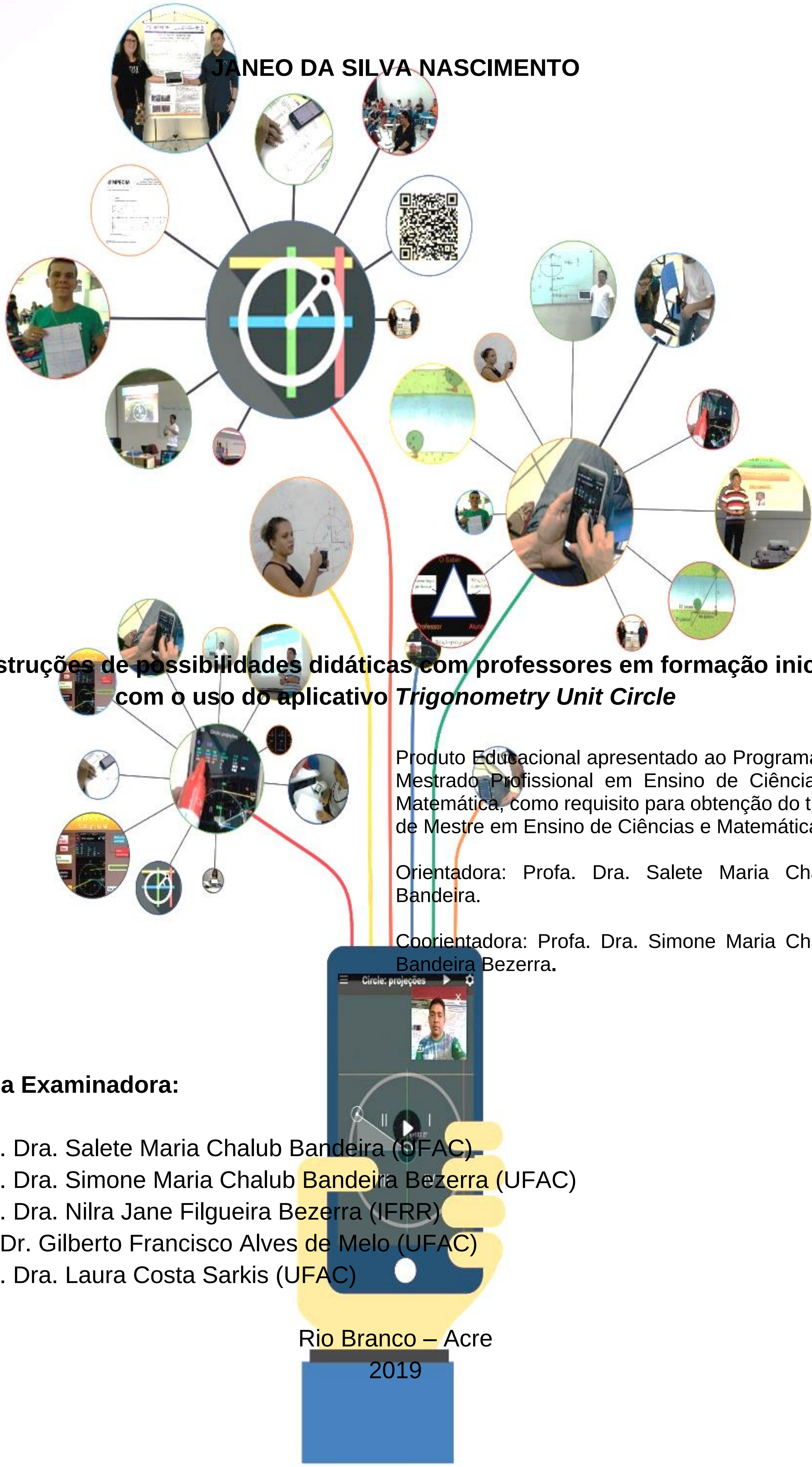
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JANEO DA SILVA NASCIMENTO

Construções de possibilidades didáticas com professores em formação inicial com o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) da Universidade Federal do Acre, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, obtido a partir de um processo de investigação intitulado "*Os registros de representação semiótica a partir do aplicativo Trigonometry Unit Circle em dispositivos móveis na formação inicial de professores*", realizado junto as Doutora Salete Maria Chalub Bandeira e Doutora Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra, durante o período de 2018 a 2019.

Rio Branco – Acre
2019



JANEO DA SILVA NASCIMENTO

Construções de possibilidades didáticas com professores em formação inicial com o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira.

Coorientadora: Profa. Dra. Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira (UFAC)
Profa. Dra. Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra (UFAC)
Profa. Dra. Nilra Jane Filgueira Bezerra (IFRR)
Prof. Dr. Gilberto Francisco Alves de Melo (UFAC)
Profa. Dra. Laura Costa Sarkis (UFAC)

Rio Branco – Acre
2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

N244c Nascimento, Janeo da Silva, 1976-

Construções de possibilidades didáticas com professores em formação inicial com o uso do aplicativo Trigonometry Unit Circle / Janeo da Silva Nascimento; orientadora: Prof.ª. Drª. Salete Maria Chalub Bandeira e coorientadora: Prof. ª Drª. Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra, 2019.
60 f.: il. ; 30 cm.

Produto educacional (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Rio Branco, 2019.

Inclui referências bibliográficas e apêndices.

1. Formação inicial em matemática. 2. Ensino de Trigonometria. 3. Tecnologia móvel. I. Bandeira, Salete Maria Chalub (orientadora). II. Bezerra, Simone Maria Chalub Bezerra (coorientadora). III Título.

CDD: 510.7

Bibliotecária: Irene de Lima Jorge CRB-11o/465

Dedico à memória de meus pais, que me ensinaram que com honestidade e respeito aos outros podemos construir o nosso destino com dignidade. A minha eterna gratidão àqueles que me deram a vida, **Onesmo Nonato do Nascimento e Davina da Silva Nascimento**. À minha esposa **Uiara Souza da Silva** que divide comigo esta tarefa e alguns artigos. Também ao nosso filho **Gabriel Souza Nascimento**, que nos motiva a dar o nosso melhor quando o assunto é educar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, a quem tudo devemos dar graça.

Ás minhas orientadoras Salete Maria Chalub Bandeira e Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra, pelas horas dedicadas a orientar e conjuntamente construir esta pesquisa, tornando-a um trabalho de excelência.

À minha esposa Uiara Souza da Silva, pelo seu amor que me fortalece, pela sua compreensão durante o período de dedicação a este projeto, pela sua dedicação à família em minhas ausências e pela orientação, não só neste trabalho acadêmico, mas também em minha vida.

Aos mestres, pelas horas dedicadas e pelos ensinamentos que alicerçaram esta pesquisa.

Aos colegas que acreditaram que as tecnologias móveis podem otimizar o processo de ensino e aprendizagem de trigonometria. Agradeço as dicas e os materiais compartilhados, em especial ao amigo Zanir Duarte, pelo suporte à estruturação desta pesquisa.

À Universidade Federal do Acre (UFAC) pelo incentivo e apoio.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O produto educacional participativo, obtido a partir desse processo de investigação, teve como referencial teórico-metodológico a Teoria de Duval (2011) sobre os Registros de Representação Semiótica; as perspectivas de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015), sobre as quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática; a reflexão de Prado (2009) sobre a reconstrução da prática pedagógica voltada para integração das tecnologias e mídias aos conteúdos curriculares; dentre outros fundamentos teóricos.

Este material, apresenta a aplicação do *Trigonometry Unit Circle* como recurso pedagógico para o ensino de funções trigonométricas em sala de aula. Colaboram com o estudo 13 discentes do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC), no âmbito das disciplinas de *Práticas de Ensino de Matemática III* e IV (com cargas horárias de 75 horas) e *Informática Aplicada ao Ensino de Matemática* (com carga horária de 60 horas).

Neste estudo, serão utilizados os princípios de Engenharia Didática, inicialmente concebida como uma forma de concretizar os ideais e pressupostos de investigação da Escola da Didática da Matemática Francesa.

O processo experimental dessa metodologia é constituído por quatro fases: análises prévias; concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas desenvolvidas em sala durante as disciplinas de *PEM III*, *PEM IV* e *IAEM* por professores em formação; experimentação; e análise a posteriori e validação experimental (ARTIGUE, 1996).

No desenvolvimento desta pesquisa, foram realizadas atividades com o aplicativo *Trigonometry Unit Circle* (*TUC*), objetivando-se conhecer suas reais potencialidades e restrições, correspondendo a primeira fase, as oficinas de observações realizadas durante as disciplinas do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM), Tecnologias e Materiais Curriculares para o Ensino de Matemática (MPECIM 008) e Tendências em Educação Matemática e Práticas Culturais: Elaboração de Recursos Didáticos na Formação Docente (MPECIM 033) (Figura 1), e em sala de aula com estudantes do terceiro ano do Colégio de Aplicação (CAp/UFAC) (Figura 2)

Figura 1- Oficinas de observações realizadas durante as disciplinas do MPECIM em 2017.

Fonte: Arquivo pessoal (2017).

A figura 2, refere-se à observação realizada com estudantes do terceiro ano do CAp, durante ano de 2017.

Figura 2 - Observação realizada com estudantes do terceiro do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Acre (CAp) em 2017.

Fonte: Arquivo pessoal (2017).

Na segunda fase, correspondente a *análise a priori*, aplicou-se o formulário de investigação a colaboradores, objetivando identificar a utilização de dispositivos móveis para o ensino de matemática (Figura 3):

Figura 3 - Formulário de investigação sobre a possibilidade de se ensinar trigonometria com o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

Justifique sua Resposta

8 respostas

Sim, pois o aplicativo oferece as ferramentas necessárias para tal tarefa.

Pois no círculo trigonométrico tem as características das funções trigonométricas e o gráfico delas em radiano e em pi.

Através desse aplicativo é possível entender conceitos que em um quadro não é possível. A visualização facilita o ensino.

Sim pois além de chamar a atenção dos alunos por ser um meio diferente de ensino é uma maneira mais visual do assunto do qual permite um melhor resultado.

Da para trabalhar com as relações no triângulo retângulo os graficos

Ele possui todas as informaçoes necessarias, e de facil compreençao

É um aplicativo que permite visualizar as funções trigonométricas no círculo trigonométrico ao mesmo tempo em que fornece os dados na tela , outro ponto bastante interessante é que tem a demonstração do que é seno , cosseno , tangente no triângulo retângulo. O aplicativo enriquece a aula!!!

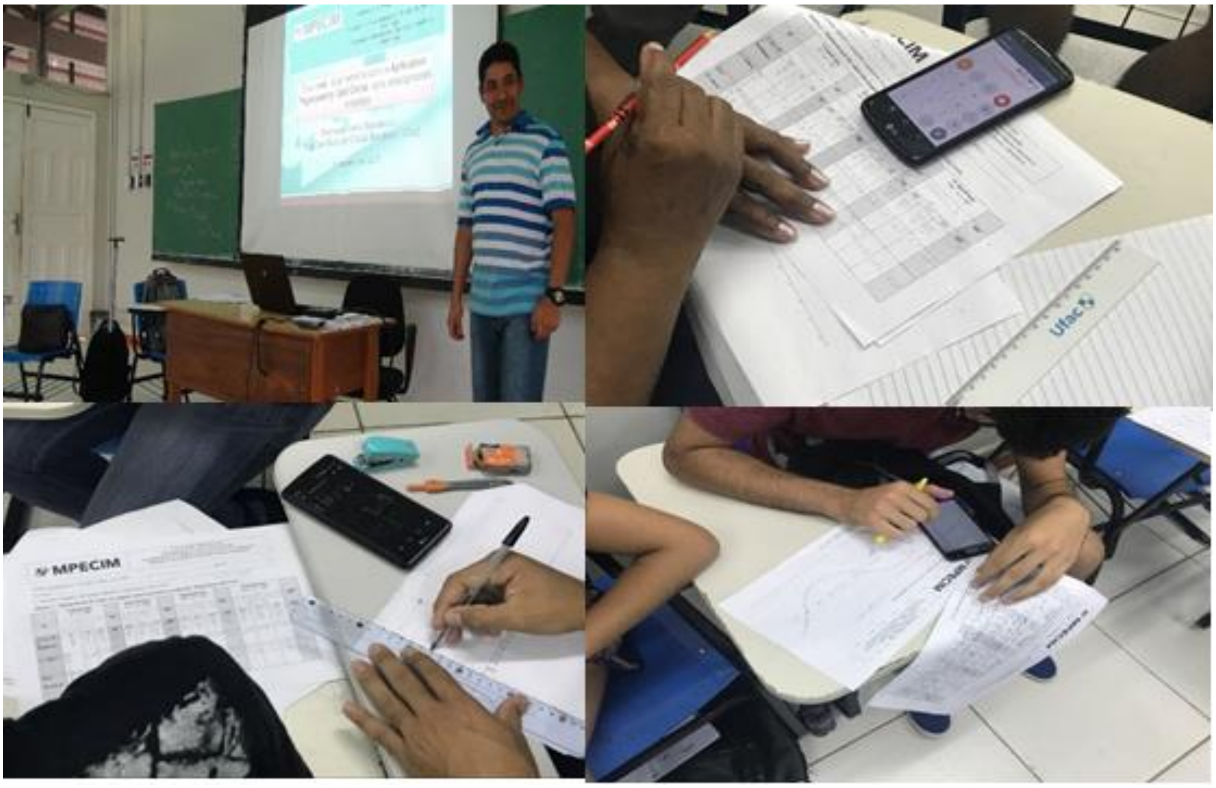
Com certeza

Fonte: Arquivo pessoal (2018).

Na terceira fase, correspondente a *experimentação*, foram elaboradas as sequências didáticas com construção de vídeo-aulas com o aplicativo *Trigonometry Unit Circle* e o *software GeoGebra*, elaboração da apresentação do Multiplano Circular (com possibilidades didáticas para o ensino de trigonometria) e vídeo aula de produção do Círculo Trigonométrico Adaptado[1] em papel A4 com os seguintes materiais: agulhas, compasso, linhas, régua e transferidor e construção do material didático pelos colaboradores (Figuras 4, 5, 6, 7 e 8).

[1] Material didático (círculo trigonométrico unitário – disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=AnKv5r97s0U. Acesso em: junho de 2019).

Figura 4 - Apresentação da Sequência Didática do Professor Pesquisador aos colaboradores.



Fonte: Arquivo pessoal (2017 e 2018).

Podemos verificar na figura 4 os colaboradores desenvolvendo as sequências didática propostas pelos pesquisadores com o auxílio do TUC.

Figura 5 - Apresentação da Sequência Didática pelo Professor Pesquisador e Orientadora (Apêndice A e C) e as possibilidades com o Multiplano Circular e o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

Fonte: Arquivo pessoal (2018 e 2019).

