento periódico para a subida e descida das marés na cidade de Recife, com isso podemos escrever uma função trigonométrica, seno ou cosseno que descreve o fenômeno.

Agora para responder os itens 1 e 2, temos que escolher uma função do tipo seno, pois a posição dos pontos se assemelha a curva de uma senoide, lembrando que seno é dada pela seguinte função.

$$f(x) = A + B\text{sen}(Cx + D)$$

Encontrando o parâmetro A calculando a média entre os pontos de máximo e mínimo.

$$A = \frac{0,35 + 2,3}{2} = 1,35$$

Sabendo que B é a amplitude do gráfico e que a amplitude é a distância da linha média até um dos extremos e o parâmetro A é por onde passa a linha média do gráfico, podemos calcular B através da expressão:

$$B = 2,3 - 1,35 = 0,95$$

Considerando que o parâmetro C determina o período da função, e sabendo que o período é dado pela distância entre as alturas máximas, ou mínimas, temos então $13 - 1 = 12$ horas.

Sabemos que uma função seno tem seu período equivalente a 2π , devemos dividir 2π por 12 horas para obter o valor do parâmetro C .

$$C = \frac{2\pi}{12} \text{ Simplificando } C = \frac{\pi}{6}$$

Então temos os valores para A , B e C , vamos substituir na função trigonométrica.

$$f(x) = A + B\text{sen}(Cx + D)$$

$$f(x) = 1,35 + 0,95\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}x + D\right)$$

Adotando um valor para x , assim vamos encontrar o valor de D . Então podemos escolher um valor qualquer para x , vamos utilizar o valor do instante 7,20. Fazendo então $f(7,20) = 2,3$. Agora substituindo na função obtemos o valor de D .

$$2,3 = 1,35 + 0,95\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}7,2 + D\right)$$

$$2,3 = 2,3\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}7,2 + D\right)$$

$$\frac{2,3}{2,3} = \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}7,2 + D\right)$$

$$1 = \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}7,2 + D\right)$$

Analisando a equação podemos notar que o seno é igual a 1, mas seu argumento é igual a $\frac{\pi}{2}$ então substituímos na equação.

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}7,2 + D$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{7,2\pi}{6} = D$$

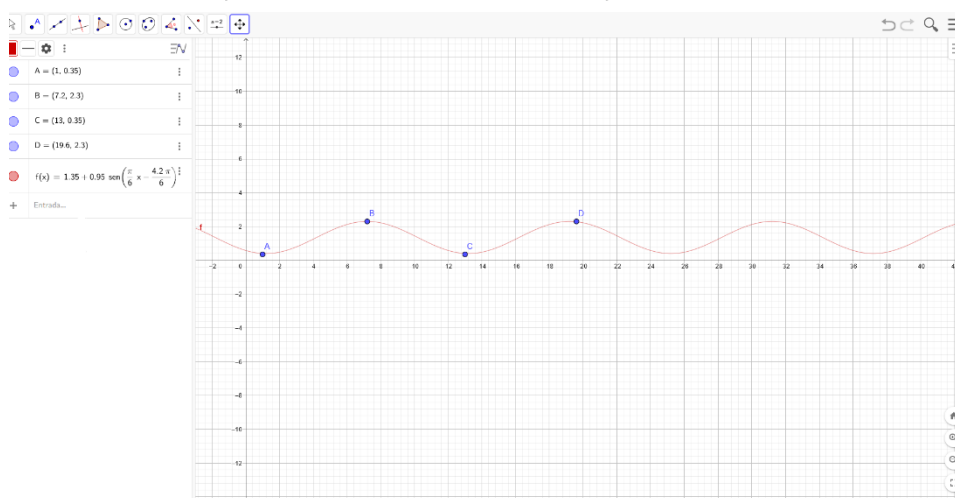
$$\frac{3\pi}{6} - \frac{7,2\pi}{6} = D$$

$$D = -\frac{4,2\pi}{6}$$

Agora que o valor do parâmetro foi encontrado podemos substituir na função trigonométrica e esboçar o gráfico da função.

$$f(x) = 1,35 + 0,95\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{4,2\pi}{6}\right)$$

Gráfico da função referente a movimentação das ondas do mar



Fonte: Autor, 2023

Conforme podemos verificar no gráfico da função gerado no Geogebra temos um movimento harmônico simples, que é demonstrado através de uma função seno. Também como atividade e desafio para os alunos podemos deixar algumas sugestões de situações onde os alunos podem construir funções de movimentos bem como a sua representação gráfica, que podem ser o Movimento de uma rede, Movimento de uma roda gigante, Intervalos de um eletrocardiograma. No decorrer da resolução ficou demonstrado aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semióticas, tendo em vista, que a solução do problema foi representada em língua materna, registro algébrico e registro gráfico.