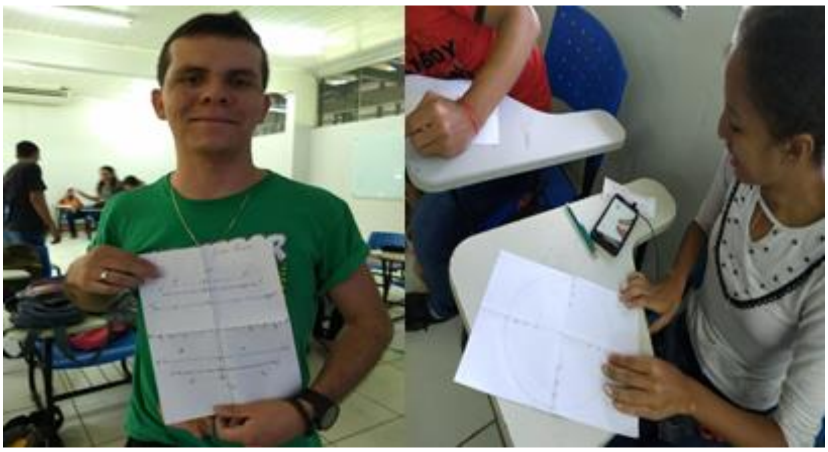
Na figura 5 podemos verificar os pesquisadores discutindo os recursos didáticos possíveis no ensino de trigonometria.

Figura 6 - Apresentação das Sequências Didáticas elaboradas pelos colaboradores.

Fonte: Arquivo pessoal (2018 e 2019).

A figura 6 mostra os colaboradores fazendo uso do TUC como ferramenta didática.

Figura 7 - Atividade desenvolvida pelos colaboradores baseados em Scussel[2] (2016) (Material didático adaptado do Círculo Trigonométrico Unitário).



Fonte: Arquivo pessoal (2018).

[2] Disponível em:<https://www.youtube.com/watch?v=AnKv5r97s0U>. Acesso em: jun-set., 2018.

Na figura 7 podemos perceber o material manipulável elaborado pelos colaboradores baseados no que foi apresentado por Scussel[3] (2016) na feira nacional de matemática. Aqui os colaboradores confrontam o material de baixa e de alta tecnologias.

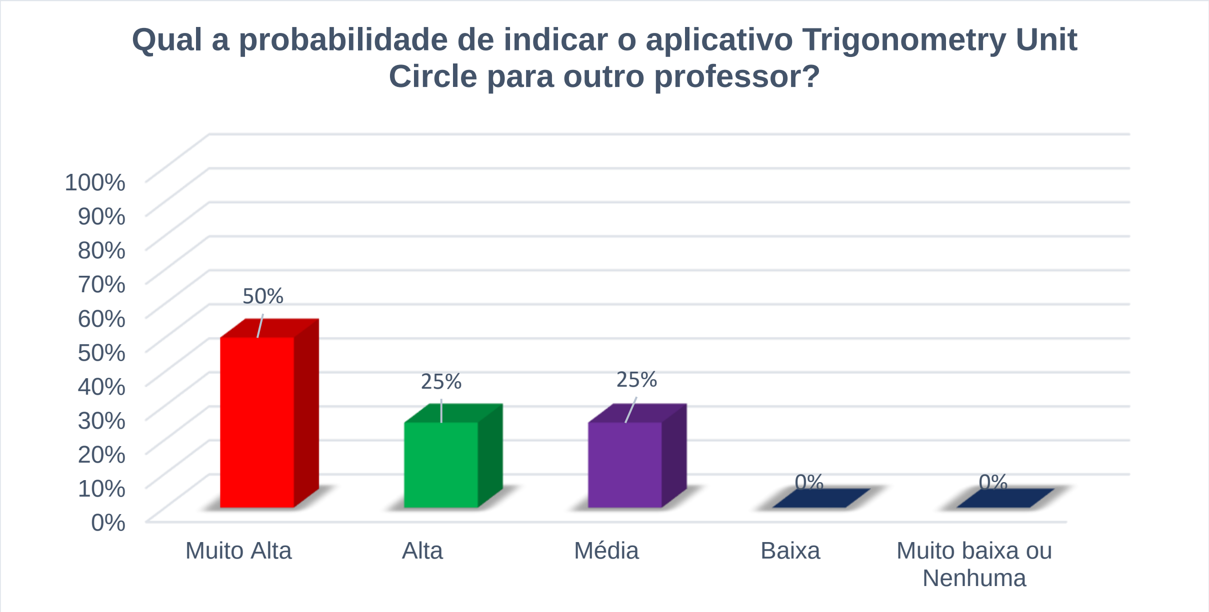
Figura 8 - Vídeo-aula da colaboradora Laiane Muniz da Silva do quinto período do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC).

Fonte: Arquivo pessoal (2019).

Na quarta e última fase, correspondente à *análise a posteriori e validação experimental*, aplicou-se o formulário de investigação aos colaboradores desta pesquisa (Apêndice E). Os resultados são ilustrados pelo gráfico abaixo:

[3] Disponível em:<https://www.youtube.com/watch?v=AnKv5r97s0U>. Acesso em: jun-set., 2018.

Gráfico 1- Índice de probabilidade de indicação para o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.



Fonte: Arquivo pessoal (2019).

Verificou-se um alto índice de probabilidade de indicação, dentre os colaboradores desta pesquisa, para o uso do aplicativo como recurso pedagógico para o ensino de trigonometria.

2. CONHECENDO O APLICATIVO *TRIGONOMETRY UNIT CIRCLE* (*TUC*)

Inicialmente, planejava-se realizar uma avaliação sobre o uso de recursos atuais de tecnologias de informação e comunicação, dentre eles: *smartphones*, *tablets*, computadores, calculadoras científicas, *internet* e outros, por docentes, principalmente de escolas de ensino público, em suas práticas pedagógicas. Seriam estudadas as razões que os levavam ao uso ou não dessas tecnologias, para que pudéssemos propor a utilização de um recurso tecnológico específico.

No entanto, reconhecemos a amplitude dessa temática e o exíguo tempo que dispúnhamos para a sua execução e, por este motivo, restringimos os nossos estudos para o uso de aplicativos que pudessem potencializar o processo de ensino e aprendizagem de trigonometria, optando pelo aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

Neste interim, direcionamos a pesquisa para os registros de representação semiótica a partir do aplicativo *Trigonometry Unit Circle* durante o processo de formação inicial de professores.

O *Trigonometry Unit Circle*, ou Círculo Trigonométrico Unitário, é um aplicativo desenvolvido pela empresa Amra Studio, com fim acadêmico, para o ensino de Geometria, mais especificamente da Trigonometria no Círculo Trigonométrico Unitário (Figura 9):

O aplicativo tem como finalidade a compreensão visual da geometria e das funções trigonométricas, bem como, os cálculos de seno, cosseno, tangente, cotangente, secante, cossecante, graus e radianos e outros.

Nele, podem-se encontrar as seguintes fórmulas e identidades trigonométricas: simetria, turnos, periodicidade, identidades básicas, soma e diferença dos ângulos, ângulo triplo, semiângulo, funções de soma e diferença, multiplicação de funções, abaixamento da fórmula grau, derivadas e integrais das funções trigonométricas, e ainda podemos mover o ponto para definir o ângulo e funções e tocar no centro do círculo para determinar o ângulo exato, de forma didática os conceitos das razões trigonometrias, apresentando em corres distintas cada uma delas, dentre outras conteúdos que podem ser abordados utilizando esse recurso tecnológico.

O aplicativo[4] pode ser obtido pela *Play Store* em dispositivos *Android,* de forma gratuita. Na Figura 10, observa-se a interface inicial do aplicativo. Ao lado esquerdo, verifica-se o menu principal, Raio (R), Razões Trigonométricas (SIN, COS, TG, CTG, SEC, COSEC), S (Área do Setor Circular)[5], α (ângulo) e L (Comprimento de um Arco ou L = $\frac{\alpha \times 2 \times \pi \times r}{360^{o}} = \frac{\alpha \times \pi \times r}{180^{o}}$). Temos ainda os Quadrantes (I, II, III e IV), Botão play – animação, menu preferências, eixo dos Senos (Sin – y) e Eixo dos Cossenos (cos – x).

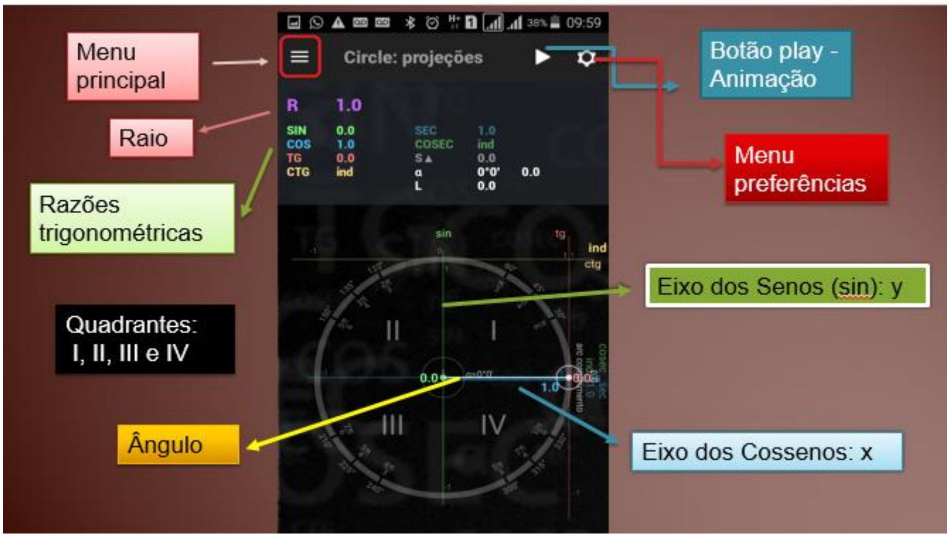
---

[4] Também disponível informações do aplicativo em:< https://play.google.com/store/apps/details?id=processing.test.trigonometrycircleandroid&hl=pt_BR>. Acesso em: <jun. 2018>.

[5] Como o Raio é 1 (hipotenusa), $s = \frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha$ (TUC, 2017) ou

$$s = \frac{\pi \times r^{2} \times \alpha(\text{em graus})}{360^{o}} \Rightarrow \pi = 3{,}14\,;\ \mathrm{r} = 1\ \mathrm{e}\ \alpha\ (\text{ângulo central}).$$

Figura 9 - Interface inicial do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.



Fonte: o autor (2019)

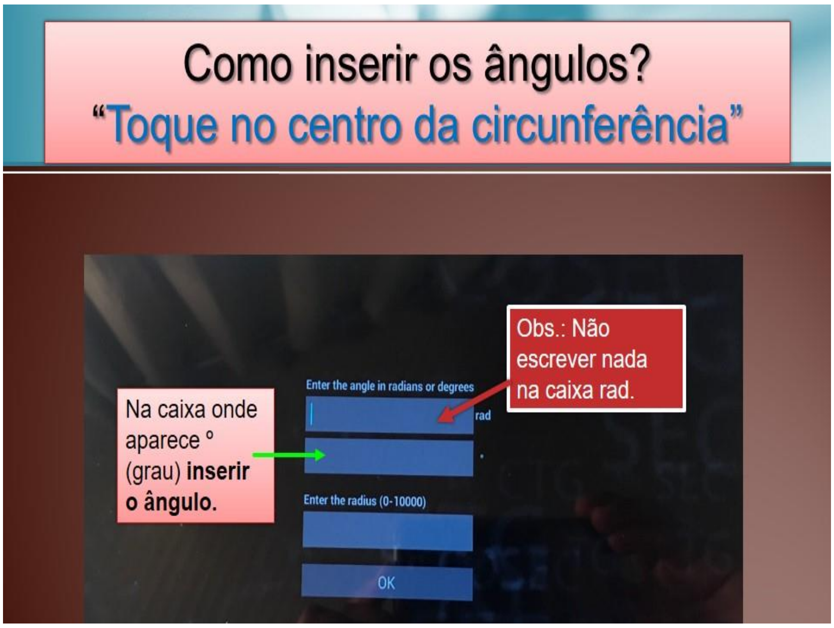
Na Figura 10, pode-se observar o Menu de preferências com a possibilidade de escolha entre diferentes opções para o celular.

Figura 10 - Menu preferências.

Fonte: o autor (2019)

Na Figura 11, ilustra-se a possibilidade de se inserir ângulos de forma manual.

Figura 11 - Como inserir ângulos.



Fonte: o autor (2019)

Na Figura 12, verifica-se a representação de um ângulo de 30º (α = 30º) e a sua reprodução em radianos (π/6) e razões trigonométricas, conforme suas respectivas cores.

Figura 12- Representação de um ângulo de 30º e suas razões trigonométricas.

Fonte: o autor (2019)

Figura 13 - Representação gráfica da função seno.

Fonte: o autor (2019)

Na Figura 13, observa-se a representação gráfica da função seno (o esboço gráfico em verde), destacando os quadrantes I, II, III e IV, o conjunto imagem de [–1,1], o comprimento do arco (L) e a representação dos graus e radianos em uma volta na circunferência, ou seja, de 0º a 360º.

Na Figura 14, verificam-se o conceito de razões trigonométricas no TUC.

Figura 14 - Razões trigonométricas no TUC.

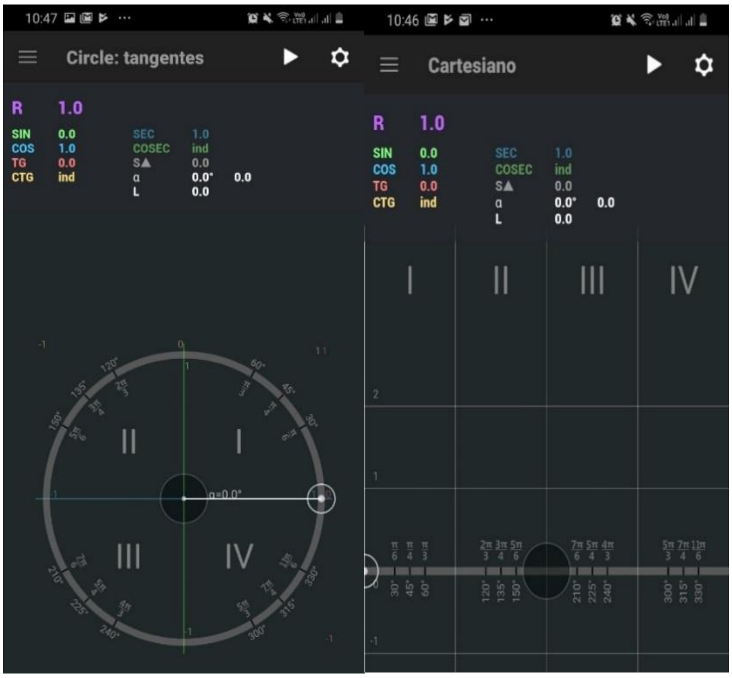
Fonte: Arquivos pessoais (2019)

O TUC permite aos seus usuários, a compreensão visual e ilustra os cálculos em uma volta na circunferência (0º≤α≤360º), do seno (SIN), cosseno (COS), tangente (TG), cotangente (CTG), secante (SEC) e cossecante (COSEC), bem como o esboço gráfico de suas funções (variação, gráfico, conjunto imagem). Ilustra tanto no círculo trigonométrico, como no esboço do gráfico da função, os graus, radianos, o comprimento da circunferência (representada por L) e o cálculo da área do setor circular (representado por S).

O aplicativo também apresenta uma descrição das funções trigonométricas citadas, os valores das razões trigonométricas (relações trigonométricas no triângulo retângulo) do ângulo de 0º (α = 0º), como em radianos: 0 radianos até α = 360º, isto é, 2π radianos. Proporciona as fórmulas e identidades trigonométricas, simetria, turnos, periodicidade, identidades básicas, soma e diferença dos ângulos (de dois números), funções trigonométricas do arco duplo, arco metade, triplo, derivadas e integrais.

Na Figura 15, observa-se a tela do círculo trigonométrico unitário com a representação dos quadrantes (I, II, III e IV), os arcos notáveis em graus e em radianos, o ângulo α= 0.0º e a representação do sistema de coordenadas cartesianas.

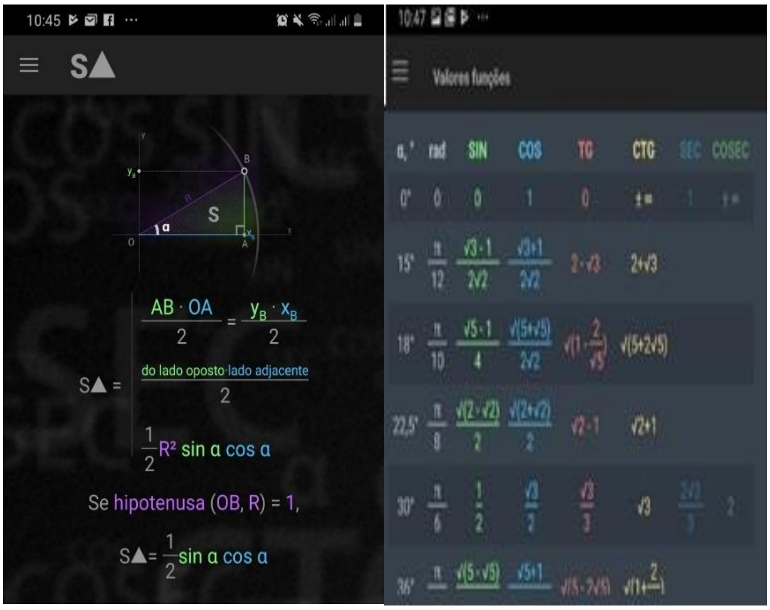
Figura 15 - Tela do TUC: tangentes e sistema cartesiano.



Fonte: Arquivos pessoais (2019)

Na Figura 16, é ilustrada a área do setor circular (S) e a tabela de valores (valores funções – 0º a 360º).

Figura 16 - Área do setor circular (S) e os valores das funções.



Fonte: Arquivos pessoais (2019)

Na Figura 17, são representados a simetria, turnos e periodicidade.

Figura 17 - Simetria, turnos e periodicidade.

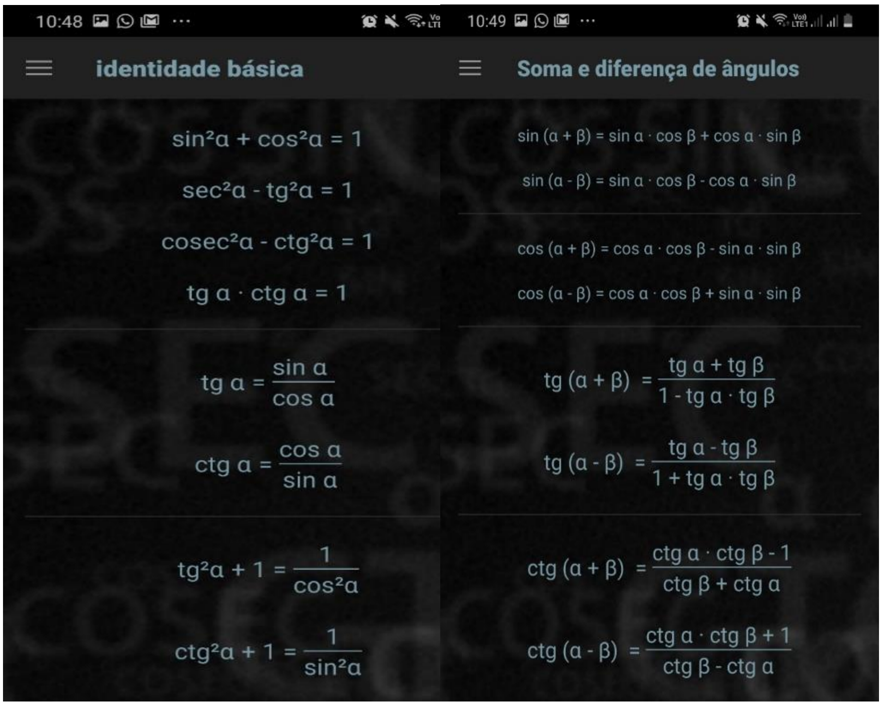
x	SIN x	COS x	TG x	CTG x	SEC x
α	sin α	cos α	tg α	ctg α	sec α
- α	- sin α	cos α	- tg α	- ctg α	sec α
$\frac{\pi}{2}$ + α	cos α	- sin α	- ctg α	- tg α	- cosec α
$\frac{\pi}{2}$ - α	cos α	sin α	ctg α	tg α	sec α
π + α	- sin α	- cos α	tg α	ctg α	- sec α
π - α	sin α	- cos α	- tg α	- ctg α	- sec α
$\frac{3\pi}{2}$ + α	- cos α	sin α	- ctg α	- tg α	cosec α
$\frac{3\pi}{2}$ - α	- cos α	- sin α	ctg α	tg α	- cosec α
2π - α	- sin α	cos α	- tg α	- ctg α	sec α
T	2π	2π	π	π	2π
Paridade	ímpar	par	ímpar	ímpar	par

Quadrante	Sinal				
I	+	+	+	+	+
II	+	-	-	-	-
III	-	-	+	+	-
IV	-	+	-	-	+

Fonte: Arquivos pessoais (2019)

Na Figura 18, são representadas a identidade básica, soma e diferença de ângulos.

Figuro 18 - Identidade básica, soma e diferença de ângulos.



Fonte: Arquivos pessoais (2019)

Similar as figuras anteriores, o TUC apresenta as fórmulas das funções trigonométricas do arco duplo, arco metade, triplo, derivadas e integrais.

3 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E O CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Foram adotadas as representações semióticas estruturadas em estudos realizados por Duval (2011). No período de 1970 a 1995, o pesquisador desenvolveu pesquisas sobre Psicologia Cognitiva em um Instituto de Ensino de Matemática.

Duval acreditava que uma análise de conhecimento matemático é em sua essência um estudo de representações semióticas, uma vez que os objetos matemáticos são acessados por meio de suas representações.

Na Figura 15, ilustram-se as diferentes representações semióticas para o seno, o cosseno e a tangente (linguagem natural). Segundo Duval (2011), “as figuras em geometria, os gráficos em análise, os diferentes tipos de tabelas utilizadas em estatística ou em outros domínios”, isto é, os sistemas de escrita algébrica, numéricas ou simbólicas, os gráficos cartesianos, figuras geométricas, etc, são todos exemplos de representação semiótica

Dessa forma, pode-se representar um mesmo objeto por meio de vários registros, conforme as Figura 13, 14 e o Quadro 1):

Conforme Duval (2011), um mesmo objeto pode apresentar diversas representações e apontam para a possibilidade de transformação dessas representações em outras.

Essa transformação pode ocorrer de duas diferentes formas, a saber: *processamento* e *conversão*. O *processamento* são as transformações realizadas dentro de um mesmo registro.

$$\mathrm{Sin}(x)=0 \Rightarrow x = k\pi, \text{ para } k \in Z.$$

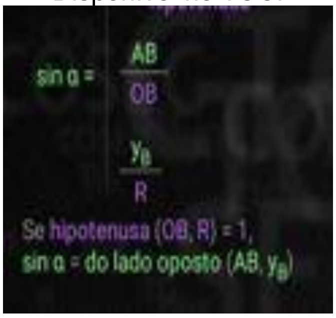
Já as *conversões*, são transformações realizadas entre registros de diferentes representações, conservando o mesmo objeto. Na Figura 19, estão representados de forma gráfica os valores da equação trigonométrica *sin*(x)=0, com o aplicativo *Graphing calc* (Geogebra 2D) em um dispositivo *Android*.

Quadro 1 - Representações semióticas de telas do TUC.

Representação gráfica	**Representação de escrita simbólica, algébrica**	**Representação linguística/ Linguagem natural**
Da função seno e do comprimento do arco no TUC: 	Y = sen (x) ou f(x) = sen (x) No TUC: Sin (na cor verde)	Função seno

<table>
<tr>
<td>Razão trigonométrica do seno no TUC:

No círculo trigonométrico unitário, na cor verde a representação gráfica do sin (α):

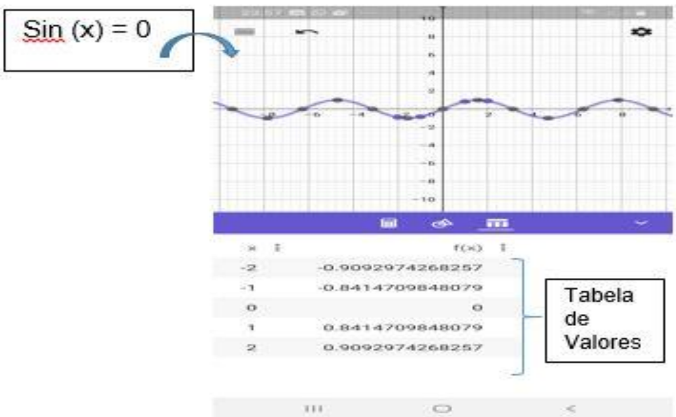
</td>
<td>Disponível no TUC:

</td>
<td>Seno do ângulo alfa é a razão entre o lado oposto e a hipotenusa, TUC: Seno de alfa é a razão entre:

</td>
</tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Duval (2011) e Fonseca (2011).

Numa representação da equação trigonométrica *sin*(x)=0, por exemplo, transformar uma representação gráfica para uma tabela de valores x= –2, –1, 0, 1, 2 em um plano cartesiano é um caso de *conversão*, conforme a Figura 19.

Figura 19 - Representação de conversão com o *Graphing Calc* em um dispositivo móvel.



Fonte: Arquivo pessoal (2019).

Frente ao pressuposto teórico que com a utilização desse recurso é possível mediar o ensino de trigonometria por meio de dispositivos móveis, optou-se por dar maior visibilidade ao nosso produto educacional, construindo-o em um sítio eletrônico, um *blog*, para apresentar as atividades desenvolvidas no caminho da pesquisa.

4 ESCOLHA DO *BLOG* COMO PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional resultante desta pesquisa é um *blog* com vídeo-aulas e sequências didáticas elaboradas pelos colaboradores, profissionais em formação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC).

Todas as atividades foram desenvolvidas quando os colaboradores estavam cursando as disciplinas de Prática de Ensino de Matemática IV e Informática Aplicada ao Ensino de Matemática, ambas ministradas pela Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira.

Segundo Farias, Freire e Silva (2012, p. 24):

> Os *weblogs* ou *blogs*, na sua versão abreviada, é uma página da *Web* cujas atualizações (chamadas *posts*) são organizadas cronologicamente de forma inversa (como um diário), baseiam-se no sistema de micro conteúdos e na atualização quase que diária dos mesmos.

Nos *blogs* podem ser publicados diversos conteúdos, tais como: textos, imagens, vídeos, vídeoaulas, *links*. Utilizamos a opção *Google apps* e, em *mais*, o *blogger*, para a criação desse produto. Este meio nos permitiu divulgar e consolidar os materiais elaborados (vídeo-aulas e sequências didáticas) pelos participantes dessa pesquisa.

Espera-se que a partir dessa iniciativa, as interações e compartilhamento de informações contribuam para o processo de ensino-aprendizagem de trigonometria.

Esta ferramenta de interação pode ser utilizada para divulgar, bem como dá continuidade aos trabalhos em um espaço colaborativo de aprendizagem.

O produto educacional obtido pode ser acessado pelo endereço eletrônico abaixo: https://professorjaneonascimento.blogspot.com/2019/05/pesquisa-em-ensino-de-ciencias-e.html.

Ou lendo o *QR Code* a seguir (Figura 20):

Figura 20 - *Qr Code* de acesso ao Produto Educacional.

Fonte: Arquivo pessoal (2019).