Conclusão

Considerando uma proposta de ensino interdisciplinar entre as áreas de física e matemática é possível aplicar a Teoria dos Registros e Representações Semióticas na implementação de sequências didáticas que melhorem a aprendizagem dos alunos do ensino médio. Neste sentido o produto educacional tem a proposta de apresentar uma sequência didática interdisciplinar com o suporte da TRRS.

Para isto aplicamos três registros da TRRS no ensino de movimento harmônico simples e funções trigonométricas que são os registros em língua materna, algébrico e gráfico.

Quanto a aplicação da representação em língua materna consideramos toda a descrição do fenômeno natural e as mensagens descritas em linguagem, que podem ser expressas de várias maneiras, conforme os costumes e tradições em que o aluno está inserido.

Agora tratando da representação algébrica, consideramos os procedimentos matemáticos realizados para resolver as funções que descrevem o movimento de subida e descida da água do mar, neste caso aplicamos todos os dados constantes ao movimento e encontramos os valores da altura das ondas do mar em cada intervalo de tempo.

Por fim, podemos representar graficamente o fenômeno de subida e descida da maré substituindo no Geogebra os valores da altura das ondas com o passar do tempo e assim chegamos ao gráfico que descreve o fenômeno.

Então, podemos notar que o mesmo fenômeno pode ser tratado em três registros diferentes, relacionando um registro com o outro e fazendo a conversão de um registro para outro. Assim concluímos que ao aplicamos TRRS na elaboração de uma sequência didática voltada para o ensino de física e matemática podemos obter grandes avanços no ensino e aprendizagem dos alunos do ensino médio.

Referências

RAMALHO, Francisco; FERRARO JUNIOR, Nicolau; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Os fundamentos da física 1**. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007.

RAMALHO, Francisco; FERRARO JUNIOR, Nicolau; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Os fundamentos da física 2**. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007.

Bonjorno, J. et al. Física Mecânica 1º. 3ª Edição. São Paulo: FTD, 2016.

Bonjorno, J. et al. Física Termologia, Óptica e Ondulatória 2º. 3ª Edição. São Paulo: FTD, 2016.

Gonçalves, A; Toscano, C. Física Interação e Tecnologia 1. 2ª Edição. São Paulo: Leya, 2016.

Gonçalves, A; Toscano, C. Física Interação e Tecnologia 2. 2ª Edição. São Paulo: Leya, 2016.

Marcelle, T. Matemática Interativa. São Paulo: Scipione, 2020.

BRASIL. Lei nº 9340, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 de dezembro de 1996.

Duval, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. REVEMAT, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>> Acesso em 23/08/2022

Henrique, A; Almouloud, S. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. Ciência e Educação (Bauru), 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/1516-731320160020012>> Acesso em 23/08/2022.

Santibáñez, L; Latores, D; Vasquez, C. Representaciones estadísticas de estudiantes de educación primaria: Un análisis desde la teoría de Duval. Tendencias y nuevos desafíos de la investigación en Educación Estadística en Latinoamérica. Santa Fé, III, Páginas 170-176, 2021.

Fazenda, I. Interdisciplinaridade: Um Projeto em Parceria. 6ª Edição. São Paulo: Loyols, 2007 (1991).

HOHENWARTER, Markus. HOHENWARTER, Judith. Ajuda GeoGebra: Manual Oficial da Versão 3.2. 2009. Disponível em <http://static.geogebra.org/help/docuPT_PT.pdf>.

TABUADEMARES. tabua de mares. 2023. Disponível em: <<https://tabuademares.com/br/pernambuco/recif>>

FANTI, E. L. C. Utilizando o software Geogebra no ensino de certos conteúdos matemáticos. V Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Universidade Federal da Paraíba, 16p, João Pessoa, 2010.

JAPIASSU, Hilton. Interdisciplinaridade e patologia do saber. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

BRASIL, Base Nacional Comum Curricular, Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192> Acesso em 20/07/2023.

Thiesen, J. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. Revista Brasileira de Educação, Santa Catarina, v. 13, n. 39, p. 545-554, setembro de 2008.