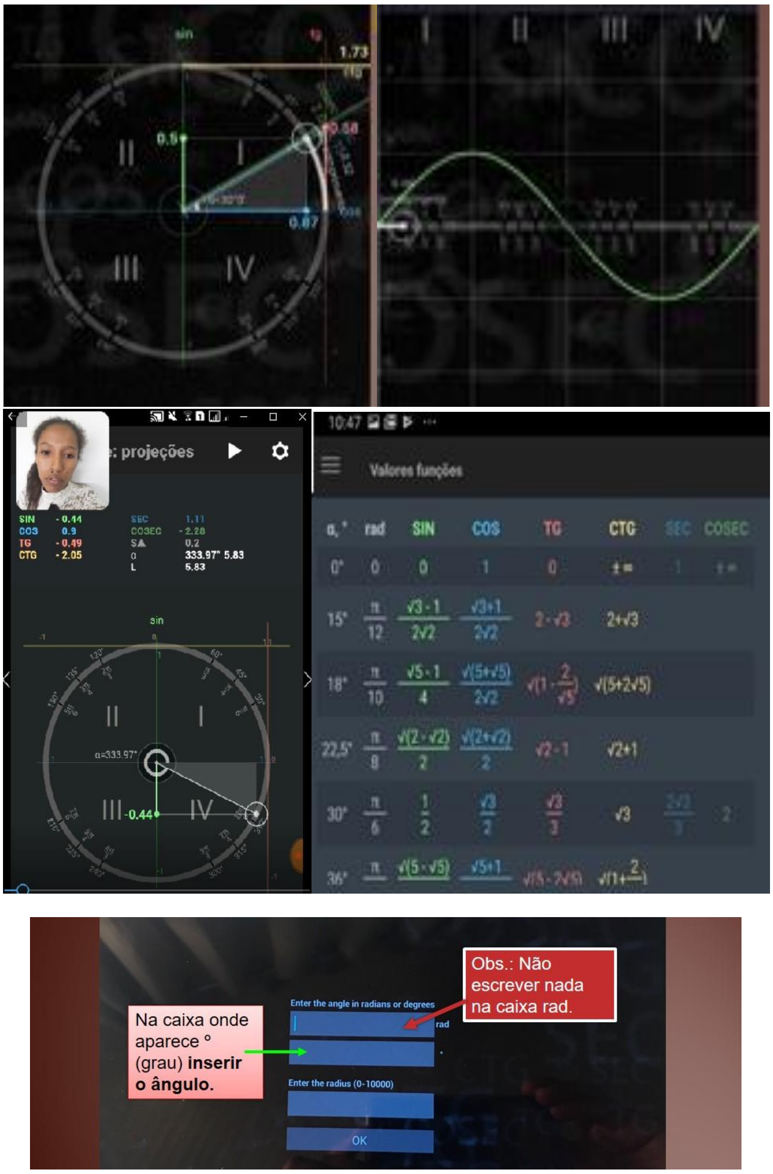
Coelho (2013), destaca a importância do *Qr Code* para o acesso de informações:

> O *QR Code* consiste de um gráfico 2D de uma caixa preto e branca que contém informações pré-estabelecidas como textos, páginas da internet, SMS ou números de telefone. Este conteúdo pode ser lido por meio de aparelhos específicos para este tipo de código ou de aplicativos instalados em celulares. Neste caso, a câmera do aparelho é usada para fazer a leitura do código. Para que serve o *QR Code*? Atualmente, o *QR code* é mais usado pela mídia impressa (revistas, panfletos, outdoors e outros). Revistas publicam códigos QR para que leitores acessem em seus celulares e computadores algum conteúdo extra relacionado às matérias.

O leitor pode utilizar o *QR Code* para acesso ao *blog* ao invés de digitar o endereço eletrônico.

Com o TUC podemos observar diversas possibilidades didáticas.

Figura 21 - Possibilidades didáticas obtidas com o TUC, exploradas em intervenções realizadas pelos licenciandos em Matemática.



Fonte: o autor (2018)

5 AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

APÊNDICE A

Sequência Didática organizada pelo pesquisador para utilizar o *Trigonometry Unit Circle* (*TUC*).

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

NOME:____DATA:______________

ESCOLA:____

1) Preencha o Quadro 1 utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*:

Quadro 1 – Representação dos dados dos ângulos notáveis presentes no aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

	I Quadrante 0° < α < 90°				**II Quadrante** 90° < α < 180°				**III Quadrante** 180° < α < 270°				**IV Quadrante** 270° < α < 360°			
0°				**90°**				**180°**				**270°**				**360°**
x =α = 0°	30°	45°	60°	**90°**	**120°**	135°	150°	**180°**	210°	225°	240°	**270°**	300°	315°	330°	**360°**
x Radianos	$\frac{\pi}{6}$															
y = Sen α	0.5 ou $\frac{1}{2}$															
(x,y) **(α, sen α)**	(30°, 0.5) ou $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ (0,52;0,5)															

Fonte: Adaptado de *Drabach* (2013, p. 7)

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** (0° < α < 90°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

____

b) O que você percebeu no **II Quadrante** (_____ < α <_____) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

____

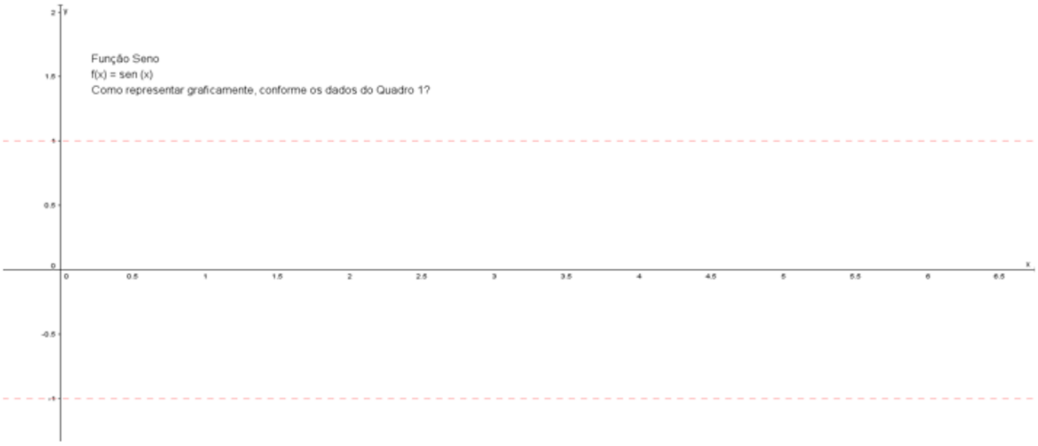
c) O que você percebeu no _____ **Quadrante** (180° < α < 270°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

____

d) O que você percebeu no _____ **Quadrante** (____° < α < _____°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

MPECIM	Universidade Federal do Acre Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

2) Como **representar** os dados obtidos no Quadro 1, no **plano cartesiano?**



3)Quais as suas descobertas?

MPECIM	Universidade Federal do Acre Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

4) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 1° e o 2° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

___

5) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 2° e o 3° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

___

6) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 3° e o 4° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

___

7) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 4° e o 1° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** (0° < α < 90°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores de seno crescem entre os ângulos 0° ao ângulo 90°.

b) O que você percebeu no **II Quadrante** (90° < α < 180°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores de seno diminuem do ângulo de 90° ao ângulo de 180°.

c) O que você percebeu no III **Quadrante** (180° < α < 270°) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores de seno diminuem ainda mais do ângulo de 180° ao ângulo de 270°.

d) O que você percebeu no IV **Quadrante** (270° < α < 360 °) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

Os valores de seno crescem do ângulo de 270° ao ângulo de 360°

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

4) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 1° e o 2° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

90° ou $\frac{\pi}{2}$ radianos

5) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 2° e o 3° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

180° ou π radianos

6) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 3° e o 4° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

270° ou $\frac{3\pi}{4}$ radianos

7) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 4° e o 1° quadrantes? Escreva em grau e radiano.

360° ou 2π radianos

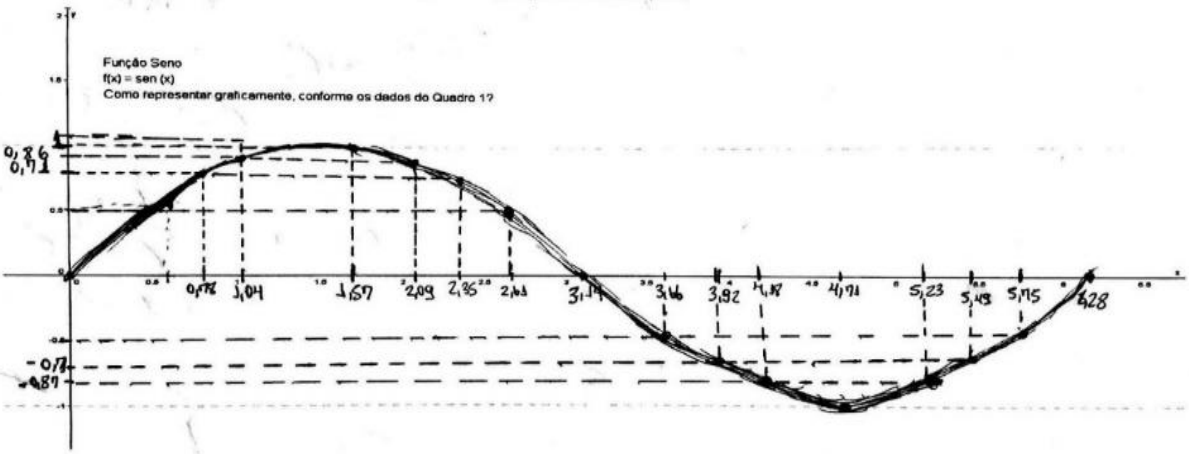
8) Transforme os seguintes ângulos de **grau** para **radiano: 90°, 180°, 270° e 360°.**

$90 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$ rad ; $180 \cdot \frac{\pi}{180} = \pi$ rad; $270 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$ rad; $360 \frac{\pi}{180} = 2\pi$ rad.

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM	Universidade Federal do Acre Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

2) Como **representar** os dados obtidos no Quadro 1, no **plano cartesiano?**



3)Quais as suas descobertas? de x = 0,52 até x ≤ 3,14, os valores de y são positivos e de 6,28 > x > 3,14; os valores de y são negativos.

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

Individual:

MPECIM	Universidade Federal do Acre Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

NOME: [redacted] DATA: 10/10/2017

ESCOLA: Universidade Federal do Acre - UFAC

1) Preencha o Quadro 1 utilizando o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*:

Quadro 1 – Representação dos dados dos ângulos notáveis presentes no aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

	I Quadrante $0° < \alpha < 90°$				**II Quadrante** $90° < \alpha < 180°$				**III Quadrante** $180° < \alpha < 270°$				**IV Quadrante** $270° < \alpha < 360°$			
0° equivale a 0	Crescente positivo			**90°** equivale a 1	decrescente positivo			**180°** equivale a 0	Cresce no sentido negativo			**270°** equivale a -1	decresce no sentido negativo			**360°** equivale a 0
x = α = 0°	30°	45°	60°	**90°**	**120°**	135°	150°	**180°**	210°	225°	240°	**270°**	300°	315°	330°	**360°**
x Radianos	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
y = Sen α	0.5 ou $\frac{1}{2}$	0,71 ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,87 ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0,87 ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,71 ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5 ou $\frac{1}{2}$	0	-0,5 ou $-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ou -0,71	-0,87 ou $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ou -0,87	-0,71 ou $-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-0,5 ou $-\frac{1}{2}$	0
(x,y) **(α, sen α)**	(30°, 0.5) ou $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ (0,52;0,5)	$(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, 1)$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2})$	$(\pi, 0)$	$(\frac{7\pi}{6}, -\frac{1}{2})$	$(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{4\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{3\pi}{2}, -2)$	$(\frac{5\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{7\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{11\pi}{6}, -\frac{1}{2})$	$(2\pi, 0)$

Fonte: Adaptado de *Drabach* (2013, p. 7)

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM
Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Com base no preenchimento do *Quadro 1*, vamos as suas descobertas:

a) O que você percebeu no **I Quadrante** ($0° < \alpha < 90°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

os valores crecem no sentido positivo

b) O que você percebeu no **II Quadrante** ($90°$ $< \alpha <$ $180°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

os valores decrecem no sentido positivo

c) O que você percebeu no III **Quadrante** ($180° < \alpha < 270°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

os valores decresem no sentido negativo

d) O que você percebeu no IV **Quadrante** ($270° < \alpha < 360°$) em relação aos valores encontrados para o *Sen* α?

os valores crecem no sentido negativo

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM
Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

4) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 1º e o 2º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

$90°$ e $\pi/2$

5) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 2º e o 3º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

$180°$ e π

6) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 3º e o 4º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

$270°$ e $\frac{3\pi}{2}$

7) Para uma volta na circunferência, qual ângulo está entre o 4º e o 1º quadrantes? Escreva em grau e radiano.

$360°$ e 2π

8) Transforme os seguintes ângulos de **grau** para **radiano:** 90°, 180°, 270° e 360°.

$\cancel{180 = \frac{\pi}{2}}$

$180 \;—\; \pi$
$90 \;—\; x$

$x = \frac{90\pi \div 90}{180 \div 90} \Rightarrow \frac{\pi}{2}$

$180 \;—\; \pi$
$180 \;—\; x$

$x = \frac{180\pi}{180}$

$x = \pi$

$180 \;—\; \pi$
$270 \;—\; x$

$x = \frac{270\pi \div 90}{180 \div 90}$

$x = \frac{3\pi}{2}$

$180 \;—\; \pi$
$360 \;—\; x$

$x = \frac{360\pi \div 180}{180 \div 180}$

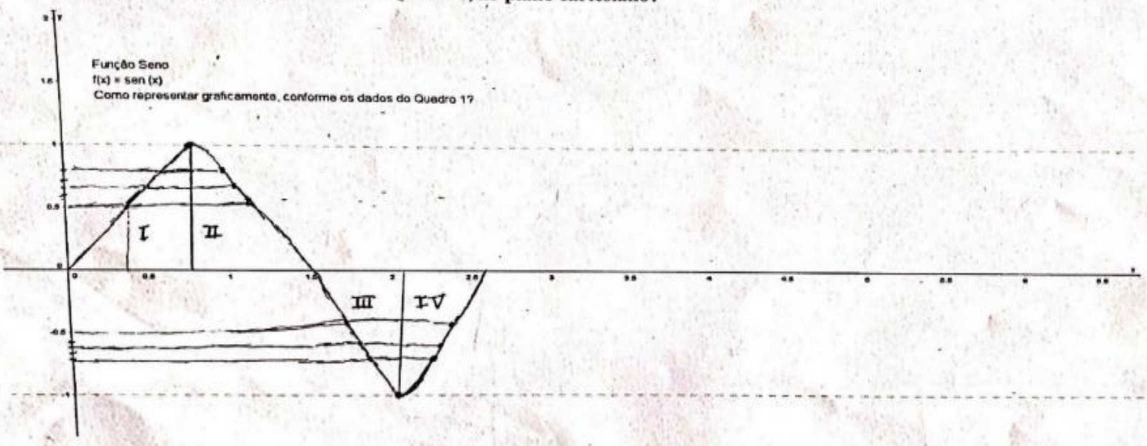
$x = 2\pi$

Mestrando Janeo da Silva Nascimento.
Orientadora: Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.

MPECIM

Universidade Federal do Acre
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

2) Como **representar** os dados obtidos no Quadro 1, no **plano cartesiano?**



3)Quais as suas descobertas?____

Mestrando **Janeo da Silva Nascimento.**
Orientadora: **Profa Dra Salete Maria Chalub Bandeira – MPECIM/UFAC.**

APÊNDICE **B**

Sequência didática elaborada pelos futuros professores (alunos da graduação)

GOVERNO DO ESTADO DO ACRE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
COORDENAÇÃO DE ENSINO
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Keila Bezerra, Raylane Aguiar, Talita Carneiro, Sidney Carneiro, Vitória Henrylla			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	ANO/SÉRIE: 3º ANO	SEQUÊNCIA: 03	TEMPO PREVISTO: 00:50

Tema: Trigonometria: arcos, radianos, relação fundamental.

CAPACIDADE/OBJETIVO

Apresentação e explicação de um novo conteúdo que oportunize aos alunos a chance de obtenção de um real aprendizado na área da trigonometria.

HABILIDADE

- Transformar graus em radianos e vice versa, através do aplicativo Trigonometry.
- Reconhecer os 4 quadrantes, e visualiza-los através do geogebra.
- Conhecer a simetria entre os quadrantes.
- Conceituar seno, cosseno, tangente e sua variação.
- Entender as relações fundamentais trigonométricas

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
• Quadrantes • Simetria • Seno, cosseno, tangente • Relação fundamental.	. Identificar os sinais de cada quadrante de acordo com o seno e cosseno. . Saber utilizar aplicativos tecnológicos no conteúdo abordado.

I. Acolhida – 15 min

Reunimos todos os alunos em circulo e começamos a investigar seus conhecimentos sobre o plano cartesiano, logo após, começamos a desenhar figuras planas no plano cartesiano. Em seguida, todos pegam seus aplicativos e pelo geogebra fazem um circulo nele para assim iniciar uma investigação matemática.

I. Problematização – 15 min

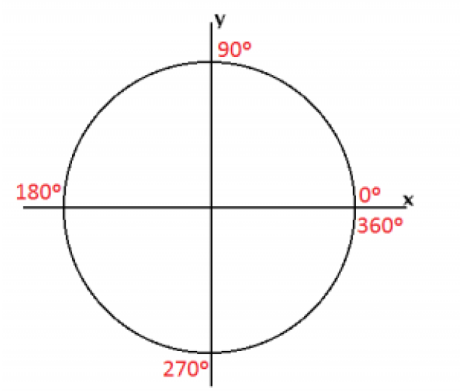
Como sabemos a matemática está presente em tudo, mas seu estudo se divide em etapas, incluindo a trigonometria que é um tema importante para o estudo das funções e equações.
Sabendo a importância da trigonometria decidimos abordar o conteúdo de forma mais sintática e elaborada, procurando assim facilitar a aprendizagem do aluno do ensino médio.
Um recurso que vimos como necessário foi a utilização de dois aplicativos tecnológicos, sendo eles, geogebra e Trigonometry, pois ambos nos possibilitam explorar o conteúdo de forma dinâmica. Sendo assim, ao unirmos os aplicativos com a matemática queremos quebrar o tabu de que a matemática é uma matéria difícil.

A expectativa dessa aula é tirar as duvidas sobre trigonometria e fazê-los entender suas leis na prática e visualmente.

II. Atividades – Bloco 1 – 20 min

Trigonometria
Atividade 1

O GRAU
A unidade de medida mais utilizada para medir ângulos ou arcos de circunferência é o grau, cujo símbolo utilizado é o "º".
Por definição, uma circunferência possui 360º, o que nos leva a concluir que 1/360 dela corresponde a 1º, chamado de arco unitário.
Veja a figura:



O RADIANO
O radiano (escreve-se rad) é a razão entre o comprimento de um arco e o seu raio.
Sabendo que o comprimento de uma circunferência pode ser calculado pela fórmula C = 2.π.r, a medida de uma circunferência, em radianos é dada por:

$$\frac{2.\pi.r}{r} = 2.\pi$$

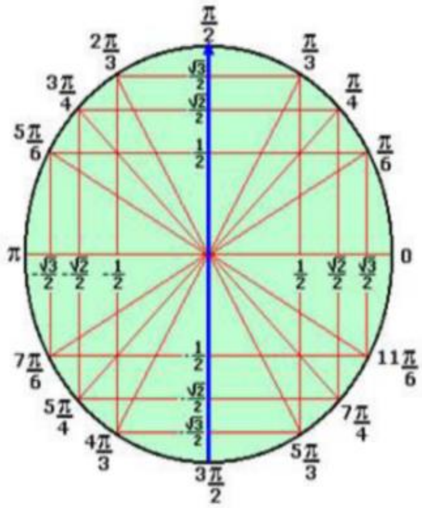
ATIVIDADE 1 - Agora, calcule, os ângulos notáveis em radianos:

2π rad = 360º
π rad = 180º
π/2 rad = 90º
π/4 rad = 45º

Logo após vamos usar o aplicativo para visualizar essas transformações, e assim achar a substituição de outros graus.

Atividades – Bloco 2 - 20 min

1. **SIMETRIA NO CICLO TRIGONOMÉTRICO**



Ângulo	Arco	Seno	
0	0	0	Crescente
30°	π/6	1/2	
45°	π/4	√2/2	
60°	π/3	√3/2	
90°	π/2	1	
120°	2π/3	√3/2	Decrescente
135°	3π/4	√2/2	
150°	5π/6	1/2	
180°	π	0	
210°	7π/6	-1/2	Decrescente
225°	5π/4	-√2/2	
240°	4π/3	-√3/2	
270°	3π/2	-1	
300°	5π/3	-√3/2	Crescente
315°	7π/4	-√2/2	
330°	11π/6	-1/2	

A simetria dos ângulos em relação ao seno e ao cosseno, depende dos sinais de seus quadrantes e do seu ângulo correspondente, pois, por exemplo o simetrico de 45º são os angulos de 135º,225º,315º então seus senos e cossenos em valor absoluto são iguais, podendo haver modificação apenas no seu sinal.

Sendo assim, pedimos aos alunos para pegar o aplicativo trigonometry e organizar uma tabela dizendo os senos e cossenos de cada ângulo notável de cada quadrante, para assim perceberem que ses valores são repetidos.

Atividade 2 - Identifique os ângulos simétricos dos ângulos dados,

expressando os seus valores em grau e em radiano.

a. 30º

b. 45º

c. 60º

RELAÇÕES FUNDAMENTAIS DA TRIGONOMÉTRIA

$$sen^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$tg\ x = \frac{sen\ x}{\cos\ x}$$

$$\cot g\ x = \frac{\cos\ x}{sen\ x}$$

$$\sec\ x = \frac{1}{\cos\ x}$$

$$\text{cossec}\ x = \frac{1}{sen\ x}$$

Será demonstrado as relações sempre questionando os alunos e pedindo comprovação pelo aplicativo, até mesmo através de exemplos para conferir se é valido.

1. **Avaliação da aula – 10 min**

O que poderia ser melhorado?

Gostou de utilizar aplicativos para aprender o conteúdo?

Restou dúvidas sobre o conteúdo?

Você sentiu que aprendeu muito sobre o ciclo trigonométrico?

Que nota você daria para a aula?

APÊNDICE C

Sequência Didática elaborada pelos profissionais em formação.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Beatriz Vicente de Melo			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	ANO/SÉRIE: 3º ANO	SEQUÊNCIA: 01	TEMPO PREVISTO: 01

Tema: Razões trigonométricas especiais relativas a ângulos de 30°, 45°, 60°.

CAPACIDADE/OBJETIVO

Explorar e utilizar razões trigonométricas de ângulos especiais como 30°, 45°, 60°.

HABILIDADE

- Desenvolvimento e resolução de situações problema em que o aluno analise e aplique razões trigonométricas de ângulos especiais como 30°, 45°, 60°.

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
— Trigonometria — Triângulo Retângulo — Razões trigonométricas de ângulos especiais.	— Conhecer as razões trigonométricas, saber construir a tabela trigonométrica e fazer aplicação no triângulo retângulo, relacionando o ângulo com a medida dos seus lados.

sejam todos bem-vindos!

Vamos começar com uma dinâmica: para mim...

O que é Trigonometria: ______________________________

O que é um Triângulo Retângulo e quais são suas características: ______________

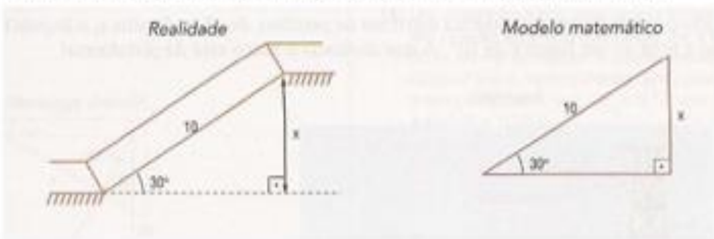
O que é Razões trigonométricas: ______________________

I. Problematização

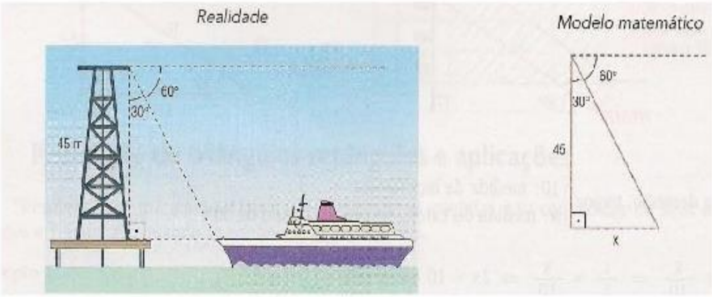
Já conhecemos a tabela trigonométrica e seus respectivos valores para seno, cosseno e tangente. Agora com um papel A4 construa um quadrado, e com outro papel, compasso e régua construa um triângulo equilátero. A partir do quadrado e do triângulo equilátero, consiga obter todos os valores dos ângulos notáveis de seno, cosseno e tangente. Utilizando apenas as duas figuras, o teorema de Pitágoras e seus conhecimentos geométricos.

II. Atividades

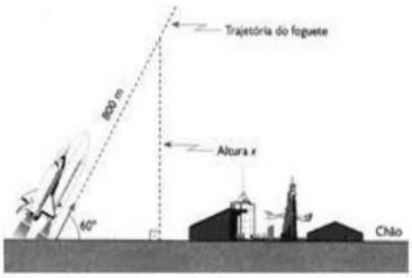
Atividade 1 – Uma rampa lisa de 10m de comprimento faz ângulo de 30° com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe essa rampa inteira eleva-se quantos metros verticalmente?



Atividade 2 – Do alto da torre de uma plataforma marítima de petróleo, de 45 m de altura, o ângulo de depressão em relação à proa de um barco é de 60°. A que distância o barco está da plataforma?



Atividade 3 – Um foguete é lançado a 200m/s, segundo um ângulo de inclinação de 60°. Determinar a altura do foguete após 4s, supondo a trajetória retilínea e a velocidade constante.



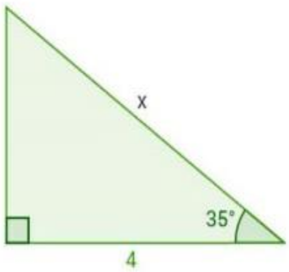
a) Utilizando o seno de 60°.

b) Por lógica, usando a figura que foi utilizada para construir a tabela trigonométrica.

c) Qual é o outro ângulo da figura?

d) Calcule a altura utilizando o ângulo desconhecido.

Atividade 4 – Utilizando o aplicativo "Círculo Unitário Trigonometria", calcule o valor de x no triângulo retângulo abaixo:



III. Avaliação da aula: Dê uma nota de 1 a 10 para cada um dos itens da aula de hoje

Aula 1	**Itens avaliados**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
	Importância do tema										
	Atividades vivenciadas										
	Atuação do professor										

Meu desempenho

IV. Gabarito

Atividade - 1)

Pelo desenho, temos: 10- medida da hipotenusa
x- medida do cateto oposto ao ângulo de 30°

sen 30°= x/10 => ½ = x/10 => 2x= 10 => x=5.

Logo, a pessoa eleva-se 5m verticalmente.

Atividade - 2)

Pela figura, temos: 45- medida do cateto adjacente ao ângulo de 30°
x - medida do cateto oposto ao ângulo de 30°

Tg 30° = x/45 => √3/3 = x/45 => x= 45√3/3 => x = 15√3 m.

Portanto, o barco está a 15√3 m da plataforma.

Atividade – 3)

Solução:

Após 4s, ele percorre 4. (200m) = 800m.

Temos que:

$$\frac{x}{800} = \text{sen}60^0 \Rightarrow x = 800.\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x \cong 692{,}8$$

A altura é aproximadamente 692,8m.

Atividade - 4)

Pelo desenho, temos: x- medida da hipotenusa
4- medida do cateto adjacente ao ângulo de 35°

Cos 35°= 4/x => 0,82 = 4/x => 0,82x= 4 => x ≅ 4,88.

Logo, x ≅ 4,88.

Referências:
Sites-

https://www.colegioweb.com.br/trigonometria-i/razoes-trigonometricas-dos-angulos-de-30o-45o-e-60o.html

https://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes3.php
https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/tabelas-razoes-trigonometricas.htm

https://www.todamateria.com.br/razoes-trigonometricas/

APÊNDICE D

Sequência Didática de Equações e Inequações Trigonométricas elaborada pelos profissionais em formação com o uso do aplicativo *PhotoMath* para *smartphones*.

GOVERNO DO ESTADO DO ACRE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
COORDENAÇÃO DE ENSINO
SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA

DADOS GERAIS			
PROFESSOR: Grupo 4			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	ANO/SÉRIE: 2º ANO	SEQUÊNCIA: 01	TEMPO PREVISTO: 50min

Tema: Resolução de Equação Trigonométrica

CAPACIDADE/OBJETIVO

Ensinar noções de resolução de equações e inequações trigonométricas através do uso de aplicativo.

HABILIDADE

Manusear o aplicativo Photomath na resolução de equação e inequação trigonométrica.

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
Equação Trigonométrica. Inequação Trigonométrica	— Reconhecer os conceitos e passos matemáticos de uma resolução de uma equação trigometrica atraves do o aplictivo photmath.

A aula começará dando boa tarde aos alunos, em seguida será explanado como ocorrerá a aula, o que será dito e os objetivos da nossa aula. Iniciaremos conceituando a e equação trigonométrica imediata, após conceituar será mostrado um exemplo de uma resolução, feito isso será explicado os conceitos matemáticos e o que por trás da resolução do aplicativo. Feito isso será a vez dos alunos a fazerem atividades com o uso do aplicativo.

I. Conceituando

Temos que, f(x) e g(x) duas funções trigonométricas da variavel real x e sejam D^1 e D^2 os seus respectivos domínios. Resolver a equação trigonométrica f(x)=g(x) significa determinar o conjunto S, denominado conjunto solução dos números r para os quais f(r)=g(r) é uma sentença verdadeira.

Quase todas as equações trigonométricas reduzm-se a uma das seguintes equações:

- $Sen\alpha = Sen\beta$
- $Cos\alpha = Cos\beta$
- $Tg\alpha = Tg\beta$

Para resolução do Seno, temos em resumo: Senα=Senβ então:

$\alpha = \beta + 2k\pi$ *ou* $\alpha = \pi - \beta + 2k\pi$

Para o cosseno, em resumo: Cosα = Cosβ então:

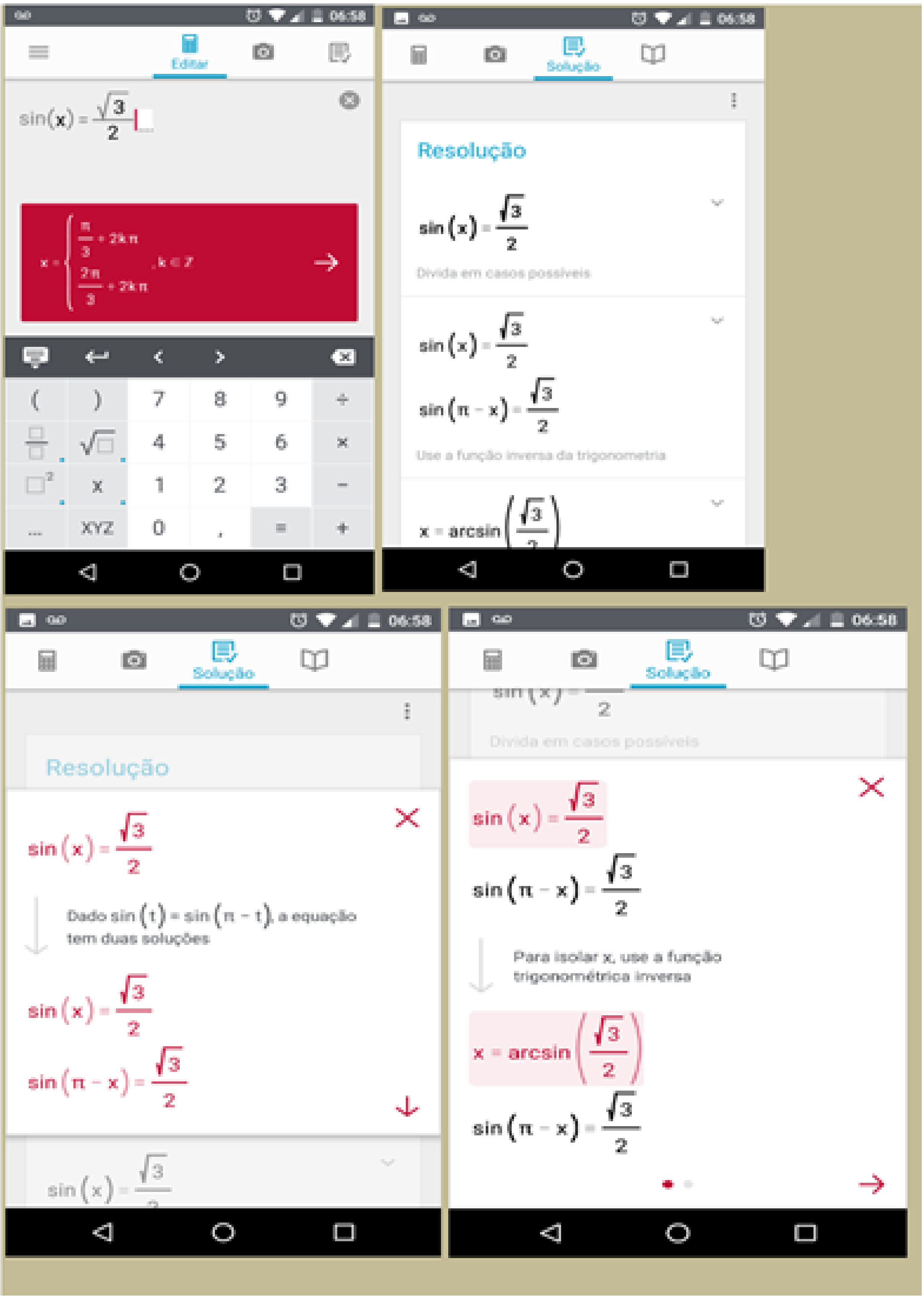
$\alpha = \pm\beta + 2k\pi$

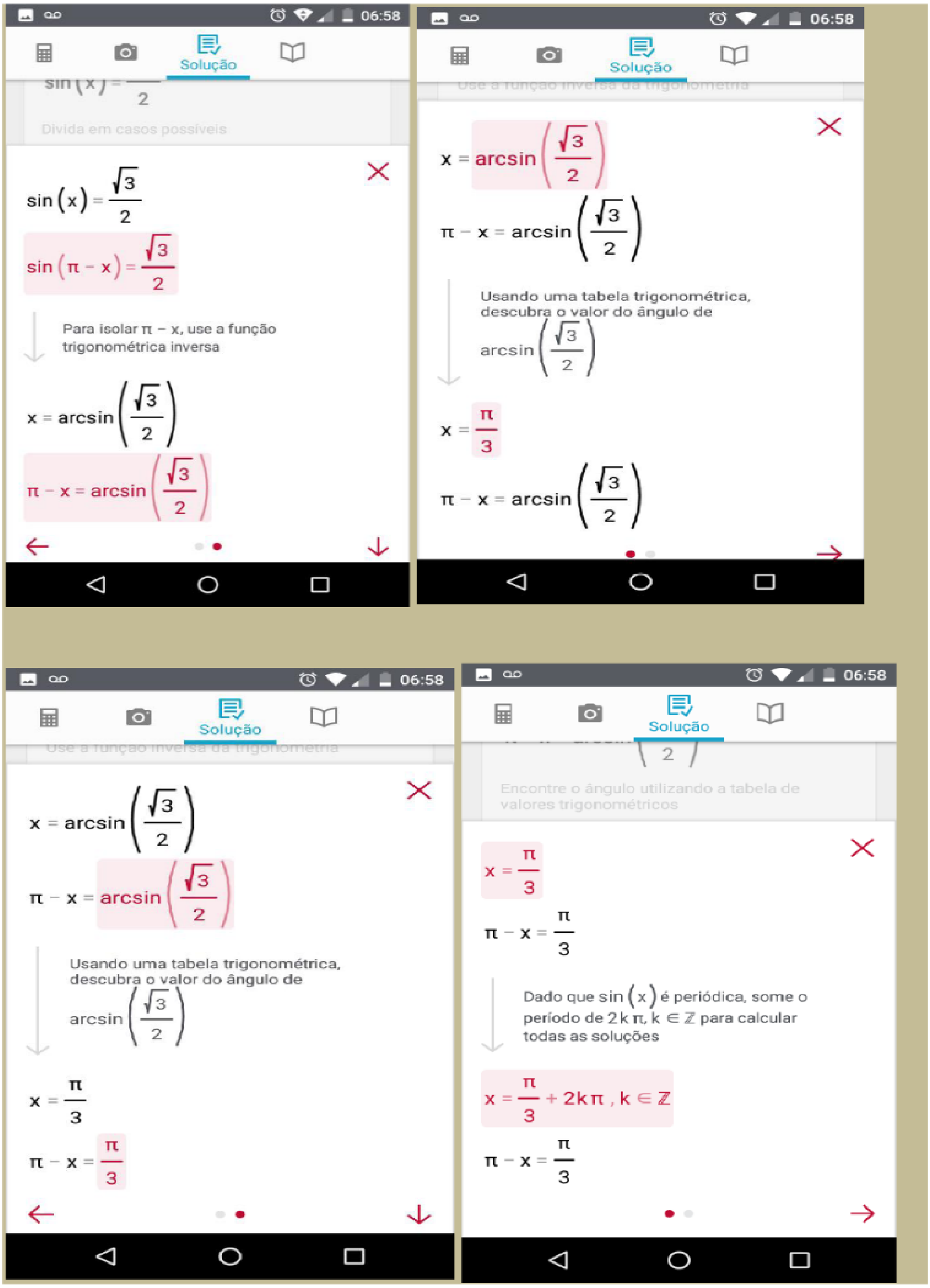
Para Tangente, em resumo: Tgα = Tg β então:

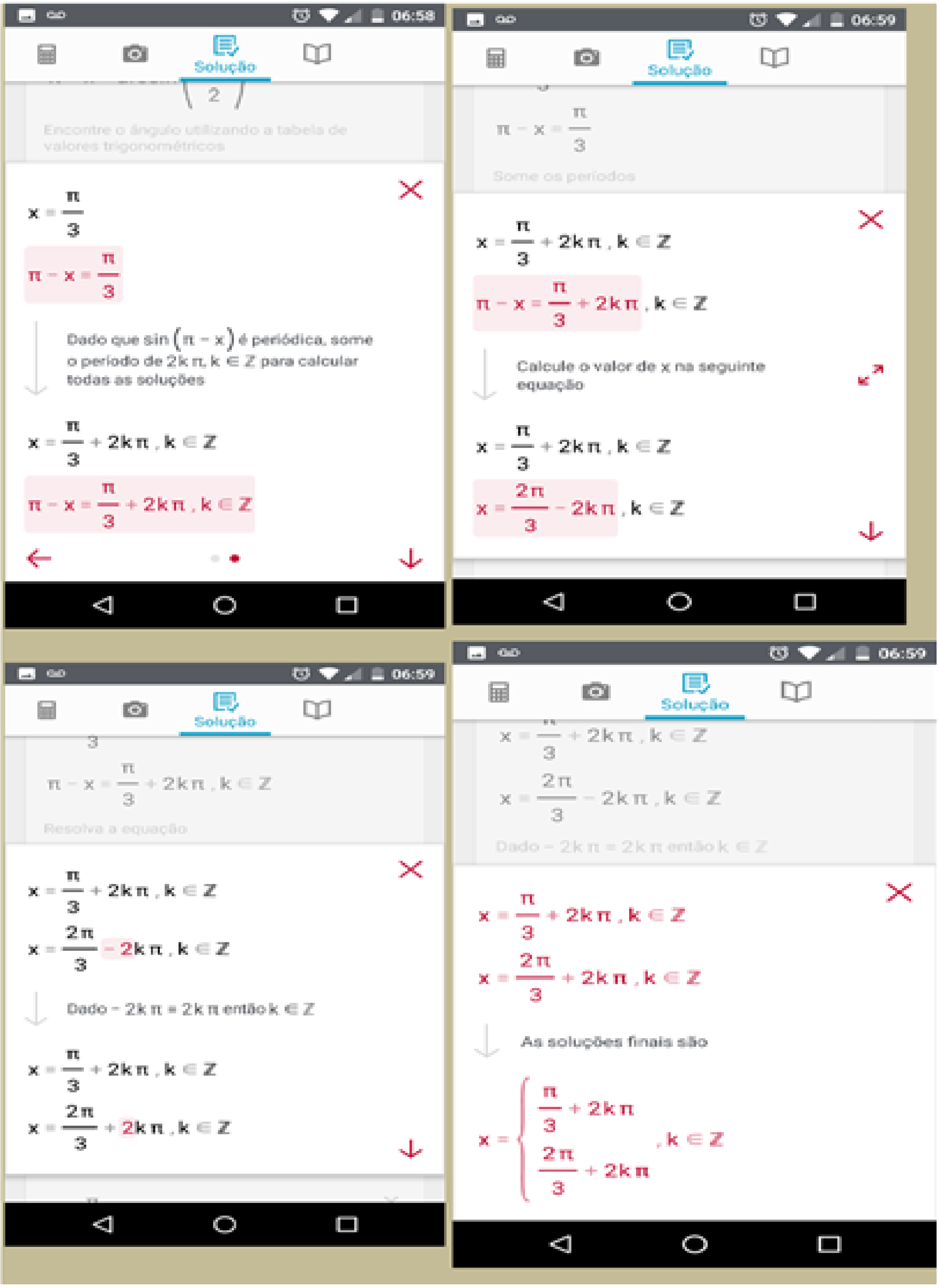
$\alpha = \beta + k\pi$

II. Exemplo 1

1 – As imagens abaixo mostram o passo de como o aplicativo soluciona uma equação trigonométrica imediata.


06:58
Editar
$\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$x = \begin{cases} \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$
Solução
Resolução
Divida em casos possíveis
$\sin(\pi - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
Use a função inversa da trigonometria
$x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
Dado $\sin(t) = \sin(\pi - t)$, a equação tem duas soluções
Para isolar x, use a função trigonométrica inversa


06:58
Solução
Divida em casos possíveis
sin(x) = √3/2
sin(π − x) = √3/2
Para isolar π − x, use a função trigonométrica inversa
x = arcsin(√3/2)
π − x = arcsin(√3/2)
06:58
Solução
x = arcsin(√3/2)
π − x = arcsin(√3/2)
Usando uma tabela trigonométrica, descubra o valor do ângulo de arcsin(√3/2)
x = π/3
π − x = arcsin(√3/2)
06:58
Solução
x = arcsin(√3/2)
π − x = arcsin(√3/2)
Usando uma tabela trigonométrica, descubra o valor do ângulo de arcsin(√3/2)
x = π/3
π − x = π/3
06:58
Solução
Encontre o ângulo utilizando a tabela de valores trigonométricos
x = π/3
π − x = π/3
Dado que sin(x) é periódica, some o período de 2kπ, k ∈ ℤ para calcular todas as soluções
x = π/3 + 2kπ, k ∈ ℤ
π − x = π/3



Atividade 1 – Com o uso do aplicativo Discuta e resolva **Cosx= ½**

Atividade 2 _ Com o uso do aplicativo Discuta e resolva ***Tg3x= 1***

APÊNDICE E

Sequência Didática ampliada ilustrando outras possibilidades com o *Graphing Calc* no GeoGebra, das funções cosseno, seno e tangente.

	UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE **SEQUÊNCIA DIDÁTICA/PLANO DE AULA**

DADOS GERAIS			
PROFESSORES: Keila Bezerra da Costa, Raylane da Silva Aguiar, Sidney Carneiro de Lima Junior, Talita Carneiro Matias e Vitoria Henrylla Pinheiro Souza.			
DISCIPLINA: MATEMÁTICA	**ANO/SÉRIE: 3° ano**	**SEQUÊNCIA: 01**	**TEMPO PREVISTO: 05**

Tema: Cosseno, Seno e Tangente do ângulo e suas respectivas funções.

CAPACIDADE/OBJETIVO

Identificar, calcular e explorar razões trigonométricas no triângulo retângulo, os conceitos de seno, cosseno e tangente no aplicativo Geogebra e Construir os gráficos das funções seno, cosseno e tangente.

HABILIDADE

- Identificar e calcular razões trigonométricas no triangulo retângulo.
- Reconhecer os ângulos notáveis.
- Reconhecer a função seno, cosseno e tangente no aplicativo Geogebra.
- Identificar as propriedades das funções como por exemplo domínio e imagem.

Conteúdos	**Expectativas de aprendizagem**
• Cosseno do ângulo, Função cosseno. • Seno do ângulo, Função seno e suas propriedades. • Função Tangente e Gráficos de funções por suas tangentes.	• Identificar o seno, cosseno e tangente do ângulo, • Reconhecer a função através do gráfico. • Saber diferenciar as devidas funções.

Cosseno de um ângulo

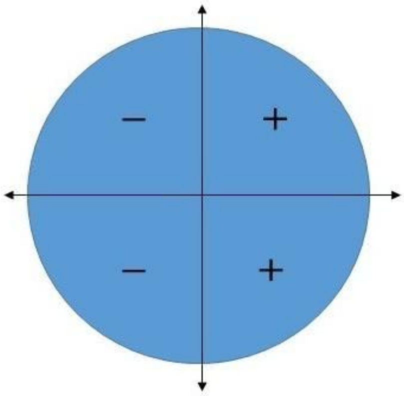
Dado um triângulo retângulo com um de seus ângulos internos igual a α, define-se como o cosseno do ângulo, a razão entre o cateto adjacente a e a hipotenusa deste triângulo.

Função Cosseno

A função cosseno é uma função periódica e seu período é **2π**. Ela é expressa por:

Função f(x) = cos x

No círculo trigonométrico, o **sinal da função cosseno** é positivo quando *x* pertence ao primeiro e quarto quadrantes. Já no segundo e terceiro quadrantes, o sinal é negativo.



Além disso, no primeiro e segundo quadrantes a função *f* é **decrescente**. Já no terceiro e quarto quadrantes a função *f* é **crescente**.

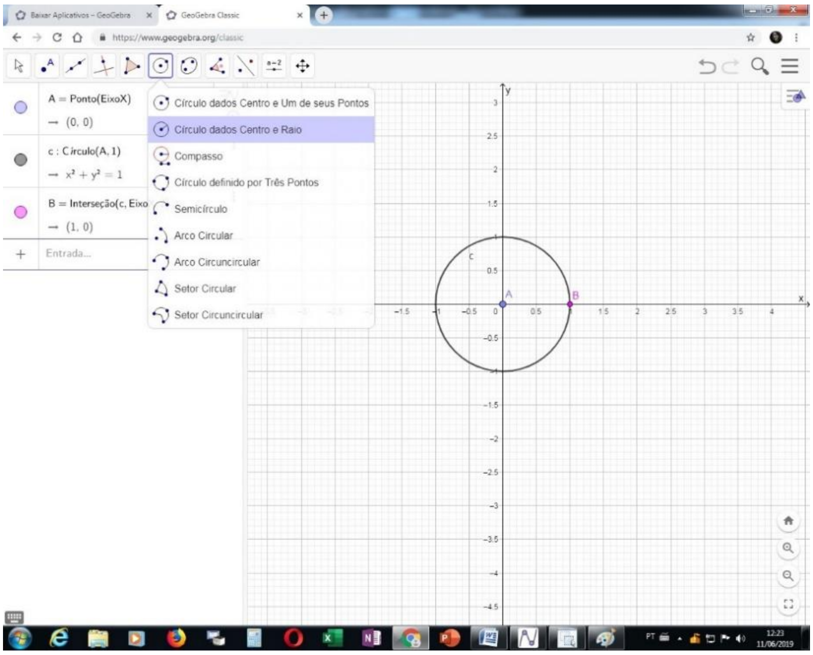
O **domínio** e o **contradomínio** da função cosseno são iguais a R. Ou seja, ela está definida para todos os valores reais: Dom(cos)=R.

Já o conjunto da **imagem da função** cosseno corresponde ao intervalo real [-1, 1]: $-1 \leq \cos x \leq 1$.

CONSTRUINDO NO GEOGEBRA

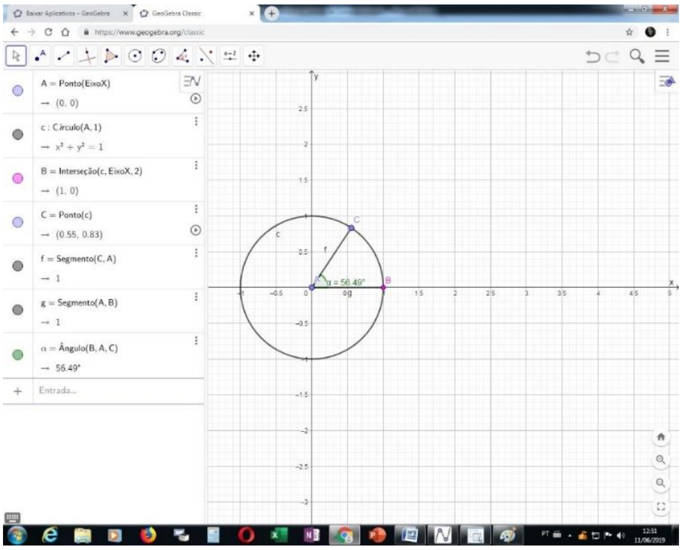
Primeiro passo

Primeiro vamos construir uma circunferência de raio 1 no plano cartesiano, para isso clicamos na 1° ferramenta (as ferramentas são exibidas no lado direito superior da tela), logo após na opção “círculo dados Centro e Raio”, feito isso, clicamos na origem do plano e depois escolhemos o tamanho do raio. Criaremos também um ponto B na circunferência.



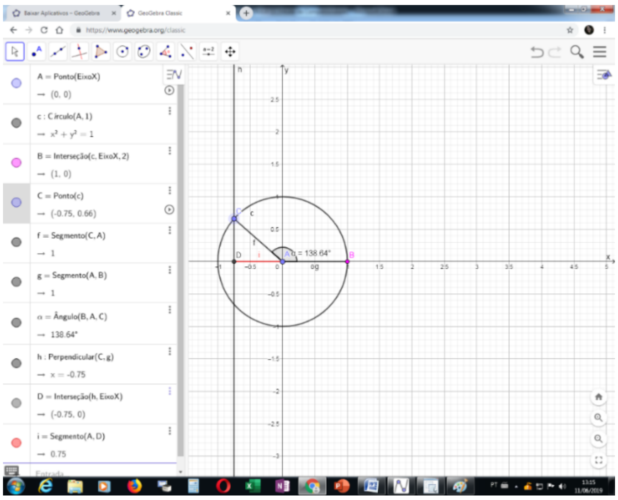
Segundo passo

Na 2° ferramenta escolhemos a opção “ponto” e logo após clicamos em cima da circunferência, criando o ponto **C.** Em seguida, na 3° ferramenta clicaremos na opção “Seguimento”, feito isso traçará os seguimentos dos pontos **CA** e **AB**, respectivamente. Agora na 8° ferramenta escolhemos a opção “ângulo” e em seguida clicamos no ponto **B**, **A** e **C** e assim acharemos o ângulo **α.**



Terceiro passo

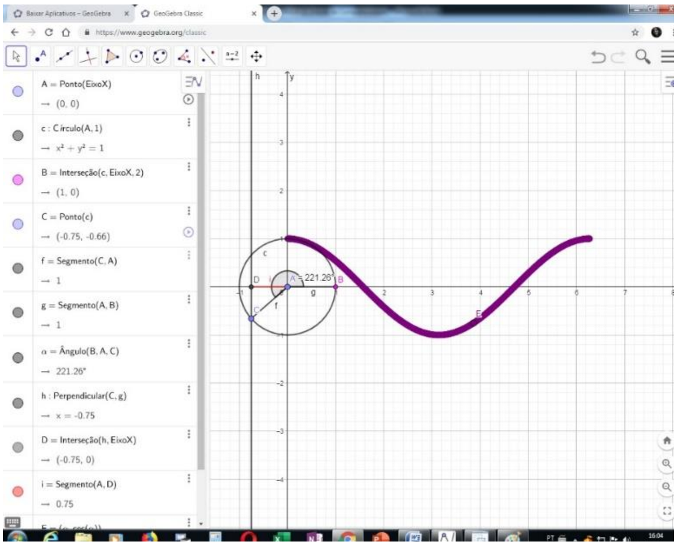
Na 4° ferramenta, escolhemos a opção "Reta perpendicular", logo após clicamos no ponto **C** e em seguida no eixo X, feito isso traçamos uma reta perpendicular ao eixo X. Agora na 2° ferramenta, escolhemos a opção "Interseção de dois Objetos" e em seguida clicamos na reta **h** e no seguimento **AB**, criando o ponto **D**. Como já sabemos como criar seguimentos, criaremos agora o segmento **AD**. Veja a seguir.



Quarto passo

Criamos agora um ponto **E** fora da circunferência. Apertando duas vezes no lado direito do mouse, vamos ter a opção de mudar as coordenadas desse ponto.

Sendo assim, colocamos a seguinte coordenada (α, cos (α)). Após isso, clicamos no ponto **C** e apertamos no lado direito do mouse e teremos a opção “animação”, após apertar essa opção, teremos o gráfico da nossa função Cosseno.



Seno de um ângulo

É a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo agudo e a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo. Essa relação é calculada através da fórmula:

$$sen\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

Função Seno

A função seno é uma função periódica e seu período é **2π**. Ela é expressa por:

Função f(x) = sen x.

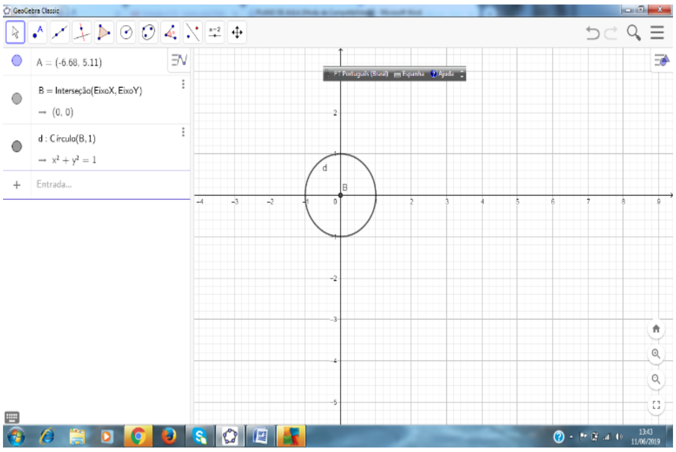
No círculo trigonométrico, o sinal da função seno é positivo quando x pertence ao primeiro e segundo quadrantes. Já no terceiro e quarto quadrantes, o sinal é negativo.

CONSTRUINDO NO GEOGEBRA

Primeiro passo

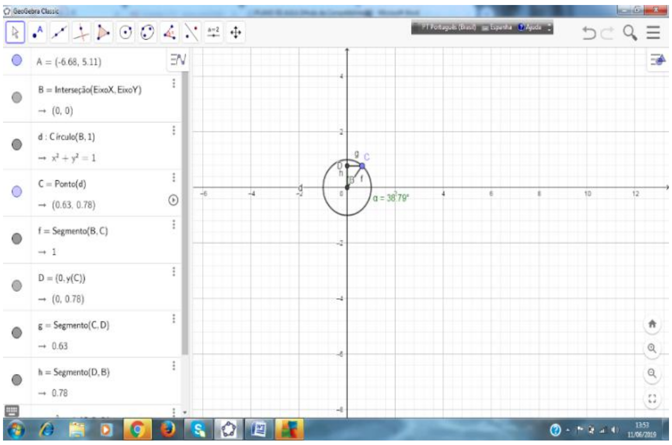
Para inserir o seno de um ângulo no triangulo retângulo, vamos à aba ferramentas básicas e clicamos na opção círculo dados centro e raio e escolhemos o centro na origem e raio 1.

Assim, teremos o círculo a seguir:



Segundo passo

Em seguida construiremos um triangulo retângulo dentro do círculo, primeiro vamos na janela de ferramentas e clicamos na opção ponto, escolhendo conveniente 3 pontos de forma que estes constituam o seguinte triangulo BCD onde o ponto D é dado por D= (0, y (C)), e depois construímos o ângulo CBD.

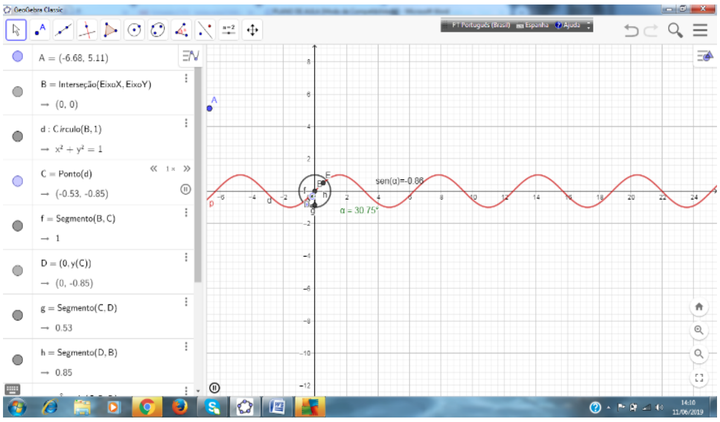


Terceiro Passo

Em seguida vamos construir o gráfico da função seno, com os seguintes passos:

- Na janela campo entrada digita-se sen(x);
- Em seguida ainda no campo entrada digita-se “sen (α) =” +y(D).
- E por último ainda no campo entrada cria se o ponto E= (α, sen (α)).

Obtendo assim o seguinte gráfico:



E é desse modo que podemos construir o gráfico da função seno no *GEOGEBRA.*

Tangente de um ângulo:

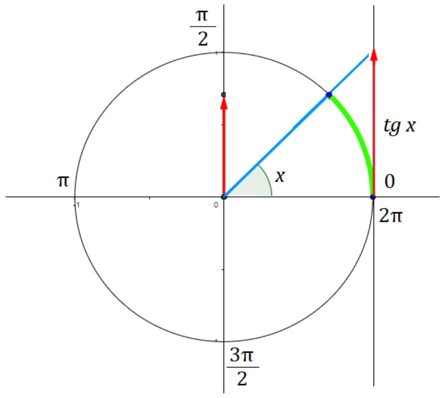
É a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente ao ângulo agudo de um triângulo retângulo. Essa relação é calculada através da fórmula:

$$tg\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

Função Tangente:

A função tangente é definida como uma função f:R→R tal que: **f(x)=tg x∀x∈R**

Representação no ciclo trigonométrico:



Domínio: O domínio da função tangente é diferente das funções seno e cosseno. Logo, o domínio da função será dado por $\mathbf{D(f)=\{x\in R:x\neq \pi 2+k\pi\}}$ onde percebemos que não existem valores para a tangente quando a sua representação no ciclo estiver no eixo dos senos. Classificamos a função tangente como periódica e também assintótica.

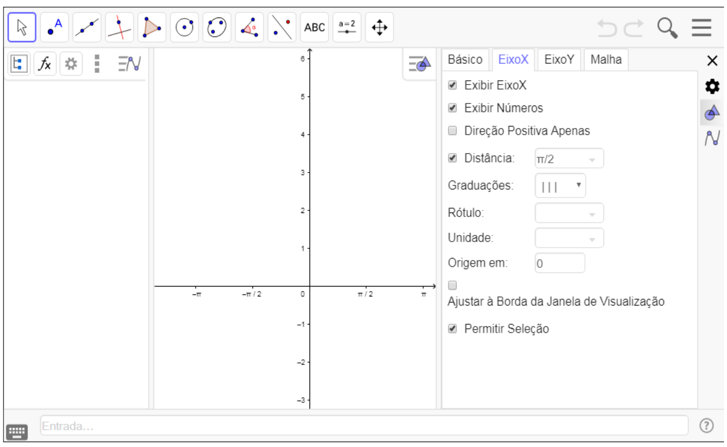
Imagem: A imagem da função tangente é o próprio conjunto dos reais R, ou seja, para qualquer valor de x existe y real.

Período: O período da função tangente é π. Então dizemos: $\mathbf{tg\ x=tg(x+k\pi)=y,\forall k\in Z,}$ terá a mesma imagem no ciclo.

CONSTRUINDO NO *GEOGEBRA*

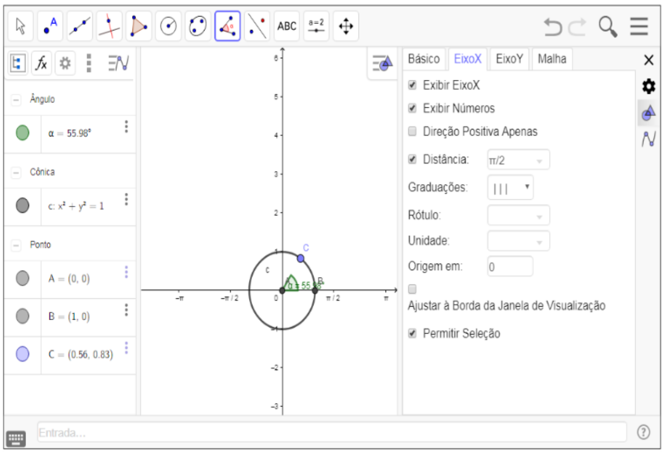
Primeiro passo: alterar a distância.

Janela de visualização < Eixo X < Distância = π/2 < Eixo Y< Distância = π/2



Segundo passo: construir o ciclo trigonométrico

Círculo dado centro e raio< r=1. Em seguida construir dois pontos na circunferência. E nestes 3 pontos traçar um ângulo.

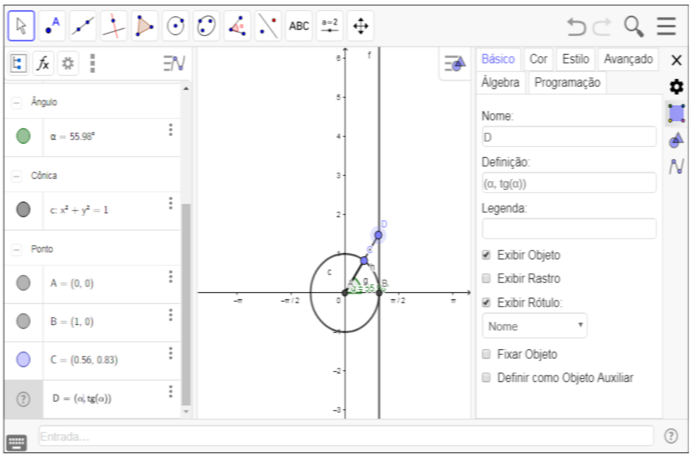


Terceiro passo: traçar a reta f tangente ao ponto B.

Reta perpendicular< clica duas vezes com o lado esquerdo do mouse no ponto B.

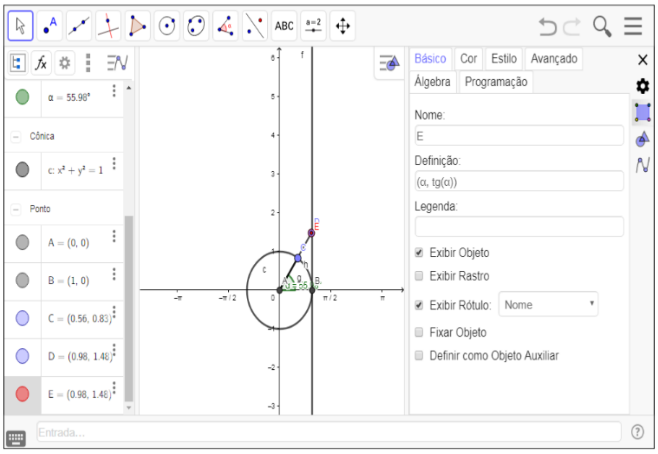
Cria-se um ponto D, tal que D € f. E em configurações<básico< definição = (α,tg(α)).

Traça-se um segmento da origem do ciclo ao ponto D.



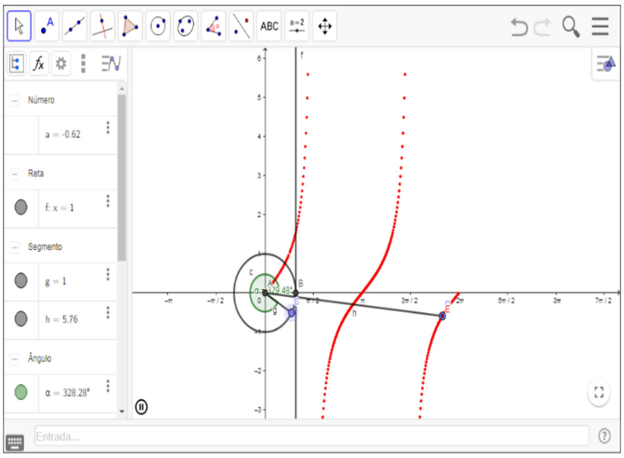
Quarto passo: cria-se um novo ponto fora da reta f.

Ponto< Configurações < definição = (α,tan(α))<tamanho do ponto=2< cor= vermelho.



Quinto passo: criar a função tangente

- Clicar no ponto (α,tan(α)) < na caixa de entrada = tg(α)
- Habilitar o rastro do ponto E e anima o ponto C



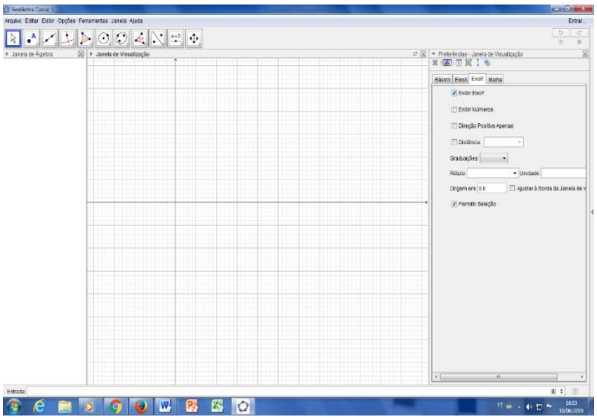
Curiosidade: Gráfico de funções por suas tangentes

Primeiro passo: na janela de visualização, mouse do lado esquerdo:

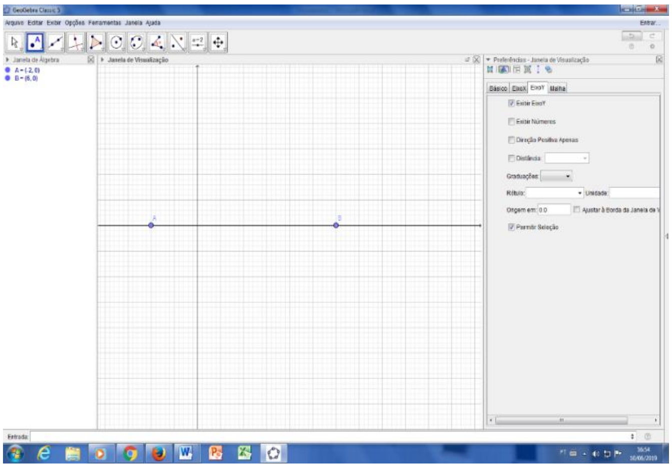
Janela de visualização < Eixo X < Exibir números < Graduações

Deve-se fazer o mesmo para o eixo Y:

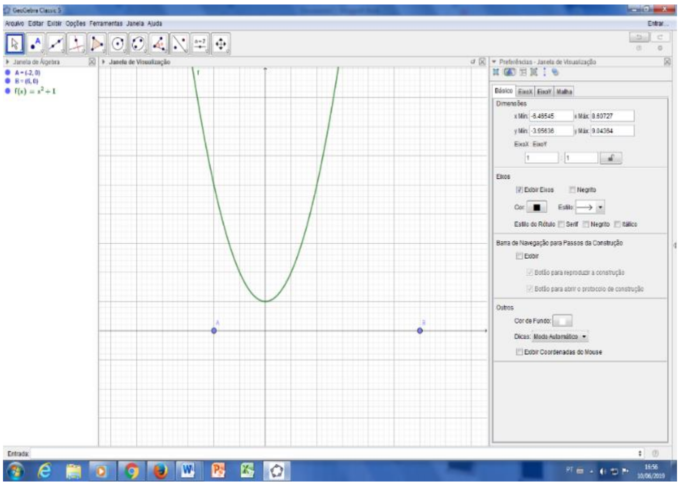
Eixo Y < Exibir números < Graduações



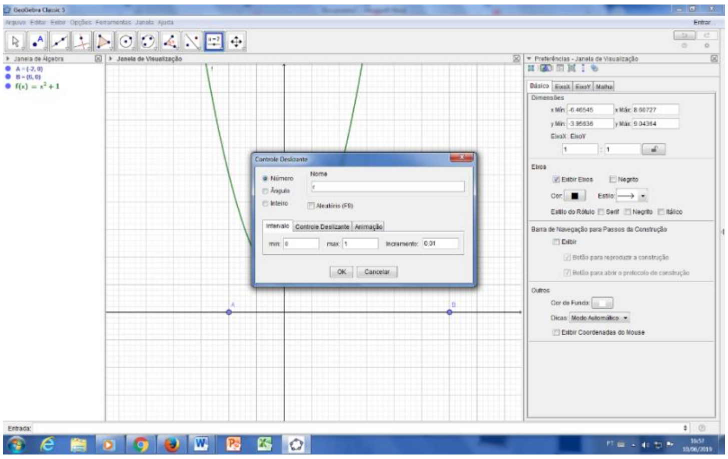
Segundo passo: ponto (Escolha dois pontos no eixo X).



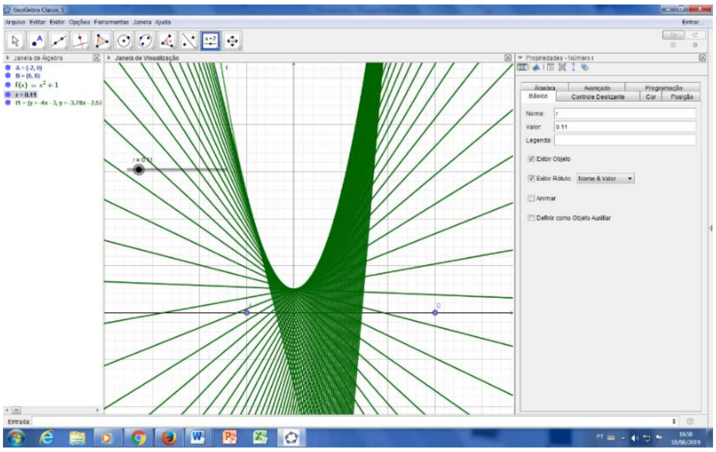
Terceiro passo: no campo entrada escolha uma função qualquer; Exemplo: x^2 +1. Remova a visualização da função.



Quarto passo: controle deslizante < nome= r < min=0 < max =1 < incremento= 0.01 < aplicar.



Quinto passo: sequência Tangente[(n,f(n)),f(x)],n,x(A),x(B),r]



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentre os recursos tecnológicos utilizados na pesquisa o de maior enfoque foi o aplicativo *Trigonometry Unit Circle*. Este aplicativo foi o que mais se alinhou com o proposito inicial da pesquisa, pelos seus estímulos visuais e táteis.

Essa diferenciação visual de fácil percepção entre as razões trigonométricas, possibilitou que os alunos pudessem manipulá-lo, de modo a mover o arco por sobre toda a circunferência.

Tal fato nos remete a Duval (2011) quando nos fala sobe a desconstrução dimensional e transformação de unidades figurais.

Este processo investigativo nos credenciou a enveredar por este caminho tão vasto que é o uso de aplicativos para dispositivos móveis na mediação do ensino não só de trigonometria como também de outros ramos da matemática, a álgebra, a geometria e as suas representações semióticas.

Destaco a colaboradora da pesquisa Aline que conta parte das suas experiências com os vários aplicativos. Que teve a oportunidade de conhecer e utilizar durante a disciplina Informática Aplicada ao Ensino de Matemática, no Curso de Licenciatura em matemática da UFAC. A graduanda relata que não tem como fugir do uso das tecnologias no ensino da matemática e que a certeza que tem é que levará para as suas práticas pedagógicas o uso do aplicativo *Trigonometry Unit Circle*.

Os colaboradores relataram que se sentem motivados a fazer uso das tecnologias móveis em suas práticas pedagógicas no Curso de Licenciatura em matemática, que ocorre no âmbito das disciplinas, nos programas PIBID, PET e Residência Pedagógica da UFAC, como em Cursos de Extensão.

Portanto, a pesquisa nos fez refletir sobre o conceito de tecnologia aplicada à educação, e analisar as possibilidades didáticas que são inúmeras e, as construídas pelos futuros professores de matemática que podem contribuir de forma positiva nas aulas de trigonometria e auxiliar professores e alunos na construção de aulas com dispositivos móveis.

REFERÊNCIAS

BANDEIRA, S. M. C. **Olhar sem olhos: cognição e aprendizagem em contextos de inclusão – estratégias e percalços na formação inicial e docente de matemática.** 2015. 489 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática), Universidade Federal do Mato Grosso. Cuiabá, 2015.

COELHO. M. Disponível em: **Tecnologia - IG** @ **https://tecnologia.ig.com.br/dicas/2013-03-04/qr-code-o-que-e-e-como-usar.html.** Acesso em: julho de 2019.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar:** os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos. [Tradução por Marlene Alves Dias] Raymond Duval. – 1ª Ed. – São Paulo: PROEM, 2011.

FARIAS, M. G. G.; FREIRE, I.M.; SILVA, P. **Informe:** Estudos em Biblioteconomia e Gestão da Informação, v. 1, n. 1, p. 20-34, 2012.

LORENZATO, S. **Laboratório de Matemática na formação de professores**, 2ª ed. Campinas: Editora ABDR, 2009, p. 18-19.

SOUSA, P. J. et al. **A blogosfera:** perspectivas e desafios no campo da Ciência da Informação. Cad Bad, Lisboa, v. 1, p. 87-136, 2007.

Orientadora, Prof.ª Drª Salete Maria Chalub Bandeira da Universidade Federal do Acre – UFAC/ MPECIM/CCET: saletechalub@gmail.com

Coorientadora, Prof.ª Drª Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra da Universidade Federal do Acre – UFAC/ MPECIM/CCET: simonechalub@hotmail.com

Mestrando da Universidade Federal do Acre – UFAC/ MPECIM e docente da Uninorte - AC: janeomao@gmail.com.